



UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

Control de voltaje de múltiples microrredes basado en optimización distribuida

Jhojan Alexis Rodríguez Gil

Universidad Nacional de Colombia
Facultad de Ingeniería, Departamento de Ingeniería Eléctrica y Electrónica
Bogotá D.C., Colombia
2023

Control de voltaje de múltiples microrredes basado en optimización distribuida

Jhojan Alexis Rodríguez Gil

Tesis presentada como requisito parcial para optar al título de:
Magister en Automatización Industrial

Director:
Ph.D. Eduardo Alirio Mojica Nava

Línea de Investigación:
Teoría y aplicación de control
Grupo de Investigación:
Programa de Análisis y Adquisición de Señales PAAS-UN

Universidad Nacional de Colombia
Facultad de Ingeniería, Departamento de Ingeniería Eléctrica y Electrónica
Bogotá D.C., Colombia
2023

Dedicatoria

A Dios, creador de todo lo existente. Visible e invisible.

Agradecimientos

Agradezco al apoyo recibido por parte de la Universidad Nacional de Colombia y el Ministerio de Ciencias, Tecnología e Innovación con el proyecto “Programa de Investigación en Tecnologías Emergentes para Microrredes Eléctricas Inteligentes con Alta Penetración de Energías Renovables” mediante el contrato 80740-542-2020.

Control de voltaje de múltiples microrredes basado en optimización distribuida

Esta tesis estudia el uso de control distribuido predictivo basado en el Método de Multiplicadores de Direcciones Alternantes (ADMM) para obtener la regulación de voltaje en microrredes interconectadas. Este problema es modelado mediante una función global de costo y este trabajo propone un algoritmo que lo soluciona usando decisiones locales. Así mismo, la función global de costo es formada por una suma de funciones locales de costo. El problema global es solucionado de manera local usando Control Predictivo Basado en Modelo (MPC). De esta manera, la solución del problema se obtiene de manera distribuida. Además, este trabajo presenta un estudio de la convergencia del algoritmo propuesto. Finalmente, para probar el algoritmo propuesto se utilizan dos casos de simulación. Primero, una simulación numérica en MATLAB[®] se usa en el problema de regulación de voltaje en microrredes interconectadas. Segundo, se usan unos dispositivos discretos para emular el sistema interconectado de una simulación Hardware-in-the-Loop (HIL). Los resultados muestran la efectividad del algoritmo propuesto para solucionar el problema de regulación de voltaje para microrredes interconectadas.

Palabras clave: Optimización, Microrredes Interconectadas, ADMM, MPC.

Voltage Control of Networked Microgrids Based On Distributed Optimization

This dissertation studies a distributed predictive control approach based on the Alternating Direction Method of Multipliers (ADMM) to achieve voltage regulation on networked microgrids. The control problem considers a global cost function. So, this work proposes an algorithm to solve it using local decisions. Likewise, the global cost function contains a set of local functions. The global local problem is solved in a local way using Model Predictive Control (MPC). In this way, we can obtain the problem solution in a distributed approach. Also, this work shows a convergence study of the proposed algorithm. Finally, to test the proposed algorithm, there are two simulation cases. First, a numerical simulation in MATLAB[®] is used to study the voltage regulation problem in networked microgrids. Second, discrete devices are used to emulate the networked system and individual controllers in a Hardware-in-the-Loop (HIL) fashion. Results show the effectiveness of the proposed algorithm in solving the voltage regulation problem for networked microgrids.

Keywords: Optimization, Networked Microgrids, ADMM, MPC.

Contenido

Resumen	ix
Abstract	xi
Contenido	xiv
1 Introducción	1
1.1 Estado del arte	4
1.2 Objetivos	9
1.3 Productos y reconocimientos	9
1.4 Financiación	11
2 Preliminares	13
2.1 Teoría de grafos	13
2.2 Optimización	15
2.2.1 Método de Dual Ascent	16
2.2.2 Método de Multiplicadores de Direcciones Alternantes	17
2.2.2.1 Método de Multiplicadores de Direcciones Alternantes aplicado a problema de programación cuadrática	18
2.2.2.2 Ejemplo problema de programación cuadrática	19
2.2.2.3 Forma escalada de la función de Lagrange	20
2.3 Sistemas dinámicos discretos	22
2.4 Control Predictivo Basado en Modelo	22
2.4.1 Problema de regulación	23
2.4.2 Problema de seguimiento	31
3 Microrredes interconectadas: arquitecturas, comunicaciones, equivalentes dinámicos y control	35
3.1 Arquitecturas en microrredes interconectadas	37
3.1.1 Radial	37
3.1.2 Cadena	38
3.1.3 Malla	39

3.1.4	Configuración en paralelo y serie	39
3.2	Comunicaciones en microrredes interconectadas	40
3.2.1	Protocolo Maestro-Esclavo	41
3.2.2	Protocolo de Publicador-Suscriptor	41
3.2.3	Protocolo Par-a-Par	42
3.2.4	Basado en eventos	43
3.2.5	Nuevas propuestas	43
3.2.5.1	Protocolos con base en computación cuántica	43
3.2.5.2	Protocolos con base blockchain	44
3.3	Equivalentes dinámicos en microrredes interconectadas	44
3.3.1	Modelo de microrredes basadas en inversores	45
3.4	Estrategias de control en microrredes interconectadas	48
3.4.1	Lazos de control internos o nivel de control cero	49
3.4.2	Control primario	49
3.4.3	Control secundario	49
3.4.4	Control terciario	49
4	Método de Multiplicadores de Direcciones Alternantes para gestión de energía en microrredes interconectadas	51
4.1	Planteamiento general del problema de regulación de voltaje en microrredes interconectadas	52
4.2	Algoritmo de optimización para control de voltaje en microrredes interconectadas	56
4.2.1	Prueba de convergencia	58
4.3	Simulación de regulación de voltaje en microrredes interconectadas	62
5	Implementación en Hardware-in-the-Loop del algoritmo de control de voltaje para múltiples microrredes interconectadas	67
5.1	Descripción del hardware utilizado	67
5.2	Solución de un problema de programación cuadrática en las tarjetas cRIO	69
5.3	Simulación de regulación de voltaje en microrredes interconectadas usando tarjetas cRIO	71
6	Conclusiones	75
	Bibliografía	77

Lista de algoritmos

2-1	Método dual ascent basado en [1] para solución de problemas centralizados.	16
2-2	ADMM basado en [2] para solución de problemas centralizados.	17
2-3	ADMM para solucionar problemas QP basado en [2].	19
2-4	ADMM usando la función de Lagrange aumentada con el conjunto de variables duals escaladas para solución de problemas centralizados.	21
4-1	Procedimiento aplicado por el agente i para solucionar su problema local de regulación de voltaje.	57

Lista de figuras

2-1	Valor de los residuos y de la función de Lagrange usando ADMM para solucionar el problema de programación cuadrática de forma centralizada.	20
2-2	Valor de los residuos y de la función de Lagrange usando ADMM para solucionar el problema de programación cuadrática de forma centralizada en escala logarítmica.	21
2-3	Diagrama general que presenta la interacción del controlador basado en MPC y ADMM con el sistema a controlar.	27
2-4	Respuesta natural del sistema inestable.	28
2-5	Estados y acciones de control aplicadas a un problema de regulación centralizado utilizando MPC y ADMM en un sistema inestable.	29
2-6	Estados y acciones de control aplicadas a un problema de regulación centralizado utilizando MPC y ADMM en un sistema marginalmente estable.	30
2-7	Estados y acciones de control aplicadas a un problema de regulación centralizado utilizando MPC y ADMM en un sistema marginalmente estable. Se cambian parámetros del controlador.	31
3-1	NMG con arquitectura radial.	37
3-2	NMG con arquitectura de cadena.	38
3-3	NMG con arquitectura de malla	39
3-4	NMG con configuración en paralelo o en serie.	40
3-5	Esquema simplificado para el flujo de potencia entre microrredes.	45
3-6	Esquema general del sistema y controlador a proponer.	48
4-1	Esquema de interconexión entre el sistema de múltiples microrredes. En este caso se considera que la conexión de la capa física y de comunicaciones coinciden.	63
4-2	Perfil de cambios de carga para la simulación.	64
4-3	Evolución de las señales de voltaje al someterse al perfil de cambio de carga. En algunos instantes de tiempo el control secundario está conectado y en otros no.	65
4-4	Acciones de control aplicadas por el control secundario.	65
5-1	Foto de los equipos que se encuentran en el laboratorio.	68

5-2	Valores iniciales y valores finales del algoritmo de optimización basado en ADMM para problemas QP cuando se ejecuta en la plataforma cRIO.	69
5-3	Valor de los residuos y de la función de Lagrange usando ADMM para solucionar el problema de programación cuadrática de forma centralizada. La ejecución del algoritmo de ADMM se realiza en una tarjeta cRIO.	70
5-4	Valor de los residuos y de la función de Lagrange usando ADMM para solucionar el problema de programación cuadrática de forma centralizada en escala logarítmica. La ejecución del algoritmo de ADMM se realiza en una tarjeta cRIO.	70
5-5	Evolución de las señales de voltaje al someterse al perfil de cambio de carga. En algunos instantes de tiempo el control secundario está conectado y en otros no. Simulaciones HIL.	72
5-6	Acciones de control aplicadas por el control secundario. Simulaciones HIL.	72

Lista de tablas

1-1	Fuentes de generación en el sistema eléctrico colombiano.	1
4-1	Parámetros para la simulación. Basado en [3].	64
5-1	Listado de dispositivos utilizados para simulaciones HIL.	67
5-2	Listado de software utilizados para simulaciones HIL.	68

1 Introducción

Desde hace décadas la generación eléctrica se realiza de una manera centralizada, lo cual requiere de grandes infraestructuras y cuyas fuentes de generación pueden ser térmica, hidráulica, nuclear, entre otras. En el contexto colombiano se tiene que la energía eléctrica se obtiene principalmente de fuentes hidráulicas y térmicas, como se puede observar en la Tabla 1-1.

Fuente	Porcentaje
Hidráulica	68.3 %
Térmica	30.7 %
Cogeneración	0.9 %
Solar	0.1 %
Eólica	0.1 %

Tabla 1-1: Fuentes de generación en el sistema eléctrico colombiano¹.

Se debe tener en cuenta que habitualmente este tipo de generación centralizada se realiza a grandes distancias de los sitios en los cuales la energía será consumida y, por lo tanto, se presentan grandes pérdidas en la transmisión desde el punto de generación al usuario final, además, se requieren grandes inversiones de capital para la construcción de estas centrales de generación. También se generan costos elevados asociados al mantenimiento de la infraestructura como al mantenimiento de las redes de transmisión y distribución. Es importante resaltar que aunque existen este tipo de inconvenientes, es una metodología madura y estudiada ampliamente.

Por otro lado, la madurez de tecnologías que permiten realizar generación eléctrica a partir de fuentes renovables ha llegado a un punto de eficiencia y su valor ha disminuido tal que hoy en día pueden competir a un costo de generación similar a la de la generación tradicional. Todo esto hace que nuevos roles en el proceso de generación eléctrica aparezcan, tales como autogeneración, generación distribuida, entre otros. De este modo, los sistemas

¹La tabla 1-1 fue obtenida de <https://www.acolgen.org.co/>. Consultado en mayo de 2021.

de generación actuales están viviendo un cambio de enfoques centralizados a enfoques más distribuidos, un ejemplo de ello en Colombia son:

- La ley 1715 de 2014. “Por la cual se regula la integración de las energías renovables no convencionales al sistema energético nacional. Para Colombia en esta ley aparece o se crea la figura de autogenerador, generador distribuido en pequeña escala y generador distribuido”.
- Resolución CREG 030 de 2018. “Por la cual se regulan las actividades de autogeneración a pequeña escala y generación distribuida en el Sistema Interconectado Nacional (SIN)”.
- Resolución CREG 038 de 2018. “Por la cual se regulan las actividades de autogeneración en las Zonas no Interconectadas (ZIN) y se dictan algunas disposiciones sobre la generación distribuidas en el ZIN”.

Las anteriores son políticas públicas que buscan impulsar la generación distribuida tanto en el SIN como en las ZIN. Con el fin de manejar de una manera eficiente las fuentes de generación distribuida aparece el concepto de microrred. Una microrred es un sistema que está compuesto por generadores distribuidos (pueden estar basados en fuentes de generación tradicionales o en fuentes de generación a partir de energías renovables), cargas, elementos de almacenamiento de energía (por ejemplo baterías o supercapacitores) y pueden funcionar de manera aislada o junto al sistema de distribución de energía eléctrica principal. Además, el uso de microrredes tiene otro conjunto de características que las hacen atractiva como lo son: disminución en pérdidas asociadas a transporte y distribución [4], [5], reducción de la inversión en infraestructura, mejora en la confiabilidad en el suministro del servicio de energía eléctrica [6], [7] y menor impacto ambiental [6], [7], [8], [9], [10].

Debido a estas características y a las políticas públicas anteriormente mencionadas, las microrredes están comenzando a implementarse y a funcionar junto a la infraestructura del sistema eléctrico actual; sin embargo, aún no se tiene del todo claro el impacto de estas nuevas fuentes de generación al incluirlas al sistema actual debido a que la infraestructura y metodologías de control utilizadas se desarrollaron para usarse en un enfoque centralizado. De esta manera, estudiar este tema toma relevancia debido a los cambios que se están viviendo para permitir realizar una transición a un sistema de generación distribuido confiable, que ofrezca mayores beneficios a los consumidores finales y con un menor impacto en el medioambiente.

Buscando obtener el mayor beneficio del uso de microrredes surgen los sistemas de múltiples microrredes. Los sistemas de múltiples microrredes interconectadas aparecen como una solución que permite mejorar el desempeño y estabilidad asociada al sistema respecto a

cuando se opera una microrred de manera individual [8]. Además, los sistemas de múltiples microrredes exhiben ciertos beneficios que no aparecen al operar de manera individual [11]. De donde se destacan que los sistemas de múltiples microrredes se caracterizan por ofrecer los siguientes beneficios, además de ayudar a reducir la emisión de gases efecto invernadero: los sistemas de múltiples microrredes permiten el uso eficiente de los recursos de energía distribuida [8]. Esta característica se debe a que se propone que los generadores distribuidos se conecten al sistema de distribución más cercano o de ser posible al usuario final, lo que permite, reducir las pérdidas debido a transmisión, ya que la fuente de generación y el usuario final se encuentran a una menor distancia que en los esquemas de generación tradicionales. Otra característica es que permite minimizar el costo promedio de generación. Al incluir las fuentes de generación distribuidas basadas en energías renovables en un sistema de múltiples microrredes y buscando la menor correlación entre las fuentes de generación, se puede llegar a disminuir el costo de generación al menos en un 10% [8]. También se destaca que debido a que un sistema de múltiples microrredes puede funcionar de manera aislada permite que dada una contingencia debido a un ataque a la red o desastres naturales extremos como huracanes o terremotos se pueda continuar suministrando energía a aquellas cargas críticas como pueden ser hospitales o centros de salud mientras se restablece el funcionamiento normal de la red principal. La cantidad de energía y el tiempo por el que puede suministrar el sistema de múltiples microrredes está sujeto a las condiciones de las fuentes de generación, a los dispositivos de almacenamiento de energía disponibles y cantidad de cargas críticas [8].

En busca de maximizar los beneficios que se pueden obtener al implementar sistemas de distribución con múltiples microrredes las estrategias de control juegan un papel importante. Se debe tener en cuenta que en general el control de microrredes se basa en una estructura jerárquica de 3 capas, conocidas como control primario, secundario y terciario respectivamente. El nivel primario de control está enfocado a estabilizar la microrred y permitir el intercambio de potencia, en este nivel es ampliamente utilizado el control “droop”. En el segundo nivel de control se compensan las desviaciones nominales de voltajes y frecuencia introducidas por el controlador primario. Una característica que se presenta en las estrategias de control en el nivel secundario es que la red de comunicaciones juega un papel importante [7], [12]. Finalmente, el nivel terciario se encarga de manejar el problema despacho [10], [13]. Por lo anteriormente expuesto, el estudio de estrategias de control para sistemas compuestos de múltiples microrredes toman una gran importancia debido a la transición que busca descentralizar la generación eléctrica y el aprovechamiento de las fuentes de generación basadas en energías renovables.

1.1. Estado del arte

Las microrredes con una alta penetración de energías renovables se plantean como una alternativa que tiene características interesantes y algunos retos a solucionar. Sus virtudes permitirían fortalecer el servicio de energía eléctrica y servirían como un apoyo para mejorar la calidad del servicio. En [14], Rocabert et al. afirman que algunas de las ventajas que tiene la inclusión de las microrredes es que contribuyen a aumentar el desempeño y la confiabilidad del sistema eléctrico. Además, ellos también afirman que la generación distribuida es un tópico crucial en el desarrollo de los sistemas de generación eléctrica modernos. De un modo similar, Guerrero et al. en [15] y Simpson-Porco et al. en [13] señalan que las redes eléctricas están tendiendo a ser más distribuidos. Al mismo tiempo que serán sistemas más flexibles, en los cuales la generación y el consumo no podrá ser concebido separadamente. Adicionalmente, también señalan que este cambio en las redes eléctricas permitirán aumentar su confiabilidad, del mismo modo, que hacen Alam et al. en [8]. Teniendo esto en cuenta, es posible afirmar que las microrredes tienen características interesantes que las hacen atractivas para fortalecer y mejorar el servicio de energía eléctrica.

Es importante señalar que la inclusión de nuevas fuentes de generación trae consigo una serie de beneficios que ayudarán a mejorar la calidad de servicio y la diversificación de fuentes de generación contribuye a mejorar la resiliencia del sistema. En [16], Guerrero et al. indican que las microrredes tienen características que les permitirían resolver problemas energéticos en un ámbito local. También afirman, que la aplicación de estas estrategias de generación pueden representar un ahorro de energía y verse reflejado en un menor costo para los usuarios finales. Del mismo modo, Lasseter en [17] hace énfasis en la capacidad que tienen las nuevas fuentes de generación de tener una interacción con el sistema de distribución eléctrica actual pero también se resalta su capacidad para funcionar de manera aislada. Es importante destacar que Marzband et al. en [18] afirman que se pueden interconectar múltiples microrredes aisladas con el fin de mejorar el bienestar social, mejorar la respuesta ante cambios en la demanda y al mismo tiempo minimizar costos asociados a la generación. Adicionalmente, Han et al. en [19] mencionan como ventajas de las microrredes bajas pérdidas de transmisión, flexibilidad para la instalación en diferentes sitios y el potencial de convertirse en soporte fuerte y efectivo para mejorar los sistemas de potencia. De esta manera, es claro que la implementación de microrredes tiene una serie de características que las hacen especialmente atractivas y que señalan un cambio para un sistema de generación eléctrica con un enfoque más distribuido.

De manera similar, la inclusión de fuentes de generación distribuida traerán consigo nuevos retos relacionados con su naturaleza. Retos que se deben superar para que una integración junto a otros sistemas de generación sea efectiva. Huang et al. en [20] señalan que la imple-

mentación de estos sistemas de generación distribuida necesitaran de infraestructura para coordinar la generación de estos sistemas y del almacenamiento de energía. También señalan que el mayor reto para la adopción de este tipo de sistemas de generación es el almacenamiento y control de la energía, ya que esta puede ser obtenida de una gama de diferentes fuentes energéticas. En [8], Alam et al. se resalta que el control de la operación de múltiples microrredes en coordinación con el sistema de distribución de eléctrico es una tarea importante y que también tiene retos respecto a cómo abordar las incertidumbres asociadas a sus fuentes de generación, del mismo modo que afirman Hu et al. en [21] y Bazmohammadi et al. en [22]. Entre los diversos retos que aparecen en este nuevo tipo de sistemas, se encuentra que las fuentes de generación por medio de energías renovables y su interacción con la red no es completamente entendida [23] y de esta manera es requerido un estudio más profundo tanto desde un enfoque teórico de análisis de sistemas en conjunto con desarrollo de herramientas y modelos computacionales que permitan un mejor entendimiento de estos sistemas y de su interacción lo que conlleva además que en [24] se resalte que uno de los retos a afrontar es desarrollar un modelo que describa las dinámicas de una manera adecuada y con una complejidad moderada. Uno de los problemas que aparecen debido a la naturaleza de los componentes y elementos que forman estas redes es que tienen asociados una menor inercia, lo cual implica, que ante un desequilibrio entre la demanda y la generación estos sistemas se verán afectados más fácilmente y controladores más rápidos serán necesarios según Alam et al. en [8] y Milano et al. en [23]. Para abordar estos problemas relacionados con el control de sistemas de potencia de baja inercia, como por ejemplo lo son las microrredes, se han presentado algunas aproximaciones para obtener una estabilidad en frecuencia, por ejemplo Tamrakar et al. en [25]. De tal manera, aunque las microrredes tienen un conjunto de características que las hacen muy atractivas también poseen algunas características que representan un reto y requieren un estudio más profundo con el fin de realizar una transición hacia un sistema de generación son un enfoque más distribuido de una manera efectiva.

De esta manera, el uso de sistemas de múltiples microrredes surge como una propuesta viable para mitigar la incertidumbre en la generación debida a las fuentes de generación basadas en energías renovables y otros retos presentes en la operación individual de microrredes. El actual desarrollo tecnológico permite una mayor flexibilidad, un mejor manejo de los recursos de energía distribuidos y como resultado de operar múltiples microrredes de manera coordinada surgen algunas ventajas que no se observan en una operación individual [26] y [22]. Teniendo en cuenta que una de las características claves de las microrredes es la coordinación y el control de las fuentes de energía distribuida [27] se tiene por ejemplo que Rahbar et al. en [4] y Zou et al. en [28] afirman que permitir el intercambio de energía entre microrredes es una alternativa interesante frente a otras propuestas más tradicionales como sistemas de almacenamiento de energía. Además, este intercambio de energía entre distintas microrredes contribuye a disminuir las pérdidas de transmisión, ya que la distancia entre microrredes se esperaría que fuese significativamente inferior a la distancia entre la micro-

red y la red principal. Por lo cual la operación de múltiples microrredes también significaría para los consumidores un precio más bajo [27], [29]. Evidenciando que estos sistemas tienen características que los hacen bastante atractivos. Sin embargo, también poseen sus propios retos a solucionar, entre los cuales se encuentra el control de voltaje en la red.

