



UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

# MODELOS $U(1)'$ CON Y SIN UNIVERSALIDAD DE SABOR LEPTONICA

**José Manuel Quimbayo García**

Universidad Nacional de Colombia  
Facultad de Ciencias  
Departamento de Física  
Bogotá D.C., Colombia  
2022



**MODELOS  $U(1)'$  CON Y SIN UNIVERSALIDAD DE SABOR  
LEPTONICA**

**José Manuel Quimbayo García**

Tesis presentada como requisito parcial para optar al título de:  
**Doctor en Ciencias - Física**

Director:

Fredy Alexander Ochoa Perez  
Ph.D. en Ciencias Física

Universidad Nacional de Colombia  
Facultad de Ciencias  
Departamento de Física  
Bogotá D.C., Colombia  
2022



Nada en la vida es para ser temido, es sólo para ser comprendido. Ahora es el momento de entender más, de modo que podamos temer menos.

*Marie Curie*

Dedicada a mi esposa, a mis amigas y amigos más cercanos. En memoria de Tomás Alirio Morales Galindo.



## Agradecimientos

Primero quiero agradecer al PhD. Fredy Alexander Ochoa Perez adscrito al departamento de Física de la Universidad Nacional de Colombia. Por su paciencia y el conocimiento brindado en esta etapa de formación, clave para el desarrollo del presente trabajo. Sin su acompañamiento y soporte hubiera sido imposible entregar esta tesis con la calidad y exigencia que siempre ha solicitado.

También agradezco a Colciencias - Colfuturo y, de manera particular a la convocatoria 647, quienes ofrecieron los recursos económicos necesarios para el desarrollo del trabajo. Al PhD Germán Rodrigo de la Universidad de Valencia (España) quien me permitió aprender otras técnicas en Física de Altas Energías en la pasantía.

Agradezco también a mis buenos amigos y colegas, David Molina, Angela Rojas, Javier Hortúa y Juan Pablo Rubio del departamento de Física de la Universidad Nacional de Colombia por su permanente colaboración en los diversos espacios de discusión en otros campos de la física que enriquecieron el lenguaje y las técnicas a utilizar en este trabajo.

Finalmente, deseo expresar mi más profunda gratitud a mi esposa Yolanda Rubiano por la paciencia, acompañamiento y amor que me ha brindado y del que soy afortunado. A mi señora madre Myriam García por darme la vida y estar al tanto de mi formación. A mi hermano Carlos Quimbayo quien siempre ha confiado de mis capacidades en todas las etapas de mi vida. A mis queridas amigas Delia Soto, Alice Venegas, Dolly Vega, Martha Riaño, Nancy Roldan y Edna Capera, por su incondicional apoyo y consejos apropiados, sobre todo en los momentos más complicados. A mis amigos Sebastian Vasquez, Miguel Galindo, Alexander Escobar y Diego Melo, por los momentos de esparcimiento y discusión de temas de física fundamental. Infinitas gracias a todos y cada uno de ellos que me han servido de soporte y con ello me han llevado a ser una mejor persona.

José Manuel Quimbayo García



# Resumen

## Modelos $U(1)'$ con y sin universalidad de sabor leptónica

Se realiza un análisis fenomenológico en el marco de dos extensiones abelianas del grupo del Modelo Estándar de partículas elementales, uno universal en las familias de leptones y el otro no universal que distingue estas familias. En particular, en este trabajo se propone una extensión del modelo universal con violación CP espontánea, lo que resulta en un modelo viable que permite ajustar las cotas experimentales del momento magnético anómalo del muón y del momento dipolar eléctrico del electrón, encontrando regiones del espacio de parámetros simultáneamente compatibles con estas dos observaciones. Dentro del marco del modelo no universal leptónico, se hace un estudio detallado para el cálculo del decaimiento del mesón  $B$  en estados finales leptónicos, encontrando soluciones que se ajustan a las desviaciones encontradas en el experimento CERN-LHCb.

Palabras clave: Modelos  $U(1)'$ , violación CP, decaimiento mesón  $B$ .

# Abstract

## **$U(1)'$ models with and without leptonic flavor universality**

We perform a phenomenological study of two abelian extensions of the Standard Model of particles, one of them being universal in the lepton families, and the other one being non-universal. In particular, in this work we propose a new extension of the universal model that includes spontaneous CP violation, which allow us to simultaneously fit the experimental observations of the anomalous magnetic moment of the muon and the electric moment of the electron. On the other hand, through the non-universal model, we carry out a detailed study of the decay of the B meson into leptons. As a result, we find solutions that fits the deviations found at the CERN-LHCb collaboration.

Keywords:  $U(1)'$  models, CP violation,  $B$  meson decay.

# Contenido

<b>Agradecimientos</b>	<b>VII</b>
<b>Resumen</b>	<b>IX</b>
<b>Abstract</b>	<b>X</b>
<b>Lista de Figuras</b>	<b>XIII</b>
<b>Lista de Tablas</b>	<b>XV</b>
<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
<b>2. El Modelo Estándar de la Física de Partículas</b>	<b>4</b>
2.1. Simetrías Gauge del ME . . . . .	4
2.2. Teoría Electro débil de Glashow-Weinberg-Salam . . . . .	6
2.2.1. Rompimiento Espontáneo de la Simetría Electro débil . . . . .	6
2.2.2. Lagrangiano Fermiónico . . . . .	8
2.2.3. Lagrangiano Gauge . . . . .	9
2.3. Límite a Baja Energía: Teoría de Fermi del Decaimiento $\beta$ . . . . .	10
2.4. Matrices de Masa y Mezcla del ME . . . . .	12
2.4.1. Familias del ME . . . . .	13
2.4.2. Matrices de Masa . . . . .	14
2.4.3. Corrientes con Cambios de Sabor . . . . .	15
Corrientes Neutras . . . . .	16
Corrientes Cargadas . . . . .	16
<b>3. Modelo <math>U(1)'</math> Universal Leptónico</b>	<b>18</b>
3.1. Contenido de Partículas . . . . .	18
3.1.1. Descripción del Sector Fermiónico . . . . .	19
3.1.2. Descripción del Sector Escalar . . . . .	20
3.1.3. Descripción del Sector Vectorial . . . . .	22
3.2. Anomalías Quirales . . . . .	22
3.3. Bosones Gauge y sus Masas . . . . .	23
3.4. Potencial de Higgs y Masas Escalares . . . . .	25
3.4.1. Minimización del Potencial . . . . .	26

3.4.2.	Masas del Sector Escalar . . . . .	27
3.5.	Sector Fermiónico . . . . .	29
<b>4.</b>	<b>Modelo <math>U(1)'</math> No Universal Leptónico</b>	<b>31</b>
4.1.	Contenido de Partículas . . . . .	31
4.2.	Bosones Gauge y Sus Masas . . . . .	32
4.3.	Potencial de Higgs y Masas Escalares . . . . .	34
4.3.1.	Masas del Sector Escalar Cargado . . . . .	35
4.3.2.	Masas de Bosones Pseudoescalares . . . . .	36
4.3.3.	Masas de Bosones Escalares . . . . .	37
4.4.	Ecuaciones de Anomalías Quirales . . . . .	37
4.5.	Sector Fermiónico y sus Masas . . . . .	38
4.5.1.	Interacciones de Yukawa . . . . .	38
4.5.2.	Parametrización de la Matriz Biunitaria . . . . .	40
	Sector Up . . . . .	40
	Sector Down . . . . .	42
	Sector Leptónico Cargado: Izquierdo . . . . .	43
	Sector Leptónico Cargado: Derecho . . . . .	44
	Parametrización Natural . . . . .	44
<b>5.</b>	<b>Violación CP en el Sector Escalar</b>	<b>48</b>
5.1.	Violación Espontánea de la simetría CP en $U(1)_X$ . . . . .	48
5.2.	Acoplamientos con Violación CP . . . . .	50
5.2.1.	Sector Gauge Cargado . . . . .	50
5.2.2.	Sector de Yukawa . . . . .	51
	Leptones . . . . .	51
	Quarks . . . . .	52
5.3.	Momento Magnético del Muón y Dipolar Eléctrico del Electrón . . . . .	54
5.3.1.	Contribuciones a 1-loop . . . . .	56
5.3.2.	Contribuciones a 2-loops . . . . .	57
5.4.	Restricciones al Espacio de Parámetros . . . . .	59
5.4.1.	Momento Magnético Anómalo del Muón . . . . .	59
5.4.2.	Momento Dipolar Eléctrico del Electrón . . . . .	61
5.5.	Desdoblamiento de Masas . . . . .	64
<b>6.</b>	<b>Decaimiento Anómalo del Mesón <math>B</math></b>	<b>67</b>
6.1.	Corrientes Neutras . . . . .	67
6.2.	Decaimiento $B$ . . . . .	70
6.2.1.	Acoplamiento $b - s - Z_{1(2)}$ . . . . .	71
6.2.2.	Acoplamiento $e^+(\mu^+) - e^-(\mu^-) - Z_{1(2)}$ . . . . .	72
6.2.3.	Operadores Efectivos . . . . .	73

---

6.2.4. Ancho de Decaimiento Relativo $e - \mu$ . . . . .	74
6.3. Modelo en el Límite de Desacople . . . . .	79
<b>7. Conclusiones y Perspectivas</b>	<b>86</b>
<b>A. Publicaciones y Eventos</b>	<b>89</b>
<b>B. Rotación a Estados de Masa</b>	<b>90</b>
<b>C. Diagonalización por Bloques</b>	<b>95</b>
<b>Bibliografía</b>	<b>96</b>

# Lista de Figuras

5-1.	Los diagramas de orden más alto que contribuyen al momento magnético anómalo del muón ( $\ell = \mu$ ) y al $e$ EDM ( $\ell = e$ ). . . . .	56
5-2.	El diagrama a 1-loop mediado por escalares neutros $h_i$ que contribuyen al momento magnético anómalo del muón ( $\ell = \mu$ ) y al $e$ EDM ( $\ell = e$ ) [1]. . . . .	56
5-3.	Los diagramas Bar-Zee con la más grande contribución al momento magnético anómalo del muón ( $\ell = \mu$ ) y al $e$ EDM ( $\ell = e$ ) [1]. . . . .	57
5-4.	Gráficas de contorno con los parámetros $m_{h_i}$ , sin $\theta_2$ para diferentes valores de $\tan \beta : 0.1, 1.0$ y $10$ . La región sombreada en rojo corresponde a las restricciones experimentales $a_\mu = [1.92, 3.10] \times 10^{-9}$ . . . . .	60
5-5.	Gráficas de $a_\mu$ con respecto a $\tan \beta$ , para diversos valores de masas $m_{h_i}$ y sin $\theta_2$ . . . . .	61
5-6.	Gráficas de contorno para el $e$ EDM con los parámetros $m_{h_i}$ , sin $\theta_2$ para diferentes valores de $\tan \beta$ . La línea roja representa el límite superior experimental. . . . .	62
5-7.	Gráficas de $e$ EDM con respecto a $\tan \beta$ , para diversos valores de masas $m_{h_i}$ y sin $\theta_2$ . . . . .	63
5-8.	Gráficas de región permitida para el $e$ EDM (azul) y $a_\mu$ (roja) de acuerdo a las cotas experimentales. con los parámetros $m_{h_i}$ , sin $\theta_2$ para diferentes valores de $\tan \beta : 0.1, 1.0$ y $10$ . . . . .	64
5-9.	Gráficas de región permitida para el $e$ EDM (azul) y $a_\mu$ (roja) de acuerdo a las cotas experimentales. con los parámetros $m_{h_i}$ , sin $\theta_2$ para dos valores de $\tan \beta : 10$ y $50$ . . . . .	64
5-10.	Gráficas de región permitida para el $e$ EDM (azul) y $a_\mu$ (roja) de acuerdo a las cotas experimentales, con el parámetro $m_{h_2}$ , sin $\theta_2$ para el valor de $\tan \beta = 10$ . . . . .	65
5-11.	Gráficas de región permitida para el $e$ EDM (azul) y $a_\mu$ (roja) de acuerdo a las cotas experimentales, con el parámetro $m_{h_2}$ , sin $\theta_2$ para el valor de $\tan \beta = 50$ . . . . .	65
6-1.	Decaimiento $B^+ \rightarrow K^+ \ell^+ \ell^-$ a través de bosones gauge neutros $Z_{1,2}$ . . . . .	71
6-2.	Componentes biunitarias izquierdas ( $V_L^E$ ) y derechas ( $V_R^E$ ) como función de la tangente de mezcla $t_{13}^{E_L}$ . Cada componente $ij$ acopla a los electrones cuando $j = 1$ (líneas rojas) y a muones cuando $j = 2$ (líneas azules). . . . .	76
6-3.	Puntos permitidos para la tangente de los ángulos de mezcla $\theta_{13}^{E_L}$ y $\theta_{25}^{E_R}$ para razones de Yukawa $r_h = 45$ (gráfica de la izquierda), y para razones de Yukawa expandidos desde $r_h = 45$ a $90$ (gráfica de la derecha) compatibles con el límite experimental para $R_K$ . . . . .	78

<b>6-4.</b> Contornos cerrados en el plano $(m_J, m_E)$ para las masas de los fermiones extras con valor central $t_{13}^{EL} = 0.08$ y los dos límites $t_{25}^{ER} = 0$ y $0.7$ , compatible con las región permitido de la Figura <b>6-3</b> . . . . .	78
<b>6-5.</b> Ancho de decaimiento de muón a electrón como función de la fase compleja de $\tilde{g}_{L3}^{(23)}$ para $t_{25}^{ER} = 0$ y $t_{13}^{EL} = 0.05, 0.07, 0.09, 0.11$ y $0.13$ . El área sombreada es el límite reportado. . . . .	79
<b>6-6.</b> Ancho de decaimiento de muón a electrón como función de la razón de acoplamiento de Yukawa $r_h$ para $t_{25}^{ER} = 0$ y $t_{13}^{EL} = 0.1, 0.5, 0.8$ y $1.1$ . El área sombreada es la razón experimental reportada en [2]. . . . .	80
<b>6-7.</b> Regiones permitidas para la desviación de nueva física del muón y electrón definido por la ecuación (6-48) compatible con los datos experimentales. El punto azul central es el límite del ME. . . . .	82
<b>6-8.</b> Desviaciones de los coeficientes de Wilson debido a la nueva física para $t_{12}^{EL} = 1$ y diferentes valores de $P_e$ . En (a) no hay solución para la región permitida para cualquier valor de $K_{21}$ . En (b) y (c) las soluciones se encuentran para $1.2 \leq K_{21} \leq 5$ y $0 \leq K_{21} \leq 0.9$ , respectivamente. Todas las curvas teóricas cruzan el límite del ME (punto azul central). . . . .	84
<b>6-9.</b> Desviaciones de los coeficientes de Wilson debido a la nueva física para $P_e = -1$ y (a) $K_{21} = 0.1$ , (b) $1$ y (c) $10$ . Las curvas representan diferentes rangos de $t_{12}^{EL}$ . . . . .	84
<b>6-10.</b> La Figura (a) muestra las regiones permitidas en en el plano $(C_9^{NP(e)}, K_{21})$ para $P_e = 0.2, 0.5, 1, 2, 5$ y $10$ . La línea horizontal punteada representa el límite $C_9^{SM} = 4.1$ . La gráfica (b) es el acoplamiento efectivo en función de la masa del bosón $Z'$ de acuerdo a las regiones en (a) para $K_{21} = 0$ . Para la Figura (c), $K_{21} = 0.53$ . . . . .	85

# Lista de Tablas

2-1.	Representaciones y cargas electrodébiles de fermiones del ME. . . . .	5
2-2.	Datos de bosones escalares y vectoriales del ME [3]. . . . .	10
2-3.	Constantes fundamentales del ME a baja energía y escala GeV [3]. . . . .	11
2-4.	Familias de sabor fermiónico del ME. . . . .	13
2-5.	Masas de los fermiones del ME [3]. . . . .	14
3-1.	Contenido del ME con simetría extra $U(1)_X$ . . . . .	19
3-2.	Contenido nuevo con simetría extra $U(1)_X$ . . . . .	20
3-3.	Espectro Escalar Físico. . . . .	29
4-1.	Contenido escalar del modelo, número cuántico $X$ no universal y paridad $\mathbb{Z}_2$ . . . . .	32
4-2.	Sector de quarks del modelo, número cuántico $X$ no universal y paridad $\mathbb{Z}_2$ . . . . .	32
4-3.	Sector leptónico del modelo, número cuántico $X$ no universal y paridad $\mathbb{Z}_2$ . . . . .	33
4-4.	Resumen de los autoestados de masa bosónicos del modelo. . . . .	38
5-1.	Espectro Escalar Físico con Violación CP. . . . .	50
5-2.	Acoples de Higgses con bosones $W$ Ec. (5-9). . . . .	53
5-3.	Acoples de Yukawa para el sector de Leptones Ec. (5-12). . . . .	53
5-4.	Acoples de Yukawa para el sector de Quarks Ec. (5-14). . . . .	54
6-1.	Acoplamientos de corriente neutra para fermiones izquierdos ordinarios del ME. . . . .	69
6-2.	Acoplamientos de corriente neutra para fermiones derechos ordinarios del ME. . . . .	69
6-3.	Acoplamientos de corriente neutra para los nuevos fermiones izquierdos. . . . .	70
6-4.	Acoplamientos de corriente neutra para los nuevos fermiones derechos. . . . .	70
6-5.	Acoplamientos de corriente neutra para los fermiones izquierdos $b - s$ , $e^\pm$ y $\mu^\pm$ . . . . .	72
6-6.	Acoplamientos de corriente neutra para los fermiones derechos $b - s$ , $e^\pm$ y $\mu^\pm$ . . . . .	73

# 1. Introducción

Aunque el Modelo Estándar (ME) de Glashow, Weinberg y Salam [4, 5, 6] ha sido exitoso para explicar las observaciones experimentales de bajas energías en física de partículas, no da cuenta de algunas evidencias tanto experimentales como teóricas; por lo tanto se cree que hay una teoría más fundamental, donde el ME emerge de manera natural como un límite efectivo a la escala electrodébil [7]. Por ejemplo, el ME no es del todo satisfactorio en explicar los siguientes problemas:

- la existencia de tres familias de quarks y de leptones,
- el origen de la violación de la paridad en las interacciones débiles,
- tensiones entre los valores medidos y predichos en procesos tales como los anchos del mesón  $B$  en la colaboración LHCb,
- el origen de la masa de los neutrinos y su relación con el fenómeno de oscilación de neutrinos,
- la incorporación de candidatos a Materia Oscura.

Mediante la extensión del grupo de simetría gauge es posible abordar los problemas, como los citados anteriormente, buscando que tal ampliación contengan las características del ME.

En particular, esta tesis se enmarca en las siguientes 2 observaciones cuya explicación requiere de algún tipo de extensión del ME, que en general involucra características de nueva física, como por ejemplo, la existencia de otras partículas elementales, nuevas interacciones fundamentales y nuevas propiedades intrínsecas de las partículas:

1. El ME no proporciona una cantidad suficiente violación carga-paridad (VCP) que logre explicar la asimetría bariónica del Universo (BUA). Existe una variedad de hipótesis y teorías que se han desarrollado para una posible solución a este problema [8]. Una de las alternativas más naturales es el rompimiento de la simetría fundamental entre partículas y antipartículas, en la cual se basa la VCP.

La primera evidencia de VCP fue observada en 1964 en el sector de quark, puntualmente en el decaimiento de mesones  $K^0$  [9], la cual fue confirmada posteriormente en el decaimiento de mesones  $B$  [10]. Estos procesos se pueden expresar en términos de la

matriz de mezcla CKM<sup>1</sup>, pero a pesar de ello la VCP observada en el sector de los quarks es pequeño como para explicar la asimetría materia-antimateria.

2. Una de las principales características del ME, es que los bosones de gauge electrodébiles  $Z^0$  y  $W^\pm$  acoplan de manera idéntica con los tres sabores de leptones. Esta propiedad se conoce habitualmente como universalidad de sabor leptónico, y ha sido probada en decaimientos a nivel árbol. Las pruebas de precisión de la universalidad leptónica han sido llevadas a cabo por muchos experimentos, donde se hace una comparación de los anchos de decaimiento, por ejemplo en kaones,  $K^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e$  respecto a  $K^- \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu$ . Los experimentos de precisión que comparan este tipo de procesos no han demostrado una violación definitiva de la universalidad leptónica. Sin embargo, se han encontrado discrepancias para las pruebas de la universalidad leptónica a nivel de  $2 - 3\sigma$  en las mediciones de anchos de decaimiento entre  $B^+ \rightarrow K^+ \mu^+ \mu^-$  y  $B^+ \rightarrow K^+ e^+ e^-$ , y  $B^0 \rightarrow K^{0*} \mu^+ \mu^-$  y  $B^0 \rightarrow K^{0*} e^+ e^-$ , generados por la transición  $b \rightarrow s \ell^+ \ell^-$ , con  $\ell = e, \mu$ . Este tipo de discrepancias son conocidas como decaimientos de cambios de sabor neutros (FCNC)<sup>2</sup> [11]-[14]. Igualmente, la violación de la universalidad leptónica, se ha probado en procesos generados por decaimientos  $b \rightarrow c \tau \nu_\tau$  con estados finales  $D$  y  $D^*$ . Estas contribuciones pueden estar asociadas a leptokuarks o a nuevas corrientes cargadas. Las últimas mediciones de estos decaimientos muestran una desviación de hasta  $2\sigma$  con respecto al ME [13], [15]-[21]. La confirmación de estos resultados podrían apuntar a nuevas partículas o interacciones y esto tendría profundas implicaciones en la comprensión de varios problemas del ME [22]-[27].

Una alternativa para abordar varios de los problemas del ME es construir modelos con grupos de simetría extendidos más allá del ME (BSM)<sup>3</sup>. Una de estas extensiones se basa en el grupo de simetría gauge  $SU(3)_c \times SU(3)_L \times U(1)_X$ , también conocidos como modelos 331. En estos modelos se tiene un esquema de representaciones fermiónicas inspirado en procesos con violación del número leptónico a través del intercambio de nuevos bosones cargados pesados, y junto con ello la necesidad de proponer un modelo quirral que cancele anomalías de forma natural [28]-[31]. Entre las principales características de estos modelos, se encuentra una asociación natural entre el número de familias permitido y la condición de cancelación de anomalías quirales, la cual es requerida para mantener la renormalización de la teoría cuando se calculan correcciones cuánticas y que requiere de una dependencia de familias en el sector de quarks. Estos modelos han sido ampliamente estudiados en la literatura [31]-[48] y se han clasificado de acuerdo a un parámetro  $\beta$ , que está presente en el generador de carga eléctrica. De manera particular, para  $\beta = -1/\sqrt{3}$ , se evitan cargas eléctricas exóticas en el espectro de partículas extendido, tal que el modelo generado introduce nuevos fermiones y

<sup>1</sup>La matrix de mezcla Cabbibo-Kobayashi-Maskawa para quarks

<sup>2</sup>Por sus siglas en inglés de Flavour-changing neutral current

<sup>3</sup>De sus siglas en inglés Beyond Standard Model

bosones de gauge, pero con los mismos tipos de cargas eléctricas que las partículas ordinarias descritas por el ME.

Inspirado en estos modelos 331, se ha formulado un subgrupo de simetría gauge  $SU(2)_L \times U(1)_Y \times U(1)_X$ , con el mismo contenido fermiónico y escalar que en el modelo 331 con  $\beta = -1/\sqrt{3}$  [49], y que hereda varias de sus características, como la dependencia de familias de quarks. En general, modelos con simetrías extras  $U(1)'$  son una de las extensiones al ME más estudiadas en la literatura [50]-[57], los cuales contienen muchas ventajas teóricas y fenomenológicas, que permite estudiar una diversidad de nueva física en diferentes escenarios, como por ejemplo, en la física del sabor [58], la física de neutrinos [59], el problema de la materia oscura [56], entre otros efectos [57]. De manera particular, los modelos con simetría no universal de familia  $U(1)'$  proveen pistas para resolver el enigma de la jerarquía fermiónica observada, en donde, aunque todas las familias fermiónicas adquieren masa a la misma escala,  $v = 246$  GeV, experimentalmente ellas exhiben valores muy diferentes de masa.

Teniendo en cuenta el mismo esquema anterior, es posible extender la dependencia de familias de los quarks al sector leptónico realizando algunas modificaciones del modelo  $U(1)_X$  planteado originalmente, tal como se sugiere en [60, 61], los cuales permiten implementar de manera directa el problema de la masa y oscilación de neutrinos, y tratar la posible ruptura de la universalidad leptónica como ocurre con la anomalía del decaimiento del mesón  $B_s$  [62]. En este trabajo se llevan a cabo estudios de VCP en el sector escalar y efectos de FCNC, en el esquema de dos modelos libres de anomalías con simetría gauge  $SU(2)_L \times U(1)_Y \times U(1)_X$  dependientes de familia en el sector de quarks, donde uno es Universal de sabor Leptónico y el otro es No Universal de sabor Leptónico.

De acuerdo con esto, en el capítulo 2 se hace una revisión de las principales características del ME. Posteriormente en el capítulo 3 se describen las interacciones fundamentales de un Modelo  $U(1)'$  Universal Leptónico. En el capítulo 4 se hace la descripción de un Modelo  $U(1)'$  No Universal Leptónico. Los dos modelos con dos espectros de partículas no universales de familias de quarks, asociadas a la simetría extra  $U(1)'$ . En el capítulo 5, se estudia la influencia de la VCP en efectos tales como, la anomalía del muón y el momento dipolar eléctrico con las restricción de los datos experimentales. El capítulo 6, se enfoca en estudiar los efectos de corrientes neutras con cambios de sabor en el contexto de un modelo No Universal Leptónico y se comparan con los límites experimentales disponibles. Finalmente, en el capítulo 7 se condensan algunas conclusiones y perspectivas.

## 2. El Modelo Estándar de la Física de Partículas

En el desarrollo de la ciencia han habido diversas teorías sobre la materia y sus interacciones, que han sido mejoradas con nuevos descubrimientos experimentales o nuevo desarrollos teóricos, como lo fueron la primera detección de partículas subatómicas o la unificación de la teoría de la relatividad y la mecánica cuántica. Cada uno de esos descubrimientos y progresos están condensados en el Modelo Estándar de la Física de Partículas (ME) [4, 5, 6]. Un gran número de sus predicciones han sido corroboradas experimentalmente desde la predicción del factor giromagnético del electrón hasta la detección del bosón de Higgs en 2012 [63].

Si bien existen fenómenos naturales que no se pueden explicar desde el contexto del ME sin llevar a cabo importantes modificaciones o fine-tuning de los parámetros del modelo, este sigue siendo clave para comprender las interacciones fundamentales y las partículas. Por esta razón, en el presente capítulo se revisan los principales aspectos del ME.

### 2.1. Simetrías Gauge del ME

El grupo gauge fundamental del ME  $G_{ME}$  está constituido por el producto directo de tres grupos unitarios y especiales, cada uno asociado a una fuerza fundamental

$$G_{ME} = SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y. \quad (2-1)$$

El primer grupo  $SU(3)_C$  corresponde a las fenómenos de interacción fuerte cuyos bosones gauge son los ocho gluones  $G_\mu$ . Este grupo ofrece la primera convención para clasificar las partículas del ME. Los fermiones que interactúan fuertemente son llamados *quarks*  $q$ , y pertenecen a la representación vectorial  $\mathbf{3}C$  de  $SU(3)_C$  y existen en tres diferentes colores o especies. Por otro lado, los fermiones que no interactúan fuertemente se conocen como *leptones*  $\ell$ , y pertenecen a la representación singlete  $\mathbf{1}C$ . Es más, el número de quarks o leptones es una cantidad que se conserva; se tiene el *número bariónico* que asigna  $1/3$  para quarks ( $-1/3$  para antiquarks), y el *número leptónico* que asigna  $+1$  para cada leptón ( $-1$  para antileptones).

El segundo grupo  $SU(2)_L$  describe la simetría gauge débil de isospín, útil para la descripción de los decaimientos  $\beta$  y si se une con el último grupo de hipercarga débil  $U(1)_Y$  constituyen

el grupo gauge *electrodébil*  $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ . Sus bosones gauge son  $\mathbf{W}_\mu = W_\mu^\alpha T_{\alpha L}$  y  $B_\mu$ , respectivamente, donde  $T_{\alpha L}$  para  $\alpha = 1, 2, 3$  son los tres generadores de  $SU(2)_L$ .

El subíndice  $L$  del grupo isospín débil señala que los  $\mathbf{W}_\mu$  interactúa solamente con los fermiones izquierdos. De esta manera, cada fermión izquierdo se encuentra en una representación doblete de isospín  $\mathbf{2L}$  de  $SU(2)_L$  mientras que los fermiones derechos son singletes  $\mathbf{1L}$  asegurando la violación de la paridad de las interacciones débiles. Por otro lado, tanto los fermiones izquierdos como los derechos tienen hipercargas débiles de tal manera que sus cargas electromagnéticas se obtienen a partir de la relación de Gell-Mann - Nishijima

$$Q = T_{3L} + Y, \quad (2-2)$$

donde  $T_{3L} = \text{diag}(1/2, -1/2)$  es el generador diagonal del grupo isospín, es decir, que actúa solamente sobre los dobletes de los fermiones izquierdos. Como consecuencia, las hipercargas débiles de los fermiones derechos son iguales a los valores de sus cargas eléctricas.

La última característica de un fermión que determina su nombre es su carga eléctrica. El quark up,  $u$ , tiene una carga de  $+2/3$  y el quark down,  $d$ , tiene una carga de  $-1/3$ , mientras que el electrón tiene una carga de  $-1$  y la carga del neutrino es 0. Esas características se resumen en la tabla **2-1**.

	$SU(3)_C$	$SU(2)_L$	$T_{3L}$	$Y$	$Q$
$u_L$	$\mathbf{3C}$	$\mathbf{2L}$	$+1/2$	$+1/6$	$+2/3$
$d_L$	$\mathbf{3C}$	$\mathbf{2L}$	$-1/2$	$+1/6$	$-1/3$
$u_R$	$\mathbf{3C}$	$\mathbf{1L}$	0	$+2/3$	$+2/3$
$d_R$	$\mathbf{3C}$	$\mathbf{1L}$	0	$-1/3$	$-1/3$
$\nu_L$	$\mathbf{1C}$	$\mathbf{2L}$	$+1/2$	$-1/2$	0
$e_L$	$\mathbf{1C}$	$\mathbf{2L}$	$-1/2$	$-1/2$	$-1$
$e_R$	$\mathbf{1C}$	$\mathbf{1L}$	0	$-1$	$-1$

**Tabla 2-1.:** Representaciones y cargas electrodébiles de fermiones del ME.

Es más, este conjunto de fermiones se duplican 2 veces, resultando con tres copias de fermiones con las mismas cargas. Ese conjunto se conoce como *familias* o *generaciones*.

## 2.2. Teoría Electrodébil de Glashow-Weinberg-Salam

El sector electrodébil del ME se puede describir por medio del siguiente Lagrangiano

$$\mathcal{L}_{EW} = \mathcal{L}_{Gauge} + \mathcal{L}_{Fermionico} + \mathcal{L}_{Higgs} + \mathcal{L}_{Yukawa}, \quad (2-3)$$

que ha sido dividido en cuatro términos diferentes para su análisis. Es importante notar que el  $\mathcal{L}_{Fermionico}$  y el  $\mathcal{L}_{Yukawa}$  tienen sectores bariónico y leptónico debido a que en el ME no existe mezcla entre quarks y leptones. Cada uno de esos Lagrangianos se revisan en las siguientes secciones. Es importante darse cuenta que debido a la simetría gauge, la derivada normal tiene que ser reemplazada por la derivada covariante. Para los dobletes de isospín débiles la derivada covariante es

$$D_\mu = \partial_\mu - ig\mathbf{W}_\mu - ig'YB_\mu, \quad (2-4)$$

y para los singletes  $D_\mu = \partial_\mu - ig'YB_\mu$ . Con  $g$  y  $g'$  las constantes de acoplamiento adimensionales para las interacciones débiles de isospín e hipercarga, respectivamente.

### 2.2.1. Rompimiento Espontáneo de la Simetría Electrodébil

El origen de la interacción electromagnética y de las interacciones débiles se describen por medio del mecanismo de Higgs aplicado al grupo electrodébil  $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ . Este procedimiento se lleva a cabo a través de la introducción de un doblete escalar con hipercarga  $Y = +1$

$$\Phi = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix}, \quad (2-5)$$

donde los superíndices indican la carga eléctrica de las componentes. Su dinámica se describe por medio del *Lagrangiano de Higgs*

$$\mathcal{L}_{Higgs} = \frac{1}{2}(D^\mu\Phi)^\dagger(D_\mu\Phi) - V(\Phi^\dagger\Phi), \quad (2-6)$$

donde el *potencial de Higgs* es

$$V(\Phi^\dagger\Phi) = \mu^2\Phi^\dagger\Phi + \lambda(\Phi^\dagger\Phi)^2. \quad (2-7)$$

El rompimiento espontáneo de la simetría (RES) electrodébil se lleva a cabo evaluando el Lagrangiano de Higgs para el valor esperado en el vacío (VEV). Cuando  $\mu^2 < 0$ , los términos de masa del bosón gauge son

$$\mathcal{L}_{Higgs}^{VEV} = \frac{g^2}{2}\Phi_0^\dagger\mathbf{W}_\mu^\dagger\mathbf{W}^\mu\Phi_0 + \frac{gg'}{2}\Phi_0^\dagger\mathbf{W}_\mu^\dagger B^\mu\Phi_0 + \frac{gg'}{2}\Phi_0^\dagger B_\mu\mathbf{W}^\mu\Phi_0 + \frac{g'^2}{2}B_\mu B^\mu\Phi_0^\dagger\Phi_0. \quad (2-8)$$

Por otro lado, la estructura de los VEV se escogen de tal manera que sean eléctricamente neutros, es decir,  $Q\Phi_0 = (T_{3L} + Y)\Phi_0 = 0$ . Por lo tanto,  $T_{1L}$ ,  $T_{2L}$  y  $T_{3L} - Y$  se rompen y

sus correspondientes bosones gauge adquieren masa. Como consecuencia, el campo de Higgs puede ser expresado como

$$\Phi = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \frac{h+v+i\eta}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}, \quad (2-9)$$

donde  $v^2 = -\mu^2/\lambda$ , y los términos de masa son

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{Higgs}^{VEV} &= \frac{g^2 v^2}{8} W_\mu^{+\dagger} W^{+\mu} + \frac{g^2 v^2}{8} W_\mu^{-\dagger} W^{-\mu} + \frac{g^2 v^2}{8} W_\mu^3 W^{3\mu} \\ &+ \frac{gg' v^2}{8} W_\mu^3 B^\mu + \frac{gg' v^2}{8} B_\mu W^{3\mu} + \frac{g'^2 v^2}{8} B_\mu B^\mu. \end{aligned} \quad (2-10)$$

Los primeros dos términos corresponden a las masas de los  $W_\mu^\pm$ , y los otros describen la mezcla entre  $B_\mu$  y  $W_\mu^3$  que pueden ser condensados en la siguiente matriz

$$\frac{v^2}{8} \begin{pmatrix} B_\mu & W_\mu^3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} g^2 & -gg' \\ -gg' & g'^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} B_\mu \\ W^{3\mu} \end{pmatrix}. \quad (2-11)$$

La matriz de masa se diagonaliza por la rotación sobre el plano  $(B_\mu, W_\mu^3)$

$$\begin{pmatrix} B_\mu \\ W_\mu^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_W & -s_W \\ s_W & c_W \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_\mu \\ Z_\mu \end{pmatrix}, \quad (2-12)$$

donde  $t_W = g'/g$  define el ángulo de Weinberg. Esto produce un bosón masivo  $Z_\mu$  y uno sin masa  $A_\mu$  identificado con el fotón. De esta forma, los bosones gauge adquieren masas

$$\mathcal{L}_{Higgs}^{VEV} = m_W^2 W_\mu^{+\dagger} W^{-\mu} + \frac{1}{2} m_Z^2 Z_\mu Z^\mu + \frac{1}{2} m_A^2 A_\mu A^\mu, \quad (2-13)$$

donde  $m_W = gv/2$ ,  $m_Z = gv/2c_W = m_W/c_W$  y  $m_A = 0$ .

Como un procedimiento final, de acuerdo al teorema de Goldstone, la existencia de tres bosones de gauge masivos y uno sin masa implica la existencia de tres campos escalares sin masa y uno masivo. Estos se obtienen por la minimización del potencial de Higgs

$$\begin{aligned} m_{\phi^\pm}^2 &= \left( \frac{\partial^2 V}{\partial \phi^+ \partial \phi^-} \right)_{\phi_0} = 0, \\ m_\eta^2 &= \left( \frac{\partial^2 V}{\partial^2 \eta} \right)_{\phi_0} = 0, \end{aligned} \quad (2-14)$$

los bosones escalares cargados  $\phi^\pm$  y el pseudoescalar  $\eta$  permanecen sin masa y son absorbidos por  $W_\mu^\pm$  y  $Z_\mu$ , respectivamente. Por otro lado, el bosón escalar adquiere masa

$$m_h^2 = \left( \frac{\partial^2 V}{\partial^2 h} \right)_{\phi_0} = -\mu^2 = \lambda v^2. \quad (2-15)$$

Este es identificado con el bosón escalar de 125 GeV descubierto en 2012.

### 2.2.2. Lagrangiano Fermiónico

Las interacciones entre fermiones y bosones gauge se pueden obtener a partir del Lagrangiano de Weyl para fermiones quirales

$$\mathcal{L}_{Fermion} = i\bar{\ell}_L \not{D}\ell_L + i\bar{e}_R \not{D}e_L + i\bar{q}_L \not{D}q_L + i\bar{u}_R \not{D}u_R + i\bar{d}_R \not{D}d_R, \quad (2-16)$$

donde el acoplamiento mínimo ha sido aplicado con las derivadas covariantes. Expandiendo los términos cinético y de interacciones, el Lagrangiano se expresa como

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{Fermion} &= i\bar{q}_L \not{\partial}q_L + i\bar{u}_R \not{\partial}u_R + i\bar{d}_R \not{\partial}d_R + i\bar{\ell}_L \not{\partial}\ell_L + i\bar{e}_R \not{\partial}e_R \\ &+ g\bar{q}_L \mathbf{W}q_L + \frac{g'}{6}\bar{q}_L \not{B}q_L + \frac{2}{3}g'\bar{u}_R \not{B}u_R - \frac{g'}{3}\bar{d}_R \not{B}d_R \\ &+ g\bar{\ell}_L \mathbf{W}\ell_L - \frac{g'}{2}\bar{\ell}_L \not{B}\ell_L - g'\bar{e}_R \not{B}e_R, \end{aligned} \quad (2-17)$$

donde los términos de interacción de los dobletes se pueden expresar en términos de los bosones gauge  $W_\mu^\pm = (W_\mu^1 \mp iW_\mu^2)/\sqrt{2}$ . Los términos de interacción para el sector quark son

$$\begin{aligned} \bar{q}_L \mathbf{W}q_L + \frac{g'}{6}\bar{q}_L \not{B}q_L &= \frac{1}{2}\bar{u}_L \left( gW^3 + \frac{g'}{3}\not{B} \right) u_L + \frac{g}{\sqrt{2}}\bar{u}_L W^+ d_L \\ &+ \frac{g}{\sqrt{2}}\bar{d}_L W^- u_L - \frac{1}{2}\bar{d}_L \left( gW^3 - \frac{g'}{3}\not{B} \right) d_L, \end{aligned} \quad (2-18)$$

y para los leptones

$$\begin{aligned} \bar{\ell}_L \mathbf{W}\ell_L - \frac{g'}{2}\bar{\ell}_L \not{B}\ell_L &= \frac{1}{2}\bar{\nu}_L (gW^3 - g'\not{B})\nu_L + \frac{g}{\sqrt{2}}\bar{\nu}_L W^+ e_L \\ &+ \frac{g}{\sqrt{2}}\bar{e}_L W^- \nu_L - \frac{1}{2}\bar{e}_L (gW^3 + g'\not{B})e_L. \end{aligned} \quad (2-19)$$

Debido a que la interacción electrodébil contiene la fuerza electromagnética, es posible obtenerla con la rotación mostrada en la Ec. (2-12) y definiendo  $e = g_{SW} = g'c_W$ , como la constante de acoplamiento electromagnético. Reemplazando dentro del Lagrangiano fermiónico se obtiene

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{Fermion} &= i\bar{q}_L \not{\partial}q_L + i\bar{u}_R \not{\partial}u_R + i\bar{d}_R \not{\partial}d_R + i\bar{\ell}_L \not{\partial}\ell_L + i\bar{e}_R \not{\partial}e_R \\ &- \frac{g}{c_W} J_{NC,Z}^\mu Z_\mu - e J_{NC,A}^\mu A_\mu - \frac{g}{\sqrt{2}} J_{CC,W}^\mu W_\mu^+ - \frac{g}{\sqrt{2}} J_{CC,W}^{\mu\dagger} W_\mu^-, \end{aligned} \quad (2-20)$$

donde las correspondientes corrientes de interacción son

$$\begin{aligned} J_{NC,Z}^\mu &= \left( \frac{1}{2} - 0s_W^2 \right) \bar{\nu}_L \gamma^\mu \nu_L - \left( \frac{1}{2} - 1s_W^2 \right) \bar{e}_L \gamma^\mu e_L - \bar{e}_R \gamma^\mu e_R \\ &+ \left( \frac{1}{2} + \frac{2}{3}s_W^2 \right) \bar{u}_L \gamma^\mu u_L + \frac{2}{3}s_W^2 \bar{u}_R \gamma^\mu u_R \\ &- \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{3}s_W^2 \right) \bar{d}_L \gamma^\mu d_L - \frac{1}{3}s_W^2 \bar{d}_R \gamma^\mu d_R, \end{aligned} \quad (2-21)$$

$$J_{NC,A}^\mu = \frac{2}{3}\bar{u}_L \gamma^\mu u_L - \frac{1}{3}\bar{d}_L \gamma^\mu d_L - \bar{e}_L \gamma^\mu e_L + \frac{2}{3}\bar{u}_R \gamma^\mu u_R - \frac{1}{3}\bar{d}_R \gamma^\mu d_R - \bar{e}_R \gamma^\mu e_R,$$

$$J_{CC,W}^\mu = \bar{\nu}_L \gamma^\mu e_L + \bar{u}_L \gamma^\mu d_L.$$

$J_{NC,Z}^\mu$  y  $J_{NC,A}^\mu$  son las *corrientes neutras* que conservan la carga eléctrica fermiónica, mientras  $J_{CC,W}^\mu$  es la *corriente cargada* donde el intercambio de cargas eléctricas se presenta debido a los  $W_\mu^\pm$ . Es importante notar que las cargas eléctricas se obtienen usando la relación Gell-Mann - Nishijima.

### 2.2.3. Lagrangiano Gauge

La dinámica de los bosones gauge se describe a través del esquema de Yang-Mills. En este esquema, el Lagrangiano de gauge es

$$\mathcal{L}_{Gauge} = -\frac{1}{4}\text{Tr}(\mathbf{W}^{\mu\nu}\mathbf{W}_{\mu\nu}) - \frac{1}{4}B^{\mu\nu}B_{\mu\nu}, \quad (2-22)$$

donde  $\mathbf{W}_{\mu\nu}$  y  $B_{\mu\nu}$  son los tensores de campo para los potenciales de isospín e hipercarga

$$\begin{aligned} \mathbf{W}_{\mu\nu} &= \partial_\mu \mathbf{W}_\nu - \partial_\nu \mathbf{W}_\mu - g \mathbf{W}_\mu \times \mathbf{W}_\nu, \\ B_{\mu\nu} &= \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu. \end{aligned} \quad (2-23)$$

Después de la sustitución de los bosones de gauge físicos que se obtuvieron de la rotación en la Ec. (2-12), el Lagrangiano gauge resultante es

$$\mathcal{L}_{Gauge} = -\frac{1}{2}W^{+\mu\nu}W_{\mu\nu}^- - \frac{1}{4}F^{\mu\nu}F_{\mu\nu} - \frac{1}{4}Z^{\mu\nu}Z_{\mu\nu} + \mathcal{L}_{WW} + \mathcal{L}_{AWW} + \mathcal{L}_{ZWW} + \mathcal{L}_{AZWW}, \quad (2-24)$$

donde los nuevos términos cinéticos son

$$\begin{aligned} W_{\mu\nu}^\pm &= \partial_\mu W_\nu^\pm - \partial_\nu W_\mu^\pm, \\ F_{\mu\nu} &= \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu, \\ Z_{\mu\nu} &= \partial_\mu Z_\nu - \partial_\nu Z_\mu, \end{aligned} \quad (2-25)$$

y las interacciones entre ellos son

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{WW} &= -\frac{g^2}{2} \{W^{+\mu}W^{-\mu}W^{+\nu}W^{-\nu} - W^{+\mu}W^{+\mu}W^{-\nu}W^{-\nu}\}, \\ \mathcal{L}_{AWW} &= ie\{\partial_\mu A_\nu(W^{+\mu}W^{-\nu} - W^{-\mu}W^{+\nu}) \\ &\quad + A_\mu(W_\nu^+ \partial^\mu W^{-\nu} - W_\nu^- \partial^\mu W^{+\nu}) \\ &\quad + A_\mu(W_\nu^+ \partial^\nu W^{-\mu} - W_\nu^- \partial^\nu W^{+\mu})\}, \\ \mathcal{L}_{ZWW} &= igc_W\{\partial_\mu Z_\nu(W^{+\mu}W^{-\nu} - W^{-\mu}W^{+\nu}) \\ &\quad + Z_\mu(W_\nu^+ \partial^\mu W^{-\nu} - W_\nu^- \partial^\mu W^{+\nu}) \\ &\quad + Z_\mu(W_\nu^+ \partial^\nu W^{-\mu} - W_\nu^- \partial^\nu W^{+\mu})\}, \\ \mathcal{L}_{AZWW} &= -W_\mu^+ W_\nu^- \{g^2 c_W^2 Z^\mu Z^\nu + egc_W(Z^\mu A^\nu + A^\mu Z^\nu) + e^2 A^\mu A^\nu\} \\ &\quad - W_\mu^+ W^{-\mu} \{g^2 c_W^2 Z_\nu Z^\nu + egc_W(Z_\nu A^\nu + A_\nu Z^\nu) + e^2 A_\nu A^\nu\}. \end{aligned} \quad (2-26)$$

### 2.3. Límite a Baja Energía: Teoría de Fermi del Decaimiento $\beta$

La intensidad de la fuerza nuclear débil se puede comprender del hecho que sus bosones gauge  $W_\mu^\pm$  y  $Z_\mu$  han adquirido masas debido al VEV electrodébil. Sus propagadores en el gauge unitario son

$$\tilde{G}_{\mu\nu}^W(p) = i \frac{-g^{\mu\nu} + \frac{p^\mu p^\nu}{m_W^2}}{p^2 - m_W^2 + i\epsilon}, \quad \tilde{G}_{\mu\nu}^Z(p) = i \frac{-g^{\mu\nu} + \frac{p^\mu p^\nu}{m_Z^2}}{p^2 - m_Z^2 + i\epsilon}, \quad (2-27)$$

donde las masas de los bosones gauge se han reportado en la tabla **2-2**.

