

# Modelado de deformación termomecánico de la zona de subducción del sur de Colombia

**Robinson Quintana Puentes** 

Universidad Nacional de Colombia Facultad Ciencias, Departamento Geociencias Bogotá, Colombia Año 2022

# Modelado de deformación termomecánico de la zona de subducción del sur de Colombia

## **Robinson Quintana Puentes**

Tesis presentada como requisito parcial para optar al título de: Doctor en Geociencias

Director:

Reve Monte.

Ph.D., Luis Alfredo Montes

Co-Director: Ph.D., Carlos Zuluaga

Línea de Investigación: Estratigrafía, tectónica y Geodinámica Grupo de Geofísica

Universidad Nacional de Colombia Facultad Ciencias, Departamento Geociencias Bogotá, Colombia Año 2022

A mi familia, gracias por el apoyo, la comprensión y la dedicación.

## Declaración de obra original

Yo declaro lo siguiente:

He leído el Acuerdo 035 de 2003 del Consejo Académico de la Universidad Nacional. «Reglamento sobre propiedad intelectual» y la Normatividad Nacional relacionada al respeto de los derechos de autor. Esta disertación representa mi trabajo original, excepto donde he reconocido las ideas, las palabras, o materiales de otros autores.

Cuando se han presentado ideas o palabras de otros autores en esta disertación, he realizado su respectivo reconocimiento aplicando correctamente los esquemas de citas y referencias bibliográficas en el estilo requerido.

He obtenido el permiso del autor o editor para incluir cualquier material con derechos de autor (por ejemplo, tablas, figuras, instrumentos de encuesta o grandes porciones de texto).

Por último, he sometido esta disertación a la herramienta de integridad académica, definida por la universidad.

<u>Robinson Quintana Da</u>

Fecha 19/10/2022

## Agradecimientos

A Dios por darme la energía para salir adelante.

A mi familia por todo el apoyo incondicional.

Al profesor Luis Montes por la dirección, la sabiduría y apoyo.

Al profesor Carlos Zuluaga por el conocimiento impartido para este proyecto.

A la Universidad Nacional de Colombia por la estructura académica generada, a todos los docentes, compañeros por haber compartido todo su ánimo y conocimiento.

A la universidad Distrital Francisco José de Caldas por parte de la ayuda económica y las licencias de MATLAB y ARCGIS.

A la Agencia Nacional de Hidrocarburos (ANH) y en especial a la Subdirección Técnica por la información suministrada.

Al Servicio Geológico Colombiano (SGC), en especial al proyecto de Implementación de la Red Nacional de Estaciones Geodésicas Satelitales GPS con propósitos geodinámicos (GeoRED) y a la Subdirección de Geociencias por la información suministrada.

Al Instituto Geográfico Agustín Codazzi (IGAC) y en especial a la Subdirección de Geodesia y Cartografía por la información suministrada.

A la empresa Ariana Limitada, por el apoyo y orientación.

A los jurados por sus aportes, observaciones y tiempo dedicado a esta labor.

## Resumen

La forma de la topografía de la superficie en la parte sur del territorio colombiano es el resultado de la deformación producida por la subducción de la placa de Nazca debajo de la Placa de Suramérica. Se genera un modelado numérico termo-mecánico para solucionar varias ecuaciones que describen los fenómenos físicos principales asociados a calor y esfuerzo. Este proceso de subducción es modelado bajo el marco de la mecánica de los medios continuos. Se presenta la evolución en la subducción escogida modelando los escenarios en aproximadamente 150 millones de años desde el periodo geológico Jurásico hasta ahora, parametrizado por el control que ejerce la forma de la topografía actual. Este modelamiento se realiza con el programa computacional MatLab y se tienen en cuenta códigos computacionales de varios autores que están trabajando en estas soluciones. Un aspecto fundamental es discretizar el espacio basándose en coordenadas planas formando un grillado de 24.888 marcas y representando un área de 300 km de alto y 3000 km de largo sobre la latitud de 3° grados. Se determinan esfuerzo, temperatura, composición, velocidad, geometría y propiedades de las cortezas oceánica y continental para un total de 10 escenarios. El código i3Elvis resulta ser un código robusto para modelar fenómenos de la subducción tales como; la ruptura, ángulo bajo con respecto al horizonte de la placa oceánica. Pero no resulta ser efectivo para el desprendimiento de la placa cuando se adhiere un terreno oceánico. Se genera un modelo de geometría actual de las rocas involucradas en la subducción por medio de datos de gravimetría y magnetometría, el cual, es el objetivo de llegada del modelamiento.

**Palabras clave:** Modelo 2D, subducción, modelamiento termo-mecánico, euleriano, lagrangiano y Colombia.

# Thermo-mechanical deformation modeling of the southern Colombian subduction zone

## Abstract

The shape of the surface topography in the southern part of the Colombian territory is the result of the deformation produced by the subduction of the Nazca plate under the South American Plate. We generate a thermo-mechanical numerical modeling to solve several equations that describe the main physical phenomena associated with heat and stress. We model this subduction process under the framework of continuum mechanics. We present the evolution in the chosen subduction modeling the scenarios in approximately 150 million years from the Jurassic geologic period until now, parameterized by the control exerted by the shape of the current topography. This modeling was carried out with the MatLab computer program and computer codes of various authors who are working on these solutions were taken into account. A fundamental aspect is to discretize the space based on plane coordinates, forming a grid of 24,888 marks and representing an area 300 km high and 3000 km long on the latitude of 3° degrees. We determined stress, temperature, composition, velocity, geometry, and properties of the oceanic and continental crusts for a total of 10 scenarios. The i3Elvis code turned out to be a robust code to model subduction phenomena such as; the rupture, low angle with respect to the horizon of the oceanic plate. But it did not turn out to be effective for plate detachment when an oceanic terrain is attached. We generated a current geometry model of the rocks involved in the subduction through gravimetry and magnetometry data, which was the goal of the modeling.

**Keywords:** 2D model, subduction, thermo-mechanical, Eulerian, Lagrangian and Colombia modeling.

# Contenido

### Pág.

1.	Determinación de la deformación y el esfuerzo euleriano de la es	quina noroccidental de
Suran	nérica, Colombia	
Res	sumen	
Abs	stract	
Intr	roducción	
1.1	Marco geológico	
1.2	Datos de GPS	6
1.3	Metodología	7
1.4	Procedimiento y Resultados	
1.5	Conclusiones	
1.6	Agradecimientos	
1.7	Bibliografía	
2.	Determinación de la profundidad del Moho y del modelo 2D de	la subducción en el sur
de Co	olombia por medio del método de inversión con datos gravimétrico	os
Res	sumen	
Abs	stract	
Intr	roducción	
2.1	Metodología	
2	2.1.1 Anomalías gravimétricas	
2	2.1.2 Teorema de la Divergencia	
2	2.1.3 Gravedad Teórica Normal	
2	2.1.4 Anomalía de Aire Libre o de Radio	
2	2.1.5 Anomalía de Bouguer Simple	
2	2.1.6 Anomalía de Bouguer Total	
2	2.1.7 Algoritmo 3DINVER	
2	2.1.8 Gravedad observada por satélites	
2.2	Procedimiento y Resultados	
2.3	Conclusiones	
2.4	Agradecimientos	
2.5	Bibliografía	

	s Magneticos
en el sur de Colombia	
Abotroot	43
Abstraction	
3.1 Metodología	43
3.1 Anomalías magnéticas	40 /18
3.1.2 Corrección de variación diurna	40 /18
3.1.2 Corrección de variación diurna	40 49
3.1.4 Reducción al Polo	
3.2 Metodología v Resultados	49
3.3 Inversión Magnética	52
3.4 Conclusiones	
3.5 Agradecimientos	54
3.6 Bibliografía	
4. Modelado de deformación termo-mecánico de la zona de subduccio	ón del sur de
Colombia	57
Resumen	57
Abstract	57
Introducción	58
4.1 Marco geológico	58
4.2 Metodología	63
4.2.1 Ecuación de Continuidad	63
4.2.2 Ley de la conservación de la cantidad de movimiento	64
<ul><li>4.2.2 Ley de la conservación de la cantidad de movimiento</li><li>4.2.3 Ley newtoniana del rozamiento viscoso</li></ul>	64 67
<ul> <li>4.2.2 Ley de la conservación de la cantidad de movimiento</li> <li>4.2.3 Ley newtoniana del rozamiento viscoso</li> <li>4.2.4 Solución de la ecuación de calor</li> </ul>	64 67 68
<ul> <li>4.2.2 Ley de la conservación de la cantidad de movimiento</li> <li>4.2.3 Ley newtoniana del rozamiento viscoso</li> <li>4.2.4 Solución de la ecuación de calor</li> <li>4.2.5 Discretización del espacio y condiciones de frontera</li> </ul>	64 67 68 69
<ul> <li>4.2.2 Ley de la conservación de la cantidad de movimiento</li> <li>4.2.3 Ley newtoniana del rozamiento viscoso</li> <li>4.2.4 Solución de la ecuación de calor</li> <li>4.2.5 Discretización del espacio y condiciones de frontera</li> <li>4.2.6 Erosión</li> </ul>	64 67 68 69 70
<ul> <li>4.2.2 Ley de la conservación de la cantidad de movimiento</li> <li>4.2.3 Ley newtoniana del rozamiento viscoso</li> <li>4.2.4 Solución de la ecuación de calor</li> <li>4.2.5 Discretización del espacio y condiciones de frontera</li> <li>4.2.6 Erosión</li> <li>4.2.7 Código</li> </ul>	64 67 68 69 70 70
<ul> <li>4.2.2 Ley de la conservación de la cantidad de movimiento</li> <li>4.2.3 Ley newtoniana del rozamiento viscoso</li> <li>4.2.4 Solución de la ecuación de calor</li> <li>4.2.5 Discretización del espacio y condiciones de frontera</li> <li>4.2.6 Erosión</li> <li>4.2.7 Código</li> <li>4.3 Procesamiento y Resultados</li> </ul>	64 67 68 69 70 70 71
<ul> <li>4.2.2 Ley de la conservación de la cantidad de movimiento</li> <li>4.2.3 Ley newtoniana del rozamiento viscoso</li> <li>4.2.4 Solución de la ecuación de calor</li> <li>4.2.5 Discretización del espacio y condiciones de frontera</li> <li>4.2.6 Erosión</li> <li>4.2.7 Código</li> <li>4.3 Procesamiento y Resultados</li> <li>4.4 Conclusiones</li> </ul>	
<ul> <li>4.2.2 Ley de la conservación de la cantidad de movimiento</li> <li>4.2.3 Ley newtoniana del rozamiento viscoso</li> <li>4.2.4 Solución de la ecuación de calor</li> <li>4.2.5 Discretización del espacio y condiciones de frontera</li> <li>4.2.6 Erosión</li> <li>4.2.7 Código</li> <li>4.3 Procesamiento y Resultados</li> <li>4.4 Conclusiones</li> <li>4.5 Agradecimientos</li> </ul>	
<ul> <li>4.2.2 Ley de la conservación de la cantidad de movimiento</li> <li>4.2.3 Ley newtoniana del rozamiento viscoso</li> <li>4.2.4 Solución de la ecuación de calor</li> <li>4.2.5 Discretización del espacio y condiciones de frontera</li> <li>4.2.6 Erosión</li> <li>4.2.7 Código</li> <li>4.3 Procesamiento y Resultados</li> <li>4.4 Conclusiones</li> <li>4.5 Agradecimientos</li> <li>4.6 Bibliografía</li> </ul>	

# Lista de figuras

Pág.

Figura 1-1 Terrenos y fallas en Colombia.	5
Figura 1-2 Vectores de velocidad.	6
Figura 1-3 Desplazamientos en tres estaciones.	8
Figura 1-4 Triángulos con la condición de Delaunay.	9
Figura 1-5 Mapa de la deformación de máxima elongación por vecino más cercano	.12
Figura 1-6 Mapa de la deformación finita por vecino más cercano por Euler	. 13
Figura 1-7 Mapa de esfuerzos derivados de la Deformación por Euler.	.14
Figura 1-8 Perfiles de esfuerzo de Euler con la topografía	.16
Figura 1-9 Mapa de ubicación de eventos del mapa mundial de esfuerzos con el determinado	. 18
Figura 2-1 Campo vectorial gravitacional de una distribución de masa	.25
Figura 2-2 Fórmulas de los cosenos	.26
Figura 2-3 Teorema de la divergencia	.27
Figura 2-4 Esquema de la anomalía	. 28
Figura 2-5 Anomalía de Aire libre o de radio	. 29
Figura 2-6 Placa de Bouguer.	. 29
Figura 2-7 Corrección Topográfica	. 30
Figura 2-8 Vista de planta e Isométrica del área seccionada	. 31
Figura 2-9 Prisma rectangular	. 31
Figura 2-10 Secciones de anillos	. 32
Figura 2-11 Datos Base suministrados por la ANH.	. 34
Figura 2-12 Anomalía de Aire libre	. 35
Figura 2-13 Anomalía de Bouguer Total	.36
Figura 2-14 Topografía del Moho	. 37
Figura 2-15 Perfiles de la topografía, Aire libre, Bouguer y del Moho a los 3° de latitud	. 38
Figura 2-16 Sección Transversal a los 3° de latitud por inversión gravimétrica.	.40
Figura 3-1 Producción del Campo magnético terrestre	.46
Figura 3-2 Corrección de variación diurna.	.48
Figura 3-3 Anomalía Magnética Total de Colombia.	. 50
Figura 3-4 Reducción magnética al polo	. 51
Figura 3-5 Modelo bidimensional a 3° de latitud por inversión magnética	. 52
Figura 4-1 Placas Tectónicas asociadas a Colombia	. 58
Figura 4-2 Dorsal Oceánica y Zona de Subducción	. 59
Figura 4-3 Cuencas sedimentarias en Colombia	. 60
Figura 4-4 Alturas topográficas de la región.	.61
Figura 4-5 Esquema de la evolución de la subducción en Colombia	. 62
Figura 4-6 Elemento de volumen lagrangiano para el esfuerzo	. 64
Figura 4-7 Diagrama de flujo de modelamiento termo-mecánico	.71
Figura 4-8 Esquema de escenarios de la subducción	.72

Figura 4-9 Modelo general con topografía inicial	.73
Figura 4-10 Escenario A de 150-130 Millones de años	.74
Figura 4-11 Escenario B de 130-118 Millones de años	.75
Figura 4-12 Escenario C de 118-107 Millones de años	.76
Figura 4-13 Escenario D de 107-97 Millones de años	.77
Figura 4-14 Escenario E de 97-83 Millones de años	.78
Figura 4-15 Escenario F de 83-70 Millones de años	.79
Figura 4-16 Escenario G de 70-60 Millones de años	.80
Figura 4-17 Escenario H de 60-50 Millones de años	.81
Figura 4-18 Comparación del modelo final con el modelo de inversión gravimétrica	.82

# Lista de tablas

### Pág.

Tabla 1-1 Teoremas para el cálculo de las deformaciones.	10
Tabla 1-2 Diferencia del azimut del esfuerzo calculado versus el mapa mundial.	17
Tabla 4-1 Resumen de los escenarios de la evolución de la subducción en Colombia	72
Tabla 4-2 Propiedades de las rocas utilizadas.	72
1	

## Introducción

Se presenta la evolución geológica de la subducción entre las placas de Nazca y de Suramérica en el sur de Colombia, la cual explica la forma de la topografía actual. Se escoge una de las evoluciones planteadas y se modela teniendo la topografía como control. Se pretende entender la subducción como fenómeno básico que genera muchas de las estructuras geológicas actuales asumiendo los parámetros más significativos de un modelado termo-mecánico. Uno de los parámetros fundamentales es el esfuerzo, que fue determinado por medio de las mediciones de coordenadas geodésicas por las estaciones permanentes de solución de posicionamiento global con sus siglas en inglés (GPS), en un periodo de varios años. Por otra parte, tener una geometría actual de la subducción enmarca el modelo de llegada. Para lograr está geometría se tomaron las anomalías gravimétricas y magnéticas y se produjo un modelo inverso.

En el primer capítulo se determinaron los esfuerzos para el modelamiento basados en la deformación de la placa continental resultado de las medidas de GPS. Con las observaciones de las estaciones permanentes del Servicio Geológico Colombiano SGC y en especial el proyecto GeoRED, durante un lapso de más de diez años, se definieron las elongaciones base para la formación de los tensores de deformación y de esfuerzos. Estos tensores se utilizaron para el modelamiento de operadores lagrangianos y eulerianos en capítulos posteriores.

En el segundo capítulo se determinó el modelo de subducción más cercano a la geometría del subsuelo hasta una profundidad de 300 kilómetros por medio del software IGMAS. Una parte fundamental de este modelo fue determinar el moho. Se utilizaron datos gravimétricos medidos por la Agencia Nacional de Hidrocarburos ANH y complementados por datos de misiones satelitales como CHAMP (Challenging Minisatellite Payload), GRACE (Gravity Recovery and Climate Experiment), GOCE (Gravity field and steady-state Ocean Circulation Explorer) o TOPEX/POSEIDON. Se tomaron estos datos, se nivelaron y se procesaron hallando las anomalías necesarias para utilizar el algoritmo de Parker.

En el tercer capítulo de magnetismo se ha construido un modelo 2D de la geometría de las rocas en el proceso de subducción entre las placas de Nazca y la de Suramérica basado en las anomalías magnéticas y el software IGMAS a 3° de latitud en Colombia. Estas anomalías fueron datos suministrados personalmente por la Agencia Nacional de Hidrocarburos (ANH). Las anomalías del campo total están comprendidas entre -640 a 740 nTeslas y los datos reducidos al polo con valores entre -640 a 1640 nTeslas. Finalmente, se determina un modelo de inversión con la geometría de la subducción para la placa oceánica, continental, la cuña de acreción y la inclinación de la placa que subduce, incorporando valores de magnetización de las diferentes rocas que la componen.

En el cuarto capítulo se determinó el modelado termo-mecánico de la subducción entre las placas de Nazca y Sudamericana en el sur de Colombia proporcionando una descripción fundamental para comprender la dinámica geológica y la forma topográfica de esta región de la Tierra. Un buen modelo de esta clase debe cumplir con las condiciones físicas más predominantes con el menor número de

parámetros posibles. El primer paso fue identificar la teoría geológica y su correspondencia con las ecuaciones en derivadas parciales cuyas incógnitas son funciones de diversas variables independientes, o parámetros, que están distribuidos en el espacio y tiempo. En segundo lugar, se determinaron y se escogieron los datos para la solución de esas ecuaciones, tales como la deformación, el esfuerzo, la geometría actual, la temperatura, etc. Finalmente se solucionaron las ecuaciones usando el software Matlab y se muestran los resultados en 2D.

## 1. Determinación de la deformación y el esfuerzo euleriano de la esquina noroccidental de Suramérica, Colombia

#### Resumen

Se determina la deformación y el esfuerzo euleriano con base en mediciones GPS realizadas y procesadas por el Servicio Geológico de Colombia (SGC) con el fin de comprender el marco geológico donde se ubica el territorio colombiano. Estas mediciones se toman por 60 estaciones de GPS permanentes y las procesa el grupo de investigación GeoRED. Se presentan las ecuaciones para la determinación de la deformación permanente y para la determinación de esfuerzos. Se calculan los tensores de Cauchy de la deformación geológica instantánea o infinitesimal mediante los valores ajustados por mínimos cuadrados del desplazamiento medido de cada estación GPS. A su vez, se definen los tensores de Euler con la deformación finita, con lo cual, se determinan los tensores de tensión de Euler. Se presenta la correlación entre los perfiles topográficos y los esfuerzos para las latitudes  $12^{\circ}$ ,  $9^{\circ}$ ,  $6^{\circ}$ ,  $3^{\circ}$ ,  $0^{\circ}$ ,  $-3^{\circ}$  y -  $4^{\circ}$  en el territorio colombiano. Se elige como representativo el perfil a una latitud de  $3^{\circ}$  que contiene un esfuerzo de Euler con una extensión máxima de 74 MPa (Mega Pascales), compresión mínima de 0 MPa, un promedio de 21 Mpa y una deformación 2,32 mm (milímetros). Finalmente, se comparan los ángulos de dirección entre el esfuerzo calculado con los del mapa mundial de esfuerzo, cuya determinación es la base fundamental para la modelación termo-mecánica.

Palabras Clave: Esfuerzo, Deformación, GPS, Euler, Tectónica de placas, Colombia

#### Abstract

In order to understand the geological framework where the Colombian territory is located, we determined the Eulerian deformation and stress based on GPS measurements made by the Colombian Geological Service (SGC). We present the data acquired by 60 permanent GPS stations of the GeoRED research group, as well as the equations for the determination of instantaneous and permanent deformation and the equations for the determination of stresses. We calculate the Cauchy tensors of the instantaneous or infinitesimal geological strain using the least squares adjusted values of the measured displacement of each GPS station. In turn, we define the Euler tensors with the finite strain, thereby determining the Euler stress tensors. We present the correlation between the topographic profiles and the efforts for latitudes  $12^{\circ}$ ,  $9^{\circ}$ ,  $6^{\circ}$ ,  $3^{\circ}$ ,  $0^{\circ}$ ,  $-3^{\circ}$  and  $-4^{\circ}$  in the Colombian territory. We chose as representative the profile at a latitude of  $3^{\circ}$  that contains an Euler stress with a maximum extension of 74 MPa (Mega Pascals), minimum compression of 0 MPa, an average of 21 MPa and a deformation of 2.32 mm (millimeters). Finally, we compare the steering angles

between the calculated stress with those of the world stress map, whose determination is the fundamental basis for thermo-mechanical modeling.

Keywords: Stress, Strain, GPS, Euler, Plate tectonics, Colombia

## Introducción

Las determinaciones de velocidad en estaciones permanentes de GPS requieren hoy en día una precisión de 0,1 mm/año cuando son utilizadas para la realización de marcos de referencia cinemáticos o para numerosas interpretaciones geodinámicas (Mora-Páez y otros, 2021; Bahrouni y otros, 2020; Altamimi y otros, 2014; Klos, y otros, 2014; Ji y Henrring 2013; Engelkemeir, 2010). Gracias a esta precisión se ha calculado el campo de esfuerzos a lo largo del costado noroccidental de Suramérica para evaluar el proceso de subducción y las interacciones de los bloques tectónicos de primer orden (Mora-Páez y otros, 2020; Vargas C. A., 2020; Mora-Páez y otros, 2019; Kellogg y otros, 1990). La zona de estudio corresponde al área sobre la que se asienta el territorio colombiano, cuya amplia zona de deformación continental ha evolucionado y alcanzado su actual configuración geológica y tectónica a través de una compleja historia. Se reconoce un estado de tensiones compresivas de las placas de Nazca y Caribe hacia Sudamérica en las direcciones Oeste-Este y Noroeste-Sureste, respectivamente, así como la presencia de al menos tres micro placas o bloques: Panamá-Costa Rica con vergencia Oeste-Este; Andes del Norte con desplazamiento Suroeste-Noreste, probablemente en todo el Sistema de Fallas Frontales Orientales; y Chocó que choca con el Bloque Andino en dirección Norte-Sur. Los estados de esfuerzo y deformación tectónica se estiman a partir de (1) el mecanismo focal del terremoto; (2) datos geodésicos; (3) división de ondas de corte (Martínez-Garzón y otros, 2020; Egbue y otros, 2013; González, y otros, 2019; Vargas y otros, 2005). En este caso, se usa el segundo método con datos más recientes.

La zona de estudio es el sur de Colombia, aunque se utiliza toda la información existente para ajustar las estaciones de GPS cercanas y obtener una mejor interpolación. La metodología determina los tensores de desplazamiento, de deformación, rotación y de esfuerzo por medio de los datos geodésicos. Se calcula el esfuerzo que es la base para el modelamiento mecánico porque permite solucionar las ecuaciones de viscosidad, de continuidad y de momento. Se aseguran los resultados obtenidos comparándolos con los almacenados por el mapa mundial de esfuerzo.

Es de especial interés el perfil a una latitud de 3° con un esfuerzo extensivo de Euler máximo de 74 MPa (Mega Pascales), mínima de 0 MPa, un promedio de 21 Mpa y una deformación 2,32 mm, cuyos valores se utilizan para los parámetros y condiciones iniciales de los modelamientos mecánicos eulerianos. De esta manera se concluye que en el último periodo de la subducción en el sur de Colombia es de tipo extensivo sobre la placa continental y de compresión en el contacto con la placa de Nazca. Igualmente, la ubicación de los terremotos indica que el esfuerzo se ha ido disipando por medio las fallas representativas que van de sur a norte en el territorio.

## 1.1 Marco geológico

La actividad tectónica y volcánica en el noroeste de América del Sur está directamente relacionada con la interacción de las placas de América del Sur, Nazca, Cocos y el Caribe, con los bloques más pequeños del norte de los Andes, Maracaibo, Chocó y Panamá encajados en el medio (Kellogg y otros, 1990; Freymueller y otros, 1993; Mora-Páez, y otros, 2018). En la Figura 1-1 se pueden ver varios terrenos alóctonos oceánicos, masas de roca generadas por dos placas en el mar y trasladas hasta el continente, al oeste de la Falla de San Jerónimo, que es el límite occidental de grandes terrenos continentales, masas de rocas que están en el continente. Los principales terrenos son Calima y Cuna en la Cordillera Occidental, el Terreno sospechoso Tumaco en el sur de la Cordillera

Occidental y el Terreno Tairona en la Sierra Nevada de Santa Marta. Todos ellos son terrenos oceánicos que se formaron en el Océano Pacífico y se desplazaron hacia el norte hasta sus posiciones actuales, donde fueron emplazados desde finales del Cretácico hasta el Mioceno. Se cree que al menos Calima y Cuna son parte de la Meseta del Caribe. Los terrenos oceánicos más pequeños se encuentran en la Zona de Falla Cauca-Romeral (Toussaint y Restrepo, 2020). La placa del Caribe es una placa tectónica pequeña atrapada entre dos placas continentales principales, las placas de América del Norte y del Sur, la placa oceánica de Cocos y dos zonas de subducción principales. La litosfera oceánica de los océanos Atlántico y Pacífico se subduce debajo de la placa del Caribe en sus extremos este y oeste, respectivamente. (Bustamante, y otros, 2017; Restrepo, y otros, 2011; Cardona, y otros, 2006).