El control de voltaje en un sistema de distribución con múltiples microrredes tiene como objetivo minimizar las variaciones del voltaje respecto a su valor nominal. Estas variaciones están altamente influenciadas por la alta penetración de energías renovables y pueden hacer que el sistema viole sus límites de operación y conlleva un deterioro en la calidad de potencia entregada [9], [30], [31], [32], [33]. Otra característica de los sistemas de múltiples microrredes que aumenta la dificultad de este problema es que en estos sistemas las líneas de transmisión no cumplen la suposición de ser principalmente inductivas y, por lo tanto, la influencia de la parte resistiva no puede ser despreciada [32], [34], [35]. Por lo anterior es claro que este problema es interesante y varias soluciones han sido propuestas para el mismo. El problema de control de voltaje puede abordarse desde un enfoque centralizado, sin embargo, esta propuesta de control tienen una serie de inconvenientes como lo son que posee un solo punto de falla (si el controlador central falla, todo el sistema deja de operar), es necesaria una gran potencia de cálculo, la arquitectura de comunicación no es flexible ni escalable, entre otros [35]. Debido a los inconvenientes expuestos, las estrategias de control distribuido han tenido un desarrollo importante. Por ejemplo, Guo et al. en [10] proponen un control de voltaje que lo restablece a sus valores nominales. Sin embargo, allí se supone que las líneas de transmisión son puramente inductivas, lo cual, como se comentó previamente, no es una suposición válida para sistemas de múltiples microrredes. Simpson-Porco et al. en [13] proponen una estrategia de control para microrredes aplicable a regulación de voltaje. Dicha metodología de control permite establecer una compensación entre regulación de voltaje y la distribución de potencia reactiva, ya que estos pueden verse como objetivos de control en conflicto. Sin embargo, allí nuevamente se supone la naturaleza inductiva de las líneas de transmisión. Schiffer et al. en [36] proponen un control de voltaje basado en un consenso distribuido, el cual garantiza una mejor distribución de la potencia reactiva que las aproximaciones basadas en regulación de voltaje. Sin embargo, nuevamente es supuesta la naturaleza inductiva de las líneas transmisión. También se han implementado técnicas que utilizan metodologías de optimización para realizar control, ya sea a nivel del inversor o de red en microrredes. Un ejemplo de ello es Model Predictive Control (MPC) del cual Hu et al. realizan una revisión de desarrollos relacionados con esta técnica en [21]. Los autores también resaltan que técnicas basadas en modelos predictivos tienen un gran potencial, especialmente en sistemas de múltiples microrredes y microrredes DC, sin embargo, es requerido un avance de dichas técnicas con respecto a la formulación y matemática asociada. Asimismo, en [37] Shan et al. proponen una metodología de control para una microrred basada totalmente en MPC y en la cual no se usa ningún lazo de control interno basado en algún controlador PID. Allí se muestra que esta metodología tiene una respuesta más suave y rápida que el

método tradicional cuando se comparte energía entre los inversores. Además, [38] afirman que la optimización de la operación de la microrred es importante porque permite buscar una manera eficiente en términos económicos de realizar esta tarea. Dou et al. en [5] proponen una estrategia de control cooperativa basada en MPC distribuido para el control de voltaje en un sistema de múltiples microrredes. Esta metodología logra regular rápidamente los voltajes y lo hace minimizando el costo de operación. En [35], Wu et al. proponen una estrategia de control cooperativo y distribuido de voltaje, el cual hace regulación de manera efectiva, distribuye de manera correcta la potencia reactiva y tiene en cuenta la parte resistiva de las líneas de transmisión. En [30], Guo et al. se propone un control de voltaje con dos escalas de tiempo basado en MPC. El control que actúa en la escala de tiempo más rápida coordina la inyección de potencia activa y reactiva para mantener el voltaje dentro de sus límites. La escala de tiempo más lenta está encargada de controlar el perfil que debe seguir el voltaje. En esta estrategia de control se usa el Método de Multiplicadores de Dirección Alternante (ADMM) para resolver el problema de MPC. Guo et al. en [34] un esquema de control centralizado para la coordinación de voltaje es propuesto. Allí se tiene en cuenta la inyección de potencia activa y reactiva. También se considera los elementos de almacenaje de energía (como lo pueden ser las baterías o los supercapacitores) así como su estado, ya sea de carga o descarga, para realizar un uso óptimo de estos elementos. El controlador propuesto mejora el desempeño en comparación al control de factor de potencia local (local power factor control (PFC)). Desde un enfoque distinto, pero que también usa ideas de optimización Martínez et al. en [39] plantea abordar el problema desde una perspectiva basada en teoría de juegos que permite abordar la relación de competencia entre las diferentes microrredes, ya que estas buscarán obtener su mayor beneficio y no necesariamente el mayor beneficio para el grupo o la comunidad. Como se puede observar, metodologías de control basadas en optimización han sido ampliamente usadas para abordar el problema de control de voltaje.

Las diversas propuestas de control de voltaje basadas en optimización pueden ser clasificadas en dos categorías principales: en la primera categoría, las metodologías en las cuales el problema de control de voltaje se plantea como un problema de flujo óptimo de potencia que puede lograr múltiples objetivos como corrección en desviación de voltaje y minimizar las pérdidas. En la segunda categoría se encuentran las metodologías en las que se utiliza una versión linearizada del problema de flujo de potencia óptimo alrededor del punto de operación que se encuentra mediante un método de sensibilidad. La segunda categoría es más susceptible a ser usada en métodos de control en tiempo real [30]. Cualquiera de los enfoques anteriores se puede solucionar mediante optimización centralizada o distribuida, cada una con sus fortalezas y debilidades como se mencionó anteriormente, sin embargo, aquí se profundizara en la versión distribuida. El problema de flujo óptimo de potencia desde un enfoque distribuido se puede resolver de muchas maneras, pero estas soluciones se pueden clasificar en cuatro categorías: métodos de descomposición dual (dual decomposition methods), descomposición de las condiciones de optimalidad (optimality conditions

decomposition (OCD)), métodos de descomposición de programación semidefinida dispersa (sparse semidefinite programming (SDP) decomposition methods) y métodos de descomposición “primal” (primal decomposition methods). Dentro de los métodos de descomposición primal se encuentra el enfoque de descomposiciones basadas en componentes, el cual puede verse como un problema de consenso que puede ser solucionado de una manera distribuida. Una técnica que permite solucionar el problema anterior es el método de dirección alternante de multiplicadores (Alternating Direction Method of Multipliers, ADMM) debido a que se puede aplicar de una manera bastante simple [40]. La metodología del ADMM se ha utilizado para solucionar problemas en el sistema eléctrico como lo es el control de voltaje [30], para problemas relacionados con flujo óptimo de potencia [40], [41], entre otros. Por lo anterior, ADMM tiene un alto potencial para abordar el problema de control de voltaje en un sistema de distribución con múltiples microrredes.

Finalmente, en [42], se publica un estudio sobre el efecto de la inclusión de fuentes de generación denominadas de baja inercia, clasificación donde se encuentran las microrredes, en el sistema eléctrico norteamericano. Allí se destaca la posibilidad de que en el futuro la generación eléctrica esté formada por muchos generadores más pequeños que los grandes generadores centralizados de la actualidad, es decir, un cambio de un sistema de generación centralizado a un sistema en el cual la generación distribuida tenga una mayor relevancia. Algunos puntos claves resaltados son: debido a la inclusión de estas nuevas fuentes de generación las dinámicas del sistema eléctrica se han tornado más rápidas lo que a su vez se refleja en la necesidad de controladores con respuestas más rápidas a las actuales con el fin de mantener una regulación adecuada en la frecuencia del sistema, este nuevo tipo de controladores se denominan controladores de frecuencia de respuesta rápida (FFR, por sus siglas en inglés). También se destaca que debido a que el sistema ahora está formado por fuentes de generación de baja inercia y las fuentes tradicionales y que su aporte en la generación puede variar a lo largo del día, del mismo modo, la inercia total del sistema puede variar en el tiempo. Este hecho plantea el reto de poder determinar el punto crítico en el cual el sistema puede responder adecuadamente a una contingencia teniendo en cuenta el porcentaje de aporte de cada uno de los tipos de fuente de generación, la capacidad de los controladores que se encuentran instalados, la energía que se encuentra almacenada entre otros aspectos. Por lo anterior, se evidencia que los problemas relacionados con la integración de múltiples microrredes a los sistemas de distribución, como lo es el problema de control voltaje, son un tema importante y en el cual se investiga activamente.

1.2. Objetivos

Objetivo General

Diseñar e implementar un algoritmo de optimización distribuido para el control de voltaje de múltiples microrredes en un sistema de distribución.

Objetivos Específicos

1. Modelar un sistema de distribución con la inclusión de microrredes acopladas y energías renovables para optimizar la operación.
2. Diseñar una estrategia de control de voltaje basada en un algoritmo de optimización distribuida para un sistema de múltiples microrredes conectadas a un sistema de distribución.
3. Implementar y validar a través de simulación hardware-in-the-loop (HIL) la estrategia de control de voltaje propuesta en un modelo de un sistema de distribución con múltiples microrredes.

1.3. Productos y reconocimientos

A continuación se listan los productos realizados y reconocimientos obtenidos durante el desarrollo de la presente tesis.

Artículos

A continuación se listan los artículos desarrollados durante este trabajo de tesis:

Primer autor

J. A. Rodríguez-Gil, M. F. Arevalo-Castiblanco, D. Tellez-Castro, and E. Mojica-Nava, “Network Synchronization with Active Leader Using MPC-MHE,” in *2023 IEEE 6th Colombian Conference on Automatic Control (CCAC)*, 2023, (por publicar)

J. A. Rodríguez-Gil, M. F. Arevalo-Castiblanco, D. Tellez-Castro, and E. Mojica-Nava, “A Distributed Iterative LQR Approach for a Cart-Pole Network Synchronization,” in *2021 IEEE 5th Colombian Conference on Automatic Control (CCAC)*, 2021, pp. 151-156

J. A. Rodríguez-Gil, E. Mojica-Nava, D. Vargas-Medina, M. F. Arevalo-Castiblanco, C. A. Cortes, S. Rivera, and J. Cortes-Romero, “Energy Management System in Networked Microgrids: An Overview,” *Energy Systems*, (en revisión)

Coautor

V. Toro, J. A. Rodríguez-Gil, and E. Mojica-Nava, “Voltage Regulation for Microgrids Based on a Data-Driven Predictor” in *Applied Computer Sciences in Engineering*, J. C. Figueroa-García, G. Hernández, J. L. Villa Ramirez, and E. E. Gaona García, Eds. Cham: Springer Nature Switzerland, 2023, pp. 240-250

Presentaciones y ponencias

A continuación se listan las presentaciones y ponencias desarrolladas durante este trabajo de tesis:

Presentación de artículo de conferencia, “Network Synchronization with Active Leader Using MPC-MHE,” 2023 IEEE 6th Colombian Conference on Automatic Control (CCAC), 2023.

Presentación de poster, “Distributed Optimization for Networked Microgrids Applying the Alternating Direction Method of Multipliers,” IEEE Encuentro en Tecnología e Innovación - ETI 2022, 2022.

Presentación de artículo de conferencia, “A Distributed Iterative LQR Approach for a Cart-Pole Network Synchronization,” 2021 IEEE 5th Colombian Conference on Automatic Control (CCAC), 2021.

Reconocimientos

A continuación se listan los reconocimientos recibidos durante este trabajo de tesis:

IEEE Control Systems Society Colombian Chapter Best Student Paper Award - 1st Place, 6th IEEE Colombian Conference on Automatic Control, Octubre 17-20, 2023 Popayán, Colombia. Por el artículo titulado “*Network Synchronization with Active Leader Using MPC-MHE*”.

1.4. Financiación

Agradezco al apoyo recibido por parte de la Universidad Nacional de Colombia y el Ministerio de Ciencias, Tecnología e Innovación con el proyecto “Programa de Investigación en Tecnologías Emergentes para Microrredes Eléctricas Inteligentes con Alta Penetración de Energías Renovables” mediante el contrato 80740-542-2020.

2 Preliminares

En ese capítulo se describen los conceptos básicos necesarios para la posterior formulación del problema. Primero, se muestran de manera general algunas definiciones relacionadas con la teoría de grafos. A continuación, se introduce de manera general el tema de optimización. En esta sección se presentan algunos métodos de optimización relacionados con el enfoque propuesto en este trabajo. Especialmente, con el Método de Multiplicadores de Direcciones Alternantes (ADMM). Finalmente, conceptos básicos de sistemas lineales en tiempo discreto se presentan para así estudiar las ideas clave de Control Predictivo Basado en Modelo (MPC).

2.1. Teoría de grafos

En la actualidad, dadas las capacidades tecnológicas que llegan a poseer los dispositivos electrónicos (en términos de potencia de cálculo disponible, comunicaciones, sensores y actuadores), han surgido sistemas de gran escala que a su vez están compuestos de subsistemas (también llamados agentes o nodos) que cuentan con los recursos necesarios para tomar decisiones de control por sí mismos. Algunos ejemplos de sistemas de gran escala son sistemas de vehículos autónomos, sistemas de generación eléctrica inteligentes y redes cooperativas de robots [43, 44]. Dada la naturaleza discreta que pueden llegar a poseer los agentes que componen un sistema específico, se debe realizar una abstracción de cómo están interconectados e interactúan entre ellos.

Una manera de realizar esta abstracción es mediante la teoría de grafos. Los grafos nos permiten modelar de una manera matemática como se ven influenciadas las dinámicas de un agente específico debido a su interacción con los demás, ya sea mediante un enlace físico o de comunicaciones. Además, el análisis del grafo asociado a un sistema nos puede permitir obtener características sobre el mismo, como puede ser, si existe o no un agente desconectado. La teoría de grafos se ha usado en una amplia variedad de aplicaciones. Por ejemplo, Morbidi en [45] usa funciones aplicadas al Laplaciano en grafos no dirigidos tal que sus propiedades algebraicas se mantienen (tales como ser una matriz semidefinida positiva, que la suma de sus

filas sea 0 y que contenga valores no positivos en los elementos fuera de la diagonal). Luego, usaron esta familia de funciones para modificar el protocolo de consenso clásico en tiempo continuo y mostraron que eligiendo un conjunto de parámetros de sintonización escalares de manera adecuada podían aumentar la velocidad de convergencia del sistema.

De manera formal, un grafo de N nodos es definido de la siguiente manera, $\mathcal{G} := (\mathcal{V}, \mathcal{E})$, donde él $\mathcal{V} := \{v_1, v_2, \dots, v_N\}$ es el conjunto de nodos (subsistemas o agentes). El conjunto \mathcal{E} define los enlaces entre nodos. Un enlace $e_{ij} > 0$ indica una interconexión entre el nodo v_i y el nodo v_j . En caso de que no existe dicha interconexión se tiene que $e_{ij} = 0$. Un enlace puede representar una restricción física del sistema (e.g., una tubería o una línea de transmisión) entre diferentes nodos o una ciberfísica (e.g., impuesta a través de comunicaciones). Un enlace puede representar una relación en una sola dirección o bidireccional entre los nodos implicados. Dependiendo el caso se puede afirmar que el grafo es dirigido o no dirigido respectivamente. A continuación se presentan algunas definiciones sobre grafos

Matriz de grado: La matriz de grado $D(\mathcal{G})$ es una matriz diagonal la cual contiene el grado (número de conexiones) de cada nodo en grafos no dirigidos. En el caso de grafos dirigidos se puede tener una matriz de grado en entrada (número de conexiones de entrada al nodo) y una matriz de grado de salida (número de conexiones de salida del nodo). En forma general se puede definir

$$D(\mathcal{G}) := \begin{bmatrix} d(v_1) & 0 & \dots & 0 \\ 0 & d(v_2) & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & d(v_N) \end{bmatrix},$$

donde $d(v_i)$ se refiere al grado del nodo i . Note que $D(\mathcal{G}) \in \mathbb{R}^{N \times N}$.

Matriz de adyacencia: La matriz de adyacencia $Ad(\mathcal{G})$ es una matriz de $N \times N$ que se define de la siguiente manera

$$Ad_{ij}(\mathcal{G}) := \begin{cases} 1 & \text{si } e_{ij} \neq 0, \\ 0 & \text{de otra manera.} \end{cases}$$

Matriz laplaciana: La matriz laplaciana $L(\mathcal{G})$ de un grafo no dirigido se forma de la siguiente manera

$$L(\mathcal{G}) = D(\mathcal{G}) - Ad(\mathcal{G}).$$

Al revisar las propiedades espectrales de esta matriz es posible obtener información sobre el grafo (e.g., conectividad o velocidad de convergencia). Entre las características espectrales de esta matriz se tiene que $\lambda_1 = 0$ y a partir de λ_2 se puede evaluar el grado de conectividad de \mathcal{G} [46].

2.2. Optimización

La idea básica en un problema de optimización es realizar la mejor elección posible entre un conjunto de posibilidades [47]. Este conjunto de posibilidades puede estar limitado por ciertas restricciones o límites impuestos debido a la cantidad de recursos disponibles. Dependiendo de como se formule el problema de optimización se puede buscar minimizar un costo o maximizar una utilidad. En este trabajo se considera, sin pérdida de generalidad, problemas de minimización. Por lo tanto, tenga en cuenta la siguiente estructura general

$$\begin{aligned} \min_x \quad & J(x) \\ \text{sujeto a} \quad & f_l(x) \leq r_l, \quad l = 1, \dots, M. \end{aligned} \tag{2-1}$$

Donde $x \in \mathbb{R}^n$ son las variables de decisión, $J(x) : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ es la función de costo, las funciones $f_l(x) : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ definen el conjunto de restricciones y los escalares r_l definen los límites de estas restricciones. Generalmente un problema de optimización puede considerar $M \in \mathbb{Z}$ restricciones. No obstante, también puede darse el caso en el que el un problema de optimización no este sujeto a restricciones. En este caso sería un problema de optimización sin restricciones. La manera de encontrar la solución para un problema de optimización puede variar dependiendo de si tienen o no restricciones, sin embargo, aquí se toma como base el problema de optimización con restricciones.

A continuación se define que x^* es una posible solución para (2-1), si $J(x^*) = J^*$, donde J^* es el valor mínimo de la función en el conjunto factible de soluciones. Note que dependiendo las características de $J(x)$, puede que x^* sea único, que existan múltiples valores que cumplan con el criterio anterior ó que no exista. Existen diferentes maneras de encontrar x^* , en caso de existir, que varían en la eficiencia del uso de los recursos de calculo debido a que algunos de ellos pueden explotar algunas características determinadas de algún tipo de problema específico. Entre las diversas alternativas que existen para abordar (2-1) se encuentran, por nombrar unos pocos, métodos basados en gradientes, el método de Newton, métodos de barrera, métodos de punto interior y métodos basados en el Lagrangiano.

No obstante, este trabajo se enfoca en métodos basados en el Lagrangiano. Uno de las características más interesantes del Lagrangiano es que permite pasar de un problema con restricciones a un problema sin restricciones. Esto representa una gran ventaja debido a que permite aplicar una amplia gama de métodos clásicos como pueden ser los de gradiente. No obstante, en esta tesis se busca trabajar metodologías que se puedan aplicar de manera distribuida. Por lo cual, a continuación, se realiza una revisión general del método de Dual Ascent y ADMM debido a que estos dos métodos son la base de la metodología de control que se presentan en los siguientes capítulos.

2.2.1. Método de Dual Ascent

Primero se presenta de forma general el método Dual Ascent, el cual es un predecesor del ADMM. Por lo cual se parte de un problema de optimización que cumple con la siguiente forma general, tal como se plantea en [1]

$$\begin{aligned} \min_x \quad & J(x), \\ \text{sujeto a} \quad & Ax = c, \end{aligned} \tag{2-2}$$

donde $x \in \mathbb{R}^n$, $A \in \mathbb{R}^{M \times n}$, $c \in \mathbb{R}^M$ y $J : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ con J siendo una función convexa. Dado que (2-2) es un problema de optimización con restricciones, se usa la función de Lagrange de tal manera que se obtiene

$$\mathcal{L}(x, \lambda) = f(x) + \lambda^\top (c - Ax),$$

donde $\lambda \in \mathbb{R}^M$ son los multiplicadores de Lagrange. Por lo tanto, el problema dual al anterior se puede definir de la siguiente manera

$$g(\lambda) = \inf_x \mathcal{L}(x, \lambda) = -J^* \left(-A^\top \lambda \right) - c^\top \lambda,$$

tal que, J^* es el conjugado convexo de J . Por lo tanto, el problema dual asociado es

$$\max_\lambda g(\lambda). \tag{2-3}$$

Suponiendo una dualidad fuerte para el problema a solucionar, se tiene que el valor óptimo para el problema primal y para el problema dual es el mismo. De este modo se cumple que

$$x^* = \arg \min_x \mathcal{L}(x, \lambda^*),$$

donde x^* y λ^* son los puntos óptimos para las variables primales y duales respectivamente. Así mismo, $\mathcal{L}(x^*, \lambda^*)$ es el valor mínimo para la función de Lagrange. Usando el método de dual ascent, el problema (2-3) se solucionado usando gradiente ascendente. Por lo tanto, el siguiente proceso iterativo es propuesto

Algoritmo 2-1: Método dual ascent basado en [1] para solución de problemas centralizados.

Require: $\lambda^0 \in \mathbb{R}^M$, $\alpha^0 > 0$

- 1: **while** ϵ no es satisfecho **do**
 - 2: $x^{k+1} = \arg \min_x \mathcal{L}(x, \lambda^k)$
 - 3: $\lambda^{k+1} = \lambda^k + \alpha^k (c - Ax^{k+1})$
 - 4: **end while**
-

donde $a^k > 0$ es el step size, el valor puede variar en función de la iteración k o permanecer constante. Adicionalmente se requiere un criterio de parada ϵ que puede ser elegido de diferentes maneras. En este trabajo se sugiere usar $\epsilon := \|c - Ax^k\| \leq 1 \cdot 10^{-3}$.

2.2.2. Método de Multiplicadores de Direcciones Alternantes

El ADMM es un método que tiene como característica principal su aplicabilidad para resolver problemas de optimización de gran escala convexos [1]. Para poder utilizar esta metodología es necesario que el problema a estudiar posea la siguiente forma general

$$\begin{aligned} \min_{x, z} \quad & J(x) + g(z), \\ \text{sujeto a} \quad & Ax + Bz = c, \end{aligned} \tag{2-4}$$

donde $x \in \mathbb{R}^n$, $z \in \mathbb{R}^m$, $c \in \mathbb{R}^M$, $A \in \mathbb{R}^{M \times n}$ y $B \in \mathbb{R}^{M \times m}$. Las funciones $J : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ y $g : \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}$ son cerradas y convexas. Dado que el problema anterior considera un conjunto de restricciones, se puede plantear la siguiente función de Lagrange relacionada con el problema (2-4). Al llevar a cabo este cambio se pasa de un problema de optimización con restricciones a un problema de optimización sin restricciones,

$$\mathcal{L}(x, z, \lambda) = J(x) + g(z) + \lambda^\top (c - Ax - Bz),$$

en donde que $\lambda \in \mathbb{R}^M$ son los multiplicadores de Lagrange. De manera similar, se puede plantear la siguiente función de Lagrange aumentada

$$\mathcal{L}_\rho(x, z, \lambda) = f(x) + g(z) + \lambda^\top (c - Ax - Bz) + \frac{\rho}{2} \|c - Ax - Bz\|^2, \tag{2-5}$$

donde $\rho \in \mathbb{R}$ y $\rho > 0$. Al usar la metodología de ADMM se puede plantear la siguiente solución iterativa para (2-4), usando el problema sin restricciones (2-5). A continuación se presenta en forma de algoritmo los pasos propuestos

Algoritmo 2-2: ADMM basado en [2] para solución de problemas centralizados.