Bosón	Spin	$\mathcal{P}$	Q	Masa (GeV)	Ancho (GeV)	Característica
$\phi^\pm$	0	+	$\pm 1$	0	0	Goldstone
$h$	0	+	0	$125.10 \pm 0.14$	$< 0.013$	Higgs
$\eta$	0	-	0	0	0	Goldstone
$A_\mu$	1	-	0	$< 10^{-27}$	0	Fotón $U(1)_Q$
$W_\mu^\pm$	1	-	$\pm 1$	$80.379 \pm 0.012$	$2.085 \pm 0.042$	Cargado débil
$Z_\mu$	1	+	0	$91.1876 \pm 0.0021$	$2.4952 \pm 0.0023$	Neutro débil
$G_\mu$	1	-	0	0	0	Gluones $SU(3)_C$

**Tabla 2-2.:** Datos de bosones escalares y vectoriales del ME [3].

Sin embargo, debido a que hay otras partículas cuyas masas se encuentran muy por debajo de las masas de los bosones gauge, pero no son las masas más pequeñas, por ejemplo, del quark  $d$ , el momentum asociado  $p^2$  del proceso es pequeño comparado con  $m_W^2$  o  $m_Z^2$  permitiendo aproximar los propagadores de la siguiente forma

$$\lim_{p \ll m_W} \tilde{G}_{\mu\nu}^W(p) = i \frac{g^{\mu\nu}}{m_W^2}, \quad \lim_{p \ll m_Z} \tilde{G}_{\mu\nu}^Z(p) = i \frac{g^{\mu\nu}}{m_Z^2}, \quad (2-28)$$

y el Lagrangiano fermiónico del ME en la Ec. (2-20) se convierte en un Lagrangiano de interacción corriente-corriente (CC)

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{Fermion} &= i\bar{q}_L \not{\partial} q_L + i\bar{u}_R \not{\partial} u_R + i\bar{d}_R \not{\partial} d_R + i\bar{\ell}_L \not{\partial} \ell_L + i\bar{e}_R \not{\partial} e_R \\ &- e J_{NC,A}^\mu A_\mu - \frac{g^2}{8C_W^2 m_Z^2} J_{NC,Z}^{\dagger\mu} J_{NC,Z\mu} - \frac{g^2}{8m_W^2} J_{CC,W}^{\dagger\mu} J_{CC,W\mu}. \end{aligned} \quad (2-29)$$

Estos términos de interacción fueron considerados en la teoría de Fermi del decaimiento  $\beta$  cuyo término de interacción es [64, 65]

$$\mathcal{L}_{eff} = -\frac{G_F}{\sqrt{2}} J_{CC,W}^{\dagger\mu} J_{CC,W\mu}, \quad (2-30)$$

la cual puede ser comparada con la Ec. (2-29) y de esta manera encontrar la correspondencia de la constante de Fermi en términos de los parámetros del ME

$$\frac{G_F}{\sqrt{2}} = \frac{g^2}{8c_W^2 m_Z^2} = \frac{g^2}{8m_W^2} = \frac{1}{2v^2}. \quad (2-31)$$

Cabe resaltar que la constante de Fermi es proporcional al VEV electrodébil, pero también que  $G_F$  no depende de  $g$  ni de  $m_W$ . Es más, debido a que  $m_W = m_Z c_W$ , la constante de acoplamiento efectivo de cuatro fermiones para corrientes neutras (NC) es en efecto, de nuevo, la constante de Fermi. Como consecuencia, para procesos cuyas energías estén por debajo de la escala de energía electrodébil, el Lagrangiano fermiónico del ME efectivo a baja energía es

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{Fermion} = & i\bar{q}_L \not{\partial} q_L + i\bar{u}_R \not{\partial} u_R + i\bar{d}_R \not{\partial} d_R + i\bar{\ell}_L \not{\partial} \ell_L + i\bar{e}_R \not{\partial} e_R \\ & - e J_{NC,A}^\mu A_\mu - \frac{G_F}{\sqrt{2}} J_{NC,Z}^{\dagger\mu} J_{NC,Z\mu} - \frac{G_F}{\sqrt{2}} J_{CC,W}^{\dagger\mu} J_{CC,W\mu}. \end{aligned} \quad (2-32)$$

Constante	$Q^2 = 0$	$Q^2 \approx m_Z^2$
$\alpha$	1/137.035999139(31)	1/128
$G_F/(\hbar c)^2$	$1.16633787(6) \times 10^{-5} \text{ GeV}^{-2}$	
$\alpha_S$	$> 1$	0.1182(12)
$s_W^2$	0.23155(5)	0.23129(5)

**Tabla 2-3.:** Constantes fundamentales del ME a baja energía y escala GeV [3].

El valor medido de la constante de Fermi se muestra en la tabla **2-3**

$$G_F = 1.16633787(6) \times 10^{-5} \text{ GeV}, \quad (2-33)$$

que trae consigo que el valor del VEV electrodébil es

$$v \approx 246 \text{ GeV}. \quad (2-34)$$

Es más, reemplazando  $m_W$  y  $G_F$  en la Ec. (2-31) y hallando  $g$ , la constante de acoplamiento electrodébil de isospín, se encuentra que es

$$g \approx 0.66 \quad (2-35)$$

y definiendo la *constante de estructura fina de isospín*  $\alpha_g$ , se obtiene

$$\alpha_g = \frac{g^2}{4\pi} \approx \frac{1}{29}, \quad (2-36)$$

este resultado muestra que la interacción débil es más intensa que la interacción electromagnética. Esta conclusión muestra que la intensidad de la interacción débil es debido a las masas de los bosones  $W_\mu^\pm$  y  $Z_\mu$ , más que a la constante de acoplamiento.

Vale la pena mencionar que para extensiones más allá del ME se incorporan nuevos bosones gauge, tal como  $Z'$  que se obtiene del grupo gauge  $U(1)_X$ . Esta nueva interacción no solamente incluye al ME sino también extiende los campos diferentes a los del ME (partículas exóticas) que aún no se han descubierto. Aunque ese bosón de gauge no se haya observado debido a que su masa está por encima de las alcanzadas por las energías de los experimentos, sus efectos pueden ser detectados de una forma similar a los decaimientos  $\beta$ , y así se pueden estudiar teorías tipo Fermi que involucren las nuevas escalas de energía en el RES.

## 2.4. Matrices de Masa y Mezcla del ME

Una de las mejores predicciones del ME, pero que también representa uno de sus más grandes problemas, tiene que ver con la adquisición de masa de los fermiones. Debido al hecho de que los Lagrangianos de Weyl describen fermiones quirales sin masa y el ME es una teoría gauge quiral cuyos fermiones izquierdos y derechos transforman bajo diferente representación del  $G_{ME}$  como se muestra en la Ec. (2-1), explícitamente los términos de masa fermiónicos están prohibidos y deben ser generados, por ejemplo, espontáneamente.

Este logro fue llevado a cabo en el ME con el esquema del RES electrodébil y los acoplamientos de Yukawa entre los fermiones y el doblete de Higgs. Esos acoplamientos mezclan ambas quiralidades y requieren de un orden muy especial de sus componentes. Debido a que el campo de Higgs se describe por medio de un doblete de isospín electrodébil  $\mathbf{2}_L$ , y con el fin de asegurar la invarianza de gauge  $SU(2)_L$  tiene que ser contraído con su conjugado  $\overline{\mathbf{2}}_L$  de los fermiones izquierdos  $\overline{q}_L$  o  $\overline{\ell}_L$ . La invarianza bajo el grupo gauge de hipercarga  $U(1)_Y$  se lleva a cabo adicionando un singlete  $\mathbf{1}_L$  tal que  $-Y_L + Y_\Phi + Y_R = 0$ .

Los sectores fermiónicos y escalar del ME tienen una adecuada selección de cargas para llevar a cabo este proceso en el Lagrangiano de Yukawa del ME

$$-\mathcal{L}_{Yukawa} = h^u \overline{q}_L \tilde{\Phi} u_R + h^d \overline{q}_L \Phi d_R + h^e \overline{\ell}_L \Phi e_R + h.c., \quad (2-37)$$

donde  $\tilde{\Phi} = i\sigma_2 \Phi^*$

$$\tilde{\Phi} = \begin{pmatrix} \frac{h+v-i\eta}{\sqrt{2}} \\ -\phi^- \end{pmatrix}, \quad (2-38)$$

y donde  $h^u$ ,  $h^d$  y  $h^e$  son las *constantes de acoplamiento de Yukawa* entre el Higgs y los fermiones del ME. Es importante notar la ausencia de neutrinos derechos, y como consecuencia la ausencia de acoplamientos de Yukawa con neutrinos en el ME.

La adquisición de masa se lleva cabo a través de la evaluación del VEV en el Lagrangiano de Yukawa

$$-\mathcal{L}_{Yukawa}^{VEV} = \frac{h^u v}{\sqrt{2}} \bar{u}_L u_R + \frac{h^d v}{\sqrt{2}} \bar{d}_L d_R + \frac{h^e v}{\sqrt{2}} \bar{e}_L e_R + h.c., \quad (2-39)$$

donde el término de masa de Dirac aparece por la mezcla de quiralidades izquierdas y derechas. Este procedimiento conduce a la adquisición de masa de tres de los cuatro fermiones del ME

$$m_u = \frac{h^u v}{\sqrt{2}}, \quad m_d = \frac{h^d v}{\sqrt{2}}, \quad m_e = \frac{h^e v}{\sqrt{2}}. \quad (2-40)$$

Es más, se nota que los fermiones acoplan con el bosón de Higgs proporcionalmente a sus masas (los términos h.c. se resuman  $f = f_L + f_R$ )

$$-\mathcal{L}_{Yukawa} = m_u \bar{u}u + m_d \bar{d}d + m_e \bar{e}e + \frac{m_u}{v} h \bar{u}u + \frac{m_d}{v} h \bar{d}d + \frac{m_e}{v} h \bar{e}e. \quad (2-41)$$

### 2.4.1. Familias del ME

El ME clasifica los diferentes fermiones observados en la naturaleza en quarks y leptones, pero el espectro fermiónico no solo está compuesto por un quark up, un quark down, un electrón y un neutrino. De hecho, en el ME este espectro se repite tres veces en la naturaleza, constituyendo las tres *familias* o *generaciones* del ME que se muestran en la tabla 2-4.

1 <sup>ra</sup> Familia	2 <sup>da</sup> Familia	3 <sup>ra</sup> Familia
$q_L^1 = \begin{pmatrix} u^1 \\ d^1 \end{pmatrix}_L$ $u_R^1$ $d_R^1$	$q_L^2 = \begin{pmatrix} u^2 \\ d^2 \end{pmatrix}_L$ $u_R^2$ $d_R^2$	$q_L^3 = \begin{pmatrix} u^3 \\ d^3 \end{pmatrix}_L$ $u_R^3$ $d_R^3$
$\ell_L^e = \begin{pmatrix} \nu^e \\ e^e \end{pmatrix}_L$ $e_R^e$	$\ell_L^\mu = \begin{pmatrix} \nu^\mu \\ e^\mu \end{pmatrix}_L$ $e_R^\mu$	$\ell_L^\tau = \begin{pmatrix} \nu^\tau \\ e^\tau \end{pmatrix}_L$ $e_R^\tau$

**Tabla 2-4.:** Familias de sabor fermiónico del ME.

Actualmente, la principal diferencia entre las familias son sus escalas de masa: las masas de la primera familia se encuentran en unidades de los MeV, la segunda en los cientos de MeV y la tercera en unidades de los GeV (tabla 2-5). El origen de esta jerarquía y también del por qué estos fermiones adquieren esas masas no ha sido comprendido aún, pero el estudio

de modelos más allá del ME dan algunas pistas, especialmente con los datos de oscilación de neutrinos que son consistentes con la pequeñez de las masas de los neutrinos.

Notar los diferentes simbolos empleados en ambas tablas. Actualmente, los fermiones listados en la tabla **2-4** no tienen masas definidas debido a que ellos son superposiciones de los fermiones listados en la tabla **2-5**. Este hecho se estudia bajo el contexto de las matrices de masa y mezcla.

Familia	Partícula	Masa
1	$u$	$2.2^{+0.6}_{-0.4}$ MeV
	$d$	$4.7^{+0.5}_{-0.4}$ MeV
	$e$	0.511 MeV
2	$c$	$1.27 \pm 0.03$ GeV
	$s$	$96^{+8}_{-4}$ MeV
	$\mu$	105.7 MeV
3	$t$	$173.21 \pm 0.71$ GeV
	$b$	$4.18^{+0.04}_{-0.03}$ GeV
	$\tau$	1.776 GeV

**Tabla 2-5.:** Masas de los fermiones del ME [3].

### 2.4.2. Matrices de Masa

El Lagrangiano de Yukawa del ME mostrado en la Ec. (2-37) no corresponde a la fenomenología observada debido a la existencia de tres generaciones. De esta manera, el Lagrangiano de Yukawa completo debe contener los tres tipos de fermiones. Adicionalmente, la contraparte de neutrinos derechos debe incluirse por completez para la adquisición de masa de los fermiones.

El Lagrangiano de Yukawa para las tres familias se puede expresar como

$$-\mathcal{L}_{Yukawa} = \overline{\mathbf{q}'_L} \tilde{\Phi} H^u \mathbf{u}'_R + \overline{\mathbf{q}'_L} \tilde{\Phi} H^d \mathbf{d}'_R + \overline{\ell}'_L \tilde{\Phi} H^\nu \nu'_R + \overline{\ell}'_L \Phi H^e \mathbf{e}'_R + h.c., \quad (2-42)$$

donde los espinores en negrilla son cadenas en el espacio de familia. En las bases de sabor los dobletes de isospín son

$$q'_L = \begin{pmatrix} q_L^1 \\ q_L^2 \\ q_L^3 \end{pmatrix}, \quad \ell'_L = \begin{pmatrix} \ell_L^e \\ \ell_L^\mu \\ \ell_L^\tau \end{pmatrix}, \quad (2-43)$$

y los singletes de isospín son

$$u'_R = \begin{pmatrix} u_R^1 \\ u_R^2 \\ u_R^3 \end{pmatrix}, \quad d'_R = \begin{pmatrix} d_R^1 \\ d_R^2 \\ d_R^3 \end{pmatrix}, \quad \nu'_R = \begin{pmatrix} \nu_R^e \\ \nu_R^\mu \\ \nu_R^\tau \end{pmatrix}, \quad e'_R = \begin{pmatrix} e_R^e \\ e_R^\mu \\ e_R^\tau \end{pmatrix}. \quad (2-44)$$

Del mismo modo, los nuevos acoplamientos de Yukawa  $H^u$ ,  $H^d$ ,  $H^\nu$  y  $H^e$  son matrices en el espacio de familias que conectan fermiones a través de las tres familias.

De nuevo, al evaluar el Lagrangiano de Yukawa para el VEV electrodébil, las matrices de masa se obtiene

$$-\mathcal{L}_{Yukawa} = \overline{u'_L} M^u u'_R + \overline{d'_L} M^d d'_R + \overline{\nu'_L} M^{\nu} \nu'_R + \overline{e'_L} M^e e'_R + h.c., \quad (2-45)$$

que se debe diagonalizar con el fin de obtener la traslación a los autoestados físicos o de masa dados por

$$u = \begin{pmatrix} u \\ c \\ t \end{pmatrix}, \quad d = \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}, \quad \nu = \begin{pmatrix} \nu^1 \\ \nu^2 \\ \nu^3 \end{pmatrix}, \quad e = \begin{pmatrix} e \\ \mu \\ \tau \end{pmatrix}. \quad (2-46)$$

Las matrices de masas que se obtienen desde el RES electrodébil son

$$\begin{aligned} M^u &= \text{diag}(m_u, m_c, m_t), & M^d &= \text{diag}(m_d, m_s, m_b), \\ M^\nu &= \text{diag}(m_1, m_2, m_3), & M^e &= \text{diag}(m_e, m_\mu, m_\tau). \end{aligned} \quad (2-47)$$

Debido a que las matrices no son necesariamente simétricas, se tienen que diagonalizar por medio de una transformación biunitaria de la siguiente forma

$$\begin{aligned} u'_L &= V_L^U u_L, & u'_R &= V_R^U u_R, & M^u &= V_L^{U\dagger} M^u V_R^U, \\ d'_L &= V_L^D d_L, & d'_R &= V_R^D d_R, & M^d &= V_L^{D\dagger} M^d V_R^D, \\ \nu'_L &= V_L^\nu \nu_L, & \nu'_R &= V_R^\nu \nu_R, & M^\nu &= V_L^{\nu\dagger} M^\nu V_R^\nu, \\ e'_L &= V_L^E e_L, & e'_R &= V_R^E e_R, & M^e &= V_L^{E\dagger} M^e V_R^E. \end{aligned} \quad (2-48)$$

Los nuevos estados  $u$ ,  $d$ ,  $\nu$  y  $e$  son los estados físicos de los fermiones del ME, y en consecuencia se tienen que sustituir en  $\mathcal{L}_{Fermion}$  mostrado en la Ec. (2-20). Las consecuencias más importantes de esos reemplazos son estudiandos en la siguiente subsección.

### 2.4.3. Corrientes con Cambios de Sabor

Las transformaciones unitarias propuestas en la Ec. (2-48) producen *mezcla de sabores*. Sus elementos fuera de la diagonal inducen transiciones a través de familias de tal manera que los autoestados de masa resultan ser combinaciones lineales o superposiciones de las tres familias de fermiones. Esas transiciones producen cadenas de decaimiento radiactivo de leptones masivos o hadrones dentro de la primera y también la familia más ligera, por ejemplo, las decaimientos de los hadrones  $c$  y  $s$ . Estos procesos se predicen cuando las matrices de mezcla son reemplazadas dentro de las corrientes fermiónicas en la Ec. (2-21).

### Corrientes Neutras

Cuando los estados físicos de los fermiones se reemplazan en las corrientes neutras, permanecen invariantes,

$$\begin{aligned}
J_{NC,Z}^\mu &= \left(\frac{1}{2} - 0s_W^2\right) \bar{\nu}_L V_L^{\nu\dagger} \gamma^\mu V_L^\nu \nu_L - \left(\frac{1}{2} - 1s_W^2\right) \bar{e}_L V_L^{E\dagger} \gamma^\mu V_L^E e_L - \bar{e}_R V_R^{E\dagger} \gamma^\mu V_R^E e_R \\
&+ \left(\frac{1}{2} + \frac{2}{3}s_W^2\right) \bar{u}_L V_L^{U\dagger} \gamma^\mu V_L^U u_L + \frac{2}{3}s_W^2 \bar{u}_R V_R^{U\dagger} \gamma^\mu V_R^U u_R \\
&- \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}s_W^2\right) \bar{d}_L V_L^{D\dagger} \gamma^\mu V_L^D d_L - \frac{1}{3}s_W^2 \bar{d}_R V_R^{D\dagger} \gamma^\mu V_R^D d_R,
\end{aligned} \tag{2-49}$$

$$\begin{aligned}
J_{NC,A}^\mu &= \frac{2}{3} \bar{u}_L V_L^{U\dagger} \gamma^\mu V_L^U u_L - \frac{1}{3} \bar{d}_L V_L^{D\dagger} \gamma^\mu V_L^D d_L - \bar{e}_L V_L^{E\dagger} \gamma^\mu V_L^E e_L \\
&+ \frac{2}{3} \bar{u}_R V_R^{U\dagger} \gamma^\mu V_R^U u_R - \frac{1}{3} \bar{d}_R V_R^{D\dagger} \gamma^\mu V_R^D d_R - \bar{e}_R V_R^{E\dagger} \gamma^\mu V_R^E e_R.
\end{aligned} \tag{2-50}$$

Se puede observar como las matrices de mezcla se cancelan debido a su unitariedad  $V^\dagger V = \mathbf{1}$  en ambas corrientes neutras. Este resultado se conoce como el mecanismo *Glashow-Iliopoulos-Maiani* (GIM) [66] que asegura la ausencia, o al menos la cancelación de cambios de sabor por la emisión de bosones  $Z$  o a través de interacciones electromagnéticas conocidas como *corrientes neutras con cambios de sabor* (FCNC). Vale la pena mencionar que este procedimiento requiere de la existencia de dobletes izquierdos en cada familia, y en ese momento implicaba la predicción del quark  $c$ . Hasta ahora no se han observado eventos coherentes con FCNC, y así cualquier esquema más allá del ME deberá predecirlos de tal forma que corresponda con los experimentos.

### Corrientes Cargadas

Por otro lado, las corrientes cargadas no cambian cuando los estados físicos fermiónicos se reemplazan en ellos

$$J_{CC,W}^\mu = \bar{\nu}_L V_L^{\nu\dagger} \gamma^\mu V_L^E e_L + \bar{u}_L V_L^{U\dagger} \gamma^\mu V_L^D d_L. \tag{2-51}$$

A partir del hecho de que las matrices de mezcla de diferentes sabores no coinciden y se cancelan como en los casos previos de corrientes neutras, aparece un nuevo tipo de matriz de mezcla que permite las transiciones entre familias solamente por la emisión de bosones gauge  $W$ , produciendo cambios de sabor a través de corrientes cargadas. Definiendo esas matrices como

$$V = V_L^{U\dagger} V_L^D, \quad U = V_L^{E\dagger} V_L^\nu, \tag{2-52}$$

las corrientes cargadas se convierten en

$$J_{CC,W}^\mu = \bar{u}_L \gamma^\mu V d_L + \bar{\nu}_L \gamma^\mu U^\dagger e_L. \tag{2-53}$$

La matriz formada  $V$  se conoce como la *matriz Cabibbo-Kobayashi-Maskawa* (CKM) que describe los cambios de sabor entre quarks, mientras que la matriz  $U$  se identifica como la *matriz Pontecorvo-Maki-Nakagawa-Sakata* (PMNS) que tiene la misma función que la matriz CKM pero entre leptones.

Ambas matrices se pueden parametrizar como [3, 67]

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_{23} & s_{23} \\ 0 & -s_{23} & c_{23} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{13} & 0 & s_{13}e^{-i\delta} \\ 0 & 1 & 0 \\ -s_{13}e^{i\delta} & 0 & c_{13} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{12} & s_{12} & 0 \\ -s_{12} & c_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} c_{12}c_{13} & s_{12}c_{13} & s_{13}e^{-i\delta} \\ -s_{12}c_{23} - c_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{12}c_{23} - s_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & s_{23}c_{13} \\ s_{12}s_{23} - c_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & -c_{12}s_{23} - s_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{23}c_{13} \end{pmatrix}, \quad (2-54)$$

donde  $c_{ij}$  y  $s_{ij}$  se refiere a la mezcla de la familias  $i - j$ , y el modulo  $\delta$  representa la asimetría Carga-Paridad (CP) entre procesos de materia-antimateria.

## 3. Modelo $U(1)'$ Universal Leptónico

En este capítulo se describe la construcción de un Modelo Universal Leptónico, planteado originalmente en la Ref. [49]. Este modelo presentan una simetría  $G_{ME} \times U(1)'$  donde  $G_{ME} = SU(3)_c \times SU(2)_L \times U(1)_Y$ , corresponde al grupo de simetría del ME. El modelo propuesto pertenece a la clase de modelos con simetría  $U(1)'$  no universal de familia que será etiquetado como  $U(1)_X$ . En este capítulo se muestra el contenido de partículas, las propiedades del modelo, los sectores bosónico y fermiónico con sus respectivo espectro de masas.

### 3.1. Contenido de Partículas

La estructura de las representaciones fermiónicas tanto para los quarks  $\hat{q}$  como para los leptones  $\hat{\ell}$  bajo  $(SU(3)_c, SU(2)_L, U(1)_Y, U(1)_X)$ , se puede escribir según su quiralidad izquierda (L) y derecha (R) como,

$$\hat{\psi}_q = \begin{cases} \hat{q}_L : (\mathbf{3}, \mathbf{2}, Y_q^L, X_q^L) \\ \hat{q}_R : (\mathbf{3}, \mathbf{1}, Y_q^R, X_q^R) \end{cases} \quad \text{y} \quad \hat{\psi}_\ell = \begin{cases} \hat{\ell}_L : (\mathbf{1}, \mathbf{2}, Y_\ell^L, X_\ell^L) \\ \hat{\ell}_R : (\mathbf{1}, \mathbf{1}, Y_\ell^R, X_\ell^R) \end{cases} \quad (3-1)$$

donde las representaciones para  $SU(2)_L$  y  $U(1)_Y$  se definen como:

$$T_1 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}; \quad T_2 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}; \quad T_3 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}; \quad T_0 = \frac{a}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (3-2)$$

El contenido de partículas está compuesto por el espectro ya conocido del ME y un conjunto de nuevas partículas, como se muestra en las tablas **3-1** y **3-2**, en donde se han incorporado los diferentes sectores fermiónico, escalar y vectorial. En estas tablas la columna  $G_{ME}$  indica las reglas de transformación bajo el grupo gauge del ME  $(SU(3)_c, SU(2)_L, U(1)_Y)$ . La columna  $U(1)_X$  representa los valores de los nuevos números cuánticos  $X$  y, finalmente, la columna etiquetada como *características* describe el tipo de campo según la regla de transformación. La asignación que se da a los valores de  $X$  se inferen de un modelo 331 con  $\beta = -1/\sqrt{3}$  [29, 68], que son compatibles con la cancelación de anomalías, tal como se discute en la sección 3.2.

Para los propositos de este trabajo no se considera las representaciones de la simetría del color. Además, el modelo debe asegurar la conservación de la carga eléctrica, la cual se

**Tabla 3-1.:** Contenido del ME con simetría extra  $U(1)_X$ .

<i>Espectro</i>	$G_{ME}$	$U(1)_X$	Características
$q_L^i = \begin{pmatrix} U^i \\ D^i \end{pmatrix}_L$	(3, 2, 1/3)	1/3 para $i = 1$ 0 para $i = 2, 3$	quiral
$U_R^i$	(3*, 1, 4/3)	2/3	quiral
$D_R^i$	(3*, 1, -2/3)	-1/3	quiral
$\ell_L^i = \begin{pmatrix} \nu^i \\ e^i \end{pmatrix}_L$	(1, 2, -1)	-1/3	quiral
$e_R^i$	(1, 1, -2)	-1	quiral
$\phi_1 = \begin{pmatrix} \phi_1^+ \\ \frac{1}{\sqrt{2}}(v_1 + \xi_1 + i\phi_1^0) \end{pmatrix}$	(1, 2, 1)	2/3	Doblete Escalar
$W_\mu = \begin{pmatrix} W_\mu^3 & \sqrt{2}(W_\mu^1 - iW_\mu^2) \\ \sqrt{2}(W_\mu^1 + iW_\mu^2) & -W_\mu^3 \end{pmatrix}$	(1, 2 × 2*, 0)	0	Vector
$B_\mu$	(1, 1, 0)	0	Vector

implementa al exigir que el sector electrodébil  $SU(2)_L \times U(1)_Y$  contenga al subgrupo  $U(1)_Q$  con el generador de la carga eléctrica  $Q$ . Como el generador de  $U(1)_X$  conmuta con las matrices de  $SU(2)_L$  y  $U(1)_Y$ , este se puede escribir proporcional a la identidad que toma la forma  $X_\psi I_{3 \times 3}$ , y donde el valor de  $X_\psi$  depende de la condición de cancelación de anomalías.

A continuación se describen algunas características generales del espectro de partículas del modelo en los sectores fermiónico, vectorial y escalar.

### 3.1.1. Descripción del Sector Fermiónico

- La simetría  $U(1)_X$  es no universal de familia en las componentes izquierdas de quarks: la familia  $i = 1$  tiene  $X_1 = 1/3$  mientras las familias  $i = 2, 3$  tienen  $X_{2,3} = 0$ . Sin embargo, los singletes derechos son universales de familia. Para el estudio que se hará con este modelo se usa la siguiente asignación de los quarks fenomenológicos:

$$U^{1,2,3} = (t, c, u), \quad D^{1,2,3} = (b, s, d), \quad (3-3)$$

donde  $u, c, t, d, s$  y  $b$  corresponden a los quarks up, charm, top, down, strange y bottom, respectivamente.

- Los leptones son universales de familia pero con cargas  $X$  no triviales. A esto se debe la asignación de su nombre en particular, que lo diferencia del siguiente modelo en el

**Tabla 3-2.:** Contenido nuevo con simetría extra  $U(1)_X$ .

<i>Espectro</i>	$G_{ME}$	$U(1)_X$	Características
$T_L$	$(3, 1, 4/3)$	1/3	cuasi-quiral
$T_R$	$(3^*, 1, 4/3)$	2/3	cuasi-quiral
$J_L^n$	$(3, 1, -2/3)$	0	cuasi-quiral
$J_R^n$	$(3^*, 1, -2/3)$	-1/3	cuasi-quiral
$\nu_R^i$	$(1, 1, 0)$	-1/3	Majorana
$N_R^i$	$(1, 1, 0)$	0	Majorana
$\phi_2 = \begin{pmatrix} \phi_2^+ \\ \frac{1}{\sqrt{2}}(v_2 + \xi_2 + i\phi_2^0) \end{pmatrix}$	$(1, 2, 1)$	1/3	Doblete Escalar
$\chi_0 = \frac{1}{\sqrt{2}}(v_\chi + \xi_\chi + i\zeta_\chi)$	$(1, 1, 0)$	-1/3	Singlete Escalar
$\sigma_0 = \frac{1}{\sqrt{2}}(v_\sigma + \xi_\sigma + i\zeta_\sigma)$	$(1, 1, 0)$	-1/3	Singlete Escalar
$Z'_\mu$	$(1, 1, 0)$	0	Vector

próximo capítulo.

- Los tres singletes  $T$  y  $J^n$  son nuevos quarks similares al up y down, respectivamente, donde  $n = 1, 2$ . Ellos son cuasi-quirales, es decir transforman bajo el grupo  $U(1)_X$  dependiendo de su quiralidad, pero bajo  $G_{ME}$ , transforman igual para las dos quiralidades.
- Se incluyen  $\nu_R^i$  y  $N_R^i$  como nuevos neutrinos los cuales pueden generar masas no nulas a los neutrinos ligeros a través del mecanismo See-Saw, y así tener un modelo que sea compatible con los datos de oscilación de neutrinos como se estudia, por ejemplo, en la Ref. [69].

### 3.1.2. Descripción del Sector Escalar

- El doblete escalar  $\phi_1$  es análogo al del ME, pero se le asigna una carga  $U(1)_X$  diferente de cero.
- El espectro incluye un doblete escalar adicional  $\phi_2$  idéntico a  $\phi_1$  bajo  $G_{ME}$  pero con

diferentes cargas  $U(1)_X$ , donde la escala electrodébil se relaciona con los valores esperados en el vacío (VEV) por  $v = \sqrt{v_1^2 + v_2^2}$ .

- Se incluye un singlete escalar extra  $\chi$  con VEV  $v_\chi$ , que es necesario para producir el rompimiento de la simetría  $U(1)_X$ , asumiendo que esto suceda a una escala mayor según la jerarquía  $v_\chi \gg v$ .
- Otro singlete escalar  $\sigma$  es introducido. Como este no es esencial para el mecanismo de rompimiento de la simetría, se puede escoger con un VEV pequeño  $\langle \sigma \rangle = v_\sigma \ll v$ . Así, con este singlete el modelo es susceptible de incorporar un candidato a materia oscura, de acuerdo a los datos cosmológicos actuales tal como se considera, por ejemplo, en la Ref. [70].
- Se define la hipercarga débil  $Y$  como es usual, donde la carga eléctrica respeta la relación Gell-Mann - Nishijima:

$$Q = T_3 + \frac{Y}{2}, \quad (3-4)$$

con  $T_3$  el isospín definido para los fermiones de la siguiente forma:

$$T_3^{L,R} : \begin{cases} 1/2 & \text{para las componentes superiores de los dobletes: } U_L^i, \nu_L^i, \\ -1/2 & \text{para las componentes inferiores de los dobletes: } D_L^i, e_L^i, \\ 0 & \text{para los singletes: } f_R^i, T_L, J_L^n. \end{cases}$$

Toda extensión debe contener al ME, lo que implica que debe respetar el Rompimiento Espontáneo de la Simetría (RES) conforme al siguiente esquema  $3211 \rightarrow 321 \rightarrow 31$  de la Ecuación (3-5). Además, debe suministrar un adecuado sector escalar que permita el correcto rompimiento de los generadores, primero al ME, y después a la Electrodinámica Cuántica (QED). Adicional a ello, se debe asegurar primero que reproduzca las masas observadas a la escala electrodébil del ME y, segundo, dar masas a las partículas extras introducidas en el espectro. De acuerdo con lo anterior, se plantea el siguiente esquema de RES,

$$SU(2)_L \times U(1)_Y \times U(1)_X \xrightarrow{\chi} SU(2)_L \times U(1)_Y \xrightarrow{\phi_1, \phi_2} U(1)_Q, \quad (3-5)$$

donde el campo escalar  $\chi$  rompe la simetría de los generadores del grupo al ME, mientras los campos escalares  $\phi_{1,2}$  rompen la simetría a la QED. El grupo de simetría 211 tiene 5 generadores de grupo, 4 correspondientes al sector electrodébil ( $T_i, Y$ ) con  $T_{i=1,2,3}$  representados por las matrices (3-2) y  $Y$  representa la hipercarga definida por la relación (3-4). De la nueva simetría  $X$ , proviene un generador de grupo ( $\hat{X}$ ) proporcional a la matriz identidad.

El Valor Esperado en el Vacío (VEV) del campo escalar  $\chi$  rompe la simetría del vacío conduciendo a la simetría del ME, después de este rompimiento quedan 4 generadores no rotos ( $\hat{T}_i, \hat{Y}$ ), que posteriormente son rotos a través de los VEV de los dos campos escalares ( $\Phi = \phi_{1,2}$ ).

### 3.1.3. Descripción del Sector Vectorial

- Los campos  $W_\mu^\alpha$  corresponden a los 3 campos de gauge asociados al grupo  $SU(2)_L$ , los cuales coinciden con los del ME y se pueden escribir como:

$$\mathbf{W}_\mu = W_\mu^\alpha T_\alpha = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} W_\mu^3 & W_\mu^1 - iW_\mu^2 \\ W_\mu^1 + iW_\mu^2 & -W_\mu^3 \end{pmatrix}, \quad (3-6)$$

con  $T_\alpha$  las matrices (3-2). La carga eléctrica se define a partir de (3-4) y toma la forma,

$$Q_W = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}. \quad (3-7)$$

- Aparece un bosón gauge neutro  $B_\mu$  de la simetría  $U(1)_Y$ .
- El bosón gauge neutro extra  $Z'_\mu$  es necesario para obtener simetría local  $U(1)_X$ .
- Para este sector, como se observa en la tablas **3-1** y **3-2**, todos los campos vectoriales son neutros bajo la carga del grupo  $U(1)_X$ .

## 3.2. Anomalías Quirales

En teorías quirales como en el caso del ME surgen correcciones cuánticas sobre las corrientes axiales que dañan la propiedad de renormalización de la teoría [71]. Un mecanismo para evitar dichas anomalías es exigiendo diferentes contribuciones a las corrientes axiales que se cancelen mutuamente al sumarlas. La amplitud de cada contribución es proporcional al coeficiente de anomalía que se define genéricamente como:

$$A_{\alpha\beta\gamma} = 2 \sum_{\text{reps}} \text{Tr} \left[ \left\{ G_\alpha(\hat{T})_L, G_\beta(\hat{T})_L \right\} G_\gamma(\hat{T})_L - \left\{ G_\alpha(\hat{T})_R, G_\beta(\hat{T})_R \right\} G_\gamma(\hat{T})_R \right], \quad (3-8)$$

donde  $G_\alpha(\hat{T})_h$  son los generadores del grupo  $SU(n)$  en alguna representación, los cuales actúan sobre los estados de quiralidad  $h = R$  o  $L$ . La suma indica todas las posibles correcciones de vértices con interacción axial, donde se combinan todos los loops de fermiones del modelo. En una teoría renormalizable se exige entonces que la suma sobre la representación se cancele, es decir que el coeficiente de anomalía  $A_{\alpha\beta\gamma}$  sea cero. De la definición (3-8), es evidente que una teoría puramente vectorial como la QCD o la QED es libre de anomalías. En el modelo propuesto, adicional a las anomalías asociadas al ME, las simetría extra  $U(1)_X$

introduce un bosón de gauge adicional que inducen las siguientes anomalías triangulares:

$$\begin{aligned}
[SU(3)_c]^2 U(1)_X &\rightarrow A_1 = \sum_Q X_{Q_L} - \sum_Q X_{Q_R} \\
[SU(2)_L]^2 U(1)_X &\rightarrow A_2 = \sum_\ell X_{\ell_L} + 3 \sum_Q X_{Q_L}, \\
[U(1)_Y]^2 U(1)_X &\rightarrow A_3 = \sum_{\ell,Q} [Y_{\ell_L}^2 X_{\ell_L} + 3Y_{Q_L}^2 X_{Q_L}] - \sum_{\ell,Q} [Y_{\ell_R}^2 X_{\ell_R} + 3Y_{Q_R}^2 X_{Q_R}] \\
U(1)_Y [U(1)_X]^2 &\rightarrow A_4 = \sum_{\ell,Q} [Y_{\ell_L} X_{\ell_L}^2 + 3Y_{Q_L} X_{Q_L}^2] - \sum_{\ell,Q} [Y_{\ell_R} X_{\ell_R}^2 + 3Y_{Q_R} X_{Q_R}^2] \\
[U(1)_X]^3 &\rightarrow A_5 = \sum_{\ell,Q} [X_{\ell_L}^3 + 3X_{Q_L}^3] - \sum_{\ell,Q} [X_{\ell_R}^3 + 3X_{Q_R}^3] \\
[\text{Grav}]^2 \otimes U(1)_X &\rightarrow A_6 = \sum_{\ell,Q} [X_{\ell_L} + 3X_{Q_L}] - \sum_{\ell,Q} [X_{\ell_R} + 3X_{Q_R}] \tag{3-9}
\end{aligned}$$

donde las sumas en  $Q$  corre sobre todos los quarks ( $u^i, d^i, T, J^n$ ), mientras  $\ell$  corre sobre todos los leptones con valores  $U(1)_X$  no triviales (es decir,  $e^i, \nu_L^i, \nu_R^i$ ). Aunque en este trabajo no se tienen en cuenta efectos gravitacionales, por consistencia en la construcción del modelo, se debe garantizar la anulación de cualquier fuente de anomalía, incluida la gravedad, según se escribe en la última relación de (3-9). Se puede comprobar que los valores de  $U(1)_X$  dados en las tablas **3-1** y **3-2** son posibles soluciones que cancelan las ecuaciones de anomalías de arriba, es decir se garantiza que el modelo teórico propuesto es libre de anomalías quirales.

### 3.3. Bosones Gauge y sus Masas

Los bosones de gauge están compuestos por el sector vectorial del ME más el bosón de gauge  $Z'$  de la extensión abeliana  $U(1)_X$ . Así, el Lagrangiano Gauge es

$$\mathcal{L}_{Gauge} = -\frac{1}{4} \text{Tr}(\mathbf{W}^{\mu\nu} \mathbf{W}_{\mu\nu}) - \frac{1}{4} B^{\mu\nu} B_{\mu\nu} - \frac{1}{4} Z'^{\mu\nu} Z'_{\mu\nu}, \tag{3-10}$$

con  $B^{\mu\nu} = \partial^\mu B^\nu - \partial^\nu B^\mu$  y donde  $W_\alpha^\mu$  corresponde a los 3 campos de gauge  $SU(2)_L$ ,  $B^\mu$  el campo gauge  $U(1)_Y$ .  $Z'^{\mu\nu} = \partial^\mu Z'^\nu - \partial^\nu Z'^\mu$ , donde  $Z'^\mu$  corresponde al campo gauge de  $U(1)_X$ .

La interacción entre los bosones escalares y los bosones vectoriales está dada a través del sector cinético del Lagrangiano de Higgs:

$$\mathcal{L}_{cin} = \sum_S (D_\mu S)^\dagger (D^\mu S), \tag{3-11}$$

donde la derivada covariante esta dada por

$$D^\mu = \partial^\mu - ig W_\alpha^\mu T_S^\alpha - ig' \frac{Y_S}{2} B^\mu - ig_X X_S Z'^\mu, \tag{3-12}$$

y  $2T_S^\alpha$  corresponde a las matrices de Pauli para los dobletes  $S = \phi_{1,2}$  y  $T_S^\alpha = 0$  para los singletes  $S = \chi, \sigma$ .

Después de expandir los términos evaluados en los VEV de los campos escalares se obtienen los estados propios cargados,

$$W^\pm = \frac{W_\mu^1 \mp W_\mu^2}{\sqrt{2}}, \quad (3-13)$$

con su respectiva masa al cuadrado,

$$M_{W^\pm}^2 = \frac{g^2 v^2}{4}, \quad (3-14)$$

mientras que para el sector neutro se encuentra la siguiente matriz de masa al cuadrado en la base neutra gauge  $(W_\mu^3, B_\mu, Z'_\mu)$ :

$$M_0^2 = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} g^2 v^2 & -gg'v^2 & -\frac{2}{3}gg_X v^2(1 + C_\beta^2) \\ * & g'^2 v^2 & \frac{2}{3}g'g_X v^2(1 + C_\beta^2) \\ * & * & \frac{4}{9}g_X^2 v_S^2 [1 + (1 + 3C_\beta^2)\epsilon^2] \end{pmatrix}, \quad (3-15)$$

donde  $\epsilon = v/v_\chi$  y  $v_S^2 = v_\sigma^2 + v_\chi^2$ . El simbolo  $*$ , de ahora en adelante, representa la misma componente simétrica de las componentes arriba de la diagonal. Teniendo en cuenta que  $\epsilon \ll 1$ , es posible diagonalizar la matriz anterior a través de dos ángulos de rotación, obteniendo las siguientes estados propios de masa:

$$\begin{pmatrix} A_\mu \\ Z_{1\mu} \\ Z_{2\mu} \end{pmatrix} \approx R_0 \begin{pmatrix} W_\mu^3 \\ B_\mu \\ Z'_\mu \end{pmatrix}, \quad (3-16)$$

con

$$R_0 = \begin{pmatrix} S_W & C_W & 0 \\ C_W C_\theta & -S_W C_\theta & S_\theta \\ -C_W S_\theta & S_W S_\theta & C_\theta \end{pmatrix}, \quad (3-17)$$

donde se define el ángulo de Weinberg a través de la relación  $\tan \theta_W = S_W/C_W = g'/g$ , y donde el ángulo de mezcla  $Z - Z'$  entre el bosón gauge neutro  $Z$  del ME y el bosón gauge  $Z'$  asociado a la simetría  $U(1)_X$  se representa a través de  $S_\theta = \sin \theta$ . En el límite en que  $S_\theta = 0$

se obtiene que  $Z_1 = Z$ . Al diagonalizar (3-15) se encuentran las masas al cuadrado de los bosones vectoriales,

$$\begin{aligned} m_A^2 &= 0, \\ m_Z^2 &\approx \frac{g^2 v^2}{4C_W^2}, \\ m_{Z'}^2 &\approx \frac{g_X^2 v_S^2}{9}. \end{aligned} \quad (3-18)$$

El término de mezcla  $Z - Z'$ , está dado por la siguiente matriz de mezcla en la base  $(Z, Z')_\mu$ :

$$M_{ZZ'}^2 = \begin{pmatrix} m_Z^2 & -\frac{1}{3}g_X v m_Z (1 + C_\beta^2) \\ * & m_{Z'}^2 [1 + (1 + 3C_\beta^2)\epsilon^2] \end{pmatrix}. \quad (3-19)$$

Al diagonalizar la matriz (3-19), se obtienen los autoestados de masa,

$$\begin{aligned} Z_{1\mu} &= Z_\mu C_\theta + Z'_\mu S_\theta, \\ Z_{2\mu} &= Z_\mu S_\theta - Z'_\mu C_\theta, \end{aligned} \quad (3-20)$$

obteniendo el ángulo de mezcla  $\theta$ :

$$S_\theta \approx (1 + C_\beta^2) \epsilon_{ZZ'}^2 = (1 + C_\beta^2) \frac{2g_X C_W}{3g} \left( \frac{m_Z}{m_{Z'}} \right)^2, \quad (3-21)$$

mientras sus autovalores son:

$$\begin{aligned} M_{Z_1}^2 &= m_Z^2 \left[ 1 - (1 + C_\beta^2)^2 \epsilon_{ZZ'}^2 \right], \\ M_{Z_2}^2 &= m_{Z'}^2 \left[ 1 + (1 + 3C_\beta^2) \epsilon_{ZZ'}^2 \right]. \end{aligned} \quad (3-22)$$

### 3.4. Potencial de Higgs y Masas Escalares

Para construir los términos del potencial hay que tener en cuenta que deben ser hermíticos, renormalizables e invariantes bajo el grupo de simetría  $G_{ME} \times U(1)_X$ . El potencial de Higgs se construye acoplando términos cuadráticos, cúbicos y cuárticos entre los diferentes campos escalares del modelo, los cuales pueden ser dobletes, antidobletes o singletes. Los términos del potencial más general que respetan la simetría  $G_{ME} \times U(1)_X$  son:

$$\begin{aligned} V_H &= \mu_1^2 |\phi_1|^2 + \mu_2^2 |\phi_2|^2 + \mu_3^2 |\chi|^2 + \mu_4^2 |\sigma|^2 + \mu_5^2 (\chi^* \sigma + \text{h.c}) \\ &+ f_1 (\phi_2^\dagger \phi_1 \sigma + \text{h.c}) + f_2 (\phi_2^\dagger \phi_1 \chi + \text{h.c}) \\ &+ \lambda_1 |\phi_1|^4 + \lambda_2 |\phi_2|^4 + \lambda_3 |\chi|^4 + \lambda_4 |\sigma|^4 \\ &+ |\phi_1|^2 [\lambda_6 |\chi|^2 + \lambda_6' |\sigma|^2 + \lambda_6'' (\chi^* \sigma + \text{h.c})] \\ &+ |\phi_2|^2 [\lambda_7 |\chi|^2 + \lambda_7' |\sigma|^2 + \lambda_7'' (\chi^* \sigma + \text{h.c})] \\ &+ \lambda_5 |\phi_1|^2 |\phi_2|^2 + \lambda_5' |\phi_1^\dagger \phi_2|^2 + \lambda_8 |\chi|^2 |\sigma|^2 \\ &+ \lambda_8' [(\chi^* \sigma)^2 + \text{h.c}]. \end{aligned} \quad (3-23)$$

La cantidad de términos puede disminuir si se imponen simetrías globales extras, que dependerá de la física que se quiera describir, como por ejemplo, interacciones a través de materia oscura [70].

