



UNIVERSIDAD
NACIONAL
DE COLOMBIA

Modelación de una trituradora cónica para la optimización de la operación de una planta de agregados pétreos.

Aura Pamela Bernal Fernández

Universidad Nacional de Colombia
Facultad de Minas, Área Curricular de Recursos Minerales
Medellín, Colombia
2023

Modelación de una trituradora cónica para la optimización de la operación de una planta de agregados pétreos.

Aura Pamela Bernal Fernández

Monografía presentada como requisito parcial para optar al título de:

Magister en Ingeniería - Recursos Minerales

Director:

Néstor Ricardo Rojas Reyes (MSc, PhD)

Codirectora:

Lina Maria Chica Osorio (MSc, PhD)

Línea de Investigación:

Beneficio de Minerales

Universidad Nacional de Colombia

Facultad de Minas, Área Curricular de Recursos Minerales

Medellín, Colombia

2023

A mis padres, por su esfuerzo y dedicación para que saliera adelante...a mi hermana, por su paciencia y el buen ánimo que me imprimió... y a Cristian, mi compañero de aventuras, de días buenos, y de los no tan buenos.

Declaración de obra original

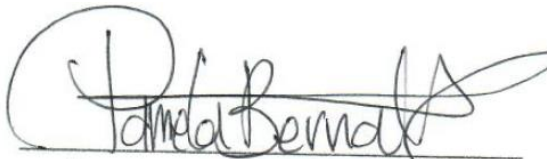
Yo declaro lo siguiente:

He leído el Acuerdo 035 de 2003 del Consejo Académico de la Universidad Nacional. «Reglamento sobre propiedad intelectual» y la Normatividad Nacional relacionada al respeto de los derechos de autor. Esta disertación representa mi trabajo original, excepto donde he reconocido las ideas, las palabras, o materiales de otros autores.

Cuando se han presentado ideas o palabras de otros autores en esta disertación, he realizado su respectivo reconocimiento aplicando correctamente los esquemas de citas y referencias bibliográficas en el estilo requerido.

He obtenido el permiso del autor o editor para incluir cualquier material con derechos de autor (por ejemplo, tablas, figuras, instrumentos de encuesta o grandes porciones de texto).

Por último, he sometido esta disertación a la herramienta de integridad académica, definida por la universidad.

A handwritten signature in black ink, appearing to read 'Pamela Bernal Fernández', written over a horizontal line. The signature is stylized and cursive.

AURA PAMELA BERNAL FERNÁNDEZ

Fecha 15/12/2022

Agradecimientos

Principalmente deseo agradecer a Dios, por permitirme seguir disfrutando de buena salud, y a mi familia, y a mi novio, por el amor que me inyectan en cada momento.

A mis tutores, Lina María Chica y Néstor Ricardo Rojas, por su tiempo y orientación durante toda la tesis; al profesor Freddy Bolaños, el cual me emergió en el mundo de las redes neuronales, a la Universidad Nacional de Colombia, por brindarme este espacio de aprendizaje y acompañarme en todo el proceso, y a Mincivil S.A., empresa para la que trabajo, por su confianza y los insumos necesarios para desarrollar mi proyecto.

Resumen

Modelación de una trituradora cónica para la optimización de la operación de una planta de agregados pétreos.

El modelado para el diseño y la simulación es una herramienta que ha adquirido relevancia en el ámbito académico e industrial, debido a la alta disponibilidad de paquetes computacionales especializados. Para el caso específico de la modelación del proceso de trituración en el beneficio mineral, las variables a controlar son las relacionadas con la configuración mecánica del equipo y con la caracterización mineralógica del material. En el presente trabajo, se modeló y simuló el proceso de conminución de una trituradora cónica de una planta de producción de agregados pétreos empleando redes neuronales artificiales. Se adoptó una red neuronal artificial con topología "Feedforward" para simular el proceso. Se probaron diferentes configuraciones de red con 50 ensayos de laboratorio que reportaron datos de tamaño a la entrada y a la salida de la trituradora, buscando optimizar el error cuadrático medio, la dispersión del error y el ajuste lineal de los datos, para seleccionar la red con datos de salida más ajustados a los reales.

El modelo seleccionado fue la red con una combinación de neuronas de 70 - 40 en las capas ocultas, obteniendo un error cuadrático medio de 6.24, una dispersión del error entre los datos de 35.05 y un ajuste lineal por mínimos cuadrados de 0.99. Una vez seleccionado el modelo, se realizó una recolección de datos nuevos de distribución de tamaño a la entrada y a la salida de la trituradora cónica de estudio, los cuales fueron probados en la red neuronal, logrando un parámetro de ajuste R de 0.999, permitiendo concluir que el modelo artificial entrenado puede predecir la distribución de tamaño de partícula a la salida de una trituradora cónica para el beneficio de agregados pétreos.

Palabras clave: Trituradora cónica, tamaño de partícula, red neuronal, distribución granulométrica

Abstract

Modeling of a conical crusher to optimize the operation of a stone aggregates plant.

Modeling for design and simulation is a tool that has gained relevance in the academic and industrial fields, due to the high availability of specialized software. For the specific case of modeling mineral beneficiation crushers, the variables to control are those related to the mechanical configuration of the equipment and the mineralogical characterization of the material. In the present work, the comminution process of a conical crusher of a stone aggregates production plant was modeled and simulated using artificial neural networks. An artificial neural network with Feedforward topology was adopted to simulate the process. Different network configurations were tested with 50 laboratory tests that reported size data at the entrance and exit of the crusher, seeking to optimize the mean square error, the error dispersion and the linear fit of the data, to select the network with data closest to the actual data. The selected model was the network with a combination of 70 - 40 neurons in the hidden layers, obtaining a mean square error of 6.24, a dispersion of the error between the data of 35.05 and a linear adjustment by least squares of 0.99. Once the model was selected, a collection of new size distribution data was carried out at the entrance and exit of the study conical crusher, which were tested in the neural network, achieving an R parameter of 0.999, allowing to conclude that the Trained artificial model can predict the particle size distribution at the exit of a conical crusher for the benefit of stone aggregates.

Keywords: Conical crusher, particle size, neural network, granulometric distribution.

Contenido

	Pág.
Resumen	IX
Abstract	X
Lista de figuras	XIII
Lista de tablas	XIV
Introducción	1
1. Estado del arte	5
1.1 Trituradoras cónicas.....	5
1.1.1 Parámetros de estimación para trituradoras cónicas	6
1.1.2 Variables relevantes del proceso y correlaciones entre ellas	8
1.1.3 Trituradora cónica METSO HP300.....	10
1.2 Revisión de modelos empíricos y/o clásicos para la modelación y simulación de trituradoras	12
1.2.1 Revisión de modelos empíricos y/o clásicos para la modelación y simulación de trituradoras cónicas	17
1.3 Redes neuronales artificiales	19
1.3.1 Aplicaciones de las redes neuronales artificiales	23
1.3.2 Redes neuronales aplicadas en el procesamiento de minerales.....	25
1.3.3 Redes unidireccionales o de propagación hacia adelante (Feedforward)	27
2. Materiales y métodos	29
2.1 Modelos convencionales para distribuciones granulométricas	29
2.1.1 Rosin Rammler.....	29
2.1.2 Gaudin Shumman.....	30
2.2 Modelo matemático de redes unidireccionales o de propagación hacia adelante (Feedforward)	30
3. Resultados y discusión	32
3.1 Aplicación de los modelos convencionales para distribuciones granulométricas	32
3.2 Aplicación del modelo matemático RNA Feedforward para una trituradora cónica HP 300.....	33
3.3 Mediciones granulométricas en planta	35
3.3.1 Gradaciones de entrada a la trituradora.....	36
3.3.2 Gradaciones de salida de la trituradora	37
3.4 Modelación y distribución granulométrica del fabricante.....	39

XII Modelación de una trituradora cónica para la optimización de la operación de una planta de agregados pétreos

3.5	Modelo matemático de RNA propuesto.....	42
3.6	Entrenamiento del modelo matemático de RNA propuesto	46
3.7	Validación del modelo matemático de RNA propuesto.....	50
3.7.1	Análisis comparativo entre los datos experimentales y los obtenidos en el modelo.....	50
4.	Conclusiones y recomendaciones	54
4.1	Conclusiones	54
4.2	Recomendaciones	55
A.	Anexo: Código 1, entrenamiento de las RNA.....	57
B.	Anexo: Código 2, validación de la RNA seleccionada	59
C.	Anexo: Poster EXPO Ingeniería 2022	60
	Bibliografía	61

Lista de figuras

	Pág.
Figura 1-1: Esquema del ensamble y modo de conminución de la trituradora de cono....	6
Figura 1-2: Tipos de cámara en trituradoras cónicas.....	9
Figura 1-3: Cono METSO HP300.....	10
Figura 1-4: Abertura de descarga de la trituradora en posición cerrada (CSS).....	11
Figura 1-5: Modelo estructural de Reid (1965).....	15
Figura 1-6: Modelo estructural de Whiten (1972).....	15
Figura 1-7: Función de clasificación (C).....	16
Figura 1-8: Ilustración de un modelo de neurona artificial.....	21
Figura 1-9: Diagrama esquemático del modelo de red de avance de múltiples capas ...	22
Figura 1-10: Procesamiento simplificado de RNA.....	23
Figura 2-1: RNA tipo Feedforward Vs RNA Recurrent.....	31
Figura 3-1: Grafico R-R ajustado para la distribución granulométrica a la salida del cono	32
Figura 3-2: Grafico G-S ajustado para la distribución granulométrica a la salida del cono	33
Figura 3-3: Esquema arquitectura de la RNA empleada.....	34
Figura 3-4: Tamices empleados	36
Figura 3-5: Ensayos en laboratorio de distribuciones granulométricas	36
Figura 3-6: Gráficos de las distribuciones granulométricas a la entrada y a la salida de la trituradora cónica HP300.....	39
Figura 3-7: Parametrización y simulación software BRUNO-METSO Planta de beneficio mineral Línea 1 (Mincivil S.A.).....	40
Figura 3-8: Curva granulométrica a la salida de la trituradora cónica HP 300 suministrada por el fabricante para un setting de 16 mm.....	42
Figura 3-9: Arquitectura de la RNA seleccionada	43
Figura 3-10: Red neuronal FeedForward (Arquitectura con 2 capas ocultas)	44
Figura 3-11: Rendimiento de validación del error cuadrático medio para etapas de entrenamiento sucesivas.....	47
Figura 3-12: Histograma de la dispersión del error entre los datos de salida obtenidos y los deseados (salidas objetivo).....	48
Figura 3-13: Gráficos de ajuste lineal por mínimos cuadrados.	49
Figura 3-14: Curvas granulométricas a la salida de la trituradora cónica con los datos reales Vs los resultados de la red.....	52
Figura 3-15: Correlación objetivos y resultados RNA.....	52

Lista de tablas

	Pág.
Tabla 1-1: Cámaras de trituración.....	11
Tabla 1-2: Resumen de trabajos relacionados con la trituradora de cono organizados por la institución del primer autor.	18
Tabla 3-1: Combinaciones de neuronas por capa para la RNA tipo Feedforward.....	34
Tabla 3-2: Ejemplo distribución granulométrica obtenida a la entrada de la trituradora cónica	37
Tabla 3-3: Ejemplo distribución granulométrica obtenida a la salida de la trituradora cónica	38
Tabla 3-4: Distribución granulométrica a la salida de la trituradora cónica HP 300 suministrada por el fabricante para un setting de 16 mm.	41
Tabla 3-5: Comparativo entre la configuración de redes neuronales entrenadas.....	46
Tabla 3-6: Comparativo datos de salida real en la trituradora cónica HP 300 Vs. Datos de salida de RNA.	51

Lista de ecuaciones

	Pág.
Ecuación 1-1: Ecuación de Kick.....	13
Ecuación 1-2: Ecuación de Rittinger.....	13
Ecuación 1-3: Ecuación de Bond	34
Ecuación 2-1: Modelo de Rosin-Rammler.....	29
Ecuación 1-3: Modelo de Gaudin-Shumman.....	30
Ecuación 3-1: Ecuaciones para una RNA FeedForward con dos capas ocultas.....	44

Introducción

La modelación y simulación de procesos industriales usando técnicas computacionales son herramientas que permiten reproducir virtualmente su comportamiento, con el objeto de analizar el impacto de las distintas variables que puedan intervenir en el mismo, o para comparar diferentes alternativas de diseño, sin el alto costo de los experimentos a escala real. Esto es de gran ayuda a la hora de disminuir los riesgos y optimizar la toma de decisiones, así como para planificar, analizar y mejorar los procesos de la empresa[1].

Este proyecto se desarrolla en una planta de producción de agregados pétreos ubicada en el municipio de Girardota (Antioquia). Es una planta donde se beneficia el mineral extraído de antiguas laderas del río Medellín para luego entregar arena y triturado para la formulación de hormigones. Dicha planta es propiedad de la empresa Mincivil S.A.

El proyecto surge por la necesidad de prever cambios en los materiales vendidos debido a las variaciones que se puedan generar en la materia prima, es decir el material proveniente de la mina. Nació con el objetivo de modelar y simular la operación de varios equipos de la planta, para así poder tener un mayor control tanto del proceso como del producto.

El desarrollo del trabajo tiene como objetivos específicos:

1. Revisión del estado del arte, con los parámetros de estimación para trituradoras, variables relevantes del proceso, y casos exitosos con modelos empíricos y/o clásicos, aunque los modelos matemáticos elaborados hasta el momento describen lo que ocurre en una distribución granulométrica a la entrada o a la salida del proceso, pero ninguna describe lo que ocurre internamente dentro del equipo de trituración para que se obtenga una determinada distribución de tamaños.

2. Proponer un modelo matemático basado en Redes Neuronales Artificiales, usando la herramienta Matlab®, de la empresa Mathworks para que describa y prevea la reducción de tamaño en una trituradora cónica. Para este modelo matemático, basado en los paradigmas de la inteligencia artificial y el aprendizaje de máquina, se emplean datos reales de la planta, para el proceso de entrenamiento.
3. Realizar un análisis comparativo entre los datos experimentales y los predichos por el modelo, lo que implica confrontar a este con información de operación del sistema real, para el ajuste gradual de sus parámetros matemáticos (pesos) internos.

La problemática que trata de resolver el presente trabajo se relaciona con la modelación y simulación de la operación de una trituradora cónica para producir una distribución granulométrica adecuada a la salida, que permita determinar las variables operativas para obtener un producto que cumpla con una especificación requerida.

1.Estado del arte

1.1 Trituradoras cónicas

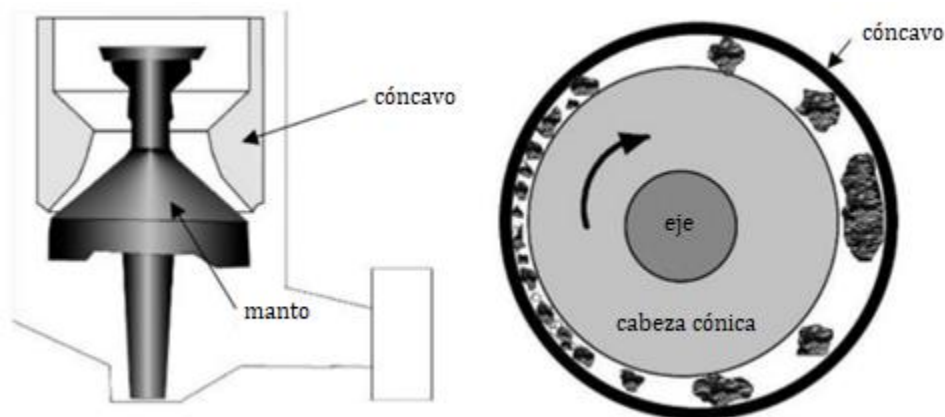
La trituradora cónica ha recibido atención durante varias décadas por al menos dos razones. En primer lugar, como todas las operaciones de beneficio de minerales, la trituración consume bastante energía eléctrica. En segundo lugar, las especificaciones granulométricas en la descarga de la trituradora son importantes independientemente de si se trata del producto final de la planta, o de un procesamiento posterior. En este último caso, las variaciones en el producto triturado pueden causar problemas, por ejemplo, en la etapa de molienda[2].

Las trituradoras cónicas realizan reducción de tamaño en las que el diámetro del mineral se reduce de 250 mm a menos de 30 mm aproximadamente, tanto en la industria de procesamiento de minerales, como en la de extracción de canteras, generando una razón de reducción entre 6:1 a 8:1 y excepcionalmente más grandes hasta 10:1. Las principales diferencias son que, en la industria de las canteras, (i) el producto de un circuito de trituración es el producto final (el material triturado puede procesarse más en la industria de procesamiento de minerales), (ii) el producto final tiene un valor relativamente menor que el producto de la industria de procesamiento de minerales, y (iii) el producto final debe cumplir requisitos estrictos, tanto en la forma como en la distribución del tamaño de las partículas. Por lo tanto, la industria de las canteras ha buscado tecnología de trituración avanzada y estrategias de control de procesos para maximizar las ganancias[3].

El diseño de este grupo de trituradoras básicamente consiste en un arreglo conformado por dos superficies cónicas, una de ellas denominado manto fijo y la otra manto móvil o cabeza de fractura la cual se encuentra en el interior del manto fijo (Figura 1-1), ambas separadas entre sí por una distancia determinada según el tamaño de partícula promedio

establecido por los requerimientos de la producción. El manto móvil está soportado por un arreglo mecánico que le permite girar de manera excéntrica respecto al manto fijo. El mecanismo de reducción de tamaño del material alimentado se da principalmente por un proceso de compresión al cual se encuentran sometidas las partículas rocosas entre las dos superficies de los mantos, esto combinado con la disminución cíclica de la distancia entre los mantos debido al movimiento excéntrico del manto móvil. La diferencia de los ángulos y por lo tanto de la pendiente entre el ensamble de las dos superficies cónicas, permite no sólo que las partículas se deslicen y queden atrapadas continuamente sino que también sean retenidas por tiempos más prolongados lo que permite una reducción efectiva del material a tamaños de partícula más finos[4].

Figura 1-1: Esquema del ensamble y modo de conminución de la trituradora de cono.



Fuente: "Mineral Processing Design and operations, Gupta & Yan pag. 155 y 157- second edition Elsevier, ISBN: 978-0-444-63589-1, 2016".

1.1.1 Parámetros de estimación para trituradoras cónicas

La trituración secundaria requiere alimentaciones más finas, ya que ocupa el segundo escalón de la trituración, lo que significa tamaños comprendidos entre 150 y 350 mm en la denominación de Hukki, o tamaños de salida de los equipos de fragmentación entre 25 y 60 mm considerados gruesos en la denominación más habitual de productos de cantera[5].