Figura 1-1 Terrenos y fallas en Colombia.

Se aprecian los principales terrenos y fallas que los limitan. SNSM: Sierra Nevada de Santa Marta, SJ: Sierra Sinú San Jacinto, BPC: Bloque Panamá, VM: Valle del Rio Magdalena, CC: Cordillera Central, COR: Cordillera Oriental, LLO; Cuenca Llanos Orientales, COC: Cordillera occidental, VC: Valle del Rio Cauca, NB: Nido de Bucaramanga. Adaptado de (Toussaint y Restrepo, 2020). La base topográfica es tomada de las grillas de alturas (m) GEBCOB 2020 (IHO), para todos los mapas y perfiles. https://www.gebco.net/.

## 1.2 Datos de GPS

Se utilizaron datos procesados de GPS de 60 estaciones del Servicio Geológico Colombiano bajo el proyecto GeoRED, cuyo tiempo de referencia es el 1 de enero de 2010 para la estimación de todas las velocidades (Mora-Páez y Audemard, 2021). Las coordenadas geodésicas suministradas fueron convertidas a coordenadas nortes y estes en un sistema de proyección Transverse Mercator denominado "UTM 18N". Esta es una representación conforme del elipsoide WGS84 en un plano con origen en latitud 0° N y longitud 75° W. Los vectores de velocidad se presentan en la Figura 1-2, cuya unidad es milímetros por año, se puede observar la tendencia hacia una dirección noreste de los puntos sobre la placa de Suramérica en Colombia.





La base topográfica es tomada de las grillas de alturas (m) GEBCOB 2020 (IHO), para todos los mapas y perfiles. https://www.gebco.net/. El modelo de velocidades es tomado de Mora-Páez y Audemard (2021).

#### 1.3 Metodología

El esfuerzo es uno de los causantes principales de la deformación de las rocas que conforman la placa de Suramérica en Colombia. Se calculó este esfuerzo determinando la deformación por medio de las velocidades y coordenadas proyectadas de los datos de GPS. Primero, se presenta a continuación las asunciones y ecuaciones para la deformación basadas en la publicación presentada por el profesor Cardozo de la universidad de Stavanger (Cardozo, y otros, 2012). Luego, se muestran las ecuaciones del profesor Turcotte, con las que se calcula el esfuerzo basado en la deformación definida anteriormente (Turcotte y Schubert, 2001).

Se determinaron áreas triangulares dividiendo y representando el territorio empleando las coordenadas de las estaciones GPS. En la Figura 1-3, se puede observar la diferencia en el desplazamiento ( $\Delta u$ ), de dos puntos permanentes de GPS. El triángulo de la izquierda es el área sin deformar cuyos vértices son las coordenadas antiguas (X<sub>1</sub>, X<sub>2</sub> y X<sub>3</sub>) y el de la derecha representa el área deformada cuyos vértices son las nuevas coordenadas (x<sub>1</sub>, x<sub>2</sub> y x<sub>3</sub>). La división de ( $\Delta u$ ) entre la diferencia de posición inicial de las estaciones ( $\Delta X$ ), es la relación llamada extensión (*e*):

$$\frac{\Delta u}{\Delta x} = \frac{du}{dx} = e$$
 Ecuación 1-1

Luego, el tensor de deformación  $\varepsilon_{ii}$ , se escribió de acuerdo a la extensión en tres dimensiones así:

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left( e_{ij} + e_{ji} \right) = \begin{bmatrix} e_{11} & \frac{(e_{12} + e_{21})}{2} & \frac{(e_{13} + e_{31})}{2} \\ \frac{(e_{21} + e_{12})}{2} & e_{22} & \frac{(e_{23} + e_{32})}{2} \\ \frac{(e_{31} + e_{13})}{2} & \frac{(e_{32} + e_{23})}{2} & e_{33} \end{bmatrix}$$
 Ecuación 1-2

donde  $e_{ij}$  es la extensión o desplazamiento de las estaciones de GPS en las direcciones principales. Y para el tensor de rotación  $\omega_{ij}$ , así:

$$\omega_{ij} = \frac{1}{2} \left( e_{ij} - e_{ji} \right) = \begin{bmatrix} 0 & \frac{(e_{12} - e_{21})}{2} & \frac{(e_{13} - e_{31})}{2} \\ \frac{(e_{21} - e_{12})}{2} & 0 & \frac{(e_{23} - e_{32})}{2} \\ \frac{(e_{31} - e_{13})}{2} & \frac{(e_{32} - e_{23})}{2} & 0 \end{bmatrix}$$
 Ecuación 1-3

Cuando está escrito en forma de matriz la Ecuación 1-3, se puede ver claramente que  $\varepsilon_{ij}$  es simétrica y tiene seis componentes independientes. El tensor  $\omega_{ij}$  es anti simétrico y tiene sólo tres componentes independientes. Los significados de los términos de  $e_{ij}$  son los siguientes:

- $e_{11}$ ,  $e_{22}$ , y  $e_{22}$  Extensiones paralelas a los ejes del sistema de referencia
- $e_{12}$  Rotación de una línea paralela al eje 2 hacia el eje 1 (sobre el eje 3)
- $e_{13}$  Rotación de una línea paralela al eje 3 hacia el eje 1 (alrededor del eje 2)

Se tomaron estas ecuaciones finales para t y e :

$$t = \frac{S_{XX}S_u - S_XS_{Xu}}{\Delta}$$
 Ecuación 1-4

$$e = \frac{SS_{Xu} - S_X S_u}{\Delta}$$
 Ecuación 1-5

donde t es la intersección a lo largo del eje de desplazamiento,  $S_{XX}$ ,  $S_u$ ,  $S_{Xu}$  son la solución de mínimos cuadrados respecto de la regresión lineal, la covarianza y el coeficiente de correlación estadística. Los cambios en la distancia entre las estaciones en un año son en orden de milímetros comparadas con las distancias de estaciones en kilómetros y se relacionaron con las siguientes ecuaciones:

$$u_i = t_i + e_{ij}X_j$$
 donde  $\frac{\partial u_i}{\partial X_j} = e_{ij}$  Ecuación 1-6

у

$$x_i = q_i + F_{ij}X_j$$
 donde  $\frac{\partial x_i}{\partial x_j} = F_{ij}$  Ecuación 1-7

Teniendo en cuenta que  $t_i$  es corte de la línea del desplazamiento. En cada ecuación hay seis incógnitas: los dos componentes del vector de traslación  $(t_1, t_2)$ , y los cuatro componentes del tensor de desplazamiento y tensor de deformación  $(e_{11}, e_{12}, e_{21}, e_{22} \circ F_{11}, F_{12}, F_{21}, F_{22})$ . Cada estación suministró dos ecuaciones. Por lo tanto, se necesitó un mínimo de tres estaciones de GPS no colineales para determinar la deformación en dos dimensiones. En tres dimensiones hay doce incógnitas, y cada estación aportó tres ecuaciones. Por lo tanto, se necesitó un mínimo de cuatro estaciones no coplanarias para determinar la deformación tridimensional.



Figura 1-3 Desplazamientos en tres estaciones.

El triángulo descrito por las tres estaciones antes de la deformación, representado por las coordenadas antiguas  $X_i$ , tiene un círculo inscrito en él. Tras la deformación, las tres estaciones son desplazadas y representadas por tres vectores no paralelos de longitud desigual a sus nuevas posiciones, coordenadas  $x_i$ . El círculo inscrito se deformó en un elipsoide.

Se resolvió este sistema de ecuaciones lineales usando tres matrices, dos de las cuales contienen cantidades conocidas y una que contiene las cantidades desconocidas:

$$\begin{bmatrix} {}^{1}u_{1} \\ {}^{1}u_{2} \\ {}^{2}u_{1} \\ {}^{2}u_{2} \\ \vdots \\ {}^{n}u_{1} \\ {}^{n}u_{2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & {}^{1}X_{1} & {}^{1}X_{2} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & {}^{1}X_{1} & {}^{1}X_{2} \\ 1 & 0 & {}^{2}X_{1} & {}^{2}X_{2} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & {}^{2}X_{1} & {}^{2}X_{2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & 0 & {}^{n}X_{1} & {}^{n}X_{2} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & {}^{n}X_{1} & {}^{n}X_{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t_{1} \\ t_{2} \\ e_{11} \\ e_{12} \\ e_{21} \\ e_{22} \end{bmatrix}$$
Ecuación 1-8

Se resolvieron los gradientes de deformación:

$[^{1}x_{1}]$	٢1	0	${}^{1}X_{1}$	${}^{1}X_{2}$	0	ך 0		
$^{1}x_{2}$	0	1	0	0	${}^{1}X_{1}$	${}^{1}X_{2}$	<sub>1</sub> ד	
$^{2}x_{1}$	1	0	${}^{2}X_{1}$	${}^{2}X_{2}$	0	0	$t_2$	
$ ^{2}x_{2}  =$	0	1	0	0	${}^{2}X_{1}$	$^{2}X_{2}$	$F_{11}$	Ecuación 1-9
:	1:	÷	:	:	÷	:    !	$F_{12}$	
:	1:	÷	:	:	:	:   /	F <sub>21</sub>	
$n x_1$	1	0	$nX_1$	${}^{n}X_{2}$	0	0   1	$F_{22}$	
$\begin{bmatrix} n_{\chi_2} \end{bmatrix}$	Lo	1	0	0	$nX_1$	$n_{X_2}$		

Estás ecuaciones son para n estaciones, lo que garantizó que la información adicional evalúe las incertidumbres y se supuso que la deformación de la región abarcada por las estaciones de GPS es homogénea. Si tenemos la siguiente matriz:

$$\mathbf{x} = [\mathbf{M}^{\mathrm{T}}\mathbf{M}]^{-1}\mathbf{M}^{\mathrm{T}}\mathbf{y}$$
 Ecuación 1-10

Finalmente **M** es la matriz de vectores de posición  ${}^{n}X_{n}$ . Todos los vectores de desplazamiento  ${}^{n}u_{n}$  se mantienen en **y**, y las incógnitas  $(t_{1}, t_{2}, e_{11}, e_{12}, e_{21}, e_{22})$  están en **x**, todos los cuales se determinaron. Teniendo como base la proyección en coordenadas este y norte se dibujaron triángulos cuyos vértices representaron las estaciones que cumplieron con la condición de Delaunay, ver Figura 1-4. Esta establece que en la circunferencia circunscrita del triángulo estén solo sus tres vértices, las cuales proporcionaron el número mínimo de estaciones necesarias para calcular la deformación instantánea en cada triángulo (Zhu, y otros, 2022; Saikia y Hussain, 2019; Mostafavi, y otros, 2003).



Figura 1-4 Triángulos con la condición de Delaunay.

Esta condición consiste en que los triángulos cuyos vértices no estén inscritos en un círculo único no la cumplen, ver la parte a), por lo contrario, si la cumplen como se ve en la parte b), pues, en cada triangulo está inscrito en una circunferencia y se le conoce como triángulo de contacto.

Cuando las deformaciones son grandes, ya no pudimos suponer que los estados inicial y final son casi idénticos:

$$\partial X_i \neq \partial x_i$$
  $y$   $\frac{\partial u_i}{\partial x_i} \neq \frac{\partial u_i}{\partial x_i}$  Ecuación 1-11

Así, tuvimos en cuenta los desplazamientos de la estación por medio de las diferencias entre coordenadas proyectadas con los siguientes teoremas, basados en coordenadas de la época final, llamadas coordenadas nuevas, así como se presentan en la Tabla 1-1. Para lo cual está el teorema de Cauchy:

$$dX_i = \frac{\partial X_i}{\partial x_j} dx_j$$
 Ecuación 1-12

y el teorema de Euler:

$$du_i = \frac{\partial u_i}{\partial x_j} dX_j \qquad \qquad \text{Ecuación 1-13}$$

	Coordenadas Nuevas	Teorema
Transformación de Coordenadas	$dX_i = \frac{\partial X_i}{\partial x_j} dx_j$	Cauchy
Desplazamientos	$du_i = \frac{\partial u_i}{\partial x_j} dX_j$	Euler

Tabla 1-1 Teoremas para el cálculo de las deformaciones.

Tomada de (Cardozo, y otros, 2012).

Los mapas de la Figura 1-5 fueron el resultado de determinar pequeñas deformaciones elásticas infinitesimales debido a los pocos años de adquisición de datos GPS con ecuaciones 1 a 10 y que se conoce como Ley de Cauchy. Pero ahora, para calcular la deformación plástica, en la cual las rocas permanecen deformadas, se determinó el tensor de deformación finita euleriana. Esta deformación es el gradiente del campo de desplazamiento en el estado final y se conoce como el tensor de gradiente de desplazamiento de Euler, que tiene esta ecuación:

$$\bar{E}_{ij} = \frac{1}{2} \left[ \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_k}{\partial x_i} \frac{\partial u_k}{\partial x_j} \right]$$
Ecuación 1-14

Se asumió que las rocas se comportan inicialmente como un sólido elástico lineal, en las cuales los esfuerzos son linealmente proporcionales a las deformaciones eulerianas  $\overline{E}_{ij}$  en los tres ejes principales *i*, *j* y las propiedades mecánicas no tienen orientaciones preferidas se escribieron en un sistema de coordenadas en los ejes principales así:

$$\overline{\sigma}_{11} = (\lambda + 2G)\overline{E}_{11} + \lambda\overline{E}_{12} + \lambda\overline{E}_{13}$$
 Ecuación 1-15  
$$\overline{\sigma}_{12} = \lambda\overline{E}_{11} + (\lambda + 2G)\overline{E}_{12} + \lambda\overline{E}_{13}$$
 Ecuación 1-16

$$\bar{\sigma}_{13} = \lambda \bar{E}_{11} + \lambda \bar{E}_{12} + (\lambda + 2G) \bar{E}_{13}$$
Ecuación 1-10
$$\bar{\sigma}_{13} = \lambda \bar{E}_{11} + \lambda \bar{E}_{12} + (\lambda + 2G) \bar{E}_{13}$$
Ecuación 1-17

donde  $\lambda$  es la primera constante de Lamé y *G* es la segunda constante o módulo de corte. (Turcotte y Schubert, 2001) con valores de *G* = 30 GPa (30 Giga Pascales y un Pascal es Kg m-1s-2) y para  $\lambda$  se tomó la siguiente ecuación:

$$\lambda = K + \frac{2}{3}G$$
 Ecuación 1-18

A su vez *K*, es el coeficiente de compresibilidad, denominado Bulk en ocasiones. El valor tomado para *K* fue de 60 GPa. Lo que equivalió a que  $\lambda$  fuera 80 GPa. (Briseño y Díaz, 1995).

### **1.4 Procedimiento y Resultados**

Al aplicar las ecuaciones 1-1 a 1-10 los 86 triángulos determinados con las estaciones de GPS son de diferentes formas y tamaños, lo que proporcionó una vista muy irregular de la deformación instantánea, con una deformación máxima de 7.6 mm por año, ver Figura 1-5 a). Alternativamente, se estableció una cuadrícula regular sobre cada región y se calculó la deformación con base a las **n** estaciones más cercanas a un nodo de cuadrícula, donde  $n \ge 3$ . Ver Figura 1-5 b).

Este método utilizó las distancias entre el centro de cada triangulo con el de su vecino más cercano y luego se ponderó el valor de las componentes horizontales del tensor de deformación instantánea y se distribuyó en una cuadricula regular. Como resultado se pudo notar que las velocidades de deformación instantánea fueron más altas con valores de 2,4 mm (Cardozo, et al., 2012; Parra, et al., 2012; Allmendinger, et al., 2007).





0,2 - 0,4

0 - 0,2

N.

N

2



Кп

74°W

400

76°W

N-4

ž

00 84

80°W

78°W



72°W

70°W

68'W

66°W



Reemplazando la Ecuación 1-12 con los datos suministrados se obtuvo el siguiente mapa:

Figura 1-6 Mapa de la deformación finita por vecino más cercano por Euler. En esta figura se nota que el dominio de la deformación plástica o permanente es de extensión debido a que todos los valores son positivos y con valores máximos de 70 mm por año.

Las tensiones elásticas deben equilibrar las fuerzas gravitacionales de las cordilleras. Debido a su comportamiento elástico las rocas de la superficie pueden transmitir esfuerzos a grandes distancias horizontales como se puede apreciar en la Figura 1-7.





Se identifican patrones regionales de esfuerzo extensivo en las áreas de color azul, entre 8 a 100 MPa. Y en las áreas de color rojo es compresión. Adicionalmente, se ven esparcidos los vectores que representan los esfuerzos. Las 7 líneas negras horizontales son los perfiles a latitudes de 12°, 9°, 6°, 3°, 0°, - 3° y - 4° respectivamente.

Basados en este mapa se graficaron los perfiles de esfuerzo y la forma de la topografía para las latitudes  $12^{\circ}$ ,  $9^{\circ}$ ,  $6^{\circ}$ ,  $3^{\circ}$ ,  $0^{\circ}$ ,  $-3^{\circ}$  y -  $4^{\circ}$ , de esa manera nos permite apreciar el resultado del esfuerzo.





Figura 1-8 Perfiles de esfuerzo de Euler con la topografía

- a) Latitud de 12° Con una extensión máxima de 13 MPa, compresión mínima de -26 MPa y un promedio de -4 MPa. Para todas las figuras la línea negra representa la topografía.
- b) Latitud de 9° Con una extensión máxima de 51 MPa, compresión mínima de -21 MPa y un promedio de 4 MPa. Para todas las figuras la línea naranja representa la magnitud del esfuerzo.
- c) Latitud de 6° Con una extensión máxima de 37 MPa, compresión mínima de -6 MPa y un promedio de 11 MPa.
- d) Latitud de 3° Con una extensión máxima de 74 MPa, compresión mínima de 0 MPa, un promedio de 21 MPa.
- e) Latitud de -0° Con una extensión máxima de 110 MPa, compresión mínima de -41MPa, un promedio de -11 MPa.
- f) Latitud de -3° Con una extensión máxima de 110 MPa, compresión mínima de -41 y un promedio de 41 MPa.
- g) Latitud de -4°, con una extensión máxima de 110 MPa, compresión mínima de 0 MPa, un promedio de 35 MPa.

Al comparar los diferentes perfiles de la topografía con los de esfuerzo se notó una correlación muy alta, en donde los esfuerzos grandes, hasta de 30 Mpa (Mega Pascales), corresponden a una abrupta topografía. En cada latitud se pudo comprobar que los mayores esfuerzos, hasta de 70 Mpa, corresponden al contacto de la placa oceánica con la continental, los cuales obedecen a la subducción.

Adicionalmente, los resultados de este trabajo son comparables con los del mapa mundial de esfuerzos (World Stress Map WSM) (Zoback, M. 1992). Se pudo observar en la Tabla 1-2 la comparación del azimut del esfuerzo en cuarenta datos, la manera de calcularlos es diferente. En el caso del mapa se determinaron por medio de la solución de los mecanismos focales de los sismos en la misma zona de estudio. El mapa mundial de esfuerzo compiló información del esfuerzo de la corteza terrestre por inversión formal de varios mecanismos focales FMF, solución de mecanismo focal único FMS, promedio de las soluciones del eje p o del mecanismo focal compuesto FMA, cortes individuales de pozo BO, del análisis o la forma de la sección transversal de todo el pozo BOC e inversión de datos en planos de falla GFI. El régimen del esfuerzo está definido por fallas de

cabalgamiento TF, empuje con componente de deslizamiento TS, deslizamiento de rumbo SS, normal con componente de buzamiento NS, falla normal NF y régimen de estrés desconocido U. Uno de los componentes más importante que determinó el mapa mundial es el azimut del esfuerzo. La columna diferencia de azimut contiene 19 datos menores a 22 grados. Esta comparación nos indicó una buena correlación, aunque existen diferencias mayores a 22 que se deben a la diversa forma de adquisición y los métodos utilizados. Los datos 18 y 39 son los ángulos más grandes debido a las diferencias de tiempo en la adquisición y la distancia del Hipocentro Z (Heidbach y otros, 2016).

#	ID	Latitud	Longitud	Тіро	Z	Régimen	Fecha	Azimut Grados °	Azimut ° Calculado	Diferencia Azimut °
1	wsm01994	3.76	-73.7	BOC	1.6	U	0	138	117	21
2	wsm01995	5.52	-71.98	BOC	1.9	U	0	139	127	12
3	wsm01996	7.35	-73.8	BOC	1.3	U	0	104	117	-13
4	wsm01997	8.38	-73.33	BOC	2.8	U	0	120	25	95
5	wsm03486	1.56	-77.02	FMS	10	NF	19850410	71	65	6
6	wsm03487	2.93	-74.83	FMS	32	SS	19670209	80	59	21
7	wsm03489	8.08	-72.78	FMS	26	SS	19640902	60	62	-2
8	wsm03490	2.72	-71.37	FMS	6	SS	19740927	105	10	95
9	wsm05901	5.01	-72.88	FMS	15	TF	19950122	120	107	13
10	wsm05902	5.21	-72.89	FMS	33	TF	19950120	110	107	3
11	wsm05903	5.16	-72.85	FMS	16	TF	19950119	124	107	17
12	wsm05904	5.1	-72.27	FMS	33	TF	19950423	129	107	22
13	wsm05905	7.56	-76.46	FMS	15	SS	19950323	135	91	44
14	wsm05906	7.63	-76.84	FMS	15	SS	19950319	56	105	-49
15	wsm06511	7.53	-76.74	FMS	33.8	TF	19960513	165	105	60
16	wsm07852	5	-72.4	BO	5	U	0	150	107	43
17	wsm07853	7.63	-76.84	FMS	15	SS	19950319	146	105	41
18	wsm07854	5.76	-72.9	FMS	15	SS	19910625	92	109	-17
19	wsm07903	6.57	-71.12	FMS	24	NF	19930722	23	9	14
20	wsm10165	6.59	-73.9	FMS	15	TF	20020426	85	95	-10
21	wsm10166	8.58	-74.83	FMS	34.1	SS	20010908	84	64	20
22	wsm10167	6.87	-71.94	FMS	30.7	TF	20000117	78	108	-30
23	wsm10168	7.47	-77.21	FMS	15	TF	19961104	130	102	28
24	wsm11315	6.1	-77.4	FMS	25.1	SS	20030108	166	68	98
25	wsm11554	4.72	-74.04	GFI	0	TF	0	120	136	-16
26	wsm11555	5.1	-72.6	GFI	0	U	0	114	107	7
27	wsm11556	4.31	-75.74	FMS	33.8	SS	19990125	156	48	108
28	wsm11557	4.58	-75.75	FMS	27.7	SS	19990125	146	48	98
29	wsm11558	3.18	-73.41	BOC	1.3	U	0	176	101	75
30	wsm11559	3.18	-73.41	BOC	2.2	U	0	115	101	14
31	wsm11712	8.13	-72.47	FMS	28	SS	19811018	118	80	38
32	wsm11713	7.21	-72.17	FMS	15	TF	19800502	95	96	-1
33	wsm13732	2.37	-76.54	FMS	22.9	SS	20040818	23	61	-38
34	wsm18727	7.18	-72.14	FMS	26.9	TS	20070620	104	96	9
35	wsm18728	7.13	-72.1	FMS	30.6	TF	20070716	123	96	28
36	wsm25611	4.33	-73.76	FMS	8.9	SS	20080524	62	83	-21
37	wsm28103	5.09	-72.38	FMS	23.3	TF	20100605	132	107	25
38	wsm32757	7.3	-77.4	FMS	28	TS	20130806	146	110	36
39	wsm32837	7.64	-74.99	FMS	0	SS	20130825	107	4	104
40	wsm33392	3.07	-75.91	FMS	30	SS	20140109	88	10	78

Tabla 1-2 Diferencia del azimut del esfuerzo calculado versus el mapa mundial.

Fuente: Mapa mundial de esfuerzos (World Stress Map WSM)

La deformación calculada directamente a partir de los vectores GPS proporcionó una descripción precisa de los patrones regionales de deformación de la corteza que se da en instantes de tiempo muy cortos. En contraste el esfuerzo se da en largos espacios de tiempo y es difícil de medir. Por eso una de las maneras de localizarlo es por medio de las ecuaciones expuestas basadas en las constantes elásticas. Una razón importante para estudiar el comportamiento elástico de las rocas es determinar el estado de esfuerzo en la litosfera. Esta distribución de esfuerzo es responsable de la ocurrencia de terremotos, que son evidencia directa de altos niveles. Los terremotos alivian el esfuerzo acumulado

en la litosfera como se puede apreciar en la Figura 1-9 cerca de las fallas principales. La presencia de montañas también es evidencia de altos niveles de esfuerzo.



Figura 1-9 Mapa de ubicación de eventos del mapa mundial de esfuerzos con el determinado.

En la Figura 1-9 los inicios de las flechas azules nos indican los epicentros de los terremotos que hacen parte de la base de datos del mapa mundial de esfuerzos en esta zona. El campo de extensión regional se estima a partir de esta serie de eventos en una amplia distribución azimutal de las orientaciones de rompimientos de rocas cerca las grandes fallas de color gris. De acuerdo a esta localización nos hace pensar que el esfuerzo se disipa y tiene el direccionamiento paralelo por estas fallas existentes. Las flechas de color rojo son los vectores determinados por el método expuesto pero que deja ver una gran correspondencia en las orientaciones. En casos esporádicos como los valores 4, 24, 27 y 39 el azimut es mayor de 90° y obedecen a regímenes comprensivos.

## **1.5 Conclusiones**

La red de estaciones y el procesamiento de datos GPS son una fuente muy importante de mediciones que permiten la determinación de los valores de deformación instantánea y los esfuerzos que la producen a escala regional. La densificación espacial y monitoreo continuo miden vectores de con magnitudes de 0.4 mm a 85.8 mm, con un promedio de 14.06 mm y un acimut promedio de 12°.