### 3.4.1. Minimización del Potencial

El potencial Higgs más general que respeta la simetría  $G_{ME} \times U(1)_X$  está dado por (3-23). Si  $\mu_i^2 \leq 0$ , el valor mínimo del potencial es cero, que en teoría cuántica de campos corresponde a un VEV cero:  $\langle S \rangle_0 = \langle \phi_{1,2} \rangle = \langle \chi \rangle_0 = \langle \sigma \rangle_0 = 0$ . Esta escogencia es uno de los muchos valores posibles, mostrando así un rompimiento de la simetría por parte de ese estado mínimo. Esto significa que el estado de mínima energía no es el vacío (hay un condensado), por lo que el campo se puede desplazar como  $S = \langle S \rangle_0 + \hat{S}$ , donde  $\langle S \rangle_0$  da cuenta del estado de mínima energía de  $S$  (que no es un verdadero vacío) y  $\hat{S}$  da cuenta de las partículas en estados excitados solamente. De esta manera se puede expresar el potencial en términos de los campos con VEV igual a cero (vacío de partículas) si se escriben los campos escalares  $\phi_{1,2}$ ,  $\chi$  y  $\sigma$  de acuerdo a las tablas **3-1** y **3-2**. Para hallar los valores que toman los coeficientes  $\mu_i^2$  en (3-23), se aplica la condición estacionaria, lo que es equivalente a:

$$\frac{\partial \langle V_H \rangle}{\partial v_{1,2}} = 0; \quad \frac{\partial \langle V_H \rangle}{\partial v_\chi} = 0; \quad \frac{\partial \langle V_H \rangle}{\partial v_\sigma} = 0, \quad (3-24)$$

donde  $\langle V_H \rangle$  es el potencial en el vacío de los campos, es decir  $\langle V_H \rangle = V_H|_{\hat{S}_i=0}$ . Con las condiciones (3-24) surgen soluciones a los parámetros  $\mu_i^2$  dadas por:

$$\begin{aligned} \mu_1^2 &= -\frac{1}{\sqrt{2}}(f_1 v_\sigma + f_2 v_\chi) \frac{v_2}{v_1} - \lambda_1 v_1^2 - \frac{1}{2}(\lambda_5 + \lambda'_5) v_2^2 - \frac{1}{2} \lambda_6 v_\chi^2 - \frac{1}{2} \lambda'_6 v_\sigma^2 - \lambda''_6 v_\chi v_\sigma, \\ \mu_2^2 &= -\frac{1}{\sqrt{2}}(f_1 v_\sigma + f_2 v_\chi) \frac{v_1}{v_2} - \lambda_2 v_2^2 - \frac{1}{2}(\lambda_5 + \lambda'_5) v_1^2 - \frac{1}{2} \lambda_7 v_\chi^2 - \frac{1}{2} \lambda'_7 v_\sigma^2 - \lambda''_7 v_\chi v_\sigma, \\ \mu_3^2 &= -\frac{f_2}{\sqrt{2}} \frac{v_1 v_2}{v_\chi} - \lambda_3 v_\chi^2 - \frac{1}{2} \lambda_6 v_1^2 - \frac{1}{2} \lambda''_6 \frac{v_1^2 v_\sigma}{v_\chi} - \frac{1}{2} \lambda_7 v_2^2 - \frac{1}{2} \lambda''_7 \frac{v_2^2 v_\sigma}{v_\chi} - \frac{1}{2} (\lambda_8 + 2\lambda'_8) v_\sigma^2 \\ &\quad - \mu_5^2 \frac{v_\sigma}{v_\chi}, \\ \mu_4^2 &= -\frac{f_1}{\sqrt{2}} \frac{v_1 v_2}{v_\sigma} - \lambda_4 v_\sigma^2 - \frac{1}{2} \lambda'_6 v_1^2 - \frac{1}{2} \lambda''_6 \frac{v_1^2 v_\chi}{v_\sigma} - \frac{1}{2} \lambda'_7 v_2^2 - \frac{1}{2} \lambda''_7 \frac{v_2^2 v_\chi}{v_\sigma} - \frac{1}{2} (\lambda_8 + 2\lambda'_8) v_\chi^2 \\ &\quad - \mu_5^2 \frac{v_\chi}{v_\sigma}. \end{aligned} \quad (3-25)$$

En estos modelos, usualmente se considera el escenario invariancia frente a la siguiente simetría discreta [49]:

$$\sigma \rightarrow -\sigma. \quad (3-26)$$

En este caso los término no permitidos del potencial (3-23) son los asociados a los parámetros  $\mu_5^2$ ,  $f_1$ ,  $\lambda_6'$  y  $\lambda_7'$ . Así las soluciones estacionarias en (3-25) se reducen a

$$\begin{aligned}
\mu_1^2 &= -\frac{f_2}{\sqrt{2}} \frac{v_2 v_\chi}{v_1} - \lambda_1 v_1^2 - \frac{1}{2}(\lambda_5 + \lambda_5') v_2^2 - \frac{1}{2} \lambda_6 v_\chi^2 - \frac{1}{2} \lambda_6' v_\sigma^2, \\
\mu_2^2 &= -\frac{f_2}{\sqrt{2}} \frac{v_1 v_\chi}{v_2} - \lambda_2 v_2^2 - \frac{1}{2}(\lambda_5 + \lambda_5') v_1^2 - \frac{1}{2} \lambda_7 v_\chi^2 - \frac{1}{2} \lambda_7' v_\sigma^2, \\
\mu_3^2 &= -\frac{f_2}{\sqrt{2}} \frac{v_1 v_2}{v_\chi} - \lambda_3 v_\chi^2 - \frac{1}{2} \lambda_6 v_1^2 - \frac{1}{2} \lambda_7 v_2^2 - \frac{1}{2}(\lambda_8 + 2\lambda_8') v_\sigma^2, \\
\mu_4^2 &= -\lambda_4 v_\sigma^2 - \frac{1}{2} \lambda_6' v_1^2 - \frac{1}{2} \lambda_7' v_2^2 - \frac{1}{2}(\lambda_8 + 2\lambda_8') v_\chi^2,
\end{aligned} \tag{3-27}$$

los cuales se reemplazan de nuevo en el potencial (3-23) para encontrar el espectro de masas en términos de los VEV y de las constantes de acoplamiento  $\lambda_i$  y  $f_i$ .

### 3.4.2. Masas del Sector Escalar

Para encontrar las matrices de masa de los campos escalares se deriva dos veces el potencial (3-23) en términos de los  $\lambda_i$  y  $f_i$  y luego se evalúa para los campos  $\hat{S}_i = 0$ , lo que se expresa como:

$$M_{ij}^2 = \left. \frac{\partial^2 V_H}{\partial S_i \partial S_j} \right|_{\hat{S}_i=0}, \tag{3-28}$$

donde  $S_i$  y  $S_j$  corresponden a las distintas componentes del campo escalar según las tablas **3-1** y **3-2**. De esta manera se construyen las matrices de masa al cuadrado: para los campos reales  $M_R^2$  Ec. (3-29) en las bases  $\xi_1, \xi_2, \xi_\chi, \xi_\sigma$ ,

$$M_R^2 = 2 \begin{pmatrix} \lambda_1 v_1^2 - \frac{f_2 v_2 v_\chi}{2\sqrt{2}v_1} & \frac{f_2 v_\chi}{2\sqrt{2}} + \frac{1}{2}(\lambda_5 + \lambda_5') v_1 v_2 & \frac{f_2 v_2}{2\sqrt{2}} + \frac{1}{2} \lambda_6 v_1 v_\chi & \frac{1}{2} \lambda_6' v_1 v_\sigma \\ * & \lambda_2 v_2^2 - \frac{f_2 v_1 v_\chi}{2\sqrt{2}v_2} & \frac{f_2 v_1}{2\sqrt{2}} + \frac{1}{2} \lambda_7 v_2 v_\chi & \frac{1}{2} \lambda_7' v_2 v_\sigma \\ * & * & \lambda_3 v_\chi^2 - \frac{f_2 v_1 v_2}{2\sqrt{2}v_\chi} & \frac{1}{2}(\lambda_8 + 2\lambda_8') v_\chi v_\sigma \\ * & * & * & \frac{1}{2} \lambda_4 v_\sigma^2 \end{pmatrix}, \tag{3-29}$$

para los campos imaginarios  $M_I^2$  Ec. (3-30) en las bases  $\zeta_1, \zeta_2, \zeta_\chi, \zeta_\sigma$

$$M_I^2 = 2 \begin{pmatrix} -\frac{f_2 v_2 v_\chi}{2\sqrt{2}v_1} & \frac{f_2 v_\chi}{2\sqrt{2}} & -\frac{f_2 v_2}{2\sqrt{2}} & 0 \\ * & -\frac{f_2 v_1 v_\chi}{2\sqrt{2}v_2} & \frac{f_2 v_1}{2\sqrt{2}} & 0 \\ * & * & -\frac{f_2 v_1 v_2}{2\sqrt{2}v_\chi} - \lambda_8' v_\sigma & \lambda_8' v_\chi v_\sigma \\ * & * & * & -\lambda_8' v_\chi^2 \end{pmatrix}, \tag{3-30}$$

y para los campos cargados  $M_C^2$  Ec. (3-31) en las bases  $\phi_1^+, \phi_2^-$ ,

$$M_C^2 = \begin{pmatrix} -\frac{f_2 v_2 v_\chi}{\sqrt{2} v_1} - \frac{\lambda'_5}{2} v_2^2 & \frac{f_2 v_\chi}{\sqrt{2}} + \frac{\lambda'_5}{2} v_1 v_2 \\ * & -\frac{f_2 v_1 v_\chi}{\sqrt{2} v_2} - \frac{\lambda'_5}{2} v_1^2 \end{pmatrix}. \quad (3-31)$$

En las matrices anteriores se asume la jerarquía  $f_2 v_\chi \gg v_{1,2}^2 \gg v_\sigma^2$ . Para obtener la diagonalización se introducen dos ángulos de mezcla,  $\beta$  y  $\alpha$ , que rotan los estados débiles a los siguientes estados de masa [49],

$$\begin{pmatrix} G^\pm \\ H^\pm \end{pmatrix} = R_\beta \begin{pmatrix} \phi_1^\pm \\ \phi_2^\pm \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} G_0 \\ A_0 \end{pmatrix} = R_\beta \begin{pmatrix} \zeta_1 \\ \zeta_2 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} h_0 \\ H_0 \end{pmatrix} = R_\alpha \begin{pmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \end{pmatrix},$$

$$H_\chi \sim \xi_\chi,$$

$$G_\chi \sim \zeta_\chi,$$

$$H_\sigma \sim \zeta_\sigma, \quad (3-32)$$

y las matrices de rotación se definen acorde a

$$R_{\beta,\alpha} = \begin{pmatrix} C_{\beta,\alpha} & S_{\beta,\alpha} \\ -S_{\beta,\alpha} & C_{\beta,\alpha} \end{pmatrix}. \quad (3-33)$$

El ángulo  $\beta$  se define a través de la siguiente relación:

$$\tan \beta = T_\beta = \frac{v_2}{v_1}, \quad (3-34)$$

y el ángulo  $\alpha$  es obtenido a través de la matriz real (3-29) con la expresión:

$$\tan 2\alpha \approx \frac{2(M_R^2)_{12}}{(M_R^2)_{11} - (M_R^2)_{22}}. \quad (3-35)$$

Esta última expresión permite encontrar la siguiente relación,

$$\sin 2\alpha \approx \sin 2\beta \left[ 1 - \frac{\sqrt{2} C_{2\beta} S_{2\beta} v^2}{f_2 v_\chi} \left( \lambda_1 C_\beta^2 - \frac{\lambda_5 + \lambda'_5}{2} C_{2\beta} - \lambda_2 S_\beta^2 \right) \right]. \quad (3-36)$$

Teniendo en cuenta los autovalores de las matrices (3-29), (3-30) y (3-31), además de las expresiones (3-32) y (3-33), se obtiene así el espectro escalar físico como se muestra en la tabla **3-3**, donde  $M_{H^\pm}^2$ ,  $M_{H_0}^2$  y  $M_{A_0}^2$ , corresponden respectivamente a las masas al cuadrado de bosones de Higgs cargados, un bosón de Higgs neutro adicional al del ME y un bosón pseudoescalar, todos estos en una escala de energía intermedia y con masas degeneradas. También se obtiene un bosón de Higgs pesado  $M_{H_\chi}^2$  en la escala de  $v_\chi^2$ . Por último aparece un Higgs en la escala electrodébil  $h_0$  que será identificado como el bosón de Higgs observado en el LHC. Para garantizar que las masas de las partículas sean valores reales es necesario que  $f_2 < 0$  ó  $T_\beta < 0$ .

Escalar	Masa al Cuadrado	Naturaleza
$G_0 = C_\beta \zeta_1 + S_\beta \zeta_2$	$M_{G_0}^2 = 0$	Goldstone asociado a $Z_\mu$
$G_\chi \approx \zeta_\chi$	$M_{G_\chi}^2 = 0$	Goldstone asociado a $Z'_\mu$
$G^\pm = C_\beta \phi_1^\pm + S_\beta \phi_2^\pm$	$M_{G^\pm}^2 = 0$	Goldstone asociado a $W_\mu^\pm$
$A_0 = C_\beta \zeta_2 - S_\beta \zeta_1$	$M_{A_0}^2 \approx -\frac{\sqrt{2}f_2 v_\chi}{S_{2\beta}}$	Higgs Pesado
$h_0 = C_\alpha \xi_1 + S_\alpha \xi_2$	$M_{h_0}^2 \approx 2v^2 [\lambda_1 C_\beta^4 + (\lambda_5 + \lambda'_5) S_\beta^2 C_\beta^2 + \lambda_2 S_\beta^4]$	Higgs Liviano
$H^\pm = C_\beta \phi_2^\pm - S_\beta \phi_1^\pm$	$M_{H^\pm}^2 \approx -\frac{\sqrt{2}f_2 v_\chi}{S_{2\beta}}$	Higgs Pesado
$H_0 = C_\alpha \xi_2 - S_\alpha \xi_1$	$M_{H_0}^2 \approx -\frac{\sqrt{2}f_2 v_\chi}{S_{2\beta}}$	Higgs Pesado
$H_\chi \approx \xi_\chi$	$M_{H_\chi}^2 \approx 2\lambda_3 v_\chi^2$	Higgs Pesado

Tabla 3-3.: Espectro Escalar Físico.

### 3.5. Sector Fermiónico

Los autoestados de masa del sector de fermiones se obtienen del Lagrangiano de Yukawa. El Lagrangiano de Yukawa se divide en dos partes, una que describe la interacción entre solo quarks y otra correspondiente a solo leptones,

$$\mathcal{L}_Y = \mathcal{L}_{YQ} + \mathcal{L}_{Y\ell}. \quad (3-37)$$

Este Lagrangiano se construye a partir de acoplamientos bilineales. De acuerdo con lo anterior y el espectro de las tablas 3-1 y 3-2, el Lagrangiano de Yukawa para el sector de los quarks tiene la forma:

$$\begin{aligned}
-\mathcal{L}_Q &= \bar{q}_L^i \left( \tilde{\phi}_1 h_1^U + \tilde{\phi}_2 h_2^U \right)_{ij} U_R^j + \bar{q}_L^i \left( \phi_1 h_1^D + \phi_2 h_2^D \right)_{ij} D_R^j \\
&+ \bar{q}_L^i \left( \phi_1 h_1^J + \phi_2 h_2^J \right)_{im} J_R^m + \bar{q}_L^i \left( \tilde{\phi}_1 h_1^T + \tilde{\phi}_2 h_2^T \right)_i T_R \\
&+ \bar{T}_L \left( \sigma^* h_\sigma^U + \chi^* h_\chi^U \right)_j U_R^j + \bar{T}_L \left( \sigma^* h_\sigma^T + \chi^* h_\chi^T \right) T_R \\
&+ \bar{J}_L^n \left( \sigma h_\sigma^D + \chi h_\chi^D \right)_{nj} D_R^j + \bar{J}_L^n \left( \sigma h_\sigma^J + \chi h_\chi^J \right)_{nm} J_R^m + \text{h.c.}, \quad (3-38)
\end{aligned}$$

donde  $\tilde{\phi}_{1,2} = i\sigma_2 \phi_{1,2}^*$  son los campos conjugados. Mientras que para el sector leptónico se

tiene:

$$\begin{aligned}
-\mathcal{L}_\ell &= \overline{\ell}_L^i \left( \tilde{\phi}_1 h_1^\nu \right)_{ij} \nu_R^j + \overline{\ell}_L^i \left( \tilde{\phi}_2 h_2^N \right)_{ij} N_R^j \\
&+ \overline{(\nu_R^i)^c} \left( \sigma^* h_\sigma^N + \chi^* h_\chi^N \right)_{ij} N_R^j + \frac{1}{2} M_N \overline{(N_R^i)^c} N_R^j \\
&+ \overline{\ell}_L^i \left( \phi_1 h_1^e \right)_{ij} e_R^j + \text{h.c.}
\end{aligned} \tag{3-39}$$

En este trabajo no se abordará el problema de masas de los neutrinos, por lo que solamente se considerará el sector de quarks. Las predicciones de un modelo extendido en relación al sector leptónico se estudian en la Ref. [69].

## 4. Modelo $U(1)'$ No Universal Leptónico

A continuación se presentan los aspectos más relevantes de un modelo  $U(1)'$  No Universal Leptónico, el cual es propuesto en la Ref. [60]. Este modelo es una modificación del anterior donde, por ejemplo, se tiene la incorporación de una simetría  $\mathbb{Z}_2$  para distinguir entre dobletes con el mismo número cuántico  $X$ , y la incorporación de tres dobletes de Higgs. Los tres dobletes cumplen: **(i)** la función de generar el rompimiento de la simetría electrodébil, y **(ii)** cada doblete adquiere VEV a las escalas  $v_1 \sim 10^2$  GeV,  $v_2 \sim 10^0$  GeV y  $v_3 \sim 10^2$  MeV, correspondiendo respectivamente a las escalas de las masas de los quarks fenomenológicos  $t$ ;  $(\tau; b; c)$  y  $(\mu; s)$ , describiendo de manera más precisa la jerarquía del espectro fermiónico observado. La notación empleada para indicar la carga  $X$  y la paridad  $\mathbb{Z}_2$  es  $X^\pm$ .

### 4.1. Contenido de Partículas

De la misma manera que en el modelo  $U(1)'$  Universal Leptónico, en este caso también se tienen las partículas ya conocidas del ME y nuevas partículas, como se muestra en las tablas **(4-1)**, **(4-2)** y **(4-3)**, respectivamente, donde se muestran los componentes, el número cuántico  $X$  y la paridad  $\mathbb{Z}_2$ , escogidos de forma conveniente para tener un modelo que prediga las masas y mezclas medidas para los quarks y leptones, de acuerdo a lo estudiado en [61].

Adicional a las propiedades del Modelo Universal Leptónico, ya descrito en el capítulo anterior, este modelo exhibe la siguientes propiedades:

- Los leptones del ME son no universales de familia y con cargas  $X$  no triviales, donde las familias 1 y 2 del sector izquierdo tiene  $X = 0^+$ , esto es valor 0 con paridad  $\mathbb{Z}_2 = +1$ , mientras que la tercera familia tiene  $X = -1^+$ . A ello se debe la asignación de su nombre que lo diferencia del Modelo Universal Leptónico.
- De la misma manera el sector de leptones derechos es No Universal de familia, donde  $X = -4/3$  para las familias 1 y 3, con la diferencia de la paridad, mientras que  $X = -1/3^+$  para la familia 2.
- El espectro incluye dos dobletes escalares adicionales  $\phi_2$  y  $\phi_3$  con  $X = +1/3$ , y con simetría  $\mathbb{Z}_2$  impar y par, respectivamente. La escala electrodébil está relacionada con los valores esperados en el vacío (VEV) por  $v = \sqrt{v_1^2 + v_2^2 + v_3^2}$ .

Dobletes	$X^\pm$	Singletes	$X^\pm$
$\Phi_1 = \begin{pmatrix} \Phi_1^+ \\ \frac{h_1+v_1+i\eta_1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}$	$+2/3^+$	$\chi = \frac{\xi_X+v_X+i\zeta_X}{\sqrt{2}}$	$-1/3^+$
$\Phi_2 = \begin{pmatrix} \Phi_2^+ \\ \frac{h_2+v_2+i\eta_2}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}$	$+1/3^-$	$\sigma$	$-1/3^-$
$\Phi_3 = \begin{pmatrix} \Phi_3^+ \\ \frac{h_3+v_3+i\eta_3}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}$	$+1/3^+$		

**Tabla 4-1.:** Contenido escalar del modelo, número cuántico  $X$  no universal y paridad  $\mathbb{Z}_2$ .

Izquierdos	$X^\pm$	Derechos	$X^\pm$
Quarks del ME			
$q_L^1 = \begin{pmatrix} u^1 \\ d^1 \end{pmatrix}_L$	$+1/3^+$	$u_R^1$	$+2/3^+$
		$d_R^1$	$-1/3^-$
$q_L^2 = \begin{pmatrix} u^2 \\ d^2 \end{pmatrix}_L$	$0^-$	$u_R^2$	$+2/3^-$
		$d_R^2$	$-1/3^-$
$q_L^3 = \begin{pmatrix} u^3 \\ d^3 \end{pmatrix}_L$	$0^+$	$u_R^3$	$+2/3^+$
		$d_R^3$	$-1/3^-$
Quarks Exóticos			
$\mathcal{T}_L$	$+1/3^-$	$\mathcal{T}_R$	$+2/3^-$
$\mathcal{J}_L^{1,2}$	$0^+$	$\mathcal{J}_R^{1,2}$	$-1/3^+$

**Tabla 4-2.:** Sector de quarks del modelo, número cuántico  $X$  no universal y paridad  $\mathbb{Z}_2$ .

- Debido al caracter no universal del sector leptónico, también es necesario incluir 2 nuevos leptones izquierdos  $\mathcal{E}_L^n$  y derechos  $\mathcal{E}_R^n$ , con  $n = 1, 2$  y  $U(1)_X$  dadas en la tabla 4-3, para cumplir con la condición de cancelación de anomalías.

## 4.2. Bosones Gauge y Sus Masas

Los bosones de gauge están compuestos por el sector vectorial del ME más el bosón de gauge  $Z'_\mu$  de la extensión abeliana  $U(1)_X$ . Así, el Lagrangiano Gauge es

$$\mathcal{L}_{Gauge} = -\frac{1}{4}Tr(\mathbf{W}^{\mu\nu}\mathbf{W}_{\mu\nu}) - \frac{1}{4}B^{\mu\nu}B_{\mu\nu} - \frac{1}{4}Z'^{\mu\nu}Z'_{\mu\nu}, \quad (4-1)$$

donde

$$Z'^{\mu\nu} = \partial_\mu Z'_\nu - \partial_\nu Z'_\mu. \quad (4-2)$$

Izquierdos	$X^\pm$	Derechos	$X^\pm$
Leptones del ME + Neutrinos Derechos			
$\ell_L^e = \begin{pmatrix} \nu^e \\ e^e \end{pmatrix}_L$	$0^+$	$\nu_R^e$	$+1/3^+$
		$e_R^e$	$-4/3^+$
$\ell_L^\mu = \begin{pmatrix} \nu^\mu \\ e^\mu \end{pmatrix}_L$	$0^-$	$\nu_R^\mu$	$+1/3^-$
		$e_R^\mu$	$-1/3^+$
$\ell_L^\tau = \begin{pmatrix} \nu^\tau \\ e^\tau \end{pmatrix}_L$	$-1^+$	$\nu_R^\tau$	$+1/3^-$
		$e_R^\tau$	$-4/3^-$
Leptones Exóticos			
$\mathcal{E}_L^1$	$-1^+$	$\mathcal{E}_R^1$	$-2/3^+$
$\mathcal{E}_L^2$	$-2/3^+$	$\mathcal{E}_R^2$	$-1^+$
Fermiones Majorana		$\mathcal{N}_R^{1,2,3}$	$0^+$

**Tabla 4-3.:** Sector leptónico del modelo, número cuántico  $X$  no universal y paridad  $\mathbb{Z}_2$ .

Las masas de los bosones gauge, se obtienen a partir del sector cinético del Lagrangiano de Higgs

$$\mathcal{L}_{Higgs}^{cin.} = \frac{1}{2} \sum_{1,2,3} (D^\mu \Phi_i)^\dagger (D_\mu \Phi_i) + \frac{1}{2} (D^\mu \chi)^* (D_\mu \chi) + \frac{1}{2} (D^\mu \sigma) (D_\mu \sigma), \quad (4-3)$$

con las derivadas covariantes dada por

$$D_\mu \Phi_i = \partial_\mu \Phi_i - ig \mathbf{W}_\mu \Phi_i - ig' Y B_\mu \Phi_i - ig_X \chi_i Z'_\mu \Phi_i, \quad (4-4a)$$

$$D_\mu \chi_i = \partial_\mu \chi_i - \frac{ig_X}{3} Z'_\mu \chi_i, \quad D_\mu \sigma = \partial_\mu \sigma. \quad (4-4b)$$

Las masas de los bosones gauge se obtienen al evaluar los VEVs en los campos de Higgs. La masa del  $W_\mu^\pm$  es [60]:

$$m_W^2 = \frac{g^2}{4} (v_1^2 + v_2^2 + v_3^2) = \frac{g^2 v^2}{4}, \quad (4-5)$$

donde  $v$  es el VEV de la escala electrodébil. Con el fin de simplificar la notación, cada uno de los VEVs electrodébiles son definidos como fracciones de  $v$

$$v_1 = v\rho_1, \quad v_2 = v\rho_2, \quad v_3 = v\rho_3, \quad (4-6)$$

y los coeficientes  $\rho_i$  satisfacen

$$\rho_1^2 + \rho_2^2 + \rho_3^2 = 1. \quad (4-7)$$

Esta parametrización será utilizada en las subsecciones siguientes. Si se consideran los bosones de gauge neutros, la matriz en la base  $\mathbf{W}_\mu^0 = (B_\mu, W_\mu^3, Z'_\mu)$  es

$$M_{\mathbf{W}^0}^2 = \begin{pmatrix} g_Y^2 v^2 & -gg_Y v^2 & \frac{2}{3}g_Y g_X v^2(2 - \rho_3^2) \\ -gg_Y v^2 & g^2 v^2 & \frac{2}{3}g v^2 g_X(2 - \rho_3^2) \\ \frac{2}{3}g_Y g_X v^2(2 - \rho_3^2) & \frac{2}{3}g v^2 g_X(2 - \rho_3^2) & \frac{4}{9}g_X^2((4 - 3\rho_3^2)v^2 + v_X^2) \end{pmatrix}. \quad (4-8)$$

Su determinante es nulo, como es de esperarse, debido a la existencia de bosón de gauge sin masa, el fotón  $A_\mu$ . Adicional, hay dos bosones de gauge masivos, el bosón electrodébil  $Z_{1\mu}$  a la escala de los GeV, y el nuevo bosón  $Z_{2\mu}$  a la escala de los TeV, cuyas masas son [60]:

$$m_{Z_1}^2 \approx \frac{g^2 + g'^2}{4} v^2 = \frac{g^2 v^2}{4c_W^2}, \quad (4-9)$$

$$m_{Z_2}^2 \approx \frac{g_X^2 v_\chi^2}{9} - \frac{g_X^2 \rho_3^2 v^2}{3} + \frac{4g_X^2 v^2}{9}. \quad (4-10)$$

Los autoestados de masa son

$$\begin{aligned} A_\mu &= s_W W_\mu^3 + c_W B'_\mu, \\ Z_{1\mu} &= c_W W_\mu^3 - s_W B'_\mu + s_\theta Z'_\mu, \\ Z_{2\mu} &= -s_\theta c_W W_\mu^3 + s_\theta s_W B'_\mu + Z'_\mu, \end{aligned} \quad (4-11)$$

donde los ángulos de mezcla son el de Weinberg y un nuevo ángulo  $\theta$  definidos como:

$$\tan \theta_W = \frac{g'}{g}, \quad \tan \theta = \frac{3g}{2c_W g_X} \frac{((2 - \rho_3^2)v^2)}{v_\chi^2}. \quad (4-12)$$

### 4.3. Potencial de Higgs y Masas Escalares

El potencial escalar del Modelo No Universal Leptónico se establece de acuerdo a las cargas  $U(1)_X$  y las paridades  $\mathbb{Z}_2$  mostrada en la tabla 4-1. De esta manera, el potencial invariante más general bajo la simetría  $G_{\text{ME}} \otimes U(1)_X \otimes \mathbb{Z}_2$  es [60]

$$\begin{aligned} V_H &= \mu_1^2 \Phi_1^\dagger \Phi_1 + \mu_2^2 \Phi_2^\dagger \Phi_2 + \mu_3^2 \Phi_3^\dagger \Phi_3 + \mu_\chi^2 \chi^* \chi + \mu_\sigma^2 \sigma^2 \\ &\quad - \frac{f_\chi}{\sqrt{2}} \left( \Phi_3^\dagger \Phi_1 \chi + \text{h.c.} \right) - \frac{f_\sigma}{\sqrt{2}} \left( \Phi_3^\dagger \Phi_2 \sigma + \text{h.c.} \right) \\ &\quad + \lambda_{11} \left( \Phi_1^\dagger \Phi_1 \right)^2 + \lambda_{12} \left( \Phi_1^\dagger \Phi_1 \right) \left( \Phi_2^\dagger \Phi_2 \right) - \lambda'_{12} \left( \Phi_1^\dagger \Phi_2 \right) \left( \Phi_2^\dagger \Phi_1 \right) \\ &\quad + \lambda_{22} \left( \Phi_2^\dagger \Phi_2 \right)^2 + \lambda_{23} \left( \Phi_2^\dagger \Phi_2 \right) \left( \Phi_3^\dagger \Phi_3 \right) - \lambda'_{23} \left( \Phi_2^\dagger \Phi_3 \right) \left( \Phi_3^\dagger \Phi_2 \right) \\ &\quad + \lambda_{33} \left( \Phi_3^\dagger \Phi_3 \right)^2 + \lambda_{13} \left( \Phi_1^\dagger \Phi_1 \right) \left( \Phi_3^\dagger \Phi_3 \right) - \lambda'_{13} \left( \Phi_1^\dagger \Phi_3 \right) \left( \Phi_3^\dagger \Phi_1 \right) \\ &\quad + \lambda_{1\chi} \left( \Phi_1^\dagger \Phi_1 \right) (\chi^* \chi) + \lambda_{2\chi} \left( \Phi_2^\dagger \Phi_2 \right) (\chi^* \chi) + \lambda_{3\chi} \left( \Phi_3^\dagger \Phi_3 \right) (\chi^* \chi) \\ &\quad + \lambda_{1\sigma} \left( \Phi_1^\dagger \Phi_1 \right) (\sigma^2) + \lambda_{2\sigma} \left( \Phi_2^\dagger \Phi_2 \right) (\sigma^2) + \lambda_{3\sigma} \left( \Phi_3^\dagger \Phi_3 \right) (\sigma^2) \\ &\quad + \lambda_{\chi\chi} (\chi^* \chi)^2 + \lambda_{\chi\sigma} (\chi^* \chi) (\sigma^2) + \lambda_{\sigma\sigma} (\sigma^4). \end{aligned} \quad (4-13)$$

El potencial en (4-13) se minimiza diferenciándolo con respecto a cada uno de los VEVs y despejando las constantes cuadráticas  $\mu_i$ , donde  $i = 1, 2, 3, \chi, \sigma$ , similar a como se hizo en el Modelo Universal Leptónico. Con esto, se obtiene las siguientes relaciones:

$$-\mu_1^2 = \lambda_{11}v_1^2 + \Lambda_{12}v_2^2 + \Lambda_{13}v_3^2 + \frac{\lambda_{1\chi}v_\chi^2}{2} + \frac{\lambda_{1\sigma}v_\sigma^2}{2} - \frac{f_\chi\rho_3v_\chi}{2\rho_1}, \quad (4-14a)$$

$$-\mu_2^2 = \lambda_{22}v_2^2 + \Lambda_{23}v_3^2 + \Lambda_{12}v_1^2 + \frac{\lambda_{2\chi}v_\chi^2}{2} + \frac{\lambda_{2\sigma}v_\sigma^2}{2} - \frac{f_\sigma\rho_3v_\chi}{2\rho_2}, \quad (4-14b)$$

$$-\mu_3^2 = \lambda_{33}v_3^2 + \Lambda_{13}v_1^2 + \Lambda_{23}v_2^2 + \frac{\lambda_{3\chi}v_\chi^2}{2} + \frac{\lambda_{3\sigma}v_\sigma^2}{2} - \frac{f_\chi\rho_1v_\chi + f_\sigma\rho_2v_\sigma}{2\rho_3}, \quad (4-14c)$$

$$-\mu_\chi^2 = \lambda_{\chi\chi}v_\chi^2 + \frac{\lambda_{\chi\sigma}v_\sigma^2}{2} + \frac{\lambda_{1\chi}v_1^2}{2} + \frac{\lambda_{2\chi}v_2^2}{2} + \frac{\lambda_{3\chi}v_3^2}{2} - \frac{f_\chi v_1 v_3}{2v_\chi}, \quad (4-14d)$$

$$-\mu_\sigma^2 = \lambda_{\sigma\sigma}v_\sigma^2 + \frac{\lambda_{\chi\sigma}v_\chi^2}{2} + \frac{\lambda_{1\sigma}v_1^2}{2} + \frac{\lambda_{2\sigma}v_2^2}{2} + \frac{\lambda_{3\sigma}v_3^2}{2} - \frac{f_\sigma v_2 v_3}{2v_\sigma}, \quad (4-14e)$$

donde  $\Lambda_{ij} = (\lambda_{ij} - \lambda'_{ij})/2$ .

### 4.3.1. Masas del Sector Escalar Cargado

Para el sector escalar cargado, la matriz de masa en la base  $\Phi^\pm = (\Phi_1^\pm, \Phi_2^\pm, \Phi_3^\pm)$  es:

$$M_C^2 = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} \frac{f_\chi v_\chi \rho_3}{\rho_1} + \lambda'_{11} v^2 & -\rho_1 \rho_2 \lambda'_{12} v^2 & -\rho_1 \rho_3 \lambda'_{13} v^2 - f_\chi v_\chi \\ -\rho_1 \rho_2 \lambda'_{12} v^2 & \frac{f_\sigma v_\sigma \rho_3}{\rho_2} + \lambda'_{22} v^2 & -\rho_2 \rho_3 \lambda'_{23} v^2 - f_\sigma v_\sigma \\ -\rho_1 \rho_3 \lambda'_{13} v^2 - f_\chi v_\chi & -\rho_2 \rho_3 \lambda'_{23} v^2 - f_\sigma v_\sigma & \frac{\rho_1 f_\chi v_\chi + \rho_2 f_\sigma v_\sigma}{\rho_3} + \lambda'_{33} v^2 \end{pmatrix}, \quad (4-15)$$

donde  $\lambda'_1 = \lambda'_{12}\rho_2^2 + \lambda'_{13}\rho_3^2$ ,  $\lambda'_2 = \lambda'_{12}\rho_1^2 + \lambda'_{23}\rho_3^2$ ,  $\lambda'_3 = \lambda'_{13}\rho_1^2 + \lambda'_{23}\rho_2^2$ . Su determinante es nulo, como se debe esperar, debido a la existencia de  $G_\mu^\pm$ , los bosones Goldstone de  $W_\mu^\pm$ . Adicional a ellos, existen dos bosones físicos cargados  $H_1^\pm$  y  $H_2^\pm$  que adquieren masa a la escala TeV con contribuciones a los cientos de GeV.

La masa de los bosones físicos cargados son (a orden  $\mathcal{O}(v^2)$ ) [60]

$$m_{H_{12}^\pm}^2 \approx \frac{f_\chi(\rho_1^2 + \rho_3^2)v_\chi}{8\rho_1\rho_3} + \frac{f_\sigma(\rho_2^2 + \rho_3^2)v_\sigma}{8\rho_2\rho_3} \quad (4-16)$$

$$\pm \sqrt{\frac{f_\chi^2(\rho_1^2 + \rho_3^2)^2 v_\chi^2}{64\rho_1^2\rho_3^2} + \frac{f_\chi f_\sigma(\rho_1^2\rho_2^2 - \rho_3^4)v_\chi v_\sigma}{32\rho_1\rho_2\rho_3^2} + \frac{f_\sigma^2(\rho_2^2 + \rho_3^2)^2 v_\sigma^2}{64\rho_2^2\rho_3^2}}.$$

Los autoestados de masa generan los siguientes ángulos de mezcla [60]:

$$\tan^2 \theta_{12}^C = \frac{\rho_2^2}{\rho_1^2}, \quad (4-17a)$$

$$\tan^2 \theta_{23}^{odd} \simeq \frac{g(f_\chi, f_\sigma) - \sqrt{g(f_\chi, f_\sigma)^2 - 4f_\chi f_\sigma \rho_1 \rho_2 \rho_3^2 v_\chi v_\sigma}}{g(f_\chi, f_\sigma) + \sqrt{g(f_\chi, f_\sigma)^2 - 4f_\chi f_\sigma \rho_1 \rho_2 \rho_3^2 v_\chi v_\sigma}}, \quad (4-17b)$$

$$\tan^2 \theta_{13}^C = \frac{\rho_3}{\rho_1^2 + \rho_2^2}, \quad (4-17c)$$

donde  $g(f_\chi, f_\sigma) = f_\chi \rho_2 (\rho_1^2 + \rho_3^2) v_\chi + f_\sigma \rho_1 (\rho_2^2 - \rho_3^2) v_\sigma$ .

### 4.3.2. Masas de Bosones Pseudoescalares

La matriz de masa de los bosones pseudoescalar, en la base  $\boldsymbol{\eta} = (\eta_1, \eta_2, \eta_3, \zeta_\chi)$ , resulta ser:

$$M_{\text{ps}}^2 = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} \frac{f_\chi v_\chi \rho_3}{\rho_1} & 0 & -f_\chi v_\chi & v f_\chi \rho_3 \\ 0 & \frac{f_\sigma v_\sigma \rho_3}{\rho_2} & -f_\sigma v_\sigma & 0 \\ -f_\chi v_\chi & -f_\sigma v_\sigma & \frac{f_\chi v_\chi \rho_1}{\rho_3} + \frac{f_\sigma v_\sigma \rho_2}{\rho_3} & -v f_\chi \rho_1 \\ v f_\chi \rho_3 & 0 & -v f_\chi \rho_1 & \frac{v^2 f_\chi \rho_1 \rho_3}{v_\chi} \end{pmatrix}. \quad (4-18)$$

Su determinante es nulo, como es de esperarse, debido a la existencia de  $G_Z$  y  $G'_Z$ , los bosones Goldstone de  $Z_\mu$  y  $Z'_\mu$  respectivamente. Adicional a ellos, existen dos bosones físicos pseudoescalares  $A_1$  y  $A_2$  que adquieren masa a la escala TeV con contribuciones a los cientos de GeV.

Las masas de los bosones pseudoescalares físicos son (en el orden de  $\mathcal{O}(v^2)$ )

$$m_{A_{1,2}}^2 = \frac{f_\chi (\rho_1^2 + \rho_3^2) v_\chi}{8 \rho_1 \rho_3} + \frac{f_\sigma (\rho_2^2 + \rho_3^2) v_\sigma}{8 \rho_2 \rho_3} \quad (4-19)$$

$$\pm \sqrt{\frac{f_\chi^2 (\rho_1^2 + \rho_3^2)^2 v_\chi^2}{64 \rho_1^2 \rho_3^2} + \frac{f_\chi f_\sigma (\rho_1^2 \rho_2^2 - \rho_3^2) v_\chi v_\sigma}{32 \rho_1 \rho_2 \rho_3^2} + \frac{f_\sigma^2 (\rho_2^2 + \rho_3^2)^2 v_\sigma^2}{64 \rho_2^2 \rho_3^2}},$$

que son ligeramente diferentes de  $m_C^\pm$ , las masas de los bosones cargados. Los autoestados de masa generan los siguientes ángulos de mezcla [60]:

$$\tan^2 \theta_{12}^{\text{ps}} = \frac{\rho_2^2}{c_{14}^2 \rho_1^2}, \quad (4-20a)$$

$$\tan^2 \theta_{23}^{\text{ps}} \simeq \frac{g(f_\chi, f_\sigma) - \sqrt{g(f_\chi, f_\sigma)^2 - 4f_\chi f_\sigma \rho_1 \rho_2 \rho_3^2 v_\chi v_\sigma}}{g(f_\chi, f_\sigma) + \sqrt{g(f_\chi, f_\sigma)^2 - 4f_\chi f_\sigma \rho_1 \rho_2 \rho_3^2 v_\chi v_\sigma}}, \quad (4-20b)$$

$$\tan^2 \theta_{13}^{\text{ps}} = \frac{\rho_3^2}{c_{14}^2 \rho_1^2 + \rho_2^2 + \rho_3^2}, \quad (4-20c)$$

$$\tan^2 \theta_{14}^{\text{ps}} = \frac{v \rho_1}{v_\chi}, \quad (4-20d)$$

donde  $g(f_\chi, f_\sigma) = f_\chi \rho_2 (\rho_1^2 + \rho_3^2) v_\chi + f_\sigma \rho_1 (\rho_2^2 - \rho_3^2) v_\sigma$ .

### 4.3.3. Masas de Bosones Escalares

Finalmente, la matriz de masa de los bosones escalares, en la base  $h = (h_1, h_2, h_3, \xi_\chi, \xi_\sigma)$  es [60]:

$$M_{\text{esc}}^2 = \begin{pmatrix} \mathcal{M}_{hh} & \mathcal{M}_{h\xi} \\ \mathcal{M}_{h\xi}^T & \mathcal{M}_{\xi\xi} \end{pmatrix}, \quad (4-21)$$

donde los bloques se definen de acuerdo a

$$\mathcal{M}_{hh} = \begin{pmatrix} \lambda_{11}v^2\rho_1^2 + \frac{f_\chi v_\chi \rho_3}{4\rho_1} & \Lambda_{12}v^2\rho_1\rho_2 & \Lambda_{13}v^2\rho_1\rho_3 - \frac{f_\chi v_\chi}{4} \\ \Lambda_{12}v^2\rho_1\rho_2 & \lambda_{22}v^2\rho_2^2 + \frac{f_\sigma v_\sigma \rho_3}{4\rho_2} & \Lambda_{23}v^2\rho_2\rho_3 - \frac{f_\sigma v_\sigma}{4} \\ \Lambda_{13}v^2\rho_1\rho_3 - \frac{f_\chi v_\chi}{4} & \Lambda_{23}v^2\rho_2\rho_3 - \frac{f_\sigma v_\sigma}{4} & \lambda_{33}v^2\rho_3^2 + \frac{f_\sigma v_\sigma \rho_1 + f_\chi v_\chi \rho_2}{4\rho_3} \end{pmatrix},$$

$$\mathcal{M}_{h\xi} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2}\lambda_{1\chi}v_\chi v\rho_1 - \frac{1}{4}vf_\chi\rho_3 & \frac{1}{2}\lambda_{1\sigma}v_\sigma v\rho_1 \\ \frac{1}{2}\lambda_{2\chi}v_\chi v\rho_2 & \frac{1}{2}\lambda_{2\sigma}v_\sigma v\rho_2 - \frac{1}{4}vf_\sigma\rho_3 \\ \frac{1}{2}\lambda_{3\chi}v_\chi v\rho_3 - \frac{1}{4}vf_\chi\rho_1 & \frac{1}{2}\lambda_{3\sigma}v_\sigma v\rho_3 - \frac{1}{4}vf_\sigma\rho_2 \end{pmatrix}, \quad (4-22)$$

$$\mathcal{M}_{\xi\xi} = \begin{pmatrix} \lambda_{\chi\chi}v_\chi^2 + \frac{f_\chi \rho_1 \rho_3 v^2}{4v_\chi} & \Lambda_{\chi\sigma}v_\chi v_\sigma \\ \Lambda_{\chi\sigma}v_\chi v_\sigma & \lambda_{\sigma\sigma}v_\sigma^2 + \frac{f_\sigma \rho_2 \rho_3 v^2}{4v_\sigma} \end{pmatrix}.$$

Debido a que  $|\mathcal{M}_{hh}| < |\mathcal{M}_{h\xi}| < |\mathcal{M}_{\xi\xi}|$  el procedimiento see-saw será implementado siguiendo la referencia [69] que diagonaliza por bloques  $\mathcal{M}_{hh}$  de tal forma que los escalares  $h$  se desacoplan de los  $\xi$ . En este caso, se encuentra los siguientes ángulos de mezcla [60]:

$$\tan^2 \theta_{12}^{hh} \approx \frac{\rho_2^2}{\rho_1^2}, \quad (4-23a)$$

$$\tan^2 \theta_{23}^{hh} \approx \frac{g(f_\chi, f_\sigma) - \sqrt{g(f_\chi, f_\sigma)^2 - 4f_\chi f_\sigma \rho_1 \rho_2 \rho_3^2 v_\chi v_\sigma}}{g(f_\chi, f_\sigma) + \sqrt{g(f_\chi, f_\sigma)^2 - 4f_\chi f_\sigma \rho_1 \rho_2 \rho_3^2 v_\chi v_\sigma}}, \quad (4-23b)$$

$$\tan^2 \theta_{13}^{hh} \approx \frac{\rho_3}{\rho_1^2 + \rho_2^2}. \quad (4-23c)$$

En la tabla (4-4) se hace un compendio de los resultados más importantes de esta sección.