Se necesita energía para fracturar una partícula, a través de la aplicación de fuerzas de contacto. La disipación energética en la fractura de una sola partícula es una variable aleatoria. Cada partícula requerirá una cantidad diferente de energía dependiendo de la

distribución de los tamaños de los defectos y del proceso de fractura (tasa de aplicación de tensión, orientación de la partícula en el campo de tensión, etc.)[6].

El efecto del diseño de la salida y la forma de trabajo del equipo, zona paralela y revoluciones altas hace que los minerales no puedan salir sin haber sido triturados al menos una vez. Con esto se asegura que, al menos, una de las dimensiones de la partícula es igual o inferior a la dimensión del set en posición cerrada[5].

Los conos se designan, normalmente, por el diámetro inferior del cabeza expresado en mm o pulgadas en el sistema inglés. El efecto de tratar tamaños medianos o pequeños y alta velocidad de rotación (efectos de deslizamiento y fricciones) hace que el desgaste sea fuerte, por lo que es necesario recubrir la cabeza y el cóncavo con acero al manganeso y a veces endurecido por golpeo[5].

El mecanismo de regulación de la abertura consiste en una pieza roscada que soporta el cóncavo y que va unida a la estructura soporte. Variando el roscado se modifica la distancia de la cabeza al cóncavo. La dimensión de la abertura de entrada de la trituradora de cono (*"Gape"*) en etapa secundaria debe ser 1.1 veces el mayor fragmento de mineral que va a admitir. La distribución granulométrica de la alimentación debería cumplir que un 80% de la misma sea inferior al 70% del tamaño de abertura, aproximadamente[5].

El mecanismo de seguridad ante intritrables lo constituye, para el modelo con sistema hidráulico, un absorbedor o recuperador de expansiones formado por un sistema, depósito de nitrógeno y un sistema de corona de muelles pretensados que soporta el cóncavo. Los muelles ceden ante un intriturable y posteriormente recuperan la posición. Para tamaños pequeños en torno a 30 y 40 mm, estas máquinas son sensibles a intritrables de este orden de magnitud, como pueden ser tornillos o tuercas, que son más frecuentes que intritrables grandes y más fáciles de eliminar del circuito de trituración como pueden ser barras de perforación partidas[5].

La granulometría de los productos se obtiene mediante las curvas características que entregan, normalmente, los fabricantes. Para entrar en las curvas se ha de tener en cuenta el tanto por ciento de paso por una malla cuadrada igual a la regulación, y que en estos equipos se mide en la posición cerrada[5].

1.1.2 Variables relevantes del proceso y correlaciones entre ellas

Los conos por la forma del cóncavo y la cabeza tienen una menor capacidad de producción a medida que se disminuye la abertura de la boca por lo que es necesario instalar una batería en paralelo para dar altas producciones[5].

La excentricidad es mayor que en los equipos que hacen la trituración primaria pero también la frecuencia de giro (expresada en r.p.m.), consiguiendo así que ninguna partícula pueda salir sin ser triturada en la parte recta de la descarga. La velocidad de giro es inversamente proporcional al tamaño de alimentación. Esta combinación entre recorrido y velocidad de rotación hace que exista mayor agitación dentro de la cámara y se facilite la trituración por choque entre partículas y la descarga o avance de la carga. Estas máquinas son sensibles a la humedad por lo indicado anteriormente y a la pegajosidad de los minerales[5].

Los datos de fractura de una partícula aislada muestran que una mayor cantidad de energía absorbida por la partícula conduce a un tamaño promedio más fino de la población del producto. Esto admite la formulación del concepto de absorción de energía por parte de una población de partículas y la absorción continua de energía a medida que la distribución de tamaños cambia a tamaños cada vez más finos[6].

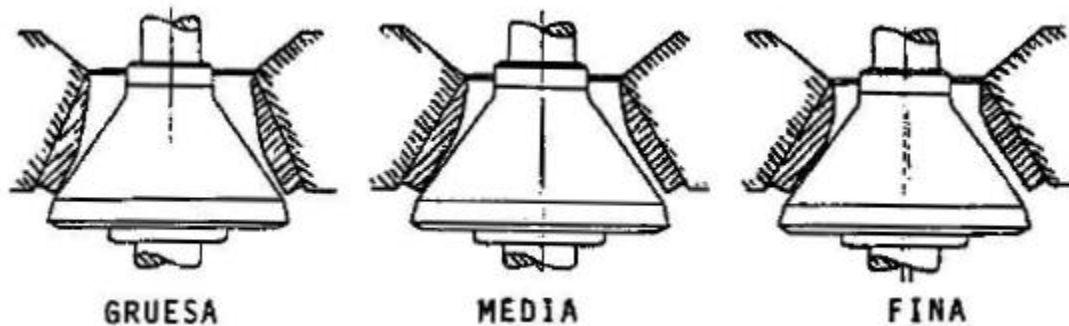
Los sistemas con soporte hidráulico tienen una ventaja frente a los mecánicos, de poder descender notablemente la cabeza para vaciar la cámara cuando ha quedado llena por una parada imprevista. Las trituradoras deben ponerse en operación, como norma general, con la cámara vacía para evitar los paros de arranque y sobre tensiones excesivas en el motor, incluso roturas de partes mecánicas[6].

El triturador ante intriturbables, como tuercas, además de activar el mecanismo correspondiente, está sujeto a mayores tensiones mecánicas y tiene un efecto perjudicial para la fragmentación, pues esta actuación permite pasar elementos no fragmentados de mayor tamaño, contaminando el proceso del equipo y apareciendo en el producto una mayor cantidad de sobre tamaños. Debido a lo anterior se aconseja, la instalación de detectores y eliminadores de intriturbables metálicos[6].

La razón de reducción oscila en trituradoras cónicas entre 6 a 8, cuando trabajan en la trituración secundaria y disminuye, de 2 a 3, cuando realizan trituración terciaria o más fina (escalón de molienda gruesa). La forma de los granos es generalmente cúbica, la alimentación debe ser regular (cribada) y se debe trabajar a cámara llena para dar buenos resultados y un desgaste uniforme de las placas de desgaste[6].

Los conos pueden modificar el diseño de las cámaras y montar sobre una misma estructura diferentes camisas para adaptarse a las necesidades de producción; así existen conos de cabeza estándar o conos de cabeza corta y para ambos la cámara puede ser con salida fina, media, gruesa o extra gruesa (Figura 1-2)[6].

Figura 1-2: Tipos de cámara en trituradoras cónicas.



Fuente: "Crushers_2005_Wills-Mineral-Processing-Technology-Seventh-Edition"

La elección del tipo de cámara se efectúa en relación con el tamaño del producto y a la finura deseada del triturado[5].

Factores como alimentación con distribución uniforme (360°), la correcta selección de la cámara de trituración, instalaciones de control hidráulico, que la parte de la descarga se encuentre libre, que la banda transportadora se adapte a la capacidad máxima de tratamiento de la trituradora y la correcta selección del clasificador, elevan la capacidad de producción de la trituradora cónica[5].

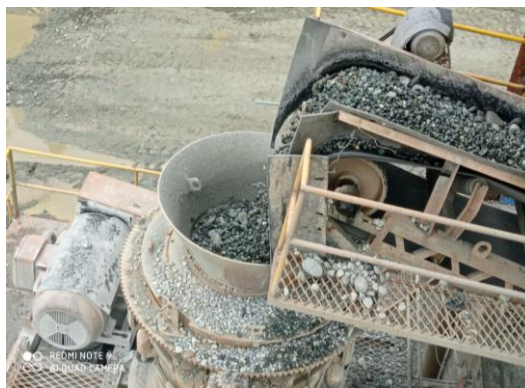
Variables como alimentación con porcentaje de finos superior al 10%, materiales viscosos en el alimento, poca uniformidad en la distribución de la alimentación, no usar la potencia recomendada, capacidad de la tamización del sistema insuficiente, obstáculos en la

descarga de la trituradora y materiales demasiado duros o tenaces, disminuyen la capacidad de producción de la trituradora cónica[5].

1.1.3 Trituradora cónica METSO™ HP300

Los conos HP (alto rendimiento) de Metso Minerals™ proporcionan una combinación entre la excentricidad, la velocidad y la cámara de trituración. El aumento de velocidad y excentricidad en el diseño de estos conos se evidencia en un aumento de la producción pasante. La utilización del HP a baja velocidad permite adaptar la curva de salida del cono produciendo menos finos y un mayor porcentaje de productos comercializables; los conos HP se adaptan a los diferentes tipos de industria minera (Figura 1-2)[7].

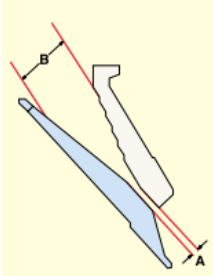
Figura 1-3: Cono METSO HP300.



Fuente: Registro propio

El principio de trituración de los conos HP ofrece una curva de salida regular y una relación de aspecto muy cercana a 1". El hecho de poseer un reglaje mecánico fijo en lugar de un eje flotante permite mantener una estabilidad de reglaje y una precisión a todo lo largo del circuito. La ventaja de una taza en rotación se confirma en la práctica permitiendo conservar un reglaje idéntico sobre toda la circunferencia de la cámara de trituración (Tabla 1-1). Además, el sistema de protección contra intritrables asegura el regreso instantáneo al reglaje inicial del molino tras el paso de un intriturable. La fuerza de la trituración del cono HP permite obtener un coeficiente de reducción elevado y un producto más fino con menos etapas de trituración, y por tanto reducir los costes de inversión y explotación [8].

Tabla 1-1: Cámaras de trituración.



1 El reglaje "A" mínimo puede variar según las características de los materiales y de la velocidad de giro del molino

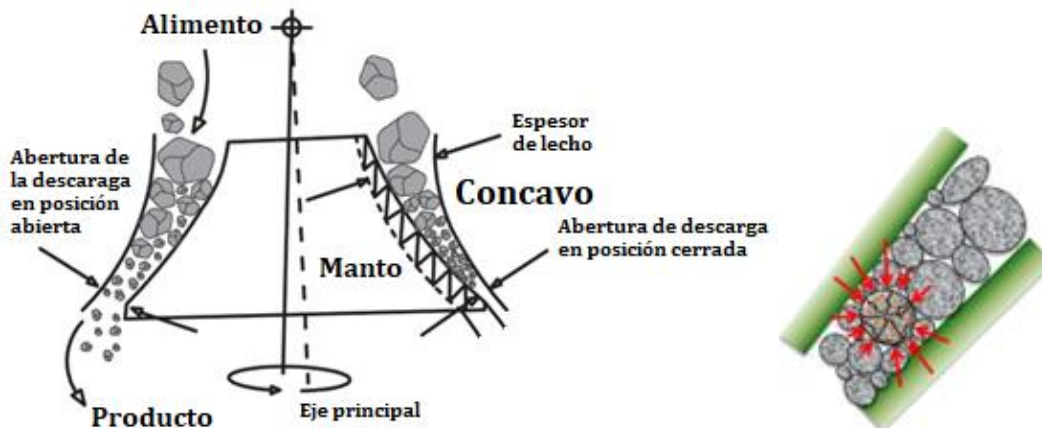
2 Apertura de alimentación "B" correspondiente al reglaje mínimo "A"

Tamaño de molino	Cámara	STANDARD		CABEZA CORTA	
		Reglaje Mínimo "A"	Apertura de alimentación "B"	Reglaje Mínimo "A"	Apertura de alimentación "B"
HP100	Extra Fina			6 mm (0.24")	20 mm (0.79")
	Fina			9 mm (0.35")	50 mm (1.97")
	Media			9 mm (0.35")	70 mm (2.76")
	Gruesa			13 mm (0.51")	100 mm (3.94")
	Extragruesa			21 mm (0.83")	150 mm (5.91")
HP200	Extra Fina			6 mm (0.24")	25 mm (0.98")
	Fina	14 mm (0.55")	95 mm (3.74")	6 mm (0.24")	25 mm (0.98")
	Media	17 mm (0.67")	125 mm (4.92")	6 mm (0.24")	54 mm (2.13")
	Gruesa	19 mm (0.75")	185 mm (7.28")	10 mm (0.39")	76 mm (2.99")
	Extragruesa				
HP300	Extra Fina			6 mm (0.24")	25 mm (0.98")
	Fina	13 mm (0.51")	107 mm (4.21")	6 mm (0.24")	25 mm (0.98")
	Media	16 mm (0.63")	150 mm (5.91")	8 mm (0.31")	53 mm (2.09")
	Gruesa	20 mm (0.79")	211 mm (8.31")	10 mm (0.39")	77 mm (3.03")
	Extragruesa	25 mm (0.98")	233 mm (9.17")		
HP400	Extra Fina			6 mm (0.24")	30 mm (1.18")
	Fina	14 mm (0.55")	111 mm (4.37")	6 mm (0.24")	40 mm (1.57")
	Media	20 mm (0.79")	198 mm (7.80")	8 mm (0.31")	52 mm (2.05")
	Gruesa	25 mm (0.98")	252 mm (9.92")	10 mm (0.39")	92 mm (3.62")
	Extragruesa	30 mm (1.18")	299 mm (11.77")		
HP500	Extra Fina			6 mm (0.24")	35 mm (1.38")
	Fina	16 mm (0.63")	133 mm (5.24")	8 mm (0.31")	40 mm (1.57")
	Media	20 mm (0.79")	204 mm (8.03")	10 mm (0.39")	57 mm (2.24")
	Gruesa	25 mm (0.98")	286 mm (11.26")	13 mm (0.51")	95 mm (3.74")
	Extragruesa	30 mm (1.18")	335 mm (13.19")		
HP800	Extra Fina				
	Fina	16 mm (0.63")	219 mm (8.62")	5 mm (0.20")	33 mm (1.30")
	Media	25 mm (0.98")	267 mm (10.51")	10 mm (0.39")	92 mm (3.62")
	Gruesa	32 mm (1.26")	297 mm (11.69")	13 mm (0.51")	155 mm (6.10")
	Extragruesa	32 mm (1.26")	353 mm (13.90")		

Fuente: "Nordberg® HP300TM cone crusher - Metso Outotec." <https://www.mogroup.com/portfolio/nordberg-hp-series/nordberg-hp300/> (accessed Dec. 02, 2022).

Para una producción dedicada a la arena se debe considerar una alimentación máxima de 40 mm. Para evitar el giro de la cabeza un porcentaje de partículas gruesas facilitan la trituración (14-25 mm, por ejemplo). Cuando la abertura de descarga de la trituradora en posición cerrada (Close Site Setting – CSS) es menor al 30% la alimentación se considera en terciario; para un CSS mayor al 50% alimentación en cuaternario (Figura 1-3)[8].

Figura 1-4: Abertura de descarga de la trituradora en posición cerrada (CSS).



Fuente: A. S. Yamashita, A. Thivierge, and T. A. M. Euzébio, "A review of modeling and control strategies for cone crushers in the mineral processing and quarrying industries," *Minerals Engineering*, vol. 170. Elsevier Ltd, Aug. 15, 2021, doi: 10.1016/j.mineng.2021.107036.

1.2 Revisión de modelos empíricos y/o clásicos para la modelación y simulación de trituradoras

La modelación de la operación de trituración tiene como objetivo obtener diferentes funciones que relacionan su configuración con las características de los productos en la descarga. En el caso de las trituradoras cónicas, las variables más empleadas para describir el funcionamiento del equipo son: el consumo de energía, la capacidad de alimentación, así como las secuencias de arranque y parada [10].

Los métodos de modelación en sistemas de conminución pueden usarse para predecir la distribución cuando un mineral se rompe de manera aleatoria y no hay otros procesos involucrados que cambien la composición de la población de partículas. En específico, no debe haber una selección preferencial de tipos de partículas durante todo el proceso de trituración [11].

La discusión del estado actual de las tecnologías de control y modelado de circuitos de trituración consolida los resultados disponibles en la literatura, así como los desafíos que se deben superar para incrementar el rendimiento de la trituración a través del control y la optimización. La discusión de las tendencias futuras llama la atención sobre el control basado en modelos y las aplicaciones de aprendizaje automático para la adquisición de datos y la mejora de procesos [3].

Para trabajar en la modelación del proceso de trituración, se debe tener en cuenta generalmente: las características de liberación del material, que se rigen principalmente por la textura petrográfica, así como de las características de la máquina trituradora. A pesar de las complejidades se han desarrollado modelos útiles que han demostrado ser exitosos, mostrando qué tipo de partículas se generarán cuando una sola partícula se rompe en un entorno de trituración [12].

En términos energéticos, existen tres modelos clásicos empleados para describir la operación de sistemas de reducción de tamaño: Kick, Bond y Rittinger[9].

La Ecuación de Kick, (1-1) se utiliza para calcular la energía necesaria para triturar un material, y está definida por la siguiente expresión:

Ecuación 1-1: Ecuación de Kick

$$E = \frac{2}{1.5} * m * \frac{\ln\left(\frac{s_1}{s_2}\right)}{\sigma} \quad (1 - 1)$$

Donde:

E es la energía necesaria para la trituración en Joules

m es la masa del material en kg

s₁ es el tamaño inicial del material en mm

s₂ es el tamaño final del material en mm

σ es la constante de la ecuación (depende del material)

Ecuación de Rittinger (1-2) se utiliza para calcular la energía necesaria para triturar un material con un tamaño inicial muy pequeño, y viene definida por la siguiente expresión:

Ecuación 1-2: Ecuación de Rittinger

$$E = K * \left(\frac{-1}{s_1} + \frac{1}{s_2} \right) \quad (1 - 2)$$

Donde:

E es la energía necesaria para la trituración en Joules

K es una constante de la ecuación (depende del material)

s₁ es el tamaño inicial del material en mm

s₂ es el tamaño final del material en mm

Y la Ecuación de Bond (13) que se usa para calcular el trabajo necesario para triturar un material, y se expresa de la siguiente manera:

Ecuación 1-3: Ecuación de Bond

$$W = 10 * W_i * \left(\frac{1}{p_{80}} - \frac{1}{f_{80}} \right) \quad (1 - 3)$$

Donde:

W es el trabajo necesario para la trituración en kWh/t

W_i es el índice de trabajo de Bond en kWh/t

p₈₀ es el tamaño del material que pasa por el 80% del tamiz en mm

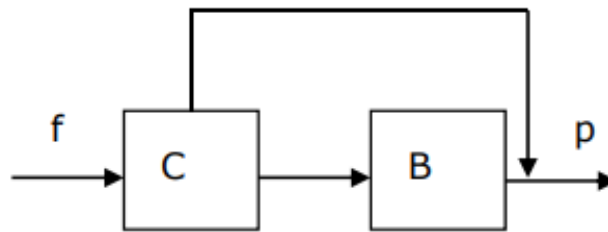
f₈₀ es el tamaño del material que pasa por el 80% del tamiz de alimentación en mm

Existen otros modelos bastante difundidos en la modelación del desempeño de sistemas de reducción de tamaño basados en el balance de la población de partículas. En su esencia, estos métodos consideran que el proceso de reducción de tamaño básicamente contiene dos elementos: a) el evento de fractura representado por la función de distribución de la fragmentación, b) el proceso de fractura, representado por la función de clasificación [11]. La función de clasificación (C) se refiere básicamente a los eventos continuos y constantes que acontecen en la etapa de fragmentación, por efecto de la trituradora, hacia las partículas de mineral alimentado, con la probabilidad de ser clasificado para su posterior fractura [13]. La esencia de la fragmentación en los trituradores de cono y de mandíbulas; ha sido ampliamente utilizada en la modelación del proceso de trituración en trituradoras de cono, trituradoras de martillo, y para la trituración en rodillos. Para determinar los elementos de la matriz diagonal en la función de clasificación, se emplea, por lo general, una función de tamaño de partícula $C(x_i)$, la cual proporciona la probabilidad de una partícula de tamaño (x_i) de entrar en la fragmentación del triturador. Para describir esta función, en la trituración en cono, se utiliza una función de probabilidad dependiente del tamaño de las partículas. Los parámetros de esta función dependen de la apertura de descarga de las trituradoras [11].