La deformación irregular que se propone tiene valores máximos mayores de 7 mm, producto de ajustarla como tensores de segundo orden en tres dimensiones y de representarla mediante matrices de 3 x 3 de nueve números para el método 2D. Los 86 triángulos de Delaunay determinados con el número de 60 estaciones son todos de diferentes formas y tamaños y es una de las formas de representar el espacio en áreas más pequeñas.

El acimut promedio de la deformación tiene una dirección noreste. Se encuentran varios dominios coherentes de la tasa de rotación del eje vertical, donde los valores positivos indican la rotación en el sentido de las manecillas del reloj que coincide con los movimientos de las estaciones y el tipo de esfuerzo extensivo y las áreas de color azul en el mapa de esfuerzo. Los valores negativos están relacionados con el sentido contrario a las agujas del reloj en las zonas de color rojo que indican un régimen de compresión.

El método para determinar la deformación instantánea indica una deformación elástica. Y la deformación finita interpolada por el método del vecino más cercano de Euler muestra el dominio de la deformación plástica o permanente con un esfuerzo de extensión y valores máximos mayores de 9 mm. Las rocas se comportan como sólidos elásticos lineales, en los que las tensiones determinadas son linealmente proporcionales a las deformaciones calculadas. Los esfuerzos derivados de la Deformación de Euler muestran patrones regionales de esfuerzos extensivos entre 8 y 100 MPa.

Se elige como representativo el perfil a una latitud de 3° que contiene un esfuerzo de Euler con una extensión máxima de 74 MPa, compresión mínima de 0 MPa, un promedio de 21 Mpa y una deformación 2,32 mm. Esto se debe a que la topografía cubierta toma las tres cordilleras con sus respectivas cuencas y es ideal para el modelado termo-mecánico, además, con estaciones GPS relativamente más cercanas. Las estructuras geológicas con deformación plástica producida en millones de años han sido consistentes con las direcciones y deformaciones elásticas medidas en unos 10 años de GPS. Esta técnica es una de las herramientas que se puede seguir utilizando, pero hay que tener en cuenta que también se pueden producir artefactos por la heterogeneidad de sus distribuciones espaciales.

El método utilizado tiene una buena correlación entre las direcciones del azimut determinadas al compararlas con la calculadas del mapa mundial de esfuerzo (WSM). De acuerdo a la ubicación de los epicentros de los terremotos en la zona el esfuerzo se disipa y tiene el direccionamiento paralelo por estas fallas existentes en Colombia.

## **1.6 Agradecimientos**

Se agradece al profesor Nestor Cardozo de la Universidad de Stavanger por el curso de modelamiento del esfuerzo, sus conocimientos dados y sus escritos. Se agradece al Servicio Geológico Colombiano y en especial al grupo GeoRED por la información suministrada. A la universidad Distrital Francisco José de Caldas por suministrar los softwares en convenio para el uso de ArcGis y Matlab y a la Universidad Nacional de Colombia por la realización del curso de modelamiento del esfuerzo.

## 1.7 Bibliografía

Allmendinger, R., Reilinger, R., y Loveless, J. (2007). Strain and rotation rate from GPS in Tibet, Anatolia, and the Altiplano. TECTONICS, 1-8. doi: https://doi.org/10.1029/2006TC002030

Altamimi, Z., Rebischung, P., Métivier, L., y Collilieux, X. (2014). ITRF2014: A new release of the International Terrestrial Reference Frame modeling nonlinear station motions. Journal of Geophysical Research: Solid Earth, 6109-6131. doi: https://doi.org/10.1002/2016JB013098

Bahrouni, N., Masson, F., Meghraoui, F., Saleh, M., Maamri, R., Dhaha, F., y Arfaoui, M. (2020). Active tectonics and GPS data analysis of the Maghrebian thrust belt and Africa-Eurasia plate convergence in Tunisia. Tectonophysics, 228440. doi: https://doi.org/10.1016/j.tecto.2020.228440

Briseño Guarupe, L. A., y Díaz Campos, R. (1995). Medidas de propiedades dinámicas en rocas "in situ" y computo de parámetros elastomecánicos. Geofísica Colombiana, 73-79. Obtenido de https://revistas.unal.edu.co/index.php/esrj/article/view/31238

Bustamante, C., Archanjo, C. J., Cardona, A., Andrés, B., y Valencia, V. (2017). U-Pb Ages and Hf Isotopes in Zircons from Parautochthonous Mesozoic Terranes in the Western Margin of Pangea: Implications for the Terrane Configurations in the Northern Andes. (T. U. Journals, Ed.) The Journal of Geology, 487–500. doi: https://www.journals.uchicago.edu/doi/10.1086/693014

Cardona, A., Cordani, H., y Macdonald, W. (2006). Tectonic correlations of pre-Mesozoic crust from the northern termination of the Colombian Andes, Caribbean region. Journal of South American Earth Sciences, 337-354. doi: https://doi.org/10.1016/j.jsames.2006.07.009

Cardozo, N., Allmendinger, R., y Fisher, D. (2012). Structural Geology Algorithms vector and tensor. New York: CAMBRIDGE UNIVERSITY PRESS. doi: https://doi.org/10.1017/CBO9780511920202

Egbue, O., Kellogg, J., Aguirre, H., y Torres, C. (2013). Evolution of the stress and strain fields in the Eastern Cordillera, Colombia. Journal of Structural Geology, 8-21. doi: https://doi.org/10.1016/j.jsg.2013.10.004

Engelkemeir, R., Khan, S. D., y Burke, K. (2010). Surface deformation in Houston, Texas using GPS. Tectonophysics, 47–54. doi: https://doi.org/10.1016/j.tecto.2010.04.016

Freymueller, J., Kellogg, J., y Vega, V., (1993). Plate Motions in the North Andean Region. JournalofGeophysicalResearch,21853-21863.Doi:https://scholarcommons.sc.edu/cgi/viewcontent.cgi?article=1003&context=geol\_facpub
González, C. P., Quintana, P. R., y Montes, L. V. (2019). Cálculo de la elongación, dilatación y vectores de rotación de la deformación con algunas estaciones GPS en Colombia. Vínculos, 16, 262–269. doi: https://doi.org/10.14483/2322939X.15749

Heidbach, O., Rajabi, M., Cui, X., Fuchs, K., Müller, B., Reinecker, J., Reiter, K., Tingay, M., Wenzel, F., Xie, F., Ziegler, M., Zoback, M., y Zoback, M. (2016). The World Stress Map database release 2016: Crustal stress pattern across scales. Tectonophysics, 484-498. doi: https://doi.org/10.1016/j.tecto.2018.07.007

Ji, K. H., y Henrring, T. A. (2013). A method for detecting transient signals in GPS position timeseries: smoothing and principal component analysis. Geophysical Journal International, 171–186. doi: https://doi.org/10.1093/gji/ggt003

Kellogg, J.N., Freymueller, J.T., Dixon, T.H., Neilan, R.E., Ropain, C.U., Camargo, S.M., Fernandez, B., Stowell, J.L., Salazar, A., Mora, J., Espin, L., Perdue, V., Leos, L., (1990). First GPS baseline results from the north Andes, CASA UNO special issue. Geophys. Res. Lett. 17, 211-214. https://doi.org/10.1029/GL017i003p00211

Klos, A., Bogusz, J., Figurski, M., & Kosek, W. (2014). Uncertainties of geodetic velocities from permanent GPS observations: the sudeten case study. Geomater, 201–209. doi: https://doi.org/10.13168/AGG.2014.0005

Martínez-Garzón, P., Heidbach, O., y Bohnhoff, M. (2020). Contemporary stress and strain field in the Mediterranean from stress inversion of focal mechanisms and GPS data. Tectonophysics, 228286. doi: https://doi.org/10.1016/j.tecto.2019.228286

Mora Páez, H., y Audemard, F. (2021). GNSS Networks for Geodynamics in the Caribbean, Northwestern South America, and Central America. En B. E. Erol, Geodetic Sciences - Theory, Applications and Recent Developments (págs. 1-22). Bogotá, Colombia: Intechopen. doi: https://www.intechopen.com/chapters/76166

Mora-Páez, H., J. R. Peléz-Gaviria, H. Diederix, O. Bohórquez-Orozco, L. Cardona-Piedrahita, y. Cochuelo-Cuervo, . . . F. Díaz-Mila. (2018). Space Geodesy Infrastructure in Colombia for Geodynamics Research. Seismological Research Letter, 446-451. doi: https://doi.org/10.1785/0220170185

Mora-Páez, H., Kellog, J. N., Freymuller, J. T., Mencin, D., Rui, F. M., Hans, D., ... Corchuelo, Y. (2019). Crustal deformation in the northern Andes – A new GPS velocity field. Journal of South American Earth Sciences, 76-91. doi: https://doi.org/10.1016/j.jsames.2018.11.002

Mora-Páez, H., Kellogg, J. N., y Freymuller, J. T. (2020). Contributions of space geodesy for geodynamic studies in Colombia: 1988 to 2017. En S. G. Colombiano, The Geology of Colombia

(págs. 479–498). Bogotá: Gómez, J. y Pinilla–Pachon. doi: https://doi.org/10.32685/pub.esp.38.2019.14

Mostafavi, M., Gold, C., y Dakowicz, M. (2003). Delete and insert operations in Voronoi/Delaunay methods. Computers y Geosciences, 523–530 doi: https://doi.org/10.1016/S0098-3004(03)00017-7

Parra, M., Mora, A., López, C., Luis, R., y Horton, B. (2012). Detecting earliest shortening and deformation advance in thrust belt hinterlands: Example from the Colombian Andes. Geology. doi: https://doi.org/10.1130/G32519.1

Restrepo, J., Ordoñez, O., Armstrong, R., y Pimentel, M. (2011). Triassic metamorphism in the northern part of the Tahamí Terrane of the central cordillera of Colombia. Journal of South American Earth Sciences, 497-507. doi: https://doi.org/10.1016/j.jsames.2011.04.009

Saikia, M., y Hussain, A. (2019). Delaunay Triangulation Based Key Distribution for Wireless Sensor Network. Journal of Communications, 530-537. doi: https://doi.org/10.12720/jcm.14.7.530-537

Toussaint, J. F., y Restrepo, J. J. (2020). Tectonostratigraphic Terranes in Colombia. In S. G. Colombiano, The Geology of Colombia (pp. 237–260). Bogotá: Publicaciones Geológicas Especiales. doi: https://doi.org/10.32685/pub.esp.36.2019.07

Turcotte, D., y Schubert, G. (2001). Geodynamics. En D. Turcotte, y G. Schubert, Geodynamics(págs.185-188).Cambridge:CambridgeUniversity.doi:https://doi.org/10.1017/CBO9780511807442

Vargas, C. A. (2020). Subduction Geometries in Northwestern South America. En S. G. Colombiano, The Geology of Colombia, Volume 4 Quaternary (págs. 397–422). Bogotá: Publicaciones Geológicas Especiales. doi: https://doi.org/10.32685/pub.esp.38.2019.11

Vargas, C. A., y Durán Tovar, J. (2005). State of strain and stress in northwestern of South America. Earth sciences research journal, 43-50. Obtenido de http://www.scielo.org.co/scielo.php?script=sci\_arttex t&pid=S1794-61902005000100005

Zhu, S., Chen, J., y Shi, Y. (2022). Earthquake potential in the peripheral zones of the Ordos Block based on contemporary GPS strain rates and seismicity. Tectonophysics, 229224. doi: https://doi.org/10.1016/j.tecto.2022.229224

Zoback, M. (1992). First and second order patterns of stress in the lithosphere: The World Stress Map Project, J. Geophys. Res., 97, 11703-11728, http://doi.org/10.1029/92jb00132

# 2. Determinación de la profundidad del Moho y del modelo 2D de la subducción en el sur de Colombia por medio del método de inversión con datos gravimétricos.

### Resumen

Se construye un modelo 2D de la geometría de las rocas en el proceso de subducción entre la placa de Nazca y la de Sudamérica basado en las anomalías gravimétricas de Bouguer Total y el software IGMAS a 3° de latitud en Colombia. Estas anomalías se determinan con los algoritmos partiendo del teorema de la Divergencia desarrollado por varios autores. Los datos son una combinación de los recibidos por la Agencia Nacional de Hidrocarburos y los datos de la página de la internet del proyecto de la NASA del satélite TOPEX/POSEIDON. Se determina el Moho utilizando el algoritmo de inversión 3DINVER como base fundamental del modelo 2D en el contacto del manto superior y la corteza, tanto marina como continental. La placa oceánica se representa con dos tipos de roca; basaltos marinos y gabros cuyos espesores son de entre 5 km cada uno y al final obtienen un espesor de 6 km cada uno cuando se doblan en la subducción. Se determina que la placa oceánica de Nazca subduce con una inclinación de 30° con respecto a la horizontal, pero después de 800 km de distancia horizontal se inclina a > 45° a una profundidad de 150 km.

Palabras Clave: Modelo 2D de inversión gravimétrica, subducción, Moho y Colombia.

## Abstract

We built a 2D model of the geometry of the rocks in the subduction process between the Nazca plate and the South American plate based on Bouguer Total gravimetric anomalies and IGMAS software at 3° latitude in Colombia. These anomalies are determined with the algorithms derived from the Divergence theorem developed by various authors. The data is a combination of that received by the National Hydrocarbons Agency and data from the NASA TOPEX/POSEIDON satellite project website. The Moho is determined using the 3DINVER inversion algorithm as the fundamental basis of the 2D model in the contact between the upper mantle and the crust. We represent the oceanic plate with two types of rock; marine basalts and gabbros whose thicknesses are between 5 km each and eventually get a thickness of 6 km each when they bend in subduction. We determined that the oceanic Nazca plate subducts with a tilt of  $30^{\circ}$  from the horizontal, but after 800 km of horizontal distance it tilts to >  $45^{\circ}$  at a depth of 150 km.

# Introducción

El "Moho" es una abreviación de la discontinuidad de Mohorovičić, que representa una región de transición que separa los materiales menos densos de la corteza terrestre y los más densos del manto (Hernández, 2013). Algunos autores determinan el "Moho" por medio del análisis de la velocidad de las ondas sísmicas que pasan de un medio a otro en un terremoto (Sutra, 2012). En este caso se determina esta zona por medio de la gravimetría, que es un método empleado para describir el comportamiento gravitacional de cualquier masa terrestre mediante la medición de la aceleración de la gravedad como una función del tiempo y la posición con base en la Ley de Gravitación Universal propuesta por Isaac Newton en 1687 (Antokoletz, 2017). Al mismo tiempo, se puede describir como un método geofísico indirecto que proporciona características a profundidad (López, 2020), ya que permite identificar heterogeneidades de la corteza terrestre sin estar en contacto directo con ella y formular diferentes metodologías para determinar la forma real de la Tierra, así como estimar variaciones de la densidad de la masa y gracias a esto, conocer la estructura geológica de un área de interés (Lowrie, 2007).

Ahora bien, una anomalía gravimétrica se define como la diferencia entre el efecto gravitacional de las masas terrestres y la gravedad generada por alguna distribución de masa de referencia; en otras palabras, una anomalía gravimétrica se refiere a la diferencia existente entre un valor gravimétrico observado y un valor teórico calculado previamente. Con esta noción en mente, se ha establecido la base por medio de la cual diversos autores, tales como Blakely (1995), Hackney (2003), Hernández (2000) y Sandwell (2002), han interpretado y calculado dicho fenómeno a través de diferentes métodos, tales como la gravimetría satelital, la cual permite calcular características geológicas de la Tierra de manera indirecta, haciendo uso de algoritmos basados en la transformada de Fourier o la Ecuación de Laplace , mediante la descomposición del campo de gravedad y partiendo de lecturas de satélites altimétricos como TOPEX/POSEIDON, cuya precisión media es de 1.2 cm gracias a la implementación de correcciones en tiempo real (Lowrie, 2007).

En este sentido, debido a que la gravedad se estudia como una onda electromagnética, se debe descomponer mediante una inversión de datos para establecer un método de análisis más sencillo, esto es posible gracias a la Transformada de Fourier, la cual permite trasladar la señal de gravedad desde el dominio del tiempo o el espacio hacia el dominio de la frecuencia, facilitando el proceso de cálculo y la implementación de filtros y/o correcciones (Chai, 1988). Aspecto por el cual, existen diferentes algoritmos computacionales para invertir anomalías gravimétricas de forma iterativa, con el propósito de determinar el comportamiento gravimétrico en profundidad de un sector de manera rápida (Pham, 2018).

Un ejemplo de esto, es el algoritmo 3DINVER desarrollado por Gómez-Ortiz (2005) en el software MATLAB, el cual aplica un método iterativo de la ecuación de Parker-Oldenburg, para realizar un proceso de inversión de datos de anomalías gravimétricas organizadas en arreglos matriciales cuadrados, a través de la implementación de la transformada de Fourier, lo cual permite determinar rápida y eficientemente la profundidad de la Discontinuidad de Mohorovičić para un gran conjunto de datos, aspecto fundamental para el desarrollo de este trabajo.

Teniendo en cuenta lo anteriormente mencionado, el objetivo del presente capítulo es partir del uso de información gravimétrica satelital procesada, obtenida del servidor de la Universidad de San Diego en California y proveniente de la misión satelital TOPEX/POSEIDON (SLRG, 2020), para determinar la profundidad de la Discontinuidad de Mohorovičić en la corteza continental colombiana, a través de la implementación del algoritmo 3DINVER desarrollado por David Gómez Ortiz y Bhrigu N.P. Agarwal en el software MATLAB y el uso de la Anomalía de Bouguer Total (Gómez-Ortiz, 2005).

Se determina el modelo 2D de subducción más cercano a la geometría del subsuelo hasta una profundidad de 300 kilómetros por medio del software de inversión gravimétrica IGMAS. Esta geometría representa un modelo actual del tipo de roca a la cual se quiere llegar con un modelamiento termo-mecánico.

## 2.1 Metodología

La gravedad posee diferentes características, ya que, actúa sobre la materia y la energía, no describe una geometría euclidiana, es decir, curva el espacio y al mismo tiempo produce su dilatación, pero una de las más importantes es el no poder ser desviada, puesto que ningún objeto puede evitarla y no existen materiales anti-gravitatorios conocidos. Con base en las leyes de Kepler, Newton describió la ley de gravitación universal, como la atracción que existe entre dos partículas materiales mediante una fuerza que coincide con la recta que las une (Hall y Tilling, 1978). La intensidad está dada por el producto de sus masas y es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia entre ambas. Esta ley funciona a la hora de analizar, por ejemplo, la fuerza gravitacional de dos planetas que interactúan siempre y cuando se tenga la distancia de centro a centro de cada cuerpo celeste (Blakely R. J., 1996). El concepto heredado por Isaac Newton es que "Toda partícula de materia en el universo atrae a todas las demás partículas con una fuerza directamente proporcional a la masa de las partículas e inversamente proporcional al cuadrado de la separa" (Sears, 2005). La ley gravitación universal se expresa mediante la siguiente ecuación:

$$\vec{F}(x) = -\frac{(Gm_1m_2)}{d^2}\vec{r}$$
 Ecuación 2-1

donde  $\vec{F}(x)$  es la fuerza inducida entre los cuerpos, es negativa ya que es una interacción atractiva, G es la constante gravitacional de Newton o constante de gravitación universal (6,67392×10<sup>-11</sup> m<sup>3</sup>kg<sup>-1</sup>s-<sup>2</sup>), m<sub>1</sub> es la masa del cuerpo 1 que atrae, m<sub>2</sub> es la masa del cuerpo 2 que es atraído,  $d^2$  la distancia al cuadrado entre los cuerpos y  $\vec{r}$  es la dirección del vector unitario (Blakely R. J., 1996). Basados en la Ecuación 2-1 se reemplazó la masa del cuerpo 1 como la integral triple de volumen de la Tierra distribuida en pequeños volúmenes infinitesimales multiplicados por la densidad  $\rho$ . Ver figura 2-1. Si adicionalmente, se le colocó un sistema de referencia ortogonal (X1, X2 y X3) cuyo origen es el centro de masa de la tierra y la distancia  $d^2$ , se relacionó la suma  $\vec{R}^2$  de los vectores desde cada porción de masa  $\vec{R}^1$  y la masa atraída o ubicación espacial  $\vec{R}$  (X<sub>1</sub>, X<sub>2</sub> y X<sub>3</sub>). Si finalmente, se reemplazó obteniendo la Ecuación 2-2 que es un campo vectorial con magnitud dirección y sentido.



Figura 2-1 Campo vectorial gravitacional de una distribución de masa

$$\vec{F}(x) = \iiint_V -\frac{G \rho \, dV \, (\vec{R} - \vec{R}1)}{[R - R1]^3}$$
 Ecuación 2-2

Este campo vectorial es en tres dimensiones, pero generalmente se hacen mediciones con campos escalares, por ejemplo, midiendo la magnitud de la gravedad en dirección hacia el centro de la Tierra. Se utilizó el operador diferencial llamado gradiente para relacionar este campo vectorial gravitacional  $\vec{F}(x)$  con un campo escalar g nombrado potencial, en este caso gravitacional, con la siguiente ecuación:

$$\bar{F}(x) = -\nabla g$$
 Ecuación 2-3

donde  $\nabla$  es un operador diferencial llamado nabla, de tal manera que el objetivo es encontrar un campo escalar g que al derivar parcialmente con respecto a cada uno de los ejes del sistema de referencia, dejarlos en cada uno de sus vectores unitarios y de esa manera encontrar el lado izquierdo de la Ecuación 2-3. Este escalar potencial gravitacional se llama geoide:

$$g = \iiint_V \frac{G \rho \, dV}{[R-R1]}$$
 Ecuación 2-4

Utilizando el producto punto el denominador queda como:

$$g = \iiint_{V} \frac{G \rho \, dV}{R \left[ 1 - \frac{2R1}{R} \cos E + \left(\frac{R1}{R}\right)^{2} \right]^{\frac{1}{2}}}$$
 Ecuación 2-5

1

Al pasar el denominador al numerador:

$$g = \iiint_V G \rho \, dV R^{-1} \left[ 1 - \frac{2R1}{R} \cos E + \left(\frac{R1}{R}\right)^2 \right]^{-\frac{1}{2}}$$
 Ecuación 2-6

De acuerdo a los polinomios asociados de Legendre se obtiene:

$$y = [1 - 2XT + T^2]^{-\frac{1}{2}} = \sum_{n=0}^{\infty} P_n(X)T^n$$
 donde  $X = cosE$  y  $T = \frac{R1}{R}$  Ecuación 2-7  
Al reemplazar la Ecuación 2-7 en la Ecuación 2-6 se aprecia:





Al utilizar las fórmulas de los cosenos de acuerdo la Figura 2-2 se determinó:

 $Cos(E) = \cos \theta \cos \theta_1 + \sin \theta \sin \theta_1 \cos(\lambda - \lambda_1)$  donde  $\theta = 90 - \phi$  Colatitud ( $\theta$ ) Ecuación 2-9 Al reemplazar la Ecuación 2-9 en la Ecuación 2-8 se obtiene:  $g = \iiint_V \sum_{n=0}^{\infty} G \rho \, dV \frac{R1^n}{R^{n+1}} P_n(\cos\theta\cos\theta_1 + \sin\theta\sin\theta_1\cos(\lambda - \lambda_1)) dV \quad \text{Ecuación 2-10}$ Y finalmente se llegó a la ecuación del geoide en armónicos esféricos:

$$g = \iiint_{V} (G\rho \frac{R1^{n}}{R^{n+1}} \sum_{n=0}^{\infty} P_{n0}(\cos \theta) P_{n0}(\cos \theta_{1}) + \frac{2(n-m)!}{(n+m)!} \sum_{m=1}^{n} P_{nm}(\cos \theta) P_{nm}(\cos \theta_{1}) *$$

\*  $[\cos m\lambda \cos m\lambda_1 + \sin \theta \sin \theta_1] ) dV$  Ecuación 2-11 Esta ecuación tiene valores de acuerdo a la latitud, longitud y a una época de ajuste realizada internacionalmente, donde los enteros *n* y *m* representan el grado y el orden respectivamente y *R*1 está relacionado con el elipsoide de referencia (Torge, 1991).

#### 2.1.1 Anomalías gravimétricas

Una anomalía gravimétrica es la diferencia de interacción gravitacional que produce la masa terrestre respecto de una distribución de masa referencial (Suriñach, 2006). Otros autores la definen como la diferencia entre el valor de gravedad observada en un punto específico de la superficie terrestre y la gravedad teórica que se obtiene a causa de la heterogeneidad en la distribución de densidad de la Tierra (Niño Ferro, 2018). Esta gravedad teórica es la caracterización de un modelo que contempla parámetros como la rotación del planeta, sus dimensiones, su masa, la latitud, el elipsoide, entre otras, a continuación, se muestran las deducciones y ecuaciones expuestas por Hofmann (2005).

### 2.1.2 Teorema de la Divergencia

La gravedad de la tierra se comporta como un flujo en un volumen, el cual se analiza con el teorema de la divergencia. Este teorema también llamado de Gauss relaciona una integral de flujo del campo vectorial  $\vec{F}$  sobre una superficie envolvente *S* con una integral triple de la divergencia de  $\vec{F}$  sobre una región de volumen *V* encerrada por *S*. Establece que la masa total en una región es proporcional al componente normal de atracción gravitacional integrado sobre el límite cerrado de la región (Blakely R., 1996).



Figura 2-3 Teorema de la divergencia.