## 4.4. Ecuaciones de Anomalías Quirales

Las más importantes restricciones sobre las cargas  $X$  de los fermiones son el sector escalar y la cancelación de anomalías quirales. Debido a que los dobletes de Higgs y los singletes poseen carga  $U(1)_X$  (ver tabla 4-1), las constantes de acoplamiento de Yukawa requieren que los fermiones izquierdos y derechos con diferentes números cuánticos  $U(1)_X$  y la posibilidad de

Bosón	Spin	Masa	Bosón	Spin	Masa	Bosón	Spin	Masa
Gauge			Escalares del ME			Escalares Exóticos		
$A_\mu$	1	0	$h$	0	$m_h$	$H_{1,2}$	0	$m_H$
$W_\mu^\pm$	1	$m_W$	$G_W^\pm$	0	0	$H_{1,2}^\pm$	0	$m_H$
$Z_\mu$	1	$m_Z$	$G_Z$	0	0	$A_{1,2}$	0	$m_H$
$Z'_\mu$	1	$m_{Z'}$	$G_{Z'}$	0	0	$\mathcal{H}_{1,2}$	0	$m_{\mathcal{H}}$

**Tabla 4-4.:** Resumen de los autoestados de masa bosónicos del modelo.

tener anomalías quirales en el modelo aparezcan. De esta manera, con el fin de cancelar estas anomalías desde el comienzo, la carga no universal  $X$  debe suprimir los mismos coeficientes de anomalías de la Ec. (3-9).

Esas ecuaciones se cancelan por el espectro fermiónico mostrado en las tablas **4-2** y **4-3**. Este incluye las tres familias del ME, un quark tipo up  $\mathcal{T}$ , dos quarks tipo down  $\mathcal{J}^{1,2}$  y dos leptones cargados  $\mathcal{E}^{1,2}$ . Esos campos fueron agregados con el fin de cancelar las anomalías, pero su función va más allá y es ayudar a comprender la jerarquía de la masa de los fermiones. Es más, se incluyen tres fermiones Majorana  $\mathcal{N}^{1,2,3}$  que no contribuyen en la cancelación de las anomalías pero juegan un papel importante en la adquisición de la masa de los neutrinos [69].

## 4.5. Sector Fermiónico y sus Masas

Se procede a determinar los autoestados del sector fermiónico en el contexto del Modelo No Universal Leptónico.

### 4.5.1. Interacciones de Yukawa

El Lagrangiano de Yukawa más general debe obedecer la simetría gauge  $G_{ME} \times U(1)_X$  de tal manera que se obtenga un modelo renormalizable. Sin embargo, para el Modelo No Universal Leptónico se impuso una simetría discreta extra  $\mathbb{Z}_2$ , donde cada partícula tiene una paridad intrínseca  $\mathbb{Z}_2$ , como se muestra en las tablas **(4-1)**, **(4-2)** y **(4-3)**. Debido a ello, los acoplamientos entre fermiones y escalares para quarks tipo up y down son [62]:

$$\begin{aligned}
-\mathcal{L}_U &= \bar{q}_L^1 \tilde{\Phi}_3 (h_{3u}^{11} u_R^1 + h_{3u}^{13} u_R^3) + \bar{q}_L^1 \tilde{\Phi}_2 (h_{2u}^{12} u_R^1 + h_{2\mathcal{T}}^1 \mathcal{T}_R) \\
&+ \bar{q}_L^2 \tilde{\Phi}_1 (h_{1u}^{22} u_R^2 + h_{1\mathcal{T}}^2 \mathcal{T}_R) + \bar{q}_L^3 \tilde{\Phi}_1 (h_{1u}^{31} u_R^1 + h_{1u}^{33} u_R^3) \\
&+ g_{\sigma u}^1 \bar{\mathcal{T}}_L \sigma u_R^1 + g_{\chi u}^2 \bar{\mathcal{T}}_L \chi u_R^2 + g_{\sigma u}^3 \bar{\mathcal{T}}_L \sigma u_R^3 + g_{\chi \mathcal{T}} \bar{\mathcal{T}}_L \chi \mathcal{T}_R + h.c.,
\end{aligned} \tag{4-24}$$

$$\begin{aligned}
-\mathcal{L}_D &= \overline{q}_L^1 \Phi_1 (h_{1\mathcal{J}}^{11} \mathcal{J}_R^1 + h_{1\mathcal{J}}^{12} \mathcal{J}_R^2) + \overline{q}_L^2 \Phi_2 (h_{2\mathcal{J}}^{21} \mathcal{J}_R^1 + h_{2\mathcal{J}}^{22} \mathcal{J}_R^2) + \overline{q}_L^3 \Phi_3 (h_{3\mathcal{J}}^{31} \mathcal{J}_R^1 + h_{3\mathcal{J}}^{32} \mathcal{J}_R^2) \\
&\quad + \overline{q}_L^2 \Phi_3 (h_{3d}^{21} d_R^1 + h_{3d}^{22} d_R^2 + h_{3d}^{23} d_R^3) + \overline{q}_L^3 \Phi_2 (h_{2d}^{31} d_R^1 + h_{2d}^{32} d_R^2 + h_{2d}^{33} d_R^3) \\
&\quad + \overline{\mathcal{J}}_L^1 \sigma^* (g_{\sigma d}^{11} d_R^1 + g_{\sigma d}^{12} d_R^2 + g_{\sigma d}^{13} d_R^3) + \overline{\mathcal{J}}_L^2 \sigma^* (g_{\sigma d}^{21} d_R^1 + g_{\sigma d}^{22} d_R^2 + g_{\sigma d}^{23} d_R^3) \\
&\quad + g_{\chi\mathcal{J}}^1 \overline{\mathcal{J}}_L^1 \chi^* \mathcal{J}_R^1 + g_{\chi\mathcal{J}}^2 \overline{\mathcal{J}}_L^2 \chi^* \mathcal{J}_R^2 + h.c., \tag{4-25}
\end{aligned}$$

mientras que para los leptones neutros y cargados se tiene:

$$\begin{aligned}
-\mathcal{L}_N &= \overline{\ell}_L^e \tilde{\Phi}_3 (h_{3\nu}^{ee} \nu_R^1 + h_{3\nu}^{e\mu} \nu_R^2 + h_{3\nu}^{e\tau} \nu_R^3) + \overline{\ell}_L^\mu \tilde{\Phi}_3 (h_{3\nu}^{\mu e} \nu_R^1 + h_{3\nu}^{\mu\mu} \nu_R^2 + h_{3\nu}^{\mu\tau} \nu_R^3) \\
&\quad + g_{\chi\mathcal{N}}^{ij} \overline{\nu}_R^{iC} \chi^* \mathcal{N}_R^j + \frac{1}{2} \overline{\mathcal{N}}_R^{iC} M_{\mathcal{N}}^{ij} \mathcal{N}_R^j + h.c., \tag{4-26}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
-\mathcal{L}_E &= h_{3e}^{e\mu} \overline{\ell}_L^e \Phi_3 e_R^\mu + h_{3e}^{\mu\mu} \overline{\ell}_L^\mu \Phi_3 e_R^\mu + h_{2e}^{\tau\mu} \overline{\ell}_L^\tau \Phi_2 e_R^e + h_{2e}^{\tau\tau} \overline{\ell}_L^\tau \Phi_2 e_R^\tau \\
&\quad + h_{1e}^{e1} \overline{\ell}_L^e \Phi_1 \mathcal{E}_R^1 + h_{1e}^{\mu1} \overline{\ell}_L^\mu \Phi_1 \mathcal{E}_R^1 + g_{\chi e}^{1e} \overline{\mathcal{E}}_L^1 \chi^* e_R^e + g_{\chi e}^{2\mu} \overline{\mathcal{E}}_L^2 \chi^* e_R^\mu \\
&\quad + g_{\chi e}^1 \overline{\mathcal{E}}_L^1 \chi^* \mathcal{E}_R^1 + g_{\chi e}^2 \overline{\mathcal{E}}_L^2 \chi^* \mathcal{E}_R^2 + h.c., \tag{4-27}
\end{aligned}$$

donde  $\tilde{\Phi} = i\sigma_2 \Phi^*$  son los dobletes escalares conjugados y las componentes de la masa Majorana se representa como  $M_{\mathcal{N}}^{ij}$ .

Los Lagrangianos de Yukawa (4-24)-(4-27) suministra la masa a todos los fermiones después de que la simetría del modelo es rota espontáneamente, por medio de la estructura del vacío de los campos de Higgs mostrados en las tablas (4-1), (4-2) y (4-3).

Antes de abordar el espectro fermiónico del modelo, se muestra el procedimiento general para obtener las masas de los fermiones y los ángulos de mezcla. Los fermiones de cada sector se describen empleando dos bases: la base de sabor  $\mathbf{f}$  y la base de masa  $\bar{\mathbf{f}}$ . De esta manera, una vez que el Lagrangiano de Yukawa es evaluado en los VEVs, los términos de masa se pueden expresar como

$$-\mathcal{L}_f = \bar{\mathbf{f}}_L M_f \mathbf{f}_R + h.c., \tag{4-28}$$

donde  $\mathbf{f}$  son los multipletes con componentes de la misma carga eléctrica, de la forma:

$$\begin{aligned}
\mathbf{f} : \quad \mathbf{U} &= (u^1, u^2, u^3, \mathcal{T}), \\
\mathbf{D} &= (d^1, d^2, d^3, \mathcal{J}^1, \mathcal{J}^2), \\
\mathbf{E} &= (e^e, e^\mu, e^\tau, \mathcal{E}^1, \mathcal{E}^2), \\
\mathbf{N}_L &= (\nu_L^{e,\mu,\tau}, \nu_R^{1,2,3C}, \mathcal{N}_R^{1,2,3C}). \tag{4-29}
\end{aligned}$$

Debido a que la matriz de masa  $M_f$  no es Hermítica, se debe diagonalizar a través de una transformaci3n biunitaria

$$m_f = (\mathbb{V}_L^f)^\dagger M_f \mathbb{V}_R^f, \tag{4-30}$$

y como consecuencia las bases de masa y sabor se relacionan por las matrices de mezcla  $\mathbb{V}_L^f$  y  $\mathbb{V}_R^f$  de la siguiente forma

$$\tilde{\mathbf{f}}_L = (\mathbb{V}_L^f)\mathbf{f}_L, \quad \tilde{\mathbf{f}}_R = (\mathbb{V}_R^f)\mathbf{f}_R, \quad (4-31)$$

donde

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{f}} : \quad \tilde{\mathbf{U}} &= (u, c, t, T), \\ \tilde{\mathbf{D}} &= (d, s, b, J^1, J_2), \\ \tilde{\mathbf{E}} &= (e, \mu, \tau, E^1, E^2), \\ \tilde{\mathbf{N}}_L &= (\nu_L^{1,2,3}, \tilde{\nu}_R^{1,2,3C}, N_R^{1,2,3C}). \end{aligned} \quad (4-32)$$

La forma específica de las matrices  $V_{L,R}^f$  depende de la estructura de Yukawa de los Lagrangianos originales (4-24)-(4-26). En particular, con la selección de las paridades  $\mathbb{Z}_2$ , esos términos de Yukawa conducen a estructuras de masa predecibles para quarks, leptones cargados y neutrinos, como se muestra en la Ref. [72].

### 4.5.2. Parametrización de la Matriz Biunitaria

En este apartado, se muestra los parámetros de las transformaciones biunitarias que rotan las bases de sabor a bases de masa.

#### Sector Up

A partir del Lagrangiano de Yukawa (4-24), se obtiene la siguiente matriz de masa para el sector quark tipo up en la base  $(u, c, t, T)$  [62]:

$$\mathbb{M}_U = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} h_{3u}^{11}v_3 & h_{2u}^{12}v_2 & h_{3u}^{13}v_3 & h_{3T}^1v_2 \\ 0 & h_{1u}^{22}v_1 & 0 & h_{1T}^2v_1 \\ h_{1u}^{31}v_3 & 0 & h_{1u}^{33}v_3 & 0 \\ 0 & g_{\chi u}^2v_\chi & 0 & g_{\chi T}v_\chi \end{pmatrix}, \quad (4-33)$$

que se diagonaliza a través de las matrices biunitarias  $V_{L(R)}^U$ . De forma particular, como se muestra en la Ref. [72], la matriz izquierda se puede expresar como el producto de dos matrices de mezcla de la forma:

$$\mathbb{V}_L^U = \begin{pmatrix} 1 & \Theta_L^{U\dagger} \\ -\Theta_L^U & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_{ME}^U & 0 \\ 0 & V_{new}^U \end{pmatrix}, \quad (4-34)$$

donde  $\Theta_L^f$  es la matriz seesaw que diagonaliza la matriz de masa en dos bloques: una correspondiente a la matriz de masa de quarks ordinarios del ME, y otra asociada a los quarks

nuevos, que el caso del sector up, solo es el quark  $T$ . Mientras que  $V_{ME}^U$  y  $V_{new}^U$  diagonaliza cada uno de estos bloques por separado. Por simplicidad se asume matrices exóticas diagonales, de tal forma que  $V_{new}^f = 1$ . La matriz seesaw es [60]:

$$\Theta_L^{U\dagger} = \begin{pmatrix} \frac{h_{2\mathcal{T}}^1 g_{\mathcal{T}} + h_{2u}^{12} g_{\chi u}^2 v_2}{(g_{\mathcal{T}})^2 + (g_{\chi u})^2} v_{\mathcal{X}} \\ \frac{h_{1\mathcal{T}}^2 g_{\mathcal{T}} + h_{1u}^{22} g_{\chi u}^2 v_1}{(g_{\mathcal{T}})^2 + (g_{\chi u})^2} v_{\mathcal{X}} \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (4-35)$$

donde  $V_{ME}^U$  se parametriza por medio de

$$V_{ME}^U = R_{23}(\theta_{23}^U) R_{13}(\theta_{13}^U) R_{12}(\theta_{12}^U), \quad (4-36)$$

y las matrices  $R_{ij}$  con la siguiente estructura

$$R_{12}(\theta_{12}^U) = \begin{pmatrix} c_{12}^U & s_{12}^U & 0 \\ -s_{12}^U & c_{12}^U & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (4-37a)$$

$$R_{13}(\theta_{13}^U) = \begin{pmatrix} c_{13}^U & 0 & s_{13}^U \\ 0 & 1 & 0 \\ -s_{13}^U & 0 & c_{13}^U \end{pmatrix}, \quad (4-37b)$$

$$R_{23}(\theta_{23}^U) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_{23}^U & s_{23}^U \\ 0 & -s_{23}^U & c_{23}^U \end{pmatrix}, \quad (4-37c)$$

donde  $c_{ij}^U = \cos \theta_{ij}^U$  y  $s_{ij}^U = \sin \theta_{ij}^U$ . Los ángulos  $\theta_{ij}^U$  se especifican por sus tangentes  $t_{ij}^U = \tan \theta_{ij}^U$  que son [72]:

$$t_{12}^U = \frac{h_{2u}^{12} g_{\mathcal{T}} - h_{1\mathcal{T}}^1 g_{\chi u}^2 v_2}{h_{1u}^{22} g_{\mathcal{T}} - h_{1\mathcal{T}}^2 g_{\chi u}^2 v_1}, \quad t_{13}^U = \frac{h_{3u}^{13} h_{1u}^{33} + h_{3u}^{11} h_{1u}^{31} v_3}{(h_{1u}^{33})^2 + (h_{1u}^{31})^2 v_1}, \quad t_{23}^U = 0. \quad (4-38)$$

Finalmente, los autovalores de masa al cuadrado son:

$$\begin{aligned} m_u^2 &= \frac{(h_{3u}^{11} h_{1u}^{33} - h_{3u}^{13} h_{1u}^{31})^2 v_3^2}{(h_{1u}^{33})^2 + (h_{1u}^{31})^2} \frac{v_3^2}{2}, \\ m_c^2 &= \frac{(h_{1u}^{22} g_{\mathcal{T}} - h_{1\mathcal{T}}^2 g_{\chi u}^2)^2 v_1^2}{(g_{\mathcal{T}}^2)^2 + (g_{\chi u}^2)^2} \frac{v_1^2}{2}, \\ m_t^2 &= [(h_{1u}^{33})^2 + (h_{1u}^{31})^2] \frac{v_1^2}{2}, \\ m_T^2 &= [(g_{\mathcal{T}})^2 + (g_{\chi u}^2)^2] \frac{v_{\mathcal{X}}^2}{2}. \end{aligned} \quad (4-39)$$

Con este esquema se encuentra que el quark u adquiere masa a través de  $v_3$ , el quark charm y el top adquiere masa con  $v_1$ . Finalmente, la especie exótica  $T$  adquiere masa a través de  $v_{\mathcal{X}}$ .

### Sector Down

La matriz de masa de los quarks tipo down tiene la forma:

$$\mathbb{M}_D = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \Sigma_d^{11} & \Sigma_d^{12} & \Sigma_d^{13} & \Sigma_{1\mathcal{J}}^{11} v_1 & \Sigma_{1\mathcal{J}}^{12} v_1 \\ h_{3d}^{21} v_3 & h_{3d}^{22} v_3 & h_{3d}^{23} v_3 & h_{2\mathcal{J}}^{21} v_2 & h_{2\mathcal{J}}^{22} v_2 \\ h_{2d}^{31} v_2 & h_{2d}^{32} v_2 & h_{2d}^{33} v_2 & h_{3\mathcal{J}}^{31} v_3 & h_{3\mathcal{J}}^{32} v_3 \\ 0 & 0 & 0 & g_{\chi\mathcal{J}}^1 v_\chi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & g_{\chi\mathcal{J}}^2 v_\chi \end{pmatrix}, \quad (4-40)$$

donde  $\Sigma_d^{1k}$  son las componentes de masa que sólo se pueden generar por correcciones radiativas a 1-loop, como se muestra en la Ref. [72]. La matriz seesaw es:

$$\Theta_L^{D\dagger} = \begin{pmatrix} \frac{h_{1\mathcal{J}}^{11} v_1}{g_{\chi\mathcal{J}}^1 v_\chi} & \frac{h_{1\mathcal{J}}^{12} v_1}{g_{\chi\mathcal{J}}^2 v_\chi} \\ \frac{h_{2\mathcal{J}}^{21} v_2}{g_{\chi\mathcal{J}}^1 v_\chi} & \frac{h_{2\mathcal{J}}^{22} v_2}{g_{\chi\mathcal{J}}^2 v_\chi} \\ \frac{h_{3\mathcal{J}}^{31} v_3}{g_{\chi\mathcal{J}}^1 v_\chi} & \frac{h_{3\mathcal{J}}^{32} v_3}{g_{\chi\mathcal{J}}^2 v_\chi} \end{pmatrix}, \quad (4-41)$$

y los ángulos del ME de  $\mathbb{V}_{L,B}^D$  están dados por [72]:

$$\begin{aligned} t_{12}^D &= \frac{\Sigma_d^{11} h_{3d}^{21} + \Sigma_d^{12} h_{3d}^{22} + \Sigma_d^{13} h_{3d}^{23}}{(h_{3d}^{21})^2 + (h_{3d}^{22})^2 + (h_{3d}^{23})^2} \frac{1}{v_3}, \\ t_{13}^D &= \frac{\Sigma_d^{11} h_{2d}^{31} + \Sigma_d^{12} h_{2d}^{32} + \Sigma_d^{13} h_{2d}^{33}}{(h_{2d}^{31})^2 + (h_{2d}^{32})^2 + (h_{2d}^{33})^2} \frac{1}{v_2}, \\ t_{23}^D &= \frac{h_{3d}^{21} h_{2d}^{31} + h_{3d}^{22} h_{2d}^{32} + h_{3d}^{23} h_{2d}^{33}}{(h_{2d}^{31})^2 + (h_{2d}^{32})^2 + (h_{2d}^{33})^2} \frac{v_3}{v_2}, \end{aligned} \quad (4-42)$$

mientras que los autovalores de masa son:

$$\begin{aligned} m_d^2 &= \frac{[(\Sigma_d^{11} h_{3d}^{22} - \Sigma_d^{12} h_{3d}^{21}) h_{2d}^{33} + (\Sigma_d^{13} h_{3d}^{21} - \Sigma_d^{11} h_{3d}^{23}) h_{2d}^{32} + (\Sigma_d^{12} h_{3d}^{23} - \Sigma_d^{13} h_{3d}^{22}) h_{2d}^{31}]^2}{[(h_{3d}^{21})^2 + (h_{3d}^{22})^2] (h_{2d}^{33})^2 + [(h_{3d}^{23})^2 + (h_{3d}^{21})^2] (h_{2d}^{32})^2 + [(h_{3d}^{22})^2 + (h_{3d}^{23})^2] (h_{2d}^{31})^2}, \\ m_s^2 &= \frac{[(h_{3d}^{21})^2 + (h_{3d}^{22})^2] (h_{2d}^{33})^2 + [(h_{3d}^{23})^2 + (h_{3d}^{21})^2] (h_{2d}^{32})^2 + [(h_{3d}^{22})^2 + (h_{3d}^{23})^2] (h_{2d}^{31})^2}{(h_{2d}^{33})^2 + (h_{2d}^{32})^2 + (h_{2d}^{31})^2} \frac{v_3^2}{2}, \\ m_b^2 &= [(h_{2d}^{33})^2 + (h_{2d}^{32})^2 + (h_{2d}^{31})^2] \frac{v_2^2}{2}, \\ m_{J1}^2 &= (g_{\chi\mathcal{J}}^1)^2 \frac{v_\chi^2}{2}, \quad m_{J2}^2 = (g_{\chi\mathcal{J}}^2)^2 \frac{v_\chi^2}{2}. \end{aligned} \quad (4-43)$$

Los quarks más pesados  $J^1$  y  $J^2$  adquieren masa a la escala de los TeV debido a  $v_\chi$ , mientras que el quark b adquiere sus masa a través de  $v_2$  en la escala de los GeV. El quark s adquiere su masa a través de  $v_3$  en la escala de cientos de MeV.

El sector leptónico del modelo contiene los campos del ME con dos leptones quirales exóticos cargados  $\mathcal{E}^1$ ,  $\mathcal{E}^2$  y tres fermiones Majorana  $\mathcal{N}_R = (\mathcal{N}^1, \mathcal{N}^2, \mathcal{N}^3)$ . Los números cuánticos no

universales  $X$  y sus correspondientes paridades se muestran en la tabla **4-3**, y los Lagrangianos bajo la simetría  $U(1)_X \otimes \mathbb{Z}_2$  en el sector leptónico son (4-26) y (4-27). Los leptones cargados se describen en las bases  $\mathbf{E}$  y  $\tilde{\mathbf{E}}$ , que corresponde a las bases de sabor y de masa respectivamente. Se procede a encontrar las masas del sector cargado primero para las componentes izquierdas y luego las derechas.

### Sector Leptónico Cargado: Izquierdo

La matriz de masa de los leptones cargados es:

$$\mathbb{M}_E = \begin{pmatrix} 0 & h_{3e}^{e\mu} v_3 & 0 h_{1\mathcal{E}}^{e1} v_1 & 0 & \\ 0 & h_{3e}^{\mu\mu} v_3 & 0 & h_{1\mathcal{E}}^{\mu1} v_1 & 0 \\ h_{2e}^{\tau e} v_2 & 0 & h_{2e}^{\tau\tau} v_2 & 0 & \\ g_{\chi e}^{1e} v_\chi & 0 & 0 & g_{\chi \mathcal{E}}^1 v_\chi & 0 \\ 0 & g_{\chi e}^{2\mu} v_\chi & 0 & 0 & g_{\chi \mathcal{E}}^2 v_\chi \end{pmatrix}, \quad (4-44)$$

con la matriz de rotaciones izquierda [72]:

$$\Theta_L^{E\dagger} = \begin{pmatrix} \frac{h_{1E}^{e1} g_{\chi \mathcal{E}}^1 v_1 v_\chi}{2m_{E2}^2} & \frac{h_{3e}^{e\mu} g_{\chi e}^{2\mu} v_3 v_\chi}{2m_{E1}^2} \\ \frac{h_{1\mathcal{E}}^{\mu1} g_{\chi \mathcal{E}}^1 v_1 v_\chi}{2m_{E2}^2} & \frac{h_{3e}^{\mu\mu} g_{\chi e}^{2\mu} v_3 v_\chi}{2m_{E2}^2} \\ \frac{h_{3e}^{e\mu} g_{\chi e}^{1e} v_3 v_\chi}{2m_{E2}^2} & 0 \end{pmatrix}, \quad (4-45)$$

y

$$t_{12}^{EL} \approx \frac{h_{1\mathcal{E}}^{e1}}{h_{1\mathcal{E}}^{\mu1}}, \quad t_{13}^{EL} \approx \frac{g_{\chi \mathcal{E}}^1 h_{3e}^{e\mu} v_3}{g_{\chi e}^{1e} h_{1\mathcal{E}}^{e1} v_1}, \quad t_{23}^{EL} \approx -\frac{2(g_{\chi \mathcal{E}}^1)^3 h_{3e}^{e\mu} (h_{2e}^{\tau\tau})^2 v_2^2 v_3}{(g_{\chi e}^{1e})^3 h_{1\mathcal{E}}^{\mu1} (h_{1\mathcal{E}}^{e1})^2 v_1^2}. \quad (4-46)$$

Los valores de las masas son:

$$\begin{aligned} m_e^2 &= \frac{(h_{3e}^{e\mu} h_{1\mathcal{E}}^{\mu1} - h_{3e}^{\mu\mu} h_{1\mathcal{E}}^{e1})^2 v_3^2}{(h_{1\mathcal{E}}^{e1})^2 + (h_{1\mathcal{E}}^{\mu1})^2} \frac{v_3^2}{2}, \\ m_\mu^2 &= \frac{(h_{3e}^{e\mu} h_{1\mathcal{E}}^{e1} + h_{3e}^{\mu\mu} h_{1\mathcal{E}}^{\mu1})^2 v_3^2}{(h_{1\mathcal{E}}^{e1})^2 + (h_{1\mathcal{E}}^{\mu1})^2} \frac{v_3^2}{2} + \frac{(h_{3e}^{e\mu})^2 v_3^2}{2}, \\ m_\tau^2 &= (h_{2e}^{\tau\tau})^2 \frac{v_2^2}{2}, \\ m_{E1}^2 &= [(g_{\chi \mathcal{E}}^1)^2 + g_{\chi e}^{1e}] \frac{v_\chi^2}{2}, \quad m_{E2}^2 = [(g_{\chi \mathcal{E}}^2)^2 + g_{\chi e}^{2\mu}] \frac{v_\chi^2}{2}. \end{aligned} \quad (4-47)$$

Los leptones exóticos  $E^{1,2}$  adquieren masa por medio de  $v_\chi$  en la escala de los TeV. El leptón más pesado del ME,  $\tau$ , adquiere su masa por medio de  $v_2$ . Finalmente, los leptones  $\mu$  y  $e$  les suministra la masa  $v_3$ .

### Sector Leptónico Cargado: Derecho

Además, se necesitan las rotaciones para las componentes derechas de los leptones cargados. Para obtener esos parámetros, se deben contruir la matriz de masa cuadrada  $\mathbb{M}_R^E = \mathbb{M}_E^\dagger M_E$ , la cual se diagonaliza por la transformación derecha  $V_R^E$ . En este caso, la matriz de rotación se expresa como:

$$V_R^E = \begin{pmatrix} \Theta_{R11}^E & \Theta_{R12}^{ET} \\ \Theta_{R21}^E & \Theta_{R22}^E \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_{ME}^{E_R} & 0 \\ 0 & V_{new}^{E_R} \end{pmatrix}, \quad (4-48)$$

con

$$\begin{aligned} \Theta_{R11}^E &= \begin{pmatrix} c_{14}^{E_R} & 0 & 0 \\ 0 & c_{25}^{E_R} & 0 \\ -s_{34}^{E_R} s_{14}^{E_R} & 0 & 0 \end{pmatrix}, \\ \Theta_{R12}^E &= \begin{pmatrix} s_{14}^{E_R} & 0 & s_{34}^{E_R} c_{14}^{E_R} \\ 0 & s_{25}^{E_R} & 0 \end{pmatrix}, \\ \Theta_{R21}^E &= \begin{pmatrix} -c_{34}^{E_R} s_{14}^{E_R} & 0 & s_{34}^{E_R} \\ 0 & -s_{25}^{E_R} & 0 \end{pmatrix}, \\ \Theta_{R22}^E &= \begin{pmatrix} c_{34}^{E_R} c_{14}^{E_R} & 0 \\ 0 & c_{25}^{E_R} \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (4-49)$$

donde la tangente de los ángulos de mezcla son [72]:

$$t_{25}^{E_R} = \frac{g_{\chi e}^{2\mu}}{g_{\chi \mathcal{E}}^2}, \quad t_{34}^{E_R} = \frac{g_{\chi e}^{1e}}{g_{\chi \mathcal{E}}^1}, \quad t_{14}^{E_R} = \frac{g_{\chi e}^{1e}}{\sqrt{(g_{\chi \mathcal{E}}^1)^2 + (g_{\chi e}^{1e})^2}}, \quad (4-50)$$

mientras que los ángulos de mezcla del ME son:

$$\begin{aligned} t_{12}^{E_R} &= -\frac{g_{\chi e}^{1e} [(h_{1\mathcal{E}}^{e1})^2 + (h_{1\mathcal{E}}^{\mu1})^2] v_1}{g_{\chi \mathcal{E}}^1 (h_{1e}^{e1} h_{3e}^{e\mu} + h_{1\mathcal{E}}^{\mu1} h_{3e}^{\mu\mu}) v_3}, \\ t_{23}^{E_R} &= \frac{g_{\chi \mathcal{E}}^1 h_{2e}^{\tau e} (h_{1\mathcal{E}}^{e1} h_{3e}^{e\mu} + h_{1\mathcal{E}}^{\mu1} h_{3e}^{\mu\mu}) v_3^2}{g_{\chi e}^{1e} h_{2e}^{\tau\tau} [(h_{1\mathcal{E}}^{e1})^2 + (h_{1\mathcal{E}}^{\mu1})^2] v_1 v_2}, \\ t_{13}^{E_R} &= \frac{(g_{\chi \mathcal{E}}^1)^2 h_{2e}^{\tau e} h_{2e}^{\tau\tau} v_2 v_3}{(g_{\chi e}^{1e})^2 [(h_{1\mathcal{E}}^{e1})^2 + (h_{1\mathcal{E}}^{\mu1})^2] v_1^2}. \end{aligned} \quad (4-51)$$

### Parametrización Natural

Con el fin de simplificar el análisis, se separan las interacciones de Yukawa en tres partes. Primero, los acoplamientos entre los fermiones ordinarios del ME. Segundo, las interacciones entre las nuevas partículas. Finalmente, la mezcla de acoplamientos de las partículas ordinarias y las nuevas partículas. Para propósitos del análisis que se pretende hacer en este trabajo, se asume aquí un límite “natural” donde cada parte acopla de forma independiente con la

misma intensidad. Como consecuencia, las matrices de masa comparten acoplamientos de Yukawa en algunas componentes. Por ejemplo, en el sector tipo up, seleccionando  $h_{ku}^{ij} = h_u$ ,  $g_{\chi\mathcal{T}} = g_{\mathcal{T}}$ ,  $h_{i\mathcal{T}}^j = h_{\mathcal{T}}$  y  $g_{\chi u}^2 = g_u$ , la matriz de masa en (4-33) toma la forma:

$$\mathbb{M}_U = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} h_u v_3 & h_u v_2 & h_u v_3 & h_{\mathcal{T}} v_2 \\ 0 & h_u v_1 & 0 & h_{\mathcal{T}} v_1 \\ h_u v_3 & 0 & h_u v_3 & 0 \\ 0 & g_u v_{\chi} & 0 & g_{\mathcal{T}} v_{\chi} \end{pmatrix}. \quad (4-52)$$

En particular, en este límite, la masa del quark top es

$$m_t^2 = h_u^2 v_1^2, \quad (4-53)$$

de donde se obtiene el primer VEV del primer triplete de Higgs,  $v_1 = m_t/h_u$ . De la misma manera, la matriz de masa tipo down en (4-40) se escribe como

$$\mathbb{M}_D = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \Sigma_d^{11} & \Sigma_d^{12} & \Sigma_d^{13} & h_{\mathcal{J}} v_1 & h_{\mathcal{J}} v_1 \\ h_d v_3 & h_d v_3 & h_d v_3 & h_{\mathcal{J}} v_2 & h_{\mathcal{J}} v_2 \\ h_d v_2 & h_d v_2 & h_d v_2 & h_{\mathcal{J}} v_3 & h_{\mathcal{J}} v_3 \\ 0 & 0 & 0 & g_{\mathcal{J}} v_{\chi} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & g_{\mathcal{J}} v_{\chi} \end{pmatrix}. \quad (4-54)$$

En este caso, las masas de los quarks son

$$\begin{aligned} m_d^2 &\sim \Sigma_d, & m_s^2 &= h_d^2 v_3^2, \\ m_b^2 &= \frac{3}{2} h_d^2 v_2^2, & m_J^2 &= \frac{1}{2} g_{\mathcal{J}}^2 v_{\chi}^2, \end{aligned} \quad (4-55)$$

de donde se obtienen los VEVs para los otros dos tripletes y del singlete como función de las masas de los quarks:  $v_2 = \sqrt{2} m_b / \sqrt{3} h_d$ ,  $v_3 = m_s / h_d$ , y  $v_{\chi} = \sqrt{2} m_J / g_{\mathcal{J}}$ . Con este esquema, los ángulos de mezcla (4-41) y (4-42) se pueden parametrizar como:

$$\Theta_L^{D\dagger} = \frac{h_{\mathcal{J}}}{h_u} \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{m_t}{m_J} & \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{m_t}{m_J} \\ \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{m_b}{m_J} \frac{h_u}{h_d} & \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{m_b}{m_J} \frac{h_u}{h_d} \\ \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{m_s}{m_J} \frac{h_u}{h_d} & \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{m_s}{m_J} \frac{h_u}{h_d} \end{pmatrix}, \quad (4-56)$$

y

$$t_{12}^D = \frac{m_d}{m_s}, \quad t_{13}^D = \frac{\sqrt{3} m_d}{\sqrt{2} m_b}, \quad t_{23}^D = \frac{\sqrt{3} m_s}{\sqrt{2} m_b}. \quad (4-57)$$

Se observa que la matriz de mezcla (4-56) depende de la razón  $r_{\mathcal{J}} = h_{\mathcal{J}}/h_u$ .

Para el sector leptónico, la matriz de masa (4-44) se simplifica:

$$\mathbb{M}_E = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & h_e v_3 & 0 h_\mathcal{E} v_1 & 0 & \\ 0 & h_e v_3 & 0 & h_\mathcal{E} v_1 & 0 \\ h_e v_2 & 0 & h_e v_2 & 0 & \\ g_e v_\chi & 0 & 0 & g_\mathcal{E} v_\chi & 0 \\ 0 & g_e v_\chi & 0 & 0 & g_\mathcal{E} v_\chi \end{pmatrix}, \quad (4-58)$$

por lo que las masas de los leptones cargados se pueden expresar como:

$$\begin{aligned} m_e^2 &\approx 0, & m_\mu^2 &= \frac{3}{2} h_e^2 v_3^2, \\ m_\tau^2 &= \frac{1}{2} h_e^2 v_2^2, & m_E^2 &= [(g_e)^2 + (g_\mathcal{E})^2] \frac{v_\chi^2}{2}. \end{aligned} \quad (4-59)$$

Así, los VEVs, en este caso, se pueden escribir en términos de los acoplamientos leptónicos de la siguiente manera:  $v_2 = \sqrt{2} m_\tau / h_e$ ,  $v_3 = \sqrt{2} m_\mu / \sqrt{3} h_e$  y  $v_\chi = \sqrt{2} m_E / \sqrt{(g_e)^2 + (g_\mathcal{E})^2}$ .

Para los ángulos de mezcla, se escogen dos de ellos como parámetros libres. Para los ángulos izquierdos en (4-46), se selecciona  $t_{13}^{EL}$  como parámetro libre, mientras que para los ángulos derechos en (4-51) se toma  $t_{25}^{ER}$ . De esta forma, con la parametrización natural los otros ángulos se reescriben como

$$\begin{aligned} t_{12}^{EL} &\approx 1, & t_{23}^{EL} &\approx -\frac{6m_\tau^2}{m_\mu^2} (t_{13}^{EL})^2, & t_{12}^{ER} &\approx -\frac{1}{t_{13}^{EL}}, \\ t_{23}^{ER} &\approx \frac{m_\mu}{\sqrt{3} m_\tau} t_{13}^{EL}, & t_{13}^{ER} &\approx \frac{3m_\tau}{2m_\mu} (t_{13}^{EL})^2, & t_{34}^{ER} &\approx t_{25}^{ER}, & t_{14}^{ER} &\approx s_{25}^{ER}, \end{aligned} \quad (4-60)$$

mientras que la matriz de mezcla (4-45) toma la forma:

$$\Theta_L^{E\dagger} = \frac{h_\mathcal{E}}{h_u} \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{m_t}{m_E} c_{25}^{ER} & \frac{m_\mu}{m_E} \frac{h_\mathcal{E}}{\sqrt{3} h_u} s_{25}^{ER} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{m_t}{m_E} c_{25}^{ER} & \frac{m_\mu}{m_E} \frac{h_\mathcal{E}}{\sqrt{3} h_u} s_{25}^{ER} \\ \frac{m_\mu}{m_E} \frac{h_\mathcal{E}}{\sqrt{3} h_u} s_{25}^{ER} & 0 \end{pmatrix}. \quad (4-61)$$

Se observa que la matriz anterior es función de la razón  $r_\mathcal{E} = h_\mathcal{E} / h_u$ .

Uniando todas las matrices anteriores, se obtiene cada componente de las transformaciones biunitarias originales  $V_L^D$ ,  $V_L^E$  y  $V_R^E$ . De manera particular, para estudiar la fenomenología del decaimiento del mesón  $B$ , se requiere de los acoplamientos de corrientes neutras para electrones y muones, los cuales dependen de  $(V_L^E)_{31,41,51}$  y  $(V_R^E)_{21,41,51}$  para electrones, mientras que para los muones se necesitan  $(V_L^E)_{32,42,52}$  y  $(V_R^E)_{22,42,52}$ . Esas expresiones de forma

explícita son:

$$\begin{aligned}
(V_L^E)_{51,(52)} &= 0, \\
(V_L^E)_{31,(32)} &= -\frac{t_{13}^{E_L}}{\sqrt{2}\sqrt{1+36x^4(t_{13}^{E_L})^6}} [c_{13}^{E_L} \pm 6x^2(t_{13}^{E_L})^2], \\
(V_L^E)_{41,(42)} &= -\frac{1}{2}yr_{\mathcal{E}}c_{25}^{E_R} \left[ s_{13}^{E_L} + \frac{\mp 1 + 6x^2c_{13}^{E_L}(t_{13}^{E_L})^4}{\sqrt{1+36x^4(t_{13}^{E_L})^6}} \right], \tag{4-62}
\end{aligned}$$

donde  $x = m_{\tau}/m_{\mu}$  y  $y = m_t/m_E$ , y:

$$\begin{aligned}
(V_R^E)_{21} &= -t_{25}^{E_R}(V_R^E)_{51} = \frac{c_{13}^{E_L}c_{25}^{E_R}}{\sqrt{1+\frac{1}{3x^2}(t_{13}^{E_L})^2}} \left[ 1 - \frac{\sqrt{3}(t_{13}^{E_L})^4}{2\sqrt{1+\frac{9}{4}x^2(t_{13}^{E_L})^4}} \right], \\
(V_R^E)_{22} &= -t_{25}^{E_R}(V_R^E)_{52} = \frac{s_{13}^{E_L}c_{25}^{E_R}}{\sqrt{1+\frac{1}{3x^2}(t_{13}^{E_L})^2}} \left[ 1 + \frac{\sqrt{3}(t_{13}^{E_L})^2}{2\sqrt{1+\frac{9}{4}x^2(t_{13}^{E_L})^4}} \right], \tag{4-63} \\
(V_R^E)_{41} &= \frac{s_{13}^{E_L}s_{25}^{E_R}}{\sqrt{3}x\sqrt{1+\frac{1}{3x^2}(t_{13}^{E_L})^2}} + \frac{3s_{13}^{E_L}(t_{13}^{E_L})^2s_{25}^{E_R}x}{2\sqrt{1+\frac{9}{4}x^2(t_{13}^{E_L})^4}} \left[ \frac{1}{\sqrt{1+\frac{1}{3x^2}(t_{13}^{E_L})^2}} - \frac{c_{25}^{E_R}}{\sqrt{1+(s_{25}^{E_R})^2}} \right], \\
(V_R^E)_{42} &= \frac{s_{13}^{E_L}s_{25}^{E_R}t_{13}^{E_L}}{\sqrt{3}x\sqrt{1+\frac{1}{3x^2}(t_{13}^{E_L})^2}} + \frac{3s_{13}^{E_L}t_{13}^{E_L}s_{25}^{E_R}x}{2\sqrt{1+\frac{9}{4}x^2(t_{13}^{E_L})^4}} \left[ \frac{-1}{\sqrt{1+\frac{1}{3x^2}(t_{13}^{E_L})^2}} - \frac{c_{25}^{E_R}}{\sqrt{1+(s_{25}^{E_R})^2}} \right].
\end{aligned}$$

Los resultados mostrados en esta parte serán utilizadas en el capítulo 6 para la restricción de los parámetros en la explicación de la anomalía del mesón  $B$ .

## 5. Violación CP en el Sector Escalar

El mecanismo de Violación Carga - Paridad (VCP) en modelos más allá del ME, puede dar explicación a diferentes fenómenos, tales como: el origen de la asimetría materia-antimateria en el universo, lo que se conoce como el mecanismo de bariogénesis [73], la posible violación de CP en el sector leptónico (debido a la evidencia de que los neutrinos son masivos), lo cual puede contribuir al proceso de asimetría bariónica a través del proceso de leptogénesis, y en decaimientos de mesones  $K$  y  $B$  donde han surgido algunas pequeñas desviaciones que no se pueden explicar en el contexto del ME, y que se pueden entender a través de interacciones que contengan violación CP [74] y [75].

Bajo el contexto del ME, la invariancia CP es rota explícitamente en el sector de Yukawa por la fase de la matriz CKM. En extensiones del ME como 2HDM [76], y modelos con simetrías extra como el modelo  $U(1)'$  [77], es posible introducir fases asociadas a violación CP a través del potencial de Higgs y que puede ser generada de dos formas. La primera es de forma explícita, donde existen acoplamientos del potencial de Higgs complejos, que violan la simetría CP. La segunda es de forma espontánea, donde todo el potencial de Higgs respeta la simetría CP, pero el vacío no es invariante bajo ésta, generando violación CP después del RES. En este capítulo se construye primero una extensión del Modelo Universal Leptónico planteado en la Ref. [49] y descrito en el capítulo 3 pero que incorpore fuentes de violación CP espontánea en el sector de Higgs. Posteriormente, se deducen las contribuciones y ajustes numéricos, para dar una posible explicación, al momento magnético anómalo del muón  $(g - 2)_\mu$  y del momento dipolar eléctrico del electrón ( $e$ EDM).

### 5.1. Violación Espontánea de la simetría CP en $U(1)_X$

Como se mencionó anteriormente, las fases asociadas a violación CP se incluirán dentro de los VEV de los campos escalares. No todas las posibilidades son viables debido a que es posible refasear los campos escalares bajo un cambio de base, que tiene como consecuencia la absorción de fases complejas. Se encuentra que la configuración más apropiada para los VEV de los campos escalares que se observan en las tablas **3-1** y **3-2**, y que mantiene una mínima cantidad de fases necesarias para que sea posible la violación CP bajo un cambio de

base es la siguiente:

$$\begin{aligned}\langle\phi_1\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v_1 \end{pmatrix}, & \langle\phi_2\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v_2 e^{i\theta_2} \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ u_1 + iu_2 \end{pmatrix}, \\ \langle\chi\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} v_\chi e^{i\theta_3} = \frac{1}{\sqrt{2}} (w_1 + iw_2), & \langle\sigma\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} v_\sigma,\end{aligned}\tag{5-1}$$

donde las fases asociadas a la violación CP son  $\theta_2$  y  $\theta_3$ . Para fines posteriores, los VEV complejos se han escrito en forma cartesiana ( $v_2 e^{i\theta_2} = v_2 \cos \theta_2 + i \sin \theta_2 = u_1 + iu_2$  y de manera análoga para  $\langle\chi\rangle$ ). Si se impone una simetría global  $U(1)$  al singlete  $\sigma$  de la forma:

$$\sigma \rightarrow e^{i\theta} \sigma,\tag{5-2}$$

el potencial de Higgs (3-23) se mantiene, excepto por los términos asociados a los coeficientes  $\mu_5^2$ ,  $f_1$ ,  $\lambda''_{6,7}$ ,  $\lambda'_8$ . Debido a la invarianza de refaseo, este escenario no generará violación CP bajo ninguna circunstancia: explícitamente aunque  $f_2$  se mantenga complejo, ni espontáneamente con  $\langle\phi_2\rangle$  y  $\langle\chi\rangle$  complejos. Para inducir violación CP espontánea, es necesario romper la simetría global (5-2). Para eso, se recuperan el término cuadrático  $\mu_5^2$  y el cúbico con  $f_1$ , mientras que los cuárticos se siguen prohibiendo, esto es, la simetría global (5-2) se rompe suavemente. Procediendo tal como se hizo en la sección 3.4, se aplican las condiciones estacionarias, donde se debe tener en cuenta los nuevos VEVs imaginarios  $u_2$  y  $w_2$ :

$$\frac{\partial\langle V_H\rangle}{\partial v_1} = 0; \quad \frac{\partial\langle V_H\rangle}{\partial u_{1,2}} = 0; \quad \frac{\partial\langle V_H\rangle}{\partial w_{1,2}} = 0; \quad \frac{\partial\langle V_H\rangle}{\partial v_\sigma} = 0,\tag{5-3}$$

lo que permite encontrar las siguientes soluciones para los términos de masa  $\mu_i^2$ :

$$\begin{aligned}\mu_1^2 &= -\frac{1}{\sqrt{2}}(f_1 v_\sigma + f_2 w_1) \frac{u_1}{v_1} - \frac{f_2}{\sqrt{2}} \frac{u_2 w_2}{v_1} - \lambda_1 v_1^2 - \frac{1}{2}(\lambda_5 + \lambda'_5) v_2^2 - \frac{1}{2} \lambda_6 v_\chi^2 - \frac{1}{2} \lambda'_6 v_\sigma^2, \\ \mu_2^2 &= -\frac{f_2}{\sqrt{2}} \frac{v_1 w_2}{u_2} - \lambda_2 v_2^2 - \frac{1}{2}(\lambda_5 + \lambda'_5) v_1^2 - \frac{1}{2} \lambda_7 v_\chi^2 - \frac{1}{2} \lambda'_7 v_\sigma^2, \\ \mu_3^2 &= -\frac{f_2}{\sqrt{2}} \frac{v_1 u_2}{w_2} - \lambda_3 v_\chi^2 - \frac{1}{2} \lambda_6 v_1^2 - \frac{1}{2} \lambda_7 v_2^2 - \frac{\lambda_8}{2} v_\sigma^2, \\ \mu_4^2 &= -\frac{f_1}{\sqrt{2}} \frac{v_1 u_2}{v_\sigma} - \lambda_4 v_\sigma^2 - \frac{1}{2} \lambda'_6 v_1^2 - \frac{1}{2} \lambda'_7 v_2^2 - \frac{\lambda_8}{v_\sigma}.\end{aligned}\tag{5-4}$$

En las expresiones anteriores se utilizaron las siguientes ligaduras para  $f_1$  y  $\mu_5^2$ ,

$$f_1 = \frac{f_2 u_1}{v_\sigma^2} \left( \frac{w_2}{u_2} - \frac{w_1}{u_1} \right); \quad \mu_5^2 = \frac{f_2}{\sqrt{2}} \frac{v_1 w_1}{v_\sigma} \left( \frac{u_2}{w_2} - \frac{u_1}{w_1} \right).\tag{5-5}$$

que surgen debido a que existen dos condiciones para  $\mu_2^2$  y  $\mu_3^2$  a partir de la Ec. (5-3).