La función de fractura (B) representa proporcionalmente las partículas de tamaño inicial, y que luego aparecen en la progenie de tamaños menores, después de la fragmentación. Además, la distribución granulométrica obtenida después de la fragmentación de una

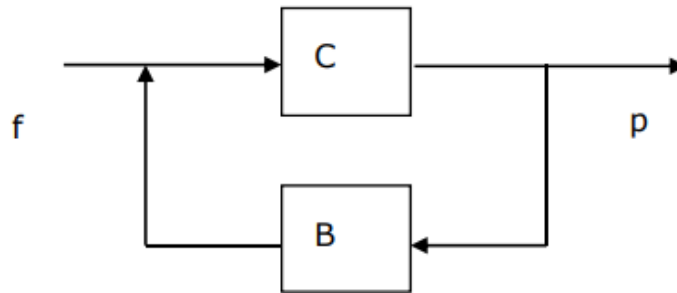
partícula, se ha supuesto ser independiente del tamaño inicial de la misma[10]. Para la descripción matemática de la función de fractura se han propuesto diferentes expresiones matemáticas, como por ejemplo el modelo de fragmentación simple, donde f es el alimento y p es el producto (Reid, 1965) representado en la Figura 1-4, y el modelo estructural (Whiten, 1972), donde las partículas pueden someterse a varios eventos de fragmentación y f también representa el alimento y p el producto (Figura 1-5)[9].

Figura 1-5: Modelo estructural de Reid (1965).



Fuente: A. Coello Velázquez, J. Hechavarría Pérez, L. O. Castellanos Pérez, and J. M. Menéndez Aguado, "Modelación matemática de la fragmentación en los trituradores de cono y de rodillos usando el modelo de Whiten (1972) modificado," *Minería y Geol.*, vol. 33, no. 4, pp. 363–379, 2017.

Figura 1-6: Modelo estructural de Whiten (1972).



Fuente: A. Coello Velázquez, J. Hechavarría Pérez, L. O. Castellanos Pérez, and J. M. Menéndez Aguado, "Modelación matemática de la fragmentación en los trituradores de cono y de rodillos usando el modelo de Whiten (1972) modificado," *Minería y Geol.*, vol. 33, no. 4, pp. 363–379, 2017.

Debido a las características de la cámara de fractura en las trituradoras, las cuales mantienen en la descarga una abertura permanente bien sea en posición cerrada o en posición abierta, se ha identificado un fenómeno de clasificación interna, o función de clasificación interna $C(x)$. En este sentido, las partículas más finas respecto a la apertura de descarga de la trituradora no sufrirán ninguna alteración (no fragmentados), por lo que la clasificación interna se denota con un valor cero ($C(x) = 0$); así mismos fragmentos con

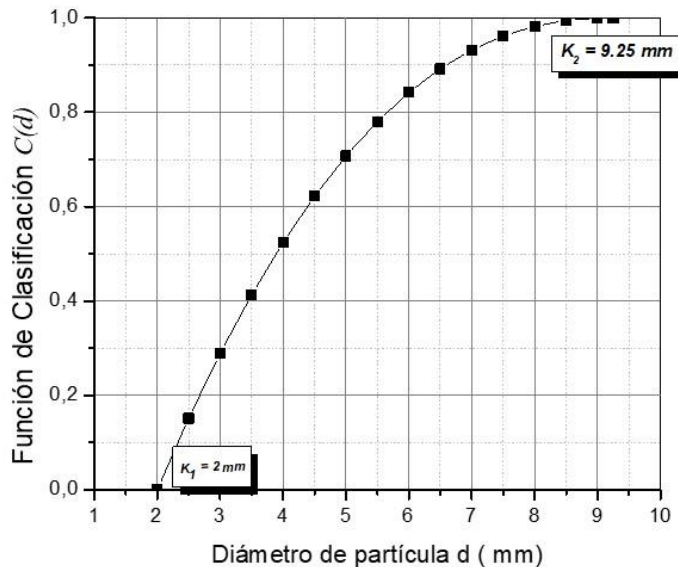
tamaños más grandes y cercanos a la dimensión del Gape serán fragmentadas equivalente a un valor de uno ($C(x) = 1.0$).

Por otro lado, las partículas de tamaño intermedio, que por su forma aplanada o alargada y ligada a los eventos de fragmentación, tendrán la probabilidad de ser fragmentados (Figura 1-6), donde d es el tamaño de partícula. Los fragmentos grandes a intermedios suelen ser fracturados, generalmente lo hacen en más de un evento y en la continuidad se irán complementando y distribuyendo de acuerdo con el grado de tamaños generados en tal proceso de conminución[10].

$$C(x) = 1 - \left[\frac{d_i - K_2}{K_1 - K_2} \right]^n \quad n \sim 2.0 \quad \begin{cases} K_1 \approx (0.5 - 0.95) * CSS \\ K_2 \approx (1.7 - 3.5) * CSS + d^* \end{cases}$$

Con $d^* \rightarrow 0$ en trituradoras cónicas

Figura 1-7: Función de clasificación (C).



Fuente: E. A. Pérez Matos, M. A. Osorio Maza, Z. E. Ruiz Mostacero, and L. Alvarado Jaramillo, "Modelamiento Matemático Aplicado a Conminución," *Rev. Cient. Tec.*, vol. 24, no. 1, p. 75, 2017, doi: 10.21754/tecnia.v24i1.34.

Algunas investigaciones y trabajos previos han adoptado modelos como el de Nikolov, J. Hechavarria, A. Coello, R. Laborde, J. Menéndez, con el que se determinó el comportamiento de la función de clasificación y de distribución de la fragmentación de la zeolita, utilizando una instalación de prueba a escala de laboratorio, basados en el balance

de población de partículas (Nikolov et.al.,2008)[11]. J. Hechavarria, L. Castellanos y J. Menéndez acogen el modelo de Whiten, para evaluar los eventos y procesos de fractura en los trituradores de cono y de rodillos, modificando la función de distribución de la fragmentación, la cual fue sustituida por un algoritmo elaborado en Matlab, como recurso para la determinación de los parámetros de fractura (J.Hechavarria et.al.,2017)[12].

McCoy y Auret (2019) informaron sobre algunas aplicaciones de las herramientas de aprendizaje automático en la industria del procesamiento de minerales y teorizaron sobre las necesidades actuales y las aplicaciones futuras en esta área. La mayoría de los trabajos basados en modelos y métodos en la industria de procesamiento de minerales están relacionados con la detección de fallas y la optimización económica. En el mismo sentido, Hulth (2010), Hulth y Evertsson (2008, 2009, 2011, 2010) utilizaron datos de proceso para realizar la optimización en tiempo real de la trituración de cono manipulando tanto la apertura del lado cerrado (CSS) como la velocidad excéntrica[3].

Simular el proceso de conminución en un equipo de trituración, se debe realizar en función de la granulometría de entrada, y del proceso de reducción de tamaño que sufre el material dentro del equipo. Para cada variación en el alimento, se obtendrá un producto distinto. Así mismo, los resultados obtenidos se pueden utilizar como una herramienta importante para monitorear cambios en la materia prima proveniente de la mina, llegando a definir y determinar el desempeño operativo del equipo[13].

1.2.1 Revisión de modelos empíricos y/o clásicos para la modelación y simulación de trituradoras cónicas

Los modelos de balance poblacional en trituradoras cónicas se deben considerar como eventos probabilísticos y periódicos de rotura, y la creación de partículas más pequeñas que afectan el comportamiento de las partículas dentro del equipo. En la literatura, esto se aborda mediante funciones de rotura, selección y clasificación[3].

Actualmente se cuenta con trabajos publicados, que van desde 1972 a 2020, que discuten con respecto a la formulación de modelos matemáticos de predicción y simulación granulométrica, es decir, modelos de equilibrio poblacional, modelos empíricos o modelos basados en datos y estrategias de control, para tratar de determinar las condiciones

óptimas de trabajo de un triturador. A continuación, se presenta un resumen de trabajos relacionados con las trituradora de cono organizados por la institución del primer autor (Tabla 1-2)[3].

Tabla 1-2: Resumen de trabajos relacionados con la trituradora de cono organizados por la institución del primer autor.

Institution	Country	Number of papers
Chalmers University of Technology	Sweden	32
Tampere University of Technology	Finland	8
Luleå University of Technology	Sweden	4
Shanghai Jiao Tong University	China	3
Universidad de Concepción	Chile	2
Instituto Tecnológico Vale	Brazil	2
Metso Corporation	Finland	1
Hammersley Iron Pty. Ltd.	Australia	1
University of Miskolc	Hungary	1
Loughborough University of Technology	UK	1
Pegson Ltd.	England	1
University of Queensland	Australia	1
Mount Isa Mines Ltd.	Australia	1
University of Utah	USA	1
University of Porto	Portugal	1
Bougainville Copper Ltd.	New Guinea	1
Majdanpek Copper Mine	Yugoslavia	1
University of Western Australia	Australia	1
Pontificia Universidad Católica de Chile	Chile	1
FLSmidth A/S	Denmark	1
University of Chile	Chile	1
Boliden Allis	Sweden	1

Fuente: A. S. Yamashita, A. Thivierge, and T. A. M. Euzébio, "A review of modeling and control strategies for cone crushers in the mineral processing and quarrying industries," *Minerals Engineering*, vol. 170. Elsevier Ltd, Aug. 15, 2021, doi: 10.1016/j.mineng.2021.107036.

Varios enfoques para el modelado de trituradoras de cono están disponibles en la literatura. Whiten (1972) utilizó el balance de masas, así como matrices de clasificación y rotura para modelar un circuito de trituración. El modelo de Whiten fue ampliado por Lynch (1973) para incluir la predicción de corriente eléctrica para la trituradora. Whiten introdujo también ecuaciones de rotura de partículas adicionales para ofrecer modelos alternativos para validar datos de trituración de diferentes minas. Andersen (1975) amplió la función de clasificación de Whiten para incluir las características del revestimiento de la trituradora y utilizó t_{10} , el porcentaje de producto que pasa a través de un tamiz con un tamaño igual a una décima parte del tamaño de la partícula original, para predecir la rotura. En el modelo presentado por Evertsson (2008), la relación de compresión, un parámetro calculado a

partir de los datos de la geometría de la trituradora de cono ayuda a determinar las matrices de rotura y clasificación[14].

Gang y Col. (2009) propusieron un modelo heurístico del rendimiento de la trituradora de cono y la descamación del producto basado en la geometría de la cámara de trituración, la velocidad de rotación, el arnés del material y la densidad aparente del producto final. El modelo se validó mediante pruebas a escala real. Los modelos de distribución del tamaño de partícula del producto y de forma de partícula se combinaron para obtener un modelo de predicción de escamas. Se estudió la optimización de las trituradoras de cono considerando el caudal de salida como función objetiva y los modelos de descamación y tamaño de partícula como limitaciones[3].

Herbst y Oblad (2011) propusieron un enfoque diferente, en el que la cámara de trituración se divide en varias zonas. Utilizaron diferentes parámetros de rotura y selección en cada zona, posteriormente, estos autores también introdujeron modelos de consumo de corriente y potencia. Los intentos de modelado aún más detallados consisten en utilizar modelos basados en el método de elementos discretos. Aprovechando los aumentos en el poder computacional, esta técnica numérica ahora también se usa para modelar el comportamiento dinámico de las trituradoras de cono[14].

Desde una perspectiva práctica, el modelo de trituradora de cono propuesto por Whiten proporciona un compromiso razonable entre representativo y simple. Los modelos más complejos pueden requerir información sobre la geometría de la trituradora, y el cálculo posterior requiere mucho tiempo. La investigación sobre el desarrollo de control avanzado, las aplicaciones de inteligencia artificial y la comparación de esquemas de optimización, se ha basado en el modelo de Whiten[14].

1.3 Redes neuronales artificiales

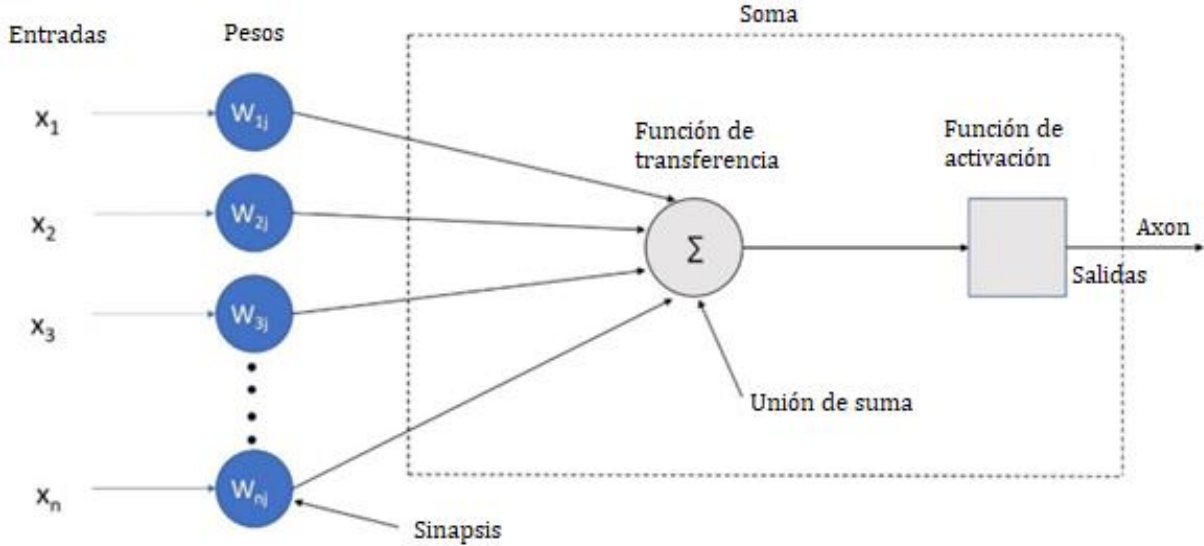
Las redes neuronales artificiales (RNA), están inspiradas en las redes neuronales biológicas del cerebro humano. Están constituidas por elementos que se comportan de forma similar a la neurona biológica en sus funciones más comunes. Estos elementos están organizados de una forma parecida a la que presenta el cerebro humano. Las RNA al margen de "parecerse" al cerebro presentan una serie de características propias del

cerebro. Por ejemplo, las RNA aprenden de la experiencia, generalizan de ejemplos previos a ejemplos nuevos y abstraen las características principales de una serie de datos[15].

Las redes neuronales artificiales (RNA) aventajan a los métodos de regresión u otro tradicional, por la posibilidad del aprendizaje continuo en la aplicación de esta. En lo fundamental, se distingue de los enfoques estadísticos de modelación en que no asumen a priori ninguna distribución estadística u otra propiedad en los datos y ofrece resultados de notable precisión al modelar patrones complejos[16].

- ✓ Aprender: adquirir el conocimiento de una cosa por medio del estudio, ejercicio o experiencia. Las RNA pueden cambiar su comportamiento en función del entorno. Se les muestra un conjunto de entradas y ellas mismas se ajustan para producir unas salidas consistentes.
- ✓ Generalizar: extender o ampliar una cosa. Las RNA generalizan automáticamente debido a su propia estructura y naturaleza. Estas redes pueden ofrecer, dentro de un margen, respuestas correctas a entradas que presentan pequeñas variaciones debido a los efectos de ruido o distorsión.
- ✓ Abstraer: aislar mentalmente o considerar por separado las cualidades de un objeto. Algunas RNA son capaces de abstraer la esencia de un conjunto de entradas que aparentemente no presentan aspectos comunes o relativos.

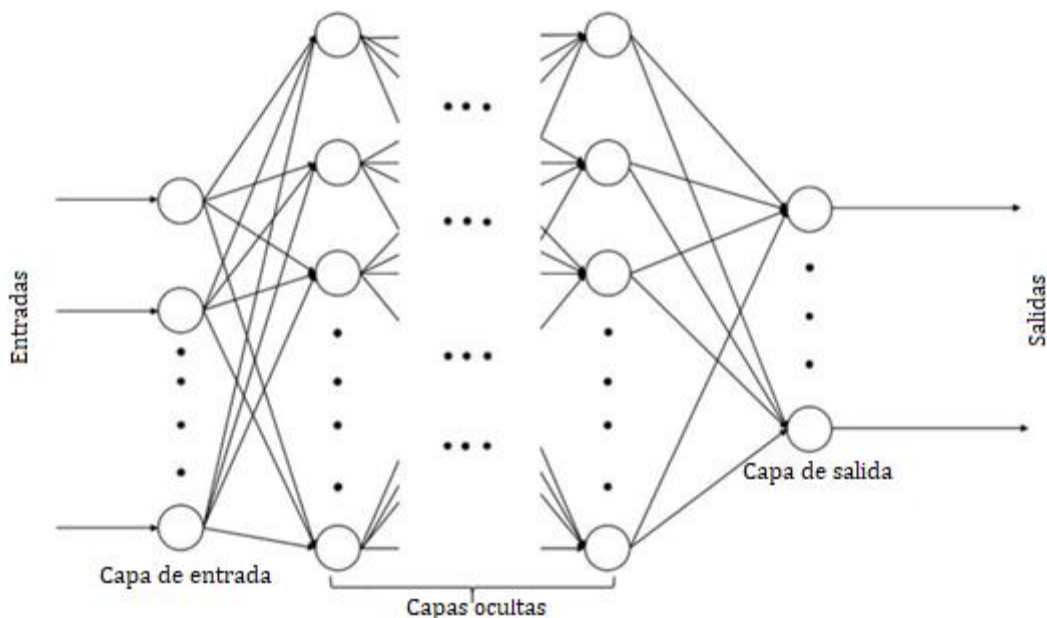
La Figura 1-7 muestra los aspectos importantes del cerebro humano que se utilizaron para modelar una neurona artificial. Similar al cerebro humano, las RNA consisten en un grupo de neuronas interconectadas que interactúan entre sí de manera colectiva. En una neurona artificial, la acumulación de cierto potencial tiene lugar en las sinapsis, lo que se conoce como peso de conexión o peso sináptico. En función de la salida requerida, estos pesos se modifican. Operaciones como la suma de pesos y la definición de la salida de esa neurona toman un elemento que se define como soma o cuerpo celular en la neurona biológica. Luego, la información es transportada a otras neuronas por el axón o neurita. Las dendritas actúan como un vector de entrada para excitar e iniciar el sistema para realizar operaciones en la neurona artificial[17].