Require: $z^0 \in \mathbb{R}^m$, $\lambda^0 \in \mathbb{R}^M$, $\rho > 0$

- 1: **while** ϵ no es satisfecho **do**
 - 2: $x^{k+1} = \arg \min_x \mathcal{L}_\rho(x, z^k, \lambda^k)$,
 - 3: $z^{k+1} = \arg \min_z \mathcal{L}_\rho(x^{k+1}, z, \lambda^k)$,
 - 4: $\lambda^{k+1} = \lambda^k + \rho(c - Ax^{k+1} - Bz^{k+1})$,
 - 5: **end while**
-

donde ϵ es el criterio de parada seleccionado. A lo largo de este trabajo, el criterio de parada seleccionado es $\epsilon := \|c - Ax - Bz\| \leq 1 \cdot 10^{-3}$ y el valor de ϵ está relacionado con los residuos del problema primal. Note que para iniciar el algoritmo no es necesario tener un valor inicial para el conjunto de variables x , es decir, no se necesita conocer x^0 . Además, se resalta que el **Algoritmo 2-2** minimiza respecto a las variables x, z pero maximiza respecto

al conjunto de variables duales λ , es decir, se maximiza respecto al problema dual de la misma manera que lo hace el método de Dual Ascent, sección 2.2.1.

El método de ADMM se puede aplicar a un amplio rango de problemas siempre que cumplan o se pueda llevar a la estructura definida por (2-4) y las condiciones para las funciones J y g . Sin embargo, en este trabajo se hace especial énfasis en los problemas de programación cuadrática.

2.2.2.1. Método de Multiplicadores de Direcciones Alternantes aplicado a problema de programación cuadrática

Considere el siguiente problema de Programación Cuadrática (QP, por sus siglas en inglés)

$$\begin{aligned} \min_x \quad & \frac{1}{2}x^\top Hx + h^\top x + w \\ \text{sujeto a} \quad & Ax \leq c, \end{aligned} \tag{2-6}$$

donde $x \in \mathbb{R}^n$ son las variables de decisión, $A \in \mathbb{R}^{M \times n}$, $c \in \mathbb{R}^M$, $h \in \mathbb{R}^n$ y $H \in \mathbb{R}^{n \times n}$ es simétrica positiva definida. El término w es una constante el cual no tendrá impacto directo en el problema de optimización, ya que en general estamos más interesados en encontrar el argumento que minimiza la función anterior que el valor de la función en ese punto, por lo cual en los siguientes planteamientos se desprecia. Es necesario que el problema (2-6) tenga la estructura definida por (2-4), para conseguirlo se introduce un nuevo conjunto de variables $z \in \mathbb{R}^M$ tal que el problema se puede reescribir de la siguiente manera

$$\begin{aligned} \min_{x,z} \quad & \frac{1}{2}x^\top Hx + h^\top x + g(z) \\ \text{sujeto a} \quad & Ax - z = 0, \end{aligned} \tag{2-7}$$

donde $g(z)$ es una función indicadora

$$g(z) = \begin{cases} 0 & z \leq c \\ \infty & \text{de otra manera} \end{cases}$$

de este modo se consigue que (2-7) siga la forma de (2-4) tal que

$$J(x) = \frac{1}{2}x^\top Hx + h^\top x.$$

Realizando esta modificación es posible solucionar (2-7) usando el siguiente procedimiento

Algoritmo 2-3: ADMM para solucionar problemas QP basado en [2].

Require: $z^0, \lambda^0 \in \mathbb{R}^M, \rho > 0$

- 1: **while** ϵ no es satisfecho **do**
 - 2: $x^{k+1} = (H + \rho A^\top A)^{-1} (A^\top (\lambda^k + \rho z^k) - h)$
 - 3: $z^{k+1} = \min \left(Ax^{k+1} - \frac{\lambda^k}{\rho}, c \right)$
 - 4: $\lambda^{k+1} = \lambda^k + \rho (z^{k+1} - Ax^{k+1})$
 - 5: **end while**
-

para este caso se define el siguiente criterio de parada $\epsilon := \|z - Ax\| \leq 1 \cdot 10^{-3}$ y $\rho = 0,99$.

2.2.2.2. Ejemplo problema de programación cuadrática

El siguiente ejemplo es tomado de [48]. Se desea encontrar el óptimo del siguiente problema de optimización,

$$\begin{aligned} \min_{x_1, x_2} \quad & \frac{1}{2} \begin{bmatrix} x_1 & x_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -2 & -6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \\ \text{sujeto a} \quad & x_1 + x_2 \leq 2, \\ & -x_1 + 2x_2 \leq 2, \\ & 2x_1 + x_2 \leq 3, \end{aligned}$$

se sabe que

$$x^* = \begin{bmatrix} 0,6667 & 1,3333 \end{bmatrix}^\top, z^* = \begin{bmatrix} 2,0 & 2,0 & 2,6667 \end{bmatrix}^\top, \lambda^* = \begin{bmatrix} -3,1111 & -0,4444 & 0 \end{bmatrix}^\top.$$

Aplicando el **Algoritmo 2-3** se obtiene la solución del anterior problema. Con el fin de observar la convergencia al punto de solución se grafica la norma de la función de Lagrange asociada y la del residuo. A partir de la **Figura 2-1** se puede ver que en los primeros pasos se reduce rápidamente el valor de la función de Lagrange, sin embargo, la solución no se encuentra en la zona factible (dado que la norma de los residuos es mayor a ϵ). Luego la solución se va acercando a la zona factible, pero a su vez aumenta de manera momentánea el valor de la función de Lagrange ($4 < k \leq 16$). Finalmente, la solución entra a la zona factible y tanto el valor de los residuos como el valor de la función de Lagrange se reducen siguiendo un comportamiento similar ($k > 16$). Para realizar la gráfica anterior no se ha usado el criterio de parada, sino que se fijó el número de iteraciones a 60. Sin embargo, al examinar la **Figura 2-2** se puede notar que el criterio de parada se cumple cuando $k = 37$.

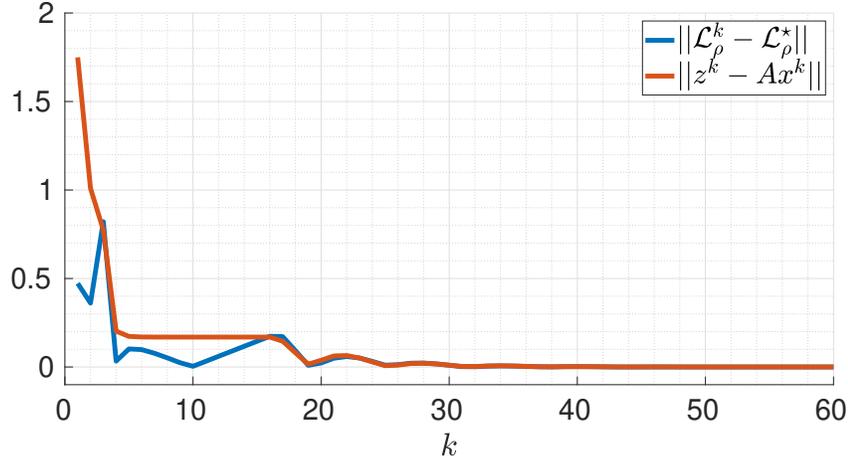


Figura 2-1: Valor de los residuos y de la función de Lagrange usando ADMM para solucionar el problema de programación cuadrática de forma centralizada.

2.2.2.3. Forma escalada de la función de Lagrange

Adicionalmente, existe una forma adicional en la que se puede presentar la función de Lagrange aumentada y que es útil de conocer en ciertos casos. La modificación realizada se basa en combinar los términos cuadráticos y lineal que se encuentran en (2-5) y escalar el conjunto de variables duales como se plantea en [1]. Primero se define los residuos como

$$r = c - Ax - Bz,$$

de manera que el término cuadrático y lineal se transforman de la siguiente manera

$$\lambda^\top (c - Ax - Bz) + \frac{\rho}{2} \|c - Ax - Bz\|^2 = \lambda^\top r + \frac{\rho}{2} \|r\|^2,$$

de donde se puede comenzar a deducir la siguiente relación

$$\begin{aligned} \lambda^\top r + \frac{\rho}{2} \|r\|^2 &= \lambda^\top r + \frac{\rho}{2} r^\top r, \\ &= \frac{\rho}{2} \left(r^\top r + 2r^\top \frac{1}{\rho} \lambda + \frac{1}{\rho^2} \lambda^\top \lambda \right) - \frac{\tau}{2} \frac{1}{\rho^2} \lambda^\top \lambda, \\ &= \frac{\rho}{2} \left\| r + \frac{1}{\rho} \lambda \right\|^2 - \frac{\tau}{2} \frac{1}{\rho^2} \|\lambda\|^2, \end{aligned}$$

ahora, considere que la variable dual se escala de la siguiente manera

$$v := \frac{1}{\rho} \lambda,$$

tal que se puede obtener la siguiente relación

$$\lambda^\top r + \frac{\rho}{2} \|r\|^2 = \frac{\rho}{2} \|r + v\|^2 - \frac{\rho}{2} \|v\|^2.$$

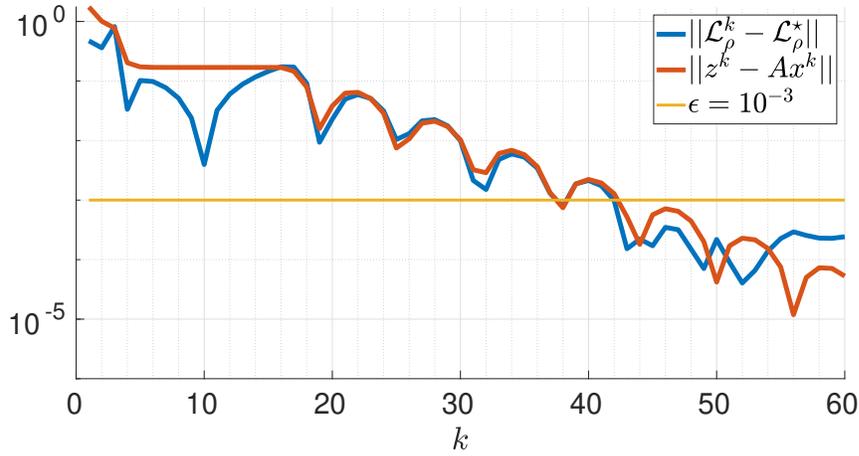


Figura 2-2: Valor de los residuos y de la función de Lagrange usando ADMM para solucionar el problema de programación cuadrática de forma centralizada en escala logarítmica.

Finalmente, la función de Lagrange aumentada usando la versión escalada del conjunto de variables duales se escribe de la siguiente manera

$$\mathcal{L}_\rho(x, z, v) = f(x) + g(z) + \frac{\rho}{2}\|c - Ax - Bz + v\|^2 + \frac{\rho}{2}\|v\|^2. \quad (2-8)$$

De manera similar a cómo se planteó anteriormente, la solución para el problema (2-8) se puede encontrar de manera iterativa usando

Algoritmo 2-4: ADMM usando la función de Lagrange aumentada con el conjunto de variables duales escaladas para solución de problemas centralizados.

Require: $z^0 \in \mathbb{R}^m$, $v^0 \in \mathbb{R}^M$, $\rho > 0$

1: **while** ϵ no es satisfecho **do**

2: $x^{k+1} = \arg \min_x \mathcal{L}_\rho(x, z^k, v^k)$

3: $z^{k+1} = \arg \min_z \mathcal{L}_\rho(x^{k+1}, z, v^k)$

4: $v^{k+1} = v^k + c - Ax^{k+1} - Bz^{k+1}$

5: **end while**

Una de las ventajas que presenta el usar la forma escalada es que al calcular los mínimos respecto a x y z solo dos términos de (2-8) son necesarios. Mientras que al usar (2-5), el cálculo de los mínimos involucran 3 términos. Sin embargo, al usar la forma escalada se puede perder la interpretación que se le puede dar al conjunto de variables duales.

2.3. Sistemas dinámicos discretos

Dado que la mayoría de los controladores se implementan usando sistemas que utilizan electrónica digital en los cuales se maneja el tiempo de manera discreta, es natural que su análisis y diseño se haga tomando esto en cuenta. Asimismo, la disponibilidad de los datos provenientes de los sensores no es de naturaleza continua. Al contrario, los datos son tomados siguiendo un tiempo de muestreo e incluso estos tiempos pueden verse afectados por las latencias de los sistemas de comunicaciones. Con base en lo anterior, a continuación se presentan los modelos matemáticos con los cuales se pueden representar este tipo de sistemas.

Partiendo con las definiciones que aparecen en [49], se define que un sistema discreto muestra la relación entre las entradas y salidas. Adicionalmente, sea el estado de un sistema la representación de su estructura interna. En general, un sistema discreto se puede representar de la siguiente manera

$$\mathbf{x}^{t+1} = D(\mathbf{x}^t, \mathbf{u}^t),$$

donde $\mathbf{x}^t \in \mathbb{R}^x$ es el estado del sistema en el tiempo de muestreo $t \in \mathbb{Z}$. A su vez, $\mathbf{u}^t \in \mathbb{R}^u$ representa la acción de control aplicada al sistema en el tiempo t y D define el mapeo al estado futuro. De forma general, la salida de un sistema se puede expresar de la siguiente manera

$$\mathbf{y}^t = O(\mathbf{x}^t, \mathbf{u}^t),$$

en donde $\mathbf{y}^t \in \mathbb{R}^y$ es la salida del sistema y O define el mapeo entre el estado y acción de control actual a la correspondiente salida. Dependiendo de las características de D y O se pueden analizar algunas cualidades del sistema como puede ser su estabilidad. Para una mirada más profunda sobre sistemas dinámicos discretos, se recomienda revisar algunas de las siguientes referencias [49, 50].

2.4. Control Predictivo Basado en Modelo

Entre las diferentes estrategias de control existentes, el Control Predictivo Basado en Modelo (MPC, por sus siglas en inglés) es una estrategia de control bastante interesante. Entre sus características se encuentran que puede manejar directamente restricciones de

estados y energía. En general, el problema de MPC se puede plantear de la siguiente manera

$$\begin{aligned} & \min_{\mathbf{x}^{t+1}, \mathbf{u}^t} J(\mathbf{x}^{t+1}, \mathbf{u}^t), \\ \text{sujeto a } & \mathbf{x}^{t+1} = D(\mathbf{x}^t, \mathbf{u}^t), \\ & \mathbf{x}^t = \mathbf{x}(t), \\ & f_l(\mathbf{x}^t, \mathbf{u}^t) \leq 0, \quad l = 1, \dots, M \end{aligned} \quad (2-9)$$

en donde \mathbf{u}^t es la trayectoria de la señal de control sobre un horizonte de T pasos, es decir, $\mathbf{u}^t = \left[\mathbf{u}^{t\top} \quad \mathbf{u}^{t+1\top} \quad \mathbf{u}^{t+2\top} \quad \dots \quad \mathbf{u}^{t+T-1\top} \right]^\top$ ¹. De la misma manera, \mathbf{x}^{t+1} sería la trayectoria que se obtiene al aplicar \mathbf{u}^t y partir de \mathbf{x}^{t+1} , es decir $\mathbf{x}^{t+1} := \left[\mathbf{x}^{t+1\top} \quad \mathbf{x}^{t+2\top} \quad \mathbf{x}^{t+3\top} \quad \dots \quad \mathbf{x}^{t+T\top} \right]^\top$. El superíndice t hace referencia a la iteración correspondiente del sistema dinámico. Se tiene que el sistema dinámico está sujeto a una condición inicial $\mathbf{x}(t)$. La función $D(\cdot)$ describe la dinámica a la que está sujeta la evolución de los estados del sistema. Adicionalmente, se consideran un conjunto de M restricciones de igualdad o desigualdad f_l . No necesariamente deben existir ambos conjuntos, en algunos problemas pueden existir solo uno de ellos o inclusive puede que ninguno esté presente. Sin embargo, se puede usar el planteamiento anterior sin perder generalidad.

Al usar el planteamiento de MPC en cada iteración t se tiene un problema de optimización de la forma (2-9) y se obtiene una solución que contienen las señales de control desde t hasta $t + T - 1$. Sin embargo, solo se aplica la señal de control que se relaciona al tiempo t , es decir,

$$\mathbf{u}^t = \Phi(\mathbf{u}^t) = \mathbf{u}^t(1), \quad (2-10)$$

donde $\mathbf{u}^t(1)$ es el elemento que representa la acción de control correspondiente al tiempo t del vector \mathbf{u}^t .

2.4.1. Problema de regulación

Considere el siguiente problema de control

$$\begin{aligned} & \min_{\mathbf{x}^{t+1}, \mathbf{u}^t} J(\mathbf{x}^{t+1}, \mathbf{u}^t) \\ \text{sujeto a } & \mathbf{x}^{t+1} = D(\mathbf{x}^t, \mathbf{u}^t), \\ & \mathbf{x}^l \in \mathbb{X}, \quad l = t + 1, t + 2, \dots, t + T. \\ & \mathbf{u}^p \in \mathbb{U}, \quad p = t, t + 1, \dots, t + T - 1. \\ & \mathbf{x}^t = \mathbf{x}(t), \end{aligned} \quad (2-11)$$

¹Sea $\mathbf{u}^{t\top} := (\mathbf{u}^t)^\top$.

donde \mathbb{X} describe el conjunto factible de estados del sistema dinámico. Asimismo, \mathbb{U} representa el conjunto al cual debe pertenecer la señal de control \mathbf{u}^t . Como se observa a continuación, se plantea un problema de regulación mediante una función cuadrática. Sea

$$J(\mathbf{x}^{t+1}, \mathbf{u}^t) = \frac{1}{2} \left(\sum_{s=t+1}^{t+T-1} (\mathbf{x}^{s\top} \mathbf{Q} \mathbf{x}^s) + \mathbf{x}^{t+T\top} \mathbf{Q}_f \mathbf{x}^{t+T} + \sum_{p=t}^{t+T-1} (\mathbf{u}^{p\top} \mathbf{R} \mathbf{u}^p) \right),$$

reorganizando la función de costo del problema se obtiene que

$$J(\mathbf{x}^{t+1}, \mathbf{u}^t) = \frac{1}{2} \left(\mathbf{x}^{t+1\top} \mathbf{Q} \mathbf{x}^{t+1} + \mathbf{u}^{t\top} \mathbf{R} \mathbf{u}^t \right), \quad (2-12)$$

donde $\mathbf{Q} = \text{diag}(Q, Q, \dots, Q, Q_f) \in \mathbb{R}^{T_x \times T_x}$ y $\mathbf{R} = \text{diag}(R, R, \dots, R) \in \mathbb{R}^{T_u \times T_u}$. A continuación se incluye la restricción de la condición inicial y la dinámica del sistema, $\mathbf{D}(\mathbf{x}^t, \mathbf{u}^t)$ que representa un sistema lineal en tiempo discreto, en la función de costo. Considere la siguiente definición para $\mathbf{D}(\mathbf{x}^t, \mathbf{u}^t)$

$$\mathbf{x}^{t+1} = \mathcal{A} \mathbf{x}^t + \mathcal{B} \mathbf{u}^t,$$

en el cual se considera que el sistema no es afectado por perturbaciones externas y que está perfectamente modelado. Se tiene que la evolución de los estados puede ser obtenida de la siguiente forma

$$\begin{aligned} \mathbf{x}^{t+1} &= \mathcal{A} \mathbf{x}^t + \mathcal{B} \mathbf{u}^t, \\ \mathbf{x}^{t+2} &= \mathcal{A}^2 \mathbf{x}^t + \mathcal{A} \mathcal{B} \mathbf{u}^t + \mathcal{B} \mathbf{u}^{t+1}, \\ \mathbf{x}^{t+3} &= \mathcal{A}^3 \mathbf{x}^t + \mathcal{A}^2 \mathcal{B} \mathbf{u}^t + \mathcal{A} \mathcal{B} \mathbf{u}^{t+1} + \mathcal{B} \mathbf{u}^{t+2}, \\ &\vdots \\ \mathbf{x}^{t+T} &= \mathcal{A}^T \mathbf{x}^t + \mathcal{A}^{T-1} \mathcal{B} \mathbf{u}^t + \mathcal{A}^{T-2} \mathcal{B} \mathbf{u}^{t+1} + \dots + \mathcal{B} \mathbf{u}^{t+T-1}, \end{aligned}$$

si se quiere expresar en forma de matricial se obtiene

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{x}^{t+1} \\ \mathbf{x}^{t+2} \\ \mathbf{x}^{t+3} \\ \vdots \\ \mathbf{x}^{t+T} \end{bmatrix}}_{\mathbf{x}^{t+1}} = \underbrace{\begin{bmatrix} \mathcal{A} \\ \mathcal{A}^2 \\ \mathcal{A}^3 \\ \vdots \\ \mathcal{A}^T \end{bmatrix}}_{\mathcal{M}_x} \mathbf{x}^t + \underbrace{\begin{bmatrix} \mathcal{B} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \mathcal{A}\mathcal{B} & \mathcal{B} & 0 & \dots & 0 \\ \mathcal{A}^2\mathcal{B} & \mathcal{A}\mathcal{B} & \mathcal{B} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathcal{A}^{T-1}\mathcal{B} & \mathcal{A}^{T-2}\mathcal{B} & \mathcal{A}^{T-3}\mathcal{B} & \dots & \mathcal{B} \end{bmatrix}}_{\mathcal{M}_u} \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{u}^t \\ \mathbf{u}^{t+1} \\ \mathbf{u}^{t+2} \\ \vdots \\ \mathbf{u}^{t+T-1} \end{bmatrix}}_{\mathbf{u}^t}$$

y escribiendo la expresión anterior de forma compacta se obtiene

$$\mathbf{x}^{t+1} = \mathcal{M}_x \mathbf{x}^t + \mathcal{M}_u \mathbf{u}^t. \quad (2-13)$$

Note que la trayectoria resultante al aplicar \mathbf{u}^t depende la condición inicial \mathbf{x}^t . Al combinar (2-12) y (2-13) se obtiene que la función de costo se puede reescribir como

$$\begin{aligned} J_{\mathbf{x}^t}(\mathbf{u}^t) &= \frac{1}{2} \left((\mathcal{M}_x \mathbf{x}^t + \mathcal{M}_u \mathbf{u}^t)^\top \mathcal{Q} (\mathcal{M}_x \mathbf{x}^t + \mathcal{M}_u \mathbf{u}^t) + \mathbf{u}^{t\top} \mathcal{R} \mathbf{u}^t \right), \\ &= \frac{1}{2} \left((\mathcal{M}_x \mathbf{x}^t)^\top \mathcal{Q} \mathcal{M}_x \mathbf{x}^t + (\mathcal{M}_x \mathbf{x}^t)^\top \mathcal{Q} \mathcal{M}_u \mathbf{u}^t + (\mathcal{M}_u \mathbf{u}^t)^\top \mathcal{Q} \mathcal{M}_x \mathbf{x}^t \right. \\ &\quad \left. + (\mathcal{M}_u \mathbf{u}^t)^\top \mathcal{Q} \mathcal{M}_u \mathbf{u}^t + \mathbf{u}^{t\top} \mathcal{R} \mathbf{u}^t \right), \end{aligned}$$

donde la función de costo J tiene como parámetro el estado actual \mathbf{x}^t y variables de decisión a \mathbf{u}^t (que a su vez corresponden a las futuras acciones de control). Asimismo, agrupando por factores

$$J_{\mathbf{x}^t}(\mathbf{u}^t) = \frac{1}{2} \left(\mathbf{u}^{t\top} \left(\mathcal{M}_u^\top \mathcal{Q} \mathcal{M}_u + \mathcal{R} \right) \mathbf{u}^t + 2 (\mathcal{M}_x \mathbf{x}^t)^\top \mathcal{Q} \mathcal{M}_u \mathbf{u}^t + (\mathcal{M}_x \mathbf{x}^t)^\top \mathcal{Q} \mathcal{M}_x \mathbf{x}^t \right),$$

de donde se puede observar que la ecuación anterior sigue la estructura de (2-6). Donde

$$\begin{aligned} H &= \mathcal{M}_u^\top \mathcal{Q} \mathcal{M}_u + \mathcal{R}, \\ h^\top &= (\mathcal{M}_x \mathbf{x}^t)^\top \mathcal{Q} \mathcal{M}_u, \\ w &= \frac{1}{2} (\mathcal{M}_x \mathbf{x}^t)^\top \mathcal{Q} \mathcal{M}_x \mathbf{x}^t, \end{aligned}$$

es decir que (2-12) se puede expresar de la siguiente manera al incluir la restricción de la dinámica del sistema y el estado inicial dentro de la misma función de costo

$$J_{\mathbf{x}^t}(\mathbf{u}^t) = \frac{1}{2} \mathbf{u}^{t\top} H \mathbf{u}^t + h^\top \mathbf{u}^t + w. \quad (2-14)$$