Teniendo en cuenta que debido a la introducción de fases asociadas a violación de simetría CP, aparece una única matriz neutra  $M_0^2$  que mezcla las componentes reales e imaginarias de

Escalar	Masa al Cuadrado
$G_1 = C_\beta S_{\theta_2} \xi_1 + C_\beta C_{\theta_2} \zeta_1 + S_\beta \zeta_2$	$M_{G_1}^2 = 0$
$G_2 = C_{\theta_2} \zeta_\chi - S_{\theta_2} \xi_\chi$	$M_{G_2}^2 = 0$
$h_1 = C_\beta C_{\theta_2} \xi_1 - C_\beta S_{\theta_2} \zeta_1 + S_\beta \xi_2$	$M_{h_1}^2 \approx 2v^2 [\lambda_1 C_\beta^4 + (\lambda_5 + \lambda'_5) S_\beta^2 C_\beta^2 + \lambda_2 S_\beta^4]$ ,
$h_2 = C_\beta \zeta_2 - S_\beta S_{\theta_2} \xi_1 - S_\beta C_{\theta_2} \zeta_1$	$M_{h_2}^2 \approx -\frac{f_2}{\sqrt{2}} \frac{v^2}{v_1 v_2} v_\chi$
$h_3 = S_\beta S_{\theta_2} \zeta_1 - S_\beta C_{\theta_2} \xi_1 + C_\beta \xi_2$	$M_{h_3}^2 \approx -\frac{f_2}{\sqrt{2}} \frac{v^2}{v_1 v_2} v_\chi$
$h_4 = C_{\theta_2} \xi_\chi + S_{\theta_2} \zeta_\chi$	$M_{h_4}^2 \approx 2\lambda_3 v_\chi^2$

**Tabla 5-1.:** Espectro Escalar Físico con Violación CP.

los campos  $\phi_{1,2}$ ,  $\chi$  y  $\sigma$ , cuya dimensión es  $8 \times 8$ , donde cada entrada y sus correspondientes cálculos se muestran en el Anexo B, cuyos resultados dados por la Ecs. (B-7), (B-8), (B-11), (B-16), (B-17) y (B-20) son resumidos en la tabla **5-1**. Se puede observar que, en el límite con CP invariante y con la aproximación  $\alpha \approx \beta$ , ( $S_{\theta_2} = 0$  y  $C_{\theta_2} = 1$ ), los campos  $h_1$ ,  $h_2$ ,  $h_3$  y  $h_4$  se reducen a los campos  $h_0$ ,  $A_0$ ,  $H_0$  y  $H_\chi$  respectivamente, de la tabla **3-3**.

## 5.2. Acoplamientos con Violación CP

### 5.2.1. Sector Gauge Cargado

El sector cinético está dado por la ecuación (3-11), donde la derivada covariante está definida por la ecuación (3-12). El lagrangiano queda expresado como

$$\mathcal{L}_{cin} = (D_\mu \phi_1)^\dagger (D^\mu \phi_1) + (D_\mu \phi_2)^\dagger (D^\mu \phi_2),$$

Para el cálculo que interesa posteriormente, solamente se revisa la contribución con los  $W$ 's, tal que solo se tomará en la derivada covariante:

$$D^\mu \rightarrow -igW_\alpha^\mu T^\alpha,$$

Reemplazando se tiene

$$D^\mu \rightarrow \frac{-ig}{2} \begin{pmatrix} W_3^\mu & W_1^\mu - iW_2^\mu \\ W_1^\mu + iW_2^\mu & -W_3^\mu \end{pmatrix}.$$

El Lagrangiano cinético se puede dividir en dos partes para detallar el procedimiento

$$\mathcal{L}_{cin} = \mathcal{L}_{cin}^{\phi_1} + \mathcal{L}_{cin}^{\phi_2}.$$

Para la primera parte y para el sector cargado, se obtiene

$$\mathcal{L}_{cin}^{\phi_1} = \frac{g^2}{4} (v_1^2 + 2v_1\xi_1) W^-W^+ = \frac{g^2v_1^2}{4}W^-W^+ + \frac{g^2v_1}{2}\xi_1W^-W^+. \quad (5-6)$$

Mientras que para la segunda parte tenemos de forma similar

$$\mathcal{L}_{cin}^{\phi_2} = \frac{g^2v_2^2}{4}W^-W^+ + \frac{g^2v_2}{2}C_{\theta_2}\xi_2W^-W^+ + \frac{g^2v_2}{2}S_{\theta_2}\zeta_2W^-W^+. \quad (5-7)$$

Unificando los resultados, y teniendo en cuenta que  $v^2 = v_1^2 + v_2^2$  se obtiene

$$\mathcal{L}_{cin} = \frac{g^2v^2}{4}W^-W^+ + \frac{g^2}{2} (v_1\xi_1 + v_2C_{\theta_2}\xi_2 + v_2S_{\theta_2}\zeta_2) W^-W^+. \quad (5-8)$$

Reescribiendo  $v_1 = vC_\beta$ ,  $v_2 = vS_\beta$  y las relaciones obtenidas en la tabla 5-1 para  $\xi_1$ ,  $\zeta_1$ ,  $\xi_2$  y  $\zeta_2$ , se obtiene finalmente

$$\mathcal{L}_{cin} = M_W^2 W^-W^+ + \left( \frac{2C_{\theta_2}M_W^2}{v} \right) h_1 W^-W^+. \quad (5-9)$$

### 5.2.2. Sector de Yukawa

Para el análisis posterior del momento magnético anómalo del muón y el momento dipolar eléctrico del electrón, basta considerar los acoplamientos neutros sólo entre los quarks y leptones del ME. Con esto en mente se lleva a cabo el procedimiento.

#### Leptones

Para la parte leptónica se tiene el Lagrangiano (3-39)

$$\begin{aligned} -\mathcal{L}_\ell &= \overline{\ell_L^i} (\phi_1 h_1^e)_{ij} e_R^j + \text{h.c.} \\ &= \overline{\ell_L^1} (\phi_1 h_1^e)_{11} e_R^1 + \overline{\ell_L^1} (\phi_1 h_1^e)_{12} e_R^2 + \overline{\ell_L^1} (\phi_1 h_1^e)_{13} e_R^3 \\ &+ \overline{\ell_L^2} (\phi_1 h_1^e)_{21} e_R^1 + \overline{\ell_L^2} (\phi_1 h_1^e)_{22} e_R^2 + \overline{\ell_L^2} (\phi_1 h_1^e)_{23} e_R^3 \\ &+ \overline{\ell_L^3} (\phi_1 h_1^e)_{31} e_R^1 + \overline{\ell_L^3} (\phi_1 h_1^e)_{32} e_R^2 + \overline{\ell_L^3} (\phi_1 h_1^e)_{33} e_R^3 + \text{h.c.} \end{aligned}$$

Utilizando la relación para la base de estados físicos de masa

$$M^\ell = \left( \frac{v}{\sqrt{2}} \right) (h^\ell)_{ij} \delta^{ij}, \quad (5-10)$$

se tiene

$$-\mathcal{L}_\ell \approx \bar{\ell}_L^e (\phi_1 h_1^e)_{ee} e_R^e + \bar{\ell}_L^\mu (\phi_1 h_1^\mu)_{\mu\mu} e_R^\mu + \bar{\ell}_L^\tau (\phi_1 h_1^\tau)_{\tau\tau} e_R^\tau + \text{h.c.}$$

Considerando la primera familia, se tiene

$$\bar{e}_L (\phi_1 h_1^e) e_R + \text{h.c.} = \frac{1}{\sqrt{2}} \bar{e}_L (\xi_1 + i\zeta_1) h_1^e e_R + \frac{1}{\sqrt{2}} \bar{e}_R (\xi_1 - i\zeta_1) h_1^e e_L \quad (5-11)$$

Teniendo en cuenta los proyectores y sus propiedades, así como extendiendo el procedimiento para las otras dos familias se obtiene (con  $\ell = e, \mu, \tau$ )

$$-\mathcal{L}_\ell = \frac{M_\ell \bar{\ell}}{\nu} [C_\beta (C_{\theta_2} - i\gamma_5 S_{\theta_2}) h_1 + S_\beta (-S_{\theta_2} - i\gamma_5 C_{\theta_2}) h_2 + S_\beta (-C_{\theta_2} + i\gamma_5 S_{\theta_2}) h_3] \ell \quad (5-12)$$

## Quarks

Para la parte de quarks, se tiene del Lagrangiano (3-38)

$$\begin{aligned} -\mathcal{L}_Q &= \bar{q}_L^i (\tilde{\phi}_1 h_1^U + \tilde{\phi}_2 h_2^U)_{ij} U_R^j + \bar{q}_L^i (\phi_1 h_1^D + \phi_2 h_2^D)_{ij} D_R^j \\ &+ \bar{q}_L^i (\phi_1 h_1^J + \phi_2 h_2^J)_{im} J_R^m + \bar{q}_L^i (\tilde{\phi}_1 h_1^T + \tilde{\phi}_2 h_2^T)_i T_R \\ &+ \bar{T}_L (\sigma^* h_\sigma^U + \chi^* h_\chi^U)_j U_R^j + \bar{T}_L (\sigma^* h_\sigma^T + \chi^* h_\chi^T) T_R \\ &+ \bar{J}_L^n (\sigma h_\sigma^D + \chi h_\chi^D)_{nj} D_R^j + \bar{J}_L^n (\sigma h_\sigma^J + \chi h_\chi^J)_{nm} J_R^m + \text{h.c.}, \end{aligned} \quad (5-13)$$

donde  $\tilde{\phi}_{1,2} = i\sigma_2 \phi_{1,2}^*$  son los campos conjugados. En la expresión (5-13), se está particularmente interesado en los siguientes términos

$$-\mathcal{L}_Q = \bar{q}_L^i (\tilde{\phi}_1 h_1^U + \tilde{\phi}_2 h_2^U)_{ij} U_R^j + \bar{q}_L^i (\phi_1 h_1^D + \phi_2 h_2^D)_{ij} D_R^j + \text{h.c.}$$

Haciendo uso del valor de  $X$  para los quarks y los campos  $\phi_{1,2}$ , se determina que para las familias  $i = 1, 2$  solo está presente los campos  $(\tilde{\phi}_1, \phi_2)$ . Mientras que para la familia  $i = 3$ ,  $(\tilde{\phi}_2, \phi_1)$ . Con esto se tiene

$$\begin{aligned} -\mathcal{L}_Q &= \frac{1}{\sqrt{2}} \bar{u}_L (\xi_1 - i\zeta_1) h_1^U u_R + \frac{1}{\sqrt{2}} \bar{d}_L (\xi_2 + i\zeta_2) h_1^D d_R \\ &+ \frac{1}{\sqrt{2}} \bar{c}_L (\xi_1 - i\zeta_1) h_1^U c_R + \frac{1}{\sqrt{2}} \bar{s}_L (\xi_2 + i\zeta_2) h_1^D s_R \\ &+ \frac{1}{\sqrt{2}} \bar{t}_L (\xi_2 - i\zeta_2) h_1^U t_R + \frac{1}{\sqrt{2}} \bar{b}_L (\xi_1 + i\zeta_1) h_1^D b_R + \text{h.c.} \end{aligned}$$

Teniendo en cuenta la expresión (5-10), luego tomando el valor de los campos  $\xi_{1,2}$  y  $\zeta_{1,2}$ , y haciendo uso de los proyectores para el h.c., se tiene

$$\begin{aligned}
-\mathcal{L}_Q &= \frac{M_u}{v} \bar{u} (h_1 C_\beta C_{\theta_2} - h_2 S_\beta S_{\theta_2} - h_3 S_\beta C_{\theta_2} + i\gamma_5 h_1 C_\beta S_{\theta_2} + i\gamma_5 h_2 S_\beta C_{\theta_2} - i\gamma_5 h_3 S_\beta S_{\theta_2}) u \\
&+ \frac{M_d}{v} \bar{d} (h_1 S_\beta + i\gamma_5 h_2 C_\beta + h_3 C_\beta) d \\
&+ \frac{M_c}{v} \bar{c} (h_1 C_\beta C_{\theta_2} - h_2 S_\beta S_{\theta_2} - h_3 S_\beta C_{\theta_2} + i\gamma_5 h_1 C_\beta S_{\theta_2} + i\gamma_5 h_2 S_\beta C_{\theta_2} - i\gamma_5 h_3 S_\beta S_{\theta_2}) c \\
&+ \frac{M_s}{v} \bar{s} (h_1 S_\beta + i\gamma_5 h_2 C_\beta + h_3 C_\beta) s \\
&+ \frac{M_t}{v} \bar{t} (h_1 S_\beta - i\gamma_5 h_2 C_\beta + h_3 C_\beta) t \\
&+ \frac{M_b}{v} \bar{b} (h_1 C_\beta C_{\theta_2} - h_2 S_\beta S_{\theta_2} - h_3 S_\beta C_{\theta_2} - i\gamma_5 h_1 C_\beta S_{\theta_2} - i\gamma_5 h_2 S_\beta C_{\theta_2} + i\gamma_5 h_3 S_\beta S_{\theta_2}) b.
\end{aligned}$$

Finalmente, reordenando y agrupando se tiene

$$\begin{aligned}
-\mathcal{L}_Q &= \frac{M_{u,c}}{v} \bar{u}, \bar{c} (C_\beta (C_{\theta_2} + i\gamma_5 S_{\theta_2}) h_1 + S_\beta (-S_{\theta_2} + i\gamma_5 C_{\theta_2}) h_2 - S_\beta (C_{\theta_2} + i\gamma_5 S_{\theta_2}) h_3) u, c \\
&+ \frac{M_{d,s}}{v} \bar{d}, \bar{s} (S_\beta + i\gamma_5 C_\beta h_2 + C_\beta h_3) d, s \\
&+ \frac{M_t}{v} \bar{t} (S_\beta h_1 - i\gamma_5 C_\beta h_2 + C_\beta h_3) t \\
&+ \frac{M_b}{v} \bar{b} (C_\beta (C_{\theta_2} - i\gamma_5 S_{\theta_2}) h_1 - S_\beta (S_{\theta_2} + i\gamma_5 C_{\theta_2}) h_2 + S_\beta (-C_{\theta_2} + i\gamma_5 S_{\theta_2}) h_3) b.
\end{aligned} \tag{5-14}$$

Como se puede evidenciar existe en los primeros términos del lagrangiano de Yukawa (leptones y quarks) acoples tipo vectorial y en los segundos términos axiales. Las tablas **5-2**, **5-3** y **5-4**, resumen los acoples con los Higgs  $h_i$ 's:

BOSONES W			
$Y_{xx}^{h_i}$	$h_1$	$h_2$	$h_3$
$Y_{WW}$	$\frac{M_W}{v} C_{\theta_2}$	0	0

**Tabla 5-2.:** Acoples de Higgses con bosones W Ec. (5-9).

LEPTONES			
$Y_{\ell\ell}^{h_i}$	$h_1$	$h_2$	$h_3$
$Y_{\ell\ell}$	$\frac{M_\ell}{v} C_\beta (C_{\theta_2} - iS_{\theta_2})$	$\frac{M_\ell}{v} S_\beta (-S_{\theta_2} - iC_{\theta_2})$	$\frac{M_\ell}{v} S_\beta (-C_{\theta_2} + iS_{\theta_2})$

**Tabla 5-3.:** Acoples de Yukawa para el sector de Leptones Ec. (5-12).

QUARKS			
$Y_{xx}^{h_i}$	$h_1$	$h_2$	$h_3$
$Y_{uu} = Y_{cc}$	$\frac{M_x}{v} C_\beta (C_{\theta_2} + iS_{\theta_2})$	$\frac{M_x}{v} S_\beta (-S_{\theta_2} + iC_{\theta_2})$	$\frac{M_x}{v} S_\beta (-C_{\theta_2} - iS_{\theta_2})$
$Y_{dd} = Y_{ss}$	$\frac{M_x}{v} S_\beta$	$\frac{M_x}{v} iC_\beta$	$\frac{M_x}{v} C_\beta$
$Y_{tt}$	$\frac{M_x}{v} S_\beta$	$-\frac{M_x}{v} iC_\beta$	$\frac{M_x}{v} C_\beta$
$Y_{bb}$	$\frac{M_x}{v} C_\beta (C_{\theta_2} - iS_{\theta_2})$	$\frac{M_x}{v} S_\beta (-S_{\theta_2} - iC_{\theta_2})$	$\frac{M_x}{v} S_\beta (-C_{\theta_2} + iS_{\theta_2})$

Tabla 5-4.: Acoples de Yukawa para el sector de Quarks Ec. (5-14).

### 5.3. Momento Magnético del Muón y Dipolar Eléctrico del Electrón

El momento magnético  $\vec{\mu}$  de una partícula con masa  $m$  y carga  $e$ , se relaciona con el spin  $\vec{S}$  de la partícula por la razón giromagnética  $g$ :

$$\vec{\mu} = g \left( \frac{e}{2m} \right) \vec{S}. \quad (5-15)$$

A nivel árbol, la QED, predice el resultado exacto de  $g = 2$  para partículas elementales de spin- $\frac{1}{2}$ , como el electrón y el muón. Sin embargo, los efectos cuánticos a partir de loops en la QED, debido a interacciones fuertes o débiles, o de partículas nuevas conduce a una desviación, la cual se acostumbra a parametrizar en términos del cociente

$$a = \frac{1}{2}(g - 2), \quad (5-16)$$

que se conoce como el momento magnético anómalo. La predicción teórica del momento magnético anómalo de un leptón con masa  $m$ , es dominado por las contribuciones a 1-loop de la QED, el término  $\alpha/2\pi$ , seguido de contribuciones a más loops y efectos producidos por la interacción fuerte [78]-[80]. Las contribuciones a loops debido a partículas pesadas con masa  $M$ , son generalmente suprimidas por un factor de  $m^2/M^2$ . Por lo tanto, el momento magnético anómalo del muón es más sensible por un factor de  $(m_\mu/m_e)^2 \approx 40000$  que las contribuciones para los electrones.

Por otro lado, el momento dipolar eléctrico del electrón ( $e$ EDM)  $d_e$ , representa una propiedad intrínseca del electrón, tal que la energía potencial está relacionada con la intensidad del campo eléctrico

$$U = \mathbf{d}_e \cdot \mathbf{E}. \quad (5-17)$$

El  $e$ EDM debe ser colineal con el spin del electrón. Dentro del contexto del ME se establece que debe ser del orden  $10^{-38}$  e-cm. El valor del  $e$ EDM más grande de ese valor implica la violación de la paridad y tiempo [81].

Con esto, además de proporcionar nuevas fuentes de violación CP, los escalares extras que surgen a partir del Modelo Universal Leptónico, puede ayudar a explicar el momento magnético anómalo del muón  $a_\mu = (g - 2)_\mu/2$  que se desvía de la predicción del ME por

$$\Delta a_\mu = a_\mu^{\text{exp}} - a_\mu^{\text{ME}} = (2.51 \pm 0.59) \times 10^{-9} \quad (4,2\sigma), \quad (5-18)$$

de acuerdo a los más recientes experimentos llevados a cabo por el Fermilab National Accelerator Laboratory (FNAL) [82].

Para el Modelo Universal Leptónico con violación CP, se calcula la contribución de los escalares al  $a_\mu$  para determinar si se puede explicar la discrepancia observada y el cual se parametriza como [1]

$$\Delta a_\mu = a_\mu^{\text{exp}} - (a_\mu^{\text{ME sin escalares}} + a_\mu^{\text{escalares}}) = 0 \rightarrow a_\mu^{\text{escalares}} = (2.51 \pm 0.59) \times 10^{-9}. \quad (5-19)$$

Una vez introducida la violación CP, el espacio de parámetros del Modelo Universal Leptónico es fuertemente restringido por los datos de la colaboración ACME sobre el Momento Dipolar Eléctrico (EDM) del neutrón y del electrón [83]. Los límites sobre el Momento Dipolar Eléctrico del electrón ( $e$ EDM) con

$$d_e < 10,25 \times 10^{-29} \text{ e cm} = 1.573 \times 10^{-15} \text{ GeV}^{-1}, \quad (5-20)$$

impone las más fuertes restricciones sobre cualquier escenario BSM con violación CP. En el Modelo Universal Leptónico, se estudia si la cantidad de violación CP requerida para explicar la discrepancia del  $a_\mu$  puede ser ajustada dentro de los límites impuestos por la ecuación (5-20).

La extensión con violación CP construida en la sección anterior, puede ofrecer contribuciones al momento magnético del muón y al momento dipolar eléctrico del electrón. Para esto se considera la interacción electromagnética dada por los Lagrangianos efectivos:

$$\mathcal{L}_{a_\mu} = \frac{e}{2m_\mu} a_\mu (\bar{\mu} \sigma_{\mu\nu} \mu) F^{\mu\nu} \quad (5-21)$$

$$\mathcal{L}_{d_e} = -\frac{i}{2} d_e (\bar{e} \sigma_{\mu\nu} \gamma_5 e) F^{\mu\nu} \quad (5-22)$$

donde  $F_{\mu\nu}$  es el tensor de campo electromagnético y  $\sigma_{\mu\nu} = i[\gamma_\mu, \gamma_\nu]/2$ . Con esto, las partes relevantes del lagrangiano son

$$\mathcal{L} = \frac{em_\ell}{8\pi^2} [c_L (\bar{\ell} \sigma_{\mu\nu} P_L \ell) F^{\mu\nu} + c_R (\bar{\ell} \sigma_{\mu\nu} P_R \ell) F^{\mu\nu}] + h.c., \quad (5-23)$$

donde  $\ell$  representa el leptón relevante, esto es,  $e$  para el  $d_e$  y  $\mu$  para  $a_\mu$ . Al expandir el Lagrangiano para obtener las formas explícitas de los operadores se obtiene

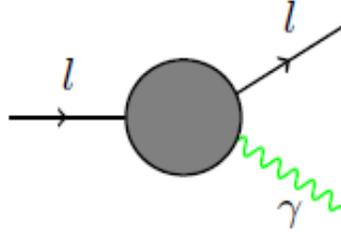
$$\begin{aligned} \mathcal{L} &= \frac{em_\ell}{8\pi^2} (c_L + c_R^*) (\bar{\ell} \sigma_{\mu\nu} P_L \ell) F^{\mu\nu} + \frac{em_\ell}{8\pi^2} (c_L^* + c_R) (\bar{\ell} \sigma_{\mu\nu} P_L \ell) F^{\mu\nu} \\ &= \frac{em_\ell}{8\pi^2} \text{Re}(c_L + c_R^*) (\bar{\ell} \sigma_{\mu\nu} \ell) F^{\mu\nu} - i \frac{em_\ell}{8\pi^2} \text{Im}(c_L + c_R^*) (\bar{\ell} \sigma_{\mu\nu} \gamma_5 \ell) F^{\mu\nu}, \end{aligned} \quad (5-24)$$

donde  $P_L = (1 - \gamma_5)/2$  y  $P_R = (1 + \gamma_5)/2$  son los operadores de proyección quiral. Con esto, se requiere calcular explícitamente

$$a_\mu = \frac{m_\mu^2}{4\pi^2} \text{Re}(c_L + c_R^*), \quad (5-25)$$

$$d_e = \frac{em_e}{4\pi^2} \text{Im}(c_L + c_R^*), \quad (5-26)$$

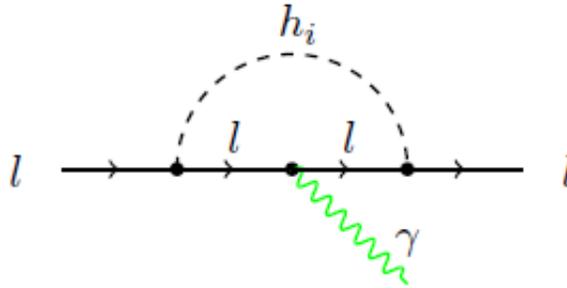
donde  $c_L$  y  $c_R$  son los coeficientes de Wilson que son calculados para cada loop que se muestran en la figura 5-1 separadamente [1].



**Figura 5-1.:** Los diagramas de orden más alto que contribuyen al momento magnético anómalo del muón ( $\ell = \mu$ ) y al  $e$ EDM ( $\ell = e$ ).

### 5.3.1. Contribuciones a 1-loop

El diagrama a 1-loop que contribuye a  $a_\mu$  y  $d_e$ , se muestra en la figura 5-2, donde  $h_i$  son los escalares neutros del Modelo Universal Leptónico con sus acoplamientos a electrones y muones representados por  $Y_{ee}^{h_i}$  y  $Y_{\mu\mu}^{h_i}$ , respectivamente, según se obtuvo en la tabla 5-3. Los escalares cargados de este diagrama son sub-dominantes y por lo tanto se desprecia su contribución [84].



**Figura 5-2.:** El diagrama a 1-loop mediado por escalares neutros  $h_i$  que contribuyen al momento magnético anómalo del muón ( $\ell = \mu$ ) y al  $e$ EDM ( $\ell = e$ ) [1].

Los coeficientes de Wilson, se calculan a partir de

$$c_R = -\frac{Y_{\ell\ell}^{h_i}}{4m_\ell} \int_0^1 dx \int_0^x dy \frac{Y_{\ell\ell}^{h_i*} y(y-1)m_\ell + \lambda_{\ell\ell}^{h_i} (y-1)m_\ell}{m_\ell^2 [y(y-x) + (1-y)] + m_{h_i}^2 y}, \quad (5-27)$$

$$c_L = -\frac{Y_{\ell\ell}^{h_i*}}{4m_\ell} \int_0^1 dx \int_0^x dy \frac{Y_{\ell\ell}^{h_i} y(y-1)m_\ell + \lambda_{\ell\ell}^{h_i*} (y-1)m_\ell}{m_\ell^2 [y(y-x) + (1-y)] + m_{h_i}^2 y},$$

donde  $Y_{\ell\ell}^{h_i}$  es el acoplamiento escalar de los  $h_i$ 's con  $\ell\ell$  y pueden, en general, ser complejos,

$$Y_{\ell\ell}^{h_i} = \text{Re}(Y_{\ell\ell}^{h_i}) + i\text{Im}(Y_{\ell\ell}^{h_i}). \quad (5-28)$$

La contribución para  $a_\mu$  y  $d_e$  de los diagramas a 1-loop se calculan utilizando las siguientes expresiones [1]:

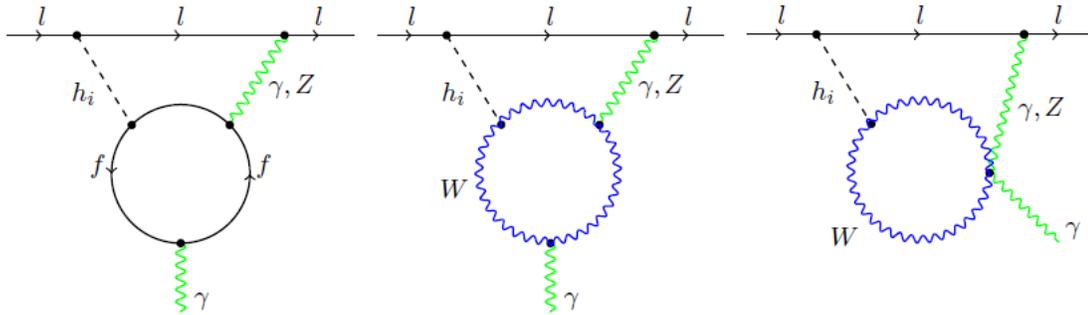
$$a_\mu^{1\text{-loop}} = -\frac{m_\mu^2}{8\pi^2} \sum_{i=1}^n \int_0^1 dx \int_0^x dy \frac{y(y-1)|Y_{\mu\mu}^{h_i}|^2 + (y-1)\text{Re}((Y_{\mu\mu})^2)}{m_\mu^2 [y(y-x) + (1-y)] + m_{h_i}^2 y}, \quad (5-29)$$

$$d_e^{1\text{-loop}} = \frac{em_e^2}{16\pi^2} \sum_{i=1}^n \text{Im}((Y_{ee})^2) \int_0^1 dx \int_0^x dy \frac{(y-1)}{m_e^2 [y(y-x) + (1-y)] + m_{h_i}^2 y}, \quad (5-30)$$

donde  $n$  es el número de escalares mediadores en el loop de la figura 5-2.

### 5.3.2. Contribuciones a 2-loops

Las principales contribuciones para  $a_\mu$  y  $d_e$ , se muestran en la figura 5-3, que surgen de los diagramas Bar-Zee mediado por los escalares.



**Figura 5-3.:** Los diagramas Bar-Zee con la más grande contribución al momento magnético anómalo del muón ( $\ell = \mu$ ) y al  $e$ EDM ( $\ell = e$ ) [1].

En lo que sigue, se desprecian las contribuciones de los diagramas con  $Z$  y  $Z'$  en el loop, debido a que el primero está suprimido por un factor de  $\frac{1}{4} - \sin^2 \theta_W$ , mientras que para  $Z'$  por un factor de  $\sim 1/M_{Z'}^2$ , esto trae consigo que las contribuciones sean dos o más ordenes de magnitud más pequeñas que los diagramas con un fotón en el loop. De forma similar,

las contribuciones de los escalares cargados son despreciables debido a que también son subdominantes [85]. Para el cálculo de las contribuciones a 2-loops se usan los resultados de la Ref. [86].

La contribución de los diagramas a 2-loops con los fermiones más pesados ( $f = t, b, c, \tau$ ), y  $W$  para  $a_\mu$  son

$$\begin{aligned}
a_{\mu,f}^{2\text{-loop}} &= \frac{2}{3} \left( \frac{\alpha G_F v^2 m_\mu}{\sqrt{2\pi^3} m_f} \right) \sum_{i=1}^n [\text{Re}(Y_{\mu\mu}^{h_i}) \text{Re}(Y_{ff}^{h_i}) f(z_{fh_i}) - \text{Im}(Y_{\mu\mu}^{h_i}) \text{Im}(Y_{ff}^{h_i}) g(z_{fh_i})], \\
a_{\mu,W}^{2\text{-loop}} &= - \left( \frac{\alpha G_F v m_\mu}{4\sqrt{2\pi^3}} \right) \sum_{i=1}^n \frac{Y_{WW}^{h_i}}{2m_W^2/v} \text{Re}(Y_{\mu\mu}^{h_i}) \times \\
&\quad \left[ 3f(z_{Wh_i}) + \frac{23}{4}g(z_{Wh_i}) + \frac{3}{4}h(z_{Wh_i}) + \frac{f(z_{Wh_i}) - g(z_{Wh_i})}{2z_{Wh_i}} \right],
\end{aligned} \tag{5-31}$$

donde  $z_{AB} = m_A^2/m_B^2$ ,  $Y_{WW}^{h_i}$  es el acoplamiento escalar de los  $h_i$  con  $WW$  y  $Y_{ff}^{h_i}$  es el acoplamiento escalar de los  $h_i$  con  $ff$  obtenidos en las tablas **5-2**, **5-3** y **5-4** y que, en general, puede ser complejos

$$Y_{ff}^{h_i} = \text{Re}(Y_{ff}^{h_i}) + i\text{Im}(Y_{ff}^{h_i}), \tag{5-32}$$

y en el límite del ME es  $m_f/v$ .

La contribución de los diagramas a 2-loops al  $d_e$ , a partir de los fermiones pesados,  $f$ , y  $W$  son

$$\begin{aligned}
d_{e,f}^{2\text{-loop}} &= \frac{e}{3\pi^2} \left( \frac{\alpha G_F v^2}{\sqrt{2\pi} m_f} \right) \sum_{i=1}^n [\text{Im}(Y_{ee}^{h_i}) \text{Re}(Y_{ff}^{h_i}) f(z_{fh_i}) + \text{Re}(Y_{ee}^{h_i}) \text{Im}(Y_{ff}^{h_i}) g(z_{fh_i})], \\
d_{e,W}^{2\text{-loop}} &= - \frac{e}{8\pi^2} \left( \frac{\alpha G_F v}{\sqrt{2\pi}} \right) \sum_{i=1}^n \frac{Y_{WW}^{h_i}}{2m_W^2/v} \text{Im}(Y_{ee}^{h_i}) \times \\
&\quad \left[ 3f(z_{Wh_i}) + \frac{23}{4}g(z_{Wh_i}) + \frac{3}{4}h(z_{Wh_i}) + \frac{f(z_{Wh_i}) - g(z_{Wh_i})}{2z_{Wh_i}} \right].
\end{aligned} \tag{5-33}$$

Las funciones loop  $f(z)$ ,  $g(z)$  y  $h(z)$  que aparecen en las ecuaciones (5-31) y (5-33) están definidas de la siguiente forma

$$\begin{aligned}
f(z) &= \frac{1}{2}z \int_0^1 dx \frac{1-2x(1-x)}{x(1-x)-z} \log \left( \frac{x(1-x)}{z} \right), \\
g(z) &= \frac{1}{2}z \int_0^1 dx \frac{1}{x(1-x)-z} \log \left( \frac{x(1-x)}{z} \right), \\
h(z) &= z^2 \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{g(z)}{z} \right) = \frac{1}{2}z \int_0^1 \frac{dx}{z-x(1-x)} \left[ 1 + \frac{z}{z-x(1-x)} \log \left( \frac{x(1-x)}{z} \right) \right].
\end{aligned} \tag{5-34}$$

## 5.4. Restricciones al Espacio de Parámetros

Con lo discutido previamente, la incorporación de fuentes de violación CP, pueden en principio explicar la anomalía del momento magnético del muón y del momento dipolar eléctrico del electrón. Para ello los acoples obtenidos en las tablas 5-2, 5-3 y 5-4; dan las contribuciones relevantes. Para el estudio mostrado aquí, se utiliza 4 parámetros libres ( $\tan \beta, \sin \theta_2, m_{h_2}, m_{h_3}$ ). Por simplicidad, para el propósito del trabajo, se toman los valores de las masas de los Higgses pesados degenerados  $m_{h_2} = m_{h_3}$ .

### 5.4.1. Momento Magnético Anómalo del Muón

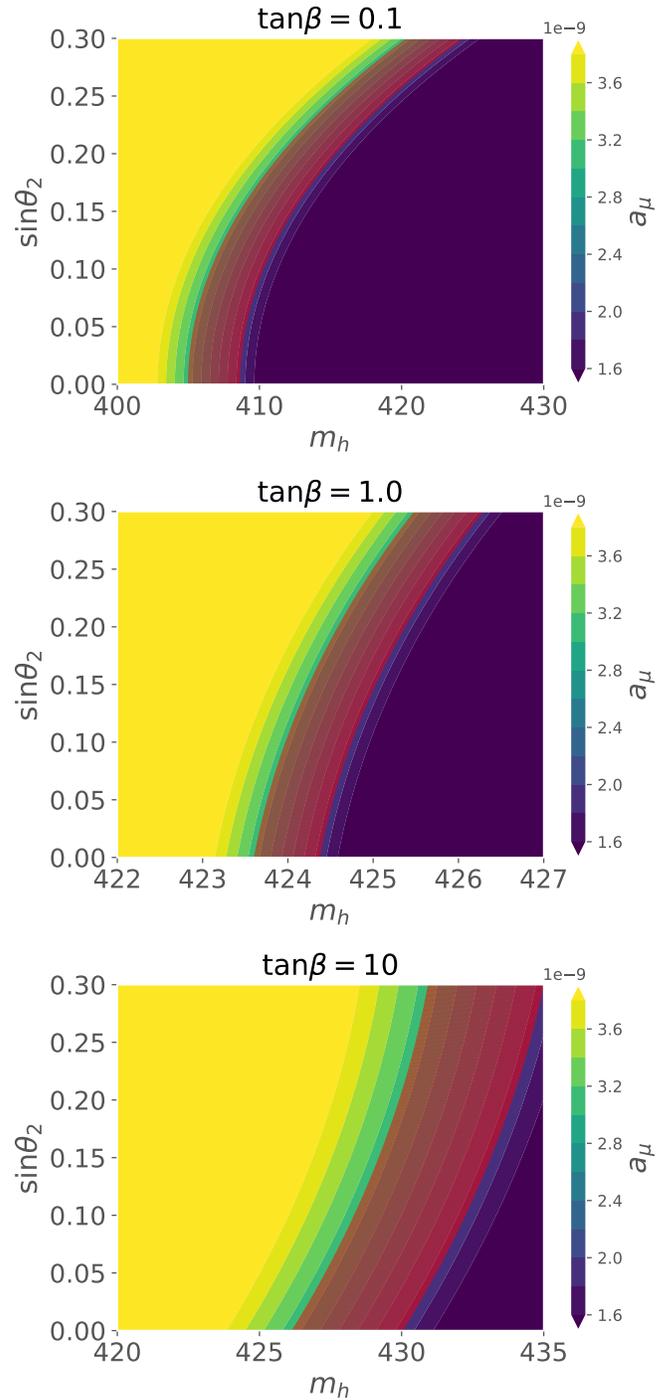
Se está interesado en determinar regiones permitidas con los datos experimentales reportados en la ecuación (5-18). Para ello se toma las contribuciones a 1-loop y 2-loops por parte de los fermiones más pesados. También se toma la contribución del bosón  $W$ .

Para determinar las gráficas, se toma las ecuaciones (5-29) y (5-31), junto con las relaciones (5-34). Esto permite realizar gráficas de contorno para revisar las restricciones a los parámetros. La figura 5-4, muestra este tipo de gráficas.

En la Figura 5-4, lo primero que se observa es que en el escenario sin violación CP ( $S_{\theta_2} = 0$ ), se encuentran regiones permitidas dentro de la región de la anomalía medida experimentalmente, pero con rangos muy estrechos en las masas de los bosones de Higgs pesados. Así, para  $t_\beta = 0.1$ , se encuentra solución en la ventana  $m_h = [403, 409]$  GeV, para  $t_\beta = 1.0$  en  $m_h = [423, 424, 3]$  GeV y  $t_\beta = 10$  en  $m_h = [424, 430]$  GeV. Si se consideran escenarios de violación CP, en los 3 casos se evidencia un incremento global de la masa de estos escalares, lo que significa que los nuevos acoples asociados a los términos imaginarios contribuyen positivamente al momento dipolar magnético, extendiéndose hasta valores del orden de 435 GeV en el caso de  $t_\beta = 10$ . Aún así, las regiones siguen siendo muy estrechas, lo que indica que el momento magnético anómalo impone una restricción muy fuerte a los nuevos bosones de Higgs del modelo.

Para explorar de manera más detallada la dependencia con el parámetro  $t_\beta$ , en la Figura 5-5 se traza la dependencia del momento anómalo  $a_\mu$  respecto a  $t_\beta$ , para diferentes valores de  $S_{\theta_2}$  y valor de masa de Higgs pesados, y con valores compatibles con las regiones encontradas en la Figura 5-4. La zona sombreada corresponde a la región permitida de acuerdo a la incertidumbre experimental. En general, se observa que valores a escalas intermedias de  $t_\beta$  producen una contribución excesiva, por encima de la cota experimental, lo que descarta muchos de los escenarios posibles. Por ejemplo, en el caso de escalares de 400 GeV de masa, solo se encuentran soluciones posibles en valores grandes, de hasta  $t_\beta \sim 10^2$  y grandes ángulos de violación CP, mayores a  $S_{\theta_2} = 0.1$ . En el otro extremo, para escalares de 430 GeV, se alcanza a tener soluciones desde  $t_\beta = 2$  hasta  $10^2$  en un amplio rango de intensidades de

violación CP.



**Figura 5-4.:** Gráficas de contorno con los parámetros  $m_{h_i}$ ,  $\sin\theta_2$  para diferentes valores de  $\tan\beta$  : 0.1, 1.0 y 10. La región sombreada en rojo corresponde a las restricciones experimentales  $a_\mu = [1.92, 3.10] \times 10^{-9}$ .

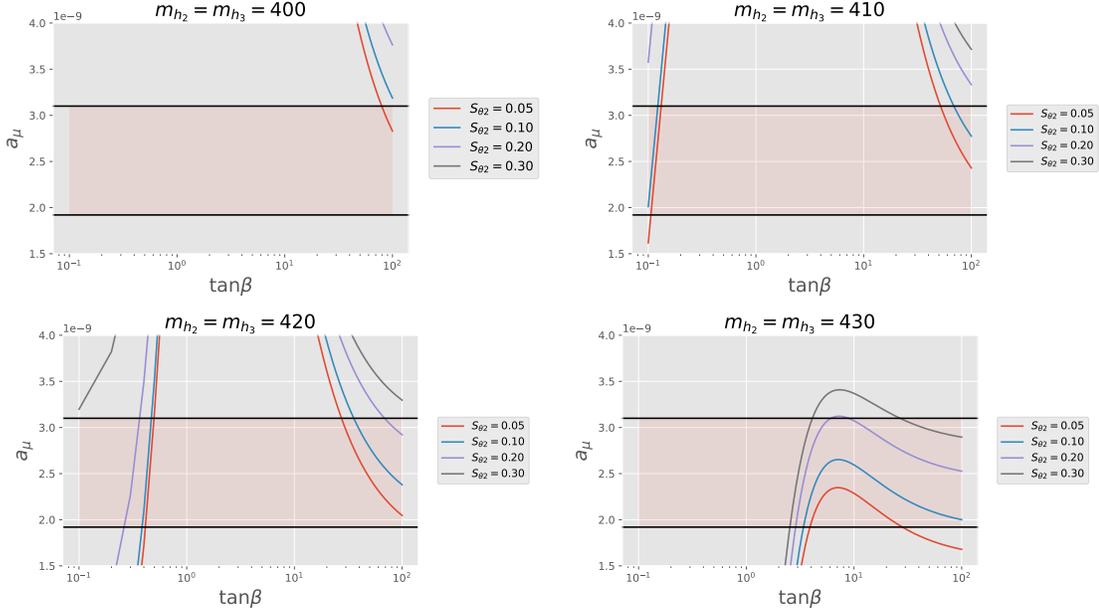


Figura 5-5.: Gráficas de  $a_\mu$  con respecto a  $\tan\beta$ , para diversas valores de masas  $m_{h_i}$  y  $\sin\theta_2$ .

### 5.4.2. Momento Dipolar Eléctrico del Electrón

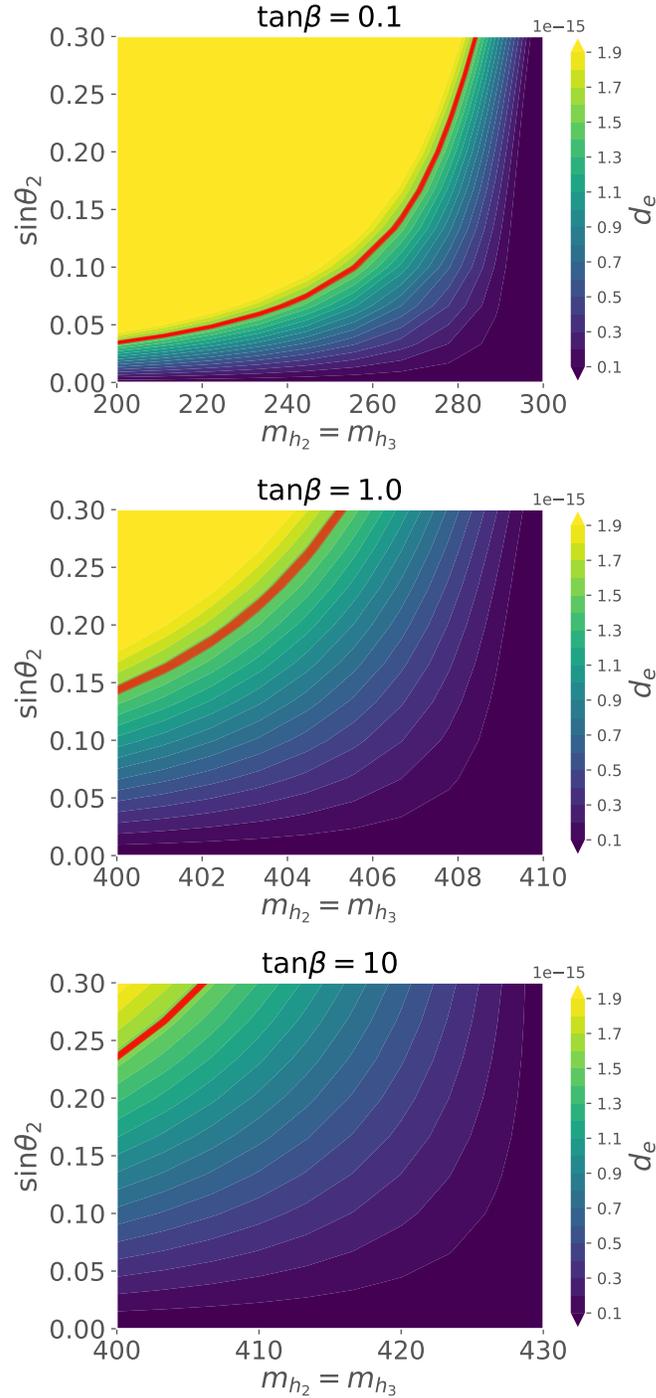
Al igual que se llevo a cabo con el momento magnético anómalo del muón, se procede a determinar la influencia de la violación CP sobre las restricciones para el  $e$ EDM.