Figura 1-8: Ilustración de un modelo de neurona artificial.

Fuente: U. M. R. Paturi, S. Cheruku, and S. R. Geereddy, "Process modeling and parameter optimization of surface coatings using artificial neural networks (ANNs): State-of-the-art review," *Mater. Today Proc.*, vol. 38, pp. 2764–2774, 2020, doi: 10.1016/j.matpr.2020.08.695.

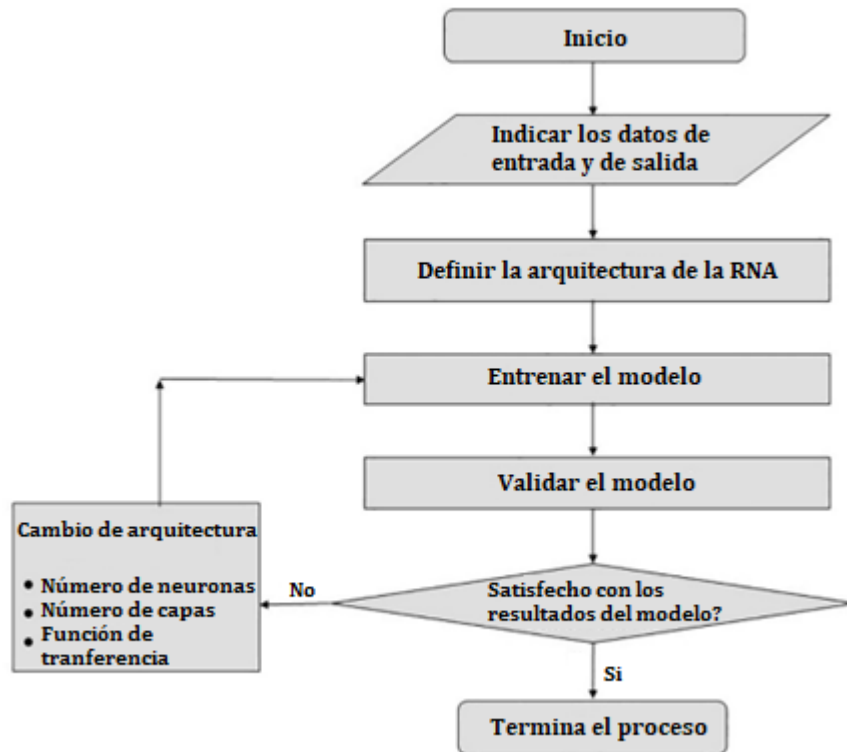
La estructura básica de una red neuronal artificial consta de múltiples capas de unidades: una capa de unidades de entrada que están interconectadas a una capa de unidades ocultas, que se conectan a capas ocultas consecutivas o a la capa de unidades de salida. El peso y el sesgo entre cada neurona de entrada y su siguiente neurona de capa oculta se asignan inicialmente de forma aleatoria. La actividad de cada neurona oculta está determinada por la salida de las unidades de entrada y los pesos entre la entrada y las unidades ocultas. El comportamiento de las unidades de salida depende de la actividad de las unidades ocultas y de los pesos entre las unidades ocultas y las de salida[18]. La red de avance de múltiples capas es el modelo de las RNA preferido para varias aplicaciones debido a su alta precisión (Figura 1-8)[17].

Figura 1-9: Diagrama esquemático del modelo de red de avance de múltiples capas



Fuente: U. M. R. Paturi, S. Cheruku, and S. R. Geeredy, "Process modeling and parameter optimization of surface coatings using artificial neural networks (ANNs): State-of-the-art review," *Mater. Today Proc.*, vol. 38, pp. 2764–2774, 2020, doi: 10.1016/j.matpr.2020.08.695.

Inicialmente, la entrada se proporciona a la red junto con la salida y se opta por parámetros como la función de aprendizaje, la función de transferencia, la función de entrenamiento, el número de neuronas, el número de capas y el tipo de red para optimizar la entrada dada. Los parámetros como el factor de impulso, la tasa de aprendizaje, el número de capas ocultas y el número de neuronas en las capas ocultas se seleccionan para entrenar el modelo. Para la evaluación del rendimiento, se calcula el error cuadrático de la suma media de la raíz (ECMR) entre la salida y los valores predichos. Después de cada iteración, las RNA comparan los valores predichos con los valores objetivo y se calcula el error. Si el error es mayor que un intervalo de error prescrito vuelve a ejecutar la red alterando los pesos en una dirección de error decreciente. Para evitar el problema de sobreajuste, los datos se dividen en conjuntos de datos de entrenamiento, prueba y validación. El modelo se entrena con los datos de entrenamiento, los datos de prueba se utilizan para proporcionar una evaluación imparcial del mejor ajuste del modelo en los datos de entrenamiento. Finalmente, el conjunto de datos de validación se utiliza para la evaluación del rendimiento y ayuda a evitar el problema de sobreajuste (Figura 1-9)[17].

Figura 1-10: Procesamiento simplificado de RNA

Fuente: U. M. R. Paturi, S. Cheruku, and S. R. Geereddy, "Process modeling and parameter optimization of surface coatings using artificial neural networks (ANNs): State-of-the-art review," *Mater. Today Proc.*, vol. 38, pp. 2764–2774, 2020, doi: 10.1016/j.matpr.2020.08.695.

1.3.1 Aplicaciones de las redes neuronales artificiales

Hay muchas aplicaciones de aprendizaje automático en las que se ha implementado el algoritmo de redes neuronales debido a que predice valores para un conjunto particular de parámetros de red, obtenidos a partir de un conjunto de variables de proceso[18].

Las redes neuronales artificiales presentan resultados razonables en aplicaciones donde las entradas presentan ruido o las entradas están incompletas. En el modelado de sistemas, por ejemplo, las RNA son capaces de aprender una función de transferencia y comportarse correctamente como el sistema lineal que está modelando. Entre los avances o desarrollos tecnológicos que permiten la realización de la computación neuronal destacan los programas software de simulación, que se utilizan para diseñar, construir, entrenar y probar redes neuronales artificiales, resolviendo problemas complejos y problemas del mundo real[15].

En medicina, por ejemplo, se emplean las RNA para la valoración de los problemas visuales, con estudios sobre la anatomía del ojo normal y de algunos problemas que posee como: hipermetropía, miopía y astigmatismo, en las cuales se eligen algunas características claves que por medio del modelo ilustran el problema que posee el paciente[19].

Fernando Villada, Nicolás Muñoz y Edwin García Quintero (2016), predicen el comportamiento del precio del oro mediante un modelo basado en redes neuronales artificiales. Se estudian varias configuraciones de RNA tipo propagación hacia adelante, tomando como variables de entrada las series diarias del índice del dólar estadounidense, los precios del petróleo y los precios del oro. Se entrenan diferentes estructuras de RNA utilizando la serie histórica de datos, donde una parte de estos se utiliza para entrenamiento y la restante para la predicción[20].

Obregón N, Fragala F y Prada L (2017), utilizan las RNA en diferentes estudios de aprovechamiento y conservación de recursos hídricos y en particular en aproximar el problema abierto de la predicción de variables hidroclimatológicas. Adicionalmente plantean la potencialidad de usar las ANN para desarrollar la regionalización hidrológica de caudales medios mensuales, relacionando los pesos de las neuronas que conforman la red con algunos parámetros geomorfológicos de las subcuencas tales como el área de drenaje, la pendiente y la longitud promedio[20].

Nerea Portillo Juan y Vicente Negro Valdecantos (2022), emplearon las RNA como una buena alternativa para resolver problemas de ingeniería marítima y oceánica, dando mejores resultados, especialmente cuando el problema es aleatorio e incluye patrones no lineales[21].

En otros procesos, se han utilizado redes neuronales artificiales inversas (RNAi) para determinar los parámetros óptimos de funcionamiento de sistemas y hacerlos más eficientes. Varios trabajos han sido reportados en la literatura utilizando el RNAi. Reyes y Tellez (2022), aplicaron una RNAi para optimizar la temperatura del tanque de alimentación y aumentar la temperatura del agua de salida de un colector solar parabólico. May (2022),

utilizó las RNA para optimizar la parabólica a través de la eficiencia térmica de los concentradores[22].

1.3.2 Redes neuronales aplicadas en el procesamiento de minerales

R. Marrazzo y F. Vazzana (2000), abordan los objetivos de evaluar los factores relacionados con los comportamientos preventivos hacia la exposición al polvo de los trabajadores de trituradoras de piedra mediante el uso de un modelo de red neuronal artificial, y predecir los comportamientos preventivos de los trabajadores de trituradoras de piedra hacia la exposición al polvo mediante el modelo RNA[23].

Brent W (2008), elabora una investigación en la simulación de producción de agregados. La investigación incluyó pruebas en el sitio, pruebas del modelo de simulación e implementación del programa. Las redes neuronales y las redes de creencias fueron dos formas de inteligencia artificial utilizadas para mejorar el modelo desarrollado. Se simularon grandes cantidades de datos de gradación representativos para trituradoras. Luego se usaron redes neuronales para modelar estos datos [24].

T. Andersson (2010), aborda las fuentes de error relevantes para las técnicas de análisis de superficie al estimar la distribución del tamaño del tamiz de material particulado utilizando la visión artificial. Las fuentes de error relevantes son el error de segregación y agrupación, el error de captura, el error de perfil, el error de superposición de partículas y el error de transformación de peso[24].

M. Araceli Sánchez, Julián Nieto y Jesús M. Berrocal (2014), presentan un sistema de visión artificial que estima el tamaño de la roca, controla los alimentadores y pre-cribadores y detecta cualquier roca con tamaño mayor que la boca de una trituradora de impacto[25].

C. Osnayo y C. Jesus (2018), desarrollan la base teórica y aplicativa de la inteligencia artificial para la solución de problemas en una planta concentradora. Pudieron predecir las recuperaciones de mineral, aplicando RNA. teniendo como datos de entrada las leyes de Estaño (%Sn) mineral de beneficio y Azufre (%S) principal mineral ganga o contaminante

del yacimiento. Los datos obtenidos permitieron tomar decisiones anticipadas y apropiadas para el proceso, una vez conocido los valores de las recuperaciones futuras[26].

Takao Ueda y Tatsuya Oki (2020), elaboran un método de corrección estereológica utilizando una red neuronal artificial, para evaluar la liberación y exposición superficial de minerales mediante distribuciones acumulativas, sin el sesgo estereológico cuando se determinan con métodos bidimensionales como la microscopía[27].

S. Maritza (2021), realiza un modelo predictivo con base en datos históricos de la producción de minerales de plata en Bolivia, mediante redes neuronales artificiales para optimizar la producción de este mineral. Los resultados posibilitaron difundir estrategias y políticas para la planificación de la producción del mineral de plata[28].

B. Chiarot y T. Vinicio (2022), desarrollaron un modelo de RNA de aprendizaje profundo por refuerzo tipo Q-learning, permitiendo probar camiones en diferentes escenarios considerando como acciones la selección de los equipos de carga, y como recompensa el tiempo de ciclo, el tiempo de cola en los destinos y el tipo de material cargado, con estos resultados, entrenaron una red neuronal profunda, con la cual verificaron que la solución propuesta asegura una cobertura de camiones en la trituradora superior al 90% durante las horas de refrigerio y cambios de turno, con tiempos de ejecución promedio menores a un milisegundo[29].

M. Ospina, I. Rivera y G. Chanchí (2022), elaboraron un modelado empírico usando RNA para comprender el efecto del modelo de los parámetros operativos de un jig (concentrador gravimétrico) sobre el porcentaje de recuperación del mineral de interés (oro). Los datos utilizados para el modelado fueron de prueba experimental en un jig a escala piloto complementado con una campaña de muestreo de campo de dos meses para recolectar 151 pruebas variando los parámetros más significativos (amplitud y frecuencia de pulsación, flujo de agua, altura del lecho poroso artificial y tamaño de partícula). Construyeron y entrenaron una RNA para predecir el porcentaje de recuperación en función de los parámetros de operación y más adelante la utilizaron para validar la recuperación en función de las condiciones de vibración[26].

1.3.3 Redes unidireccionales o de propagación hacia adelante (Feedforward)

O. Chuck (1998), detectó la altura de interfase en una columna de flotación por medio de tres sensores de conductividad ubicados a alturas conocidas de la columna. La información de los sensores fue analizada por una red neuronal tipo “*Feedforward*”, que constó de cuatro neuronas de entrada que recogieron la información de los sensores de conductividad y caudal de aire, tres neuronas en su capa oculta a las que se les agregó un bias y una neurona de salida que entregó el valor estimado de la profundidad de espuma[30].

F. Viada y Espinosa (2010), aplicaron la técnica del modelado inductivo de una data del proceso de reducción del níquel, obtenida durante 390 turnos de 8 horas, utilizando RNA (arquitectura Perceptrón Multicapa o “*Feedforward*”, con aprendizaje supervisado) para estimar el comportamiento de la variable fundamental de este proceso: extractable del níquel[16].

D. Montero, R. Alpajon y L. Rodríguez (2016), abordaron la temática de las RNA, aplicada al proceso de secado de mineral en una empresa productora de níquel y cobalto. Para el desarrollo de la investigación se identificaron las principales variables que caracterizan el proceso y se tomaron datos que comprenden un período de un mes de explotación de la instalación, a los cuales se les realizó un análisis de regresión paso a paso hacia atrás. El proceso de ensayo y error permitió la obtención de una red neuronal del tipo Feedforward Backpropagation de dos capas, capaz de identificar el proceso de secado con exactitud[31].

F. Contreras (2018), desarrolló un modelo que fuera capaz de predecir el comportamiento no lineal de la potencia de un molino SAG, teniendo como entradas del modelo las variables mineralógicas (durezas y granulometría de alimentación) junto con las variables manipulables por el operador (%sólidos, velocidad, nivel de bolas y flujo de alimentación) y como salida única la potencia. En este trabajo se estudia la topología multilayer Feedforward o perceptrón multicapa que fue utilizada para estimar la potencia[32].

C. Barriga (2020), obtiene el porcentaje de malla en los relaves de una planta de producción de arenas mediante una RNA tipo Feedforward, para mejorar la cantidad y calidad de producción, con base en variables como flujo, presión de relave y agua, porcentaje de sólidos antes del ingreso a los ciclones, etc que afectan directamente este parámetro, para luego ser comparado con los valores obtenidos por laboratorio[33].

J. García Morales y M. Cervantes Bobadilla (2022), utilizan una RNA Feedforward para obtener el modelo matemático del intercambiador de calor. La arquitectura de red Feedforward constó de una capa de entrada con cuatro neuronas, una capa oculta con una neurona y una salida con dos neuronas. La capa oculta estuvo compuesta por una neurona para que la red neuronal inversa se pudiera calcular fácilmente mediante operaciones aritméticas. Debido a que tenían dos neuronas en la capa oculta, emplearon un algoritmo de optimización para calcular la red neuronal inversa, lo que aumentó la complejidad, el costo computacional y el tiempo de respuesta del sistema[22].

2. Materiales y métodos

2.1 Modelos convencionales para distribuciones granulométricas

Los modelos matemáticos desarrollados hasta el momento describen lo que ocurre en una distribución granulométrica a la entrada o a la salida de un equipo de conminución, pero ninguno describe lo que ocurre internamente dentro de una trituradora para que se obtenga una determinada distribución de tamaños, sin embargo, los modelos convencionales fueron el punto de partida para tratar de comprender y llegar a simular el proceso de la tritura cónica HP 300.

La práctica industrial ha demostrado que, en el trabajo con triturados minerales, es conveniente disponer de algún modelo capaz de describir la distribución granulométrica de las partículas de la fase sólida que las constituyen. En el presente trabajo se ha recurrido al modelo de Gaudin-Schumann y el de Rosin-Rammler, con el propósito de verificar si las distribuciones de tamaño de los agregados pétreos resultantes del proceso de trituración pueden ser descritas satisfactoriamente por estos modelos. Para ambos modelos se utilizaron las variables y los parámetros tal como han sido definidos por sus autores[34].

2.1.1 Rosin Rammler

El modelo de Rosin-Rammler (2-1) compara o relaciona los valores del porcentaje acumulado pasante $F(x_i)$ con el tamaño de partícula o abertura de malla de la serie empleada. La ecuación del modelo matemático propuesto es [35]:

Ecuación 2-1: Modelo de Rosin-Rammler

$$F(x) = 100 - 100 * \exp \left[- \left(\frac{X}{X_r} \right)^m \right] \quad (2 - 1)$$

Donde:

$F(x)$ = porcentaje acumulado pasante.

X_r = módulo de tamaño.

m = es el módulo de distribución.

m, X_r son constantes para una distribución de tamaños de partículas (DTP) definida

2.1.2 Gaudin - Shumman

El modelo de Gaudin-Shumman (2-2) compara o relaciona los valores del porcentaje acumulado pasante $F(x_i)$ con el tamaño de partícula o abertura de malla de la serie empleada. La ecuación del modelo matemático propuesto es [35]:

Ecuación 2-2: Modelo de Gaudin-Shumman

$$F(x) = 100 \left[\frac{X}{X_0} \right]^a \quad (2 - 2)$$

Donde:

$F(x)$ = porcentaje en peso acumulado ~~pasante por malla.~~

X = tamaño de partícula en micrones.

X_0 = módulo de tamaño.

a = módulo de distribución.