A continuación se escriben las restricciones relacionadas con los estados y las acciones de control. Primero se abordará la restricción de los estados, es decir, $\mathbf{x}^t \in \mathbb{X}$. El conjunto \mathbb{X} define una cota superior ($\bar{\mathbf{x}}$) y una cota inferior ($\underline{\mathbf{x}}$) tal que $\underline{\mathbf{x}} \leq \mathbf{x}^t \leq \bar{\mathbf{x}} \quad \forall t \in \mathbb{Z}$. El objetivo es obtener la restricción anteriormente descrita para \mathbf{x}^{t+1} . Se tiene que

$$\underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}}_{A_x} \mathbf{x}^t \leq \underbrace{\begin{bmatrix} \bar{\mathbf{x}} \\ -\underline{\mathbf{x}} \end{bmatrix}}_{b_x},$$

para \mathbf{x}^{t+1} se puede plantear de la siguiente manera

$$\underbrace{\begin{bmatrix} A_x & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & A_x & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & A_x \end{bmatrix}}_{A_x} \mathbf{x}^{t+1} \leq \underbrace{\begin{bmatrix} b_x \\ b_x \\ \vdots \\ b_x \end{bmatrix}}_{b_x},$$

se reemplaza (2-13) y se obtiene

$$\mathbf{A}_x (\mathcal{M}_x \mathbf{x}^t + \mathcal{M}_u \mathbf{u}^t) \leq \mathbf{b}_x,$$

al despejar en términos de las variables de decisión, \mathbf{u}^t ,

$$\mathbf{A}_x \mathcal{M}_u \mathbf{u}^t \leq \mathbf{b}_x - \mathbf{A}_x \mathcal{M}_x \mathbf{x}^t. \quad (2-15)$$

A continuación se abordan las restricciones de las acciones de control, es decir, $\mathbf{u}^t \in \mathbb{U}$. El conjunto \mathbb{U} define una cota superior ($\bar{\mathbf{u}}$) y una cota inferior ($\underline{\mathbf{u}}$) tal que $\underline{\mathbf{u}} \leq \mathbf{u}^t \leq \bar{\mathbf{u}} \quad \forall t \in \mathbb{Z}$. El objetivo es obtener la restricción anteriormente descrita para \mathbf{u}^t . Se tiene que

$$\underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}_u} \mathbf{u}^t \leq \underbrace{\begin{bmatrix} \bar{\mathbf{u}} \\ -\underline{\mathbf{u}} \end{bmatrix}}_{\mathbf{b}_u},$$

para \mathbf{u}^t se puede plantear de la siguiente manera

$$\underbrace{\begin{bmatrix} A_u & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & A_u & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & A_u \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}_u} \mathbf{u}^t \leq \underbrace{\begin{bmatrix} b_u \\ b_u \\ \vdots \\ b_u \end{bmatrix}}_{\mathbf{b}_u}. \quad (2-16)$$

Al combinar (2-15) y (2-16) para obtener una única desigualdad se obtiene

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{A}_x \mathcal{M}_u \\ \mathbf{A}_u \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}} \mathbf{u}^t \leq \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{b}_x - \mathbf{A}_x \mathcal{M}_x \mathbf{x}^t \\ \mathbf{b}_u \end{bmatrix}}_{\mathbf{b}(x^t)}. \quad (2-17)$$

Finalmente, utilizando (2-14) y (2-17) se puede concluir que el problema (2-11) es equivalente a

$$\begin{aligned} \underset{\mathbf{u}^t}{\text{mín}} \quad & J_{x^t}(\mathbf{u}^t), \\ \text{sujeto a} \quad & \mathbf{A} \mathbf{u}^t \leq \mathbf{b}(x^t), \end{aligned}$$

y se puede solucionar usando el **Algoritmo 2-3**. En cada paso de tiempo t se obtiene el problema de optimización equivalente al presentado anteriormente, se soluciona para encontrar \mathbf{u}^t y se aplica la ley de control (2-10). Posteriormente, se obtiene \mathbf{x}^{t+1} y se realiza el procedimiento descrito anteriormente de nuevo. En la **Figura 2-3** se muestra de manera general el procedimiento descrito anteriormente.

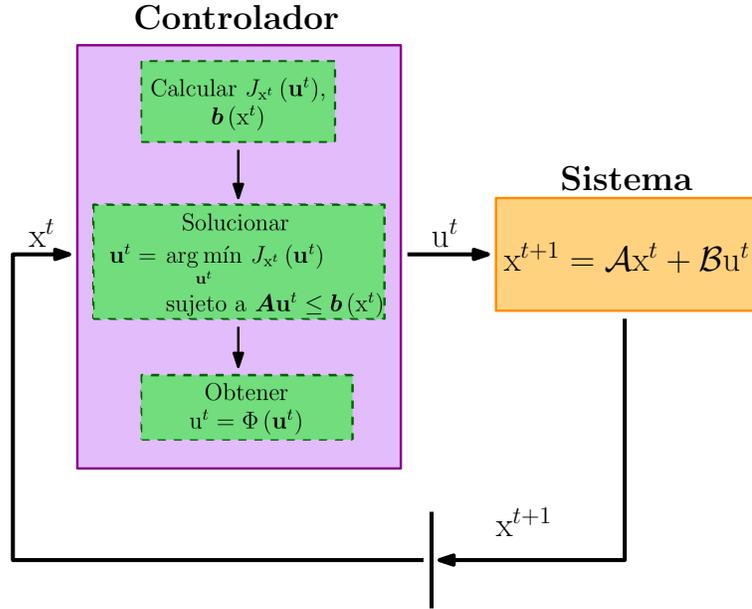


Figura 2-3: Diagrama general que presenta la interacción del controlador basado en MPC y ADMM con el sistema a controlar.

Un aspecto importante que se puede observar en **Figura 2-3** es que la función de costo y el límite de las restricciones se calculan en cada paso de tiempo t y dependen del estado actual del sistema (x^t). A continuación se presentan un par de ejemplos en los cuales se puede observar el desempeño del controlador descrito en esta sección.

Ejemplo 1

Con el fin de mostrar el desempeño del controlador descrito anteriormente, considere el siguiente sistema dinámico,

$$x^{t+1} = \underbrace{\begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 2,2 & 1,7 \end{bmatrix}}_A x^t + \underbrace{\begin{bmatrix} 2 \\ 1,6 \end{bmatrix}}_B u^t,$$

$$y^t = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}}_C x^t, \quad x(0) = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix},$$

el anterior sistema es inestable (como se puede observar en **Figura 2-4**) dado que sus polos se encuentran fuera del círculo unitario ($z_1 = -2,1445$, $z_2 = 2,8445$). El objetivo en este ejemplo es mostrar que el controlador propuesto puede regular el sistema inestable limitando el valor

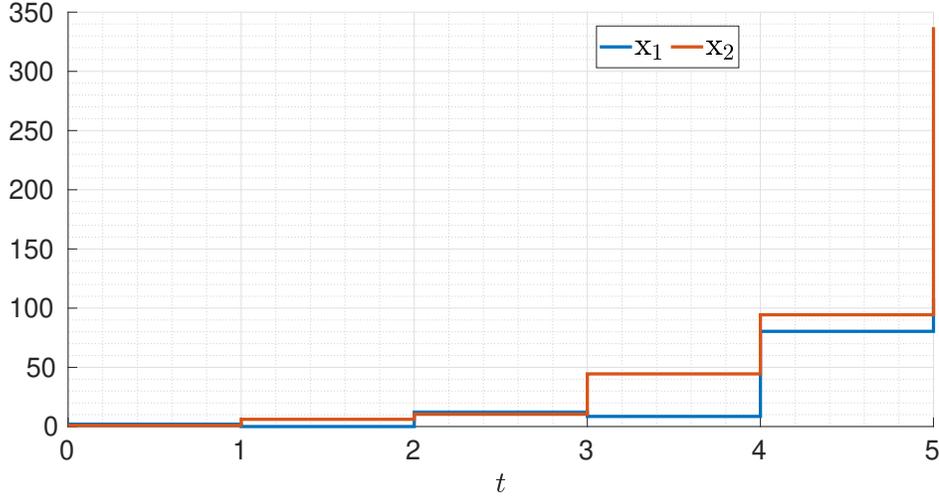


Figura 2-4: Respuesta natural del sistema inestable.

máximo y mínimo de la señal de control aplicable. Por lo cual se considera la siguiente restricción de energía (en este caso no se consideran restricciones de estado)

$$-5 \leq u^t \leq 5,$$

y los siguientes parámetros para el controlador MPC

$$Q = Q_f = \begin{bmatrix} 6 & 0 \\ 0 & 6 \end{bmatrix}, \quad R = \begin{bmatrix} 1 \end{bmatrix},$$

$$\rho = 0,99, \quad T = 15.$$

La respuesta forzada del sistema se puede observar en **Figura 2-5**. Lo primero y más evidente que se puede observar es que el sistema se regula. Alrededor de la iteración $t = 9$, los estados ya se encuentran con una magnitud muy cercana a 0. A continuación se procede a observar la señal de control aplicada. Es importante notar que entre la iteración $1 \leq t \leq 2$ se aplica el mínimo valor de la señal de control, es decir, -5 . Lo anterior exhibe la característica de imposición de límites en la señal de control y el correcto manejo de la misma por parte del controlador MPC. Asimismo, se resalta que el problema de control ha encontrado su solución usando ADMM.

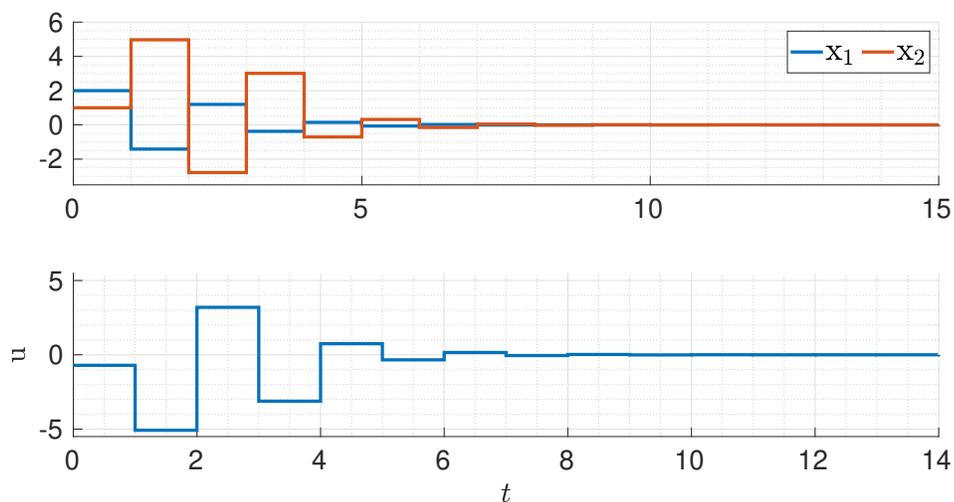


Figura 2-5: Estados y acciones de control aplicadas a un problema de regulación centralizado utilizando MPC y ADMM en un sistema inestable.

Ejemplo 2

Con este ejemplo se desea ilustrar como los parámetros del controlador afectan el desempeño del proceso de regulación. Para ello, considere el siguiente sistema dinámico

$$x^{t+1} = \underbrace{\begin{bmatrix} -1 & -0,1 \\ 0 & 0,5 \end{bmatrix}}_A x^t + \underbrace{\begin{bmatrix} 0,15 \\ 0,15 \end{bmatrix}}_B u^t,$$

$$y^t = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}}_C x^t, \quad x(0) = \begin{bmatrix} 10 \\ -8 \end{bmatrix},$$

y se consideran las siguientes restricciones de energía y estados

$$-10 \leq u^t \leq 10,$$

$$-12 \leq x^t \leq 12.$$

Para el primer caso de estudio, los siguientes parámetros se usan en el controlador

$$Q = Q_f = \begin{bmatrix} 100 & 0 \\ 0 & 100 \end{bmatrix}, \quad R = \begin{bmatrix} 1e-3 \end{bmatrix},$$

$$\rho = 0,99, \quad T = 5,$$

Los resultados al aplicar el controlador con los anteriores parámetros se pueden observar en **Figura 2-6**. Los resultados muestran que el controlador rápidamente regula los estados, en alrededor 10 iteraciones. Sin embargo, también es posible observar que la señal de control en estas primeras iteraciones toma el valor de sus valores extremos y cambia rápidamente. Nuevamente, se exhibe la propiedad del controlador MPC de manejar el valor de su acción de control para que esta se mantenga en los límites establecidos. Del mismo modo, se observa que el punto $x = [0, 0]^T$ es un punto de equilibrio estable del sistema, ya que una vez llega allí el controlador deja de inyectar energía.

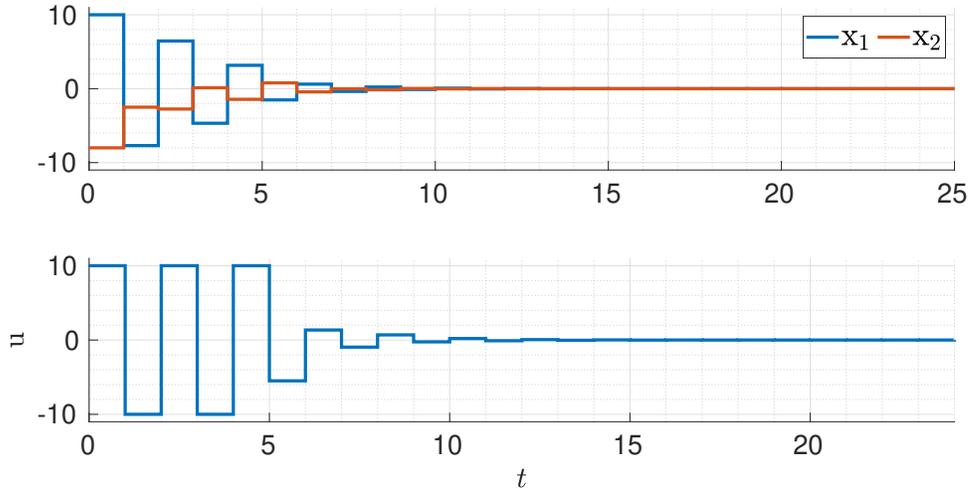


Figura 2-6: Estados y acciones de control aplicadas a un problema de regulación centralizado utilizando MPC y ADMM en un sistema marginalmente estable.

Para el segundo caso de estudio, los siguientes parámetros son usados en el controlador

$$Q = Q_f = \begin{bmatrix} 6 & 0 \\ 0 & 6 \end{bmatrix}, \quad R = \begin{bmatrix} 1 \end{bmatrix},$$

$$\rho = 0,99, \quad T = 5,$$

De donde se puede observar que se aumenta el parámetro R que pesa o penaliza la magnitud de la señal de control aplicada, por lo que se espera obtener acciones de control de menor valor con respecto al caso anterior. Así mismo, el parámetro que pesa o penaliza la magnitud de los estados es reducido, por lo cual se espera el proceso de regulación sea un poco más suave. Los resultados del controlador con los nuevos parámetros se muestran a continuación.

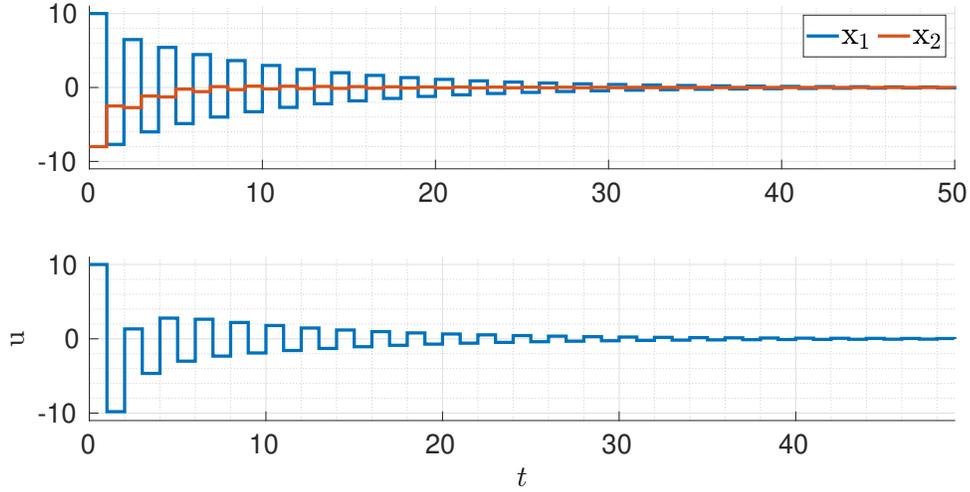


Figura 2-7: Estados y acciones de control aplicadas a un problema de regulación centralizado utilizando MPC y ADMM en un sistema marginalmente estable. Se cambian parámetros del controlador.

En la **Figura 2-7**, se puede observar que el proceso de regulación se realiza de manera correcta. Sin embargo, toma muchas más iteraciones que en el caso anterior. En el caso anterior en alrededor 10 iteraciones el sistema ya se encuentra cerca del punto de equilibrio, en comparación el caso actual toma alrededor de 50 iteraciones. Es decir, el cambio en la matriz Q , Q_f , y R hace que el sistema tome 5 veces más tiempo que en el caso anterior. En contrapartida, la señal de control es más suave. En conclusión, los parámetros del controlador influyen directamente en el tiempo que se necesita para realizar el proceso de regulación y la cantidad de energía inyectada al sistema. En general, estos parámetros se seleccionan mediante un proceso de prueba y error hasta que se alcanza el desempeño deseado en el sistema.

2.4.2. Problema de seguimiento

Ahora se considera un problema de control en el cual no se desea hacer regulación de los estados, sino que se quiere seguir una referencia para una salida o salidas en específico. Para el planteamiento se parte de un sistema discreto lineal con las siguientes características

$$\begin{aligned}x^{t+1} &= \mathcal{A}x^t + \mathcal{B}u^t, \\y^{t+1} &= \mathcal{C}x^{t+1},\end{aligned}$$

de donde es evidente que

$$\begin{aligned} \mathbf{y}^{t+1} &= \mathcal{C}\mathbf{x}^{t+1}, \\ \mathbf{y}^{t+2} &= \mathcal{C}\mathbf{x}^{t+2}, \\ &\vdots \\ \mathbf{y}^{t+T} &= \mathcal{C}\mathbf{x}^{t+T}, \end{aligned}$$

en forma de matrices

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{y}^{t+1} \\ \mathbf{y}^{t+2} \\ \vdots \\ \mathbf{y}^{t+T} \end{bmatrix}}_{\mathbf{y}^{t+1}} = \underbrace{\begin{bmatrix} \mathcal{C} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \mathcal{C} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \mathcal{C} \end{bmatrix}}_{\mathcal{M}_y} \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{x}^{t+1} \\ \mathbf{x}^{t+2} \\ \vdots \\ \mathbf{x}^{t+T} \end{bmatrix}}_{\mathbf{x}^{t+1}},$$

con base en (2-13) la expresión anterior se puede escribir como

$$\mathbf{y}^{t+1} = \mathcal{M}_y (\mathcal{M}_x \mathbf{x}^t + \mathcal{M}_u \mathbf{u}^t), \quad (2-24)$$

donde la salida del sistema queda descrita por la condición inicial \mathbf{x}^t y las acciones de control \mathbf{u}^t . Ahora definimos el problema de optimización asociado al problema de seguimiento

$$\begin{aligned} \underset{\mathbf{y}^t, \mathbf{u}^t}{\text{mín}} \quad & J(\mathbf{y}^t, \mathbf{u}^t), \\ \text{sujeto a} \quad & \mathbf{x}^{t+1} = \mathcal{A}\mathbf{x}^t + \mathcal{B}\mathbf{u}^t, \\ & \mathbf{y}^{t+1} = \mathcal{C}\mathbf{x}^{t+1}, \\ & \mathbf{y}^l \in \mathbb{Y}, \quad l = t+1, t+2, \dots, t+T. \\ & \mathbf{u}^p \in \mathbb{U}, \quad p = t, t+1, \dots, t+T-1. \\ & \mathbf{x}^t = \mathbf{x}(t), \end{aligned} \quad (2-25)$$

con la siguiente función de costo,

$$\begin{aligned} J(\mathbf{y}^t, \mathbf{u}^t) &= \frac{1}{2} \left(\sum_{s=t+1}^{t+T-1} \left((\mathbf{y}^s - \mathbf{r}^s)^\top \mathcal{Q} (\mathbf{y}^s - \mathbf{r}^s) \right) + (\mathbf{y}^{t+T} - \mathbf{r}^{t+T})^\top \mathcal{Q}_f (\mathbf{y}^{t+T} - \mathbf{r}^{t+T}) \right. \\ &\quad \left. \sum_{p=t}^{t+T-1} \left(\mathbf{u}^p \top \mathcal{R} \mathbf{u}^p \right) \right), \end{aligned}$$

reorganizando los términos anteriores se obtiene

$$J(\mathbf{y}^t, \mathbf{u}^t) = \frac{1}{2} \left((\mathbf{y}^{t+1} - \mathbf{r}^{t+1})^\top \mathcal{Q} (\mathbf{y}^{t+1} - \mathbf{r}^{t+1}) + \mathbf{u}^{t\top} \mathcal{R} \mathbf{u}^t \right),$$

en donde \mathbf{r}^t es el valor de referencia para el tiempo t y \mathbf{r}^{t+1} es la trayectoria de referencia desde $t + 1$ hasta $t + T$. Reemplazando (2-24) en la expresión anterior

$$\begin{aligned} J(\mathbf{x}^t, \mathbf{u}^t) &= \frac{1}{2} \left((\mathcal{M}_y \mathcal{M}_x \mathbf{x}^t + \mathcal{M}_y \mathcal{M}_u \mathbf{u}^t - \mathbf{r}^{t+1})^\top \mathcal{Q} (\mathcal{M}_y \mathcal{M}_x \mathbf{x}^t + \mathcal{M}_y \mathcal{M}_u \mathbf{u}^t - \mathbf{r}^{t+1}) \right. \\ &\quad \left. + \mathbf{u}^{t\top} \mathcal{R} \mathbf{u}^t \right), \\ &= \frac{1}{2} \left((\mathcal{M}_y \mathcal{M}_x \mathbf{x}^t)^\top \mathcal{Q} \mathcal{M}_y \mathcal{M}_x \mathbf{u}^t + (\mathcal{M}_y \mathcal{M}_u \mathbf{u}^t)^\top \mathcal{Q} \mathcal{M}_y \mathcal{M}_x \mathbf{x}^t \right. \\ &\quad \left. + (\mathcal{M}_y \mathcal{M}_u \mathbf{u}^t)^\top \mathcal{Q} \mathcal{M}_y \mathcal{M}_u \mathbf{u}^t - (\mathcal{M}_y \mathcal{M}_u \mathbf{u}^t)^\top \mathcal{Q} \mathbf{r}^{t+1} \right. \\ &\quad \left. - \mathbf{r}^{t+1\top} \mathcal{Q} \mathcal{M}_y \mathcal{M}_u \mathbf{u}^t + \mathbf{u}^{t\top} \mathcal{R} \mathbf{u}^t + w \right), \end{aligned}$$

en donde el término w agrupa los términos constantes que no influyen directamente en el problema de optimización. Luego se agrupa por factores, omitiendo w , ya que es constante

$$\begin{aligned} J(\mathbf{x}^t, \mathbf{u}^t) &= \frac{1}{2} \left(\mathbf{u}^{t\top} \left((\mathcal{M}_y \mathcal{M}_u)^\top \mathcal{Q} \mathcal{M}_y \mathcal{M}_u + \mathcal{R} \right) \mathbf{u}^t \right. \\ &\quad \left. + 2 \left((\mathcal{M}_y \mathcal{M}_x \mathbf{x}^t - \mathbf{r}^{t+1})^\top \mathcal{Q} \mathcal{M}_y \mathcal{M}_x \right) \mathbf{u}^t \right), \end{aligned}$$

de donde se puede observar que la ecuación anterior sigue la estructura de (2-6). Donde

$$\begin{aligned} H &= (\mathcal{M}_y \mathcal{M}_u)^\top \mathcal{Q} \mathcal{M}_y \mathcal{M}_u + \mathcal{R}, \\ h^\top &= (\mathcal{M}_y \mathcal{M}_x \mathbf{x}^t - \mathbf{r}^{t+1})^\top \mathcal{Q} \mathcal{M}_y \mathcal{M}_x, \end{aligned}$$

es decir que (2-24) se puede expresar de la siguiente manera

$$J(\mathbf{x}^t, \mathbf{u}^t) = \frac{1}{2} \mathbf{u}^{t\top} H \mathbf{u}^t + h^\top \mathbf{u}^t. \quad (2-26)$$