Se está interesado en determinar las regiones permitidas para la ecuación (5-20). Para ello se toma las contribuciones a 1-loop y a 2-loops por parte de los fermiones más pesados, así como se toma la contribución del bosón  $W$ .

Para determinar las gráficas, se toma ahora las ecuaciones (5-30) y (5-33), junto con las relaciones (5-34). Esto permite realizar gráficas de contorno para revisar las restricciones a los parámetros. La figura 5-6, muestra este tipo de gráficas.

Como se observa en la Figura 5-6, el ángulo de violación CP se restringe por el límite superior del momento dipolar eléctrico, el cual no debe superar el valor de  $1.573 \times 10^{-15} \text{ GeV}^{-1}$ , y el cual puede imponer valores muy pequeños de  $S_{\theta_2}$  para escalares livianos, pero que se amplía apreciablemente si estos son más y más pesados. Por ejemplo, para el escenario con  $t_\beta = 0.1$ , el ángulo CP máximo alcanza el valor  $S_{\theta_2} \sim 0.03$  para  $m_h = 200 \text{ GeV}$ , pero aumenta hasta 0.3 si  $m_h = 290 \text{ GeV}$ , y aún mayor para escalares más pesados. Este comportamiento es de esperar si miramos la contribución a 1 loop en la ecuación (5-30), donde se observa que  $m_h$  contribuye en el denominador, mientras que el ángulo, inmerso en el término  $Im(Y_{ee}^2)$  está multiplicando. Esto indica que, si el Higgs es más pesado, la razón va a permitir valores imaginarios más grandes sin superar el límite experimental. Para el caso de  $t_\beta = 1.0$ , el

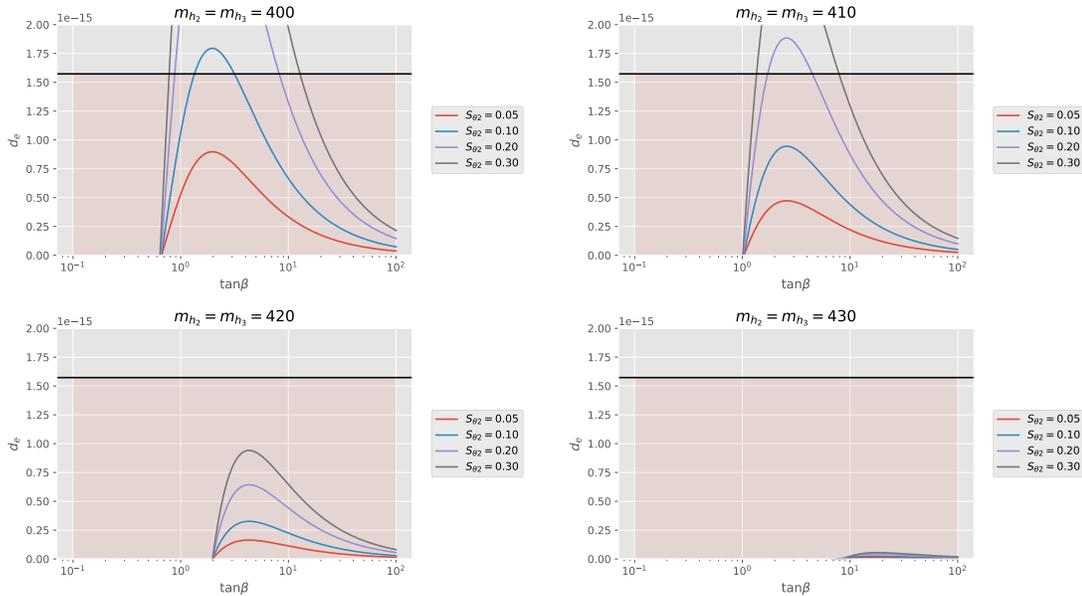
ángulo CP se restringe aún más si nos mantenemos en escalares livianos. Para observar regiones permitidas, hay que dar el salto a masas del orden de 400 GeV, tal como se observa



**Figura 5-6.:** Gráficas de contorno para el  $e$ EDM con los parámetros  $m_{h_i}$ ,  $\sin\theta_2$  para diferentes valores de  $\tan\beta$ . La línea roja representa el límite superior experimental.

en la segunda gráfica de la Figura 5-6, y donde se evidencia un comportamiento similar al caso anterior. Algo parecido ocurre con  $t_\beta = 10$ , donde se observa un mayor rango para  $S_{\theta_2}$ .

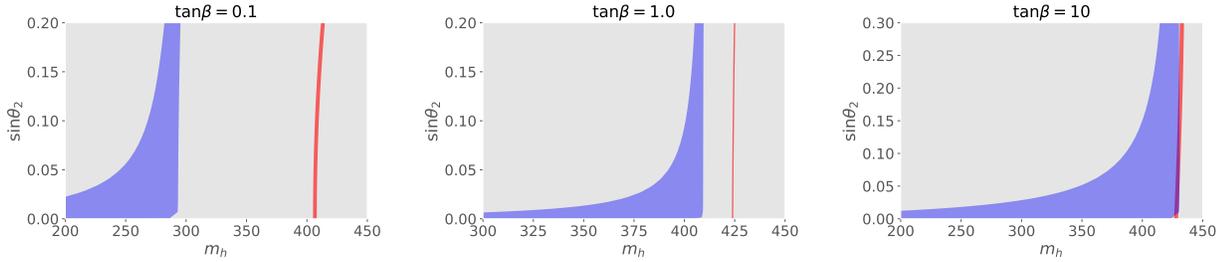
Similar al caso anterior, en la Figura 5-7 se trazan curvas del momento dipolar eléctrico en función de  $t_\beta$ , donde se indica la cota máxima experimental, y donde también se evidencia que para valores intermedios de  $t_\beta$  la contribución al momento dipolar se maximiza, mientras que para valores extremos se anula. Por ejemplo, para escalares de 400 GeV, se observa que para  $t_\beta < 0.6$ , no hay contribución al momento dipolar, y para  $t_\beta \sim 100$ , existe contribución pero muy por debajo del límite experimental. En este caso, la contribución se maximiza en  $t_\beta = 2$ , saliéndose de rango para  $S_{\theta_2} \geq 0.1$ . Como se observa en las otras gráficas, estas cotas se van corriendo a medida que la masa de los escalares aumentan, llegando a casi desaparecer para  $m_h = 430$  GeV, donde el ángulo de violación CP va a tener poca incidencia en el valor del momento dipolar eléctrico.



**Figura 5-7.:** Gráficas de  $eEDM$  con respecto a  $\tan \beta$ , para diversas valores de masas  $m_{h_i}$  y  $\sin \theta_2$ .

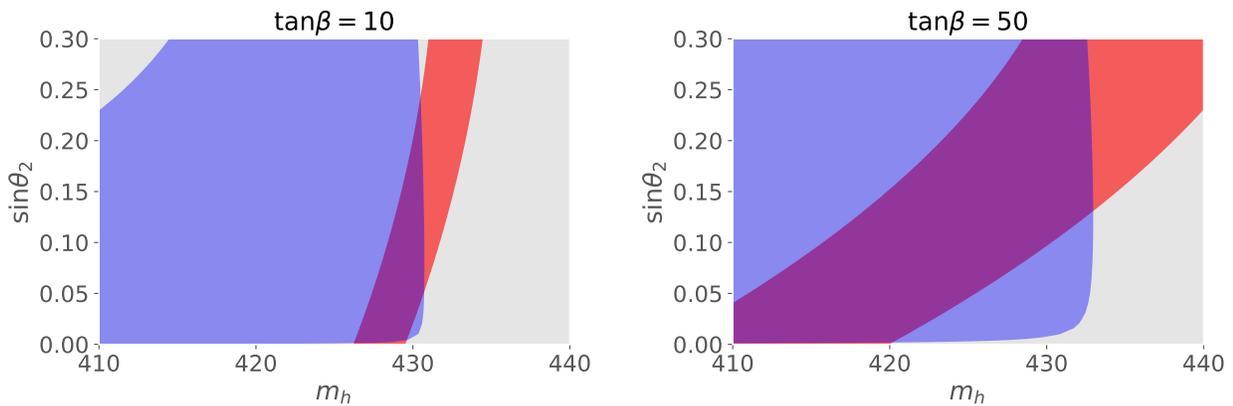
Con el fin de hacer un análisis cruzado de ambos momentos, en las gráficas de la Figura 5-8, se muestra las regiones combinadas para el momento magnético anómalo del muón y del momento dipolar eléctrico del electrón teniendo en cuenta las cotas experimentales. En estas gráficas lo primero que se evidencia es que, para valores pequeños de  $\tan \beta$  (0.1 y 1.0), no se encuentran zonas de intersección. Solo para  $\tan \beta \geq 10$  se observa que hay una región de superposición entre las regiones de ambos momentos.

Las gráficas de la Figura 5-9, muestran en mayor detalle las regiones de intersección para los momentos  $a_\mu$  y  $d_e$ . De aquí se observa que para un valor de  $\tan \beta = 10$  la región permitida



**Figura 5-8.:** Gráficas de región permitida para el  $eEDM$  (azul) y  $a_\mu$  (roja) de acuerdo a las cotas experimentales. con los parámetros  $m_{h_i}$ ,  $\sin\theta_2$  para diferentes valores de  $\tan\beta$  : 0.1, 1.0 y 10.

que está entre 425 GeV y 430 GeV y un ángulo de mezcla por debajo de  $\sin\theta_2 \leq 0,25$ , existen soluciones compatibles con las cotas actuales de estos dos observables. Para  $\tan\beta = 50$ , en la misma Figura 5-9 se trazan las regiones permitidas de los momentos, donde se observa una mayor superposición, obteniendo rangos más amplios permitidos en masa de los escalares y ángulo de mezcla. Es así que el Modelo Universal Leptónico favorece valores grandes del parámetro  $\tan\beta > 10$ , esto es, escenarios donde el VEV del doblete  $\phi_2$  de carga  $X = 1/3$  sea mucho mayor que el  $\phi_1$  de carga  $X = 2/3$ .



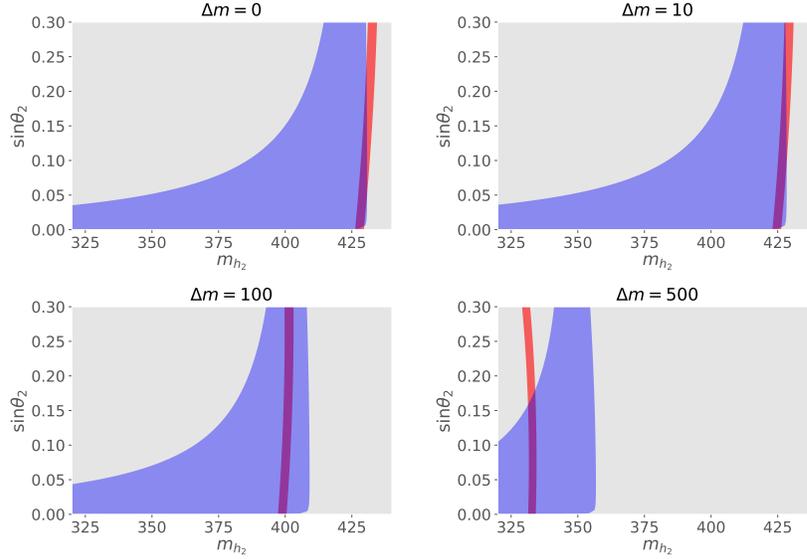
**Figura 5-9.:** Gráficas de región permitida para el  $eEDM$  (azul) y  $a_\mu$  (roja) de acuerdo a las cotas experimentales. con los parámetros  $m_{h_i}$ ,  $\sin\theta_2$  para dos valores de  $\tan\beta$  : 10 y 50.

## 5.5. Desdoblamiento de Masas

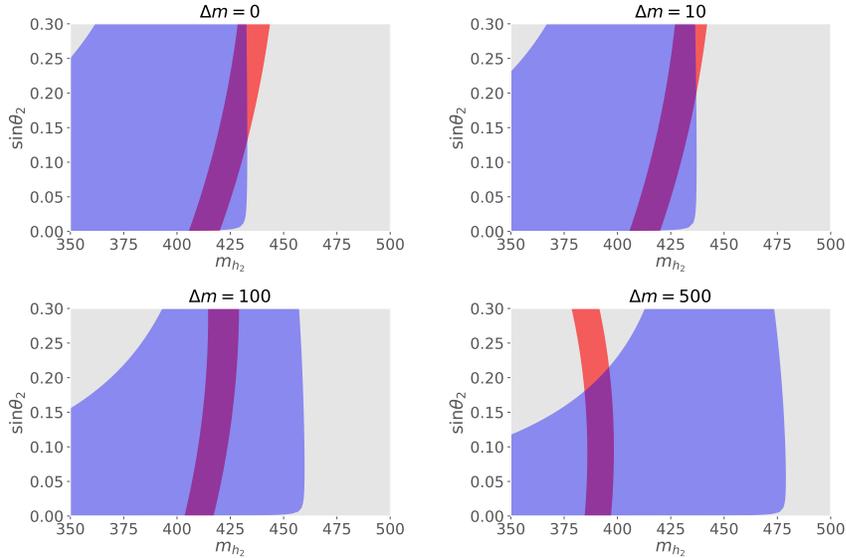
En la sección anterior se consideró que los dos bosones escalares pesados  $h_2$  y  $h_3$ , son degenerados. En esta sección se hará una exploración del impacto que tiene sobre los resultados obtenidos si dicho degeneramiento se levanta. Para esto se reparametriza las masas en térmi-

nos de la diferencia de masas así

$$\Delta m = m_{h_3} - m_{h_2} \rightarrow m_{h_3} = m_{h_2} + \Delta m. \quad (5-35)$$



**Figura 5-10.:** Gráficas de región permitida para el  $eEDM$  (azul) y  $a_\mu$  (roja) de acuerdo a las cotas experimentales, con el parámetro  $m_{h_2}$ ,  $\sin \theta_2$  para el valor de  $\tan \beta = 10$ .



**Figura 5-11.:** Gráficas de región permitida para el  $eEDM$  (azul) y  $a_\mu$  (roja) de acuerdo a las cotas experimentales, con el parámetro  $m_{h_2}$ ,  $\sin \theta_2$  para el valor de  $\tan \beta = 50$ .

Al utilizar esta nueva parametrización, las correcciones al momento magnético anómalo del muón y del momento dipolar eléctrico del electrón, Ecs (5-29) a (5-33), quedan en términos

de la  $m_2$  y del parámetro  $\Delta m$ , mientras que el espacio de parámetros cambia al conjunto  $(\tan \beta, \sin \theta_2, m_{h_2}, \Delta m)$ . Con el fin de comparar el efecto del desdoblamiento de las masas, se reproducen de nuevo las gráficas de la Figura **5-9** para diferentes valores de  $\Delta m$ . Esto se observa en las gráficas de las Figuras **5-10** y **5-11**.

En las gráficas de la Figura **5-10**, para  $\tan \beta = 10$ , se observa el comportamiento que tiene el efecto del desdoblamiento de las masas de los Higgses  $h_2$  y  $h_3$ , para el momento magnético anómalo del muón (región roja), y para el momento dipolar eléctrico del electrón (región azul). Allí se muestra una región permitida debido a la restricción de los parámetros experimentales que muestran que a medida que se incrementa esta diferencia entre las masas, la masa  $m_{h_2}$  se desplaza hacia valores del orden de los 330 GeV para  $\Delta m = 500$  GeV, esto permite que el ángulo de mezcla este por debajo de  $\sin \theta_2 \leq 0.18$

De forma similar, para las gráficas de la Figura **5-11**, pero esta vez para  $\tan \beta = 50$ , se evidencia que ahora el comportamiento debido a la restricción de los parámetros experimentales, las gráficas se desplazan hacia la derecha para valores grandes de  $m_{h_2}$  del orden de 500 GeV. De nuevo, la región roja representa las restricciones experimentales para el momento magnético anómalo del muón, mientras que la región azul es para el momento dipolar eléctrico del electrón.

## 6. Decaimiento Anómalo del Mesón $B$

Como se ha mencionado en capítulos anteriores, hay algunos observables que muestran discrepancias con las predicciones del ME, que pueden estar asociadas a nueva física. Entre los diferentes observables accesibles a la física de colisionadores, los observables de *sabor* imponen límites estrictos a muchas extensiones del ME. De manera particular, la *Universalidad Leptónica* exhibida por el ME es sensible a nueva física que puede ser probada en transiciones semileptónicas de mesones [87]-[89].

Recientemente, las fracciones de los anchos de decaimiento del mesón  $B$  dentro de pares muón y electrón fue reportado por la colaboración LHCb [90], donde una desviación del ME dentro de  $2,6\sigma$  sugiere una posible violación de la universalidad leptónica no explicada en el contexto del ME.

En el presente capítulo se hace un estudio desde el contexto del Modelo No Universal Leptónico, descrito en el capítulo 4, que permita conectar el problema de sabor con las propiedades del grupo. Ese tipo de extensiones implica un nuevo bosón extra  $Z'$  que produce nuevas contribuciones a procesos con corrientes neutras con cambios de sabor (FCNC). Aunque ese tipo de interacciones están fuertemente suprimidas en el ME, hay algunas anomalías reportadas, como el decaimiento  $B^+ \rightarrow K^+ \ell \ell$ , que corresponde a procesos FCNC ( $b \rightarrow s$ ).

### 6.1. Corrientes Neutras

Las interacciones débiles de fermiones está contenida en el Lagrangiano de Dirac

$$\mathcal{L}_D = i\overline{f_{Li}}\gamma^\mu D_\mu f_{Li} + i\overline{f_{Ri}}\gamma^\mu D_\mu f_{Ri} \quad (6-1)$$

donde  $f_i$  corre sobre todos los sabores de fermiones. La derivada covariante  $D^\mu$  es similar a (4-4a), pero cambiando los parámetros escalares por los correspondientes parámetros fermiónicos. Teniendo en cuenta

$$W_\mu^\pm = \frac{1}{\sqrt{2}}(W_\mu^1 \mp W_\mu^2) \quad (6-2)$$

y

$$\tilde{V}_\mu = R_0 V_\mu \longrightarrow \begin{pmatrix} A_\mu \\ Z_{1\mu} \\ Z_{2\mu} \end{pmatrix} = R_0 \begin{pmatrix} W_\mu^3 \\ B_\mu \\ Z'_\mu \end{pmatrix}, \quad \text{con} \quad R_0 = \begin{pmatrix} S_W & C_W & 0 \\ C_W & -S_W & S_\theta \\ -S_\theta C_W & S_\theta S_W & 1 \end{pmatrix}, \quad (6-3)$$

la derivada covariante se puede escribir como:

$$D^\mu = \partial^\mu - ig(W^{\mu+}T_f^- + W^{\mu-}T_f^+) - \tilde{V}_m^\mu \left[ ig(R_0^T)_{1m}T_f^3 + ig' \frac{Y_f}{2}(R_0^T)_{2m} + ig_X X_f(R_0^T)_{3m} \right], \quad (6-4)$$

donde  $2T_f^\pm$  es la combinación  $(\sigma_1 \pm \sigma_2)$  entre las dos primeras matrices de Pauli y  $2T_f^3$  la tercera matriz de Pauli para campos fermiónicos  $f$  de  $SU(2)$  (dobletes), mientras  $2T_f^\pm = 2T_f^3 = 0$  cuando  $f$  sean singletes. Los términos  $(R_0^T)_{mn}$  corresponden a las componentes de la transpuesta de la matriz de rotación entre los autoestados físicos y de masa, y  $\tilde{V}_m^\mu$  los autoestados de masa de los bosones de gauge neutros, donde  $(\tilde{V}_1^\mu, \tilde{V}_2^\mu, \tilde{V}_3^\mu) = (A^\mu, Z_1^\mu, Z_2^\mu)$ . Aplicando la Ec. (6-4) en el Lagrangiano de Dirac (6-1), se obtiene las siguientes interacciones gauge neutras:

$$\mathcal{L}_{NC} = \frac{g}{2} \left[ \overline{f_{Li}} \gamma_\mu \tilde{V}_m^\mu g_{Lm}^{(f_i)} f_{Li} + \overline{f_{Ri}} \gamma_\mu \tilde{V}_m^\mu g_{Rm}^{(f_i)} f_{Ri} \right], \quad (6-5)$$

donde  $g_{L,Rm}^{f_i}$  son los acoplamientos de las corrientes neutras electrodébiles, definidas en general como:

$$g_m^f = \pm(R_0^T)_{1m} + T_W Y_f(R_0^T)_{2m} + \frac{2g_X}{g} X_f(R_0^T)_{3m}, \quad (6-6)$$

para fermiones en la representación doblete, donde el signo  $\pm$  se asocia a las componentes superior o inferior del doblete y

$$g_m^{(f)} = T_W Y_f(R_0^T)_{2m} + \frac{2g_X}{g} X_f(R_0^T)_{3m}, \quad (6-7)$$

para singletes. En particular, para los fermiones ordinarios del ME, etiquetados con el índice  $a$ , los acoplamientos izquierdos son

$$\begin{aligned} g_{L1}^{(f_a)} &= 2Q_{f_a} S_W, \\ g_{L2}^{(f_a)} &= \frac{1}{C_W} (I_3 - 2Q_{f_a} S_W^2) + 2X_{f_{La}} \frac{g_X}{g} S_\theta, \\ g_{L3}^{(f_a)} &= \frac{1}{C_W} (-I_3 + 2Q_{f_a} S_W^2) S_\theta + 2X_{f_{La}} \frac{g_X}{g}, \end{aligned} \quad (6-8)$$

y para fermiones derechos

$$\begin{aligned} g_{R1}^{(f_a)} &= 2Q_{f_a} S_W, \\ g_{R2}^{(f_a)} &= -2Q_{f_a} \frac{S_W^2}{C_W} + 2X_{f_{Ra}} \frac{g_X}{g} S_\theta, \\ g_{R3}^{(f_a)} &= 2Q_{f_a} \frac{S_W^2}{C_W} S_\theta + 2X_{f_{Ra}} \frac{g_X}{g}, \end{aligned} \quad (6-9)$$

donde  $Q_f$  y  $X_f$  son las cargas eléctricas y  $U(1)_X$  de los fermiones, respectivamente. Mientras que  $I_3$  es el isospín el cual es 1 para las componentes superiores y  $-1$  para la componentes

$f_{La}$	$g_{L1}^{(f_a)}$	$g_{L2}^{(f_a)}$	$g_{L3}^{(f_a)}$
$u_L^1$	$\frac{4}{3}S_W$	$(1 - \frac{4}{3}S_W^2) \frac{1}{C_W} + \frac{2g_X}{3g} S_\theta$	$(-1 + \frac{4}{3}S_W^2) \frac{S_\theta}{C_W} + \frac{2g_X}{3g}$
$u_L^{2,3}$	$\frac{4}{3}S_W$	$(1 - \frac{4}{3}S_W^2) \frac{1}{C_W}$	$(-1 + \frac{4}{3}S_W^2) \frac{S_\theta}{C_W}$
$d_L^1$	$-\frac{2}{3}S_W$	$(-1 + \frac{2}{3}S_W^2) \frac{1}{C_W} + \frac{2g_X}{3g} S_\theta$	$(1 - \frac{2}{3}S_W^2) \frac{S_\theta}{C_W} + \frac{2g_X}{3g}$
$d_L^{2,3}$	$-\frac{2}{3}S_W$	$(-1 + \frac{2}{3}S_W^2) \frac{1}{C_W}$	$(1 - \frac{2}{3}S_W^2) \frac{S_\theta}{C_W}$
$e_L^{e,\mu}$	$-2S_W$	$(-1 + 2S_W^2) \frac{1}{C_W}$	$(1 - 2S_W^2) \frac{S_\theta}{C_W}$
$e_L^\tau$	$-2S_W$	$(-1 + 2S_W^2) \frac{1}{C_W} - \frac{2g_X}{g} S_\theta$	$(1 - 2S_W^2) \frac{S_\theta}{C_W} - \frac{2g_X}{g}$
$\nu_L^{e,\mu}$	0	$\frac{1}{C_W}$	$\frac{S_\theta}{C_W}$
$\nu_L^\tau$	0	$\frac{1}{C_W} - \frac{2g_X}{g} S_\theta$	$-\frac{S_\theta}{C_W} - \frac{2g_X}{g}$

**Tabla 6-1.**: Acoplamientos de corriente neutra para fermiones izquierdos ordinarios del ME.

$f_{Ra}$	$g_{R1}^{(f_a)}$	$g_{R2}^{(f_a)}$	$g_{R3}^{(f_a)}$
$u_R^{1,2,3}$	$\frac{4}{3}S_W$	$-\frac{4}{3} \left( \frac{S_W^2}{C_W} - \frac{g_X}{g} S_\theta \right)$	$\frac{4}{3} \left( \frac{S_W^2}{C_W} S_\theta + \frac{g_X}{g} \right)$
$d_R^{1,2,3}$	$-\frac{2}{3}S_W$	$\frac{2}{3} \left( \frac{S_W^2}{C_W} - \frac{g_X}{g} S_\theta \right)$	$-\frac{2}{3} \left( \frac{S_W^2}{C_W} S_\theta + \frac{g_X}{g} \right)$
$e_R^{e,\tau}$	$-2S_W$	$\frac{8}{3} \left( \frac{3}{4} \frac{S_W^2}{C_W} - \frac{g_X}{g} S_\theta \right)$	$-\frac{8}{3} \left( \frac{3}{4} \frac{S_W^2}{C_W} S_\theta + \frac{g_X}{g} \right)$
$e_R^\mu$	$-2S_W$	$\frac{2}{3} \left( 3 \frac{S_W^2}{C_W} - \frac{g_X}{g} S_\theta \right)$	$-\frac{2}{3} \left( 3 \frac{S_W^2}{C_W} S_\theta + \frac{g_X}{g} \right)$

**Tabla 6-2.**: Acoplamientos de corriente neutra para fermiones derechos ordinarios del ME.

inferiores. En las tablas **6-1** y **6-2**, se relacionan las corrientes neutras para cada sabor de fermión. Se aclara que las partículas tales como  $e_L^{e,\mu}$ ,  $\nu_L^{e,\mu}$ ,  $u_L^{2,3}$  y  $d_L^{2,3}$  carecen de acoplamientos con  $g_X$ , como consecuencia del valor cero de la carga  $U(1)_X$ .

Para los nuevos fermiones, etiquetados con el índice  $\alpha$ , tanto los izquierdos como los derechos son singletes de  $SU(2)_L$ . Así, los acoplamientos de corriente neutra son:

$$g_{L,Rm}^{(f_a)} = T_W Y_{f_{L,R\alpha}} (R_0^T)_{2m} + \frac{2g_X}{g} X_{f_{L,R\alpha}} (R_0^T)_{3m}, \quad (6-10)$$

los cuales se muestran en las tablas **6-3** y **6-4** para cada sabor de este sector.

Por otro lado, de acuerdo a (4-31), los campos fermiónicos se deben también rotar a la base de autoestados de masa. Etiquetando como  $\tilde{f}_i$  a cada componente de la bases de masas y  $\tilde{\mathbf{f}}$  y  $f_i$  la bases débiles, la transformación (4-31), se escriben en componentes como:

$$\tilde{f}_{L,Ri} = (V_{L,R}^{f\dagger})_{ij} f_{L,Rj}. \quad (6-11)$$

De esta manera, el Lagrangiano de corrientes neutras (6-5) en autoestados de masa es:

$$\mathcal{L}_{NC} = \frac{g}{2} \left[ \overline{\tilde{f}_{Li}} \gamma_\mu \tilde{V}_m^\mu (V_L^{f\dagger})_{ij} g_{Lm}^{(f_j)} (V_L^f)_{jk} \tilde{f}_{Lk} + \overline{\tilde{f}_{Ri}} \gamma_\mu \tilde{V}_m^\mu (V_R^{f\dagger})_{ij} g_{Rm}^{(f_j)} (V_R^f)_{jk} \tilde{f}_{Rk} \right]. \quad (6-12)$$

$f_{L\alpha}$	$g_{L1}^{(f_\alpha)}$	$g_{L2}^{(f_\alpha)}$	$g_{L3}^{(f_\alpha)}$
$\mathcal{T}_L$	$\frac{4}{3}S_W$	$-\frac{2}{3}\left(2\frac{S_W^2}{C_W} - \frac{g_X}{g}S_\theta\right)$	$\frac{2}{3}\left(2\frac{S_W^2}{C_W}S_\theta + \frac{g_X}{g}\right)$
$\mathcal{J}_L^{1,2}$	$-\frac{2}{3}S_W$	$\frac{2}{3}\frac{S_W^2}{C_W}$	$-\frac{2}{3}\frac{S_W^2}{C_W}S_\theta$
$\mathcal{E}_L^1$	$-2S_W$	$2\left(\frac{S_W^2}{C_W} - \frac{g_X}{g}S_\theta\right)$	$-2\left(\frac{S_W^2}{C_W}S_\theta + \frac{g_X}{g}\right)$
$\mathcal{E}_L^2$	$-2S_W$	$\frac{4}{3}\left(\frac{3}{2}\frac{S_W^2}{C_W} - \frac{g_X}{g}S_\theta\right)$	$-\frac{4}{3}\left(\frac{3}{2}\frac{S_W^2}{C_W}S_\theta + \frac{g_X}{g}\right)$

**Tabla 6-3.:** Acoplamiento de corriente neutra para los nuevos fermiones izquierdos.

$f_{R\alpha}$	$g_{R1}^{(f_\alpha)}$	$g_{R2}^{(f_\alpha)}$	$g_{R3}^{(f_\alpha)}$
$\mathcal{T}_R$	$\frac{4}{3}S_W$	$-\frac{4}{3}\left(\frac{S_W^2}{C_W} - \frac{g_X}{g}S_\theta\right)$	$\frac{4}{3}\left(\frac{S_W^2}{C_W}S_\theta + \frac{g_X}{g}\right)$
$\mathcal{J}_R^{1,2}$	$-\frac{2}{3}S_W$	$\frac{2}{3}\left(\frac{S_W^2}{C_W} - \frac{g_X}{g}S_\theta\right)$	$-\frac{2}{3}\left(\frac{S_W^2}{C_W}S_\theta + \frac{g_X}{g}\right)$
$\mathcal{E}_R^1$	$-2S_W$	$\frac{4}{3}\left(\frac{3}{2}\frac{S_W^2}{C_W} - \frac{g_X}{g}S_\theta\right)$	$-\frac{4}{3}\left(\frac{3}{2}\frac{S_W^2}{C_W}S_\theta + \frac{g_X}{g}\right)$
$\mathcal{E}_R^2$	$-2S_W$	$2\left(3\frac{S_W^2}{C_W} - \frac{g_X}{g}S_\theta\right)$	$-2\left(\frac{S_W^2}{C_W}S_\theta + \frac{g_X}{g}\right)$
$\nu_R^{1,2,3}$	0	$\frac{2}{3}\frac{g_X}{g}S_\theta$	$\frac{2}{3}\frac{g_X}{g}$
$\mathcal{N}_R^{1,2,3}$	0	0	0

**Tabla 6-4.:** Acoplamiento de corriente neutra para los nuevos fermiones derechos.

En autoestados de masa, los acoplamientos de corrientes neutras transforman a través de las matrices biunitarias fermiónicas:

$$g_{L,Rm}^{(f_j)} \longrightarrow \tilde{g}_{L,Rm}^{(ik)} = (V_{L,R}^{f\dagger})_{ij} g_{L,Rm}^{(f_j)} (V_{L,R}^f)_{jk} \quad (6-13)$$

Así, el Lagrangiano neutro (6-12) queda reexpresado como:

$$\mathcal{L}_{NC} = \frac{g}{2} \left[ \overline{\tilde{f}_{Li}} \gamma_\mu \tilde{V}_m^\mu \tilde{g}_{Lm}^{(jk)} \tilde{f}_{Lk} + \overline{\tilde{f}_{Ri}} \gamma_\mu \tilde{V}_m^\mu \tilde{g}_{Rm}^{(jk)} \tilde{f}_{Rk} \right]. \quad (6-14)$$

En general, como se muestra en las tablas **6-1-6-4**, hay acoplamientos que son dependiente de familia. Para esos casos, los acoplamientos neutros  $\tilde{g}_{L,R}^{(ik)}$  son no diagonales, y conllevan a procesos FCNC, tal como el decaimiento dileptónico del mesón  $B$ . Para los acoplamientos universales de familia, debido a las restricción de unitariedad,  $(V_{L,R}^f)^\dagger V_{L,R}^f = I$ , los acoplamientos neutros se vuelven diagonales,  $\tilde{g}_{L,R}^{(ik)} = g_{L,R}^{(f_j)} \delta_{ik}$ , que solamente producen conservación de corrientes neutras de sabor.

## 6.2. Decaimiento $B$

El proceso  $B^+ \rightarrow K^+ \ell^+ \ell^-$  para leptones cargados  $\ell^\pm$  se debe a la transición  $b \rightarrow s \ell^+ \ell^-$ . En el Modelo No Universal Leptónico, este proceso se puede inducir a nivel árbol a través de los bosones neutros  $Z_1$  y  $Z_2$ , como se muestra en la Figura **6-1**.

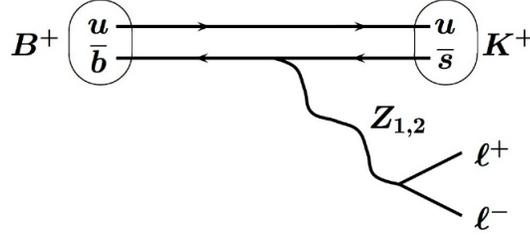


Figura 6-1.: Decaimiento  $B^+ \rightarrow K^+ \ell^+ \ell^-$  a través de bosones gauge neutros  $Z_{1,2}$

### 6.2.1. Acoplamiento $b - s - Z_{1(2)}$

Primero, de acuerdo al Lagrangiano de corrientes neutras en (6-14), la transición FCNC  $b \rightarrow s$  en el primer vértice de la Figura 6-1, es descrito por el Lagrangiano:

$$\mathcal{L}_{sb} = \frac{g}{2} \left[ \bar{s}_L \gamma_\mu \left( Z_1^\mu \tilde{g}_{L2}^{(23)} + Z_2^\mu \tilde{g}_{L3}^{(23)} \right) b_L + \bar{s}_R \gamma_\mu \left( Z_1^\mu \tilde{g}_{R2}^{(23)} + Z_2^\mu \tilde{g}_{R3}^{(23)} \right) b_R \right] + h.c., \quad (6-15)$$

donde:

$$\tilde{g}_{L,Rm}^{(23)} = (V_{L,R}^{D\dagger})_{2j} g_{L,Rm}^{(D_j)} (V_{L,R}^D)_{j3}, \quad (6-16)$$

con  $D_j = (d_1, d_2, d_3, \mathcal{J}_1, \mathcal{J}_2)$ . Separando los fermiones ordinarios  $D_a = (d_1, d_2, d_3)$  de los nuevos  $D_\alpha = (\mathcal{J}_1, \mathcal{J}_2)$ , se puede escribir el acoplamiento (6-16) como:

$$\tilde{g}_{L,Rm}^{(23)} = (V_{L,R}^{D\dagger})_{2a} g_{L,Rm}^{(D_a)} (V_{L,R}^D)_{a3} + (V_{L,R}^{D\dagger})_{2\alpha} g_{L,Rm}^{(D_\alpha)} (V_{L,R}^D)_{\alpha3} \quad (6-17)$$

Teniendo en cuenta que de acuerdo a las tablas 6-1-6-4 para el sector tipo down, únicamente los quarks ordinarios izquierdos exhiben dependencia de familia, por lo tanto los acoplamientos izquierdos en (6-17) se expanden como:

$$\begin{aligned} \tilde{g}_{Lm}^{(23)} &= g_{Lm}^{(d_1)} (V_L^{D\dagger})_{21} (V_{L,R}^D)_{13} \\ &+ g_{Lm}^{(d_{2,3})} \left[ (V_L^{D\dagger})_{22} (V_{L,R}^D)_{23} + (V_L^{D\dagger})_{23} (V_{L,R}^D)_{33} \right] \\ &+ g_{Lm}^{(D_\alpha)} (V_L^{D\dagger})_{2\alpha} (V_{L,R}^D)_{\alpha3}, \end{aligned} \quad (6-18)$$

mientras que los acoplamientos derechos (universal de familia) se cancelan

$$\tilde{g}_{Rm}^{(23)} = 0. \quad (6-19)$$

A partir de la restricción de unitariedad  $(V_{L,R}^*)_{ca} (V_{L,R})_{ab} = \delta_{cb} - (V_{L,R}^*)_{c\alpha} (V_{L,R})_{\alpha b}$ , se encuentra la siguiente relación:

$$(V_L^{D\dagger})_{22} (V_L^D)_{23} + (V_L^{D\dagger})_{23} (V_L^D)_{33} = -(V_L^{D\dagger})_{21} (V_L^D)_{13} - (V_L^{D\dagger})_{2\alpha} (V_L^D)_{\alpha3}, \quad (6-20)$$

la cual, después de reemplazar en (6-18), se obtiene:

$$\tilde{g}_{Lm}^{(23)} = (V_L^{D\dagger})_{21} (V_L^D)_{13} \left[ g_{Lm}^{(d_1)} - g_{Lm}^{(d_{2,3})} \right] + (V_L^{D\dagger})_{2\alpha} (V_L^D)_{\alpha3} \left[ g_{Lm}^{(D_\alpha)} - g_{Lm}^{(d_{2,3})} \right]. \quad (6-21)$$

Se observa que en el escenario universal de familia, donde los acoplamientos  $g_{Lm}^{(d_{2,3})}$  sería el mismo para  $g_{Lm}^{(d_1)}$  y  $g_{Lm}^{(D_\alpha)}$ , el término (6-21) se cancela, suprimiendo las FCNC de la transición  $b \rightarrow s$ . Sin embargo, el Modelo No Universal Leptónico distingue esos acoplamientos, de acuerdo al índice de familias. Específicamente, usando los valores de la tabla **6-1**, se obtienen los acoplamientos neutros izquierdos para la interacción  $b \rightarrow s$  como se muestra en la primera fila de la tabla (**6-5**)

$\tilde{f}_a f_b$	$\tilde{g}_{L2}^{(ab)}$	$\tilde{g}_{L3}^{(ab)}$
$\bar{s}b$	$\frac{2}{3} \frac{g_X}{g} (V_L^{D\dagger})_{21} (V_L^D)_{13} S_\theta + \frac{1}{C_W} (V_L^{D\dagger})_{2\alpha} (V_L^D)_{\alpha 3}$	$\frac{2}{3} \frac{g_X}{g} (V_L^{D\dagger})_{21} (V_L^D)_{13} - \frac{1}{C_W} (V_L^{D\dagger})_{2\alpha} (V_L^D)_{\alpha 3} S_\theta$
$e^+ e^-$	$(-1 + 2S_W^2) \frac{1}{C_W} - 2 \frac{g_X}{g}  (V_L^E)_{31} ^2 S_\theta$	$(1 - 2S_W^2) \frac{S_\theta}{C_W} - 2 \frac{g_X}{g}  (V_L^E)_{31} ^2$
$\mu^+ \mu^-$	$+ \left( \frac{1}{C_W} - 2 \frac{g_X}{g} S_\theta \right)  (V_L^E)_{41} ^2 + \left( \frac{1}{C_W} - \frac{4}{3} \frac{g_X}{g} S_\theta \right)  (V_L^E)_{51} ^2$	$- \left( \frac{S_\theta}{C_W} + 2 \frac{g_X}{g} \right)  (V_L^E)_{41} ^2 - \left( \frac{S_\theta}{C_W} + \frac{4}{3} \frac{g_X}{g} \right)  (V_L^E)_{51} ^2$
	$(-1 + 2S_W^2) \frac{1}{C_W} - 2 \frac{g_X}{g}  (V_L^E)_{32} ^2 S_\theta$	$(1 - 2S_W^2) \frac{S_\theta}{C_W} - 2 \frac{g_X}{g}  (V_L^E)_{32} ^2$
	$+ \left( \frac{1}{C_W} - 2 \frac{g_X}{g} S_\theta \right)  (V_L^E)_{42} ^2 + \left( \frac{1}{C_W} - \frac{4}{3} \frac{g_X}{g} S_\theta \right)  (V_L^E)_{52} ^2$	$- \left( \frac{S_\theta}{C_W} + 2 \frac{g_X}{g} \right)  (V_L^E)_{42} ^2 - \left( \frac{S_\theta}{C_W} + \frac{4}{3} \frac{g_X}{g} \right)  (V_L^E)_{52} ^2$

**Tabla 6-5.:** Acoplamientos de corriente neutra para los fermiones izquierdos  $b - s$ ,  $e^\pm$  y  $\mu^\pm$ .

### 6.2.2. Acoplamiento $e^+(\mu^+) - e^-(\mu^-) - Z_{1(2)}$

Por otro lado, los acoplamientos neutros para los decaimientos  $Z_{1,2} \rightarrow \ell_a^+ \ell_a^-$  en el segundo vértice de la Figura **6-1** para  $\ell_a = e$  y  $\mu$ , se describe por:

$$\mathcal{L}_\ell = \frac{g}{2} \left[ \bar{\ell}_{La} \gamma_\mu (Z_1^\mu \tilde{g}_{L2}^{aa} + Z_2^\mu \tilde{g}_{L3}^{aa}) \ell_{La} + \bar{\ell}_{Ra} \gamma_\mu (Z_1^\mu \tilde{g}_{R2}^{aa} + Z_2^\mu \tilde{g}_{R3}^{aa}) \ell_{Ra} \right], \quad (6-22)$$

con

$$\tilde{g}_{L,Rm}^{(aa)} = (V_{L,R}^{E\dagger})_{aj} g_{L,Rm}^{(Ej)} (V_{L,R}^E)_{ja}, \quad (6-23)$$

para  $E_j = (e^e, e^\mu, e^\tau, \mathcal{E}_1, \mathcal{E}_2)$ . De nuevo, usando la restricción de unitariedad, se obtiene para los acoplamientos izquierdos de los leptones cargados:

$$\tilde{g}_{Lm}^{(aa)} = g_{Lm}^{(e^e, e^\mu)} + |(V_L^E)_{3a}|^2 \left[ g_{Lm}^{(e^\tau)} - g_{Lm}^{(e^e, e^\mu)} \right] + |(V_L^E)_{\alpha a}|^2 \left[ g_{Lm}^{(E_\alpha)} - g_{Lm}^{(e^e, e^\mu)} \right], \quad (6-24)$$

y para la parte derecha, se obtiene

$$\tilde{g}_{Rm}^{(aa)} = g_{Rm}^{(e^e, e^\tau)} + |(V_R^E)_{2a}|^2 \left[ g_{Rm}^{(e^\mu)} - g_{Rm}^{(e^e, e^\tau)} \right] + |(V_R^E)_{\alpha a}|^2 \left[ g_{Rm}^{(E_\alpha)} - g_{Rm}^{(e^e, e^\tau)} \right]. \quad (6-25)$$

En este caso, se observa que los primeros términos de las Ecuaciones (6-24) y (6-25) no dependen del número sabor  $a$  (es el mismo para  $e^\pm$  como para  $\mu^\pm$ ). Sin embargo, los términos siguientes dependen explícitamente de la componentes  $ia$  de las matrices fermiónicas biunitarias, esto debido a la no universalidad de los acoplamientos neutros. Debido a que, en general, cada componente de las matrices son diferentes, se obtendrá una distinción entre los acoplamientos para electrones y para muones. Como consecuencia, el ancho de decaimiento de los  $B^+ \rightarrow K^+ e^+ e^-$  y  $B^+ \rightarrow K^+ \mu^+ \mu^-$  se desvían de los datos reportados por el LHCb. De nuevo, usando los valores de las tablas **6-1-6-4** para los leptones cargados, se obtienen los acoplamientos neutros para  $Z_{1,2} \rightarrow e^\pm(\mu^\pm)$  en las tablas **6-5** y **6-6**, respectivamente.