2.2 Modelo matemático de redes unidireccionales o de propagación hacia adelante (Feedforward)

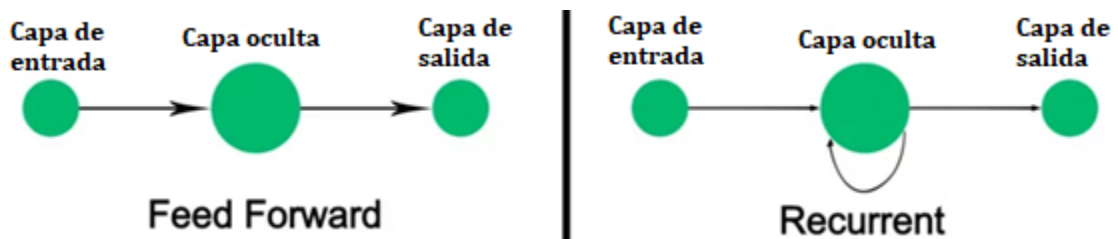
Se ha demostrado que las redes neuronales “*Feedforward*”, también conocidas como perceptrones multicapa, son capaces de aproximar cualquier función con la precisión deseada. Son probablemente las redes neuronales más utilizadas y se han aplicado a una amplia variedad de problemas, incluida la aproximación, predicción y simulación de

funciones que surgen de una variedad de disciplinas, incluidas la informática, la ingeniería y la medicina[36].

En estas redes ninguna salida neuronal es entrada de unidades de la misma capa o de capas precedentes. La información circula en un único sentido, desde las neuronas de entrada hacia las neuronas de salida de la red, lo que las diferencia de las “*recurrent networks*” que presentan lazos de retroalimentación entre neuronas, tal como muestra la Figura 2-1. Las RNA de este tipo, a diferencia de las otras, se componen de varias capas de neuronas interconectadas[28].

Una RNA tipo “*Feedforward*” se caracteriza por ser un conjunto de neuronas que reciben información multivariable, la procesan y dan una respuesta que puede ser multivariable también. En la arquitectura “*Feedforward*” la topología del arreglo de neuronas y sus interconexiones hace fluir la información de forma unidireccional para que nunca pueda pasar más de una vez a través de una neurona antes de generarse la respuesta de salida[37].

Figura 2-1: RNA tipo “*Feedforward*” Vs RNA “*Recurrent*”.



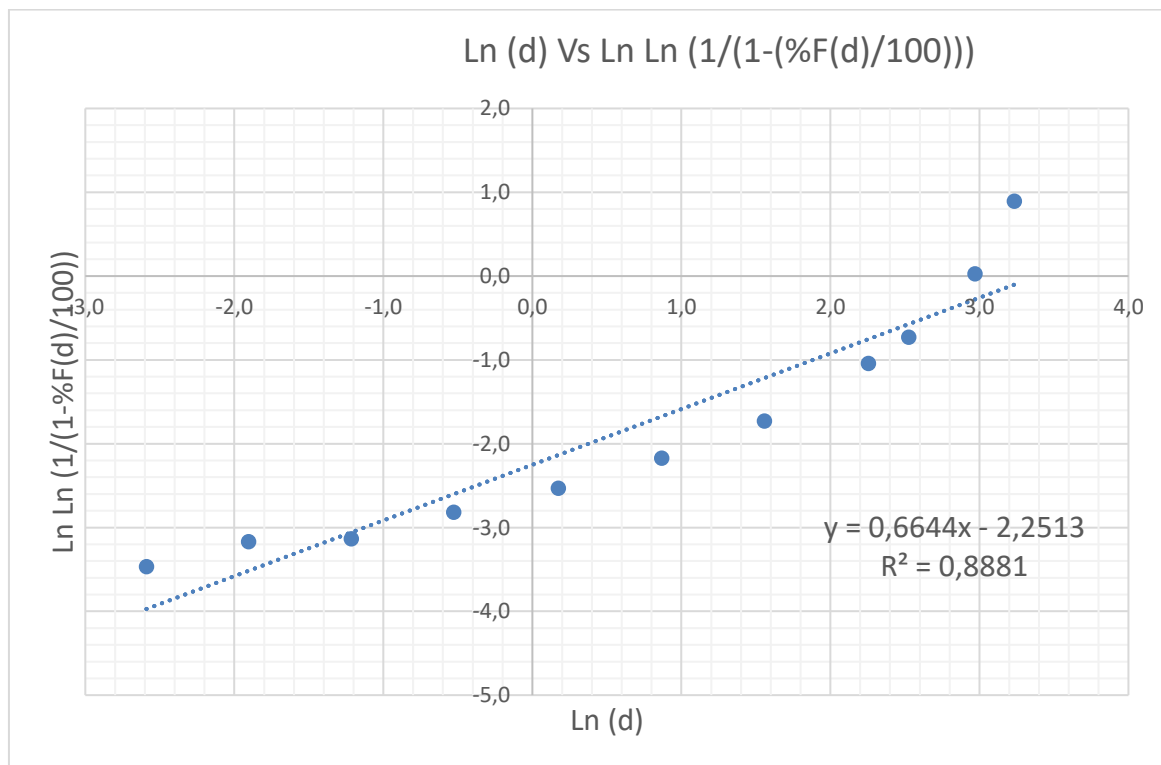
Fuente: S. Maritza and N. Yucra, “Modelo predictivo de producción de minerales de plata mediante redes neuronales artificiales,” pp. 176–179, 2020.

3. Resultados y discusión

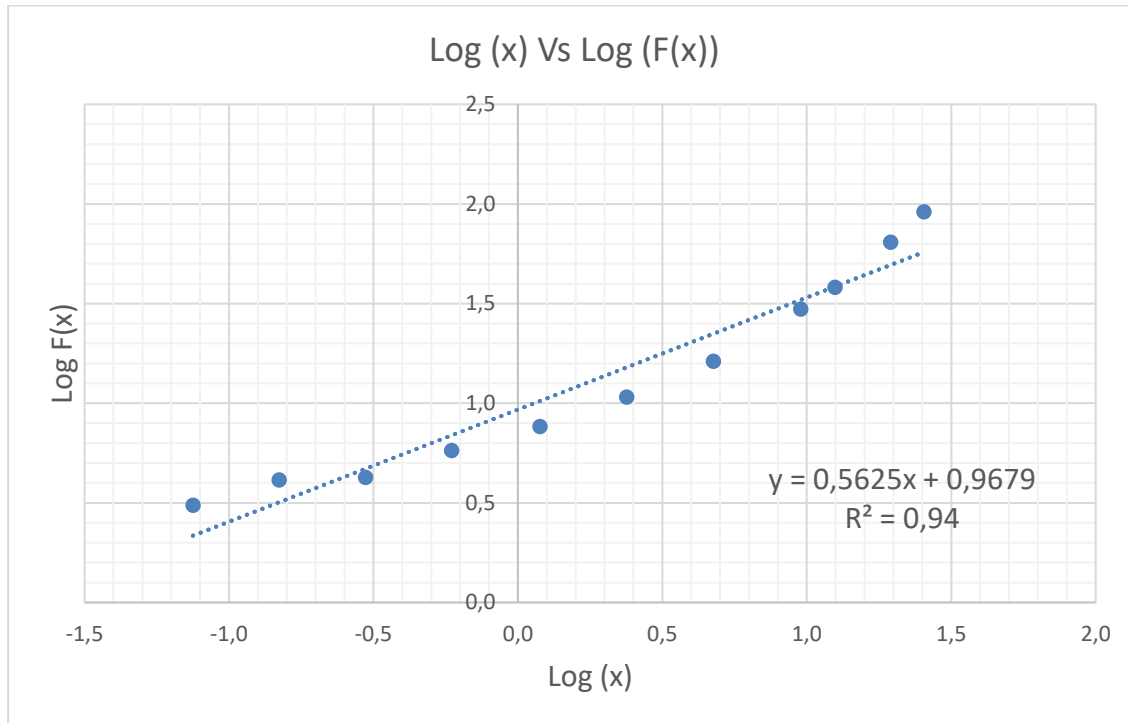
3.1 Aplicación de los modelos convencionales para distribuciones granulométricas

A continuación, se presentan los gráficos obtenidos con una de las distribuciones granulométricas a la salida de la trituradora cónica METSO™ HP 300 para los modelos de Rosin-Rammler (R-R) y Gaudin-Shumman (G-S) respectivamente (Figura 3-1 y Figura 3-2).

Figura 3-1: Grafico R-R ajustado para la distribución granulométrica a la salida del cono



Fuente: Elaboración propia.

Figura 3-2: Grafico G-S ajustado para la distribución granulométrica a la salida del cono

Fuente: Elaboración propia

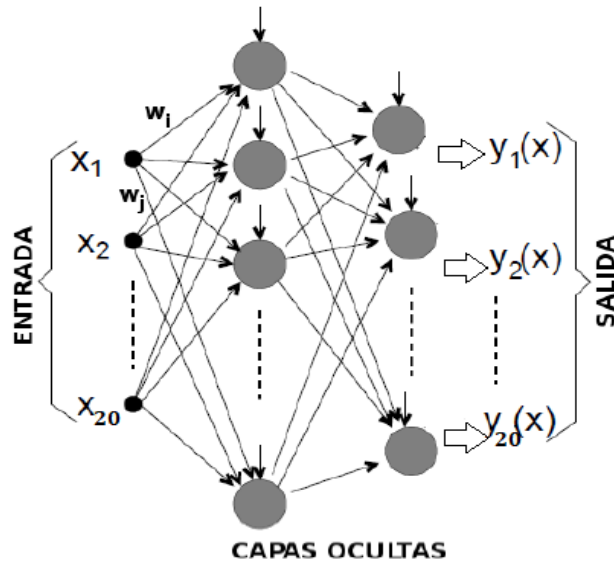
Para el ejemplo anterior, el modelo matemático que mejor describe la distribución granulométrica a la salida del cono es el de Gaudin-Shumman con un ajuste lineal de los datos por mínimos cuadrados de 0,94, en comparación con el modelo de Rosin-Rammler con un ajuste de 0,89. Mas adelante se presentará el ajuste de los datos por mínimos cuadrados obtenido con las diferentes configuraciones de la RNA implementada.

3.2 Aplicación del modelo matemático RNA Feedforward para una trituradora cónica METSO™ HP 300

Para las pruebas realizadas en MATLAB con la RNA tipo “Feedforward” (Figura 3-3) se ingresaron 20 datos de los porcentajes retenidos obtenidos en las distribuciones granulométricas a la entrada de la trituradora correspondientes a 20 tamices desde 7.0” hasta la malla 200, de igual manera se ingresaron 20 datos de los porcentajes retenidos obtenidos en las distribuciones granulométricas a la salida de la trituradora (salidas deseadas) correspondientes a los mismos 20 tamices. Debido a que el número de capas corresponde con la complejidad del problema o situación a modelar, se probaron solo dos

capas ocultas para cada red entrenada con una combinación de neuronas determinada por capa, como se presenta en la Tabla 3-1.

Figura 3-3: Esquema arquitectura de la RNA empleada



Fuente: P. Vásquez, "Red neuronal feedforward como estimador de patrones de corrientes en el interior del puerto de manzanillo sujeto a la acción de tsunamis," *Inst. Mex. Del Transp.*, no. 406, 2014, [Online]. Available: <https://www.imt.mx/archivos/Publicaciones/PublicacionTecnica/pt406.pdf>

Tabla 3-1: Combinaciones de neuronas por capa para la RNA tipo "Feedforward"

Red	Neuronas Capa 1	Neuronas Capa 2
1	50	30
2	50	40
3	50	50
4	60	30
5	60	40
6	60	50
7	70	30
8	70	40
9	70	50

Fuente: Elaboración propia.

3.3 Mediciones granulométricas en planta

Se desarrollaron una secuencia de ensayos granulométricos en laboratorio a la entrada y a la salida de la trituradora cónica METSO™ HP 300 desde el mes de abril hasta el mes de octubre del 2022, recopilando 50 ensayos que cumplieran con los mismos parámetros operativos de calidad de la fuente (material que alimenta la trituradora con humedad del 7%), apertura de la cámara de trituración a 16 mm, 1715 RPM de trabajo y consumo energético de 220 KW/h.

Como instancia de RNA para el modelado del proceso, se ha considerado una red convencional tipo “*Feedforward*”. Este tipo de redes no requiere un volumen demasiado alto de datos de entrenamiento, a diferencia de otro tipo de redes neuronales más modernas, como las Redes Convolucionales, o las Redes basadas en Tensores, en donde el conjunto de datos de entrenamiento debe ser suficientemente grande (Big Data) para lograr el ajuste efectivo de los parámetros del modelo, sin embargo en la búsqueda bibliográfica efectuada hasta ahora, se ha evidenciado que la pregunta del tamaño óptimo del conjunto de entrenamiento sigue siendo un tema abierto, ya que no es posible definir a priori y de manera concluyente qué cantidad de ejemplos es necesaria suministrar a la RNA para lograr un entrenamiento efectivo[37].

El error resultante en el siguiente capítulo es el parámetro usado para estimar la calidad de la predicción de la red neuronal entrenada, por lo que se considera que 50 ensayos es una cantidad justa para no incurrir en sobre ajuste o sobre entrenamiento, como se verá más adelante.

A continuación, registro fotográfico de los ensayos realizados (Figuras 3-4 y Figura 3-5)

Figura 3-4: Tamices empleados



Fuente: Registro propio

Figura 3-5: Ensayos en laboratorio de distribuciones granulométricas



Fuente: Registro propio

3.3.1 Gradaciones de entrada a la trituradora

El material que ingresa a la cámara de trituración proveniente de la mina está generalmente en un intervalo de 3,5" a 4" de diámetro, aunque es posible que en la preselección inicial se pasen tamaños de 5" o 6", por esta razón se inicia el análisis granulométrico en el proceso en 7" hasta llegar a la malla 200. A continuación, un ejemplo de uno de los resultados de distribución granulométrica obtenidos en los ensayos elaborados a la entrada de la trituradora cónica. Humedad del material del 7%, gruesos del 99,87% y finos del 0,13% (Tabla 3-2)

Tabla 3-2: Ejemplo distribución granulométrica obtenida a la entrada de la trituradora cónica

Tamiz	Diámetro (mm)	% Pasante acumulado
7"	177,8	100
6"	152,4	100
5"	127	100
4"	101,6	100
3½"	88,7	100
3"	76,2	98,87
2½"	63,3	97,73
2"	50,8	91,42
1½"	37,5	83,46
1"	25,4	35,32
¾"	19,5	7,41
½"	12,5	0,87
⅜"	9,53	0,18
4	4,75	0,13
8	2,38	0,13
16	1,19	0,13
30	0,59	0,12
50	0,297	0,12
100	0,149	0,11
200	0,075	0,11

Fuente: Elaboración propia.

3.3.2 Gradaciones de salida de la trituradora

El material que sale de la cámara de trituración (producto) está generalmente en un rango de 2" de diámetro a la malla 200, aunque para tener una correlación con las entradas de la trituradora dato a dato, se inicia el análisis granulométrico del proceso, al igual que en las entradas, en el tamiz de 7" hasta la malla 200. A continuación, un ejemplo de uno de los resultados de distribución granulométrica obtenidos en los ensayos elaborados a la salida de la trituradora cónica. Humedad del material del 7%, gruesos del 80,28% y finos del 19,72% (Tabla 4-3)

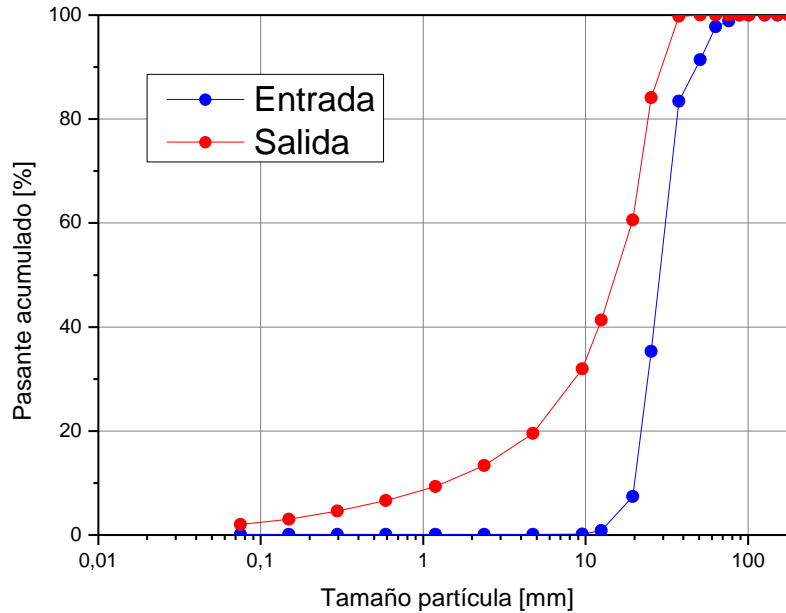
Tabla 3-3: Ejemplo distribución granulométrica obtenida a la salida de la trituradora cónica

Tamiz	Diámetro (mm)	% Pasante acumulado
7"	177,8	100
6"	152,4	100
5"	127	100
4"	101,6	100
3½"	88,7	100
3"	76,2	100
2½"	63,3	100
2"	50,8	100
1½"	37,5	99,75
1"	25,4	84,11
¾"	19,5	60,59
½"	12,5	41,31
3/8"	9,53	31,96
4	4,75	19,52
8	2,38	13,37
16	1,19	9,34
30	0,59	6,64
50	0,297	4,61
100	0,149	3,05
200	0,075	2,03

Fuente: Elaboración propia.

En la Figura 3-6 el grafico de las distribuciones granulométricas a la entrada y salida de la trituradora cónica HP 300

Figura 3-6: Gráficos de las distribuciones granulométricas a la entrada y a la salida de la trituradora cónica HP™300



Fuente: Elaboración propia.