A continuación se escriben las restricciones relacionadas con las salidas que se desean controlar, es decir, $\mathbf{y}^t \in \mathbb{Y}$. El conjunto \mathbb{Y} define una cota superior ($\bar{\mathbf{y}}$) y una cota inferior ($\underline{\mathbf{y}}$) tal que $\underline{\mathbf{y}} \leq \mathbf{y}^t \leq \bar{\mathbf{y}} \quad \forall t \in \mathbb{Z}$. El objetivo es obtener la restricción anteriormente descrita para \mathbf{y}^{t+1} . Se tiene que

$$\underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}}_{A_y} \mathbf{y}^t \leq \underbrace{\begin{bmatrix} \bar{\mathbf{y}} \\ -\underline{\mathbf{y}} \end{bmatrix}}_{b_y},$$

para \mathbf{y}^{t+1} se puede plantear de la siguiente manera

$$\underbrace{\begin{bmatrix} A_y & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & A_y & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & A_y \end{bmatrix}}_{A_y} \mathbf{y}^{t+1} \leq \underbrace{\begin{bmatrix} b_y \\ b_y \\ \vdots \\ b_y \end{bmatrix}}_{b_y},$$

se reemplaza (2-24) y se obtiene

$$\mathbf{A}_y (\mathcal{M}_y \mathcal{M}_x \mathbf{x}^t + \mathcal{M}_y \mathcal{M}_u \mathbf{u}^t) \leq \mathbf{b}_y,$$

al despejar en términos de las variables de decisión, \mathbf{u}^t ,

$$\mathbf{A}_y \mathcal{M}_y \mathcal{M}_u \mathbf{u}^t \leq \mathbf{b}_y - \mathbf{A}_y \mathcal{M}_y \mathcal{M}_x \mathbf{x}^t. \quad (2-27)$$

Para las restricciones de energía se considera el mismo planteamiento que en el problema de regulación. Por lo cual, al combinar (2-27) y (2-16) para obtener una única desigualdad se obtiene

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{A}_y \mathcal{M}_y \mathcal{M}_u \\ \mathbf{A}_u \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}} \mathbf{u}^t \leq \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{b}_y - \mathbf{A}_y \mathcal{M}_y \mathcal{M}_x \mathbf{x}^t \\ \mathbf{b}_u \end{bmatrix}}_{\mathbf{b}}. \quad (2-28)$$

Finalmente, utilizando (2-26) y (2-28) se puede concluir que el problema (2-25) es equivalente a

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{u}^t} \quad & J(\mathbf{x}^t, \mathbf{u}^t), \\ \text{sujeto a} \quad & \mathbf{A} \mathbf{u}^t \leq \mathbf{b}, \end{aligned}$$

y se puede solucionar usando el **Algoritmo 2-3**. El procedimiento general para aplicar este controlador es el mismo que el descrito en el problema de regulación.

3 Microrredes interconectadas: arquitecturas, comunicaciones, equivalentes dinámicos y control

Una microrred (MG, por sus siglas en inglés) es un sistema compuesto por un conjunto de recursos energéticos que se encuentra distribuidos a lo largo del sistema, tales como generadores distribuidos, elementos de almacenamiento de energía y una colección controlable de cargas. El uso de MGs permite una integración flexible de estos recursos y provee energía eléctrica confiable [51]. Una de las características claves de las MGs es que son autosuficientes y pueden operar ya sea de manera aislada o conectada a la red principal [52]. Además, una microrred tiene una estructura peculiar, lo cual la hace fácilmente identificable cuando hace parte de un sistema de gran escala [53, 54]. Asimismo, el uso de MGs puede mejorar la confiabilidad y la eficiencia de los sistemas de generación eléctrica donde se integran [55, 56, 57, 58, 59, 60, 61]. Además, en conjunto con crecimiento de los recursos enérgicos basados en recursos renovables, las MGs pueden contribuir a cambiar el paradigma de generación energética de un enfoque centralizado a un enfoque distribuido. Sin embargo, para que este cambio sea posible se deben superar algunos retos importantes. Por ejemplo, el hecho de que la generación eléctrica basada en energías renovables (tales como solar o eólica) tiene cierta incertidumbre en cuanto a la energía que será producida debido a la naturaleza de las fuentes. Idealmente, esta incertidumbre debe ser tomada en cuenta [62, 63]. Se debe considerar que una microrred desde un punto de vista individual tiene ciertas limitaciones en las cantidades de energía que puede generar y almacenar. Estas a su vez limitan su aplicabilidad. Finalmente, las condiciones de estabilidad de una MG son diferentes a aquellas que poseen los grandes sistemas de generación eléctrica [64].

Con el objetivo de explotar las ventajas de las MGs y superar algunas de sus limitaciones, las microrredes interconectadas (NMG, por sus siglas en inglés) surgieron de manera natural [8]. Entre las características de las NMG se destaca que son mucho más confiables, duraderas, resilientes que cualquier microrred individual [65, 66] y darse apoyo de energía entre los diferentes subsistemas [67]. Estas características pueden ser potenciadas mediante el uso de estrategias adecuadas para compartir energía entre las diferentes microrredes lo cual también

lleva a una reducción de los costos de generación [27]. De hecho, algunos de los trabajos que se han venido realizando muestran mediante simulación numérica que los costos pueden ser reducidos alrededor del 30 % [61]. Adicionalmente, la resiliencia intrínseca de las NMG las hace bastante aptas para dar soporte y apoyo a servicios críticos de ciudades durante eventos naturales extremos o catástrofes (tales como huracanes o terremotos) [68, 69, 70]. De manera similar, la cooperación entre NMG muestra ventajas significativas respecto a la operación individual de una MG [26]. Entre estas ventajas se encuentra que la cooperación en NMG puede reducir los costos de generación, mejorar la confiabilidad y resiliencia de todo el sistema en el que se encuentre [52, 8, 4, 28, 6, 71]. Por otro lado, las NMG tienen sus propios retos a enfrentar. Entre ellos, por ejemplo, el manejo de la información y como se comparte la misma entre todos los miembros de la red es aún un problema a solucionar. Se sabe que el manejo centralizado de la información no es conveniente para este problema, dado que introduce un punto de falla que afecta todo el sistema y que incluso podría sacarlo de servicio. Una aproximación más llamativa para este problema es el manejo descentralizado de la información. Asimismo, el modelado de las NMG es un reto clave a enfrentar debido a que existen incertidumbres asociadas al sistema o las fuentes de generación basadas en energías renovables, por lo cual habitualmente se usan modelos con una precisión o representación limitada del sistema [72]. Se utilizan simplificaciones del sistema o de las fuentes de generación basadas en energías renovables con el fin de obtener estas representaciones.

Las NMG pueden ser clasificadas de diferentes maneras. Una de las formas más sencillas es tomando como base la tecnología usada en la línea. Usando el anterior criterio se puede afirmar que existen NMG AC, NMG DC y NMG AC/DC (estas últimas también son conocidas como NMG híbridas) [52, 62, 56, 73, 74, 21]. Las NMG AC son las más fáciles de diseñar e implementar, por lo cual son el tipo más común de MG. Además, también tienen la ventaja de ser compatible con la red eléctrica existente. No obstante, también tienen sus propias desventajas, tales como que necesitan dispositivos electrónicos complejos para manejar algunos de los recursos distribuidos de energía (DER, por sus siglas en inglés). De una manera diferente, las NMG DC pueden tomar ventaja de que los DER que operan de manera natural a nivel DC, al usar sistemas de almacenamiento de energía (ESS, por sus siglas en inglés), e.g. baterías, y aprovechar que muchos dispositivos son cargas DC. Adicionalmente, las NMG DC son más estructuras más sencillas y menos costosas que las NMG AC. Sin embargo, el principal inconveniente de esta clase de microrredes es que son incompatibles con los sistemas eléctricos actuales [74]. Basados en la tecnología de interconexión se pueden clasificar en aquellas que usan transformadores o las que usan convertidores [75]. Lo resto de esta sección está dividida como sigue. Primero, una revisión general de las posibles arquitecturas para NMG son presentadas. Segundo, una breve discusión relacionada con la importancia de las comunicaciones en NMG.

3.1. Arquitecturas en microrredes interconectadas

Una parte fundamental de las NMG es su interconexión física. Esta capa de interconexión define algunos de los aspectos claves de las NMG, por ejemplo, si están conectadas al sistema central de distribución o si no lo están. También determina si una MG, la cual hace parte de una NMG, con déficit de generación, puede obtener soporte de una o varias MGs en su vecindario. La elección del tipo de interconexión para una NMG tiene un impacto importante en su costo final, dado que determina, por ejemplo, el tipo de dispositivos que deben usarse para la interconexión con el fin de obtener el funcionamiento y desempeño deseado [75]. Determinar cuál arquitectura se ajustará mejor a una NMG depende del uso y la aplicación que se le dará [54]. A continuación se presentarán las principales arquitecturas usadas en NMG.

3.1.1. Radial

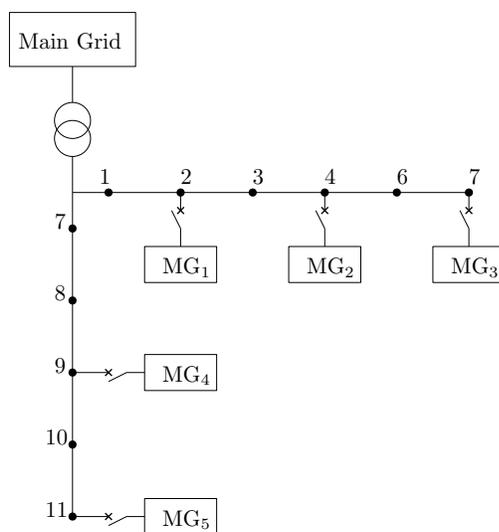


Figura 3-1: NMG con arquitectura radial.

La principal característica de la arquitectura radial es que cada una de las MG tienen una conexión directa con la red principal, tal como se observa en **Figura 3-1**. De hecho, esta arquitectura de red implica que por cada conjunto de N MGs habrá un enlace individual que permitirá a cada MG trabajar de modo aislado o conectado a su conveniencia. Sin embargo, cada MG se comunica con el operador de red distribuido (DNO, por sus siglas en inglés) para coordinar su interacción con la red principal. Por lo cual, cuando una MG no puede suplir su demanda, esta puede comprar lo que le falta a la red principal. Por el contrario,

cuando tiene un excedente de generación, puede obtener un beneficio económico al vender este excedente [28].

Otra característica muy atractiva de esta arquitectura es que permite que una MG específica o un conjunto específico pueda aislarse en caso de que se dé una contingencia. De esta manera, las MGs que no son afectadas por la falla pueden continuar trabajando de una manera normal. Además, las arquitecturas radiales son una alternativa deseable debido a que tienen capacidades plug-and-play, lo que a su vez permite que sean implementadas en NMG junto a grandes sistemas de distribución [76]. Asimismo, algunos autores afirman, que comparada con otras arquitecturas, esta tiene el mínimo impacto posible en la operación de la red principal [54]. Dörfler et al. en [77] resaltan que esta arquitectura es muy común. Sin embargo, esta arquitectura de red tiene algunos problemas de estabilidad cuando las MGs trabajan en modo aislado [58].

3.1.2. Cadena

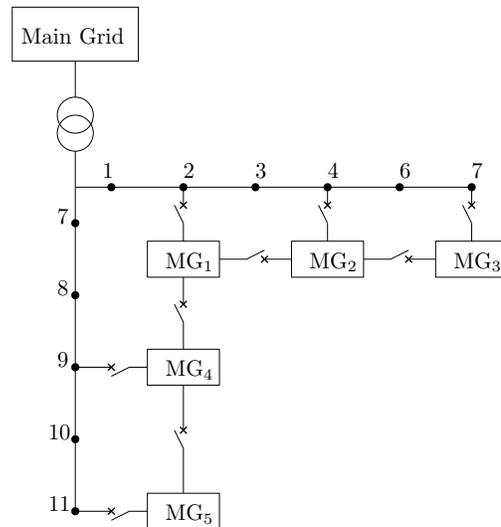


Figura 3-2: NMG con arquitectura de cadena.

En esta arquitectura de red, las MGs también están conectadas directamente con la red principal. Sin embargo, cada una de ellas también está conectada a las MGs que le son adyacentes (**Figura 3-2**). De esta manera, la energía eléctrica y la información puede fluir directamente entre MGS, lo cual a su vez facilita la cooperación entre ellas y el comercio de energía. Asimismo, además de permitir el aislamiento de una MG o un conjunto específico en caso de falla, las múltiples conexiones inherentes a esta arquitectura permite a la NMG encontrar una nueva ruta para el flujo energía cuando sea necesario [58, 78]. Sin embargo, el

intercambio de información requerido por esta arquitectura con el fin de que la operación sea adecuada plantea un enorme reto, el cómo proteger la privacidad de los usuarios [8, 28].

3.1.3. Malla

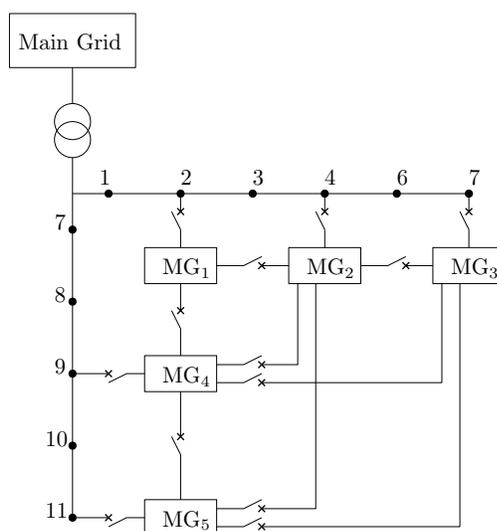


Figura 3-3: NMG con arquitectura de malla

Tal como se ilustra en **Figura 3-3**, en una arquitectura de malla cada una de las MG está conectada a varias MGs mediante un enlace físico o de comunicaciones. Debido a esto, esta arquitectura es más compleja que las anteriores y, por lo tanto, la coordinación entre las diferentes entidades de la NMG es más desafiante. No obstante, si a NMG con esta arquitectura trabaja de manera cooperativa, se mejorará el desempeño operacional y se reducirán los costos asociados [4, 28]. Además, el proceso de toma de decisiones no es solo influenciado por su generación y demanda local, sino que también se ve afectado por las decisiones de las demás MGs en la red [28]. Del mismo modo que en la arquitectura anterior, el manejo de la información que se comparte entre las diversas entidades de la NMG es un reto a afrontar con el fin de proteger la privacidad de cada una de estas.

3.1.4. Configuración en paralelo y serie

Adicionalmente, a las anteriores arquitecturas, se pueden definir dos esquemas adicionales para las arquitecturas de NMGs. Por ejemplo, la **Figura 3-4a** muestra un sistema con una estructura paralela. El primer conjunto de microrredes NMG_1 $\{MG_1, MG_2, MG_3\}$ y el segundo conjunto NMG_2 $\{MG_4, MG_5\}$. Cada microrred individual puede tener una de las

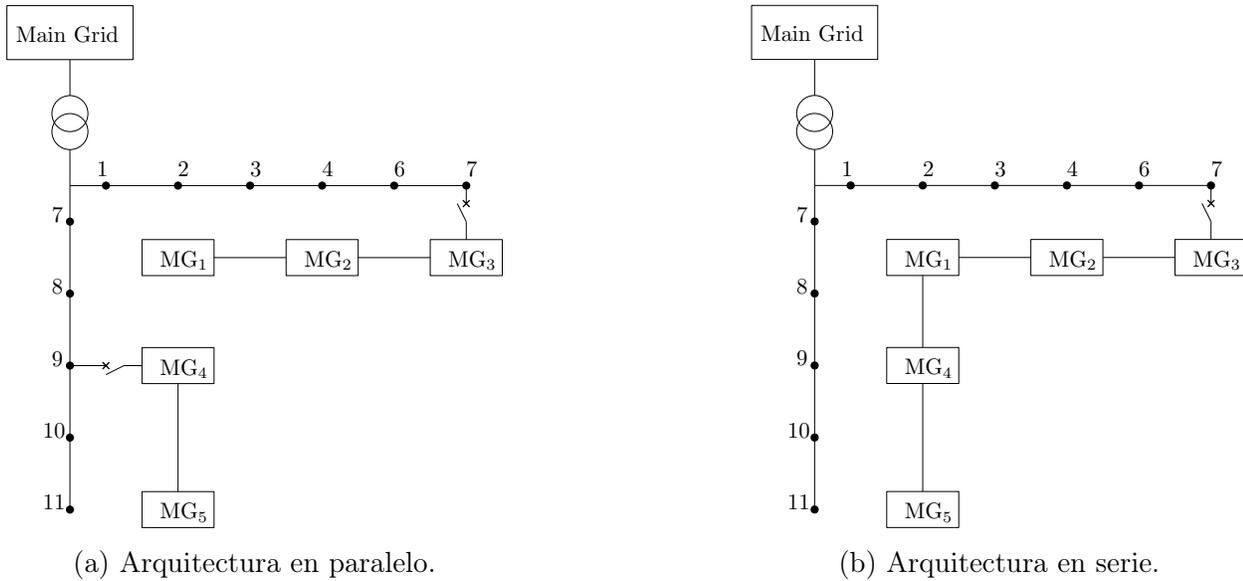


Figura 3-4: NMG con configuración en paralelo o en serie.

arquitecturas anteriores pero a su vez estar conectadas con otras MGs. En este caso, cada NMG solo tiene un punto común de acople con la red principal.

En la **Figura 3-4b** se muestra que desde MG_1 hasta MG_5 están en un esquema en serie. Todas las MGs tienen solo un punto de conexión con la red principal de distribución. En ambos casos, estas microrredes trabajan conectadas con la red o en modo autónomo. Otra opción posible es una conexión mixta paralela-serie y con una combinación de las previas arquitecturas.

3.2. Comunicaciones en microrredes interconectadas

Un elemento crítico en una NMG es el sistema de comunicaciones, ya que este permite explotar algunos de sus beneficios más atractivos y son necesarios para su operación normal [79]. Asimismo, las comunicaciones son decisivas para los procesos de control y la protección del sistema [62]. Del mismo modo, permiten la coordinación y el uso de los recursos distribuidos de energía, por lo que se puede mejorar el desempeño promedio de la NMG [51]. Por otro lado, estas tecnologías supone otros restos debido a la pérdida de paquetes y su latencia inherente [59] y las fallas que pueden aparecer en esta capa. Estas fallas pueden llegar a afectar la estabilidad del sistema, como sucede cuando una perspectiva de control centralizado se adopta. Además, se considera que el desempeño de los controladores en NMGs está relacionado con su capa de comunicaciones [51]. Por lo cual, es claro que los protocolos y redes

de comunicaciones tienen un rol relevante en la operación de NMGs [80]. A continuación se presentarán de manera breve algunos de los protocolos de comunicaciones que pueden aplicar en una NMG.

3.2.1. Protocolo Maestro-Esclavo

En el protocolo de comunicaciones maestro-esclavo existe un controlador que desempeñara el rol de maestro y los demás formarán un conjunto de controladores con el rol de esclavo. El maestro recopila las medidas y datos provenientes de los controladores esclavos. Con esta información, el maestro calcula cada una de las acciones de control y posteriormente se las comunica a los esclavos. Por lo cual debe existir un conocimiento predefinido de las interconexiones y configuración de la red. De este modo, con esta arquitectura de comunicaciones, no es posible que una NMG tenga características de plug-and-play [8]. Normalmente, cuando una NMG está funcionando en modo autónomo, esta usa protocolo de comunicaciones del tipo maestro-esclavo [81]. Los autores en [80, 82] resaltan que algunos protocolos comunes tales como Modbus, Distributed Network Protocol 3 (DNP3) y IEC 61850 usan este tipo de esquemas de comunicaciones.

El protocolo Modbus es una elección para NMGs debido a su estabilidad y simplicidad. En este protocolo, la seguridad de la red pueden variar y depende de la capa de transporte. Asimismo, DNP3 permite comunicaciones entre diferentes elementos en el sistema, tales como equipos que se encuentren en subestaciones, sistemas de control y unidades remotas. Además, este protocolo tiene varias características que no son soportadas por Modbus. Por ejemplo, permite que los dispositivos se conecten a grandes distancias. En aspectos de seguridad, DNP3 tiene soporte para autenticaciones. IEC 61850 es un protocolo para modelos de datos, intercambio y manejo de eventos entre diferentes entidades del sistema. Como tal, este protocolo no aborda los temas de seguridad de la red (Sin embargo, existe otro estándar que sí lo hace, IEC 62351) [80]. Finalmente, una desventaja cara de este esquema de comunicaciones es la desigualdad entre los participantes [83]. Adicionalmente, dado que existe un maestro, el cual centraliza la información, este tipo de protocolos son susceptibles al *punto único de falla*.