$\tilde{f}_a \tilde{f}_b$	$\tilde{g}_{R2}^{(ab)}$	$\tilde{g}_{R3}^{(ab)}$
$\bar{s}b$	0	0
$e^+e^-$	$\frac{8}{3} \left( \frac{3}{4} \frac{S_W^2}{C_W} - \frac{g_X}{g} S_\theta \right) + 2 \frac{g_X}{g}  (V_R^E)_{21} ^2 S_\theta$ $+ \frac{4}{3} \frac{g_X}{g}  (V_R^E)_{41} ^2 S_\theta + \frac{2}{3} \frac{g_X}{g}  (V_R^E)_{51} ^2 S_\theta$	$-\frac{8}{3} \left( \frac{3}{4} \frac{S_W^2}{C_W} S_\theta + \frac{g_X}{g} \right) + 2 \frac{g_X}{g}  (V_R^E)_{21} ^2$ $+ \frac{4}{3} \frac{g_X}{g}  (V_R^E)_{41} ^2 + \frac{2}{3} \frac{g_X}{g}  (V_R^E)_{51} ^2$
$\mu^+\mu^-$	$\frac{8}{3} \left( \frac{3}{4} \frac{S_W^2}{C_W} - \frac{g_X}{g} S_\theta \right) + 2 \frac{g_X}{g}  (V_R^E)_{22} ^2 S_\theta$ $+ \frac{4}{3} \frac{g_X}{g}  (V_R^E)_{42} ^2 S_\theta + \frac{2}{3} \frac{g_X}{g}  (V_R^E)_{52} ^2 S_\theta$	$-\frac{8}{3} \left( \frac{3}{4} \frac{S_W^2}{C_W} S_\theta + \frac{g_X}{g} \right) + 2 \frac{g_X}{g}  (V_R^E)_{22} ^2$ $+ \frac{4}{3} \frac{g_X}{g}  (V_R^E)_{42} ^2 + \frac{2}{3} \frac{g_X}{g}  (V_R^E)_{52} ^2$

**Tabla 6-6.:** Acoplamientos de corriente neutra para los fermiones derechos  $b - s$ ,  $e^\pm$  y  $\mu^\pm$ .

### 6.2.3. Operadores Efectivos

A partir de los Lagrangianos neutros (6-15) y (6-22), se obtienen los elementos matriciales para los procesos  $b \rightarrow s \ell^+ \ell^-$ :

$$i\mathcal{M}_{fi} = -\frac{ig^2}{4} \left[ \bar{u}_s \gamma_\mu (\tilde{g}_{Lm}^{(23)} L) u_b \right] D^{\mu\nu} \left[ \bar{u}_a \gamma_\nu (\tilde{g}_{Lm}^{(aa)} L + \tilde{g}_{Rm}^{(aa)} R) v_a \right], \quad (6-26)$$

donde  $u_{s,b,a}$  son las funciones de onda de los fermiones  $s$ ,  $b$ , y  $\ell_a$ , respectivamente, y  $v_a$  de antileptones  $\bar{\ell}_a$ , mientras que  $D^{\mu\nu}$  es el propagador de los bosones gauge intermediarios, definido en el gauge de Feynman como:

$$D^{\mu\nu} = \frac{-ig^{\mu\nu}}{q^2 - M_{Z_m}^2} \quad (6-27)$$

A bajas energías, el momentum transferido a través de las partículas intermediarias es despreciable comparada con su masa. Así, los elementos matriciales de (6-26) se convierten:

$$i\mathcal{M}_{fi} \approx -\frac{ig^2}{4M_{Z_m}^2} \bar{u}_s \gamma_\mu (\tilde{g}_{Lm}^{(23)} L) u_b \bar{u}_a \gamma^\mu (\tilde{g}_{Lm}^{(aa)} L + \tilde{g}_{Rm}^{(aa)} R) v_a, \quad (6-28)$$

Los elementos matriciales de (6-28) se pueden derivar del siguiente Hamiltoniano efectivo

$$\mathcal{H}_{eff}^{NP} = \frac{g^2}{4M_{Z_m}^2} \left[ \bar{s} (\tilde{g}_{Lm}^{(23)} \gamma_\mu L) b \right] \left[ \bar{\ell}_a \gamma^\mu (\tilde{g}_{Lm}^{(aa)} L + \tilde{g}_{Rm}^{(aa)} R) \ell_a \right] + h.c., \quad (6-29)$$

donde  $NP$  es la etiqueta para la nueva física, que afecta las contribuciones ordinarias del ME, descritos por los operadores de Wilson a través del Hamiltoniano efectivo [91]-[93]:

$$\mathcal{H}_{eff}^{ME} = -\frac{4G_F}{\sqrt{2}} V_{tb} V_{ts}^* \sum_i [C_i^{ME} \mathcal{O}_i + C_i'^{ME} \mathcal{O}_i'] + h.c., \quad (6-30)$$

donde los coeficientes de Wilson dominantes son  $C_i^{ME} = C_{9,10}^{ME}$ , con

$$\begin{aligned} \mathcal{O}_9 &= \frac{\alpha_{em}}{4\pi} [\bar{s} \gamma_\mu L b] [\bar{\ell}_a \gamma^\mu \ell_a], \\ \mathcal{O}_{10} &= \frac{\alpha_{em}}{4\pi} [\bar{s} \gamma_\mu L b] [\bar{\ell}_a \gamma^\mu \gamma_5 \ell_a]. \end{aligned} \quad (6-31)$$

Escribiendo los Hamiltonianos (6-29) y (6-30), y tomando el valor aproximado de

$$\frac{4G_F}{\sqrt{2}} V_{tb} V_{ts}^* \approx \frac{1}{(36 \text{ TeV})^2}, \quad (6-32)$$

se obtiene el Hamiltoniano total efectivo:

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_{eff} &= \mathcal{H}_{eff}^{ME} + \mathcal{H}_{eff}^{NP} \\ &= -\frac{1}{(36 \text{ TeV})^2} \left[ C_9^{ME} - \frac{g^2 (36 \text{ TeV})^2}{8M_{Z_m}^2} \tilde{g}_{Lm}^{(23)} (\tilde{g}_{Lm}^{(aa)} + \tilde{g}_{Rm}^{(aa)}) (\bar{s} \gamma_\mu L b) (\bar{\ell}_a \gamma_\mu \ell_a) \right] \\ &\quad - \frac{1}{(36 \text{ TeV})^2} \left[ C_{10}^{ME} + \frac{g^2 (36 \text{ TeV})^2}{8M_{Z_m}^2} \tilde{g}_{Lm}^{(23)} (\tilde{g}_{Lm}^{(aa)} - \tilde{g}_{Rm}^{(aa)}) (\bar{s} \gamma_\mu L b) (\bar{\ell}_a \gamma_\mu \gamma_5 \ell_a) \right], \end{aligned} \quad (6-33)$$

donde se pueden identificar los coeficientes de Wilson totales

$$C_9^{(a)} = C_9^{ME} + C_9^{NP(a)}, \quad C_{10}^{(a)} = C_{10}^{ME} + C_{10}^{NP(a)}, \quad (6-34)$$

con:

$$C_9^{NP(a)} = -\frac{g^2 (36 \text{ TeV})^2}{8M_{Z_m}^2} \tilde{g}_{Lm}^{(23)} (\tilde{g}_{Lm}^{(aa)} + \tilde{g}_{Rm}^{(aa)}), \quad (6-35)$$

$$C_{10}^{NP(a)} = \frac{g^2 (36 \text{ TeV})^2}{8M_{Z_m}^2} \tilde{g}_{Lm}^{(23)} (\tilde{g}_{Lm}^{(aa)} - \tilde{g}_{Rm}^{(aa)}), \quad (6-36)$$

donde la suma es sobre índices repetidos  $m = 1, 2$ . Para las contribuciones del ME, se usan los valores  $C_9^{ME} \approx -C_{10}^{ME} \approx 4,1$ [93].

#### 6.2.4. Ancho de Decaimiento Relativo $e - \mu$

La colaboración LHCb registró una medida de la fracción del ancho de decaimiento de  $B^+ \rightarrow K^+ \mu^+ \mu^-$  y  $B^+ \rightarrow K^+ e^+ e^-$ , la cual está dada por:

$$R_K = \frac{\int_{q_{min}^2}^{q_{max}^2} \frac{d\Gamma[B^+ \rightarrow K^+ \mu^+ \mu^-]}{dq^2} dq^2}{\int_{q_{min}^2}^{q_{max}^2} \frac{d\Gamma[B^+ \rightarrow K^+ e^+ e^-]}{dq^2} dq^2}, \quad (6-37)$$

dentro del rango de la masa invariante al cuadrado  $1,1 < q^2 < 6 \text{ GeV}^2/c^4$ . En términos de los coeficientes de Wilson,  $R_K$  es [94]:

$$R_K = \frac{|C_9^\mu|^2 + |C_{10}^\mu|^2}{|C_9^e|^2 + |C_{10}^e|^2}. \quad (6-38)$$

Expandiendo los coeficientes en contribuciones del ME y NP de acuerdo a (6-34), y teniendo en cuenta la universalidad leptónica del ME, se obtiene:

$$R_K = \frac{|C_9^{ME} + C_9^{NP(\mu)}|^2 + |C_{10}^{ME} + C_{10}^{NP(\mu)}|^2}{|C_9^{ME} + C_9^{NP(e)}|^2 + |C_{10}^{ME} + C_{10}^{NP(e)}|^2}. \quad (6-39)$$

Asumiendo que la expresión (6-39) corresponde a la medida experimental, se puede ajustar los tres parámetros del modelo de acuerdo a valor reportado por [94]:

$$R_K = 0.846_{-0.034}^{+0.042} \pm 0.036. \quad (6-40)$$

Los parámetros libres se clasifican dentro de dos categorías:

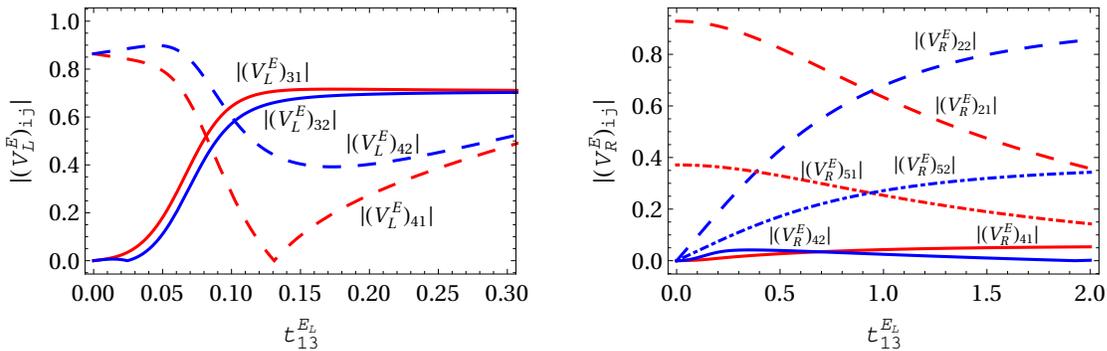
- *Gauge*: corresponde a la masa del bosón  $Z'$ , la constante de acoplamiento de la simetría  $U(1)_X$ , y en ángulo de mezcla  $Z - Z'$  ( $M_{Z'}$ ,  $g_X$ ,  $S_\theta$ ).
- *Fermión*: surgen de las transformaciones biunitarias que rotan los autoestados de sabor a autoestados de masa, de acuerdo a (4-31) y dependen de los acoplamientos de Yukawa y los VEVs de los campos de Higgs.

Usando el esquema mostrado en [72], esas matrices se pueden parametrizar como funciones de los ángulos de mezcla. Después de algunas simplificaciones, como se muestra en la sección 4.5, se reduce a seis parámetros libres: dos razones de acoplamientos de Yukawa,  $r_{\mathcal{J}} = h_{\mathcal{J}}/h_u$  y  $r_{\mathcal{E}} = h_{\mathcal{E}}/h_u$ , donde  $h_{\mathcal{J},\mathcal{E}}$  son los acoplamientos de los fermiones extras cargados mostrados en las Ecs. (4-54) y (4-58), mientras que  $h_u$  es el acoplamiento de los quarks ordinarios tipo up de acuerdo a la Ec. (4-52), las dos masas  $m_J$  y  $m_E$ , que corresponden a los nuevos quarks tipo down y a los nuevos leptones cargados y dos ángulos de mezcla a partir de los leptones cargados izquierdos y derechos,  $\theta_{13}^{E_L}$  y  $\theta_{25}^{E_R}$ , que se expresan a través de sus tangentes  $t_{13}^{E_L}$  y  $t_{25}^{E_R}$ . Los demás ángulos de mezcla se puede expresar en términos de esos dos ángulos, como se muestra en la Ec. (4-60). De forma particular, como se muestra en las tablas **6-5** y **6-6**, los acoplamientos de corriente neutra dependen de las componentes biunitarias  $i, j = 2a, 3a, 4a$  y  $5a$  con  $a = 1$  para electrones y  $a = 2$  para muones. Explícitamente esas componentes se pueden escribir completamente como funciones de  $\theta_{13}^{E_L}$  y  $\theta_{25}^{E_R}$ , como se muestra en las Ecs. (4-62) y (4-63).

Así, el espacio de parámetros se reduce a 9 variables:  $(M_{Z'}, m_J, m_E, g_X, r_{\mathcal{J}}, r_{\mathcal{E}}, S_\theta, t_{13}^{E_L}, t_{25}^{E_R})$ . Sin embargo, algunos de esos parámetros están restringidos por condiciones teóricas y otros de observables experimentales. Por ejemplo, para  $M_{Z'}$  los experimentos recolectados por el LHC a  $\sqrt{s} = 13$  TeV, para nuevas resonancias en estados finales de dielectrones y dimuones, han establecido los límites más bajos entre 3.5 TeV y 4.5 TeV a  $36.1 \text{ fb}^{-1}$  para la colaboración ATLAS, y 3.5 TeV y 4 TeV a  $12.4 \text{ fb}^{-1}$  para la colaboración CMS [95]. Se toma el límite experimental más bajo de 3.5 TeV. También, en modelos con bosones gauge extras, el ángulo de mezcla  $Z - Z'$  está suprimido como el inverso de la masa al cuadrado del  $Z'$  y por los observables electrodébiles para valores hasta  $\sim 10^{-3}$ , el cual tiene un efecto despreciable sobre el ancho de decaimiento total. De esta manera, por simplicidad, se ignora este ángulo de mezcla y se toma  $S_\theta = 0$ . El acoplamiento  $g_X$ , también está restringido por los límites de producción de  $Z'$ . Por ejemplo, en algunos modelos con la misma constante de acoplamiento gauge como el Modelo No Universal Leptónico propuesto en el capítulo 4, los límites sobre

eventos dileptónicos  $pp \rightarrow Z' \rightarrow \ell\ell$  en el LHC permiten valores tan grandes como  $g_X \approx 0,4$  [49, 70]. La búsqueda de fermiones extra puede cambiar de acuerdo al modelo trabajado [96]. Se usa un escenario en el cual las masas están en las escala de los TeV. Finalmente, se asume una razón común de Yukawa, esto es,  $r_h = r_{\mathcal{J}} = r_{\mathcal{E}}$ .

En resumen, si se fijan los parámetros como se describe anteriormente, entonces se está trabajando con tres parámetros libres: dos ángulos de mezcla y una razón de Yukawa ( $t_{13}^{E_L}, t_{25}^{E_R}, r_h$ ), que se ajustan de acuerdo a los límites experimentales en (6-40). El primer aspecto a tener en cuenta es que los acoplamientos para electrones tienen contribuciones a partir de las componentes biunitarias  $(V_L^E)_{a1}$  para  $a = 3, 4, 5$  y  $(V_R^E)_{a1}$  para  $a = 2, 4, 5$ , mientras que el acople para muones es a través de  $(V_L^E)_{a2}$  y  $(V_R^E)_{a2}$ , como se puede observar en las tablas **6-5** y **6-6**. De esta forma, la no universalidad del sabor en el Modelo surge a partir de la diferencia entre las componentes  $a1$  y  $a2$  de las matrices biunitarias, las cuales están de acuerdo con (4-62) y (4-63). Las gráficas en la Figura **6-2** muestra la diferencia entre las componentes de electrones y muones en función de la tangente de mezcla  $t_{13}^{E_L}$ , donde se han fijado los otros parámetros de una forma arbitraria, que ocasiona solamente que cambie las curvas pero no su forma fundamental. Se observa que para leptones izquierdos en la primera gráfica, las componentes 31 (curva roja continua) y 32 (curva azul continua) exhiben una pequeña diferencia que favorece un acoplamiento universal leptónico. La más grande violación de la universalidad leptónica ocurre debido a las componentes 41 y 42 cerca a  $t_{13}^{E_L} = 0,13$ . Los leptones derechos, por otro lado, exhiben términos de violación más grande que los izquierdos, debido principalmente a las componentes 21 y 22, como se muestra en la gráfica de la derecha de la Figura **6-2**. Las diferencias más grandes ocurren para  $t_{13}^{E_L}$  cerca de 1, que puede generar dos escenarios: para pequeñas y grandes mezclas de  $t_{13}^{E_L}$ . Sin embargo, así como se discutió anteriormente, este ángulo se suprime por la razón de las masas entre el muón y el quark top  $m_\mu/m_t$ , así que el escenario más favorable es con  $t_{13}^{E_L}$  pequeño.



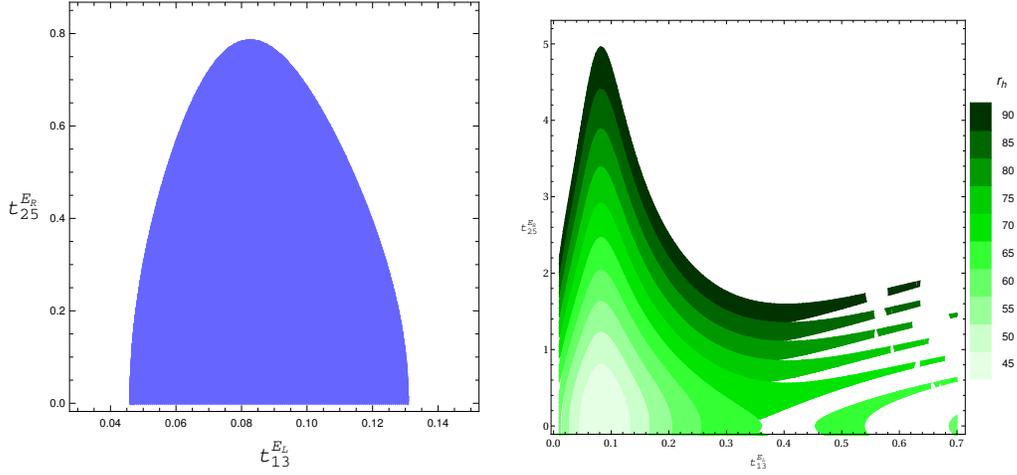
**Figura 6-2.:** Componentes biunitarias izquierdas ( $V_L^E$ ) y derechas ( $V_R^E$ ) como función de la tangente de mezcla  $t_{13}^{E_L}$ . Cada componente  $ij$  acopla a los electrones cuando  $j = 1$  (líneas rojas) y a muones cuando  $j = 2$  (líneas azules).

Numéricamente, se encuentra que la anomalía reportada se puede ajustar únicamente para razones de Yukawa por encima de  $r_h \gtrsim 45$ , es decir, los acoplamientos de Yukawa que mezclan los nuevos fermiones  $\mathcal{J}$  y  $\mathcal{E}$  con los fermiones ordinarios del ME deben ser más grandes que los acoplamientos entre los quarks ordinarios tipo up en un factor del orden de  $4,5 \times 10^1$ , que corresponde al orden del valor absoluto si se asume acoplamientos de las partículas ordinarias al orden de 1. Una importante implicación de tener acoplamientos de Yukawa grandes es la posibilidad de encontrar un polo de Landau en el acoplamiento de Yukawa por debajo de la escala de Planck, que reduciría el regimen perturbativo del modelo. Un profundo análisis en este aspecto requiere de un estudio cuidadoso de las ecuaciones del grupo de renormalización de la teoría, que está por fuera de los objetivos de este trabajo.

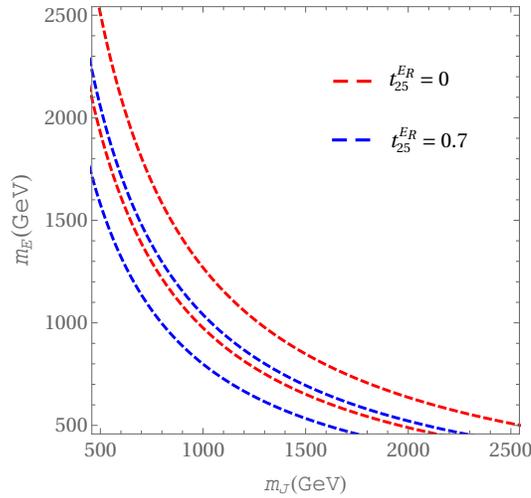
Considerando los ángulos de mezcla, la gráfica de la izquierda en la Figura **6-3** muestran los puntos permitidos en el plano  $(t_{13}^{E_L}, t_{25}^{E_R})$  para  $r_h = 45$ , donde un ángulo de mezcla pequeño (pero diferente de cero)  $\theta_{13}^{E_L}$  se requiere, mientras que  $\theta_{25}^{E_R}$  puede ser tan grande como  $42^\circ$ , que ocurre para  $\theta_{13}^{E_L} \approx 4.6^\circ$ . De acuerdo con (4-50), un ángulo de mezcla  $\theta_{25}^{E_R}$  cerca a  $45^\circ$  (es decir,  $t_{25}^{E_R} \sim 1$ ) representa un escenario donde todos los acoplamientos con los nuevos leptones  $\mathcal{E}$  tienen la misma intensidad. Sin embargo, muchos de los puntos permitidos se dispersan alrededor de una mezcla de  $\theta_{25}^{E_R}$  pequeña, donde los acoplamientos de los nuevos leptones son más grandes que su mezcla de acoplamiento con los leptones ordinarios. Por otro lado, mezclas pequeñas de  $\theta_{13}^{E_L}$  es de esperarse de acuerdo a (4-46), donde la tangente de este ángulo es proporcional a la razón de los VEV  $v_3/v_1$ . Debido a que  $v_1$  es proporcional a la masa del quark top, mientras que  $v_3$  es proporcional a la masa del muón, como se observa en las Ecs. (4-53) y (4-59), entonces este ángulo de mezcla es suprimido por la razón  $m_\mu/m_t$ . Si se incrementa la razón de Yukawa  $r_h$ , ángulos de mezcla más grandes se pueden obtener. La gráfica de la derecha de la Figura **6-3**, muestra gráficas de contorno para diferentes razones de  $r_h$  desde 45 a 90. Considerando los otros ángulos de mezcla, que se pueden obtener de las Ecs. (4-60) y (4-61), una vez que  $\theta_{13}^{E_L}$  y  $\theta_{25}^{E_R}$  se fijan en concordancia con las regiones permitidas.

Por otro lado, el ancho de decaimiento también es sensible a las masas de los fermiones extras,  $m_E$  y  $m_J$ . Para explorar esto, en la Figura **6-4** se muestran los contornos permitidos para los quarks pesados y leptones cargados compatible con los límites de la Figura **6-3** para  $r_h = 45$ . Se seleccionan los dos límites para el ángulo  $\theta_{25}^{E_R}$ , esto es 0 y 0.7, para el valor central  $\theta_{13}^{E_L} = 0.08$ . Se observa que el valor más grande de masa de un fermión requiere masas más pequeñas del otro, que están confinados en un rango de energía alcanzable por el LHC. Así, la anomalía en el decaimiento del mesón es compatible con la nueva física a la escala de los TeV.

En la anterior discusión, se asume rotaciones reales de la mezcla para las transformaciones de los autoestados de masa de los fermiones. Como resultado, todos los acoplamientos de



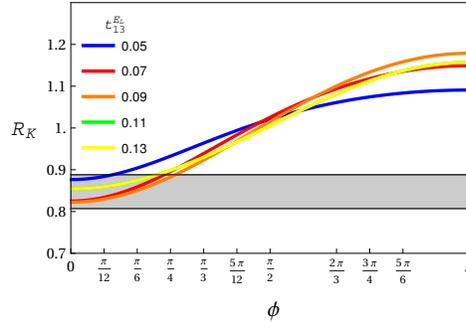
**Figura 6-3.:** Puntos permitidos para la tangente de los ángulos de mezcla  $\theta_{13}^{E_L}$  y  $\theta_{25}^{E_R}$  para razones de Yukawa  $r_h = 45$  (gráfica de la izquierda), y para razones de Yukawa expandidos desde  $r_h = 45$  a 90 (gráfica de la derecha) compatibles con el límite experimental para  $R_K$ .



**Figura 6-4.:** Contornos cerrados en el plano  $(m_J, m_E)$  para las masas de los fermiones extras con valor central  $t_{13}^{E_L} = 0.08$  y los dos límites  $t_{25}^{E_R} = 0$  y 0.7, compatible con las región permitido de la Figura 6-3.

corriente neutra en las tablas 6-5 y 6-6 toma valores reales. Ahora bien, se quiere explorar el rol de posibles fases complejas en las transformaciones biunitarias. Para los acoplamientos leptónicos, se observa en las tablas 6-5 y 6-6 que las contribuciones de las matrices de mezcla como el cuadrado de su magnitud  $|(V_L^E)_{ij}|$ , así que cualquier fase compleja asociada a este sector no tendrá algún efecto en los anchos de decaimiento.

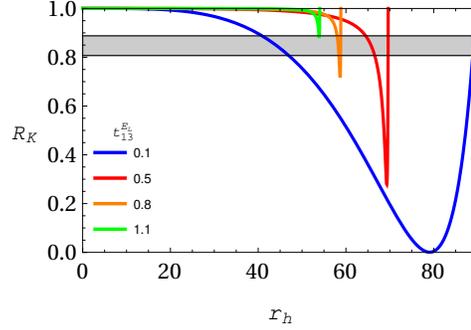
Para los acoplamientos de quarks  $\tilde{g}_{Lm}^{(23)}$ , se observa que en general pueden ser complejos. De manera particular, si se desprecia el ángulo de mezcla  $Z - Z'$ , la única contribución para la transición  $b \rightarrow s$  es el primer término de  $\tilde{g}_{L3}^{(23)}$ , que puede suministrar una fase compleja relativa entre  $(V_L^D)_{21}$  y  $(V_L^D)_{13}$  que se etiqueta como  $\phi$ . Así, en este escenario más general, la nueva física de los coeficientes de Wilson en (6-35) y (6-36) tendrán un término complejo global  $e^{i\phi}$  que procede del acoplamiento  $\tilde{g}_{L3}^{(23)}$ . Si  $\phi = 0$ , reproduce la misma física como se mostró anteriormente. Si  $\phi = \pi$ , se obtienen, de nuevo, coeficientes reales, pero con signos opuestos. Para  $0 < \phi < \pi$ , los coeficientes de Wilson tendrán nuevas contribuciones complejas. En particular, si se toman los mismos parámetros como en la Figura 6-5, se puede evaluar el ancho  $R_K$  para valores diferentes de la fase compleja. Por ejemplo, la Figura 6-5, muestra los anchos de decaimiento como función de la fase para  $r_h = 45$ ,  $t_{25}^{E_R} = 0$  y  $t_{13}^{E_L}$  entre los límites 0.05 y 0.13. La banda sombreada es la región permitida de acuerdo a la anomalía reportada. Se observa primero que hay soluciones permitidas para pequeñas fases complejas, obteniendo los valores más grandes para  $\phi = \pi/4$  cuando  $t_{13}^{E_L} = 0.08$ . Segundo, se puede notar que para  $\phi = \pi$ , las curvas están por fuera de la región permitida. Así, el signo (o más general, la fase) de las contribuciones de la nueva física es esencial para determinar el mejor escenario para explicar la anomalía observada.



**Figura 6-5.:** Ancho de decaimiento de muón a electrón como función de la fase compleja de  $\tilde{g}_{L3}^{(23)}$  para  $t_{25}^{E_R} = 0$  y  $t_{13}^{E_L} = 0.05, 0.07, 0.09, 0.11$  y  $0.13$ . El área sombreada es el límite reportado.

### 6.3. Modelo en el Límite de Desacople

La mezcla de los acoplamientos con las partículas de materia extras  $\mathcal{E}^{1,2}$ ,  $\mathcal{J}^{1,2}$  y  $\mathcal{T}$  se llevan a cabo a través de las matrices biunitarias fermiónicas  $(V_{L,R})_{i\alpha}$ , con  $i$  el índice de sabor para la materia ordinaria y  $\alpha$  para la nueva materia. En la sección 4.5.2 se notó la importancia de los nuevos fermiones en el escenario simple con parametrización “natural”. Como resultado, la mezcla de acoplamientos relativamente grandes (límite de acoplamiento fuerte) se requiere para ajustar la anomalía observada del decaimiento  $B_s$ . Si se reduce la mezcla de



**Figura 6-6.:** Ancho de decaimiento de muón a electrón como función de la razón de acoplamientos de Yukawa  $r_h$  para  $t_{25}^{ER} = 0$  y  $t_{13}^{EL} = 0.1, 0.5, 0.8$  y  $1.1$ . El área sombreada es la razón experimental reportada en [2].

acoplamientos a cero, es decir, si las componentes  $i\alpha$  de las matrices de masa se ignoran, entonces se obtiene el límite de desacople, donde únicamente los fermiones ordinarios participan en el proceso de decaimiento. En particular, de acuerdo a (4-44) y (4-46), la tangente leptónica izquierda de mezcla 13, diverge ( $t_{13}^{EL} \rightarrow \infty$ ) en este límite, mientras que desde (4-50), la tangente derecha 25 se cancela ( $t_{25}^{ER} = 0$ ). La figura 6-6 muestra el ancho de decaimiento para diferentes valores de  $t_{13}^{EL}$  y  $t_{25}^{ER} = 0$  como función de la razón de Yukawa  $r_h$ . Se observa que para valores pequeños de  $t_{13}^{EL}$  (por debajo de 1), hay soluciones en la región sombreada del intervalo reportado por  $R_K$ . Sin embargo, para  $t_{13}^{EL} \leq 1$  los valores teóricos de  $R_K$  se incrementa por encima de la región permitida. En el límite de desacople, con ángulos grandes de  $\theta_{13}$ , el ancho de decaimiento tiende al límite del ME  $R_K^{ME} = 1$ . Así, en este escenario el Modelo No Universal Leptónico no da cuenta de la anomalía reportada. Sin embargo, se puede relajar la parametrización natural para casos más generales con el fin de obtener un escenario factible en el límite de desacople. Para ello, primero se parametriza los acoplamientos de corriente neutra de las tablas 6-5 y 6-6 en el límite de desacople como:

$$\begin{aligned}
\tilde{g}_{L2}^{(23)} &= \frac{2g_X}{3g} (V_L^{D\dagger})_{21} (V_L^D)_{13} S_\theta, \\
\tilde{g}_{L3}^{(23)} &= \frac{1}{S_\theta} \tilde{g}_{L2}^{(23)}, \\
\tilde{g}_{L2}^{(aa)} &= -u_9 - \frac{2g_X}{g} |(V_L^E)_{3a}|^2 S_\theta, \\
\tilde{g}_{L3}^{(aa)} &= u_9 S_\theta - \frac{2g_X}{g} |(V_L^E)_{3a}|^2, \\
\tilde{g}_{R2}^{(aa)} &= u_{10} - u_9 + \frac{2g_X}{g} \left( -\frac{4}{3} + |(V_R^E)_{2a}|^2 \right) S_\theta, \\
\tilde{g}_{R3}^{(aa)} &= (u_9 - u_{10}) S_\theta + \frac{2g_X}{g} \left( -\frac{4}{3} + |(V_R^E)_{2a}|^2 \right),
\end{aligned} \tag{6-41}$$

con

$$u_9 = \frac{1 - 2S_W^2}{C_W}, \quad u_{10} = \frac{1}{C_W}. \quad (6-42)$$

Si se ignora el ángulo de mezcla  $Z - Z'$ , los coeficientes de Wilson para la nueva física definidos en (6-35) y (6-36) se convierten en:

$$C_9^{NP(a)} = \frac{g_X^2 (36 \text{ TeV})^2}{8M_{Z'}^2} K_9^{(a)}, \quad (6-43)$$

$$C_{10}^{NP(a)} = \frac{g_X^2 (36 \text{ TeV})^2}{8M_{Z'}^2} K_{10}^{(a)}, \quad (6-44)$$

donde la dependencia del sabor es separada en los coeficientes

$$K_9^{(a)} = \frac{4}{3} (V_L^{D\dagger})_{21} (V_L^D)_{13} \left[ \frac{4}{3} - |(V_R^E)_{2a}|^2 + |(V_L^E)_{3a}|^2 \right], \quad (6-45)$$

$$K_{10}^{(a)} = \frac{4}{3} (V_L^{D\dagger})_{21} (V_L^D)_{13} \left[ \frac{4}{3} - |(V_R^E)_{2a}|^2 - |(V_L^E)_{3a}|^2 \right]. \quad (6-46)$$

Así, el ancho de decaimiento teórico del muón a electrón en (6-39) se convierte:

$$R_K = \frac{|C_9^{ME} + \frac{g_X^2 (36 \text{ TeV})^2}{8M_{Z'}^2} K_9^{(\mu)}|^2 + |C_{10}^{ME} + \frac{g_X^2 (36 \text{ TeV})^2}{8M_{Z'}^2} K_9^{(\mu)}|^2}{|C_9^{ME} + \frac{g_X^2 (36 \text{ TeV})^2}{8M_{Z'}^2} K_9^{(e)}|^2 + |C_{10}^{ME} + \frac{g_X^2 (36 \text{ TeV})^2}{8M_{Z'}^2} K_9^{(e)}|^2}. \quad (6-47)$$

Con el fin de comparar con los datos experimentales, se define la nueva desviación física como:

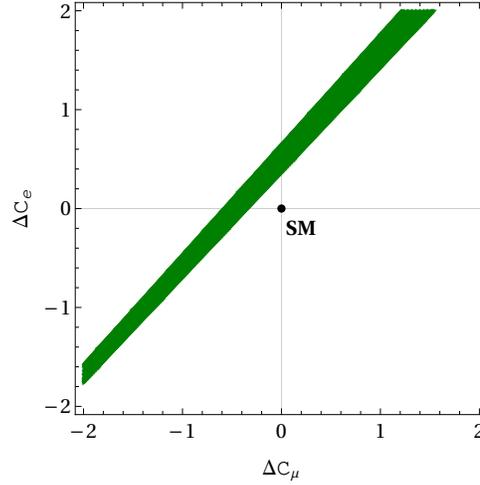
$$\Delta C_a = \sqrt{|C_9^{ME} + C_9^{NP(a)}|^2 + |C_{10}^{ME} + C_{10}^{NP(a)}|^2} - \sqrt{|C_9^{ME}|^2 + |C_{10}^{ME}|^2}, \quad (6-48)$$

así, el ancho (6-47) se convierte:

$$R_K = \left( \frac{\sqrt{|C_9^{ME}|^2 + |C_{10}^{ME}|^2} + \Delta C_\mu}{\sqrt{|C_9^{ME}|^2 + |C_{10}^{ME}|^2} + \Delta C_e} \right)^2. \quad (6-49)$$

Teniendo en cuenta que  $C_9^{ME} \approx -C_{10}^{ME} \approx 4,1$  y el rango para  $R_K$  en (6-40), se encuentra en la Figura **6-7** la región permitida para las desviaciones de la nueva física para muones y electrones, donde el límite del ME está por fuera de la región como se muestra. Se debe comparar la región de arriba con la desviación teórica, determinada por la definición (6-48) y los parámetros dados en (6-43) y (6-44). Por conveniencia, se redefinen algunos parámetros. Primero, se define las constantes de acoplamiento de sabor efectivo  $U(1)_X$  como:

$$(g_X^{(a)})^2 = g_X K_9^{(a)}. \quad (6-50)$$



**Figura 6-7.:** Regiones permitidas para la desviación de nueva física del muón y electrón definido por la ecuación (6-48) compatible con los datos experimentales. El punto azul central es el límite del ME.

Segundo, se definen las dos razones:

$$P_{(a)} = \frac{C_{10}^{NP(a)}}{C_9^{NP(a)}}, \quad K_{21} = \frac{C_9^{NP(\mu)}}{C_9^{NP(e)}}. \quad (6-51)$$

Así, la contribución de nueva física para el noveno coeficiente de Wilson del electrón es:

$$C_9^{NP(e)} = \frac{(g_X^{(e)})^2 (36 \text{ TeV})^2}{8M_{Z'}^2}, \quad (6-52)$$

mientras que los coeficientes restantes se pueden parametrizar como función de este como:

$$C_9^{NP(\mu)} = K_{21} C_9^{NP(e)}, \quad C_{10}^{NP(e)} = P_e C_9^{NP(e)}, \quad C_{10}^{NP(\mu)} = P_\mu K_{21} C_9^{NP(e)}, \quad (6-53)$$

reduciendo el espacio de parámetros a  $(P_e, P_\mu, K_{21}, C_9^{NP(e)})$  que se debe ajustar con el fin de obtener las desviaciones permitidas de acuerdo a la Figura 6-7. Antes de llevar a cabo esto, se debe mostrar que el Modelo predice una relación entre los parámetros  $P_e$  y  $P_\mu$ . Se observa desde (6-43) y (6-44) y la definición en (6-45) y (6-46) que:

$$\frac{1 - P_e}{1 - P_\mu} = K_{21} \frac{|(V_L^E)_{31}|^2}{|(V_L^E)_{32}|^2}, \quad (6-54)$$

donde  $(V_L^E)_{3a}$  son las componentes 31 y 32 de la matriz leptónica izquierda, que en el límite de desacople toma la forma:

$$V_L^E = \begin{pmatrix} V_{ME}^E & 0 \\ 0 & V_{new}^E \end{pmatrix}, \quad (6-55)$$

con:

$$V_{ME}^E = R(\theta_{23}^{E_L})R(\theta_{13}^{E_L})R(\theta_{12}^{E_L}), \quad (6-56)$$

donde cada matriz de rotación  $R(\theta)$  toma la misma forma como en (4-37) para los quarks y cada ángulo se define en (4-46). De manera particular, se encuentra para las componentes 31 y 32 que:

$$(V_L^E)_{31} = -s_{12}^{E_L}, \quad (V_L^E)_{32} = c_{12}^{E_L}, \quad (6-57)$$

así que (6-54) se convierte en:

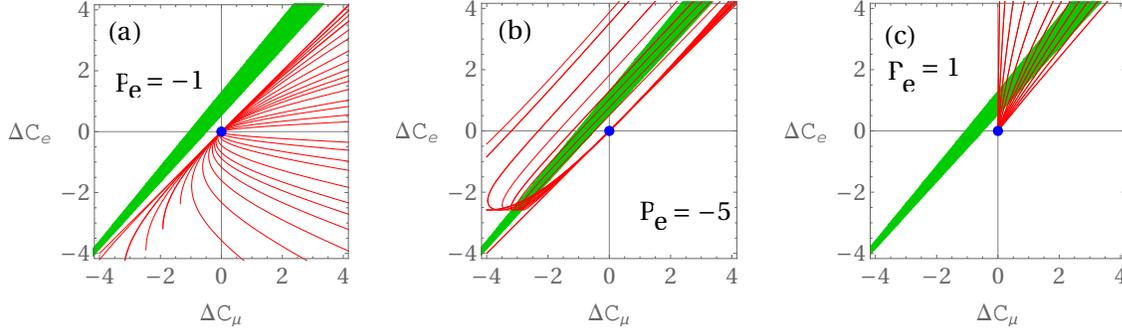
$$\frac{1 - P_e}{1 - P_\mu} = K_{21} |t_{12}^{E_L}|^2. \quad (6-58)$$

Esta condición es equivalente a:

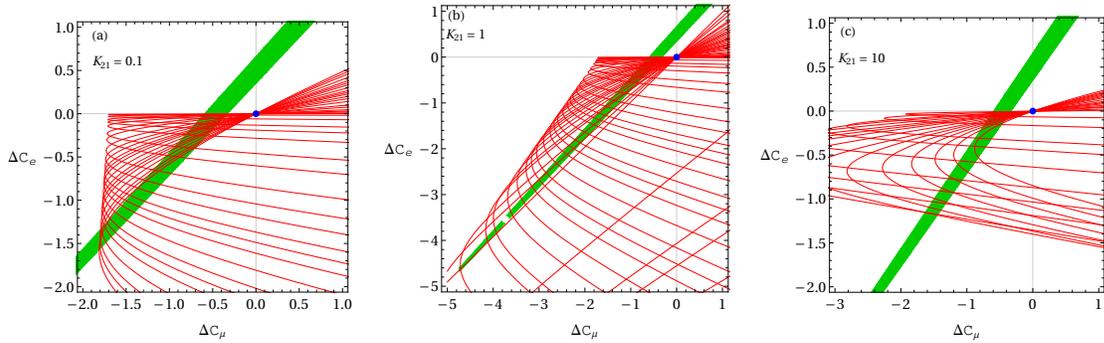
$$\frac{C_9^{NP(e)} - C_{10}^{NP(e)}}{C_9^{NP(\mu)} - C_{10}^{NP(\mu)}} = |t_{12}^{E_L}|^2. \quad (6-59)$$

De acuerdo a (4-60), el límite  $t_{12}^{E_L} = 1$  se asume en la parametrización natural. Si además  $P_e = -1$ , se obtiene para la nueva física las mismas relaciones del ME entre los coeficientes de Wilson:  $C_9^{NP(e)} = -C_{10}^{NP(e)}$ . Sin embargo, no se encuentra una solución permitida para esta situación, como se muestra en la gráfica (a) de la Figura **6-9**, donde las curvas son las predicciones teóricas para  $K_{21}$ , que van desde 0 hasta valores muy grandes ( $K_{21} \rightarrow \infty$ ). Sin embargo, si se aleja de este escenario escogiendo otros valores para  $P_e$ , se pueden ajustar los parámetros dentro de la región anómala en el límite de desacople. Por ejemplo, la gráfica (b) en la misma Figura **6-8** muestran las soluciones teóricas para  $P_e = -5$  donde las soluciones dentro de la región permitida se encuentra en el intervalo  $K_{21} = [1.2, 5]$ . A partir de la gráfica, se puede estimar el límite  $\Delta C_e \geq -2.6$  para el electrón, mientras que para el muón se obtiene el intervalo permitido  $-3.2 \leq \Delta C_\mu \leq -2.9$  cuando la primera obtiene su valor mínimo. La gráfica (c) muestra las soluciones para  $P_e = 1$  para el intervalo  $0 < K_{21} < 0.9$ . Debido a que  $K_{21}$  y  $t_{12}^{E_L}$  son diferentes de cero, de acuerdo a (6-59), este caso también implica que  $P_\mu = 1$ . Así se encuentran escenarios donde  $C_9^{NP(a)} = C_{10}^{NP(a)}$  tanto para  $a = e$  como para  $a = \mu$ . En el límite  $K_{21} \rightarrow 0$  las correcciones para  $\Delta C_\mu$  del muón no existen, mientras que para el electrón el rango permitido de acuerdo a la gráfica (c) es  $0.5 \leq \Delta C_e \leq 1.3$ .

También se pueden explorar escenarios con  $t_{12}^{E_L} \neq 1$ . En particular, el caso con  $P_e = -1$  puede reproducir los datos reportados ajustando adecuadamente los otros parámetros, como se muestra en la Figura **6-9**. En la gráfica (a), se obtienen soluciones para la razón pequeña  $K_{21} = 0.1$ , y en el rango  $0 \leq t_{12}^{E_L} \leq 0.72$ . Por encima de este límite, las curvas caen fuera de la región permitida, y  $\Delta C_e = 0$  en el límite  $t_{12}^{E_L} = 0$ . También se observa que las curvas exhiben el límite  $\Delta C_\mu \geq -1.8$ . En el caso con  $K_{21} = 1$ , gráfica (b), se muestra un rango más



**Figura 6-8.:** Desviaciones de los coeficientes de Wilson debido a la nueva física para  $t_{12}^{EL} = 1$  y diferentes valores de  $P_e$ . En (a) no hay solución para la región permitida para cualquier valor de  $K_{21}$ . En (b) y (c) las soluciones se encuentran para  $1.2 \leq K_{21} \leq 5$  y  $0 \leq K_{21} \leq 0.9$ , respectivamente. Todas las curvas teóricas cruzan el límite del ME (punto azul central).



**Figura 6-9.:** Desviaciones de los coeficientes de Wilson debido a la nueva física para  $P_e = -1$  y (a)  $K_{21} = 0.1$ , (b) 1 y (c) 10. Las curvas representan diferentes rangos de  $t_{12}^{EL}$ .

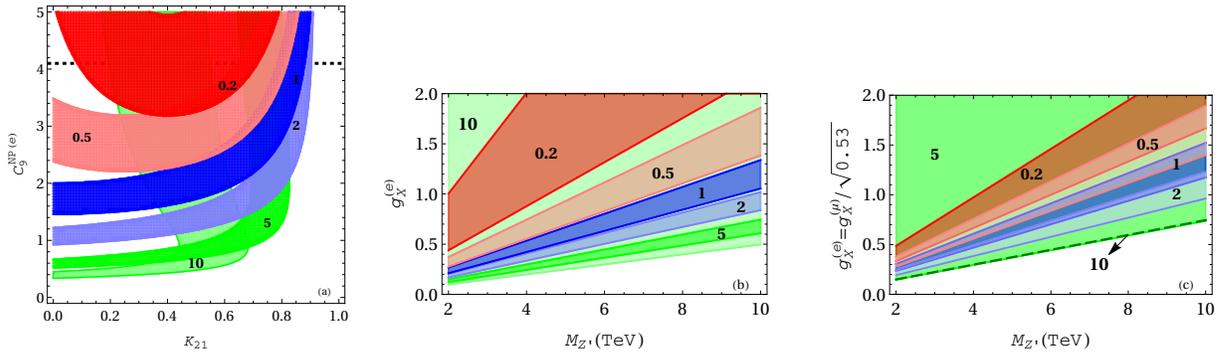
grande para la desviación, mientras que los valores permitidos se extienden hasta el límite  $t_{12}^{EL} < 1$ . Para valores grandes  $K_{21} = 10$ , las curvas se alejan de nuevo, como se muestra en la gráfica (c), donde  $0 \leq t_{12}^{EL} \leq 0.51$ .