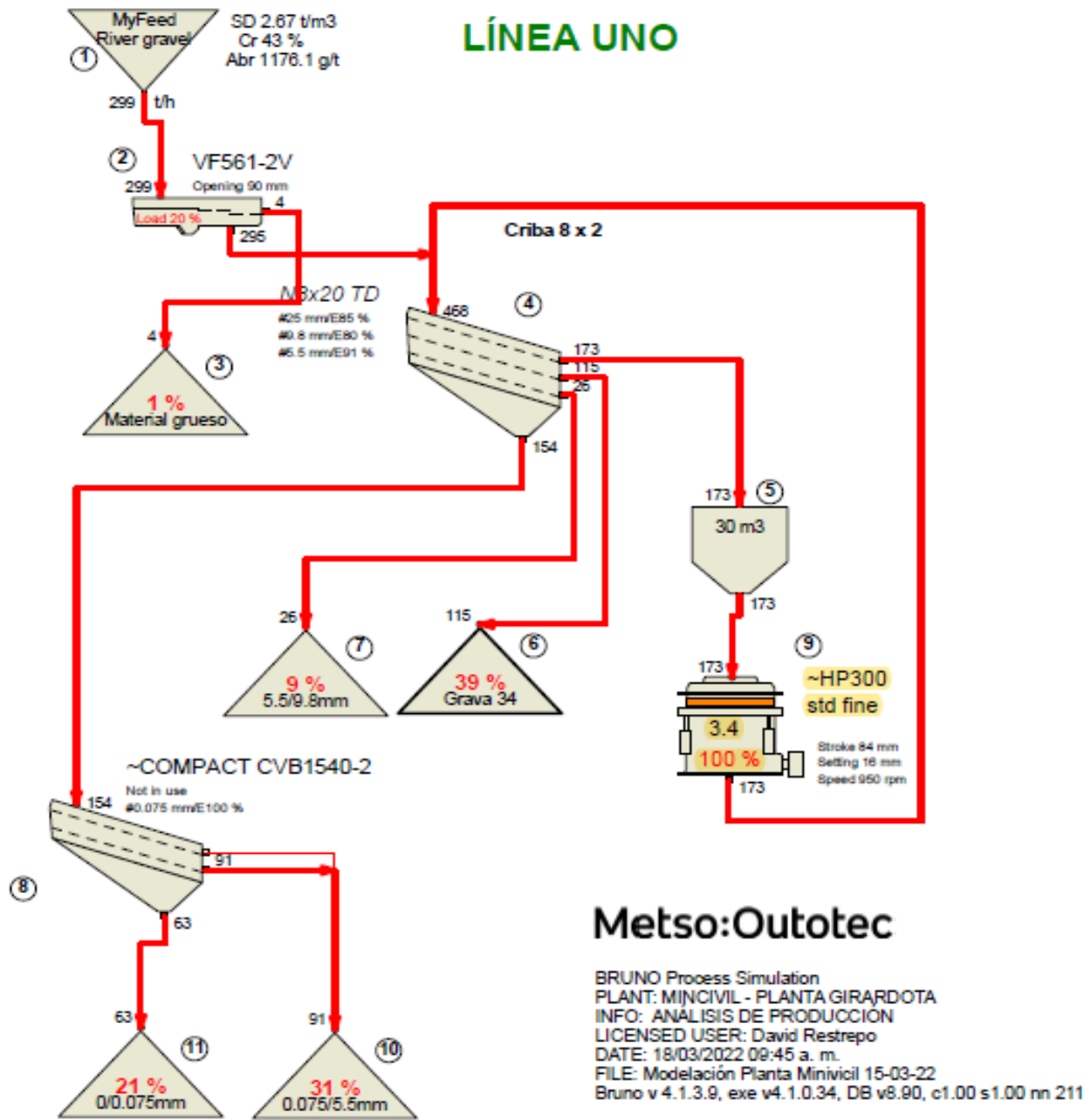
3.4 Modelación y distribución granulométrica del fabricante

Para la modelación y simulación de los equipos de la marca METSO™, el fabricante utiliza el software BRUNO, llamado así en honor al señor Bruno V. Nordberg, fundador de la empresa Nordberg Manufacturing Company. Este programa es una herramienta para la simulación de procesos de conminución, el cual tiene una base de datos con el rendimiento nominal de trituradoras, zarandas y alimentadores[38].

El principio base del programa es que el usuario especifica los equipos, parámetros y alimentación del proceso y se los entrega al programa. Luego, el programa calcula todos los flujos de material, cargas y descargas de los equipos y se los presenta al usuario. Bruno no estima si el proceso es imposible de llevar a cabo en la práctica, pero si entrega indicaciones si el proceso por ejemplo no es viable por la alimentación. Las indicaciones pueden ser por ejemplo baja capacidad del equipo o sobrecarga[38].

A continuación, se presenta el esquema completo de la planta de beneficio con la parametrización y modelación del fabricante incluyendo la trituradora cónica secundaria HP300 propiedad de la empresa Mincivil S.A. (Figura 3-7).

Figura 3-7: Parametrización y simulación software BRUNO-METSO Planta de beneficio mineral Línea 1 (Mincivil S.A.)



Fuente: Software BRUNO – METSO.

El anterior ejercicio permitió corroborar por parte del proveedor y fabricante del equipo de trituración que este se encontraba trabajando en condiciones óptimas de acuerdo con los parámetros de operación establecidos en la planta de beneficio.

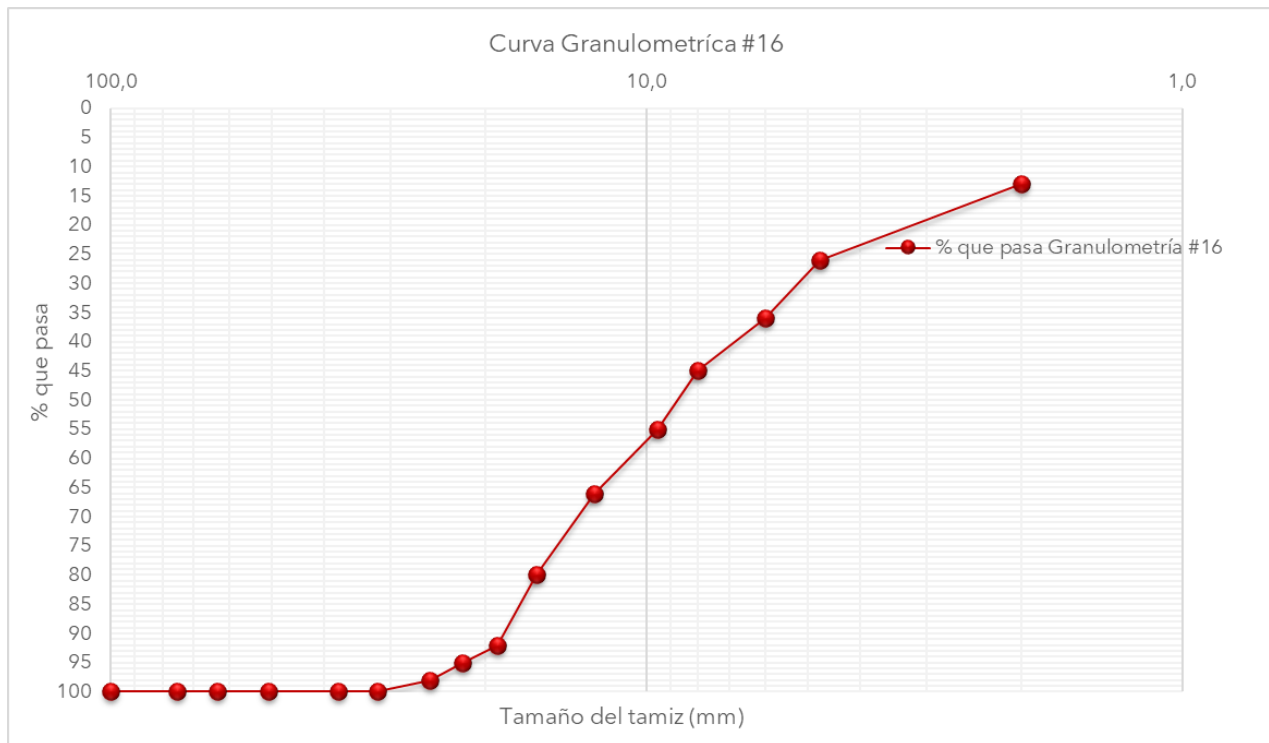
En cuanto a la curva de distribución granulométrica ideal obtenida con el cono, teniendo en cuenta los mantos instalados y el setting configurado se tienen los siguientes datos y gráfico. (Tabla 3-4 y Figura 3-8).

Tabla 3-4: Distribución granulométrica a la salida de la trituradora cónica HP 300 suministrada por el fabricante para un “setting” de 16 mm.

Tamiz	Diámetro (mm)	% Pasante acumulado
4"	100	100,0
3"	75	100,0
2 1/2"	63	100,0
2"	51	100,0
1 1/2"	38	100,0
1 1/4"	32	100,0
1"	25	98,0
7/8"	22	95,0
3/4"	19	92,0
5/8"	16	80,0
1/2"	13	66,0
3/8"	10	55,0
5/16"	8	45,0
1/4"	6	36,0
Nº 4	4,75	26,0
10	2	13,0

Fuente: “Nordberg® HP300TM cone crusher - Metso Outotec.” <https://www.mogroup.com/portfolio/nordberg-hp-series/nordberg-hp300/> (accessed Dec. 02, 2022).

Figura 3-8: Curva granulométrica a la salida de la trituradora cónica HP 300 suministrada por el fabricante para un setting de 16 mm.



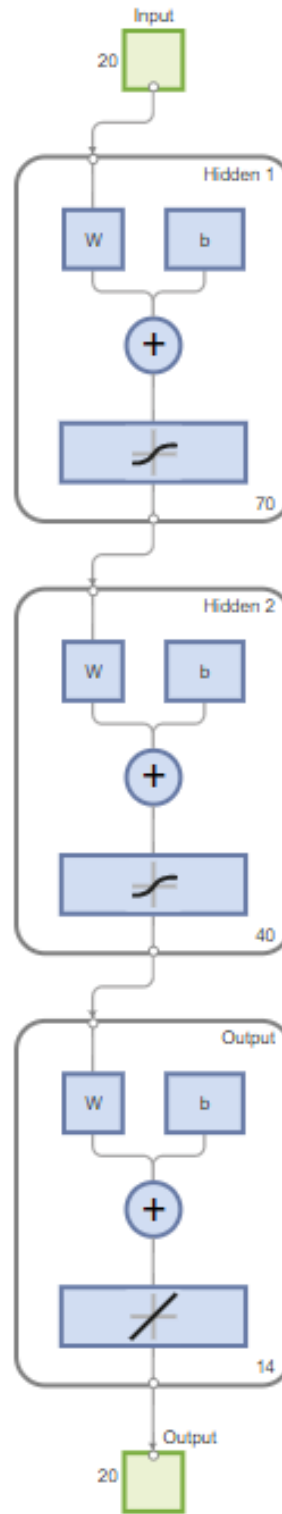
Fuente: "Nordberg® HP300TM cone crusher - Metso Outotec." <https://www.mogroup.com/portfolio/nordberg-hp-series/nordberg-hp300/> (accessed Dec. 02, 2022).

3.5 Modelo matemático de RNA propuesto

Teniendo en cuenta los parámetros establecidos y mencionados previamente a evaluar como son: el error cuadrático medio, la dispersión del error entre los datos y el ajuste lineal por mínimos cuadrados, la configuración de neuronas seleccionadas para las dos capas ocultas de la red fue la relación 70-40 (Red # 8) Figura 3-9.

Para esta red se obtuvo el menor error cuadrático medio de 6,24, la menor dispersión del error entre los datos de 35,05 y el ajuste lineal por mínimos cuadrados más cercano a 1 de 0,999, los cuales representan los mejores resultados entre las 9 redes entrenadas, como se muestra en la Tabla 3-5.

Figura 3-9: Arquitectura de la RNA seleccionada

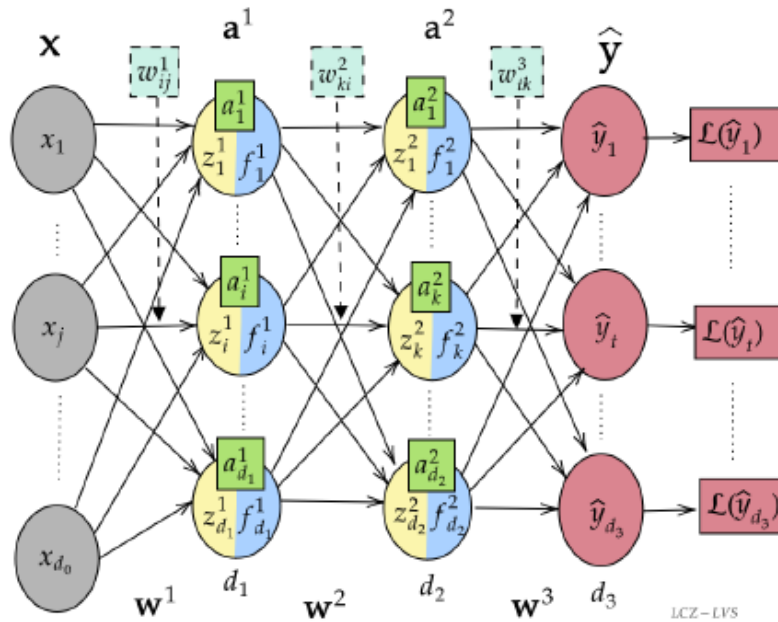


Fuente: MATLAB

La arquitectura de la RNA presenta los pesos (W) y la bias (b), junto con las funciones de activación, que para el caso de la primera capa oculta (con 70 neuronas) y la segunda capa oculta (con 40 neuronas), sería una función sigmoïdal, mientras que, para la capa de salida, la función de activación es lineal. MATLAB calcula los pesos, las bias y selecciona las funciones de activación que más se acomoden a la base de datos entregada.

Las ecuaciones matemáticas que representan el modelo de la RNA con dos capas ocultas (Figura 3-10) son de la forma descrita a continuación (3-1). Los superíndices denotan la posición relativa en cada capa.

Figura 3-10: Red neuronal FeedForward (arquitectura con 2 capas ocultas)



Fuente: L. Alejandro and M. Caïta, "ESTRUCTURA DE REDES NEURONALES (MLP) Y SU APLICACIÓN COMO APROXIMADOR UNIVERSAL' Lexly Vanessa Sosa Jerez y Laura Camila Zamora Alvarado," 2022.

Ecuación 3-1: Ecuaciones para una RNA FeedForward con dos capas ocultas

$$\begin{aligned}
 \hat{y} &= f^3(z^3) && (3-1) \\
 &= f^3(w^3 a^2 + b^3) \\
 &= f^3(w^3(f^2(z^2)) + b^3) \\
 &= f^3(w^3(f^2(w^2 a^1 + b^2)) + b^3) \\
 &= f^3(w^3(f^2(w^2(f^1(z^1)) + b^2)) + b^3) \\
 &= f^3(w^3(f^2(w^2(f^1(w^1 x + b^1)) + b^2) + b^3);
 \end{aligned}$$

Este grupo de ecuaciones está compuesto por un vector de entradas \mathbf{x} tal que $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_{d_0})$, capas ocultas denotadas por \mathbf{a}^L , y un vector de salidas $\hat{\mathbf{y}}$ con $\hat{\mathbf{y}} = (\hat{y}_1, \dots, \hat{y}_{d_L})$. Las capas ocultas serán las encargadas de albergar los nodos de procesamiento o neuronas, denotados por $\mathbf{a} = \mathbf{f}(\mathbf{z})$, con \mathbf{f} como funciones de activación de cada capa y \mathbf{z} como un combinador lineal (matricial), los cuales están relacionados entre sí por medio de las aristas ponderadas por \mathbf{w} , que denota las matrices de pesos asociados en cada capa, y donde w^1_{ij} representa el peso asociado a la arista que relaciona la entrada j -ésima con la i -ésima neurona en la primera capa oculta. Las matrices \mathbf{w}^L tendrán dimensión $(d_L \times d_{L-1})$ (donde la capa de entrada se cuenta como capa cero $L = 0$). El término \mathbf{b} , denota el sesgo o bias en cada una de las neuronas de procesamiento; específicamente en el combinador lineal \mathbf{z} . Las neuronas incluyen el término de sesgo \mathbf{b} , así $\mathbf{b}^1 \mathbf{a}^1$ denotará el vector de sesgo en la primera capa oculta[39].

Como puede derivarse de la descripción de la arquitectura de la RNA, el tamaño promedio de las capas ocultas para la red seleccionada es de 55 neuronas. Se considera que se podrían integrar más datos de operación real en el futuro para complementar el entrenamiento, y así mejorar el desempeño de la red en términos del error. En todo caso, para la arquitectura de red escogida y el tamaño del conjunto de datos de entrenamiento, el desempeño de la red neuronal es satisfactorio.

Tabla 3-5: Comparativo entre la configuración de redes neuronales entrenadas

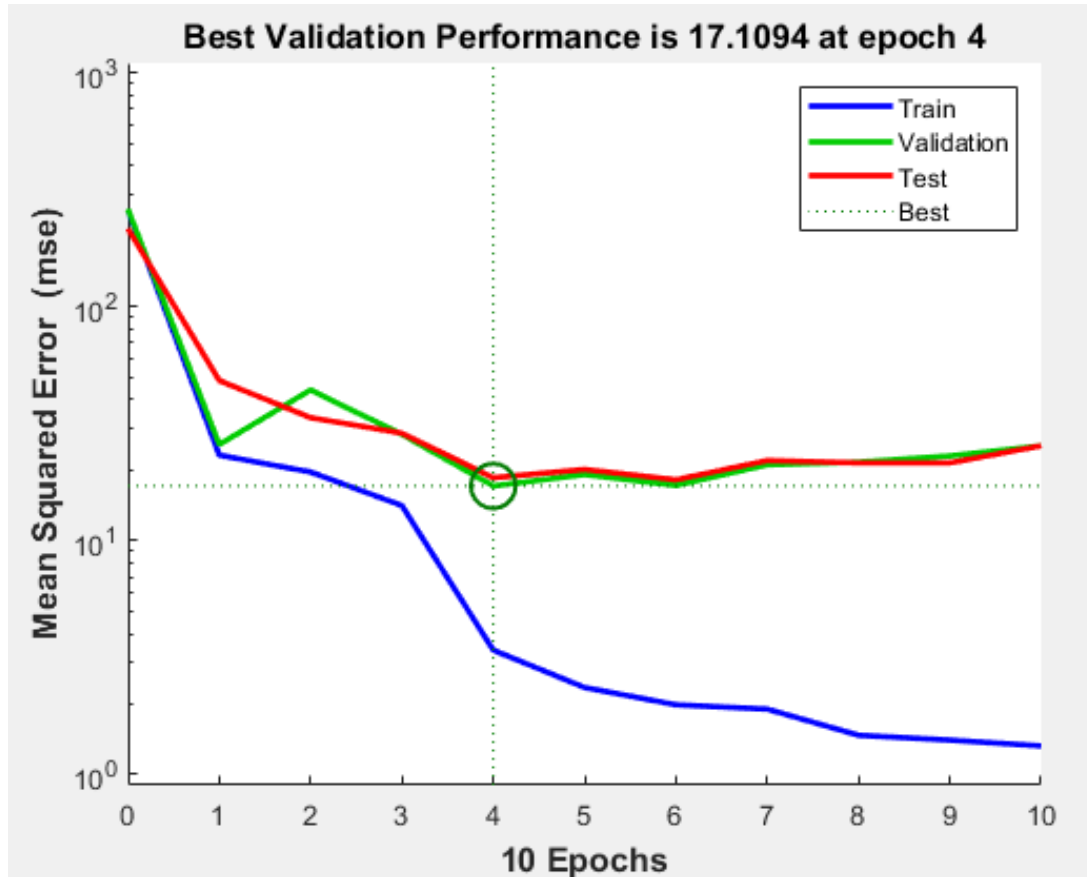
Red	Neuronas Capa 1	Neuronas Capa 2	Error Cuadrático Medio	Min Error	Max Error	Dispersión del Error	Ajuste Lineal (R)
1	50	30	9,187	-16,903	37,921	54,824	0,998
2	50	40	35,453	-59,893	50,015	109,908	0,993
3	50	50	27,067	-60,381	24,284	84,665	0,994
4	60	30	97,951	-64,847	46,928	111,774	0,980
5	60	40	23,061	-14,402	41,625	56,028	0,996
6	60	50	20,366	-55,550	44,102	99,653	0,996
7	70	30	9,108	-19,731	15,319	38,906	0,998
8	70	40	6,242	-18,123	20,784	35,050	0,999
9	70	50	8,019	-21,761	28,072	49,833	0,998

Fuente: *Elaboración propia.*

3.6 Entrenamiento del modelo matemático de RNA propuesto

Para el entrenamiento de las RNA se realizó un pre-procesamiento de las entradas y los objetivos, es decir, se eligieron y se verificaron los datos a la entrada y a la salida de la trituradora cónica HP 300 en planta y en laboratorio, para tratar de aumentar la eficiencia del entrenamiento de la red; seguido a esto, se realizó un pos-procesamiento de la información obtenida en MATLAB, lo cual permitió normalizar la media y la desviación estándar del conjunto de datos de entrenamiento (Figura 3-10); escalar las entradas y los objetivos para que se ajusten a un rango mínimo de dispersión del error entre los datos obtenidos en la red y los objetivos (Figura 3-11) y se llevó a cabo el análisis de la regresión lineal entre la respuesta de la red y los objetivos correspondientes buscando la proximidad a 1 (Figura 3-12).