3.2.2. Protocolo de Publicador-Suscriptor

El protocolo de Publicador-Suscriptor establece un canal de comunicaciones indirecto para compartir datos. Por lo cual, un individuo puede transmitir información (publicar) u obtener/leer información de otros dispositivos en la misma NMG [8]. El Data Distribution

Service (DDS) permite el uso de este esquema y cuenta con características tales como su escalabilidad e interoperabilidad. Estas características son deseables para aplicaciones de tiempo real en MGs [82]. Alavi et al. en [83] resalta que este protocolo cuenta con las siguientes ventajas. Primero, permite una autoconfiguración automática de la red sin necesidad de un nodo central (característica fe plug-and-play). Segundo, usando este protocolo es posible el intercambio inteligente de datos entre nodos, ya que permite que los nodos se suscriban solo a la información en la que están interesados. Finalmente, el rol de cada nodo depende de los requerimientos de la red.

3.2.3. Protocolo Par-a-Par

Este protocolo de comunicaciones considera que cada MG puede comunicarse con todas las demás MGs de una manera directa y privada de ser necesario. Dado que cada MG puede tener un rol de generador o de consumidor de energía, el protocolo de comunicaciones de par-a-par permite el comercio de energía entre MGs [84, 85]. De este modo, cada MG puede vender o comprar energía con o sin intermediarios, i.e., la información relevante solo se comparte entre los partes involucradas [86]. Por lo cual, este protocolo de comunicaciones ofrece una alternativa en la búsqueda de una red eléctrica completamente distribuida [87]. Asimismo, esta alternativa permite también que se puedan explotar algunas de las características asociadas al uso de MGs como puede ser un costo de generación más bajo, un mayor beneficio económico para los generadores, reducción en las pérdidas de energía, un mejor manejo de los recursos de energía distribuidos entre otros [84]. Usualmente, las NMGs que trabajan en modo conectado a la red usan este tipo de estrategias de comunicaciones [81].

En [88], una estrategia de control basado en el protocolo de comunicaciones par-a-par, en el cual se usa un algoritmo de *broadcast gossip*, es propuesto para regular el voltaje y como es el flujo de potencia reactiva. En ese trabajo, las simulaciones numéricas bajo diferentes escenarios (tales como variación de carga, operaciones plug-and-play y fallas en los enlaces de comunicaciones) muestran un buen desempeño de la estrategia de control propuesta. Umer et al. en [84] proponen un algoritmo basado en ADMM para maximizar el problema de bienestar social en una NMG. Al usar este protocolo de comunicaciones permite que no haya la necesidad de un coordinador central.

3.2.4. Basado en eventos

En un protocolo ideal de comunicaciones, el muestreo de los datos se realiza de manera continua o periódica con un paso de tiempo fijo. Sin embargo, las NMGs tienen una capa de comunicaciones que posee un ancho de banda finito y limitaciones de energía. Por lo cual, la suposición sobre un protocolo de comunicaciones real no se cumple. En este escenario es que la comunicación basada en eventos surge como una alternativa para el uso eficiente del ancho de banda, reducir la energía consumida y aprovechar los recursos disponibles en la capa de comunicaciones lo mejor posible [89, 90]. [89] en [89] proponen una estrategia de control de segundo nivel para sincronizar la frecuencia y el regular el voltaje a su valor nominal usando este protocolo de comunicaciones. Los autores afirman que las estrategias de control que usan este tipo de comunicaciones pueden cumplir con sus objetivos de control usando un menor número de acciones de control y reduciendo el número de veces que se comunican entre microrredes comparados a otros protocolos de comunicaciones. En la referencia [90] se propone un esquema de control de segundo nivel para la regulación de frecuencia y el cómo se distribuye el flujo de potencia activa usando capas de comunicación basadas en eventos. Los resultados obtenidos cumplen con los objetivos planteados.

3.2.5. Nuevas propuestas

Ya que las NMGs tienen una naturaleza de sistemas ciberfísicos, pueden llegar a sufrir algunas vulnerabilidades de ciberseguridad inherentes a estos sistemas [65]. Por lo cual, nuevos protocolos de comunicaciones se han propuesto para afrontar estos problemas. Algunas de estas propuestas son descritas a continuación.

3.2.5.1. Protocolos con base en computación cuántica

Los protocolos actuales de comunicaciones protegen la integridad de la información usando problemas matemáticos complejos. Basándonos en estos problemas se pueden proponer claves seguras para encriptar los canales de comunicaciones y la información transmitida en ellos, dado que romper la seguridad proporcionada por estas claves es muy costoso en términos de poder de cálculo. Esto se debe a que los problemas asociados a las claves no pueden ser solucionados eficientemente y poder encontrar una solución con base en fuerza bruta requiere de una gran inversión de recursos y tiempo. Sin embargo, cuando entra en escena la computación cuántica, la base anteriormente descrita se ve comprometida debido a que ahora los problemas asociados a cómo se aseguran nuestras comunicaciones se pueden solucionar de manera eficiente y con una cantidad de recursos mucho más moderada. Por lo cual, es

necesario proponer nuestras estrategias que permitan asegurar la integridad de la información basada en las leyes de la física cuántica. Tang et al. en [91] proponen un protocolo *decoy-state* el cual usa una clave cuántica distribuida para asegurar las comunicaciones en una NMG y se obtienen buenos resultados asegurando la integridad de los datos. En [68] se estudia como enfrentar un ataque DoS en un canal de comunicaciones usando una clave cuántica distribuida. Finalmente, Tang et al. en [79] diseñaron un simulador para microrredes que permite usar protocolos de comunicaciones como los anteriormente descritos y evaluar su desempeño.

3.2.5.2. Protocolos con base blockchain

La tecnología blockchain es otra alternativa para asegurar la integridad de las comunicaciones en NMGs. Este tipo de protocolos permiten el intercambio de datos entre diferentes entes de una misma NMG de forma segura y transparente [71, 92, 63]. Otra de las ventajas de esta tecnología es que permite mejorar la robustez del sistema contra ciberataques [71]. Lo cual permite que el sistema continúe funcionando aun si hay nodos maliciosos o nodos validadores fuera de línea [92]. En [65] se afirma que esta tecnología tendrá un rol relevante en sistemas de distribución activos y Ahl et al. en [63] resalta que facilitará que todos los agentes en la NMG puedan generar, vender y comprar energía.

Entre los trabajos que proponen el uso de esta tecnología en NMG se encuentran los siguientes. En [65] se propone un sistema tras activo distribuido para NMGs al nivel de sistema de distribución. Los autores de [92] implementan una aplicación de NMG en un ámbito real con una capa de comunicaciones basada en blockchain. En ese trabajo, se estudia la factibilidad de esta tecnología en un mercado energético local con 37 agentes (27 consumidores-generadores y 20 consumidores). Los resultados muestran que el sistema propuesto funciona exitosamente.

3.3. Equivalentes dinámicos en microrredes interconectadas

Uno de los grandes retos en el control de MG y NMG es la selección de modelos matemáticos que nos permitan representar el comportamiento del sistema con el que estamos trabajando. En general, el modelo seleccionado y su nivel de detalle depende de la aplicación. Es usual que se inicie con un modelo detallado de una MG y luego se apliquen técnicas de reducción de orden tales como el análisis de modelo *Prony*, el modelo de principio de cohe-

rencia, métodos de perturbación, entre otros [93]. Por ejemplo, en [94], se obtiene un modelo detallado para una MG y luego se aplica una reducción de orden basado en el método de preservación de la estructura. El modelo reducido obtenido exhibe una buena representación de las dinámicas. Asimismo, se han utilizado otras técnicas para intentar obtener modelos que nos permitan proponer estrategias de control. Por ejemplo, algunos modelos que usan redes neuronales como se presentan en [95, 96].

Otro de los retos presenten en NMG que se pueden abordar desde una respectiva de modelos es el cómo representar la incertidumbre de las condiciones climáticas. Para enfrentar este reto se han diseñado herramientas basadas en redes neuronales, vectores de soporte y regresión gaussiana que permiten modelar y predecir el comportamiento de la generación basada en recursos renovables (por ejemplo, solar y eólica) o el comportamiento de la demanda de energía en una determinada población. El tener buenos modelos para estas incertidumbres permite proponer metodologías de control que mejoren el desempeño de las propuestas actuales. Asimismo, se puede obtener nueva información que puede usar el operador de red para tomar mejores decisiones. Una revisión de estos temas se encuentra en [97, 98]. Estas técnicas permiten predecir el comportamiento de las MGs mediante el uso de medidas en el punto común de acople, información del clima y el precio de la electricidad sin necesidad de un conocimiento completo o previo del sistema [99].

3.3.1. Modelo de microrredes basadas en inversores

A continuación se presenta el modelo de un par de MGs conectadas a través de una línea de transmisión y con una interfaz de inversores en paralelo. El modelo aquí presentado contiene simplificaciones que permiten analizar y obtener un modelo de ecuaciones diferenciales para el voltaje en cada inversor. Basado en el esquema presentado en la **Figura 3-5**, donde se

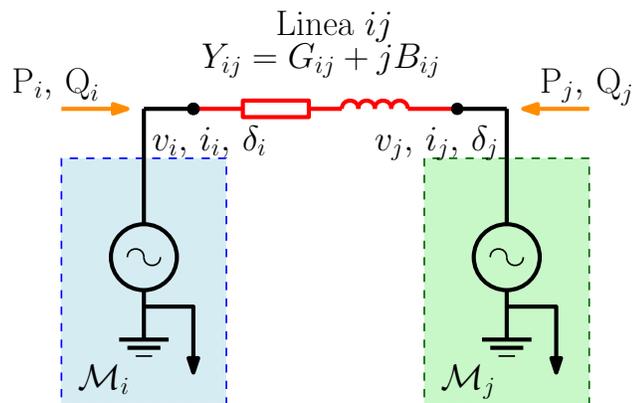


Figura 3-5: Esquema simplificado para el flujo de potencia entre microrredes.

presentan dos MGs basadas en inversores, las cuales están conectadas mediante una línea de transmisión con impedancia $Y_{ij} = B_{ij} + G_{ij}$. Note que Y_{ij} representa la impedancia entre MGs i y j . Cada uno de los inversores que componen una MG es modelado como una fuente controlable de voltaje, y todos los inversores trabajan a una frecuencia de referencia ω^{ref} con una fase δ_i, δ_j , las cuales se pueden medir, y entre estos inversores puede existir un flujo de potencia activa (P) o reactiva (Q) de acuerdo a los valores y magnitudes de los voltajes en cada nodo y sus valores de fase. Las expresiones generales para describir el flujo de potencia instantáneo son [100]

$$P_i = G_{ii} (v_i)^2 - \sum_{j \in \mathcal{N}_i} \left(G_{ij} \cos(\delta_{ij}) + B_{ij} \sin(\delta_{ij}) \right) v_i v_j,$$

$$Q_i = -B_{ii} (v_i)^2 - \sum_{j \in \mathcal{N}_i} \left(B_{ij} \cos(\delta_{ij}) - G_{ij} \sin(\delta_{ij}) \right) v_i v_j,$$

donde P_i y Q_i son la potencia activa y reactiva en el nodo i , respectivamente. Asimismo, v_i y v_j son las magnitudes de los voltajes en el respectivo nodo. La primera suposición de carácter técnico es que la línea de transmisión es predominantemente inductiva debido a la inclusión de un valor alto de inductancia debido a la salida del inversor o agregando una impedancia virtual que haga una compensación tal que se garantice está condición y de ser necesario agregar un lazo de realimentación en cada inversor [15]. Por lo cual, la conductancia G_{ij} tienen un valor de 0 y se puede obtener la siguiente expresión simplificada para la potencia reactiva

$$Q_i = -\|B_{ii}\| (v_i)^2 - \sum_{j \in \mathcal{N}_i} \|B_{ij}\| \cos(\delta_{ij}) v_i v_j,$$

considerando una pequeña diferencia de fase entre los nodos, $\delta_{ij} = \delta_i - \delta_j \approx 0$, se puede simplificar una vez más

$$Q_i = -\|B_{ii}\| (v_i)^2 - \sum_{j \in \mathcal{N}_i} \|B_{ij}\| v_i v_j. \quad (3-1)$$

Al seguir la estructura estándar de control jerárquico en MGs, se usa un control primario de tipo *droop control*. Este control primario tiene como característica una respuesta mucho más rápida con respecto a los niveles superiores de control. Este control primario subtrae o agrega un valor proporcional al voltaje de referencia en función de la cantidad de potencia reactiva demandada o absorbida. Este mecanismo de control hace que el voltaje se desvíe de su valor de referencia. La ecuación del control *droop* para el voltaje es definida como

$$v_i = v^{\text{ref}} - \eta_i Q_i, \quad (3-2)$$

donde η^i es el coeficiente asociado a la ecuación del control *droop*. Un valor promedio de la potencia reactiva es calculado por medio de un filtro pasa bajos que sigue la siguiente forma

$$\hat{Q}_i = \frac{1}{1 + \tau_s} Q_i, \quad (3-3)$$

donde τ es el valor de la constante de tiempo asociado al filtro. Al combinar las ecuaciones (3-1), (3-2) y (3-3) se puede obtener la siguiente relación entre voltaje y potencia reactiva

$$\tau \dot{v}_i = -v_i + v^{\text{ref}} - \eta_i \left(Q_i^{\text{L}} + \sum_{j \in \mathcal{N}_i} \|B_{ij}\| (v_i)^2 + \sum_{j \in \mathcal{N}_i} \|B_{ij}\| v_i v_j + Q_i^{\text{ref}} \right),$$

de donde se observa que la dinámica del voltaje es no lineal, depende del cuadrado del voltaje del inversor y del voltaje de los inversores que componen su vecindario. De igual manera, describe la respuesta natural del voltaje en el nodo i . Dado que se desea proponer una estrategia de control secundario, se agrega una acción de control u_i a la ecuación anterior y se obtiene

$$\tau \dot{v}_i = -v_i + v^{\text{ref}} + u_i - \eta_i \left(Q_i^{\text{L}} + \sum_{j \in \mathcal{N}_i} \|B_{ij}\| (v_i)^2 + \sum_{j \in \mathcal{N}_i} \|B_{ij}\| v_i v_j + Q_i^{\text{ref}} \right).$$

Como se observó en la sección 2.4, la estrategia de control que se desea utilizar usa un modelo dinámico discreto del sistema, por lo cual una discretización basada en Euler de un paso se considera y se obtiene el siguiente resultado

$$v_i^{t+1} = v_i^t + T_s \left(-v_i^t + v^{\text{ref},t} + u_i^t - \eta_i \left(Q_i^{\text{L},t} + \sum_{j \in \mathcal{N}_i} \|B_{ij}\| (v_i^t)^2 + \sum_{j \in \mathcal{N}_i} \|B_{ij}\| v_i^t v_j^t + Q_i^{\text{ref},t} \right) \right). \quad (3-4)$$

Note que en muchas ocasiones los valores para $v^{\text{ref},t}$, $Q_i^{\text{L},t}$, $Q_i^{\text{ref},t}$ se pueden llegar a considerar constantes en el tiempo, por lo cual se podrían reducir a v^{ref} , Q_i^{L} , Q_i^{ref} , respectivamente. El objetivo en esta tesis es diseñar una estrategia de regulación de voltaje distribuida de segundo nivel para minimizar las variaciones de voltaje causadas por el controlador *droop* en cada microrred usando decisiones locales. Los valores de voltaje son considerados sobre un horizonte de predicción T . En lo que resta de este trabajo se considera que los términos relacionados con $v^{\text{ref},t}$, $Q_i^{\text{L},t}$, $Q_i^{\text{ref},t}$ permanecen constantes durante el horizonte de predicción considerado, por lo cual se omite el superíndice t . Finalmente, se puede plantear el siguiente problema de optimización para cada microrred i

$$\begin{aligned} \underset{\mathbf{u}_i^t}{\text{mín}} \quad & \sum_{s=t+1}^{t+T} \|v_i^s - v^{\text{ref}}\|^2 + \sum_{l=t}^{t+T-1} \|u_i^l\| \\ \text{sujeto a} \quad & (3-4) \\ & 0,95v^{\text{ref}} \leq v_i^s \leq 1,05v^{\text{ref}}, \\ & \underline{u}_i \leq u_i^l \leq \bar{u}_i. \end{aligned} \quad (3-5)$$

Note que la estructura general de (3-5) es similar a la presentada en los problemas (2-11) y (2-25). Por lo cual es evidente que se puede proponer una solución basada en MPC y ADMM para el problema anterior. A continuación se presenta de manera esquemática el sistema a controlar.

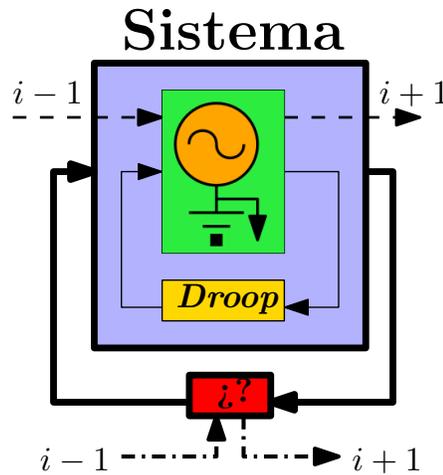


Figura 3-6: Esquema general del sistema y controlador a proponer.

Como se puede observar en **Figura 3-6**, se considera que el sistema básico en cada MG está compuesto por un inversor y una lazo de control primario (*Droop Control*). Adicionalmente, el lazo de control primario ha sido previamente diseñado y actualmente se encuentra embebido en la dinámica del sistema, por lo cual no se considera un diseño sobre este lazo de control. De hecho, a lo largo de este trabajo estamos interesados en el diseño de un controlador de segundo nivel, el cual se representa como un bloque en rojo, que utilice algunas herramientas como lo puede ser ADMM y MPC. La forma de diseño de este controlador y el manejo adicional que se realiza del problema se encuentra de manera detallada en el Capítulo 4.

3.4. Estrategias de control en microrredes interconectadas

Como se ha mencionado anteriormente, las NMGs tienen un conjunto de características que las hacen muy interesantes y les otorga un gran potencial como pieza clave en el cambio de paradigma que se está viviendo en los sistemas de generación de energía eléctrica. Para que esto se convierta en realidad es necesario mitigar de manera adecuada sus desventajas, lo cual permitirá controlar el flujo de potencia entre MGs de una manera adecuada. En esta sección se presentan de manera general los niveles de control existentes en una NMG.

3.4.1. Lazos de control internos o nivel de control cero

Este nivel está relacionado con el proceso de generación y tiene en cuenta variables como el voltaje y la corriente que son proporcionados por la interfaz electrónica de potencia (PEI, por sus siglas en inglés) al bus común o línea de interconexión. Este está formado por dos tipos de lazos: un alzo interno de corriente y un lazo externo de voltaje. El lazo de control de voltaje actúa directamente en el PEI con el objetivo de hacer tracking a una referencia sinusoidal.

3.4.2. Control primario

Este nivel de control es el que proporciona las referencias sinusoidales a los lazos internos de corriente y de voltaje. Dependiendo del modo de operación en el que se encuentre el generador distribuido (DG, por sus siglas en inglés) ya sea formación de red o seguimiento de red, sus objetivos son distintos. Cuando el DG funciona en modo de formación de red, este cambia la amplitud y frecuencia de la referencia de voltaje con el fin de que el flujo de potencia sea adecuado entre las entidades de la red. Para lograr este objetivo, una estrategia muy común es el concepto de *droop control* [101], el cual genera las referencias de acuerdo a la relación entre voltaje/potencia activa y frecuencia/potencia reactiva imitando el comportamiento de los generadores síncronos. En el modo seguimiento de red, el DG cambia la amplitud y frecuencia de la referencia de voltaje para garantizar que el flujo de potencia reactivo tiende a 0. Es decir, se busca un valor unitario en el factor de potencia y que a su vez la potencia activa alcance el máximo punto de seguimiento de potencia, es decir, que entregue la mayor cantidad de potencia activa disponible en cada instante.

3.4.3. Control secundario

El objetivo del control secundario es corregir las diferencias inducidas por el control primario respecto a sus valores nominales. En MGs AC, este nivel también se encarga de sincronizar apropiadamente el DG y la red principal.

3.4.4. Control terciario

Este nivel de control tiene como fin el manejar el flujo de potencia activa y reactiva entre MGs o con la red principal. Este control de flujo de potencia se divide en dos: primero, el

controlador asegura que las MGs sigan las referencias de potencia especificadas. El segundo es un sistema de administración de energía (EMS, por sus siglas en inglés) el cual genera las referencias de potencia para cada MG. Habitualmente este usa un algoritmo de optimización que busca minimizar alguna función de costo como podría ser el costo de generación.

4 Método de Multiplicadores de Direcciones Alternantes para gestión de energía en microrredes interconectadas

Las últimas décadas han presenciado el rápido desarrollo de un amplio conjunto de tecnologías, (e. g., comunicaciones, cálculo, dispositivos de control, actuadores, entre otros) que han impulsado el surgimiento de sistemas de gran escala e interconectados [102]. Algunos ejemplos de esta clase de sistemas son redes de robots, sistemas de vehículos autónomos, sistemas de energía inteligentes, entre otros. En cualquiera de estos sistemas existe un objetivo que se desea alcanzar de manera conjunta. Sin embargo, debido al gran tamaño de estos sistemas o la cantidad de actores involucrados, se hace necesario el desarrollo de nuevas herramientas y modelos que permitan el análisis e implementación de estrategias de control que sean aplicables a este tipo de sistemas [44]. Uno de estos sistemas que tiene especial importancia para la sociedad actual son los sistemas de generación eléctrica.

En sistemas de generación eléctrica, los algoritmos y estrategias de control centralizadas han tenido un rol clave para lograr los objetivos de control asociados; como lo pueden ser la búsqueda del costo mínimo de generación, la solución del problema de flujo de potencia óptimo, regulación de voltaje o control de frecuencia [103]. Estos objetivos de control pueden ser logrados al solucionar un problema de optimización asociado a cada uno de ellos. Para el planteamiento del problema de optimización asociado se pueden utilizar parámetros de la red, la topología de la misma, límites de transmisión de potencia, parámetros de carga, entre otros. Otro aspecto importante es el incremento en el uso de recursos energéticos distribuidos (e.g., generación eólica o solar), ya que su uso hace necesario que se propongan nuevas maneras de solucionar estos objetivos de control. Normalmente, al incluirse los parámetros anteriormente mencionados relacionados con la red y a las fuentes de generación distribuidas, los problemas de optimización asociados aumentarán su complejidad y será necesario de un mayor recurso computacional para solucionarlos [104]. Una alternativa que se ha propuesto para poder abordar este problema de control es dividir el problema de control

general en subproblemas más sencillos. Sin embargo, estos subproblemas pueden estar relacionados debido a sus dinámicas, funciones de costo, restricciones o comunicaciones [105]. Por lo cual, las estrategias distribuidas son una alternativa interesante para aplicaciones de control en sistemas de generación eléctrica [36, 106, 107] y, en el caso de este trabajo, más específicamente la regulación de voltaje en microrredes interconectadas.