 $\iiint_{V} \nabla \cdot \vec{F} \, dV = \iint_{S} \vec{F} \cdot \vec{ds}$  Ecuación 2-12

Este teorema se utiliza para determinar las correcciones y luego las anomalías gravimétricas. La atracción de la gravitación  $\vec{F}$  que ejerce una masa con un volumen V se comporta como un fluido  $(\nabla \cdot \vec{F})$ , a la cual se llama divergencia y es la integral o sumatoria de todas las atracciones de los volúmenes infinitesimales que la componen (parte izquierda de la Ecuación 2-12). Esto es igual a la sumatoria de la superficie (parte derecha de la Ecuación 2-12) que encierra ese volumen del producto punto entre los vectores normal  $\vec{ds}$  y de atracción gravitacional  $\vec{F}$  y cuya superficie se pude subdividir en todas las áreas que sean necesarias para envolver completamente ese volumen, en el caso de la

Figura 2-3 son tres superficies que encierran el volumen (S1, S2yS3). Para este ejemplo la masa atrayente es igual a una constante llamada ecuación de Poisson, ver la Ecuación 2-13.

$$\iint_{S} \vec{F} \cdot \vec{ds} = \int_{S1} Fds \ \cos 180^o + \int_{S2} Fds \ \cos 0^o + \int_{S3} Fds \ \cos 90^o = -4\pi KM \quad \text{Ecuación 2-13}$$

### 2.1.3 Gravedad Teórica Normal

La primera anomalía calculada consiste en la diferencia entre la gravedad medida  $g_{observada}$  y la gravedad teórica o normal  $g_{Teórica}$ , que representa la atracción de la gravedad de la masa entre el geoide y la topografía. Esto debido a que al obtener la atracción de la gravedad de un punto **P** sobre la superficie de la tierra es básico quitar la influencia de toda la masa encerrada en el geoide teórico de la tierra (Superficie equipotencial gravitacional que corresponde al nivel medio del mar) dejando solo la influencia de esa masa de color café en la Figura 2–4 y su forma matemática, ecuación 2-14.



Figura 2-4 Esquema de la anomalía

a) La gravedad observada tiene la influencia de la masa encerrada en el geoide color amarillo y la masa desde el geoide hasta la topografía color café. b) La primera anomalía consiste en restar la gravedad influenciada por la masa encerrada en el geoide (Color amarillo), dando lugar a solo la influencia de la masa encerrada entre el geoide y la topografía (Color café).

La ecuación que la Representa es: 
$$A_g = g_{observada} - g_{Teórica}$$
 Ecuación 2-14

Y la ecuación que representa la gravedad teórica o normal es basada en el Sistema de Referencia Geodésico 1980 tomada de Blakely (1995) en donde Ø es la latitud y la unidades son mili Gales:

$$g_{Te\acute{o}rica} = 978032.67714 \left[ \frac{1+0.00193185138639(\sin \phi^2)}{\sqrt{(1-0.00669437999013(\sin \phi^2))}} \right]$$
Ecuación 2-15

### 2.1.4 Anomalía de Aire Libre o de Radio

En la anterior anomalía se ajustó hasta el geoide con la altura del nivel medio del mar, luego hay que ajustarla hasta la altura de la topografía para lo cual, se utiliza el teorema de la divergencia Ecuación 2-13. Se envuelve el problema en dos figuras gaussianas, en este caso dos esferas, una en la base o superficie del geoide y la otra en la superficie topográfica, pero suponemos que la masa de influencia es la que va hasta el geoide y que desde el geoide hay vacío o aire hasta la topografía, ver Figura 2-5. La deducción es así:

$$\oint_{s} \vec{g}(\vec{r}) \cdot \vec{ds} = -4\pi G Mt \qquad \text{Ecuación 2-16}$$

$$-\oint_{s} g(\vec{r}) \, ds = -4 \, \pi \, G \, Mt \ \rightarrow \ g(\vec{r}) 4 \, \pi \, r^{2} = \ 4 \pi \, G \, Mt \ \rightarrow g(\vec{r}) = G \, \frac{Mt}{r^{2}} \qquad \text{Ecuación 2-17}$$

$$r = Rt + h \rightarrow r^2 = (Rt + h)^2 \rightarrow r^2 = Rt^2 \left(\frac{Rt}{Rt} + \frac{h}{Rt}\right)^2 \rightarrow r^2 = Rt^2 \left(1 + \frac{h}{Rt}\right)^2$$
 Ecuación 2-18

$$g(\vec{r}) = G \frac{Mt}{Rt^2 (1+\frac{h}{Rt})^2} \longrightarrow \qquad g(\vec{r}) = G \frac{Mt}{Rt^2} (1+\frac{h}{Rt})^{-2} \qquad \text{Ecuación 2-19}$$

 $g(\vec{r}) = G \frac{Mt}{Rt^2} (1 - 2\frac{h}{Rt})$  donde  $Rt = a \left[ 1 + \frac{(2f - f^2)}{(1 - f)^2} \sin^2 \varphi \right]^{-1/2}$  a = 6378137 m Ecuación 2-20

 $g(\vec{r}) \rightarrow C_{AL} = -0.3086 h$  mGal por metro para una latitud ( $\varphi$ ) de 45° Ecuación 2-21



Figura 2-5 Anomalía de Aire libre o de radio.

La ecuación que la Representa es:  $A_{AL} = g_{observada} - g_{Teórica} + C_{AL}$  Ecuación 2-22

### 2.1.5 Anomalía de Bouguer Simple

En la anterior corrección no se tiene en cuenta la influencia de la masa, así que se utiliza el teorema de la divergencia cubriendo con una figura gaussiana que envuelva la masa, en este caso un cilindro dentro de una placa infinita, en cuya base representa por la superficie del geoide y la otra en la superficie topográfica, ver la Figura 2-6.



Figura 2-6 Placa de Bouguer.

$$\oint_{S} \vec{g}(\vec{r}) \cdot \vec{ds} = -4 \pi G M t \to -\int_{S1} g(\vec{r}) \, ds - \int_{S2} g(\vec{r}) \, ds + \int_{S3} g(\vec{r}) \, ds \cos(0^{\circ}) = -4 \pi G M t$$

$$-g(\vec{r})2\int_{s1} ds = -4\pi G Mt \rightarrow g(\vec{r}) 2 s1 = 4\pi G Mt \rightarrow g(\vec{r}) = 2\pi G\rho h \qquad \text{Ecuación 2-23}$$

$$g(\vec{r}) = 2 (3.14..) \left( 6,67392 \frac{10^{-11} m^3}{s^2 \text{kg}} 10^8 \right) \rho \text{ h} = 0.04193 \rho \text{ m} \text{ Gales}(\frac{\text{cm}}{s^2}) / \text{ m}$$
 Ecuación 2-24

 $g(\vec{r}) \rightarrow C_{BS} = 0.04193 \rho h mGales por metro = 0.04193 \rho h mGales por metro Ecuación 2-25$ 

$$C_{BS} = 0.04193(2.67 \text{ gm}/cm^3)$$
h mGales por metro = 0.11196h mGales Ecuación 2-26

La ecuación que la Representa es:  $A_{BS} = g_{observada} - g_{Teórica} + C_{AL} - C_{BS}$  Ecuación 2-27

### 2.1.6 Anomalía de Bouguer Total

Al quitar la influencia de la masa encerrada en un cilindro y romperlo genera una placa infinita. En la Figura 2-7 el cilindro o en la placa continua de Bouguer el punto de observación se encuentra sobre la forma plana que se extiende al infinito creando masas inexistentes (1) y no considera las masas que se encuentran por encima del punto de observación (2). En ambos casos hay que sumar la influencia para restarla.



Figura 2-7 Corrección Topográfica

Se realiza la corrección por medio del software Oasis Montaj (Geosoft), extensión Gravity, la cual implementa 3 fases que dependen de la extensión del área a corregir. Las correcciones del terreno se calculan utilizando una combinación del método descrito por Nagy (Nagy, 1966) y Kane (Kane, 1962). Para calcular las correcciones, los datos se "muestrean" en una malla de cuadrícula centrada en la estación que se va a calcular.

La corrección se calcula en función de las contribuciones de la zona cercana, la zona intermedia y la zona lejana. En la zona cercana (0 a 1 celdas de la estación) o 0 y 2 Km, el algoritmo suma los efectos de cuatro secciones por prismas triangulares inclinados, ver Figura 2-8, que describen una superficie entre la estación de gravedad y la elevación en cada esquina diagonal.

$$C_{BTC} = G\rho\theta \left[ R - \sqrt{R^2 + H^2} + \frac{H^2}{\sqrt{R^2 + H^2}} \right]$$
 Ecuación 2-28

en donde se tiene que,  $C_{BTC}$  = Atracción gravitacional del prisma (mgal), G = Constante gravitacional,  $\rho$  = Densidad (g/cm<sup>3</sup>),  $\theta$  = Ángulo subtendido por el sector (rad), R = Longitud horizontal desde el punto de corrección al límite del prisma (m), H = Altura del prisma (m).



Figura 2-8 Vista de planta e Isométrica del área seccionada Pirámide proyectada de las áreas del terreno, adaptado (Kane, 1962)

En la zona intermedia (de 1 a 8 celdas) o 2 y 10 Km, el efecto del terreno se calcula para cada punto utilizando el enfoque de prismas rectangulares de punta plana de Nagy.

$$C_{BTI} = -G\rho\theta \left| \frac{z_2}{z_1} \left| \frac{y_2}{y_1} \left| \frac{x_2}{x_1} x * Ln(y+R) + y * Ln(x+R) + z * \arctan\left(\frac{z*R}{x*y}\right) \right| \right|$$
 Ecuación 2-29

donde  $C_{BTI}$  = Atracción gravitacional del prisma (mgal), G = Constante,  $\rho$  = Densidad (g/cm<sup>3</sup>), x = Coordenada Este (m), y = Coordenada Norte (m), z = Altura del prisma (m), R = Longitud punto de corrección a los vértices del prisma (m).



Figura 2-9 Prisma rectangular Subdivisión del espacio en componentes de tres dimensiones, adaptado (Nagy, 1966)

En la zona lejana, (más de 8 celdas) a partir de los 10 km, el efecto del terreno se deriva con base a la aproximación del segmento del anillo anular a un prisma cuadrado. Para determinar su influencia gravitatoria, se aplica la siguiente ecuación a la sección:

$$C_{BTL} = 2G\rho A^2 \frac{(R_2 - R_1\sqrt{R_1^2 + H^2} - \sqrt{R_2^2 + H^2})}{R_2^2 + R_1^2}$$

donde  $C_{BTL}$  es la influencia gravitacional del prisma (mGal), G es la Constante gravitacional,  $\rho$  es la densidad en gr/cm<sup>3</sup>, A es el ancho de la sección horizontal del prisma (m),  $R_1$  es el radio interno del cilindro,  $R_2$  el Radio externo del cilindro y H es la altura de la sección cilíndrica.



Figura 2-10 Secciones de anillos *Círculos con radios interno R*<sub>1</sub> y *Externo R*<sub>2</sub>, *adaptado (Kane, 1962)* 

La corrección Topográfica es 
$$C_{BT} = C_{BTC} + C_{BTI} + C_{BTL}$$
 Ecuación 2-30

La anomalía Bouguer total es :  $A_{BT} = g_{observada} - g_{Teórica} + C_{AL} - C_{BS} - C_{BT}$  Ecuación 2-31

### 2.1.7 Algoritmo 3DINVER

El algoritmo 3DINVER es una programación desarrollada en el año 2004 por Gómez-Ortiz (2005) en el software MATLAB, con el propósito de aplicar un método iterativo de la ecuación de Parker-Oldenburg y realizar un proceso de inversión de datos, a partir del uso de anomalías gravimétricas organizadas en arreglos matriciales cuadrados, razón por lo cual, permite calcular, por ejemplo, la profundidad de la Discontinuidad de Mohorovičić de un área de interés.

El proceso iterativo se basa en una relación entre la transformada de Fourier de la anomalía gravimétrica y la suma de la transformada de Fourier de la interfaz topográfica, el cual finaliza cuando el error RMS entre dos aproximaciones sucesivas, es menor a un valor pre asignado por el usuario, utilizado como criterio de convergencia o hasta que se alcanza un número máximo de iteraciones previamente definidas (Gómez-Ortiz, 2005).

Este algoritmo aprovecha algunas de las rutinas de MATLAB utilizadas en el cálculo de transformadas de Fourier bidimensionales directas e inversas, denominadas FFT2 e IFFT2 respectivamente, las cuales permiten manejar grandes conjuntos de datos de manera efectiva, requiriendo poco tiempo computacional para realizar todos los cálculos, lo que lo convierte en un método de inversión gravimétrica eficiente. A su vez, el algoritmo incorpora un filtro de corte alto en el dominio de la frecuencia para mejorar la convergencia en el proceso iterativo (Gómez-Ortiz, 2005). El procedimiento de inversión utiliza la ecuación descrita por Parker (1973) para calcular la anomalía gravitatoria causada por una capa de material desigual y uniforme mediante una serie de transformadas de Fourier. Esta expresión, en su forma unidimensional, se define como:

$$F(\Delta g) = -2\pi G\rho e^{(-kZ_0)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{k^{n-1}}{n!} F[h^n(x)]$$
 Ecuación 2-32

donde  $F(\Delta g)$  es la transformada rápida de Fourier de la anomalía gravitacional, G es la constante gravitacional,  $\rho$  es el contraste de densidad a través de la interfaz, k es el número de onda, h(x) es la profundidad de la interfaz (positivo hacia abajo) y  $Z_0$  es la profundidad media del moho horizontal. Oldenburg (1974) reordenó esta ecuación para calcular la profundidad de la interface ondulada a partir del perfil de anomalía de la gravedad por medio de un proceso iterativo y está dada por:

$$F[h(x)] = -\frac{F\Delta g(x)e^{(-kZ_0)}}{2\pi G\rho} - \sum_{n=2}^{\infty} \frac{k^{n-1}}{n!} F[h^n(x)]$$
 Ecuación 2-33

Esta expresión nos permite determinar la topografía del moho mediante un procedimiento de inversión iterativo, por medio del cual asumimos la profundidad media del moho,  $Z_0$ , y el contraste de densidad asociado con dos medios,  $\rho$ . La anomalía de la gravedad se degrada primero antes del cálculo de la transformada de Fourier. Entonces, el primer término de la Ecuación 2-23 se calcula asignando h(x) = 0 (Oldenburg, 1974) y su transformada inversa de Fourier con la primera aproximación de la topográfica del moho, h(x). Este valor de h(x) se usa luego para evaluar una nueva estimación de h(x).

Este proceso continúa hasta que se logre una solución razonable. Siguiendo a Oldenburg (1974). el proceso es convergente si la profundidad de la interfaz es mayor que cero y no intercepta la topografía. Además, la amplitud del relieve del moho debe ser menor que la profundidad media de la interfaz. Como la operación de inversión con la Ecuación 2-33 es inestable a altas frecuencias, se incluye un filtro de corte alto, HCF(k) en el procedimiento de inversión para asegurar la convergencia de las series. Este filtro está definido por:

$$HCF(k) = \frac{1}{2} \left[ 1 + \cos\left(\frac{k - 2\pi WH}{2(SH - WH)}\right) \right]$$
 Ecuación 2-34

Para WH < k < SH, HCF(k) = 0 para k > SH, y HCF(k) = 1 para k < WH Ecuación 2-35. Donde WH es la frecuencia de corte más pequeña y SH es la mayor frecuencia de corte. Estos filtros se utilizan para restringir los contenidos de alta frecuencia en el espectro de Fourier de la anomalía gravitacional observada. La frecuencia (k) se puede expresar como  $\frac{1}{\lambda}$ , siendo  $\lambda$ , la longitud de onda en kilómetros.

### 2.1.8 Gravedad observada por satélites

Esta información se complementó con los datos del satélite TOPEX/POSEIDON es una misión de altimetría satelital que se dio gracias a la colaboración entre las agencias espaciales de Estados Unidos (NASA) y Francia (CNES). Existen diversos métodos para obtener el valor de gravedad y/o anomalía gravimétrica a partir de altimetría satelital, no obstante, la aplicación de estos métodos requiere utilizar una aproximación esférica de la Tierra, donde, la altura N medida desde el geoide se puede aislar y expresar en términos de una función que describa el potencial anómalo T. Esta fórmula se conoce como ecuación de Bruns (Andersen, 2013; Smith, 2010).

$$N = L_N(T) = \frac{T}{\gamma}$$
 Ecuación 2-36

donde  $\gamma$  es la gravedad normal y T se puede expresar mediante funciones armónicas esféricas de radio R. El potencial anómalo T, al ser una función armónica, posee derivadas parciales continuas de primer y segundo orden, que satisfacen la Ecuación de Laplace fuera de las masas.

## 2.2 Procedimiento y Resultados

Se realizó el mapa de Bouguer total producto de la Ecuación 2-31 que se presenta a continuación:



Figura 2-11 Datos Base suministrados por la ANH. Este mapa contiene la información suministrada por la ANH sobre la placa continental.

Para la completitud de la información sobre todo de la placa oceánica se complementaron con los datos de satelite de la anomalía de aire libre y resultado de la ecuación 2-21. Ver la Figura 2-12.



Figura 2-12 Anomalía de Aire libre *Estos datos tienen la forma de la topografía, aunque con diferentes unidades.* 



Para la completitud de la información sobre todo de la placa oceánica se tomaron los datos de satélite de la anomalía de Bouguer total y resultado de la ecuación 2-21. Ver la Figura 2-13.

Figura 2-13 Anomalía de Bouguer Total.

Este mapa representa las anomalías de Bouguer total resultado de la combinación de los datos de gravedad tomados de la ANH y complementados por los datos del satélite TOPEX/POSEIDON que en total fueron 6'126.395 en una grilla de 3841 puntos horizontales por 1595 puntos verticales espaciados 1400 metros de distancia, entre unas latitudes de -4° a 22° y las longitudes -66° a -93°. Luego se restó la gravedad teórica, Ecuación 2-11, la corrección de Aire libre, Ecuación 2-19, la corrección de Bouguer Simple, Ecuación 2-25 y la corrección de Bouguer total, Ecuación 2-29.

El proceso iterativo finaliza cuando se ha logrado un cierto número de iteraciones máximo 10 o cuando la diferencia entre dos aproximaciones sucesivas a la topografía es menor que un valor pre asignado como criterio de convergencia, 6 en este caso.



Figura 2-14 Topografía del Moho

*El moho se construyó con los siguientes parámetros;*  $WH = 0.01, SH = 0.012, \rho = 0.3 \frac{g}{cm^3}, \Delta g(x) = 1595$ . La línea negra representa el perfil a 3° de latitud.

Se realizan y se comparan los perfiles de la topografía, Aire libre, Bouguer y profundidad del Moho a los  $3^{\circ}$  de latitud, ver la Figura 2-15.









Figura 2-15 Perfiles de la topografía, Aire libre, Bouguer y del Moho a los 3° de latitud.

Al comparar el perfil de topografía con el de aire libre se aprecia que la forma es similar, aunque la unidad de la topografía es en metros y la de aire libre es mGales. En el caso del perfil del Bouguer total la forma entre las longitudes de -82° a -92° se puede apreciar una caída en mGales y esto corresponde con la forma de la placa oceánica que es más densa pero que al doblarse hacia abajo y combinarse con las rocas de la placa continental los mGales son negativos, obteniendo valores de menos -178 mGales. Lo mismo ocurre con el perfil del Moho que entre esas mismas longitudes tiene los espesores más grandes alcanzando valores mayores a 73 km de profundidad.

Después de calcular las anomalías se escogió la latitud de 3° para extraer los datos de anomalía total, la topografía marina y del continente, la forma del moho y densidades para formar una geometría de las rocas de la subducción entre las longitudes entre -97° y -92°. Por medio del Software IGMAS (3-D Gravity and Magnetic Modeling) del Instituto geológico Wissenschaften, FU Berlín, versión 3.0.0 utilizado en un curso impartido en la Universidad Nacional de Colombia en agosto de 2003, se realizó la inversión. Esta consiste en obtener un modelo 2 D de la sección transversal a una latitud de 3° con los materiales que representan las rocas en el proceso de la subducción. Se inició con un modelo sencillo y se le fueron adaptando los perfiles de los datos medidos y procesados.

Se llama iteración a cada trazo de líneas continúas formando áreas de los diversos tipos de roca. Esta iteración se realiza hasta que los datos medidos (línea roja) y los datos calculados (Línea intermitente negra) por el programa coincidieran aproximadamente, se realizan 132 iteraciones de las cuales se presenta el más cercano en mGales, ver Figura 2-16. Eso indica que este puede ser uno de los modelos más cercanos a la realidad. Esta geometría obtenida se utilizará como objetivo para el modelamiento termo-mecánico.

Uno de los archivos de entrada del programa computacional es el que contiene la geometría con los vértices de coordenadas X y Z, con extensión ".mod", otro archivo de entrada, con extensión, ".dat", con los datos de las anomalías totales y su coordenada X, y finalmente el archivo, con extensión, ".config", en el cual se determinan las densidades, los colores y las unidades espaciales y de anomalía.

El modelo 2D de la Figura 2-16 fue construido por iteración, cambiando los espesores y las densidades de las rocas involucradas. El ángulo de la placa Nazca que subduce es de 30° con respecto a un plano horizontal, tomando como representativo las propiedades de los basaltos marinos, gabros y una capa de sedimentos que formaron la geometría de la batimetría del fondo marino. La placa Sudamericana representada con espesores de 75 a 12 Km de profundidad, principalmente derivada de la determinación del Moho y densidades de los granitos, basaltos y sedimentos continentales. Cabe anotar que la exageración vertical para el modelo de 10, la cual permitió apreciar mejor el contraste de las capas en la superficie, pero que hace que la capa que subduce se vea muy vertical.

Este modelamiento inverso produjo la geometría de los espesores de las rocas en el proceso de la subducción de los últimos años. Los sedimentos marinos tienen un espesor inicial a los 92° grados de longitud de 2 km de profundidad, pero cuando se dobla la placa oceánica se forma una cuña acrecionaria de 5 km de profundidad a los 78° de longitud. En cuanto a la placa oceánica se escogieron dos tipos de roca; basaltos marinos y gabros cuyos espesores son de entre 5 km cada uno y al final se obtuvo un espesor de 6 km cuando se doblan en la subducción.

Las rocas de la placa continental completaron el modelo con basaltos continentales de 12 Km de espesor y granito con valores oscilan entre los 38 a 10 km de espesor a medida de su alejamiento hacia el oeste. El Moho determinado sirvió de base como límite entre el granito y la astenósfera.

Cada límite de roca adicional se determinó por iteración hasta el modelo final presentado en la Figura 2-16. Este es un modelo muy confiable basándose en la similitud de los valores de las anomalías medidas y calculadas.



Figura 2-16 Sección Transversal a los 3° de latitud por inversión gravimétrica.

## 2.3 Conclusiones

Se construye un modelo 2D de la subducción entre la placa de Nazca y la sudamericana basado en las anomalías gravimétricas de Bouguer Total y el software IGMAS. Estas anomalías son procesadas con los algoritmos desarrollados del teorema de la Divergencia. Los datos crudos son resultado de la combinación de los recibidos por la Agencia Nacional de Hidrocarburos y el proyecto de la NASA del satélite TOPEX/POSEIDON. Se determina el Moho utilizando el algoritmo de inversión 3DINVER como base fundamental en el contacto del manto superior y la corteza. Los sedimentos marinos tienen un espesor inicial a los 92° grados de longitud de 2 km de profundidad, pero cuando se dobla la placa oceánica se forma una cuña acrecionaria de 5 km de profundidad a los 78° de longitud.

En cuanto a la placa oceánica se escogen como representativo dos tipos de roca; basaltos marinos y gabros cuyos espesores son de entre 5 km cada uno y al final obtienen un espesor de 6 km cada uno cuando se doblan en la subducción. En este modelo los espesores de las rocas marinas aumentan de este a oeste hasta cuando se dobla la placa debido a varios factores, tales como la edad, los esfuerzos de compresión, la viscosidad de los contactos con la placa continental. Se determina que la placa de Nazca oceánica subduce con una inclinación de  $30^{\circ}$  con respecto a la horizontal, pero después de 800 km de distancia horizontal se inclina a  $> 45^{\circ}$  a una profundidad de 150 km.

La placa continental se representa por medio de basaltos continentales con un promedio de espesor de 12 Km y el granito con un espesor promedio de 35 Km. Es de interés que para la base del granito se toma el límite del Moho calculado mostrando un espesor no lineal. Creemos que este límite obedece más a los algoritmos matemáticos pero que en promedio puede representar muy bien ese contacto con la astenósfera. Los datos de anomalía determinados se ajustan aproximadamente a los datos de modelo directo después de 132 iteraciones, pero este modelo se puede ajustar mejor incluyendo las cuencas en la parte continental y otras geometrías de rocas del arco volcánico.

La determinación de la anomalía de Bouguer total representa la diferencia de gravedad después de restar la influencia producida por las rocas desde la altura topográfica hasta una profundidad de 300 km y una densidad promedio de todas las rocas de la Tierra de 2. 7 g/cm<sup>3</sup>. Los valores determinados corresponden entre -241 y 380 mGal, estando localizados en las cordilleras los valores negativos y en el océano los positivos. En los llanos Orientales existen unos valores positivos debido a que se encuentran cerca el basamento y se tenga un menor espesor la corteza continental. La forma de la curva de esta anomalía coincide en forma general aproximadamente con la forma del Moho.

## 2.4 Agradecimientos

Agradecemos a la Agencia Nacional de Hidrocarburos ANH y a la NASA por los datos base de gravedad. Igualmente, a la Universidad Nacional de Colombia, a la Universidad Distrital por la financiación y el software MATLAB, Geosoft, ARCGIS, a David Ortiz y Bhrigu Agarwal por la programación de 3DINVER y al Instituto geológico Wissenschaften por el software IGMAX.

# 2.5 Bibliografía

Andersen, O. B. (2013). Marine gravity and geoid from satellite altimetry. Lecture Notes in Earth System Sciences, 401–451. doi:https://doi.org/10.1007/978-3-540-74700-0\_9

Antokoletz, E. D. (2017). Red gravimétrica de primer orden de la República Argentina. Mar de Plata: Doctoral Dissertation, Universidad Nacional de La Plata.

Blakely, R. (1996). Potential Theory in gravity and magnetic applications. Cambridge, United Kingdom: Cambridge University Press.