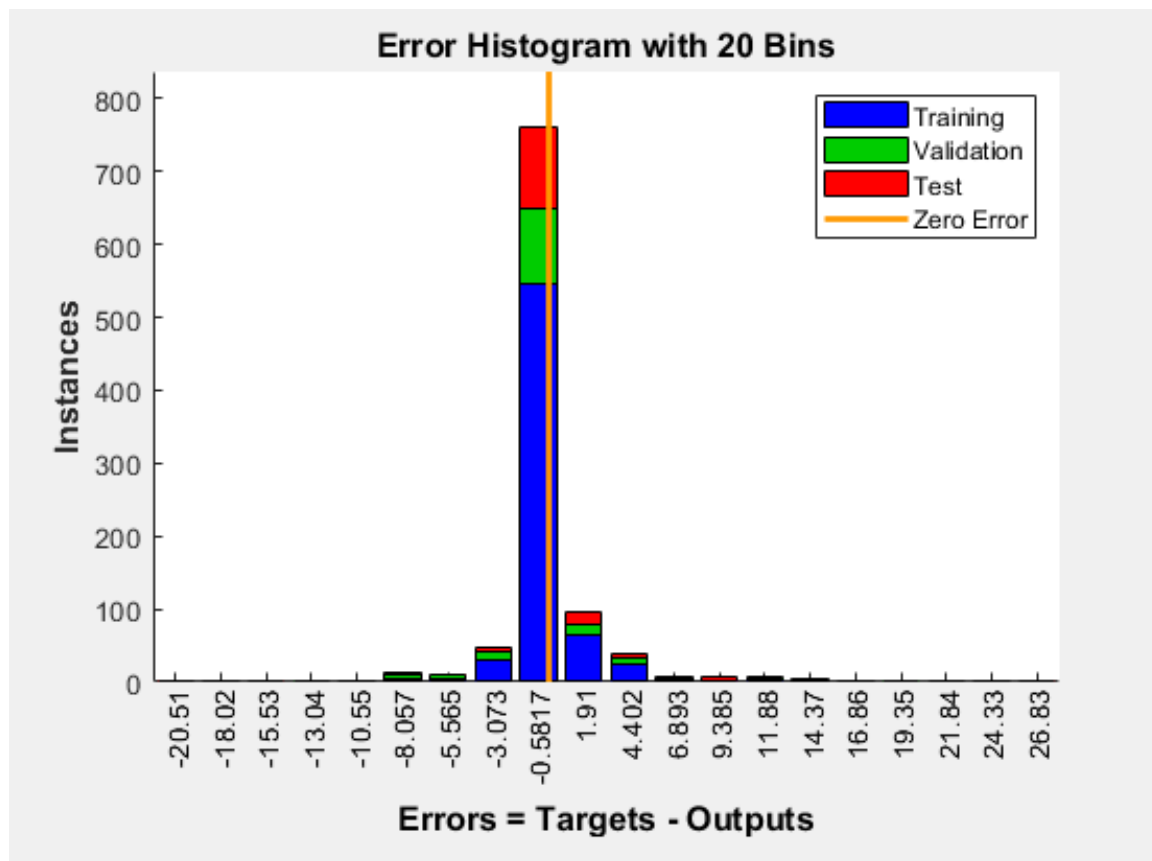
Figura 3-11: Rendimiento de validación del error cuadrático medio para etapas de entrenamiento sucesivas.



Fuente: MATLAB

Se efectúan 10 épocas o iteraciones de entrenamiento, donde a partir de la época 4 los datos de entrenamiento se alejan de los de la validación y la prueba, lo que significa que el error aumentaría, por lo que MATLAB calcula el error cuadrático medio (performance) hasta dicha época. Las curvas de validación y prueba son muy parecidas, en el caso en el que la curva de prueba hubiese aumentado significativamente antes de que aumentara la curva de validación, se podría concluir que es posible que se haya producido algún sobreajuste.

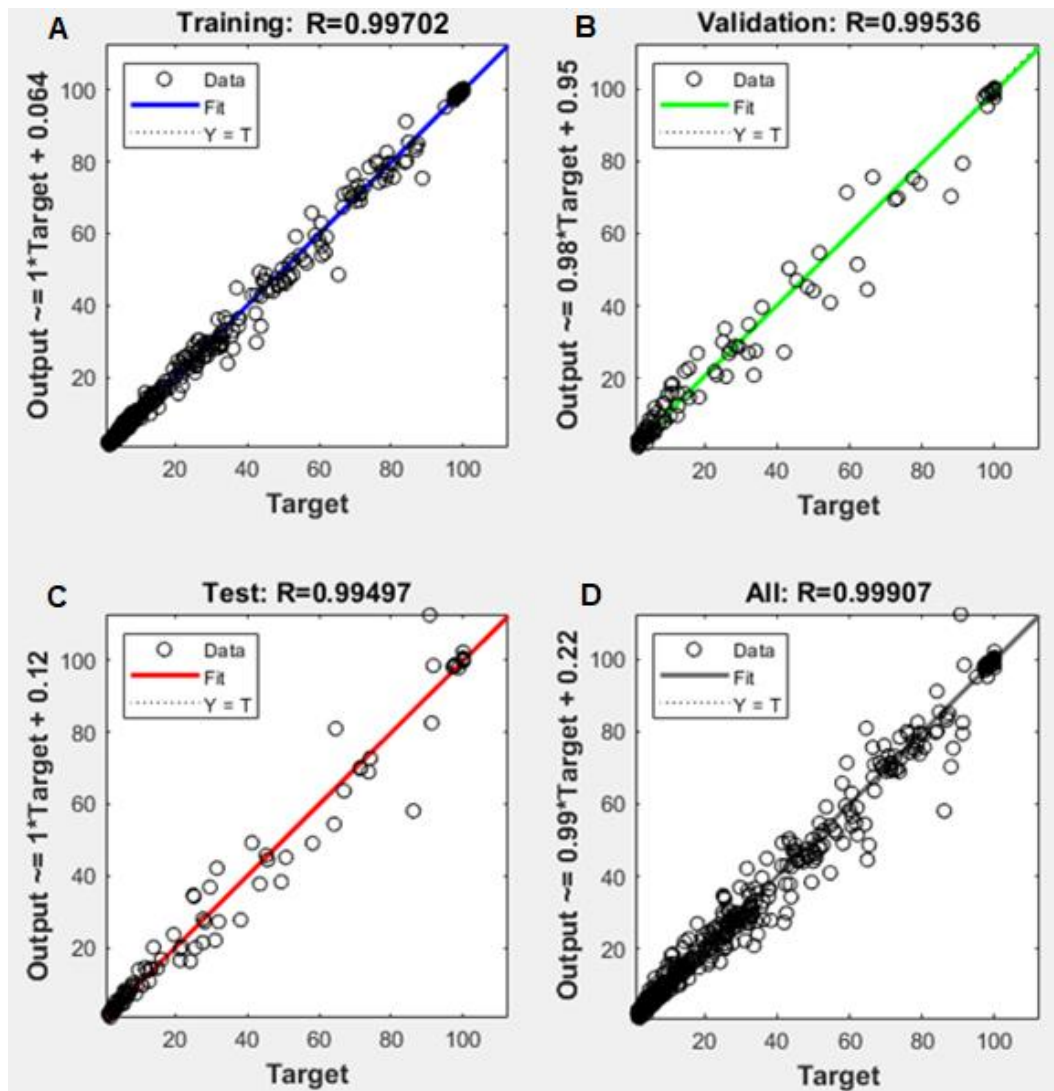
Figura 3-12: Histograma de la dispersión del error entre los datos de salida obtenidos y los deseados (salidas objetivo).



Fuente: MATLAB

La dispersión del error entre los datos de la salida obtenidos en la RNA y los objetivos o salidas deseadas, opera bajo el principio de los máximos y mínimos locales para funciones más complejas o con distintas curvaturas, donde se toman los puntos entre pendiente positiva y pendiente negativa como máximos y los puntos entre una pendiente negativa y una positiva como mínimos. El histórico de los mínimos y máximos del error en la función es lo que se representa en el histograma de dispersión, que para el caso de la RNA seleccionada va desde -18,12 hasta 20,78.

Figura 3-13: Gráficos de ajuste lineal por mínimos cuadrados.



Fuente: MATLAB

Los gráficos anteriores representan el ajuste lineal por mínimos cuadrados para las fases de entrenamiento (Gráfico A), validación (Gráfico B), prueba (Gráfico C) y un consolidado de todos los datos en general (Gráfico D). Los resultados en el entrenamiento indican un buen ajuste, los datos en la validación y las pruebas también muestran valores de R cercanos a 1. Si el entrenamiento hubiese sido perfecto, los resultados de la red y los objetivos serían exactamente iguales ($Y=T$, línea discontinua en los gráficos), pero no es posible que se den correlaciones perfectas.

La línea continua representa la regresión lineal de mejor ajuste entre los resultados de la red y los objetivos. Si $R = 1$, indica que existe una relación lineal exacta entre los productos y los objetivos, si R está cerca de cero, entonces no existe una relación lineal entre los resultados y los objetivos, por lo que se debe cambiar la parametrización de la RNA, es decir, modificar el número de capas o neuronas, la función de activación o los pesos hasta que el ajuste se encuentre cercano a 1, por esta razón se entrenaron al tiempo 9 posibilidades de RNA, para seleccionar la que arrojará mejores resultados.

En el Anexo 1 se presenta el código ejecutado para el entrenamiento de las 9 posibilidades de red anteriormente descritas, donde se hace una lectura de los 50 datos de entrada, una lectura de los 50 datos de salida, el entrenamiento de la red y el ordenamiento de los parámetros a evaluar para los 9 casos en una matriz.

En el Anexo 2 se presenta el código implementado para la validación y prueba de la RNA seleccionada, utilizando datos nuevos, distintos a los del entrenamiento.

3.7 Validación del modelo matemático de RNA propuesto

3.7.1 Análisis comparativo entre los datos experimentales y los obtenidos en el modelo

Para la validación de la RNA seleccionada, se recurre a nuevos ensayos en planta a la salida y a la entrada de la trituradora cónica HP 300. Los datos usados en estas pruebas no habían sido aplicados antes a la RNA con el propósito de efectuar una comparación justa del modelo propuesto y usando como referencia salidas reales obtenidas en campo.

La RNA seleccionada se guardó en MATLAB y se procede a ensayar la nueva base de datos, lo cual arroja un intervalo de error entre -1,37% y 1,09% (Tabla 3.6).

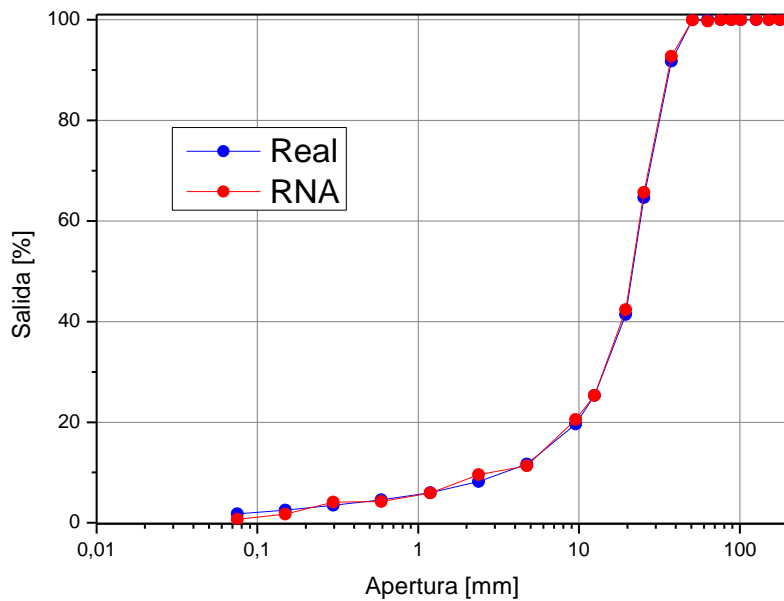
Tabla 3-6: Comparativo datos de salida real en la trituradora cónica HP 300 Vs. Datos de salida de RNA.

Tamiz	Diámetro (mm)	Salida Real	Salida RNA	Error
7"	177,8	100	100	0,00
6"	152,4	100	100	0,00
5"	127	100	100	0,00
4"	101,6	100	100	0,00
3½"	88,7	100	100	0,00
3"	76,2	100	100	0,00
2½"	63,3	100	99,67	0,33
2"	50,8	100	99,93	0,08
1½"	37,5	91,71	92,72	-1,01
1"	25,4	64,61	65,65	-1,05
¾"	19,5	41,40	42,37	-0,97
½"	12,5	25,29	25,33	-0,03
3/8"	9,53	19,63	20,54	-0,92
4	4,75	11,70	11,32	0,38
8	2,38	8,23	9,60	-1,37
16	1,19	6,00	5,93	0,07
30	0,59	4,55	4,26	0,29
50	0,297	3,48	4,12	-0,64
100	0,149	2,51	1,73	0,78
200	0,075	1,78	0,69	1,09

Fuente: Elaboración propia

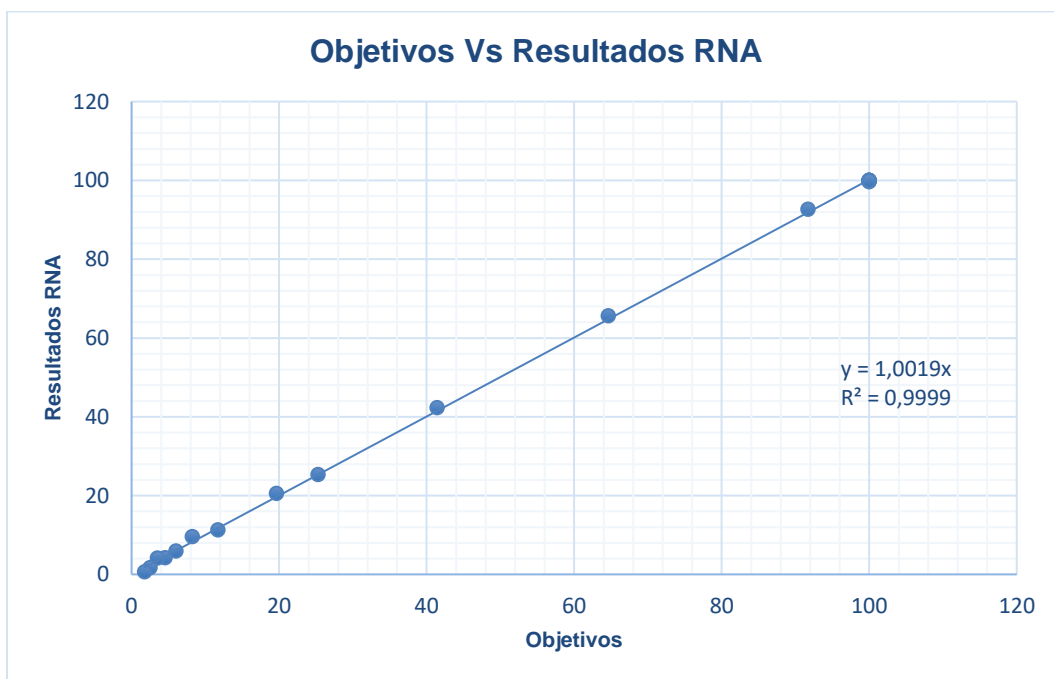
En la Figura 3-13 se presenta el comparativo entre las curvas granulométricas graficadas con los datos a la salida de la trituradora cónica tomados en campo y los datos a la salida de la trituradora cónica obtenidos con la red; la Figura 3-14 muestra la correlación existente entre los resultados y los objetivos, logrando un parámetro R del 0.999, un error promedio entre los resultados de - 0,15% y una desviación estándar de dicho error de 0,6, lo cual valida el modelo de entrenamiento artificial para simular el proceso de fragmentación en la trituradora cónica HP 300, propiedad de la empresa Mincivil S.A., ubicada en la planta de agregados pétreos en el municipio de Girardota.

Figura 3-14: Curvas granulométricas a la salida de la trituradora cónica con los datos reales Vs los resultados de la red



Fuente: Elaboración propia

Figura 3-15: Correlación objetivos y resultados RNA



Fuente: Elaboración propia

En el Anexo 3 se exhibe el poster presentado en EXPO Ingeniería 2022, cuando se estaba ejecutando algunos preliminares del entrenamiento de las redes. El presente documento contiene los resultados finales del entrenamiento.

4. Conclusiones y recomendaciones

4.1 Conclusiones

El modelo de red neuronal seleccionado con dos capas ocultas de 70 y 40 neuronas respectivamente obedece a la mejor aproximación de los datos reales tomados en campo. Esta afirmación se sustenta en la validación de tres figuras de mérito: El error cuadrático medio, la dispersión del error y el ajuste lineal de los datos con respecto al modelo. En los tres casos la configuración mencionada resultó ser la mejor.

La correlación existente entre los resultados de la RNA y los nuevos datos tomados en planta logra un parámetro R del 0.999, una estimación del error entre -1,37% y 1,09%, un promedio del error entre los resultados de - 0,15% y una desviación estándar de dicho error de 0,6, lo cual valida el modelo de entrenamiento artificial para simular el proceso de fragmentación en la trituradora cónica HP 300.