Las estrategias de control distribuido son más adecuadas para sistemas interconectados, ya que estos poseen una naturaleza distribuida que impone algunas limitaciones a las estrategias de control centralizadas. Las principales ventajas de las estrategias distribuidas son las siguientes: primero, cada agente (o nodo) comparte una cantidad limitada de información, lo cual evita la necesidad de un agente central y también el problema de un único punto de falla. Dado que la información no se centraliza, los sistemas son menos propensos a tener problemas de seguridad y privacidad. Segundo, los algoritmos distribuidos pueden ejecutarse en paralelo y obtener mejores resultados que estrategias centralizadas en términos de velocidad y en función del tamaño del problema. Finalmente, al usar estrategias distribuidas se reducen los costos asociados a la infraestructura de comunicaciones y de procesamiento [102, 103, 108].

4.1. Planteamiento general del problema de regulación de voltaje en microrredes interconectadas

Como se mencionó en la Sección 3.3.1 cada una de las microrredes busca encontrar la solución a un problema de la forma (3-5). Sin embargo, se desea adicionar unos pesos al voltaje final del horizonte considerado y a la magnitud de la señal de control introducida en el sistema. Por lo cual se plantea el siguiente problema de MPC para el agente i

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{v}_i^t, \mathbf{u}_i^t} \quad & \left\| v_i^{t+T} - v^{\text{ref}} \right\|_{Q^f}^2 + \sum_{s=t+1}^{t+T-1} \left\| v_i^s - v^{\text{ref}} \right\|_Q^2 + \sum_{l=t}^{t+T-1} \left\| \mathbf{u}_i^l \right\|_R, \\ \text{sujeto a} \quad & (3-4) \\ & 0,95v^{\text{ref}} \leq v_i^s \leq 1,05v^{\text{ref}}, \\ & \underline{\mathbf{u}}_i \leq \mathbf{u}_i^l \leq \bar{\mathbf{u}}_i, \end{aligned} \tag{4-1}$$

en donde

$$J_i(\mathbf{v}_i^t, \mathbf{u}_i^t) = \left\| v_i^{t+T} - v^{\text{ref}} \right\|_{Q^f}^2 + \sum_{s=t+1}^{t+T-1} \left\| v_i^s - v^{\text{ref}} \right\|_Q^2 + \sum_{l=t}^{t+T-1} \left\| \mathbf{u}_i^l \right\|_R.$$

Por lo cual la función de costo para el problema global es la siguiente

$$\mathbf{J} = \sum_{i=1}^N J_i(\mathbf{v}_i^t, \mathbf{u}_i^t),$$

como se ha mencionado previamente, el objetivo de control es diseñar N controladores usando una misma estrategia con el fin de regular el voltaje en todas las microrredes cuando un cambio de la carga se presenta en una de ellas. Note que con base en lo anterior, se observa que el estado para el agente i es v_i^t y es equivalente en notación a x_i^t . Como se desea presentar una forma general del problema, en adelante se usa la notación x_i^t para referirse al estado de la MG i en tiempo t .

Por lo cual se considera un sistema compuesto por N microrredes interconectadas. Cada MG tiene las capacidades necesarias para realizar tareas de comunicaciones, cálculo, sensores, actuadores y toma de decisiones. Para representar la conexión entre ellas se utiliza un grafo $\mathcal{G}(\mathcal{V}, \mathcal{E})$ el cual describe ya sean enlaces físicos o de comunicaciones.

Suposición 4.1. *El grafo \mathcal{G} cumple con las propiedades de ser fuertemente conectado y los nodos no tienen enlaces consigo mismos.*

La dinámica de cada MG se describe con la siguiente dinámica lineal en tiempo discreto, de forma general,

$$\mathbf{x}_i^{t+1} = \mathcal{A}_i \mathbf{x}_i^t + \mathcal{B}_i \mathbf{u}_i^t + \gamma_i^t, \quad (4-2)$$

donde $\mathbf{x}_i^t \in \mathbb{R}^x$ es el estado del agente i en t , $\mathbf{u}_i^t \in \mathbb{R}^u$ es la acción de control y $\gamma_i^t \in \mathbb{R}^x$ es un término que describe la influencia de las MGs pertenecientes al vecindario de la MG i . Es decir, el término γ_i^t se calcula con base en la información de sensores locales disponibles y a la información recibida a través de comunicaciones (la cual puede estar actualizada o no). Este modelo dinámico (4-2) se obtiene al linealizar (3-4) en el punto de operación actual. El objetivo es diseñar N leyes de control tal que permitan regular el voltaje entre las MGs. Es decir, se busca encontrar una solución de forma distribuida a un problema global que tiene la siguiente estructura general,

$$\begin{aligned} & \underset{\mathbf{u}_1^t, \dots, \mathbf{u}_N^t}{\text{mín}} && \sum_{i=1}^N J_i(\mathbf{x}_i^t, \mathbf{u}_i^t, \gamma_i^t), \\ & \text{sujeto a} && A_i \mathbf{u}_i^t \leq r_i, \quad i = 1, 2, \dots, N, \end{aligned} \quad (4-3)$$

donde el término \mathbf{x}_i^t corresponde al estado actual del sistema, el cual parametriza la función de costo correspondiente. Asimismo, como se mencionó anteriormente, el término γ_i^t es un parámetro adicional de la función de costo que contiene información local y del vecindario.

Este término se considera constante sobre el horizonte de predicción del problema de optimización. Finalmente, $\mathbf{u}_i^t \in \mathbb{R}^{T^u}$ es el subconjunto de variables de decisión relacionadas con la microrred i . En este caso corresponden a un conjunto de acciones de control que minimizan la función J_i sobre un horizonte T tal como se presenta en 2.4. Se considera que cada función J_i es convexa y solo conocida por la microrred i . Asimismo, se supone que existe, $\mathbf{u}_i^* \in \Omega_i^*$ que minimiza J_i .

Suposición 4.2. *El conjunto de posibles soluciones Ω_i^* contienen al menos un elemento y es compacto.*

Suposición 4.3. *Para todo $i \in 1, 2, \dots, N$, la función J_i no es necesariamente diferenciable, es convexa y cerrada. Además, posee un límite inferior.*

Con base **Suposición 4.2** se asegura en que cada paso de tiempo t cada MG i puede encontrar una solución para su problema de control. Ya que se quiere solucionar (4-3) de manera distribuida, se considera el problema de control local para la MG i

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{u}_i^t} \quad & J_i(\mathbf{x}_i^t, \mathbf{u}_i^t, \gamma_i^t) \\ \text{sujeto a} \quad & A_i \mathbf{u}_i^t \leq r_i, \end{aligned} \tag{4-4}$$

se remarca que $A_i \in \mathbb{R}^{M \times T^u}$ es en general una matriz no cuadrada que contiene la información relacionada con las restricciones del sistema (e.g. tales como restricciones de energía, de estado o ciertas limitaciones físicas). Se supone que las restricciones del problema (4-3) pueden ser divididas o reorganizadas, tal que se pueden agrupar las restricciones relacionadas con cada MG en específico. Es necesario resaltar que también es supuesto que la red de comunicaciones y la de interconexión física coincide por la descrita en \mathcal{G} . Se busca que cada MG i minimice su función local de costo usando el conjunto de variables de decisión \mathbf{u}_i^t . Con el fin de simplificar la notación, y como se mencionó anteriormente, la función J_i en (4-4) está parametrizado por el estado actual (\mathbf{x}_i^t) y por la influencia actual de su vecindario (γ_i^t). Por lo cual de aquí en adelante se usará $J_i(\mathbf{u}_i^t)$ y se considera implícitamente los términos \mathbf{x}_i^t y γ_i^t . Considerando lo anteriormente expuesto el problema (4-4) se reescribe como

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{u}_i^t} \quad & J_i(\mathbf{u}_i^t) \\ \text{sujeto a} \quad & A_i \mathbf{u}_i^t \leq r_i. \end{aligned}$$

Dado que el anterior problema no tiene la estructura general del problema de ADMM (2-4) se agrega la función indicadora g_i y variables auxiliares z_i^t . Por lo cual se obtiene

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{u}_i^t, z_i^t} \quad & J_i(\mathbf{u}_i^t) + g_i(z_i^t) \\ \text{sujeto a} \quad & A_i \mathbf{u}_i^t - z_i^t = 0, \end{aligned} \tag{4-5}$$

donde

$$g_i(z_i^t) = \begin{cases} 0 & z_i^t \leq r_i, \\ \infty & \text{de otra manera.} \end{cases}$$

Partiendo de la estructura de los problemas locales representada en 4-5 se realizan las siguientes definiciones

$$\mathbf{J}(\mathbf{U}^t) = \sum_{i=1}^N J_i(\mathbf{u}_i^t),$$

$$\mathbf{G}(\mathbf{Z}^t) = \sum_{i=1}^N g_i(z_i^t),$$

$$\mathbf{A} = \text{diag}(A_1, \dots, A_N),$$

$$\mathbf{U}^t = \begin{bmatrix} \mathbf{u}_1^{t\top} & \mathbf{u}_2^{t\top} & \dots & \mathbf{u}_N^{t\top} \end{bmatrix}^\top, \quad (4-6)$$

$$\mathbf{Z}^t = \begin{bmatrix} z_1^{t\top} & z_2^{t\top} & \dots & z_N^{t\top} \end{bmatrix}^\top, \quad (4-7)$$

tal que el problema de optimización global se puede reescribir como

$$\begin{aligned} & \underset{\mathbf{U}^t, \mathbf{Z}^t}{\text{mín}} && \mathbf{J}(\mathbf{U}^t) + \mathbf{G}(\mathbf{Z}^t), \\ & \text{sujeto a} && \mathbf{A}\mathbf{U}^t - \mathbf{Z}^t = 0, \end{aligned}$$

y su función de Lagrange asociada es

$$\mathcal{L}(\mathbf{U}^t, \mathbf{Z}^t, \boldsymbol{\lambda}^t) = \mathbf{J}(\mathbf{U}^t) + \mathbf{G}(\mathbf{Z}^t) + \boldsymbol{\lambda}^{t\top} (\mathbf{Z}^t - \mathbf{A}\mathbf{U}^t) \quad (4-8)$$

donde

$$\boldsymbol{\lambda}^t = \begin{bmatrix} \lambda_1^{t\top} & \lambda_2^{t\top} & \dots & \lambda_N^{t\top} \end{bmatrix}^\top, \quad (4-9)$$

note que λ_i^t son los multiplicadores de Lagrange asociados a las restricciones de agente i .

Suposición 4.4. *El Lagrangiano $\mathcal{L}(\mathbf{U}^t, \mathbf{Z}^t, \boldsymbol{\lambda}^t)$ posee un punto de silla, i.e, existe una solución $(\mathbf{U}^{t*}, \mathbf{Z}^{t*}, \boldsymbol{\lambda}^{t*})$ tal que*

$$\mathcal{L}(\mathbf{U}^{t*}, \mathbf{Z}^{t*}, \boldsymbol{\lambda}^t) \leq \mathcal{L}(\mathbf{U}^{t*}, \mathbf{Z}^{t*}, \boldsymbol{\lambda}^{t*}) \leq \mathcal{L}(\mathbf{U}^t, \mathbf{Z}^t, \boldsymbol{\lambda}^{t*}),$$

que se cumple para todo $\mathbf{U}^t, \mathbf{Z}^t, \boldsymbol{\lambda}^t$.

De la misma manera, se plantea el lagrangiano aumentado

$$\mathcal{L}_\rho(\mathbf{U}^t, \mathbf{Z}^t, \boldsymbol{\lambda}^t) = \mathbf{J}(\mathbf{U}^t) + \mathbf{G}(\mathbf{Z}^t) + \boldsymbol{\lambda}^{t\top} (\mathbf{Z}^t - \mathbf{A}\mathbf{U}^t) + \frac{\rho}{2} \|\mathbf{Z}^t - \mathbf{A}\mathbf{U}^t\|^2, \quad (4-10)$$

con base en el planteamiento anterior, se procede a plantear una metodología basada en ADMM que permite encontrar una solución al problema anterior.

4.2. Algoritmo de optimización para control de voltaje en microrredes interconectadas

De manera centralizada se puede plantear la siguiente solución iterativa basada en ADMM y teniendo en cuenta las definiciones hechas en (4-6), (4-7) y (4-9)

$$\begin{aligned} \mathbf{U}^k &= \arg \min_{\mathbf{U}} \mathcal{L}_\rho \left(\mathbf{U}, \mathbf{Z}^k, \boldsymbol{\lambda}^k \right), \\ \mathbf{Z}^{k+1} &= \arg \min_{\mathbf{Z}} \mathcal{L}_\rho \left(\mathbf{U}^{k+1}, \mathbf{Z}_i, \boldsymbol{\lambda}_i^k \right), \\ \boldsymbol{\lambda}^{k+1} &= \boldsymbol{\lambda}^k + \rho \left(\mathbf{Z}^{k+1} - \mathbf{A}\mathbf{U}^{k+1} \right), \end{aligned}$$

Sin embargo, se desea usar una estrategia distribuida para encontrar una solución a (4-10). Con el fin de encontrar una solución a (4-5) se plantea el siguiente procedimiento iterativo para el agente i

$$\mathbf{u}_i^{k+1} = \arg \min_{\mathbf{u}_i} \mathcal{L}_\rho \left(\mathbf{u}_i, z_i^k, \lambda_i^k \right), \quad (4-11)$$

$$z_i^{k+1} = \arg \min_{z_i} \mathcal{L}_\rho \left(\mathbf{u}_i^{k+1}, z_i, \lambda_i^k \right), \quad (4-12)$$

$$\lambda_i^{k+1} = \lambda_i^k + \rho \left(z_i^{k+1} - A_i \mathbf{u}_i^{k+1} \right), \quad (4-13)$$

La anterior solución toma como base que se puede obtener un subconjunto de restricciones relacionados solo al agente i y por lo cual tanto \mathbf{Z} como $\boldsymbol{\lambda}$ son separables. En forma de algoritmo se tiene que cada agente i aplica el procedimiento presentado en el Algoritmo 4-1.

Algunos trabajos similares que usan ADMM distribuido para solucionar problemas de optimización convexa sobre grafos se encuentran en [109, 110]. Sin embargo, la manera en la que se abordan los problemas es diferente. En esos trabajos se enfocan en problemas netamente numéricos, pero esta tesis se desarrolla con el fin de proponer una solución al problema de regulación de voltaje en microrredes interconectadas. Otra diferencia respecto a trabajos previos es que aquí se consideran restricciones específicas para las variables de decisión \mathbf{u}_i^t relacionadas con restricciones de energía, estados y de dinámica.

Algoritmo 4-1: Procedimiento aplicado por el agente i para solucionar su problema local de regulación de voltaje.

Require: $z_i^0, \lambda_i^0 \in \mathbb{R}^M, \rho > 0$ y ϵ

- 1: $t \rightarrow 0$ ▷ Se da valor inicial al tiempo de simulación
 - 2: **while** $t \leq t_{\text{máx}}$ **do**
 - 3: $k \rightarrow 0$ ▷ Reinicio del número de iteraciones del problema de optimización
 - 4: Se lee la información proveniente de \mathcal{N}_i
 - 5: Se calcula γ_i^t
 - 6: Se actualiza la función de costo $J_i(x_i^t, \mathbf{u}_i^t, \gamma_i^t)$
 - 7: Se actualizan los términos \mathbf{A} y \mathbf{b} relacionados con las restricciones del sistema
 - 8: Se actualiza la función g_i en términos de \mathbf{b}
 - 9: Se calcula \mathcal{L}_ρ respecto a $J_i(x_i^t, \mathbf{u}_i^t, \gamma_i^t)$ y g_i
 - 10: $z_i^k \rightarrow z_i^t$
 - 11: $\lambda_i^k \rightarrow \lambda_i^t$
 - 12: **while** ϵ no se cumpla **do**
 - 13: Obtener \mathbf{u}_i^{k+1} usando (4-11)
 - 14: Obtener z_i^{k+1} usando (4-12)
 - 15: Obtener λ_i^{k+1} usando (4-13)
 - 16: $k \rightarrow k + 1$ ▷ Incremento del número de iteraciones
 - 17: **end while**
 - 18: $\mathbf{u}_i^t \rightarrow \Phi(\mathbf{u}_i^t)$ ▷ Se obtiene la acción de control correspondiente al tiempo t
 - 19: Se aplica la acción de control al sistema
 - 20: Se mide el estado actual \mathbf{x}_i^t
 - 21: Se envía la información a los agentes que se encuentran en \mathcal{N}_i
 - 22: $t \rightarrow t + 1$ ▷ Se incrementa un paso en el tiempo de simulación
 - 23: $z_i^t \rightarrow z_i^k$ ▷ warm start
 - 24: $\lambda_i^t \rightarrow \lambda_i^k$ ▷ warm start
 - 25: **end while**
-

Con el fin de probar la convergencia del Algoritmo 4-1 se presenta el siguiente teorema,

Teorema 4.1. Sean $\{u_i^k\}_{i=1,\dots,n}, \{\lambda_i^k\}_{i=1,\dots,n}, k = 1, 2, \dots, n$ la secuencia de variables de decisión y variables duales generadas por (4-11), (4-13). Además, sea $\{z_i^k\}, k = 1, 2, \dots, n$ la secuencia generada por (4-12). Bajo las suposiciones 4.2 y 4.3 para cualquier valor fijo $\boldsymbol{\lambda}^*$, la siguiente relación se mantiene para todo $k > 0$,

$$0 \leq \mathcal{L}(\mathbf{U}, \mathbf{Z}, \boldsymbol{\lambda}^*) - \mathcal{L}(\mathbf{U}^*, \mathbf{Z}^*, \boldsymbol{\lambda}) \leq \frac{\|\boldsymbol{\lambda}^* - \boldsymbol{\lambda}^0\|^2}{2\rho k} + \frac{\rho \|\mathbf{A}\mathbf{U}^* - \mathbf{Z}^0\|^2}{2k},$$

donde, $(\mathbf{U}^*, \mathbf{Z}^*) \in \Omega^*$ es una solución óptima del problema y ρ es un parámetro predefinido asociado al problema.

Del anterior teorema se puede decir que a medida que el número de iteraciones k aumenta, el punto correspondiente en el espacio de soluciones se encuentra más cerca a la solución óptima. Con un número lo suficientemente grande, se llegaría a esta solución. Sin embargo, dado que el algoritmo tiene un criterio de parada, se tiene que el algoritmo se detiene cuando la solución que se posea se encuentre dentro de un vecindario cercano a la solución óptima. Para realizar la prueba del teorema anterior, se hace la definición de siguientes lemas, los cuales serán necesarios para la misma.

Lema 4.1. Sea $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ una función convexa. Se define que $h(x)$ es un sub-gradiente de f en $x \in \text{dom}(f)$, entonces para todo $z \in \text{dom}(f)$ se cumple

$$f(z) \geq f(x) + h^\top(x)(z - x). \quad (4-14)$$

Lema 4.2. Si x^* es un mínimo local f en el conjunto \mathbb{X} , entonces

$$\nabla f(x^*)^\top (x - x^*) \geq 0, \quad \forall x \in \mathbb{X}. \quad (4-15)$$

Lema 4.3. Sea los vectores $w_1, w_2, w_3, w_4 \in \mathbb{R}^p$, se cumple que

$$(w_1 - w_2)^\top (w_3 - w_4) = \frac{1}{2} \left(\|w_1 - w_4\|^2 - \|w_1 - w_3\|^2 + \|w_2 - w_3\|^2 - \|w_2 - w_4\|^2 \right). \quad (4-16)$$

A continuación se procede con la prueba.

4.2.1. Prueba de convergencia

Demostración. Sea \mathbf{U} en la iteración k igual a \mathbf{U}^k . De la misma manera, para las demás variables. A partir de (4-14) es posible obtener que

$$-\left(\mathbf{U}^k - \mathbf{U}^{k+1}\right)^\top \nabla \mathbf{J}\left(\mathbf{U}^{k+1}\right) \geq \mathbf{J}\left(\mathbf{U}^{k+1}\right) - \mathbf{J}\left(\mathbf{U}^k\right), \quad (4-17)$$

$$-\left(\mathbf{Z}^k - \mathbf{Z}^{k+1}\right)^\top \nabla \mathbf{G}\left(\mathbf{Z}^{k+1}\right) \geq \mathbf{G}\left(\mathbf{Z}^{k+1}\right) - \mathbf{G}\left(\mathbf{Z}^k\right), \quad (4-18)$$

a partir de (4-15) se plantea

$$\begin{aligned} \left(\mathbf{U}^k - \mathbf{U}^{k+1}\right)^\top \nabla \mathcal{L}_\rho = \left(\mathbf{U}^k - \mathbf{U}^{k+1}\right)^\top \\ \left(\nabla \mathbf{J}\left(\mathbf{U}^{k+1}\right) - \mathbf{A}^\top \boldsymbol{\lambda}^k - \rho \mathbf{A}^\top \left(\mathbf{Z}^k - \mathbf{A}\mathbf{U}^{k+1}\right)\right) \geq 0, \end{aligned} \quad (4-19)$$

$$\begin{aligned} \left(\mathbf{Z}^k - \mathbf{Z}^{k+1}\right)^\top \nabla \mathcal{L}_\rho = \left(\mathbf{Z}^k - \mathbf{Z}^{k+1}\right)^\top \\ \left(\nabla \mathbf{G}\left(\mathbf{Z}^{k+1}\right) + \boldsymbol{\lambda}^k + \rho \left[\mathbf{Z}^{k+1} - \mathbf{A}\mathbf{U}^{k+1}\right]\right) \geq 0. \end{aligned} \quad (4-20)$$

De igual manera, a partir de (4-13) se deduce que

$$-\mathbf{A}\mathbf{U}^{k+1} = \frac{\boldsymbol{\lambda}^{k+1} - \boldsymbol{\lambda}^k}{\rho} - \mathbf{Z}^{k+1}, \quad (4-21)$$

reemplazando (4-21) en (4-19), (4-20) se obtiene que

$$\begin{aligned} \left(\mathbf{U}^k - \mathbf{U}^{k+1}\right)^\top \left(\nabla \mathbf{J}\left(\mathbf{U}^{k+1}\right) - \mathbf{A}^\top \boldsymbol{\lambda}^{k+1} + \rho \mathbf{A}^\top \left(\mathbf{Z}^{k+1} - \mathbf{Z}^1\right)\right) \geq 0, \\ \left(\mathbf{U}^k - \mathbf{U}^{k+1}\right)^\top \left(-\mathbf{A}^\top \boldsymbol{\lambda}^{k+1} + \rho \mathbf{A}^\top \left(\mathbf{Z}^{k+1} - \mathbf{Z}^1\right)\right) \geq \\ -\left(\mathbf{U}^k - \mathbf{U}^{k+1}\right)^\top \nabla \mathbf{J}\left(\mathbf{U}^{k+1}\right), \end{aligned} \quad (4-22)$$

de igual manera

$$\begin{aligned} \left(\mathbf{Z}^k - \mathbf{Z}^{k+1}\right)^\top \left(\nabla \mathbf{G}\left(\mathbf{Z}^{k+1}\right) + \boldsymbol{\lambda}^{k+1}\right) \geq 0, \\ \left(\mathbf{Z}^k - \mathbf{Z}^{k+1}\right)^\top \boldsymbol{\lambda}^{k+1} \geq -\left(\mathbf{Z}^k - \mathbf{Z}^{k+1}\right)^\top \nabla \mathbf{G}\left(\mathbf{Z}^{k+1}\right). \end{aligned} \quad (4-23)$$