Chai, Y. H. (1988). Gravity inversion of an interface above which the density contrast varies exponentially with depth. Geophysics, 837–845. doi:https://doi.org/10.1190/1.1442518

Gómez-Ortiz, D. A. (2005). 3DINVER.M: A MATLAB program to invert the gravity anomaly over a 3D horizontal density interface by Parker-Oldenburg's algorithm. Computers and Geosciences, 513–520. doi:https://doi.org/10.1016/j.cageo.2004.11.004

Hackney, R. I. (2003). Geodetic versus geophysical perspectives of the 'gravity anomaly. Geophysical Journal International, 35–43. doi:https://doi.org/10.1046/j.1365-246X.2003.01941.x

Hall A. R. y Tilling L., (1978). The Correspondence of Isaac Newton. Cambridge University Press. Vol. 2 (1676-1687). doi:https://doi.org/10.1017/9781108651820

Hernández Moraleda, A. y. (2013). Determinación de la profundidad de la discontinuidad de Mohorovičić en la península lbérica a partir del problema isostático inverso de Vening Meinesz. comparación con el método sísmico. Boletín Geológico y Minero, 563–571.

Hernandez, F. S. (2000). Altimetric Mean Sea Surfaces and Gravity Anomaly maps. (I. o. Development, Ed.) d'Etudes Spatiales.

Hofmann Wellenhof, B. M. (2005). Physical geodesy. Springer Science y Business Media. Kane, M. F. (1962). A comprehensive system of terrain corrections using a digital computer. Geophysicists, 455-462. doi:https://doi.org/10.1190/1.1439044

López, E. (2020). Estudio de microgravimetría urbana en el centro histórico de Querétaro en relación con el proceso de subsidencia en el área metropolitana. IPICYT, 1-15.

Lowrie, W. (2007). Fundamentals of Geophysics. Cambridge University Press, Cambridge, UK. doi: https://doi.org/10.1017/CBO9780511807107

Kane, M. F. (1962). A comprehensive system of terrain corrections using a digital computer. Geophysicists, 455-462. doi:https://doi.org/10.1190/1.1439044

Nagy, D. (1966). The gravitational attraction of a right rectangular prism. GEOPHYSICS, 320-428. doi:https://doi.org/10.1190/1.1439779

Niño Ferro, E. M. (2018). Sistema de Inversión de Datos Gravimétricos Basados en Simulated Annealing para Objetos Geométricos Simples. Bucaramanga: Universidad Industrial de Santander.

Parker R.L. y Oldenburg L. (1972). The rapid calculation of potential anomalies. Geophys, J. R. astr. Soc. 31, 447-455.

Pham, L. T. (2018). GCH\_gravinv: A MATLAB-based program for inverting gravity anomalies over<br/>sedimentary<br/>basins.Computers<br/>and<br/>Geosciences,<br/>40–47.doi:https://doi.org/10.1016/j.cageo.2018.07.009

Sandwell, D. T. (2002). Laplace's Equation in Cartesian Coordinates and Satellite Altimetry. Science, 346.

Sears, F. W. (2005). Física Universitaria Con Física Moderna Vol II. México: Pearson Education. doi:https://doi.org/10.2307/j.ctvvn8f6.8

SLRG. (2020). Sea Level Research Group. University of Colorado. https://sealevel.colorado.edu

Smith, W. H. (2010). The Marine Geoid and Satellite Altimetry. Oceanography from Space: Revisited, 1–375. doi:https://doi.org/10.1007/978-90-481-8681-5

Suriñach, E. F.-M. (2006). Inversión numérica 3D de datos gravimétricos procedentes de campañas marinas y de satélite. Aplicación a un área antártica. (Dialnet, Ed.) Madrid: Física de La Tierra. doi:https://doi.org/10.5209/rev\_FITE. 2006.v18.12515

Sutra, E. M. (2012). How does the continental crust thin in a hyperextended rifted margin? Insights from the iberia margin. Geology, 139–142. Obtenido de https://doi.org/10.1130/G32786.1 Torge, W. (1991). Geodesy. Berlin: Gruyter.

# 3. Modelo 2D de la subducción determinado por el método inverso con datos Magnéticos en el sur de Colombia

## Resumen

Se construye un modelo 2D de la geometría de las rocas en el proceso de subducción entre la placa de Nazca y la sudamericana basado en las anomalías magnéticas y el software IGMAS a 3° de latitud en Colombia. Estas anomalías magnéticas que suministra la Agencia Nacional de Hidrocarburos (ANH) del campo magnético total están comprendidas entre -640 nT y +740 nT y los datos de anomalías reducidas al polo con valores entre -641 nT y +1640 nT. Después de varias interacciones se escoge un modelo de inversión con geometría de la subducción para la placa oceánica que subduce con un ángulo de inclinación de  $30^{\circ}$  con respecto a la horizontal, la placa continental y la cuña de acreción incorporando valores de magnetización de las diferentes rocas que la componen. La iteración del método se realiza teniendo en cuanta los datos magnéticos y gravimétricos. Los datos gravimétricos muestran una buena correlación en comparación de los datos magnéticos.

Palabras clave: Modelo 2D de inversión magnética, subducción, reducción al polo y Colombia.

## Abstract

We built a 2D model of the geometry of the rocks in the subduction process between the Nazca and South American plates based on magnetic anomalies and IGMAS software at  $3^{\circ}$  latitude in Colombia. These magnetic anomalies provided by the National Hydrocarbons Agency (ANH) of the total magnetic field are between -640 nT and +740 nT and the anomaly data reduced to the pole with values between -641 nT and +1640 nT. After several interactions we choose an inversion model with subduction geometry for the oceanic plate that subducts with an inclination angle of  $30^{\circ}$  with respect to the horizontal, the continental plate and the accretionary wedge incorporating magnetization values of the different rocks. We perform the iteration method taking into account the magnetic and gravimetric data. We show the gravimetric data that have a good correlation compared to the magnetic data.

# Introducción

El proceso de subducción entre las placas de Nazca y de Suramérica es de gran interés para muchos autores, que lo han estudiado, modelado y analizado por diferentes técnicas, pero que todavía se requiere seguir conociendo y complementado (Gombert, y otros, 2018; León, y otros, 2021; Moreno y Manea, 2021; Vargas C. A., 2020). Una de estas maneras es midiendo el campo magnético terrestre

para determinar la geometría de la subducción por medio del modelamiento inverso obtener una geometría que a su vez produzca datos sintéticos que al compararlos sean iguales (Lallemand y Arcay, 2021; Idárraga-García y Vargas, 2018; Monsalve-Jaramillo y otros, 2018; Yáñez y otros, 2001). Este modelo producido es uno de los posibles modelos reales, pero se busca que esté muy acoplado con la información obtenida hasta el momento. Utilizando datos recientes medidos del campo magnético en Colombia se presenta un modelo ajustado a las anomalías magnéticas y gravimétricas (Blakely R., 1996)

## 3.1 Metodología

De acuerdo a las ecuaciones de Maxwell del electromagnetismo un flujo de campo eléctrico girando, descrito por un rotacional, produce un flujo de campo magnético que en su componente principal se comporta como un dipolo central (Ley de Faraday, ver ecuación 3-1). La aproximación de este fenómeno ocurre cuando un flujo de campo magnético se genera saliendo y entrando cerca a los polos geográficos, producido por las corrientes eléctricas que fluyen en el núcleo externo de la Tierra (Ver Fig.3-1, a) (Langel y Hinze, 1998).

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$
 Ecuación 3-1

Donde  $\vec{E}$  es el flujo de corriente eléctrica y  $\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$  es la variación del campo magnético  $\vec{B}$ , en el tiempo. Tomado una de las líneas de campo Magnético en cualquier parte de la superficie terrestre, llamaremos  $\vec{B}$  al campo magnético total, la letra H a la Componente horizontal, la letra X a la componente en dirección norte, la letra Y a la componente en dirección este, la letra Z a la componente vertical o hacia el centro de la Tierra, la letra I a el ángulo plano entre la componente horizontal H con la componente X, llamado inclinación y la letra D a el ángulo plano entre la componente el norte geográfico y magnético, se pude apreciar en la Fig. 3-1 b), adaptada de Kaufman (1992).



Figura 3-1 Producción del Campo magnético terrestre

a) El giro del campo eléctrico E (Líneas azules) producido en el núcleo externo de la Tierra genera el campo magnético terrestre dipolar (Flechas rojas). b) Componentes- del campo magnético adaptado de Dobrin y Sabit (1998).

Estas componentes se relacionan trigonométricamente así:

$$H = \sqrt{X^2 + Y^2}$$
 Ecuación 3-2

$$\sin I = \frac{Z}{R}$$
 Ecuación 3-3

$$\sin D = \frac{Y}{H}$$
 Ecuación 3-4

$$B = \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2}$$
 Ecuación 3-5

El campo magnético de la tierra B se comporta como un inductor y las rocas que tienen campos magnéticos bajos inducidos son representados por  $\overline{M}$ , llamado intensidad de magnetización, es proporcional a  $\vec{B}$  y está en la dirección de  $\vec{B}$ . El grado de magnetización de un cuerpo rocoso está determinado por la ecuación 3-6.

$$\vec{M} = \mu_0 \vec{B} + 4\pi \chi \vec{B}$$
 Ecuación 3-6

donde  $\mu_0$  es la permeabilidad magnética adimensional,  $\chi$  es la susceptibilidad magnética adimensional y  $\vec{M}$ ,  $\vec{B}$  tienen la misma unidad en el Sistema Internacional (SI) llamada Tesla (T). (Butler, 2004).

Se mide la declinación, la inclinación y la intensidad en diferentes lugares del mundo. Pero, a menudo es útil poder predecir cuáles son estos componentes. En la ecuación 2-3, se ve cómo, en principio, se deriva un campo vectorial a partir de su potencial. Para un campo dipolar axial, solo hay un coeficiente escalar (el momento magnético). Para el campo geomagnético, por supuesto que hay muchos más. Tener esta lista de coeficientes permite calcular el vector de campo en cualquier

lugar fuera de la región fuente. El campo vectorial magnético B en la superficie de la Tierra se puede aproximar mediante un campo de potencial escalar b, y este campo de potencial escalar satisface la ecuación de La Place:

$$\nabla^2 b = 0$$
 Ecuación 3-7

Una solución a esta ecuación es la siguiente relación, tomada de Butler (2004):

$$b(r,\theta,\Phi,t) = a \sum_{n=1}^{N} \sum_{n=1}^{n} \left(\frac{a}{r}\right)^{n+1} [g_n^m(T)\cos(m\Phi) + h_n^m(T)Sin(m\Phi)]P_n^m(\cos\theta)$$
  
Ecuación 3-8

donde, a equivalente a un radio de referencia, el cual es una aproximación del radio medio de la tierra. r,  $\theta$ ,  $\phi$ , t se refieren a coordenadas en un sistema de coordenadas esféricas geocéntricas, siendo r la distancia radial desde el centro de la tierra, y  $\theta, \phi$ , representan la colatitud y la longitud geocéntrica respectivamente. Los coeficientes de Gauss  $g_n^m(t)$ ,  $h_n^m(T)$  cambian en el tiempo y se miden en unidades de nano teslas (nT). La dependencia temporal de estos parámetros se modela de forma lineal y por partes, está dada por:

$$g_n^m(T) = g_n^m(T_T) + (t - T_T)\dot{g}_n^m(T_T)$$
 Ecuación 3-9

$$h_n^m(T) = h_n^m(T_T) + (t - T_T)\dot{h}_n^m(T_T)$$
 Ecuación 3-10

donde  $g_n^m(T_T)$ ,  $h_n^m(T_T)$  son los coeficientes de Gauss en la época  $T_T$ , que procede inmediatamente al tiempo t, de modo que  $T_T \le t < T_T + 5$ . Los parámetros  $\dot{g}_n^m(T_T)$ ,  $\dot{h}_n^m(T_T)$  representan la aproximación lineal al cambio en los coeficientes de Gauss durante el intervalo de 5 años que abarca  $[T_T, T_T + 5]$ . Pueden calcularse en (nT/año) como:

$$\dot{g}_n^m(T_T) = \frac{1}{5}(g_n^m(T_T+5) - g_n^m(T_T))$$
 Ecuación 3-11

$$\dot{h}_n^m(T_T) = \frac{1}{5} (h_n^m(T_T + 5) - h_n^m(T_T))$$
 Ecuación 3-12

para  $T_T = 2010$  no se conocen los coeficientes del campo principal, y así para los últimos 5 años de validez del modelo, los coeficientes  $\dot{g}_n^m(2020)$ ,  $\dot{h}_n^m(2010)$ , se proporcionan únicamente en unidades de nT/año (Alken, 2021).

### 3.1.1 Anomalías magnéticas

Cuando se hace una medida de cualquiera de los componentes del campo magnético de la Tierra en un punto sobre su superficie, está influenciada por la suma vectorial de dos campos magnéticos; el campo magnético interno dipolar y el campo magnético de los materiales que se encuentran en el subsuelo. Se determina el campo magnético de los materiales del subsuelo para obtener un modelo del tipo de rocas. La anomalía es la diferencia entre observaciones magnéticas corregidas y la respectiva sustracción del campo magnético principal, ver la Ecuación 3-8 (Valenta, 2015).

### 3.1.2 Corrección de variación diurna

Los efectos de la variación diurna del campo geomagnético pueden eliminarse de varias formas. En tierra, se puede emplear un método en el cual el magnetómetro se lee en una estación base fija periódicamente durante el día. Las diferencias observadas en las lecturas base se distribuyen luego entre las lecturas en los puntos medidos con un magnetómetro móvil durante el día según el momento de la observación.

Las lecturas de la base se toman únicamente para corregir la variación temporal en el campo medido. Se realiza mediante el uso de un magnetómetro de base, un instrumento de lectura continua que registra las variaciones magnéticas en un lugar fijo dentro o cerca del área de estudio. Este método es preferible en tierra ya que el estudio avanza más rápido y las variaciones diurnas están completamente cartografiados, ver la Figura 3-2. Cuando el reconocimiento sea de alcance regional, podrán utilizarse los registros de un observatorio magnético.

Dichos observatorios registran continuamente cambios en todos los elementos geomagnéticos. Sin embargo, las variaciones diurnas difieren bastante de un lugar a otro, por lo que el observatorio utilizado no debe estar a más de 100 km del área de estudio. (Kearey y otros, 2002).





La línea de color magenta representa la variación temporal de la base que se encuentra en un lugar fijo. La diferencia entre el promedio (Línea discontinua negra) de esa curva se distribuye en las observaciones (Línea Roja) del magnetómetro móvil, obteniendo las observaciones ajustadas (Línea Amarilla).

### 3.1.3 Corrección geomagnética

La corrección geomagnética de latitud que elimina el efecto de un campo de referencia geomagnético de los datos del levantamiento, cuyo método más riguroso de corrección geomagnética es el uso del International Geomagnetic Reference Frame (IGRF), que expresa el campo geomagnético no perturbado en términos de un gran número de armónicos e incluye términos temporales para corregir la variación secular, ver la ecuación 3-8. La complejidad del IGRF requiere el cálculo de correcciones por ordenador. Sin embargo, debe tenerse en cuenta que el IGRF es imperfecto ya que los armónicos empleados se basan en observaciones en relativamente pocos observatorios magnéticos dispersos. El IGRF también es predictivo en el sentido de que extrapola hacia adelante los armónicos esféricos derivados de los datos del observatorio. En consecuencia, el IGRF en áreas alejadas de los observatorios puede tener un error sustancial (Alken, 2021).

### 3.1.4 Reducción al Polo

La asimetría de una anomalía magnética puede compensarse mediante el método de reducción al polo. Consiste en recalcular la anomalía observada para que la magnetización sea vertical. El mapa de anomalías observado se convierte primero en una matriz de valores en las intersecciones de una cuadrícula rectangular que recubre el mapa. Luego se calcula la transformada de Fourier de la matriz y se convoluciona con una función de filtro para corregir las orientaciones del cuerpo y su magnetización. La reducción al polo elimina la asimetría de una anomalía y permite una mejor ubicación de los márgenes del cuerpo perturbador. Este procedimiento transforma anomalías magnéticas dipolares en anomalías monopolares centradas sobre sus cuerpos causales, lo que puede simplificar la interpretación de los datos.

Se determina el Filtro de Reducción al Polo FRP, ver la Ecuación 3-13, creado en el dominio de la frecuencia. Esto implica transformar los datos como una señal con la transformada de Fourier, aplicar el filtro y luego devolver los datos al dominio del espacio con la transformada inversa de Fourier:

$$FRP = \frac{\kappa^2}{\left[ip\alpha + ip\beta + \gamma\sqrt{p^2 + q^2}\right]\left[i\alpha_M + i\beta_M + \gamma_M\sqrt{p^2 + q^2}\right]}$$
Ecuación 3-13

en donde p es el número de onda en dirección este, q es el número de onda en dirección norte, i es la unidad imaginaria, en donde la letra i denota la raíz cuadrada de -1,  $\alpha$  es cos I cos D,  $\beta$  es cos I sin I,  $\gamma$  es sin I, I es la inclinación Magnética, D es la declinación magnética,  $\alpha_M$ ,  $\beta_M$ ,  $\gamma_M$  son las medidas de la inclinación y la declinación magnética medidas de rocas, si no se tienen estas medidas el término  $\left[i\alpha_M + i\beta_M + \gamma_M\sqrt{p^2 + q^2}\right]$  será 1 (Gubbins y Herrero, 2007; Cooper y Cowan, 2005).

### 3.2 Metodología y Resultados

La anomalía Magnética Total Observada en la Figura 3-3 son datos de la ANH. Estos datos se corrigieron por variaciones diurnas y se les restaron los del Campo Normal de la Tierra o IGRF para obtener los valores de Anomalías Magnéticas. Los rangos de anomalías se normalizaron por diferencias de alturas y luego se graficaron para obtener el mapa de Anomalías Magnéticas de Colombia. Este mapa presenta variaciones entre -640 nT y +740 nT.

El mapa, que reflejó esencialmente variaciones de la susceptibilidad magnética de las rocas, dejó ver valores positivos en áreas de cordilleras, principalmente en la Cordillera Occidental y en los departamentos de Santander y Boyacá. Valores positivos de la anomalía también se presentaron en

gran parte de la Orinoquía y la Amazonía, asociados con la superficialización del basamento cratónico. La ANH los procesó estos datos con la ayuda del software GEOSOFT.

Valores negativos se asociaron a la cuenca de la Sabana de Bogotá y gran sector del Piedemonte Llanero. Se resalta una interesante anomalía negativa que se extiende en dirección NW a SE desde el límite de los departamentos de Guaviare y Caquetá hacia la frontera con Brasil. Desafortunadamente, falta una cantidad apreciable de información para tener un cubrimiento más completo, este hecho se notó en el mapa con los parches blanqueados. La gran mayoría de valores negativos correspondieron al área de la placa oceánica de Nazca (ANH, 2010).



Figura 3-3 Anomalía Magnética Total de Colombia.

Estos datos fueron suministrados por la ANH. En total corresponden a 5'178.463 puntos. La línea negra a los 3° de latitud representó los datos que se extraen para un perfil de anomalía y la elaboración del modelo inverso.

Se presentaron los valores de la anomalía de reducción al polo para la componente vertical Z del campo magnético de la Tierra aportados por la ANH, ver la Figura 3-4, con valores entre -641 nT y +1640 nT. Se pudo apreciar contrastes mayores que el campo magnético total, lo cual facilitó la interpretación y la construcción de un método de inversión magnética.





Estos datos fueron suministrados por la ANH. En total correspondieron a 5'178.463 puntos. La línea negra a los 3° de latitud representó los datos que se extrajeron para un perfil de anomalía y la elaboración del modelo inverso.

# 3.3 Inversión Magnética

Se realizó una inversión bidimensional en la zona de estudio, para ello se extrajo un perfil de anomalías de reducción al polo a la latitud de 3° del mapa anterior. Se tomó un perfil de la topografía del suelo marino y del continente basado en las grillas de alturas (m) GEBCOB 2020 (IHO). Igualmente, se dibujó un perfil de la forma del moho que se dedujo con los datos gravimétricos del capítulo anterior. Después, se complementaron las demás rocas con un modelo geométrico inicial. Finalmente, se realizó la iteración para la inversión por medio del Software IGMAS (3-D Gravity and Magnetic Modeling) del Instituto geológico Wissenschaften, FU Berlín, versión 3.0.0, utilizado en un curso impartido en la Universidad Nacional en agosto de 2003. Esta consistió en obtener un modelo 2 D de la sección transversal a una latitud de 3° con la magnetización de los materiales que representan las rocas en el proceso de la subducción. Se inició con un modelo muy geométrico y se adaptaron los perfiles de los datos medidos y procesados, dando como resultado la Figura 3-5.



Figura 3-5 Modelo bidimensional a 3° de latitud por inversión magnética.

Esta iteración se realizó hasta que los datos medidos (línea roja) y los datos calculados (Línea discontinua negra) por el programa coincidieron y se realizaron 132 modelos de los cuales se presenta el más cercano. Eso indica que este modelo de geometría puede ser uno de los más aproximados a la realidad. Esta geometría obtenida se utilizará para el modelo termo-mecánico.

Uno de los archivos de entrada del programa computacional es el que contiene la geometría con los vértices de coordenadas X y Z, con extensión ".mod", otro archivo de entrada, con extensión, ".dat", con los datos de las anomalías magnéticas y su coordenada X, y finalmente el archivo, con extensión, ".config", en el cual se determinaron las magnetizaciones (A/m), los colores y las unidades espaciales y de magnetización. (Huangu y otros, 2007).

El modelo 2D de la Figura 3-5 se construyó por iteración, cambiando los espesores y las densidades de las rocas involucradas. El ángulo de la placa Nazca que subduce es de 30° con respecto a un plano horizontal, tomando como representativo las propiedades magnéticas de los basaltos marinos, gabros y el topo de la capa de sedimentos que formaron la geometría de la batimetría del fondo marino. La placa Sudamericana se representó con espesores de 75 a 12 Km de profundidad, principalmente derivada de la determinación del Moho y las propiedades magnéticas de los granitos, basaltos continentales y de la astenosfera. Cabe anotar que la exageración vertical para el modelo es de 1:10, la cual nos permitió apreciar mejor el contraste de las capas en la superficie, pero que hizo que la capa que subduce se vea muy vertical.

El modelo inicial en su geometría de subducción solo contuvo la roca que representó la placa oceánica, la placa continental y el manto con sus respectivas propiedades magnéticas dando consistencia al modelo geológico. En la siguiente iteracción se subdividió la placa oceánica en dos tipos de rocas tales como; basaltos marinos y gabros. Después, se subdividió la placa continental en dos tipos de rocas tales como; basaltos continentales y granitos. Se realizó el número total de 132 iteraciones hasta que las curvas de la anomalía y los datos del modelo se aproximaron.

## 3.4 Conclusiones

Se ha construido un modelo 2D de la subducción entre la placa de Nazca y la sudamericana basado en las anomalías magnéticas, gravimétricas y el software IGMAS. Se determinó el Moho utilizando el algoritmo de inversión 3DINVER como base fundamental en el contacto del manto superior y la corteza, tanto marina como continental, para el modelo de gravimetría y se dejó este mismo para los datos magnéticos. Las anomalías del campo magnético total están comprendidas entre -640 nT y +740 nT y los datos de anomalías reducidas al polo con valores entre -641 nT y +1640 nT, lo que indicó que estos últimos se han ampliado y han dado un buen contraste horizontal para una mejor interpretación.

Por medio del método de inversión se determinó una geometría de la subducción muy aproximada con la placa oceánica representada con dos tipos de roca; basaltos marinos y gabros cuyos espesores son de entre 5 km cada uno y al final obtienen un espesor de 6 km cada uno cuando se doblan en la subducción. Se determinó que la placa de Nazca oceánica subduce con una inclinación de  $30^{\circ}$  con respecto a la horizontal, pero después de 800 km de distancia horizontal se inclina a > 45° a una profundidad de 150 km.

La placa continental se representó por medio de basaltos continentales con un promedio de espesor de 12 Km y el granito con un espesor promedio de 35 Km. Es de interés que para la base del granito se tomó el límite del Moho calculado mostrando un espesor no lineal. Creemos que este límite obedece más a los algoritmos matemáticos pero que en promedio puede representar muy bien ese

contacto con la astenósfera. Los datos de anomalía determinados se ajustaron aproximadamente a los datos de modelo directo después de 132 iteraciones, pero este modelo se puede ajustar mejor incluyendo las cuencas en la parte continental y otras geometrías de rocas del arco volcánico.

La iteración del método se realizó teniendo en cuanta los datos magnéticos y gravimétricos. Las anomalías magnéticas medidas no coincidieron muy bien con los datos teóricos del modelo inverso. En contraste, los datos gravimétricos si mostraron una buena correlación. Esto nos indicó que el campo magnético es más variable para este tipo de modelos macros como la subducción. En cada paso de la iteración pequeños cambios en la geometría produjeron grandes contrastes en las anomalías teóricas del magnetismo.

## 3.5 Agradecimientos

Agradecemos a la Agencia Nacional de Hidrocarburos ANH por los datos magnéticos suministrados. Igualmente, a la Universidad Nacional de Colombia, a la Universidad Distrital por la financiación y el software MATLAB, GEOSOTF, ARCGIS, a David Ortiz y Bhrigu Agarwal por los manuscritos, la programación de 3DINVER y al Instituto geológico Wissenschaften por el software IGMAX.

# 3.6 Bibliografía

Alken, P. T. (11 de 02 de 2021). International Geomagnetic Reference Field: the thirteenth generation. doi:https://doi.org/10.1186/s40623-020-01288-x

ANH, 2010. Agencia Nacional de Hidrocarburos. Anomaías intensidad magnética total. https://www.anh.gov.co/es/hidrocarburos/informaci%C3%B3n-geol%C3%B3gica-y-geof%C3%ADsica/m%C3%A9todos-remotos/anomal%C3%ADas-intensidad-magn%C3%A9tica-total/

Blakely, R. (1996). Potential Theory in gravity and magnetic applications. Cambridge, United Kingdom: Cambridge University Press.

Butler, R. (2004). PALEOMAGNETISM: Magnetic Domains to Geologic Terranes. Portland, Oregon: University of Portland. Obtenido de https://www.geo.arizona.edu/Paleomag/tocpref.pdf

Cooper, G., y Cowan, D. (2005). Differential reduction to the pole. Computers y Geosciences, 989-999. doi:10.1016/j.cageo.2005.02.005

Dobrin, M., y Sabit, C. (1988). Introduction to geophysical prospecting Fourth edition. New York: McGraw-Hill.