Por otro lado, la razón  $K_{21}$  también representa el acoplamiento relativo de  $e$  y  $\mu$  con el bosón  $Z'$ . Teniendo en cuenta las ecuaciones (6-43) y (6-44) y la definición (6-50), se obtiene que:

$$K_{21} = \frac{C_9^{NP(\mu)}}{C_9^{NP(e)}} = \frac{(g_X^{(\mu)})^2}{(g_X^{(e)})^2}, \quad (6-60)$$

mientras que el coeficiente de Wilson  $C_9^{NP(e)}$  en (6-52) suministra una relación entre la constante de acoplamiento efectivo del electrón  $g_X^{(e)}$  y la masa  $Z'$ . Por ejemplo, la gráfica (a) de la Figura 6-10 muestra las regiones permitidas del coeficiente de Wilson del electrón para

nueva física como función de la razón  $K_{21} = C_9^{NP(\mu)}/C_9^{NP(e)}$ , con  $t_{12}^{EL} = 1$  y valores diferentes de  $P_e : 0.2, 0.5, 1, 2, 5, 10$ . La línea horizontal punteada es el límite del ME  $C_9^{ME} = 4.1$ , donde se puede evidenciar que las correcciones pueden ser más pequeñas, en el mismo orden o, eventualmente más grandes que la predicción del ME. Se observa que  $K_{21} < 1$ , el cual representa que las soluciones en este escenario son encontradas si los electrones acoplan más fuertemente al bosón  $Z'$  que los muones. Segundo, si  $C_9^{NP(e)}$  aumenta, entonces  $P_e$  disminuye en total acuerdo con la definición de  $P_e = C_{10}^{NP(e)}/C_9^{NP(e)}$ . Así, se observa en la gráfica que los límites más bajos son grandes para valores pequeños de  $P_e$ . Tomando en cuenta esos límites, la gráfica (b) muestra la región permitida para el acoplamiento efectivo del electrón  $g_X^{(e)}$  y la masa  $Z'$  para un escenario *muón-phobic* con  $K_{21} = 0$  ( $g_X^{(\mu)} = 0$ ). La gráfica (c) muestra las regiones para  $K_{21} = 0.53$  justo en el límite superior de  $P_e = 10$  como se observa en la gráfica (a). La conversión al acoplamiento del muón se obtiene haciendo  $g_X^{(e)} \times \sqrt{0.53}$ , de acuerdo a (6-60). En general, se observa que las razones grandes de las regiones de sabor de  $P_e$  incluyen constantes de acoplamiento de gauge pequeñas, las cuales se incrementan en cuanto el bosón  $Z'$  se vuelve más pesado.



**Figura 6-10.:** La Figura (a) muestra las regiones permitidas en el plano  $(C_9^{NP(e)}, K_{21})$  para  $P_e = 0.2, 0.5, 1, 2, 5$  y  $10$ . La línea horizontal punteada representa el límite  $C_9^{SM} = 4.1$ . La gráfica (b) es el acoplamiento efectivo en función de la masa del bosón  $Z'$  de acuerdo a las regiones en (a) para  $K_{21} = 0$ . Para la Figura (c),  $K_{21} = 0.53$ .

## 7. Conclusiones y Perspectivas

Se describió un modelo con simetría extra  $U(1)'$  Universal Leptónico, con el siguiente contenido de partículas:

- Escalar: el cual contiene un doblete adicional  $\phi_2$  y dos singletes escalares  $\chi$  y  $\sigma$ . El escalar  $\chi$  fue necesario incorporarlo para el rompimiento de la simetría extra  $U(1)_X$  al ME que tiene como consecuencia la aparición de un nuevo bosón  $Z'$ . El otro singlete escalar  $\sigma$  no fue necesario para el RES, pero tiene consecuencias fenomenológicas interesantes.
- Fermiónico: aparecen nuevos quarks y neutrinos con el fin de garantizar la cancelación de anomalías.
- Vectorial: contiene el sector ordinario y un bosón gauge extra.

A partir de estos sectores se encontraron las masas de las partículas escalares, seis campos escalares masivos, dos bosones de Goldstone, así como las matrices de rotación, lo que permitió implementar estos campos en la base física, tal como se obtiene en [49]. De igual forma, para el sector vectorial se encontraron las masas de los bosones gauge de ME y del bosón  $Z'$ , junto con sus matrices de rotación y el ángulo  $\theta$  que da cuenta de la mezcla entre  $Z - Z'$ .

A partir de este Modelo Universal Leptónico, se propuso un estudio del sector escalar del modelo con la introducción de fases de violación CP espontánea. Con ello y motivado por los diferentes fenómenos relacionados con violación CP, como el momento magnético anómalo del muón y el momento dipolar eléctrico del electrón, se hizo un análisis de la restricción de los parámetros de este modelo para que sean compatibles con las cotas experimentales de  $a_\mu$  y  $d_e$ . En el escenario de escalares pesados degenerados, el espacio de parámetros se reduce solo a tres variables: la razón de VEV de los dobletes ( $\tan \beta = v_2/v_1$ ), el ángulo de violación CP ( $\sin \theta_2$ ) y masas de los nuevos bosones de Higgs ( $m_{h_2} = m_{h_3}$ ). Se encontraron por separado regiones permitidas de estos parámetros en diferentes rangos para cada uno de los momentos, obteniendo contribuciones relevantes del ángulo CP en el valor de estos observables y compatible con los datos experimentales. En un análisis combinado, se encontraron intersecciones de regiones permitidas de momento magnético y eléctrico solamente para valores grandes de  $\tan \beta$ , mayor o igual a 10, y masas de escalares por debajo de 430 GeV. Como perspectiva se propone realizar un análisis del efecto de considerar los leptones y quarks pesados para el

estudio de los momentos magnéticos del muón y dipolar eléctrico del electrón y explorar la incidencia de esto sobre los resultados obtenidos en este trabajo.

Por otro lado, los resultados observacionales tales como la jerarquía de masas, esquemas de mezcla en matrices de masa, oscilación de neutrinos y anomalías experimentales como las del decaimiento del mesón  $B$  pueden ser manifestaciones de nueva física más allá del ME. Motivados inicialmente por el problema de la jerarquía de masas, los autores de la Ref. [60] proponen una extensión no universal  $U(1)'$  con tres dobletes de Higgs que pueden reproducir esquemas de masa y mezcla para quarks y leptones cargados y neutros. Adicional a las nuevas partículas cargadas y neutras de Higgs, este Modelo No Universal Leptónico introduce otras partículas con las siguientes condiciones:

- Debido a la nueva simetría de gauge Abeliana, un segundo bosón de gauge neutro  $Z'$  se introduce de manera natural.
- Con el fin de romper la simetría  $U(1)'$  y suministrar masa al bosón  $Z'$ , un nuevo singlete de Higgs,  $\chi$ , con un VEV grande se incorpora.
- También, el nuevo bosón de gauge  $Z'$  induce anomalías quirales, que pueden dañar la renormalización del modelo. Con el fin de restaura la cancelación de esas anomalías, se deben incorporar valores adecuados para las cargas  $U(1)'$  a los fermiones. Esta asignación se realiza para obtener interacciones no universales para quarks y leptones, que requieren de quarks extras y leptones cargados.

El Modelo No Universal Leptónico, exhibe violación de la universalidad leptónica que motivó en este trabajo realizar un estudio del decaimiento anómalo del mesón  $B$  en pares electrón y muón reportados por la colaboración LHCb. Este observable puede ajustar los nuevos acoplamientos del modelo, en particular, la anomalía es altamente sensible al nuevo contenido de quarks y leptones del modelo a través de sus acoplamientos con el sector de Higgs. Ellos participan en el decaimiento del mesón indirectamente a través de la mezcla de acoplamientos con los quarks ordinarios  $b$  y  $s$ , y los leptones cargados  $e$  y  $\mu$ . Debido a que esas mezclas ocurren en una forma no universal, entonces la anomalía puede ser explicada y ajustada a la escala TeV de la nueva física que puede ser alcanzada en el LHC.

Aunque se seleccionó un esquema de parametrización de las matrices de masa para los fermiones y los ángulos de mezcla, estos pueden ser suprimidos o mejorados por la razón entre los VEVs que se mantienen en el esquema natural. Específicamente, el VEV del primer doblete de Higgs determina la escala del quark top, es decir,  $v_1/\sqrt{2} \sim 173$  GeV. El segundo VEV, suministra la masa al quark  $b$  y al leptón  $\tau$  a  $v_2/\sqrt{2} \sim 3$  GeV. Finalmente, el tercer VEV es del orden de la masa del quark  $s$  y del leptón  $\mu$ , a  $v_3/\sqrt{2} \sim 0.1$  GeV. De esta manera, se espera que los ángulos de mezcla con valores del orden de las razones de los fermiones

fenomenológicos medidos experimentalmente sean independientes del esquema seleccionado de los parámetros libres de Yukawa.

Estas extensiones abelianas del ME exhiben una gran versatilidad que permiten estudiar otros escenarios fenomenológicos. Por ejemplo, la inclusión de nuevos leptones neutros motiva un escenario para estudiar materia oscura dentro del contexto del Modelo No Universal Leptónico, y que resulta particularmente interesante para estudiar dispersión de materia oscura fermiónica liviana con electrones en átomos, en el cual se cuentan con datos experimentales, como por ejemplo en detectores de Xenon del Laboratorio Nacional Gran Sasso en Italia (<http://www.xenon1t.org/>).

# A. Publicaciones y Eventos

Producto y participación en eventos como resultado de este trabajo:

- *B meson decay anomaly with a nonuniversal  $U(1)'$  extension*, Martinez R., Ochoa F., Quimbayo J. M., 2018, PhysRevD.98.035036, doi:10.1103/PhysRev.98.035036.
- 9<sup>th</sup> Cern LatinAmerican School of High Energy Physics (CLASHEP), San Juan del Rio, México (2017). Presentación Póster: Modelo  $U(1)'$  No Universal Leptónico. Presentación:  $Z^0$  Line Shape Measurement at LEP.  
<http://physicschool.web.cern.ch/CLASHEP/CLASHEP2017/>
- Pasantía de Investigación: Universidad de Valencia (España). Estudio Método de Helicidad para el Cálculo de Amplitudes en QCD.  
<https://indico.ifc.uv.es/event/3558/contributions/10223/attachments/6811/7835/2018-ActividadesTeo.pdf>.

## B. Rotación a Estados de Masa

Cada entrada tiene la siguiente forma,

$$M_{011} = \frac{4\lambda_1 u_2 v_1^3 - \sqrt{2} f_2 (u_1^2 + u_2^2) w_2}{2u_2 v_1}; \quad M_{012} = \frac{u_1 (\sqrt{2} f_2 w_2 + 2(\lambda_5 + \lambda'_5) u_2 v_1)}{2u_2},$$

$$M_{013} = \frac{f_2 u_1}{\sqrt{2}} + \lambda_6 v_1 w_1; \quad M_{014} = \frac{2\lambda'_6 u_2 v_1 v_\sigma^2 + \sqrt{2} f_2 u_1 (u_1 w_2 - u_2 w_1)}{2u_2 v_\sigma},$$

$$M_{015} = 0; \quad M_{016} = \frac{f_2 w_2}{\sqrt{2}} + (\lambda_5 + \lambda'_5) u_2 v_1,$$

$$M_{017} = \frac{f_2 u_2}{\sqrt{2}} + \lambda_6 v_1 w_2; \quad M_{018} = \frac{f_2 (u_1 w_2 - u_2 w_1)}{\sqrt{2} v_\sigma},$$

$$M_{022} = 2\lambda_2 u_1^2 - \frac{f_2 v_1 w_2}{\sqrt{2} u_2}; \quad M_{023} = \frac{f_2 v_1}{\sqrt{2}} + \lambda_7 u_1 w_1,$$

$$M_{024} = \frac{\sqrt{2} f_2 v_1 (u_1 w_2 - u_2 w_1)}{2u_2 v_\sigma} + \lambda'_7 u_1 v_\sigma; \quad M_{025} = -\frac{f_2 w_2}{\sqrt{2}},$$

$$M_{026} = 2\lambda_2 u_1 u_2; \quad M_{027} = \lambda_7 u_1 w_2, \quad M_{028} = 0,$$

$$M_{044} = \frac{4\lambda_4 u_2 v_\sigma^4 w_2 - \sqrt{2} f_2 v_1 (u_2 w_1 - u_1 w_2)^2}{2u_2 v_\sigma^2 w_2}; \quad M_{045} = \frac{f_2 (u_1 w_2 - u_2 w_1)}{\sqrt{2} v_\sigma},$$

$$M_{046} = \lambda'_7 u_2 v_\sigma; \quad M_{047} = \lambda_8 v_\sigma w_2,$$

$$M_{048} = 0;$$

$$M_{055} = -\frac{f_2 (u_1^2 + u_2^2) w_2}{\sqrt{2} u_2 v_1}; \quad M_{056} = \frac{f_2 u_1 w_2}{\sqrt{2} u_2},$$

$$M_{057} = -\frac{f_2 u_1}{\sqrt{2}}; \quad M_{058} = -\frac{f_2 u_1 (u_1 w_2 - u_2 w_1)}{\sqrt{2} u_2 v_\sigma},$$

$$\begin{aligned}
M_{066} &= 2\lambda_2 u_2^2 - \frac{f_2 v_1 w_2}{\sqrt{2} u_2}; & M_{067} &= \frac{f_2 v_1}{\sqrt{2}} + u_2 w_2 \lambda_7, \\
M_{068} &= \frac{f_2 v_1 (u_1 w_2 - u_2 w_1)}{\sqrt{2} u_2 v_\sigma}, \\
M_{077} &= 2\lambda_3 w_2^2 - \frac{f_2 u_2 v_1}{\sqrt{2} w_2}; & M_{078} &= \frac{f_2 v_1 (u_2 w_1 - u_1 w_2)}{\sqrt{2} v_\sigma w_2}, \\
M_{088} &= -\frac{f_2 v_1 (u_2 w_1 - u_1 w_2)^2}{\sqrt{2} u_2 v_\sigma^2 w_2},
\end{aligned}$$

Algunas propiedades de esta matriz son:

- En el límite con VEV reales, donde  $u_2 = w_2 = 0$ ,  $u_1 = v_2$  y  $w_1 = v_\chi$ , se reproducen las matrices neutras (3-29) y (3-30) del modelo con CP invariante si se cumple:

$$\lim_{u_2, w_2 \rightarrow 0} \frac{w_2}{u_2} = \frac{w_1}{u_1} = \frac{v_\chi}{v_2} = r. \tag{B-1}$$

- En el límite anterior, los acoples del campo escalar  $\sigma$  desaparecen del sector imaginario, igual que en (3-30).
- Si se asume la jerarquía  $v_\sigma \ll v_{1,2}$ , los acoples de  $\sigma$  en el resto de la matriz se suprimen

Así, para la diagonalización, se considera de forma aproximada el límite (B-1) y  $v_\sigma \ll v_{1,2}$ , por lo que  $\sigma$  aparece desacoplado, reduciendo la matriz  $8 \times 8$  en una  $6 \times 6$ , que en bloques toma la forma:

$$\mathcal{M}_0^2 = \begin{pmatrix} A_{4 \times 4} & C_{4 \times 2} \\ C_{2 \times 4}^T & D_{2 \times 2} \end{pmatrix} \tag{B-2}$$

en donde la forma explícita de las matrices  $A$ ,  $C$  y  $D$  esta dada por las Ecs. (B-3), (B-4) y (B-5) respectivamente

$$A_{4 \times 4} = \begin{pmatrix} -\frac{f_2 v_2^2 w_2}{\sqrt{2} u_2^2 v_1} + 2\lambda_1 v_1^2 & 0 & \frac{f_2 u_1 w_2}{\sqrt{2} u_2} + (\lambda_5 + \lambda'_5) v_1 u_1 & \frac{f_2 w_2}{\sqrt{2}} + (\lambda_5 + \lambda'_5) v_1 u_2 \\ * & -\frac{f_2 w_2}{\sqrt{2}} & -\frac{f_2 v_1 w_2}{\sqrt{2} u_2} + 2\lambda_2 u_1^2 & 2\lambda_2 u_1 u_2 \\ * & * & -\frac{f_2 w_2}{\sqrt{2}} & \frac{f_2 u_1 w_2}{\sqrt{2} u_2} \\ * & * & * & -\frac{f_2 v_1 w_2}{\sqrt{2} u_2} + 2\lambda_2 u_2^2 \end{pmatrix}, \quad (\text{B-3})$$

en las base  $\xi_1, \zeta_1, \xi_2, \zeta_2$ ,

$$C_{4 \times 2} = \begin{pmatrix} \frac{f_2 u_1}{\sqrt{2}} + \lambda_6 v_1 w_1 & \frac{f_2 u_2}{\sqrt{2}} + \lambda_6 v_1 w_1 \\ \frac{f_2 u_2}{\sqrt{2}} & -\frac{f_2 u_1}{\sqrt{2}} \\ \frac{f_2 v_1}{\sqrt{2}} + \lambda_7 u_1 w_1 & \lambda_7 u_1 w_2 \\ \lambda_7 u_2 w_1 & \frac{f_2 v_1}{\sqrt{2}} + \lambda_7 u_2 w_1 \end{pmatrix}, \quad (\text{B-4})$$

en las base de campos reales e imaginarios de  $\chi$  y  $\phi_{1,2}$ , mientras que;

$$D_{2 \times 2} = \begin{pmatrix} -\frac{f_2 v_1 u_2}{\sqrt{2} w_2} + 2\lambda_3 w_1^2 & 2\lambda_3 w_1 w_2 \\ * & -\frac{f_2 v_1 u_2}{\sqrt{2} w_2} + 2\lambda_3 w_2^2 \end{pmatrix}, \quad (\text{B-5})$$

en la base de  $\xi_\chi, \zeta_\chi$ .

La matriz  $\mathcal{M}_0^2$  esta en la base  $\xi_1, \zeta_1, \xi_2, \zeta_2, \xi_\chi, \zeta_\chi$ . Las componentes de cada bloque son del orden  $A_{ij} \sim C_{ij} \sim v_\chi$ , tal que,  $D \gg C \sim A$ . Como primera aproximación, desacoplamos las matrices  $A$  y  $D$ . Así el problema se reduce a diagonalizar estas matrices independientemente, para encontrar las respectivas masas al cuadrado y los ángulos de rotación de los campos de estado electrodébil a los campos en estado de masa. Iniciando con  $A$ , dada por (B-3) conviene reescribirla como,

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2, \quad (\text{B-6})$$

con

$$A_1^2 = r \hat{f}_2 \begin{pmatrix} -v_2^2/v_1 & 0 & u_1 & u_2 \\ 0 & -v_2^2/v_1 & -u_2 & u_1 \\ * & * & -v_1 & 0 \\ * & * & 0 & -v_1 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad A_2^2 = \begin{pmatrix} 2v_1^2 \lambda_1 & 0 & u_1 v_1 \hat{\lambda}_5 & u_2 v_1 \hat{\lambda}_5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & 0 & 2u_1^2 \lambda_1 & 2u_1 u_2 \lambda_2 \\ * & 0 & * & 2u_2^2 \lambda_2 \end{pmatrix},$$

con  $\hat{f}_2 = \frac{f_2}{\sqrt{2}}$  y  $\hat{\lambda}_5 = \lambda_5 + \lambda'_5$  donde se separa términos dominantes de orden  $A_1^2 \sim v_\chi$  y términos subdominantes de orden  $A_2^2 \sim v$ . A orden dominante, la matriz  $A_1^2$  exhibe los siguientes valores propios:

$$M_{G_1}^2 = 0, \quad (B-7)$$

$$M_{h_1}^2 \approx 0,$$

$$M_{h_2}^2 \approx M_{h_3}^2 = -\frac{f_2}{\sqrt{2}} \frac{v^2}{v_1 v_2} v_\chi, \quad (B-8)$$

donde se obtiene un bosón de Goldstone sin masa. El bosón  $h_1$  resulta sin masa debido a la aproximación que desprecia los órdenes subdominantes  $A_2^2$  en (B-6). Como se describirá más adelante, al mejorar la aproximación este bosón adquirirá un término de masa a la escala electrodébil que se identificará con el bosón de Higgs físico. Adicionalmente, se obtienen dos bosones de Higgs pesados. A orden dominante la matriz  $A_1^2$  exhibe los siguientes vectores propios:

$$V_{G_1} = \begin{pmatrix} C_\beta S_{\theta_2} \\ C_\beta C_{\theta_2} \\ 0 \\ S_\beta \end{pmatrix}; \quad V_{h_1} = \begin{pmatrix} C_\beta C_{\theta_2} \\ -C_\beta S_{\theta_2} \\ S_\beta \\ 0 \end{pmatrix}; \quad V_{h_2} = \begin{pmatrix} -S_\beta S_{\theta_2} \\ -S_\beta C_{\theta_2} \\ 0 \\ C_\beta \end{pmatrix}; \quad V_{h_3} = \begin{pmatrix} -S_\beta C_{\theta_2} \\ S_\beta S_{\theta_2} \\ C_\beta \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (B-9)$$

Con la expresión anterior se construye la matriz de rotación  $R_2$  dada por:

$$R_2 = \begin{pmatrix} C_\beta S_{\theta_2} & C_\beta C_{\theta_2} & 0 & S_\beta \\ C_\beta C_{\theta_2} & -C_\beta S_{\theta_2} & S_\beta & 0 \\ -S_\beta S_{\theta_2} & -S_\beta C_{\theta_2} & 0 & C_\beta \\ -S_\beta C_{\theta_2} & S_\beta S_{\theta_2} & C_\beta & 0 \end{pmatrix}, \quad (B-10)$$

que transforma los campos de estados débiles a campos en estados de masa de la siguiente forma,

$$R_2 \begin{pmatrix} \xi_1 \\ \zeta_1 \\ \xi_2 \\ \zeta_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} G_1 \\ h_1 \\ h_2 \\ h_3 \end{pmatrix}, \quad (B-11)$$

y donde los ángulos de (B-10) se definen como:

$$T_\beta = \frac{v_2}{v_1}; \quad T_{\theta_2} = \frac{u_2}{u_1}. \quad (B-12)$$

$\theta_2$  es la fase compleja de  $\phi_2$ , como se ve en la Ec. (5-1). El límite con CP invariante corresponde a  $S_{\theta_2} = 0$  y  $C_{\theta_2} = 1$ , además de la aproximación  $\alpha \approx \beta$ , donde se tienen las siguientes equivalencias,

$$\begin{aligned} h_1 &\rightarrow h_0, \\ h_2 &\rightarrow A_0, \\ h_3 &\rightarrow H_0. \end{aligned} \tag{B-13}$$

Para verificar que efectivamente el campo  $h_1$  corresponde a un campo masivo liviano, se toma el caso de CP invariante. En este caso el campo  $h_1$  en la Ec. (B-11) se reduce a una combinación de los estados débiles  $\xi_1$  y  $\xi_2$ :

$$M_{\xi_1, \xi_2}^2 = \begin{pmatrix} -r\hat{f}_2\frac{v_2^2}{v_1} + 2\lambda_1 v_1^2 & -r\hat{f}_2 u_1 + \hat{\lambda}_5 v_1 u_1 \\ * & -r\hat{f}_2 u_1 + 2\lambda_2 v_1 u_1^2 \end{pmatrix}, \tag{B-14}$$

la cual exhibe el mismo valor propio del bosón  $h_0$ . Ahora, se procede a diagonalizar la matriz en la escala pesada  $D$  dada por (B-5), que utilizando (B-1) se puede reescribir como:

$$D = \begin{pmatrix} -\frac{f_2 v_1}{\sqrt{2}r} + 2\lambda_3 r^2 u_1^2 & 2\lambda_3 r^2 u_1 u_2 \\ * & -\frac{f_2 v_1}{\sqrt{2}r} + 2\lambda_3 r^2 u_2^2 \end{pmatrix}, \tag{B-15}$$

y tiene los siguientes valores propios:

$$M_{G_2}^2 \approx 0, \tag{B-16}$$

$$M_{h_4}^2 \approx 2\lambda_3 v_\chi^2, \tag{B-17}$$

que corresponde a un bosón de Goldstone y bosón de Higgs pesado en la escala  $v_\chi^2$ . De (B-15) se encuentran los siguientes vectores propios,

$$V_{G_2} = \begin{pmatrix} -S_{\theta_2} \\ C_{\theta_2} \end{pmatrix}; \quad V_{h_4} = \begin{pmatrix} C_{\theta_2} \\ -S_{\theta_2} \end{pmatrix}. \tag{B-18}$$

A partir de estos vectores propios se construyen la siguiente matriz de rotación:

$$R_3 = \begin{pmatrix} -S_{\theta_2} & C_{\theta_2} \\ C_{\theta_2} & S_{\theta_2} \end{pmatrix}, \tag{B-19}$$

de esta manera se pueden encontrar los campos en estados de masa

$$R_3 \begin{pmatrix} \xi_\chi \\ \zeta_\chi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} G_2 \\ h_4 \end{pmatrix}, \tag{B-20}$$

## C. Diagonalización por Bloques

Se puede tomar una matriz genérica con dimensión arbitraria de la forma

$$M^2 = \begin{pmatrix} A & C \\ C^T & D \end{pmatrix}, \quad (\text{C-1})$$

con  $A$ ,  $C$  y  $D$  submatrices cuyos elementos obedecen la jerarquía

$$A \ll C \ll D. \quad (\text{C-2})$$

La matriz (C-1), como se muestra en la Ref. [97], se puede diagonalizar por bloques aproximadamente por una rotación unitaria de la forma:

$$V = \begin{pmatrix} I & F \\ -F^T & I \end{pmatrix}, \quad (\text{C-3})$$

donde  $I$  es la matriz identidad, y  $F$  una subrotación pequeña con  $F \ll 1$ . Manteniendo únicamente los términos lineales sobre  $F$ , la rotación conduce a:

$$V^T M^2 V = \begin{pmatrix} A - CF^T - FC^T & C + AF - FD \\ C^T + F^T A - DF^T & D + C^T F + F^T C \end{pmatrix}, \quad (\text{C-4})$$

la cual, por definición, a un bloque diagonal de la forma:

$$m^2 = \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & d \end{pmatrix}, \quad (\text{C-5})$$

con  $a$  y  $d$  matrices no diagonales y  $0$  la matriz nula. Relacionando cada una de las partes en (C-4) y (C-5), se obtiene que  $C + AF - FD = 0$ , tomando en cuenta la jerarquía en (C-2), se puede despreciar el término con  $A$ , encontrando la siguiente solución aproximada:

$$F \approx CD^{-1} \quad (\text{C-6})$$

Por otro lado, si se relacionan los bloques diagonales en (C-4) y (C-5), y usando la solución (C-6), se puede obtener la forma de las submatrices  $a$  y  $b$  en términos de los bloques originales  $A$ ,  $C$  y  $D$ . Se obtiene el orden dominante que son:

$$\begin{aligned} a &\approx A - CD^{-1}C^T \\ b &\approx D. \end{aligned} \quad (\text{C-7})$$

Las matrices anteriores pueden diagonalizarse de forma independiente.

# Bibliografía

- [1] Venus Keus, Niko Koivunen, and Kimmo Tuominen. Singlet scalar and 2HDM extensions of the Standard Model: CP-violation and constraints from  $(g - 2)_\mu$  and eEDM. *Journal of High Energy Physics*, 2018(9):59, September 2018.
- [2] Aaij, Roel and et al. *Test of lepton universality using  $B^+ \rightarrow K^+ \ell^+ \ell^-$  decays*. *Physical Review Letters*, 113(15):151601, 2014.
- [3] Particle Data Group et al. Review of particle physics. *Progress of Theoretical and Experimental Physics*, 2020(8):1–2093, 2020.
- [4] SL Glashow. Glashow 1961. *Nucl. Phys*, 22:579, 1961.
- [5] S Weinberg. Weinberg 1967. *Phys. Rev. Lett*, 19:1264, 1967.
- [6] A Salam. *Elementary particle theory: Relativistic groups and analyticity (nobel symposium no. 8)*, edited by n. svartholm, 1968.
- [7] Juerg Beringer et al. Particle data group. *Phys. Rev. D*, 86(010001), 2012.
- [8] Glennys R. Farrar and M. E. Shaposhnikov. *Baryon asymmetry of the Universe in the minimal standard model*. *Phys. Rev. Lett.*, 70:2833–2836, May 1993.
- [9] Christenson, J. H. and Cronin, J. W. and Fitch, V. L. and Turlay, R. *Evidence for the  $2\pi$  Decay of the  $K^0$  Meson*. *Physical Review Letters*, 13:138–140, July 1964.
- [10] B. Aubert and et al. *Search for Lepton Flavor Violation in the Decay  $\tau^\pm \rightarrow \mu^\pm \gamma$* . *Phys. Rev. Lett.*, 95:041802, Jul 2005.
- [11] Ciezarek, Gregory and Franco Sevilla, Manuel and Hamilton, Brian and Kowalewski, Robert and Kuhr, Thomas and Lüth, Vera and Sato, Yutarō. *A Challenge to Lepton Universality in B Meson Decays*. *Nature*, 546:227–233, 2017.
- [12] F Archilli, M-O Bettler, P Owen, and KA Petridis. *Flavour-changing neutral currents making and breaking the standard model*. *Nature*, 546(7657):221, 2017.
- [13] Johannes Albrecht and et al. *Future prospects for exploring present day anomalies in flavour physics measurements with Belle II and LHCb*. *arXiv preprint arXiv:1709.10308*, 2017.

- [14] Johannes Albrecht and et al. *Lepton Flavour Universality tests with B decays at LHCb. arXiv preprint arXiv:1805.06243*, 2018.
- [15] J. P. Lees and et al. *Evidence for an Excess of  $\bar{B} \rightarrow D^{(*)}\tau^-\bar{\nu}_\tau$  Decays*. *Phys. Rev. Lett.*, 109:101802, Sep 2012.
- [16] J. P. Lees and et al. *Measurement of an excess of  $\bar{B} \rightarrow D^{(*)}\tau^-\bar{\nu}_\tau$  decays and implications for charged Higgs bosons*. *Phys. Rev. D*, 88:072012, Oct 2013.
- [17] M. Huschle and et al. *Measurement of the branching ratio of  $\bar{B} \rightarrow D^{(*)}\tau^-\bar{\nu}_\tau$  relative to  $\bar{B} \rightarrow D^{(*)}\ell^-\bar{\nu}_\ell$  decays with hadronic tagging at Belle*. *Phys. Rev. D*, 92:072014, Oct 2015.
- [18] Y. Sato and et al. *Measurement of the branching ratio of  $\bar{B}^0 \rightarrow D^{*+}\tau^-\bar{\nu}_\tau$  relative to  $\bar{B}^0 \rightarrow D^{*+}\ell^-\bar{\nu}_\ell$  decays with a semileptonic tagging method*. *Phys. Rev. D*, 94:072007, Oct 2016.
- [19] S Hirose and et al. *Measurement of the  $\tau$  Lepton Polarization and  $R(D^*)$  in the Decay  $\bar{B} \rightarrow D^*\tau^-\bar{\nu}_\tau$* . *Physical review letters*, 118(21):211801, 2017.
- [20] Roel Aaij and et al. *Measurement of the Ratio of Branching Fractions  $B(\bar{B}^0 \rightarrow D^{*+}\tau^-\bar{\nu}_\tau)/B(\bar{B}^0 \rightarrow D^{*+}\mu^-\bar{\nu}_\mu)$* . *Physical review letters*, 115(11):111803, 2015.
- [21] R. Aaij and et al. *Measurement of the Ratio of the  $B^0 \rightarrow D^{*-}\tau^+\nu_\tau$  and  $B^0 \rightarrow D^{*-}\mu^+\nu_\mu$  Branching Fractions Using Three-Prong  $\tau$ -Lepton Decays*. *Phys. Rev. Lett.*, 120:171802, Apr 2018.
- [22] Aaij, R. and et al. *Differential branching fractions and isospin asymmetries of  $B \rightarrow K^{(*)}\mu^+\mu^-$  decays*. *Journal of High Energy Physics*, 2014(6):133, Jun 2014.
- [23] Aaij, R. and et al. *Measurement of the phase difference between short- and long-distance amplitudes in the  $B^+ \rightarrow K^+\mu^+\mu^-$  decay*. *The European Physical Journal C*, 77(3):161, Mar 2017.
- [24] Aaij, R. and et al. *Angular analysis of the  $B^0 \rightarrow K^{*0}\mu^+\mu^-$  decay using  $3 \text{ fb}^{-1}$  of integrated luminosity*. *Journal of High Energy Physics*, 2016(2):104, Feb 2016.
- [25] S. Wehle and et al. *Lepton-Flavor-Dependent Angular Analysis of  $B \rightarrow K^*\ell^+\ell^-$* . *Phys. Rev. Lett.*, 118:111801, Mar 2017.
- [26] Aaij, R. and et al. *Angular analysis and differential branching fraction of the decay  $B_s^0 \rightarrow \phi\mu^+\mu^-$* . *Journal of High Energy Physics*, 2015(9):179, Sep 2015.
- [27] Aaij, R. and et al. *Differential branching fraction and angular analysis of  $\Lambda_b^0 \rightarrow \Lambda\mu^+\mu^-$  decays*. *Journal of High Energy Physics*, 2015(6):115, Jun 2015.

- [28] Montero, JC and Pires, CA de S and Pleitez, V. *Neutrino masses through the seesaw mechanism in 3-3-1 models*. *Physical Review D*, 65(9):095001, 2002.
- [29] Long, Hoang Ngoc. *Scalar sector of the 3-3-1 model with three Higgs triplets*. *Modern Physics Letters A*, 13(23):1865–1873, 1998.
- [30] Ponce, William A and Giraldo, Yithsbey and Sanchez, Luis A. *Minimal scalar sector of 3-3-1 models without exotic electric charges*. *Physical Review D*, 67(7):075001, 2003.
- [31] Diaz, Rodolfo A and Martinez, R and Ochoa, F. *Scalar sector of the  $SU(3)_C \times SU(3)_L \times U(1)_X$  model*. *Physical Review D*, 69(9):095009, 2004.
- [32] Pisano, F and Pleitez, Vicente.  *$SU(3) \otimes U(1)$  model for electroweak interactions*. *Physical Review D*, 46(1):410, 1992.
- [33] Montero, JC and Pisano, F and Pleitez, V. *Neutral currents and Glashow-Iliopoulos-Maiani mechanism in  $SU(3)_L \otimes U(1)_N$  models for electroweak interactions*. *Physical Review D*, 47(7):2918, 1993.
- [34] Foot, Robert and Hernandez, Oscar F and Pisano, F and Pleitez, V. *Lepton masses in an  $SU(3)_L \otimes U(1)_N$  gauge model*. *Physical Review D*, 47(9):4158, 1993.
- [35] Frampton, Paul H. *Chiral dilepton model and the flavor question*. *Physical Review Letters*, 69(20):2889, 1992.
- [36] Ng, Daniel. *Electroweak theory of  $SU(3) \times U(1)$* . *Physical Review D*, 49(9):4805, 1994.
- [37] Duong, TV and Ma, Ernest. *Supersymmetric  $SU(3) \times U(1)$  gauge model. Higgs structure at the electroweak energy scale*. *Physics Letters B*, 316(2-3):307–311, 1993.
- [38] Long, Hoang Ngoc.  *$SU(3)_L \otimes U(1)_N$  model for right-handed neutrino neutral currents*. *Physical Review D*, 54(7):4691, 1996.
- [39] Long, Hoang Ngoc.  *$S(3)_c \times SU(3)_L \times U(1)_N$  model with right handed neutrinos*. *Phys. Rev. D*, 53:437, 1996.
- [40] Foot, Robert and Long, Hoang Ngoc and Tran, Tuan A.  *$SU(3)_L \otimes U(1)_N$  and  $SU(4)_L \otimes U(1)_N$  gauge models with right-handed neutrinos*. *Physical Review D*, 50(1):R34, 1994.
- [41] Martinez, R and Ponce, William A and Sanchez, Luis A.  *$SU(3)_c \otimes SU(3)_L \otimes U(1)_X$  as an  $SU(6) \otimes U(1)_X$  subgroup*. *Physical Review D*, 65(5):055013, 2002.
- [42] Sánchez, Luis A and Ponce, William A and Martinez, R.  *$SU(3)_c \otimes SU(3)_L \otimes U(1)_X$  as an  $E_6$  subgroup*. *Physical Review D*, 64(7):075013, 2001.

- [43] Diaz, Rodolfo A and Martinez, R and Ochoa, F.  *$SU(3)_c \otimes SU(3)_L \otimes U(1)_X$  models for  $\beta$  arbitrary and families with mirror fermions.* *Physical Review D*, 72(3):035018, 2005.
- [44] Dias, Alex G and Martinez, R and Pleitez, V. *Concerning the Landau pole in 3-3-1 models.* *The European Physical Journal C-Particles and Fields*, 39(1):101–107, 2005.
- [45] Dias, Alex G and Pires, CA de S and da Silva, PS Rodrigues. *Naturally light right-handed neutrinos in a 3-3-1 model.* *Physics Letters B*, 628(1-2):85–92, 2005.
- [46] Dias, Alex G and Doff, A and Pires, CA de S and da Silva, PS Rodrigues. *Neutrino decay and neutrinoless double beta decay in a 3-3-1 model.* *Physical Review D*, 72(3):035006, 2005.
- [47] Ochoa, Fredy and Martinez, R. *Family dependence in  $SU(3)_c \otimes SU(3)_L \otimes U(1)_x$  models.* *Physical Review D*, 72(3):035010, 2005.
- [48] Hernández, A. E. Cárcamo and Martinez, R. and Ochoa, F. *Fermion masses and mixings in the 3-3-1 model with right-handed neutrinos based on the flavor symmetry.* *The European Physical Journal C*, 76(11):634, Nov 2016.
- [49] Martinez, R and Nisperuza, J and Ochoa, F and Rubio, JP. *Some phenomenological aspects of a new  $U(1)'$  model.* *Physical Review D*, 89(5):056008, 2014.
- [50] S.A. Abel and M.D. Goodsell and J. Jaeckel and V.V. Khoze and A. Ringwald. *Kinetic mixing of the photon with hidden  $U(1)$ s in string phenomenology.* *Journal of High Energy Physics*, 2008(07):124, 2008.
- [51] Kang, Junhai and Langacker, Paul and Li, Tianjun and Liu, Tao. *Electroweak Baryogenesis in a Supersymmetric  $U(1)'$  Model.* *Phys. Rev. Lett.*, 94:061801, Feb 2005.
- [52] Mohapatra, Rabindra N. *New contributions to neutrinoless double-beta decay in supersymmetric theories.* *Phys. Rev. D*, 34:3457–3461, Dec 1986.
- [53] Nima Arkani-Hamed, Andrew G. Cohen, and Howard Georgi. *Electroweak symmetry breaking from dimensional deconstruction.* *Physics Letters B*, 513(1):232 – 240, 2001.
- [54] Seungwon Baek, Jong Hun Jeon, and C.S. Kim.  *$B_s^0 - \bar{B}_s^0$  mixing in leptophobic  $Z'$  model.* *Physics Letters B*, 641(2):183 – 188, 2006.
- [55] King, S. F. and Moretti, S. and Nevzorov, R.  *$E_6$ SSM.* *AIP Conference Proceedings*, 881(1):138–143, 2007.
- [56] Bélanger, Genevieve and Pukhov, Alexander and Servant, Géraldine. *Dirac neutrino dark matter.* *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, 2008(01):009, 2008.

- [57] Langacker, Paul. *The physics of heavy  $Z'$  gauge bosons*. *Reviews of Modern Physics*, 81(3):1199, 2009.
- [58] Baek, Seungwon and Jeon, Jong Hun and Kim, CS.  $B_s^0 - \bar{B}_s^0$  mixing in leptophobic  $Z'$  model. *Physics Letters B*, 641(2):183–188, 2006.
- [59] King, SF and Moretti, S and Nevzorov, R. *Theory and phenomenology of an exceptional supersymmetric standard model*. *Physical Review D*, 73(3):035009, 2006.
- [60] Mantilla, S. F. and Martinez, R. *Nonuniversal anomaly-free  $U(1)$  model with three Higgs doublets and one singlet scalar field*. *Phys. Rev. D*, 96:095027, Nov 2017.
- [61] Mantilla, SF and Martinez, R. *A new  $U(1)$  model anomaly free for three families to address fermion mass hierarchy and neutrino physics*. *arXiv preprint arXiv:1710.07860*, 2017.
- [62] R Martinez, F Ochoa, and JM Quimbayo. B meson decay anomaly with a nonuniversal  $u(1)'$  extension. *Physical Review D*, 98(3):035036, 2018.
- [63] Aad, G. and et al. *Observation of a new particle in the search for the Standard Model Higgs boson with the ATLAS detector at the LHC*. *Physics Letters B*, 716(1):1–29, 2012.
- [64] Carlo Giunti and Chung W Kim. *Fundamentals of neutrino physics and astrophysics*. Oxford university press, 2007.
- [65] David Griffiths. *Introduction to elementary particles*. John Wiley & Sons, 2020.
- [66] Sheldon L Glashow, Jean Iliopoulos, and Luciano Maiani. Weak interactions with lepton-hadron symmetry. *Physical review D*, 2(7):1285, 1970.
- [67] Ling-Lie Chau and Wai-Yee Keung. Comments on the parametrization of the kobayashi-maskawa matrix. *Physical Review Letters*, 53(19):1802, 1984.
- [68] Rodolfo A. Diaz, R. Martinez, and F. Ochoa.  $su(3)_c \otimes su(3)_L \otimes u(1)_X$  models for  $\beta$  arbitrary and families with mirror fermions. *Phys. Rev. D*, 72:035018, Aug 2005.
- [69] S. F. Mantilla, R. Martinez, and F. Ochoa. Neutrino and  $cp$ -even higgs boson masses in a nonuniversal  $u(1)'$  extension. *Phys. Rev. D*, 95:095037, May 2017.
- [70] Martinez, R and Nisperuza, J and Ochoa, F and Rubio, JP. *Scalar dark matter with CERN-LEP data and  $Z'$  search at the LHC in an  $U(1)'$  model*. *Physical Review D*, 90(9):095004, 2014.
- [71] Bell, JS and Jackiw, R. . *Phys. Rev*, 177(2426):73, 1969.

- [72] SF Mantilla and R Martinez. Nonuniversal anomaly-free  $u(1)$  model with three higgs doublets and one singlet scalar field. *Physical Review D*, 96(9):095027, 2017.
- [73] Satoru Inoue, Grigory Ovanesyan, and Michael J. Ramsey-Musolf. Two-step electroweak baryogenesis. *Phys. Rev. D*, 93:015013, Jan 2016.
- [74] J. H. Christenson, J. W. Cronin, V. L. Fitch, and R. Turlay. Evidence for the  $2\pi$  decay of the  $k_2^0$  meson. *Phys. Rev. Lett.*, 13:138–140, Jul 1964.
- [75] Aubert, B. and et al. Observation of  $CP$  violation in the  $b^0$  meson system. *Phys. Rev. Lett.*, 87:091801, Aug 2001.
- [76] Ilya F. Ginzburg and Maria Krawczyk. Symmetries of two higgs doublet model and  $cp$  violation. *Phys. Rev. D*, 72:115013, Dec 2005.
- [77] Mohapatra, Rabindra N and et al. *Theory of neutrinos: a white paper. Reports on Progress in Physics*, 70(11):1757, 2007.
- [78] Dominik Stöckinger. The muon magnetic moment and supersymmetry. *Journal of Physics G: Nuclear and Particle Physics*, 34(2):R45, 2006.
- [79] Andrzej Czarnecki and William J Marciano. Muon anomalous magnetic moment: A harbinger for 'new physics'. *Physical Review D*, 64(1):013014, 2001.
- [80] T. Aoyama and et al. The anomalous magnetic moment of the muon in the standard model. *Physics Reports*, 887:1–166, 2020. The anomalous magnetic moment of the muon in the Standard Model.
- [81] Werner Bernreuther and Mahiko Suzuki. The electric dipole moment of the electron. *Reviews of Modern Physics*, 63(2):313, 1991.
- [82] Abi, B. and et al. Measurement of the positive muon anomalous magnetic moment to 0.46 ppm. *Phys. Rev. Lett.*, 126:141801, Apr 2021.
- [83] Baron, J. and et al. Order of magnitude smaller limit on the electric dipole moment of the electron. *Science*, 343(6168):269–272, 2014.
- [84] EUNG JIN CHUN. The muon  $g - 2$  in two-higgs-doublet models. *Pramana*, 87(3), aug 2016.
- [85] Kingman Cheung, Chung-Hsien Chou, and Otto C. W. Kong. Muon anomalous magnetic moment, two-higgs-doublet model, and supersymmetry. *Phys. Rev. D*, 64:111301, Nov 2001.
- [86] Roni Harnik, Joachim Kopp, and Jure Zupan. Flavor violating higgs decays. *Journal of High Energy Physics*, 2013(3), mar 2013.

- [87] Aaij, R. and et al. Measurement of form-factor-independent observables in the decay  $B^0 \rightarrow K^{*0} \mu^+ \mu^-$ . *Phys. Rev. Lett.*, 111:191801, Nov 2013.
- [88] Joaquim Matias, Federico Mescia, Marc Ramon, and Javier Virto. Complete Anatomy of  $\bar{B}_d \rightarrow \bar{K}^{*0} (- \rightarrow K \pi) l^+ l^-$  and its angular distribution. *JHEP*, 04:104, 2012.
- [89] Rodrigo Alonso, Peter Cox, Chengcheng Han, and Tsutomu T. Yanagida. Flavoured  $\hat{b}^1$  local symmetry and anomalous rare b decays. *Physics Letters B*, 774:643–648, 2017.
- [90] LHCb Collaboration et al. Test of lepton universality using  $b \rightarrow k + l + l$ -decays. *Physical Review Letters*, 113(15):151601, 2014.
- [91] Gerhard Buchalla, Andrzej J. Buras, and Markus E. Lautenbacher. Weak decays beyond leading logarithms. *Rev. Mod. Phys.*, 68:1125–1244, Oct 1996.
- [92] Gudrun Hiller and Frank Krüger. More model-independent analysis of  $\vec{b} \rightarrow s$  processes. *Phys. Rev. D*, 69:074020, Apr 2004.
- [93] Cheng-Wei Chiang, Xiao-Gang He, and German Valencia.  $Z'$  model for  $b \rightarrow s \ell \bar{\ell}$  flavor anomalies. *Phys. Rev. D*, 93:074003, Apr 2016.
- [94] R Aaij, C Abellán Beteta, T Ackernley, B Adeva, M Adinolfi, H Afsharnia, CA Aidala, S Aiola, Z Ajaltouni, S Akar, et al. Test of lepton universality in beauty-quark decays. arxiv. *arXiv preprint hep-ex/2103.11769*, 2021.
- [95] Morad Aaboud, Georges Aad, Brad Abbott, B Abeloos, SH Abidi, OS AbouZeid, NL Abraham, H Abramowicz, H Abreu, R Abreu, et al. Search for new high-mass phenomena in the dilepton final state using 36  $\text{fb}^{-1}$  of proton-proton collision data at  $s = \sqrt{13}$  tev with the atlas detector. *Journal of High Energy Physics*, 2017(10):1–61, 2017.
- [96] Particle Data Group et al. Review of particle physics. *Chinese Physics C*, 40(10):100001, 2016.
- [97] Walter Grimus and Luís Lavoura. The seesaw mechanism at arbitrary order: disentangling the small scale from the large scale. *Journal of High Energy Physics*, 2000(11):042, 2001.