Los resultados obtenidos también evidencian que la tipología de red neuronal “*Feedforward*” efectivamente permite describir el comportamiento de una trituradora para el beneficio mineral. Se debe seguir ensayando y realizando pruebas con otros equipos que también son aplicables a esta misma industria.

Tanto la distribución granulométrica suministrada por el fabricante como la obtenida con la validación de la RNA se encuentran ajustadas a las distribuciones granulométricas

obtenidas en los ensayos realizados en la planta, por lo que es un indicativo que puede dar tranquilidad frente a la configuración y los parámetros operativos con los que trabaja actualmente la trituradora cónica HP300

4.2 Recomendaciones

El siguiente paso es continuar con la validación del proceso real en planta poniendo a prueba el modelo de red seleccionado, para lo cual se requieren datos distintos a los empleados en el entrenamiento de la RNA.

A. Anexo: Código 1, entrenamiento de las RNA

```
clear all; close; clc;

num_arch = 50;% Numero de datos

for k=1:num_arch
    nombre = strcat('Entrada',num2str(k),'.xlsx');% Lectura de datos de entrada
    datos = xlsread(nombre,1,'C2:C21');
    matriz_entrada(:,k) = datos;
end

for k=1:num_arch
    nombre = strcat('Salida',num2str(k),'.xlsx');% Lectura de datos objetivos (salidas esperadas)
    datos = xlsread(nombre,1,'C2:C21');
    matriz_salida(:,k) = datos;
end

nred=1;% Contador de redes
r=zeros;% Matriz de almacenamiento de datos para comparar las redes

for i= [50 60 70]
    for j=[30 40 50]
        Red{nred}= feedforwardnet([i j]); %Codigo red
        Red{nred} = train(Red{nred},matriz_entrada,matriz_salida);
        view(Red{nred});
        y = Red{nred}(matriz_entrada(:,:));% Salidas calculadas de la red

        perf = perform(Red{nred},matriz_salida,y);% Error cuadratico medio
        minerror = min(matriz_salida - y,[],'all');% Min valor de error en el entrenamiento de la red
        maxerror = max(matriz_salida - y,[],'all');% Max valor de error en el entrenamiento de la red
        d = maxerror-minerror;% Dispersión del error
        ec = polyfit(matriz_salida,y,1);%Ecuación de grado 1 mediante ajuste de mínimos cuadrados
        yfit = ec(1)* matriz_salida + ec(2);
        yresid = y - yfit;
        SSresid = sum(yresid.^2);
        SStotal = (length(y)-1) * var(y);
        rsq = 1 - SSresid/SStotal;% Ajuste lineal R
```

58 Modelación de una trituradora cónica para la optimización de la operación de una planta de agregados pétreos

```
r(nred,1)=nred;% Numero de red
r(nred,2)=i;% Neuronas en la capa 1
r(nred,3)=j;% Neuronas en la capa 2
r(nred,4)=perf;% Desempeño de la red mediante el error cuadratico medio
r(nred,5)=minerror;% Min error
r(nred,6)=maxerror;% Max error
r(nred,7)=d;% Dispersión del error
r(nred,8)=rsq;% Ajuste lineal de datos a una recta

nred=nred+1;% Contador

end
end
r
pause;
prompt={'Ingrese la red que desea conservar:'};
name='pregunta';
numlines=1;
defaultanswer={'8'};

answer=inputdlg(prompt,name,numlines,defaultanswer);

seleccionada = str2num(answer{1});

escogida = Red{seleccionada};

save Red{nred}.mat escogida
```


B. Anexo: Código 2, validación de la RNA seleccionada

```
clear all; close; clc;
load('Red{nred}.mat');
x = ([100 100 100 97.38 85.00 83.16 74.27 67.89 56.87 26.37 3.59 0.58 0.53 0.49 0.41 0.37 0.34 0.31 0.29 0
escogida(x)
```

C. Anexo: Poster EXPO Ingeniería 2022

MODELACIÓN DE UNA TRITURADORA CÓNICA MEDIANTE REDES NEURONALES EN UNA PLANTA DE AGREGADOS PÉTREOS

IC-EXPOI 2022
Congreso Internacional de Ingeniería
UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA
OCTUBRE 27 AL 29
PLAZA MAYOR, MEDIELLN

Descripción del proyecto

En la modelación de trituradoras de beneficio mineral las variables a controlar son las relacionadas con la configuración mecánica del equipo y con la caracterización mineralógica del material. Los resultados obtenidos con una red neuronal tipo FeedForward, permiten anticipar distribuciones granulométricas a la salida de una trituradora cónica, después de someter a fragmentación diferentes tamaños de mineral, también permiten identificar parámetros de operación óptimos, tamaños de partículas resultantes en el producto e identificar las mejores entradas en el alimento, para poder obtener el material objetivo.

Metodología

La investigación incluye pruebas granulométricas en campo a la entrada y salida de la trituradora, evaluaciones de posibles modelos de red en Matlab, entrenamiento y validación del modelo seleccionado e implementación del modelo entrenado para simular el proceso. La etapa de simulación aún se encuentra en ejecución. En la Imagen 1 se observa una trituradora cónica de la planta de agregados de Minvilvi S.A., ubicada en Girardota.

Con: MATCO 40 300 con motor eléctrico, salida de 18 ton, 2700 rpm y un consumo energético de 200 kW/h.

Producción de agregado al sereno de 200 a 240 ton/h.

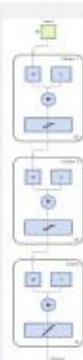

Mediciones granulométricas a la entrada del cono tanto P<300

Mediciones granulométricas a la salida del cono tanto P<300

Imagen 1. Trituradora cónica en producción de agregados pétreos.

Herramientas y métodos

Se empleó una red FeedForward en Matlab, evaluando 9 modelos, cada uno con una capa de 20 entradas (% pesantes en los tamices de entrada), dos capas ocultas y una capa de salida con 20 salidas objetivo (% pesantes en los tamices de salida).

Resultados

El modelo seleccionado fue la red 5 con la combinación de neuronas (20 10) en las capas ocultas (Figura 1). Para este red se obtuvo un error cuadrático medio de 1,55, dispersión del error entre los datos de 10,25 y un ajuste lineal por mínimos cuadrados de 0,0095 (Tabla 1).





Modelo	Entradas	Capas ocultas	Salidas	Error cuadrático medio	Dispersión del error	Ajuste lineal
1	20	10	10	1,55	10,25	0,0095
2	20	10	10	1,55	10,25	0,0095
3	20	10	10	1,55	10,25	0,0095
4	20	10	10	1,55	10,25	0,0095
5	20	10	10	1,55	10,25	0,0095
6	20	10	10	1,55	10,25	0,0095
7	20	10	10	1,55	10,25	0,0095
8	20	10	10	1,55	10,25	0,0095
9	20	10	10	1,55	10,25	0,0095

Tabla 1. Comparativo de los resultados de red entrenadas.

Gráfico de barras: Error cuadrático medio vs. Modelo. El modelo 5 tiene el menor error cuadrático medio.

Gráfico de dispersión: Salida vs. Target. Muestra una fuerte correlación lineal.

Información del autor

UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

Conclusiones

- ✓ El modelo de red neuronal seleccionado con dos capas ocultas de 10 y 10 neuronas respectivamente produce a la mejor aproximación de los datos reales obtenidos en campo. Esta afirmación se sustenta en la validación de tres figuras de mérito: el error cuadrático medio, la dispersión del error y el ajuste lineal de los datos con respecto al modelo. En los tres casos la configuración mencionada resultó ser la mejor.
- ✓ Con los resultados obtenidos se evidencia que la topología de red neuronal Feed Forward efectivamente permite describir el comportamiento de una trituradora para el beneficio mineral. Se debe seguir investigando y haciendo pruebas con otros equipos que permitan ser aplicables a esta misma industria.
- ✓ El siguiente paso es la simulación de un proceso real en planta generada a partir del modelo de red seleccionado, para lo cual se requieren más datos y pruebas.

Bibliografía

1. A. B. Hernández, A. Toranzo and T. A. M. Raposo, "Analysis of crushing and control strategies for stone crushing in the mineral processing and quarrying industries," *Minerals Engineering*, vol. 135, pp. 105–116, Aug. 10, 2021, doi: 10.1016/j.mineng.2021.105708.
 2. T. Ueda and T. Oki, "Identification method neural network in artificial neural network for mineral crushing equipment of a particle," *Miner. Eng.*, vol. 137, pp. July p. 106774, 2020, doi: 10.1016/j.mineng.2020.106774.
 3. J. Reyes-Molina, D. P. Restrepo, V. Rodríguez, and L. M. Torres, "Artificial neural network of a vertical shaft impact crusher using the particle model," *Miner. Eng.*, vol. 135, pp. March p. 105235, 2021, doi: 10.1016/j.mineng.2021.105235.

Agradecimientos

Los autores agradecen a la Universidad Nacional de Colombia y a la empresa Minvilvi S.A. por el apoyo, confianza e inclusión involucrada para desarrollar este proyecto.









Bibliografía

- [1] “VLD Engineering | Soluciones a medida de automatización.” <https://www.vld-eng.com/viladesign-engineering/> (accessed Dec. 02, 2022).
- [2] A. Johansson, “Modeling and Simulation of Cone Crushers,” *IFAC Proc. Vol.*, vol. 42, no. 23, pp. 13–18, 2009, doi: 10.3182/20091014-3-cl-4011.00004.
- [3] A. S. Yamashita, A. Thivierge, T. A. M. Euz, and T. A. M. Euzébio, “A review of modeling and control strategies for cone crushers in the mineral processing and quarrying industries,” *Miner. Eng.*, vol. 170, no. May, Aug. 2021, doi: 10.1016/j.mineng.2021.107036.
- [4] “Caracterización química, metalúrgica y mecánica de los elementos de conminución de la trituradora de mandíbula y de cono de la planta trituradora de Julian Eduardo Betancur Marin Trabajo de grado presentado para optar al título de Ingeniero de Materiales Asesores PhD . Juan Marcelo Rojas Arango Julian Cardona Barbosa Ingeniero mecáni,” 2022.
- [5] “Crushers_2005_Wills-Mineral-Processing-Technology-Seventh-Edition”.
- [6] F. Luis and G. Moncayo, “Modeling-and-simulation-of-mineral-processing-systems”.
- [7] “Nordberg® HP300™ cone crusher - Metso Outotec.” <https://www.mogroup.com/portfolio/nordberg-hp-series/nordberg-hp300/> (accessed Dec. 02, 2022).
- [8] “Produccion de arena con conos HP Producción de arena con conos HP Gama de conos en cifras”.
- [9] A. Coello Velázquez, J. Hechavarría Pérez, L. O. Castellanos Pérez, and J. M. Menéndez Aguado, “Modelación matemática de la fragmentación en los trituradores de cono y de rodillos usando el modelo de Whiten (1972) modificado,” *Minería y Geol.*, vol. 33, no. 4, pp. 363–379, 2017.
- [10] E. A. Pérez Matos, M. A. Osorio Maza, Z. E. Ruiz Mostacero, and L. Alvarado Jaramillo, “Modelamiento Matemático Aplicado a Conminución,” *Rev. Cient. Tec.*, vol. 24, no. 1, p. 75, 2017, doi: 10.21754/tecnia.v24i1.34.
- [11] H. Pérez, J. Ramón, C. Velázquez, A. Lázaro, and L. Brawn, “Aplicación de los modelos de Nikolov en la trituración por impacto del mineral zeolita del yacimiento San Andrés, Holguín, Cuba,” *Apl. los Model. Nikolov en la trituración por impacto del Miner. zeolita del Yacim. San Andrés, Holguín, Cuba*, vol. 24, no. 4, pp. 1–17, 2008.
- [12] J. Segura-Salazar, G. P. Barrios, V. Rodriguez, and L. M. Tavares, “Mathematical modeling of a vertical shaft impact crusher using the Whiten model,” *Miner. Eng.*, vol. 111, no. March, pp. 222–228, 2017, doi: 10.1016/j.mineng.2017.06.022.
- [13] D. E. M. N. Les, *TECNOLOGÍA DE PROCESAMIENTO DEM/Nf LES*.
- [14] R. A. Duarte, A. S. Yamashita, M. T. da Silva, L. P. Cota, and T. A. M. Euzébio, “Calibration and validation of a cone crusher model with industrial data,” *Minerals*, vol. 11, no. 11, pp. 1–19, 2021, doi: 10.3390/min11111256.
- [15] H. Albino, “Libro-Redes neuronaes,” pp. 1–76.
- [16] “Procedimiento para estimar el extractable del níquel con una red neuronal artificial, en sustitución de los modelos estadísticos tradicionales.,” 2010.

- [17] U. M. R. Paturi, S. Cheruku, and S. R. Geereddy, "Process modeling and parameter optimization of surface coatings using artificial neural networks (ANNs): State-of-the-art review," *Mater. Today Proc.*, vol. 38, pp. 2764–2774, 2020, doi: 10.1016/j.matpr.2020.08.695.
- [18] V. Mundada and S. Kumar Reddy Narala, "Optimization of Milling Operations Using Artificial Neural Networks (ANN) and Simulated Annealing Algorithm (SAA)," *Mater. Today Proc.*, vol. 5, no. 2, pp. 4971–4985, 2018, doi: 10.1016/j.matpr.2017.12.075.
- [19] W. Rivas, B. Mazon, and E. Mejía, "Generalidades de las redes neuronales artificiales," *Redes neuronales Artif. Apl. al Reconoc. patrones*, no. September, pp. 11–35, 2018, [Online]. Available: <http://repositorio.utmachala.edu.ec/handle/48000/12499>
- [20] F. Villada, N. Muñoz, and E. García-Quintero, "Redes neuronales artificiales aplicadas a la predicción del precio del oro," *Inf. Tecnol.*, vol. 27, no. 5, pp. 143–150, 2016, doi: 10.4067/S0718-07642016000500016.
- [21] N. P. Juan and V. N. Valdecantos, "Review of the application of Artificial Neural Networks in ocean engineering," *Ocean Eng.*, vol. 259, no. April, p. 111947, 2022, doi: 10.1016/j.oceaneng.2022.111947.
- [22] J. García-Morales, M. Cervantes-Bobadilla, J. A. Hernández-Pérez, Y. I. Saavedra-Benítez, M. Adam-Medina, and G. V. Guerrero-Ramírez, "Inverse artificial neural network control design for a double tube heat exchanger," *Case Stud. Therm. Eng.*, vol. 34, no. April, 2022, doi: 10.1016/j.csite.2022.102075.
- [23] F. World Dental Federation, "The Artificial Neural Network (ANN) Model for Predicting the Preventive Behaviors toward Dust Exposure among Stone Crushing Mill Workers," *Int. Dent. J.*, vol. 50, no. 6, pp. 333–341, 2000, doi: 10.1111/j.1875-595x.2000.tb00773.x.
- [24] T. Andersson, *Estimating particle size distributions based on machine vision*. 2010.
- [25] E. Cabello *et al.*, "Sistema de visión artificial para detectar y estimar el tamaño de rocas," *ResearchGate*, vol. 1, no. May, p. 7, 2014.
- [26] M. A. Ospina-Alarcón, I. E. Rivera-M, and G. E. Chanchí-Golondrino, "Estimation of Recovery Percentage in Gravimetric Concentration Processes using an Artificial Neural Network Model," *Int. J. Adv. Comput. Sci. Appl.*, vol. 13, no. 9, pp. 100–110, 2022, doi: 10.14569/IJACSA.2022.0130912.
- [27] T. Ueda and T. Oki, "A stereological correction method employing an artificial neural network for mineral liberation assessment of ore particles," *Miner. Eng.*, vol. 157, no. July, p. 106578, 2020, doi: 10.1016/j.mineng.2020.106578.
- [28] S. Maritza and N. Yucra, "Modelo predictivo de producción de minerales de plata mediante redes neuronales artificiales," pp. 176–179, 2020.
- [29] P. Optar, P. O. R. El, and T. Profesional, "Modelo de redes neuronales para maximizar la cobertura de camiones en chancadoras para Soc. Minera Cerro Verde S.A.A.," pp. 0–2, 2022.
- [30] M. Una, R. E. D. Neuronal, E. Con, and U. N. Algoritmo, "Detección de la altura de interfase de una columna de flotación mediante una red neuronal entrenada con un algoritmo genético," no. March, 1999.
- [31] S. E. E. Profile, "MODELACIÓN DE LA TEMPERATURA DE SALIDA DE LA CÁMARA DE EVACUACIÓN EN LA UBP PREPARACIÓN DE MINERAL , CON AYUDA DE REDES NEURONALES ARTIFICIALES," no. October, 2016.
- [32] F. Contreras, "Diseño de modelo predictivo multivariable para molienda en compañía minera doña inés de collahuasi," 2018.
- [33] L. A. P. Zapana Mamani, "IMPLEMENTACIÓN DE SISTEMAS DE CONTROL

- AVANZADO PARA MEJORAR LA CALIDAD EN LA PRODUCCIÓN DE ARENAS DE LA PLANTA DE PROCESAMIENTO DE RELAVE DE LA MINA TOQUEPALA SOUTHERN,” pp. 1–60, 2021.
- [34] P. García, C. Llópiz, G. Puyáns, and R. Leonel, “MODELO MATEMÁTICO PARA DESCRIBIR LA DISTRIBUCIÓN GRANULOMÉTRICA DE LA FASE DISPERSA DE LAS SUSPENSIONES DE LATERITA,” 2009.
- [35] N. De La Cruz, T. Arroyave, A. Felipe, C. Cárdenas, L. Fernando, and G. Giraldo, “Análisis y modelamiento de la granulometría en la cáscara del café (*Coffea arabica* L.) variedad Castillo,” *Prod. + Limpia*, vol. 10, no. 2, pp. 80–91, 2015.
- [36] S. Razavi and B. A. Tolson, “A new formulation for feedforward neural networks,” *IEEE Trans. Neural Networks*, vol. 22, no. 10, pp. 1588–1598, 2011, doi: 10.1109/TNN.2011.2163169.
- [37] P. Vásquez, “Red neuronal feedforward como estimador de patrones de corrientes en el interior del puerto de manzanillo sujeto a la acción de tsunamis,” *Inst. Mex. Del Transp.*, no. 406, 2014, [Online]. Available: <https://www.imt.mx/archivos/Publicaciones/PublicacionTecnica/pt406.pdf>
- [38] S. Rojas Moreno, “Optimización Planta De Chancado Secundario/Terciario En División El Teniente,” p. 140, 2015.
- [39] L. Alejandro and M. Caita, “‘ ESTRUCTURA DE REDES NEURONALES (MLP) Y SU APLICACIÓN COMO APROXIMADOR UNIVERSAL ’ Lexly Vanessa Sosa Jerez y Laura Camila Zamora Alvarado,” 2022.