Gombert, B., Duputel, Z., Jolivet, R., Simons, M., Jiang, J., Liang, C., . . . Rivera, L. (2018). Strain budget of the Ecuador–Colombia subduction zone a stochastic. Earth and Planetary Science Letters, 288-299. doi:https://doi.org/10.1016/j.epsl.2018.06.046

Gubbins, D., y Herrero, E. (2007). Encyclopedia of Geomagnetism and Paleomagnetism. Dordrecht, The Netherlands: Springer.

Huangu, P., Wang, Y., Fan, W., Li, Z., y Zhou, Y. (2007). Three-dimensional gravity and magnetic modeling of crustal indentation and wedging in the western Pyrenees-Cantabrian Mountains. Journal of Geophysical Research, 1-19. doi:10.1029/2007JB005021

Idárraga-García, J., y Vargas, C. (2018). Depth to the bottom of magnetic layer in South America and its relationship to Curie isotherm, Moho depth and seismicity behavior. Geodesy and Geodynamics, 93-107.

Kearey, P., Brooks, M., & Hill, I.A. (2002). An Introduction to Geophysical Exploration. Oxford U.K. Blackwell Science Ltd.

Kaufman, A. (1992). Geophysical Field Theory and Method. Colorado: Academic Press, Inc.

Lallemand, S., y Arcay, D. (2021). Magnetic anomaly interpretation across the southern central. Earth-Science Reviews, 103779. doi: https://doi.org/10.1016/j.earscirev.2021.103779

Langel, R., y Hinze, W. (1998). The magnetic field of the earth's Lithosphere. Cambridge, United Kindom: Cambridge University Press.

León, S., Monsalve, G., Jaramillo, C., Posada, G., Siquiera, T., Echeverri, S., y Valencia, V. (2021). Increased megathrust shear force drives topographic uplift in the Colombian coastal forearc. Tectonophysics, 229132.

Monsalve-Jaramillo, H., Valencia-Mina, W., Cano-Saldaña, L., y Vargas, C. (2018). Modeling subduction earthquake sources in the central-western region of Colombia using waveform inversion of body waves. Journal of Geodynamics, 47-61. doi: https://doi.org/10.1016/j.jog.2018.02.005

Moreno, E., y Manea, M. (2021). Geodynamic evaluation of the pacific tectonic model for chortis block evolution using 3D numerical models of subduction. Journal of South American Earth Sciences, 103604. doi:https://doi.org/10.1016/j.jsames.2021.103604

Valenta, J. (2015). Introduction to Geophysics. Czech: Development Cooperation. Obtenido de http://www.geology.cz/projekt681900/english/learning-resources/Geophysics\_lecture\_notes.pdf

Vargas, C. A. (2020). Subduction Geometries in Northwestern. En S. G. Colombiano, The Geology of Colombia, Volume 4 Quaternary (págs. 397–422). Bogotá: Publicaciones Geológicas Especiales.

Yáñez, G., Ranero, C., Huene, R., y Díaz, J. (2001). Magnetic anomaly interpretation across the southern central Andes (32°-34°S): The role of the Juan Fernández Ridge in the late Tertiary evolution of the margin. Journal of Geophtsical Research, 6325-6345. doi:https://doi.org/10.1029/2000JB900337
# 4. Modelado de deformación termomecánico de la zona de subducción del sur de Colombia

### Resumen

La forma de topografía de la superficie en la parte sur del territorio colombiano es resultado de la deformación producida por la subducción de la placa de Nazca debajo de la Placa Sudamericana. Este proceso de subducción es modelado bajo el marco de la mecánica de los medios continuos. Se presenta la evolución en la subducción escogida modelando los escenarios en aproximadamente 100 millones de años desde el periodo geológico Jurásico al Mioceno, parametrizado por el control que ejerce la forma de la topografía. Se genera un modelado numérico solucionando varias ecuaciones que describen los fenómenos físicos principales asociados a calor y esfuerzo que lo representa. Uno de los factores más importantes es utilizar un cambio del esfuerzo que se fue clasificado con datos de GPS. Se determinan espesores, temperaturas, formas, composición, velocidades, geometrías y propiedades de las cortezas oceánica y continental. Este modelamiento se realiza con el programa computacional MatLab a través del código i3Elvis. Un aspecto fundamental es discretizar el espacio basándose en coordenadas planas formando un grillado de 24.888 marcas y representando un área de 300 km de alto y 3000 km de largo sobre la latitud de 3° grados en el sur de Colombia. Se clasifican 10 escenarios que representa la subducción y que llega al modelo de la subducción actual determinado con datos de gravedad y magnetismo.

Palabras clave: Modelo 2D, subducción, modelamiento termo-mecánico, euleriano, lagrangiano y Colombia.

### Abstract

The shape of the topography of the surface in the southern part of the Colombian territory is the result of the deformation produced by the subduction of the Nazca plate under the South American Plate. This subduction process is modeled under the framework of continuum mechanics. We present the evolution in the chosen subduction modeling the scenarios in approximately 100 million years from the Jurassic to the Miocene geologic period, parameterized by the control exerted by the shape of the topography. We generate a numerical model by solving several equations that describe the main physical phenomena associated with heat and the stress that it represents. We use one of the most important factors, which is a change in effort that was made with GPS data. We determine thicknesses, temperatures, shapes, composition, velocities, geometries and properties of the oceanic and continental crusts. We carry out this modeling with the MatLab computer program through the i3Elvis code. A fundamental aspect is to discretize the space based on plane coordinates, forming a grid of 24,888 marks and representing an area 300 km high and 3000 km long on the latitude of 3°

degrees in southern Colombia. We classify 10 scenarios that represent subduction and arrive at the current subduction model determined with gravity and magnetism data.

## Introducción

El modelo termo-mecánico de la subducción entre las placas de Nazca y Sudamericana en el sur de Colombia proporciona la descripción fundamental para comprender la dinámica geológica y la forma topográfica de esta región de la Tierra. Un buen modelo de esta clase debe cumplir con las condiciones físicas más predominantes con el menor número de parámetros posibles (Becker y Kaus, 2011). Se llama modelamiento a la evolución dinámica que se produce en escalas de tiempo de hasta varios cientos de millones de años y escalas espaciales de hasta miles de kilómetros desarrollando varios modelos y aplicándolos a este proceso de subducción. (Stüwe, 2007). El primer paso es identificar el marco geológico y su correspondencia con las ecuaciones en derivadas parciales cuyas incógnitas son funciones de diversas variables independientes, o parámetros, que están distribuidos en el espacio y tiempo. En segundo lugar, se determinaron y se escogieron los datos para la solución de esas ecuaciones, tales como la deformación, el esfuerzo, la geometría actual, la temperatura (Strauss, 2008) y finalmente se solucionaron las ecuaciones usando el software Matlab y se muestran los resultados en 2D.

### 4.1 Marco geológico

Colombia está ubicada en la esquina noroccidental de Suramérica donde interactúan las siguientes placas: Cocos, Nazca, Caribe y Norteamérica (Monsalve y Mora, 2005), Ver la figura 4-1.



Figura 4-1 Placas Tectónicas asociadas a Colombia

Las placas oceánicas o losas de Cocos y Nazca surgen en la dorsal oceánica del Pacífico que es un límite en expansión, donde se crea nueva corteza oceánica a partir del magma derivado del derretimiento parcial del manto causado por la descompresión a medida que la roca caliente del manto desde las profundidades se mueve hacia la superficie. En la Figura 4-2 la celda de convención del manto superior (Flecha de color amarillo) dirige estas placas oceánicas y cuando estas se acercan a la placa continental de Suramérica por ser más densas subducen bajo ella (Earle y Panchuk2019).

En la Figura 4-2 contiene tres regiones de actividad sobre la placa continental; Arco volcánico, Región de ante arco y Región retroarco. La región del Arco volcánico se debe a que la subducción de la placa oceánica lleva el frio del mar en dos frentes de hidratación (Áreas de color azul claro) que generan un cambio de temperatura y se produce magmatización debajo de la corteza continental. Este magma liquido atraviesa la corteza continental suramericana hacia arriba y surge el arco volcánico, que es una cadena de volcanes llamada "Los Andes" (Ramos, 2010). En Colombia el arco volcánico es la región sobre la superficie donde ha y está teniendo actividad magmática, lo que incluye la cordillera Central y Occidental.



Figura 4-2 Dorsal Oceánica y Zona de Subducción Este esquema representa el proceso de subducción con los nombres de los elementos involucrados en él, modificado de Ramos, (2010).

En Colombia en este momento está activo el arco volcánico en donde se encuentra la cordillera Central, cuya elevación genera huecos sobre la corteza continental llamadas las regiones ante y retro arco. En principio ambas regiones a los lados del arco son huecos o cuencas que empiezan a ser llenadas por los sedimentos del arco y que son transportados por agentes erosivos como el agua y el viento. En estas cuencas se forman rocas sedimentarias que después son deformadas y/o falladas por los esfuerzos producidos principalmente por la subducción y por el arco volcánico, por ejemplo, formando la llamada "Faja Plegada y Corrida" en la región retro arco según Ramos (2010), Ver Figura 4-2. La Agencia Nacional de Hidrocarburos ANH determina que existen 23 cuencas y que las podemos clasificar en estas tres regiones y promedio de alturas, en la región ante arco; Pacífico profundo ~ -2500 m, Tumaco, Tumaco Offshore, Chocó, Choco Offshore, en la región arco; Cauca Patía, Amaga, en la región retrocarco; Valle del Magdalena, en la región antepaís; Llanos Orientales,

Caguan Putumayo y Vaupés Amazonas. Todas estas áreas van dando forma a la topografía en Colombia, ver la Figura 4-3.



Figura 4-3 Cuencas sedimentarias en Colombia Son 23 cuencas sedimentarias, modificada de Barrero, y Otros (2007).

En la Figura 4-4 se muestra el mapa de alturas topográficas de la región en el que se puede observar algunas alturas en donde en la Cordillera Central, se encuentran como representativos los volcanes llamados; Nevado del Huila, 5.750 m, Nevado del Ruiz 5.321 m, Nevado del Tolima 5.216 m, Nevado del Quindío 5.150 m, Nevado de Santa Isabel 4.965 m, Volcán Pan de Azúcar 4.670 m, Volcán Puracé 4.646 m, Volcán Sotará, 4.580 m, Volcán Galeras, 4.276 m. De la Cordillera Occidental los volcanes representativos; Volcán Cumbal 4.764 m, Volcán Chiles 4.748 m, Farallones de Cali 4.280, Cerro Tamaná 4.200 m, Páramo de Frontino 4.080 m, Volcán Azufral 4.070 m, Nudo de Paramillo 3.960 m, Cerro Tatamá 3.950 m, Cerro Caramanta 3.900 m, Alto Musinga 3.850 m, Cerro San Fernando 3.810 m, Alto Horqueta 3.740 m. En la Cordillera Oriental como representativos, aunque no son volcanes; Sierra Nevada del Cocuy 5.493 m, Páramo Rechiniga 4.600 m, Cerro Nevado 4.560 m, Páramo de Sumapaz 4.560 m, Páramo del Almorzadero 4.530 m. Finalmente la Sierra Nevada de Santa Marta con los picos; Cristóbal Colón 5.775, Simón Bolívar 5.775 m, Pico Simmonds 5.560 m, Pico La Reina 5.535 m. Las profundidades de la trinchera Pacífica en promedio con valores de -3000 m en Colombia.



Figura 4-4 Alturas topográficas de la región.

La base topográfica es tomada de las grillas de alturas (m) GEBCOB 2020 (IHO). https://www.gebco.net/. Se escogió y se generalizó el esquema evolutivo de la subducción en Colombia plasmado en el trabajo realizado por Guerrero (2018). Aunque se analizó el trabajo de Villagómez (2010), de Jaillard y otros (1996, 2000), Restrepo-Pace y otros (2004), Cediel y otros (2003) y Pindel y otros (2001, 2009). Ver Figura 4-5.



Figura 4-5 Esquema de la evolución de la subducción en Colombia Escenarios del A - H, formando un esquema evolutivo de la subducción, tomado de Guerrero (2018).

En el escenario A, al oeste, el Terreno Tahamí se emplaza desde el Ordovícico-Silúrico. Contra este bloque, la subducción con buzamiento pronunciado de una placa oceánica ocurrió entre 150 Ma y 130 Ma (Figura 4-5A), generando extensión y permitiendo la deposición en una cuenca de rift. Entre 132 y 125 Ma no se conoce actividad de arco volcánico continental (Jaillard y otros, 2000). Durante el Barremiano Superior – Aptiano Inferior (125-118 Ma), el ángulo de subducción de la placa paleoceánica cambió y se aplanó produciendo compresión, elevación, acortamiento y erosión parcial, ver el escenario B en la Figura 4-5B.

En el escenario C, durante el Aptiano Superior – Albiano Temprano (115-107 Ma), la losa continuó subduciéndo en un ángulo alto induciendo un período de extensión (Jaillard y otros, 1990, 1995), ver en la Figura 4-5C. En el Albiano Superior-Cenomaniano Inferior (105-97 Ma), un período de

subducción plano indujo un régimen tectónico contraccional, acortamiento y erosión. En este momento, el terreno de Quebradagrande se desplazaba hacia la Cordillera Central. Este evento fue desencadenado por la apertura del Océano Atlántico ecuatorial que obligó a América del Sur a desplazarse hacia el oeste (Jaillard, 1996; 2000). Se puede correlacionar con la fase Mochica (Mégard, 1984), relacionada con una mayor tasa de convergencia entre las placas paleo-Pacífico y Sudamericana (Jaillard, 1996; 2000), ver el escenario D en la Figura 4-5D.

El escenario E, entre 95 y 83 Ma (Cenomaniano Superior - Santoniense Superior), la losa continuó suduciéndose con un ángulo alto por debajo del continente, generando una extensión tectónica. En este momento se formó un arco volcánico en el borde occidental de la Placa paleo-Pacífica (arco Quebradagrande-Arquia), que se desplazó hacia el noroeste de América del Sur (Figura 4-5E). Entre 80-70 Ma, una nueva porción de la placa oceánica se subdujo como una losa plana generando una compresión, acortamiento y deformación tectónica que desencadenó la erosión. En ese momento, el terreno Amainé estaba a la deriva hacia el continente. Según Pindel y otros (2001), la tasa de expansión en la placa Proto-Caribe disminuyó fuertemente en el Campaniano y el límite del Caribe se volvió compresivo. Este evento desencadenó un levantamiento significativo de la Cordillera Central de Colombia y Ecuador y la acumulación de terrenos oceánicos al margen ecuatoriano y colombiano, ver el escenario F en la Figura 4-5F. (Pindell et al., 2001; Jaillard et al., 2009).

En el escenario G, en el Maastrichtiano Temprano-Paleoceno Temprano (70-60 Ma) una nueva placa oceánica se subdujo con un ángulo alto, generando una tectónica extensional. En ese momento, el terreno Dagua está migrando hacia el continente (Figura 4-5G). Finalmente, para el Paleoceno Tardío-Eoceno Temprano (60-50 Ma), la placa oceánica se subdujo con un ángulo bajo, generando un período de compresión, acortamiento, levantamiento y erosión. El terreno Dagua, que se correlaciona con el terreno Piñon en Ecuador, se acrecionó al oeste de América del Sur, probablemente al mismo tiempo que se acrecentó el Piñon en Ecuador. Según Jaillard y otros (2000), ver el escenario H en la Figura 4-5H (Guerrero, 2018).

### 4.2 Metodología

El modelamiento termo-mecánico estuvo basado en la mecánica del fluido de un medio continuo, que es un conjunto infinito de partículas que forman parte de una roca en este caso, sin considerar las posibles discontinuidades a nivel microscópico y que la descripción matemática de sus propiedades son mediante funciones continuas en el espacio y el tiempo (Olivella y Saracíbar, 2010).

El modelamiento tuvo en cuenta que en la subducción influyen varios factores que se representaron con ecuaciones, tales como; la distancia desde la dorsal hasta cuando se dobla la placa que indica la edad, lugar que deja un hueco llamado trinchera, los espesores de las placas oceánica y continental, el ángulo con que la placa oceánica subduce, el contacto (Viscosidad) entre las placas y el manto superior, entre las placas oceánica y continental (Zona de desguace), la velocidad, temperatura y dirección de la corriente de convección del manto, la velocidad, dirección, peso, composición y temperatura de las placas oceánica y continental. Estos factores producen sobre la placa continental regímenes de esfuerzos de compresión y extensión, que hace que se deforme o se fracture, lo cual da forma a la topografía (Gerya y Meilick, 2011).

### 4.2.1 Ecuación de Continuidad

Se tuvieron en cuenta algunas de las ecuaciones más representativas del modelamiento. La primera ecuación es una expresión matemática que establece que para una cantidad de masa estacionaria la tasa de flujo de masa que entra hacia su volumen es igual a la que sale y se escribe en forma diferencial (Becker y Boris 2011), así:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho v) = \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial (\rho v_i)}{\partial x_i} = 0,$$
 Ecuación 4-1

donde  $\rho$  es la densidad en kilogramo por unidad de volumen (kg/m<sup>3</sup>), v es la velocidad en (m/s),  $\nabla \cdot (\rho v)$  es derivado del teorema de la divergencia o flujo, Ecuaciones 12-2 y 12-3, si es igual a cero nos muestra que tasa de flujo es constante o no cambia para un medio continuo que se puede comprimir en la dirección  $x_i$ .

#### 4.2.2 Ley de la conservación de la cantidad de movimiento

Estas ecuaciones y procedimientos fueron tomados de Gerya (2018). El modelado geodinámico numérico se cuantificó en forma de una ecuación de continuidad que describe la conservación de la masa durante el desplazamiento de un medio continuo. La ecuación de conservación de la masa (y muchas otras ecuaciones de conservación dependientes del tiempo) puede ser Euleriana o Lagrangiana dependiendo de la naturaleza del punto geométrico para el cual se escribe esta ecuación.

Un punto lagrangiano está estrictamente conectado a un solo valor material y se mueve con este valor. Por tanto, el mismo valor material se encuentra siempre en un punto lagrangiano dado independientemente del momento del tiempo. Por otro lado, un punto euleriano es un punto de observación inmóvil, no relacionado con ningún valor material específico. Por lo tanto, en diferentes momentos del tiempo, se pueden encontrar diferentes valores materiales lagrangianos en un mismo punto euleriano. En otras palabras, diferentes valores materiales lagrangianos pasan por el mismo punto de observación euleriano con el tiempo. La ecuación de continuidad euleriana se escribe para un punto inmóvil o fijo en el espacio con la forma:

Forma Euleriana 
$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} + \rho g_i = \rho \left( \frac{\partial v_i}{\partial t} + v_j \frac{\partial v_i}{\partial x_j} \right)$$
 Ecuación 4-2

Y

Forma Lagrangiana 
$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} + \rho g_i = \rho \frac{D v_i}{D t}$$
 Ecuación 4-3

donde, *i*, *j* son índices de coordenadas y  $x_i$ ,  $x_j$  son coordenadas espaciales,  $\sigma_{ij}$  es la representación de los componentes del esfuerzo,  $v_i$  es la velocidad,  $\frac{\partial v_i}{\partial t}$  y  $\frac{Dv_i}{Dt}$  es la aceleración (*a*) del objeto,  $g_i$  es la orientación y los componentes del vector gravedad.

Estos puntos forman una grilla que para la forma euleriana es uniforme y para la forma lagrangiana es una grilla deformable donde se está aplicando el modelo de velocidad  $v_i$ . En la figura 4-6 se representa un volumen lagrangiano.



Figura 4-6 Elemento de volumen lagrangiano para el esfuerzo

Este es un ejemplo de volumen cubo infinitesimal lagrangiano considerado para la derivación de la forma respectiva de la ecuación x-momentum, ubicado en un espacio definido por las componentes x, y y z. Las flechas finas muestran los componentes x de las fuerzas relacionadas con el esfuerzo que actúan desde el exterior del volumen en los límites respectivos (A, B, C, D, E y F). La flecha gruesa dentro del volumen muestra la componente x de la fuerza de gravedad ( $mg_x$ ) que es proporcional a la masa (m) incrustada dentro del volumen. Orientación y componentes del vector de gravedad  $\vec{g} = (g_x, g_y, g_z)$ . Tomado de Gerya (2010).

La ecuación de momento es un equivalente diferencial de la segunda ley de movimiento de Newton, la cual describe cambios en la velocidad de un objeto con masa m, de acuerdo a

$$f = ma$$
 Ecuación 4-4

donde *f* es una fuerza neta que actúa sobre el objeto y a =  $\frac{\partial v}{\partial t}$ , es la aceleración del objeto. Esta ley se puede escribir en forma vectorial, así:

$$\vec{f} = m\vec{a}$$
 o  $f_i = ma_i$  o  $f_x = ma_x$ ,  $f_y = ma_y$ ,  $f_z = ma_z$  Ecuación 4-5

donde *i* denota el índice de coordenadas y  $a_i = \frac{Dv_i}{Dt}$  son los componentes del vector de aceleración. Un ejemplo es ver el componente solo en *x*:

$$f_x = f_{xA} + f_{xB} + f_{xC} + f_{xD} + f_{xE} + f_{xF} + mg_x$$
 Ecuación 4-6

donde la fuerza neta  $f_x$  que actúa en la dirección x en el volumen en un campo de gravedad puede representarse como una suma de 7 componentes de fuerzas,  $f_{xA} - f_{xF}$  son fuerzas relacionadas con el esfuerzo que actúan desde el exterior del volumen en los límites respectivos (A - F) y  $mg_x$  es la componente x de la fuerza de gravedad, que es proporcional a la masa incorporada en el volumen. Ver la Figura 4-6. Las fuerzas relacionadas con el esfuerzo son proporcionales a las superficies de los límites respectivos y se pueden calcular de la siguiente manera:

$$\begin{array}{ll} f_{xA} = -\sigma_{xxA}\Delta y\Delta z & \text{Ecuación 4-7} \\ f_{xB} = +\sigma_{xxB}\Delta y\Delta z & \text{Ecuación 4-8} \\ f_{xC} = -\sigma_{xyC}\Delta x\Delta z & \text{Ecuación 4-9} \\ f_{xD} = +\sigma_{xyD}\Delta x\Delta z & \text{Ecuación 4-10} \\ f_{xE} = -\sigma_{xzE}\Delta x\Delta y & \text{Ecuación 4-11} \\ f_{xF} = +\sigma_{xzF}\Delta x\Delta y & \text{Ecuación 4-12} \end{array}$$

donde:  $\sigma_{xxA}$ ,  $\sigma_{xxB}$ ,  $\sigma_{xyC}$ ,  $\sigma_{xyD}$ ,  $\sigma_{xzE}$ ,  $\sigma_{xzF}$  son los componentes de esfuerzo normal y de corte definidos en los límites respectivos y de  $f_{xA} - f_{xF}$  son las 7 componentes de fuerzas que existen en ese campo gravitacional.

Ahora bien, se puede escribir la segunda ley de movimiento de Newton para el volumen lagrangiano considerado:

$$f_{xA} + f_{xB} + f_{xC} + f_{xD} + f_{xE} + f_{xF} + mg_x = ma_x$$
 Ecuación 4-13

0

$$(\sigma_{xxB} - \sigma_{xxA})\Delta y\Delta z + (\sigma_{xyD} - \sigma_{xyC})\Delta x\Delta z + (\sigma_{xzF} - \sigma_{xzE})\Delta x\Delta y + mg_x = ma_x$$
 Ecuación 4-14

Normalizando ambos lados de la ecuación 4-14 por el volumen lagrangiano considerado,

$$V = \Delta x \Delta y \Delta z$$
 Ecuación 4-15

Donde, V es el volumen lagrangiano,  $\Delta x$  la dimensión en x,  $\Delta y$  es la dimensión en y,  $\Delta z$  es la dimensión en z, de un pequeño infinitesimal cubo lagrangiano,

Ahora, se obtiene la ecuación de x- momento en la representación en diferencias finitas:

$$\frac{(\sigma_{xxB} - \sigma_{xxA})\Delta y\Delta z}{v} + \frac{(\sigma_{xyD} - \sigma_{xyC})\Delta x\Delta z}{v} + \frac{(\sigma_{xzF} - \sigma_{xzE})\Delta x\Delta y}{v} + \frac{m}{v}g_x = \frac{m}{v}a_x, \quad \text{Ecuación 4-16}$$

en donde las componentes del esfuerzo normal son:

$$\sigma_{xxA}$$
,  $\sigma_{xxB}$ ,  $\sigma_{xyC}$ ,  $\sigma_{xyD}$ ,  $\sigma_{xzE}$ ,  $\sigma_{xzF}$  Ecuación 4-17

Siendo v la velocidad, V el volumen del objeto, m es la masa del objeto,  $g_x$  es la gravedad,  $a_x$  es la aceleración en x y cuya ecuación de esfuerzos en diferencias finitas es:

$$\frac{(\sigma_{xxB} - \sigma_{xxA})}{\Delta x} + \frac{(\sigma_{xxD} - \sigma_{xyC})}{\Delta y} + \frac{(\sigma_{xzF} - \sigma_{xzE})}{\Delta z} + pg_x = pa_x \qquad \text{Ecuación 4-18}$$

en donde,  $\rho$  es la densidad de cada una de las rocas a modelar,  $\sigma_{xxB} - \sigma_{xxA}$ ,  $\sigma_{xxD} - \sigma_{xyC}$  y  $\sigma_{xzF} - \sigma_{xzE}$  son las diferencias de esfuerzo entre los límites respectivos. Abreviando  $\sigma_{xxB} - \sigma_{xxA} = \Delta \sigma_{xx}$  y reemplazando cada término, la anterior ecuación se describe así;

$$\frac{\Delta\sigma_{xx}}{\Delta x} + \frac{\Delta\sigma_{xy}}{\Delta y} + \frac{\Delta\sigma_{xz}}{\Delta z} + \rho g_x = \rho a_x$$
 Ecuación 4-19

donde,  $\rho$  es densidad media de un objeto,  $\rho = \frac{m}{v}$ , *m* es la masa del objeto, *V* es el volumen del objeto,  $\Delta \sigma_{xx}$ ,  $\Delta \sigma_{xy}$  y  $\Delta \sigma_{xz}$  las diferencias de componente de los esfuerzo en las direcciones *x*, *y* y *z*. La diferencia de componente de esfuerzo en *x* así;

 $\Delta \sigma_{xx} = \sigma_{xxB} - \sigma_{xxA}$  Ecuación 4-20 en donde,  $\Delta \sigma_{xx}$ : Componente de esfuerzo en x y la diferencia de componente de esfuerzo en y, así:

$$\Delta \sigma_{xy} = \sigma_{xyD} - \sigma_{xyC}$$
 Ecuación 4-21

en donde,  $\Delta \sigma_{xy}$  es el componente de esfuerzo en y, la diferencia de componente de esfuerzo en z, así;

$$\Delta \sigma_{xz} = \sigma_{xzF} - \sigma_{xzE}$$
 Ecuación 4-22

en donde,  $\Delta \sigma_{xz}$  Componente de esfuerzo en z.

Cuando  $\Delta x$ ,  $\Delta y$  y  $\Delta z$  tienden a cero, las diferencias en la Ecuación 4-18 pueden ser reemplazadas por derivadas de los esfuerzos normales  $\sigma_{xx}$  y de cizalla  $\sigma_{xy} \sigma_{xz}$ , en x con respecto a las direcciones x, y y z, la cual, obtiene la ecuación lagrangiana de momento en x, así:

$$\frac{\partial \sigma_{xx}}{\delta x} + \frac{\partial \sigma_{xy}}{\delta y} + \frac{\partial \sigma_{xz}}{\delta z} + \rho g_x = \rho a_x$$
 Ecuación 4-23

o la ecuación lagrangiana de momento resumida como:

$$\frac{\delta \sigma_{xj}}{\delta x_j} + \rho g_x = \rho a_x$$
 Ecuación 4-24

En la anterior ecuación diferencial, se describe un volumen lagrangiano infinitamente pequeño; la densidad  $\rho$  corresponde a la densidad local en un punto. Obviamente con base a consideraciones generales, también se puede derivar ecuaciones de momento en las direcciones y y z. (Kaus y Mühlhaus, 2009; Gerya, 2010).

#### 4.2.3 Ley newtoniana del rozamiento viscoso

Las rocas se comportan de acuerdo al tiempo geológico como fluidos altamente viscosos. Por esta razón se relaciona la reología que es la propiedad física que caracteriza el comportamiento del flujo y la deformación de un material. La reología de las rocas refleja las peculiaridades de la fluencia en estado sólido, que es el principal mecanismo de deformación de las rocas. La fluencia es la deformación irrecuperable de las rocas. La fluencia de estado sólido es la capacidad de las sustancias cristalinas para deformarse irreversiblemente bajo las tensiones aplicadas. La fluencia de estado sólido es el principal mecanismo de deformación de la corteza y el manto terrestres. Se conocen dos tipos principales de fluencia: fluencia por difusión y fluencia por dislocación.

La fluencia por difusión suele ser dominante a tensiones relativamente bajas y resulta de la difusión de átomos a través del interior (fluencia de Nabarro-Herring) y a lo largo de los límites (fluencia de Coble) de granos cristalinos sometidos a tensiones. Como resultado de esta difusión, la deformación del grano conduce a la deformación de la roca en masa. La fluencia por difusión se caracteriza por una relación lineal (newtoniana) entre la tasa de deformación  $\dot{\gamma}$  y un esfuerzo cortante aplicado  $\tau$ 

$$\dot{\gamma} = A_{diff} \tau$$
 Ecuación 4-25

donde,  $A_{diff}$  es un coeficiente de proporcionalidad que es independiente del estrés, pero depende del tamaño de grano, la presión, la temperatura, el oxígeno y la fugacidad del agua.

La fluencia de dislocaciones es dominante a tensiones más altas y resulta de la migración de dislocaciones (imperfecciones en la estructura de la red cristalina). La densidad de dislocaciones depende en gran medida de las tensiones y, por lo tanto, la fluencia de dislocaciones da como resultado una relación no lineal (no newtoniana) entre la velocidad de deformación y la tensión desviadora.

$$\dot{\gamma} = A_{disl} \tau^n$$
 Ecuación 4-26

donde, donde  $A_{disl}$  es un coeficiente de proporcionalidad que es independiente del esfuerzo y del tamaño de grano, pero depende de la presión, la temperatura, el oxígeno y la fugacidad del agua, y n > 1 es el exponente del esfuerzo (Gerya, 2010; Kaus, 2010).

Las reologías de fluencia tanto por difusión como por dislocación a menudo se calibran a partir de datos experimentales usando una relación parametrizada simple (también llamada ley de flujo) entre la tensión diferencial aplicada  $\sigma_d$  (la diferencia entre el esfuerzo aplicado máximo y mínimo) y la tasa de deformación ordinaria resultante  $\dot{\gamma}$ .

$$\dot{\gamma} = A_D h^m (\sigma_d)^n \exp\left(-\frac{E_a - V_a P}{RT}\right)$$
 Ecuación 4-27

donde, *P* es la presión en (Pa), *T* es la temperatura (K), *R* es la constante de gas (8.314 J/K/mol), *h* es el tamaño del grano (m) y  $A_D$ , *n*, *m*,  $E_a$  y  $V_a$  son los parámetros reológicos determinados experimentalmente,  $A_D$  es la constante del material (Pa<sup>-n</sup>s<sup>-1</sup>m<sup>-m</sup>), *n* es el exponente de esfuerzo (n=1 la fluencia por difusión y n>1 en el caso de la fluencia por dislocación) m es el exponente de tamaño de grano,  $E_a$  es la energía de activación (J/mol) y Va es el volumen de activación (J/Pa). La fluencia por dislocación es independiente del tamaño del grano y, por lo tanto, m = 0 y  $h^m = 1$ . Por el contrario, la fluencia por difusión depende notablemente del tamaño del grano y el exponente *m* del tamaño del grano es negativo (es decir, la velocidad de deformación aumenta con la disminución del tamaño del grano) (Gerya, 2010; Kaus, 2010).

#### 4.2.4 Solución de la ecuación de calor

El transporte de calor juega un papel crucial en el modelamiento de la subducción. La ecuación más básica es la ley de conducción de calor de Fourier, que relaciona el flujo de calor q en vatios por cada unidad de área en metros cuadrados (W/m<sup>2</sup>), con el gradiente de temperatura  $\frac{\partial T}{\partial x}$  grados Kelvin por cada metro (K/m), así

$$q = -k\frac{\partial T}{\partial x}$$
 Ecuación 4-28

donde, k es la conductividad térmica del material en vatios por cada metro y grado Kelvin (W/m K) que depende de la presión, temperatura, composición y estructura del material. El flujo de calor q es la cantidad de calor que pasa a través de una unidad de superficie, por unidad de tiempo. El hecho de que el calor siempre se transfiere de un cuerpo caliente a uno más frío se refleja en el signo menos en la parte derecha de la Ecuación 4-28, lo que implica que el flujo de calor es positivo en la dirección de disminución de la temperatura. El calor se representa como un vector y con sus componentes:

$$\vec{q} = (q_x, q_y, q_z)$$
 Ecuación 4-29

En este caso, la ley de Fourier relaciona los flujos de calor en diferentes direcciones con los respectivos gradientes de temperatura, así:

$$\vec{q} = -k\Delta T$$
 ó  $q_i = -k\frac{\partial T}{\partial x_i}$  Ecuación 4-30

donde *i* es un índice de coordenadas y  $x_i$  es una coordenada espacial, o también se puede escribir, así:

$$q_x = -k\frac{\partial T}{\partial x}$$
 Ecuación 4-31

$$q_y = -k\frac{\partial T}{\partial y}$$
 Ecuación 4-32

$$q_z = -k\frac{\partial T}{\partial z}$$
 Ecuación 4-33

Para predecir los cambios de temperatura debidos al transporte de calor, se resuelve la ecuación de conservación de calor, también llamada ecuación de temperatura. Esta ecuación describe el balance de calor en un medio continuo y relaciona los cambios de temperatura debido a la generación interna de calor, así como al transporte de calor advectivo y conductivo. La ecuación de temperatura de lagrange tiene la siguiente forma:

$$\rho C_P \frac{DT}{Dt} = -\frac{\partial q_i}{\partial x_i} + H$$
 Ecuación 4-34

donde  $\rho$  la densidad del medio continuo en kilógramo por unidad de volumen (kg/m<sup>3</sup>),  $C_P$  la capacidad de calor isobárico en julios por cada kilogramo con grados Kelvin (J/kgK), H es la producción volumétrica de calor, cuyas unidades son vatios por unidad de volumen, metro cúbico (W/m<sup>3</sup>),  $\frac{DT}{Dt}$  es la derivada material de la temperatura correspondiente la relación lagrangianaeuleriana. La ecuación de temperatura está formulada para el caso de conductividad térmica variable, y tiene en cuenta la generación de calor H de fuentes variables cuya ecuación de la conductividad térmica variable es:

$$\rho C_P \frac{DT}{Dt} = -\frac{\partial q_x}{\partial x} - \frac{\partial q_y}{\partial y} + H_r + H_a + H_s + H_L$$
 Ecuación 4-35

donde,  $q_x y q_x$  ver Ecuaciones 4-31 a 4-32,  $H_r = constante$ ,  $H_a = T\alpha \frac{DP}{Dt} = T\alpha \left(\frac{\partial P}{\partial x}v_x + \frac{\partial P}{\partial y}v_y\right)$   $\frac{DP}{Dt}$  es la derivada material de la presión *P*, se sabe por la termodinámica que la temperatura de una sustancia en condiciones sin intercambio térmico, aumenta al aumentar la presión y disminuye al disminuir la presión, esta incluye la producción radioactiva  $H_r$  (calor derivado del decaimiento radioactivo), calor adiabático  $H_a$ (Calor que no intercambia con el entorno), calor de cizallamiento  $H_s$  (Calor generado por fricción) y de calor latente  $H_L$  (Calor necesario para cambiar de estado, solido-líquido). La producción o consumo de calor latente  $(H_L)$  se debe a las transformaciones de estado en las rocas sometidas a cambios de presión y temperatura. Un tipo muy común de calor latente es el calor latente de fusión, que es negativo (disipador de calor,  $H_L < 0$ ) para la fusión y positivo (producción de calor,  $H_L > 0$ ) para la cristalización y cuyas unidades son vatios por unidad de volumen, metro cúbico (W/m<sup>3</sup>). El calor por cizallamiento  $H_s$  se describe:

$$H_s = \sigma'_{xx}\dot{\varepsilon}_{xx} + \sigma'_{yy}\dot{\varepsilon}_{yy} + \sigma'_{zz}\dot{\varepsilon}_{zz} + 2(\sigma_{xy}\dot{\varepsilon}_{xy} + \sigma_{xz}\dot{\varepsilon}_{xz} + \sigma_{yz}\dot{\varepsilon}_{yz}) \quad \text{Ecuación 4-36}$$

donde  $\sigma'_{ij}$  son los componentes del tensor desviador (esfuerzos) en las direcciones principales de la aplicación de la fuerza en cada una de las caras del volumen y  $\dot{\varepsilon}_{ij}$  son los componentes del vector de deformación en cada uno de los ejes principales (Baumann, 2016; Gray, 2013; Fraters y Otros, 2019).

#### 4.2.5 Discretización del espacio y condiciones de frontera

Representar el espacio que tiene infinitos puntos hace necesario que se escojan varios elementos que pueden ser puntos, líneas, polígonos, regiones, polígonos o volúmenes, en donde se solucionen las diferentes ecuaciones vistas y luego se interpolan. Al representar el espacio con nodos las ecuaciones diferenciales se resuelven con el método de diferencias finitas. Si lo representamos con polígonos o volúmenes se resuelven con elementos finitos, redes neuronales e inteligencia artificial. Se ha utilizado nodos que fueron resueltos con el método de análisis numérico por diferencias finitas. Se llaman "marcas" a los nodos escogidos colocados estratégicamente para representar el tipo de rocas y sus propiedades. También es necesario resolver las ecuaciones con respecto a los intervalos de tiempo.

Para que no exista dispersión numérica se utilizó el método de Análisis de estabilidad de von Neumann, el cual analiza los parámetros en una discretización que garantizan la estabilidad del método numérico con la siguiente condición o criterio, llamada de Courán ( $\propto$ ):

$$\alpha = \frac{|v|\Delta t}{\Delta x} \le 1$$
 Ecuación 4-37

donde  $\Delta t$ , son los intervalos de tiempo,  $\Delta x$  los intervalos de distancia, |v| en el valor absoluto de la velocidad de las marcas. Otro aspecto importante en el modelamiento es la solución de las ecuaciones en los límites o cercanía de los bordes de los tipos de rocas que representan la subducción y los bordes del modelo. Estas condiciones se llaman condiciones de frontera de Dirichlet y de Neuman en donde se determina un valor, o condición de frontera, en los límites y se especifica un gradiente para solucionarlos desde el tope a la base y de izquierda a derecha (Crameri, 2018).

### 4.2.6 Erosión

Para controlar los escenarios se utilizó la evolución topográfica, que es una respuesta lagrangiana al esfuerzo en las marcas de la superficie. Esto incluye una erosión con la ecuación resuelta:

$$\frac{v_{es}}{\partial t} = v_y - v_x \frac{\partial y_{es}}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left( K_s \frac{\partial y_{es}}{\partial x} \right)$$
 Ecuación 4-38

Donde,  $y_{es}$  es la posición vertical en la superficie como una función de la distancia horizontal x,  $v_y$  y  $v_x$  son los componente vertical y horizontal del vector velocidad,  $K_s$  es el coeficiente efectivo de difusión topográfica, que me relaciona la velocidad de erosión, sedimentación y equivale a 10<sup>5</sup> por cada 1 m<sup>2</sup> al año.

### 4.2.7 Código

Existen varios programas computacionales para resolver estas ecuaciones constitutivas y hacer modelos termo-mecánicos tales como; UNDERWORD (Moseri y otros, 2003), SOLAPE (Fullsack, 1995), GALE (Moseri y otos, 2007), MILAMIN (Dabrowski y otros, 2008), entre otros y se escogió el código i3Elvis (Gerya, 2010). Este código escogido está basado en el software MatLab para representar la subducción con los siguientes pasos de procesamiento, ver Figura 4-7:

1. Definición de un paso de tiempo computacional óptimo para las ecuaciones de cantidad de movimiento y continuidad.

2. Calcular las propiedades físicas  $\mathbf{B}$ ; densidad, esfuerzo, temperatura, etc para las marcas e interpolar estas propiedades recién calculadas, así como escalares y tensores definidos en las marcas.

3. Resolver las ecuaciones de continuidad y calcular la velocidad y la presión resolviendo la matriz global directamente.

4. Definir un paso de tiempo de desplazamiento óptimo para las marcas que puede ser generalmente menor o igual al paso de tiempo computacional del paso 1.

5. Calcular los cambios de esfuerzo en los nodos eulerianos para el desplazamiento del paso anterior e interpolar estos cambios a las marcas y calcular nuevos valores de esfuerzos asociados con las marcas.

6. Cálculo de los términos de calentamiento adiabático y de corte  $H_{s(i,j)}$  y  $Ha_{(i,j)}$  en los nodos eulerianos a partir de los campos de velocidad, esfuerzo, tasa de deformación y esfuerzos calculados en el paso 3.

7. Definición de un paso de tiempo óptimo para la ecuación de temperatura. Se puede utilizar un valor de paso de tiempo mínimo que satisfaga las siguientes condiciones: un límite de paso de tiempo absoluto dado del orden de una escala de tiempo de difusión térmica característica mínima para los procesos que se están modelando; un límite de paso de tiempo de desplazamiento de marcador

óptimo dado del paso 3; un límite de cambio de temperatura nodal absoluto dado. La ecuación de temperatura se puede resolver preliminarmente con el paso de tiempo de desplazamiento para definir posibles cambios de temperatura.

8. Resolver la ecuación de temperatura implícitamente en el tiempo computacional por un método directo. La ecuación de temperatura se puede resolver en varios pasos.



Figura 4-7 Diagrama de flujo de modelamiento termo-mecánico

Este flujo representa la estructura el modelamiento 2D termomecánico numérico que usa diferencias finitas del código i3Elvis tomado de Gerya (2010).

9. Interpolar los cambios de temperatura nodal calculados (consulte el cuadro central en la Figura 4-7) desde los nodos eulerianos hasta las marcas, y calcular nuevas temperaturas marcadoras.

10. Transporte de todas las marcas a lo largo de la malla de acuerdo con el campo de velocidad calculado globalmente en el paso 3. Los componentes del esfuerzo definido en las marcas se vuelven a calcular analíticamente para tener en cuenta cualquier rotación del esfuerzo local.

## 4.3 Procesamiento y Resultados

De la evolución del proceso de subducción escogido se extrajo los siguientes escenarios presentados en la Tabla 4-1:

Escena	Años	Periodo		Terreno de	Inclinación	Régimen	$\Delta$		
	Ma	Inicial	Final	acreción	Placa Marina	Continental	Ma		
А	150-130	Jurásico	Barremiano	Tahamí (Yalcón)	Alto	Extensión	20		
В	130-118	Barremiano	Aptiano		Aplanado	Compresión	12		
С	118-107	Aptiano	Albiano		Alto	Extensión	11		
D	107-97	Albiano	Cenomaniano	Arquía (Cauca)	Alto	Compresión	10		
Е	97-83	Cenomaniano	Santoniano		Alto	Extensión	14		
F	83-70	Campaniano	Campaniano	Amaimé (Calima)	Aplanado	Compresión	13		
G	70-60	Maastrichtiano	Paleoceno	Dagua (Tumaco)	Alto	Extensión	10		
Н	60-50	Paleoceno	Eoceno		Bajo	Compresión	10		
-		~ (*****							

Tabla 4-1 Resumen de los escenarios de la evolución de la subducción en Colombia

Datos extraídos de Guerrero (2018).

En la Figura 4-8 se muestra el modelo 2D inicial, a una latitud de 3° en Colombia.



#### Figura 4-8 Esquema de escenarios de la subducción

Se discretizó el modelo de subducción de 300 Km por 3000 Km, con (51) marcas verticales y (488) marcas horizontales para un total de 24.888 nodos y marcas en los escenarios (A-H) y 4 procesos de subducción representando los terrenos; Yalcón, Cauca, Calima y Tumaco.

Se determinaron los valores que son iguales para todas las rocas; Capacidad calorífica Cp=1000 J/kg, Cp<sub>aire</sub>=3000, Expansión Termal  $3\times10^{-5}$ 1/K, Compresibilidad  $1\times10^{-11}$ , Compresibilidad sedimentos  $1\times10^{-10}$ , Constante de gas 8.314 J/mol/K, Aceleración de la gravedad 9.81 m/s<sup>2</sup>, Temperatura en el (tope, base) del modelo (0°, 1477°) centígrados y para las rocas específicas ver la Tabla 4-2.

Material Rocoso	Densidad	Е	n	AD	Módulo de	Conductivid		Calor
		(kJ mol <sup>-1</sup> )			Corte	ad térmica		radiogénico
	kg/m <sup>3</sup>	J/kg		$(MPa^{-n} s^{-1})$	Pa	W/m/K	W/m	W/m <sup>3</sup>
Aire/Agua	1030	0	0	0	$1 \times 10^{20}$	300	0	0
Sedimentos	2200	154	2.3	$3.2 \times 10^{-4}$	$1 \times 10^{10}$	0.64	807	2×10 <sup>-6</sup>
Basaltos	3000	154	2.3	$3.2 \times 10^{-4}$	$2.5 \times 10^{10}$	1.18	474	2.5×10-7
Gabro	3100	238	3.2	$3.3 \times 10^{-4}$	$2.5 \times 10^{10}$	1.18	474	2.5×10-7
Astenosfera	3300	532	3.5	$2.5 \times 10^{4}$	$6.7 \times 10^{10}$	0.73	1293	2.2×10 <sup>-8</sup>
Manto Superior	3700	532	3.5	$2.5 \times 10^{4}$	$6.7 \times 10^{10}$	0.73	1293	2.2×10 <sup>-8</sup>
Manto Hidratado	2950	471	4	$2 \times 10^{3}$	$6.7 \times 10^{10}$	0.73	1293	2.2×10 <sup>-8</sup>
Granodiorita	2610	154	2.3	3.2×10 <sup>-4</sup>	$1 \times 10^{10}$	0.64	807	1×10 <sup>-6</sup>
Diorita	2800	238	3.2	3.3×10 <sup>-4</sup>	$2.5 \times 10^{10}$	1.18	474	5×10-7

Tabla 4-	2 Propi	edades d	le las	rocas	utilizadas
1 auta 4-2	2 I I O p I	cuauts u	ic ras	rocas	utilizadas.

Los valores de densidades se tomaron del capítulo de gravedad y los demás valores fueron tomadas de Gerya (2010).



Primero se preparó el modelamiento inicial partiendo de 150 Ma a 148,7 Ma, con un lapso de 1.3 Ma, con la topografía en el mar de -2 Km y en el continente de 200 m de altura. Se representó la subducción con una placa oceánica o losa que subduce con un ángulo mayor a 50, ver Figura 4-9.



Se presentan en la primera columna el tipo de roca y en la segunda el resultado de la temperatura en grados centigrados. En el cuadro final se presenta la topografía del modelo Inicial (Línea negra), la topografía al final del proceso (Línea amarilla) y la actual (Línea Roja), velocidad de la losa oceánica 2 cm/año, se formó una cuenca con un máximo de -8 Km y el modelo inicial tuvo un acortamiento horizontal de 26 Km. En la Figura 4-10 se representa el escenario A, en el cual se subdividió el marco anterior, con una subducción de la losa oceánica de 35° de inclinación y con un régimen de extensión.



Figura 4-10 Escenario A de 150-130 Millones de años

Se presentan en la primera columna el tipo de roca y en la segunda el resultado de densidad en Kilogramo (Km) por unidad de volumen (m<sup>3</sup>). En el cuadro final se presenta la topografía del modelo de partida anterior (Línea negra), la topografía al final de este proceso (Línea amarilla) y la actual (Línea Roja), velocidad de la losa oceánica 2 cm/año, se formó una cuenca con un máximo de -6 Km y el modelamiento tuvo un acortamiento horizontal de 374 Km.

En el escenario B, tomando el marco anterior con nodos y marcas para representar el periodo en donde la placa oceánica se rompe (Slab breakoff) y hay un desprendimiento de placa que produce en la placa continental una deformación que puede clasificar en un régimen de compresión. Ver la Tabla 4-1 y ver la Figura 4-11.





Se presentan en la primera columna el tipo de roca y en la segunda el resultado del  $log_{10}$  de la deformación. En el cuadro final se presenta la topografía del modelo de partida (Línea negra), la topografía al final del proceso (Línea amarilla) y la actual (Línea Roja), velocidad de la losa oceánica 2 cm/año, una cuenca con un máximo de -3.8 Km y un acortamiento horizontal de 240 Km.



En la Figura 4-12 se representa el escenario C, con una subducción de losa oceánica de  $30^{\circ}$  de inclinación y con un régimen de extensión.



Se presentan en la primera columna el tipo de roca y en la segunda el resultado del esfuerzo en Mpa. En el cuadro final se presenta la topografía del modelo de partida (Línea negra), la topografía al final del proceso (Línea amarilla) y la actual (Línea Roja), velocidad de la losa oceánica 2 cm/año, una cuenca con un máximo de -2.5 Km y un acortamiento horizontal de 220 Km.



Para el escenario D, se representó en (6) imágenes de la subducción con una placa oceánica o losa que se rompe y luego subduce con un ángulo de 20°, ver Figura 4-13. La ruptura viscosa profunda de la losa oceánica es controlada por el calentamiento térmico.

Figura 4-13 Escenario D de 107-97 Millones de años

Se presentan el tipo de roca (1-6) y el log10(Viscosidad Ps/s). En el cuadro final se presenta la topografía del proceso anterior (Línea negra), la topografía al final de este proceso (Línea amarilla) y la actual (Línea Roja), velocidad de la losa oceánica 5 cm/año, una cuenca con un máximo de -6 Km y un acortamiento horizontal de 500 Km y una deformación continental de hasta 4.5 km.



Para el escenario E, lo más representativo es la cercanía de dos subducciones, debido a que no se pudo lograr el desprendimiento de la losa que está más cerca del continente, ver Figura 4-14.

Figura 4-14 Escenario E de 97-83 Millones de años

Se presentan en la primera columna el tipo de roca y en la segunda el resultado del  $log_{10}$  de la deformación. En el cuadro final se presenta la topografía del modelo Inicial (Línea negra), la topografía al final del proceso (Línea amarilla) y la actual (Línea Roja), velocidad de la losa oceánica 2 cm/año, una cuenca con un máximo de -6 Km y un acortamiento horizontal de 280 Km.

Para el escenario F, lo más representativo es la cercanía de tres subducciones y la unión de un terreno de acreción. Se puede apreciar que la placa se adelgaza sin desprenderse y la losa que se acerca del mar se va adhiriendo a la placa que va desapareciendo. Lo mismo ocurre con el siguiente terreno, esta losa más gruesa se va estirando hasta sumarse a la losa que se aproxima, ver Figura 4-15.





Se presentan en las imágenes 1 al 5 el modelado del tipo de roca y en el cuadro final se muestran; la topografía del modelo Inicial (Línea negra), la topografía al final del proceso (Línea amarilla) y la actual (Línea Roja), velocidad de la losa oceánica 2 cm/año, una cuenca con un máximo de -3.8 Km y un acortamiento horizontal de 260 Km.

Para el escenario G, lo más representativo es la cercanía de tres subducciones y la unión de un terreno de acreción, ver Figura 4-16.





Se presentan en las imágenes 1 - 3, el modelado del tipo de roca y en el cuadro final se muestran; la topografía del modelo Inicial (Línea negra), la topografía al final del proceso (Línea amarilla) y la actual (Línea Roja), velocidad de la losa oceánica 2 cm/año, una cuenca con un máximo de -3.8 Km y un acortamiento horizontal de 200 Km.



Para el escenario H, lo más representativo es la cercanía de tres subducciones y la unión de un terreno de acreción, ver Figura 4-15.



Se presentan en las imágenes 1 - 6 el modelado del tipo de roca y en el cuadro final se muestran; la topografía del modelo Inicial (Línea negra), la topografía al final del proceso (Línea amarilla) y la actual (Línea Roja), velocidad de la losa oceánica 2 cm/año, una cuenca con un máximo de -3.8 Km y un acortamiento horizontal de 260 Km.

Finalmente, se modeló 50 millones de años con una inclinación de losa de 30° con respecto de la horizontal, con un dominio de regimen de esfuerzos extensional de 21 Mpa, y una velocidad de la placa de 2mm al año. Ver Figura 4-18.



Figura 4-18 Comparación del modelo final con el modelo de inversión gravimétrica.

Se presentan en la imagen (1) el modelo final del tipo de roca, el moho se encuentra en el límite de entre las dioritas (Azul Oscuro) y la astenósfera (verde claro). Al comparar la geometría final del modelamiento con la obtenida por los geopotenciales, existe una. En la imagen (2) se presenta la topografía del modelo Inicial (Línea negra), la topografía al final del proceso (Línea amarilla) y la actual (Línea Roja), velocidad de la losa oceánica 2 cm/año, una cuenca con un máximo de -2.5 Km y un acortamiento horizontal de 1000 Km. En la imagen (3) se presenta el modelo de inversión resultados de los equipotenciales que al compararlo con el final del modelo muestran una gran similitud.

El modelamiento termo-mecánico es una herramienta muy poderosa que nos ayuda a entender las características de todo el proceso de subducción. Las condiciones iniciales representadas en variables del modelo deben ser las más confiables de la zona, existen condiciones geológicas, tales como propiedades de las rocas, discretización del espacio que incluye una geometría y su forma de representación, también se encuentra las soluciones a las ecuaciones matemáticas que representan los cambios principalmente en calor y esfuerzo.

Con respecto a las condiciones geológicas existen varias posibilidades encontradas en las publicaciones científicas, escoger la mejor de por sí es una tarea dispendiosa. Se realizaron más de 300 modelos y fue muy acertado escoger el modelo evolutivo de la Subducción presentado por Guerrero (2018).

Las propiedades de las rocas utilizadas en el modelo partieron de los datos de inversión gravimétrica y magnética presentados en el capítulo 2 y 3. Se complementó con los datos publicados de otras zonas de la Tierra. Ver Tabla 4.3.

La iteración está parametrizada con el lapso de tiempo y espacio para resolver las diferentes ecuaciones matemáticas. Se debe cumplir con la condición de courán ( $\propto$ ) para que no haya dispersión numérica, en este caso aproximadamente cada 50.000 años y los espaciamientos eulerianos de 5 kilómetros que dependían, a su vez, de la velocidad de cada escenario de la placa que subduce. Para el último escenario la velocidad utilizada (2 cm/año) fue la determinada con los datos del primer capítulo en el cual se determinó el esfuerzo (21 MPa) y la deformación (2.32 mm por año) para una línea a 3° de latitud.

La solución de las ecuaciones matemáticas que representan la ley conservación del momento, la conservación de la masa para los fluidos, la conservación de la energía y la ecuación que representa el calor es la base principal del modelamiento. Los principios de conservación de la mecánica y la termodinámica a un volumen fluido se formula de manera diferencial. Esto nos simplifica el modelamiento a la sumatoria en cada marca discretizada en tiempo y espacio de estas propiedades físicas que representan la subducción.

Para el escenario A de 150-130 Millones de años en el periodo Jurásico al Barremiano, en cuyo efecto principal fue representado con rotura de la placa, tenía con una longitud de 250 kilómetros y tuvo un acortamiento de 150 kilómetros. La placa se rompió a 130 kilómetros de profundidad y la placa desprendida giró 35°. Este proceso produjo una deformación de la topografía alcanzando alturas de 2000 metros.

En los escenarios B y C de 125 a 107 millones de años entre el periodo Barremiano al Albiano, cuyo efecto principal fue el desprendimiento de la placa y la acción de los pedazos de placa produjo cuencas de hasta 5000 metros de profundidad. Para los escenarios D y E de 105 a 83 millones de años entre los periodos Albiano a Santoniano, fue una subducción con la inclinación de la placa de

aproximadamente 30° de buzamiento. Este fenómeno deformó la topografía con diferencia de elevación de 1000 metros.

Escenarios F y G de 80 a 60 millones de años en los periodos del Campaniano al Paleoceno con una subducción cuya velocidad fue de 2 centímetros por año, produjo elevaciones en la topografía 1500 metros. En el escenario H 60 a 20 millones de años en los periodos del Maastriciano al Mioceno fue una subducción con un ángulo entre 30° y 50°, a una velocidad de 2 centímetros por año. Finalmente se segó a la época actual con un acortamiento de 1000 Km.

Con respecto a el lenguaje de programación se escogió MatLab que fue suministrado por la Universidad, aunque también hay cientos de lenguajes. Resultó muy apropiado hacer un modelo que representó un perfil a 3° de latitud con una longitud de 3000 y una distancia vertical de 300 kilómetros. Luego subdividimos por escenarios de iteración, de tal forma que la entrada de uno era la salida del anterior, utilizando en total 24.888 marcas. Se les dio especial interés a las marcas superficiales ya que la topografía fue el parámetro determinante para validar todos los modelos.

Es muy importante que los equipos computacionales tengan unos requerimientos mínimos de procesador de 32 Gigahertz (GHz) y almacenamiento de 10.000 Gigabytes (GB) para que las soluciones sean por iteración en el menor tiempo posible.

## 4.4 Conclusiones

Analizar el proceso de la subducción desde el punto de vista físico explica la forma de la topografía y de varios fenómenos geológicos. El modelamiento numérico presentado se asemeja a un laboratorio didáctico y asequible para entender fenómenos que ocurrieron millones de años atrás.

El esquema evolutivo seleccionado de la subducción en la zona sur de Colombia fue generalizado del presentado por Guerrero (2018), que contiene 9 escenarios y que se modelan por medio del código i3Elvis del profesor Gerya (2010). Este código resuelve las ecuaciones que describen el comportamiento de la subducción en cada uno de estos escenarios mostrando la validez del esquema. Se debe tener cuidado con los valores de entrada para que se ajusten muy bien a los parámetros de la zona. Los valores de la velocidad, esfuerzo, deformación y densidad de entrada del modelamiento resultaron ser muy adecuados y se basaron en la información determinada en los capítulos anteriores.

El procedimiento presentado indica que en modelados complejos de mucho tiempo y espacio lo más útil es subdividirlos en modelos más pequeños pero representativos y con valores recurrentes de entrada/salida, de tal manera que la salida del uno sea la entrada del otro. Se sugiere que cada escenario sea un proyecto de investigación debido al gran número de parámetros involucrados y al tiempo de procesamiento para hacer un mayor ajuste.

Los ángulos de inclinación de la losa oceánica fueron de los parámetros más relevantes para generar los regímenes del esfuerzo. Cuando la placa estaba más horizontal produjo compresión y cuando el ángulo era alto produjo extensión en la placa continental. Para lograrlo se requiere controlar el modelado en cada inicio de escenario y ajustar la distribución de las marcas eulerianas y lagrangianas con las condiciones de Courán ( $\propto$ ).

Se toma la decisión de modelar numéricamente del proceso de ruptura de la placa o losa oceánica controlada por el calentamiento térmico y no por esfuerzo. Esto debido a que la placa oceánica se encuentra relativamente cerca del límite de expansión. Se modelaron tres rupturas a una profundidad de 130 Km aproximadamente cada una en tres escenarios diferentes.

El desarrollo de la topografía con el modelo simplificado es realista y demuestra un crecimiento de la topografía hasta de 3500 m sobre el nivel del mar. El crecimiento de la región elevada está asociado con la erosión y la deposición de sedimentos. Sirve como un control para la validez del modelamiento.

Los terrenos se forman por medio del proceso de la subducción entre dos placas marinas, así, que esta se acerca a la subducción con la placa continental. El modelado de la acreción de terrenos es uno de los desafíos más altos debido a que la placa oceánica no se desprende y entra al manto con el flujo normal. La forma de resolverlo es por medio de adelgazar la placa que no se desprende hasta eliminarla. Se modela en total la acreción de cuatro terrenos; Yalcón, Cauca, Calima y Tumaco, ver Figura 1-1. Se sugiere resolver este fenómeno geológico con una futura investigación en la que se desprenda la losa oceánica sin adelgazarla.

La discretización del espacio depende de la capacidad del procesador del equipo, escoger las marcas o puntos en el caso de diferencias finitas requirió de un equipo con 32 GHz en RAM. Así que resolverlo en elementos finitos, redes neuronales, inteligencia artificial necesitará un mejor procesador. Es lo mismo si los modelos son en 2D o 3D. Por lo tanto, hacerlo con el método numérico en diferencias finitas es el más rápido.

En esta investigación no se tuvo en cuenta la respuesta topográfica a la intrusión de magma en el arco volcánico, por lo tanto, se recomienda tenerla en cuenta en modelamientos futuros. Igualmente, es pertinente asociar a este modelamiento otros datos e información de sismología, sísmica, datos de pozo, geoquímica, de datación, etc.

## 4.5 Agradecimientos

Agradecemos a la Universidad Nacional de Colombia, a la Universidad Distrital Francisco José de Caldas por parte de la financiación y el software MATLAB, ARCGIS. Estamos agradecidos en especial al profesor Gerya, T. (2018) por su libro y su código que hicieron posible el modelamiento de la subducción.

## 4.6 Bibliografía

Barrero, D., Pardo, A., Vargas, C., y Martínez, J. (2007). Colombian Sedimentary Basins. Bogotá: ANH and ByM Exploration Ltda.

Baumann, J. (2016). Appraisal of geodynamic inversion results: a data mining approach. Geophysical Journal International, 667–679. doi:10.1093/gji/ggw279 Becker, T., y Boris, K. (2011). Numerical Geodynamics. California: University of Southern California.

Briseño Guarupe, L. A., y Díaz Campos, R. (1995). Medidas de propiedades dinámicas en rocas "in situ" y computo de parámetros elastomecánicos. Geofísica Colombiana, 73-79.

Cardozo, N., Allmendinger, R., y Fisher, D. (2012). Structural Geology Algorithms vector and tensor. New York: CAMBRIDGE UNIVERSITY PRESS.

Cediel, F., Shaw, R.P., Cáceres, C., 2003, Tectonic assembly of the Northern Andean Block, in C.

Bartolini, R.T. Buffler, and J. Blickwede, eds., The Circum-Gulf of Mexico and the Caribbean: Hydrocarbon habitats, basin formation, and plate tectonics. Am. Assoc. Petrol. Geol., Memoir, v. 79, p. 815-848.

Chai, Y. H. (1988). Gravity inversion of an interface above which the density contrast varies exponentially with depth. Geophysics, 837–845. doi:https://doi.org/10.1190/1.1442518

Crameri, F. (2018). Geodynamic diagnostics, scientific visualisation and StagLab 3.0. Geoscientific Model Development, 2541–2562.

Dobrin, M., y Sabit, C. (1988). Introduction to geophysical prospecting Fourth edition. New York: McGraw-Hill.

Dabrowski, M., M. Krotkiewski, and D. W. Schmid, (2008). MILAMIN: MATLAB-based finite element method solver for large problems, Geochem. Geophys. Geosyst., 9, Q04030, doi:10.1029/2007GC001719.

Earle, S. y Panchuk, K. (2019). Physical Geology – 2nd Edition. British, Columbia. Retrieved from https://opentextbc.ca/physicalgeology2ed/

Egbue, O., Kellogg, J., Aguirre, H., y Torres, C. (2013). Evolution of the stress and strain fields in the Eastern Cordillera, Colombia. Journal of Structural Geology, 8-21. Fraters, M., Thieulot, C., den, A., y Spakman, W. (2019). The Geodynamic World Builder: a solution for complex initial conditions in numerical modelling. Journal Solid Earth, 1-27. doi:10.5194/se-2019-24

Jaillard, E. (1987), Sedimentary evolution of an active margin during middle and upper Cretaceous times: the North Peruvian margin from Late Aptian up to Senonian. Geologische Rundschau, 76, 677-697.

Jaillard, E. P., Solar, P., Carlier, G. and Mourier, T., (1990), Geodynamic evolution of the northern and central Andes during early to midle Mesozoic times: a Tethyan model. Jour. Geol. Soc., London, 147:1009-1022.

Jaillard, E., Soler, P., Carlier, G., Mourier, T., (1990), Geodynamic evolution of the northern and central Andes during early to middle Mesozoic times: a Tethyan model. Journal of the Geological Society, London 147, 1009e1022.

Fullsack, P., (1995). An arbitrary Lagrangian-Eulerian formulation for creeping flows and applications in tectonic models, Geophys. J. Int., **120**, 1-23.

Gerya, T.V., y Meilick, F.I., (2011). Geodynamic regimes of subduction under an active margin: effects of rheological weakening by fluids and melts. Journal of Metamorphic Geology. 29, 7-39. doi:10.1111/j.1525-1314.2010.00904.x

Gerya, T. (2010). Introduction to Numerical Geodynamic Modelling. Cambridge. Cambridge University Press.

Gerya, T. (2018). Numerical Geodynamic Modelling. Second Edition. Swiss Federal University (ETH), Zürich. http://jupiter.ethz.ch/~tgerya/Book

Gombert, B., Duputel, Z., Jolivet, R., Simons, M., Jiang, J., Liang, C., . . . Rivera, L. (2018). Strain budget of the Ecuador–Colombia subduction zone a stochastic. Earth and Planetary Science Letters, 288-299. doi:https://doi.org/10.1016/j.epsl.2018.06.046

Gómez Ortiz, D. A. (2005). 3DINVER.M: A MATLAB program to invert the gravity anomaly over a 3D horizontal density interface by Parker-Oldenburg's algorithm. Computers and Geosciences, 513–520. doi:https://doi.org/10.1016/j.cageo.2004.11.004

González, C. P., Quintana, P. R., y Montes, L. V. (2019). Cálculo de la elongación, dilatación y vectores de rotación de la deformación con algunas estaciones GPS en Colombia. Vínculos, 16, 262–269. Obtenido de https://revistas.udistrital.edu.co/index.php/vinculos/article/view/15749 Gray, R. (2013). Numerical Geodynamic Experiments of Continental Collision: Past and Present. Toronto: University of Toronto.

Guerrero, J. (1 de Octubre de 2018). Pre-andean tectonic events from albian to eocene in the middle magdalena valley and situation of the western flank of the proto-eastern cordillera (Colombia). Tesis. Bogotá: Universidad Nacional de Colombia.

Kane, M. F. (1962). A comprehensive system of terrain corrections using a digital computer. Geophysicists, 455-462. doi:https://doi.org/10.1190/1.1439044

Kaufman, A. (1992). Geophysical Field Theory and Method. Colorado: Academic Press, Inc.

Kaus, B. (2010). Factors that control the angle of shear bands in geodynamic numerical models of brittle deformation. Tectonophysics, 36-47. doi:10.1016/j.tecto.2009.08.042

Kaus, B., y Mühlhaus, H. (2009). A stabilization algorithm for geodynamic numerical simulations with a free surface. Physics of the Earth and Planetary Interiors, 9-18. doi:10.1016/j.pepi.2010.04.007

Klos, A., Bogusz, J., Figurski, M., y Kosek, W. (2014). Uncertainties of geodetic velocities from permanent GPS observations: the sudeten case study. Geomater, 201–209. Lallemand, S., y Arcay, D. (2021). Magnetic anomaly interpretation across the southern central. Earth-Science Reviews, 103779. doi:https://doi.org/10.1016/j.earscirev.2021.103779

Langel, R., y Hinze, W. (1998). The magnetic field of the earth's Lithosphere. Cambridge, United Kindom: Cambridge University Press.

León, S., Monsalve, G., Jaramillo, C., Posada, G., Siquiera, T., Echeverri, S., y Valencia, V. (2021). Increased megathrust shear force drives topographic uplift in the Colombian coastal forearc. Tectonophysics, 229132.

López, E. (2020). Estudio de microgravimetría urbana en el centro histórico de Querétaro en relación con el proceso de subsidencia en el área metropolitana. IPICYT, 1-15.

Monsalve-Jaramillo, H., Valencia-Mina, W., Cano-Saldaña, L., y Vargas, C. (2018). Modeling subduction earthquake sources in the central-western region of Colombia using waveform inversion of body waves. Journal of Geodynamics, 47-61. doi:https://doi.org/10.1016/j.jog.2018.02.005

Monsalve-Jaramillo, H. y Mora-Páez, H., 2005. Esquema geodinámico regional para el noroccidente de Suramérica (Modelo de subducción y desplazamientos relativos). Boletín de Geología, Vol. 27, No. 1. Bogotá, Colombia. https://revistas.uis.edu.co/index.php/revistaboletindegeologia/article/download/865/1195/2543

Mora-Páez, H., y Audemard, F. (2021). GNSS Networks for Geodynamics in the Caribbean, Northwestern South America, and Central America. En B. E. Erol, Geodetic Sciences - Theory, Applications and Recent Developments (págs. 1-22). Bogotá, Colombia: Intechopen.

Mora-Páez, H., J. R. Peléz-Gaviria, H. Diederix, O. Bohórquez-Orozco, L. Cardona-Piedrahita, y. Cochuelo-Cuervo, . . . F. Díaz-Mila. (2018). Space Geodesy Infrastructure in Colombia for Geodynamics Research. Seismological Research Letter, 446-451. doi:10.1785/0220170185

Moreno, E., y Manea, M. (2021). Geodynamic evaluation of the pacific tectonic model for chortis block evolution using 3D numerical models of subduction. Journal of South American Earth Sciences, 103604. doi:https://doi.org/10.1016/j.jsames.2021.103604

Moseri L., Quenette S., Lemiale V., Meriaux C., Appelbe B., and Mühlhaus H. B. (2007). Computational approaches to studying non-linear dynamics of the crust and mantle. Physics of the Earth and Planetary Interiors 163, 69 - 82.

Moseri, L.N., F. Dufour, and H.-B. Mühlhaus, (2003). A Lagrangian integration point finite element method for large deformation modeling of viscoelastic geomaterials, J. Comp. Phys., 184, pp. 476-497.

Nagy, D. (1966). The gravitational attraction of a right rectangular prism. GEOPHYSICS, 320-428. doi:https://doi.org/10.1190/1.1439779

Niño Ferro, E. M. (2018). Sistema de Inversión de Datos Gravimétricos Basados en Simulated Annealing para Objetos Geométricos Simples. Bucaramanga: Universidad Industrial de Santander. Olivella, X., y Saracíbar, C. (2010). Mecánica de los medios continuos para ingenieros. Barcelona: Universidad Politécnica de Cataluña.

Pham, L. T. (2018). GCH\_gravinv: A MATLAB-based program for inverting gravity anomalies over<br/>sedimentarybasins.ComputersandGeosciences,40–47.doi:https://doi.org/10.1016/j.cageo.2018.07.009

Pindell, J., Kennan, L., (2001), Kinematic evolution of the Gulf of Mexico and Caribbean, in R.H. Fillon, N.C. Rosen, and P. Weimer (Eds.), Petroleum Systems of Deep-Water Basins: Global and Gulf of Mexico Experience: GCS-SEPM Foundation, XXI Annual Research Conference, Transactions, p.193-220.

Pindell, J.L., Kennan, L. (2001), Kinematic evolution of the Gulf of Mexico and Caribbean. In: Petroleum Systems of Deep-water Basins: Global and Gulf of Mexico Experience, SEPM Gulf Coast Section, Proceedings of the 21st Annual Research Conference. Society for Sedimentary Geology (SEPM), 193–220.

Pindell, J., Kennan, L., (2009), Tectonic evolution of the Gulf of Mexico, Caribbean and northern South America in the mantle reference frame: an update. In: The Origin and Evolution of the Caribbean Plate (K.H. James, M.A. Lorente and J. Pindell, eds), Geol.Soc. [Lond.] Spec. Publ., 328, 1–56. doi:10.1144/SP328.1

Pindell, J.L. and Kennan, L., (2009), Tectonic evolution of the Gulf of Mexico, Caribbean and northern South America in the mantle reference frame: an update.

Ramos, V. A. (2010). The tectonic regime along the Andes: Present-day and Mesozoic regimes. Geological Journal, 45, 2-25. DOI:10.1002/gj.1193

Restrepo-Pace P. A., Colmenares, F., Higuera, C., and Mayorga, M., et al., (2004), A fold and Thrust belt along the western flank of the Eastern Cordillera of Colombia. Style, Kinematics, and timing constrains derived from seismic data and detailed surface mapping. In: McClay, K. R. (ed.) Thrust Tectonics and Hydrocarbon Systems. American Association of Petroleum Geologists, Tulsa, OK, Memoirs, 82, 598-613.

Saikia, M., y Hussain, A. (2019). Delaunay Triangulation Based Key Distribution for Wireless Sensor Network. Journal of Communications, 530-537.

Sears, F. W. (2005). Física Universitaria Con Física Moderna Vol II. México: Pearson Education. doi:https://doi.org/10.2307/j.ctvvn8f6.8

Strauss, W. (2008). Partial Differencial Equations. Danvers: John Wiley y Sons, Inc.

Stüwe, K. (2007). Geodynamics of the Lithosphere. Austria: Springer.

Suriñach, E. F.-M. (2006). Inversión numérica 3D de datos gravimétricos procedentes de campañas marinas y de satélite. Aplicación a un área antártica. (Dialnet, Ed.) Madrid: Física de La Tierra. doi:https://doi.org/10.5209/rev\_FITE.2006.v18.12515

Sutra, E. M. (2012). How does the continental crust thin in a hyperextended rifted margin? Insights from the iberia margin. Geology, 139–142. Obtenido de https://doi.org/10.1130/G32786.1

Tarbuck, E. J. (2017). Earth: an introduction to physical geology. Canadá: Pearson.

Toussaint, J. F., y Restrepo, J. J. (2020). Tectonostratigraphic Terranes in Colombia. In S. G. Colombiano, The Geology of Colombia (pp. 237–260). Bogotá: Publicaciones Geológicas Especiales. doi:https://doi.org/10.32685/pub.esp.36.2019.07

Turcotte, D., y Schubert, G. (2001). Geodynamics. En D. Turcotte, y G. Schubert, Geodynamics (págs. 185-188). Cambridge: Cambridge University.

Valenta, J. (2015). Introduction to Geophysics. Czech: Development Cooperation. Obtenido de http://www.geology.cz/projekt681900/english/learning-resources/Geophysics\_lecture\_notes.pdf

Vargas, C. A. (2020). Subduction Geometries in Northwestern. En S. G. Colombiano, The Geology of Colombia, Volume 4 Quaternary (págs. 397–422). Bogotá: Publicaciones Geológicas Especiales. Vargas, C. A., y Durán Tovar, J. (2005). State of strain and stress in northwestern of south America. Earth sciences research journal, 43-50.

Villagómez D. D. (2010). Thermochronology, geochronology and geochemistry of the Western and Central cordilleras and Sierra Nevada de Santa Marta, Colombia: The tectonic evolution of NW South America. Terre & Environement. Thesis.

# **5.** Conclusiones Generales

Se da evidencia de los diferentes procesos asociados a la subducción que influyen en la deformación de la corteza o placa continental de Suramérica en Colombia. El modelamiento numérico ha demostrado ser una eficiente herramienta para entender el marco geológico de la historia de la subducción. Los diferentes escenarios de modelamiento geológico constituyen modelos validados de la subducción.

El procedimiento presentado indica el modelo inicial abarcó horizontalmente una longitud mayor a 3000 Km, con una profundidad de 300 Km y un tiempo que abarca los 150 Ma. Se demuestra que es útil subdividirlos en modelos más pequeños pero representativos y con valores recurrentes de entrada/salida, de tal manera que la salida del uno sea la entrada del otro. Se sugiere que cada escenario sea un proyecto de investigación debido al gran número de parámetros involucrados y al tiempo de procesamiento para hacer un mayor ajuste

Los regímenes de esfuerzo fueron influenciados directamente por le inclinación de la placa oceánica que subduce. El ángulo más pequeño con respecto a la horizontal produce compresión y cuando el ángulo es más grande produce extensión en la placa continental. Es fundamental ajustar la distribución de las marcas eulerianas y lagrangianas con las condiciones de Courán ( $\propto$ ).

Las imágenes mostradas en el esquema evolutivo de la subducción dan a entender que cuando un terreno de acreción se adhiere al continente, la placa oceánica se desprende y baja por la celda de convención del manto superior. Pero este fenómeno no ocurrió en el modelamiento presentado. Para lograrlo se adelgazó la placa oceánica hasta desaparecerla. Esto nos muestra un campo de acción en la investigación del modelamiento.

Los datos de entrada del modelamiento deben ser de la zona a modelar. Por esta razón en los capítulos primero al tercero se determinan; la velocidad de la placa oceánica, los esfuerzos, las deformaciones, las densidades de los diferentes tipos de rocas y las geometrías de llegada.

El procesamiento de datos GPS permiten la determinación de los valores de deformación y los esfuerzos que la producen a escala regional. Se elige como representativo el perfil a una latitud de 3° que contiene un esfuerzo de Euler con una extensión máxima de 74 MPa, compresión mínima de 0 MPa, un promedio de 21 Mpa y una deformación 2,32 mm y una velocidad de la placa oceánica de 2 mm al año, con un régimen de esfuerzos extensivos sobre la placa continental.

Se construye un modelo 2D de la subducción entre la placa de Nazca y la sudamericana basado en las anomalías gravimétricas y magnéticas que tiene una muy buena correlación en la geometría de las rocas involucradas y la generada con el modelamiento termo-mecánico de llegada, dando valides al modelo.