Al combinar (4-17) y (4-22) se obtiene

$$\left(\mathbf{U}^k - \mathbf{U}^{k+1}\right)^\top \left(-\mathbf{A}^\top \boldsymbol{\lambda}^{k+1} + \rho \mathbf{A}^\top \left(\mathbf{Z}^{k+1} - \mathbf{Z}^k\right)\right) \geq \mathbf{J}\left(\mathbf{U}^{k+1}\right) - \mathbf{J}\left(\mathbf{U}^k\right), \quad (4-24)$$

de manera similar, combinando (4-18) y (4-23) resulta en

$$\left(\mathbf{Z}^k - \mathbf{Z}^{k+1}\right)^\top \boldsymbol{\lambda}^{k+1} \geq \mathbf{G}\left(\mathbf{Z}^{k+1}\right) - \mathbf{G}\left(\mathbf{Z}^k\right), \quad (4-25)$$

sumando (4-24) y (4-25)

$$\begin{aligned} \mathbf{J}(\mathbf{U}^{k+1}) - \mathbf{J}(\mathbf{U}^k) + \mathbf{G}(\mathbf{Z}^{k+1}) - \mathbf{G}(\mathbf{Z}^k) \leq \\ \boldsymbol{\lambda}^{k+1\top} (\mathbf{Z}^k - \mathbf{A}\mathbf{U}^k + \mathbf{A}\mathbf{U}^{k+1} - \mathbf{Z}^{k+1}) + \rho (\mathbf{U}^k - \mathbf{U}^{k+1})^\top \mathbf{A}^\top (\mathbf{Z}^{k+1} - \mathbf{Z}^k), \end{aligned}$$

se procede a emplazar $\mathbf{U}^k = \mathbf{U}^*$ y $\mathbf{Z}^k = \mathbf{Z}^*$. Tenga en cuenta que $\mathbf{Z}^* - \mathbf{A}\mathbf{U}^* = 0$.

$$\begin{aligned} \mathbf{J}(\mathbf{U}^{k+1}) - \mathbf{J}(\mathbf{U}^*) + \mathbf{G}(\mathbf{Z}^{k+1}) - \mathbf{G}(\mathbf{Z}^*) \leq \\ \boldsymbol{\lambda}^{k+1\top} (\mathbf{A}\mathbf{U}^{k+1} - \mathbf{Z}^{k+1}) + \rho (\mathbf{U}^* - \mathbf{U}^{k+1})^\top \mathbf{A}^\top (\mathbf{Z}^{k+1} - \mathbf{Z}^k), \end{aligned}$$

se suma el término $\boldsymbol{\lambda}^{*\top} (\mathbf{Z}^{k+1} - \mathbf{A}\mathbf{U}^{k+1})$ a ambos lados

$$\begin{aligned} \mathbf{J}(\mathbf{U}^{k+1}) - \mathbf{J}(\mathbf{U}^*) + \mathbf{G}(\mathbf{Z}^{k+1}) - \mathbf{G}(\mathbf{Z}^*) + \boldsymbol{\lambda}^{*\top} (\mathbf{Z}^{k+1} - \mathbf{A}\mathbf{U}^{k+1}) \leq \\ (\boldsymbol{\lambda}^* - \boldsymbol{\lambda}^{k+1})^\top (\mathbf{Z}^{k+1} - \mathbf{A}\mathbf{U}^{k+1}) + \rho (\mathbf{U}^* - \mathbf{U}^{k+1})^\top \mathbf{A}^\top (\mathbf{Z}^{k+1} - \mathbf{Z}^k). \quad (4-26) \end{aligned}$$

A continuación, se combinan (4-21) y (4-26)

$$\begin{aligned} \mathbf{J}(\mathbf{U}^{k+1}) - \mathbf{J}(\mathbf{U}^*) + \mathbf{G}(\mathbf{Z}^{k+1}) - \mathbf{G}(\mathbf{Z}^*) + \boldsymbol{\lambda}^{*\top} (\mathbf{Z}^{k+1} - \mathbf{A}\mathbf{U}^{k+1}) \leq \\ (\boldsymbol{\lambda}^* - \boldsymbol{\lambda}^{k+1})^\top (\boldsymbol{\lambda}^{k+1} - \boldsymbol{\lambda}^k) \frac{1}{\rho} + \rho (\mathbf{A}\mathbf{U}^* - \mathbf{A}\mathbf{U}^{k+1})^\top (\mathbf{Z}^{k+1} - \mathbf{Z}^k), \end{aligned}$$

Se usa (4-16)

$$\begin{aligned} \mathbf{J}(\mathbf{U}^{k+1}) - \mathbf{J}(\mathbf{U}^*) + \mathbf{G}(\mathbf{Z}^{k+1}) - \mathbf{G}(\mathbf{Z}^*) + \boldsymbol{\lambda}^{*\top} (\mathbf{Z}^{k+1} - \mathbf{A}\mathbf{U}^{k+1}) \\ \leq \frac{1}{2\rho} \left(\|\boldsymbol{\lambda}^* - \boldsymbol{\lambda}^k\|^2 - \|\boldsymbol{\lambda}^* - \boldsymbol{\lambda}^{k+1}\|^2 + \|\boldsymbol{\lambda}^{k+1} - \boldsymbol{\lambda}^{k+1}\|^2 - \|\boldsymbol{\lambda}^{k+1} - \boldsymbol{\lambda}^k\|^2 \right) \\ + \frac{\rho}{2} \left(\|\mathbf{A}\mathbf{U}^* - \mathbf{Z}^k\|^2 - \|\mathbf{A}\mathbf{U}^* - \mathbf{Z}^{k+1}\|^2 + \|\mathbf{A}\mathbf{U}^{k+1} - \mathbf{U}^{k+1}\|^2 - \|\mathbf{A}\mathbf{U}^{k+1} - \mathbf{Z}^k\|^2 \right) \\ \leq \frac{1}{2\rho} \left(\|\boldsymbol{\lambda}^* - \boldsymbol{\lambda}^k\|^2 - \|\boldsymbol{\lambda}^* - \boldsymbol{\lambda}^{k+1}\|^2 - \|\boldsymbol{\lambda}^{k+1} - \boldsymbol{\lambda}^k\|^2 \right) \\ + \frac{\rho}{2} \left(\|\mathbf{A}\mathbf{U}^* - \mathbf{Z}^k\|^2 - \|\mathbf{A}\mathbf{U}^* - \mathbf{Z}^{k+1}\|^2 + \|\mathbf{A}\mathbf{U}^{k+1} - \mathbf{Z}^{k+1}\|^2 \right), \end{aligned}$$

a partir de (4-13) se obtiene que

$$\begin{aligned} \frac{\boldsymbol{\lambda}^{k+1} - \boldsymbol{\lambda}^k}{\rho} = -\mathbf{A}\mathbf{U}^{k+1} + \mathbf{Z}^{k+1} \implies \\ \frac{1}{\rho} \|\boldsymbol{\lambda}^{k+1} - \boldsymbol{\lambda}^k\|^2 = \|\mathbf{A}\mathbf{U}^{k+1} - \mathbf{Z}^{k+1}\|^2 = \|\mathbf{A}\mathbf{U}^{k+1} - \mathbf{Z}^{k+1}\|^2, \end{aligned}$$

entonces

$$\begin{aligned}
 & \mathbf{J}(\mathbf{U}^{k+1}) - \mathbf{J}(\mathbf{U}^*) + \mathbf{G}(\mathbf{Z}^{k+1}) - \mathbf{G}(\mathbf{Z}^*) + \boldsymbol{\lambda}^{*\top} (\mathbf{Z}^{k+1} - \mathbf{AU}^{k+1}) \\
 & \leq \frac{1}{2\rho} \left(\|\boldsymbol{\lambda}^* - \boldsymbol{\lambda}^k\|^2 - \|\boldsymbol{\lambda}^* - \boldsymbol{\lambda}^{k+1}\|^2 - \|\boldsymbol{\lambda}^{k+1} - \boldsymbol{\lambda}^k\|^2 \right) + \frac{\rho}{2} \left(\|\mathbf{AU}^* - \mathbf{Z}^k\|^2 \right. \\
 & \quad \left. - \|\mathbf{AU}^* - \mathbf{Z}^{k+1}\|^2 + \frac{1}{\rho} \|\boldsymbol{\lambda}^{k+1} - \boldsymbol{\lambda}^k\|^2 \right) \\
 & = \frac{1}{2\rho} \left(\|\boldsymbol{\lambda}^* - \boldsymbol{\lambda}^k\|^2 - \|\boldsymbol{\lambda}^* - \boldsymbol{\lambda}^{k+1}\|^2 \right) + \left[\frac{1}{2} - \frac{1}{2\rho} \right] \|\boldsymbol{\lambda}^{k+1} - \boldsymbol{\lambda}^k\|^2 + \frac{\rho}{2} \left(\|\mathbf{AU}^* - \mathbf{Z}^k\|^2 \right. \\
 & \quad \left. - \|\mathbf{AU}^* - \mathbf{Z}^{k+1}\|^2 \right),
 \end{aligned}$$

si se cumple que $0 < \rho \leq 1$, entonces

$$\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2\rho} \right) \|\boldsymbol{\lambda}^{k+1} - \boldsymbol{\lambda}^k\|^2 \leq 0,$$

y, por lo tanto,

$$\begin{aligned}
 & \mathbf{J}(\mathbf{U}^{k+1}) - \mathbf{J}(\mathbf{U}^*) + \mathbf{G}(\mathbf{Z}^{k+1}) - \mathbf{G}(\mathbf{Z}^*) + \boldsymbol{\lambda}^{*\top} (\mathbf{Z}^{k+1} - \mathbf{AU}^{k+1}) \\
 & \leq \frac{1}{2\rho} \left(\|\boldsymbol{\lambda}^* - \boldsymbol{\lambda}^k\|^2 - \|\boldsymbol{\lambda}^* - \boldsymbol{\lambda}^{k+1}\|^2 \right) + \frac{\rho}{2} \left(\|\mathbf{AU}^* - \mathbf{Z}^k\|^2 - \|\mathbf{AU}^* - \mathbf{Z}^{k+1}\|^2 \right).
 \end{aligned}$$

Ahora se define $s := k$ y se obtiene

$$\begin{aligned}
 & \mathbf{J}(\mathbf{U}^{s+1}) - \mathbf{J}(\mathbf{U}^*) + \mathbf{G}(\mathbf{Z}^{s+1}) - \mathbf{G}(\mathbf{Z}^*) + \boldsymbol{\lambda}^{*\top} (\mathbf{Z}^{s+1} - \mathbf{AU}^{s+1}) \\
 & \leq \frac{1}{2\rho} \left(\|\boldsymbol{\lambda}^* - \boldsymbol{\lambda}^s\|^2 - \|\boldsymbol{\lambda}^* - \boldsymbol{\lambda}^{s+1}\|^2 \right) + \frac{\rho}{2} \left(\|\mathbf{AU}^* - \mathbf{Z}^s\|^2 - \|\mathbf{AU}^* - \mathbf{Z}^{s+1}\|^2 \right),
 \end{aligned}$$

se suma sobre el horizonte definido por $s = 0, 1, \dots, k-1$

$$\begin{aligned}
 & \sum_{s=0}^{k-1} \left(\mathbf{J}(\mathbf{U}^{s+1}) - \mathbf{J}(\mathbf{U}^*) + \mathbf{G}(\mathbf{Z}^{s+1}) - \mathbf{G}(\mathbf{Z}^*) + \boldsymbol{\lambda}^{*\top} (\mathbf{Z}^{s+1} - \mathbf{AU}^{s+1}) \right) \\
 & \leq \sum_{s=0}^{k-1} \left(\frac{1}{2\rho} \left(\|\boldsymbol{\lambda}^* - \boldsymbol{\lambda}^s\|^2 - \|\boldsymbol{\lambda}^* - \boldsymbol{\lambda}^{s+1}\|^2 \right) + \frac{\rho}{2} \left(\|\mathbf{AU}^* - \mathbf{Z}^s\|^2 - \|\mathbf{AU}^* - \mathbf{Z}^{s+1}\|^2 \right) \right),
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \sum_{s=0}^{k-1} \left(\mathbf{J}(\mathbf{U}^{s+1}) + \mathbf{G}(\mathbf{Z}^{s+1}) + \boldsymbol{\lambda}^{*\top} (\mathbf{Z}^{s+1} - \mathbf{AU}^{s+1}) \right) - k\mathbf{J}(\mathbf{U}^*) - k\mathbf{G}(\mathbf{Z}^*) \\
 & \leq \frac{1}{2\rho} \left(\|\boldsymbol{\lambda}^* - \boldsymbol{\lambda}^0\|^2 - \|\boldsymbol{\lambda}^* - \boldsymbol{\lambda}^k\|^2 \right) + \frac{\rho}{2} \left(\|\mathbf{AU}^* - \mathbf{Z}^0\|^2 - \|\mathbf{AU}^* - \mathbf{Z}^k\|^2 \right) \\
 & \leq \frac{1}{2\rho} \|\boldsymbol{\lambda}^* - \boldsymbol{\lambda}^0\|^2 + \frac{\rho}{2} \|\mathbf{AU}^* - \mathbf{Z}^0\|^2,
 \end{aligned}$$

tenga en cuenta que

$$\begin{aligned} k\mathbf{J}\left(\mathbf{U}^k\right) &\leq \sum_{s=0}^{k-1} \mathbf{J}\left(\mathbf{U}^{s+1}\right), \\ k\mathbf{G}\left(\mathbf{Z}^k\right) &\leq \sum_{s=0}^{k-1} \mathbf{G}\left(\mathbf{Z}^{s+1}\right), \\ k\left(\mathbf{Z}^k - \mathbf{A}\mathbf{U}^k\right) &\leq \sum_{s=0}^{k+1} \left(\mathbf{Z}^{s+1} - \mathbf{A}\mathbf{U}^{s+1}\right), \end{aligned}$$

por lo cual

$$\begin{aligned} &k\mathbf{J}\left(\mathbf{U}^k\right) + k\mathbf{G}\left(\mathbf{Z}^k\right) + k\boldsymbol{\lambda}^{\star\top} \left(\mathbf{Z}^k - \mathbf{A}\mathbf{U}^k\right) - k\mathbf{J}\left(\mathbf{U}^{\star}\right) - k\mathbf{G}\left(\mathbf{Z}^{\star}\right) \\ &\leq \sum_{s=0}^{k-1} \left(\mathbf{J}\left(\mathbf{U}^{s+1}\right) + \mathbf{G}\left(\mathbf{Z}^{s+1}\right) + \boldsymbol{\lambda}^{\star\top} \left(\mathbf{Z}^{s+1} - \mathbf{A}\mathbf{U}^{s+1}\right)\right) - k\mathbf{J}\left(\mathbf{U}^{\star}\right) - k\mathbf{G}\left(\mathbf{Z}^{\star}\right) \\ &\leq \frac{1}{2\rho} \|\boldsymbol{\lambda}^{\star} - \boldsymbol{\lambda}^0\|^2 + \frac{\rho}{2} \|\mathbf{A}\mathbf{U}^{\star} - \mathbf{Z}^0\|^2, \end{aligned}$$

de donde se obtiene

$$\begin{aligned} &k \left[\mathbf{J}\left(\mathbf{U}^k\right) + \mathbf{G}\left(\mathbf{Z}^k\right) + \boldsymbol{\lambda}^{\star\top} \left(\mathbf{Z}^k - \mathbf{A}\mathbf{U}^k\right) - \mathbf{J}\left(\mathbf{U}^{\star}\right) - \mathbf{G}\left(\mathbf{Z}^{\star}\right) - 0 \right] \\ &\leq \frac{1}{2\rho} \|\boldsymbol{\lambda}^{\star} - \boldsymbol{\lambda}^0\|^2 + \frac{\rho}{2} \|\mathbf{A}\mathbf{U}^{\star} - \mathbf{Z}^0\|^2, \end{aligned}$$

basado en $\mathbf{Z}^{\star} - \mathbf{A}\mathbf{U}^{\star} = 0$ y la definición para el Lagrangiano (4-8)

$$\begin{aligned} &k \left(\mathcal{L}\left(\mathbf{U}^k, \mathbf{Z}^k, \boldsymbol{\lambda}^{\star}\right) - \mathcal{L}\left(\mathbf{U}^{\star}, \mathbf{Z}^{\star}, \boldsymbol{\lambda}^k\right) \right) \leq \frac{1}{2\rho} \|\boldsymbol{\lambda}^{\star} - \boldsymbol{\lambda}^0\|^2 + \frac{\rho}{2} \|\mathbf{A}\mathbf{U}^{\star} - \mathbf{Z}^0\|^2, \\ &\mathcal{L}\left(\mathbf{U}^k, \mathbf{Z}^k, \boldsymbol{\lambda}^{\star}\right) - \mathcal{L}\left(\mathbf{U}^{\star}, \mathbf{Z}^{\star}, \boldsymbol{\lambda}^k\right) \leq \frac{1}{2k\rho} \|\boldsymbol{\lambda}^{\star} - \boldsymbol{\lambda}^0\|^2 + \frac{\rho}{2k} \|\mathbf{A}\mathbf{U}^{\star} - \mathbf{Z}^0\|^2, \end{aligned}$$

con esto la demostración para el Teorema 4.1 se ha concluido. \square

4.3. Simulación de regulación de voltaje en microrredes interconectadas

Como se ha mencionado a lo largo de este trabajo, el objetivo de control es proponer una estrategia de regulación de voltaje de forma distribuida. Cada uno de los controladores locales

4.3 Simulación de regulación de voltaje en microrredes interconectadas 63

busca minimizar las variaciones de voltaje causadas por el controlador *droop* cuando existe un cambio de carga. Este objetivo de control se modela mediante (4-1) para cada MG i y de manera global como (4-3). Con el objetivo de probar el desempeño de algoritmo propuesto, se usa como un controlador secundario de voltaje en sistema de microrredes interconectadas. Cada una de estas microrredes tiene un controlador *droop* en el nivel primario. Ya que, el modelo presentado en (3-4) tiene dinámicas no lineales, se considera un modelo linealizado en el voltaje de actual para el controlador. Sin embargo, en la simulación el sistema usa el modelo no lineal.

Ahora, considere el siguiente sistema de microrredes interconectadas, donde los cuatro sistemas poseen capacidades y recursos de generación distribuida. En la **Figura 4-1** se muestran las interconexiones físicas y a su vez de comunicaciones usadas para esta simulación. El objetivo de control en este sistema es minimizar las diferencias del voltaje respecto a su valor nominal cuando existe un cambio de carga en alguna de las microrredes usando una estrategia distribuida.

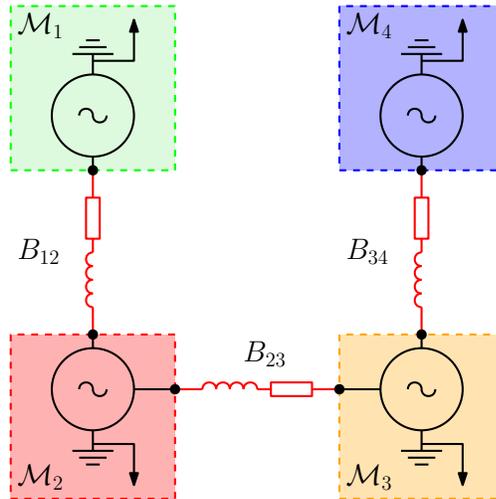


Figura 4-1: Esquema de interconexión entre el sistema de múltiples microrredes. En este caso se considera que la conexión de la capa física y de comunicaciones coinciden.

Cada una de las microrredes usa un controlador basado en el Algoritmo 4-1 para solucionar su problema local de regulación de voltaje. Los parámetros del sistema se encuentran en la Tabla 4-1. Además, los parámetros para el problema de optimización fueron los siguientes: horizonte de predicción $T = 5$, $\rho = 0,99$, penalización de los estados $Q = Q_f = [100]$ y penalización de la señal de control $R = [1]$. Con esta información se tiene la información completa para poder realizar la simulación.

El objetivo de esta simulación es verificar la efectividad de la estrategia de propuesta en

Tabla 4-1: Parámetros para la simulación. Basado en [3].

Parámetro	\mathcal{M}_1	\mathcal{M}_2	\mathcal{M}_3	\mathcal{M}_4
Q^{ref}	1e4	1e4	1e4	1e4
Q^L	1e4	1e4	1e4	1e4
η_i	4.24e-4	4.24e-4	4.24e-4	4.24e-4
$v^{\text{ref}} = 170$	$B_{12} = 10$	$B_{23} = 10.67$	$B_{34} = 9.82$	
$\tau = 0.016$	$T_s = 0.001$	$\underline{u}_i = -10$	$\overline{u}_i = 10$	

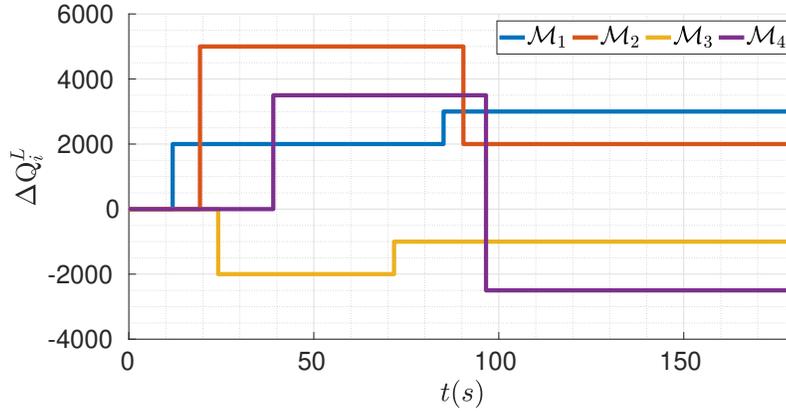


Figura 4-2: Perfil de cambios de carga para la simulación.

la sección 4.2 por lo cual se presentan las siguientes simulaciones realizadas en MATLAB®. Para esta simulación se utilizan los perfiles de cambio de carga presentados en **Figura4-2**. Los valores allí presentados, muestran un cambio la variación de carga respecto a su valor nominal en cada una de las microrredes. En algunos momentos algunas de las microrredes tienen un exceso de generación y en otras una deficiencia. Se desea mostrar que como al aplicar el control secundario se mejora el desempeño mostrado por el sistema cuando solo usa un controlador *droop*. Para poder hacer esta comparación, en algunos intervalos de tiempo solo funciona el controlador *droop* y en otros funcionan tanto el controlador *droop* como el controlador basado en ADMM y MPC.

Al observar en la **Figura 4-4** se puede ver que desde los 0 s hasta los 50 s y desde los 110 s hasta los 150 s no hay acción de control por parte del controlador de segundo nivel (MPC y ADMM). Por lo cual, en estos intervalos se observa un valor de 0 de la acción de control correspondiente al mismo. Note, que en estos mismos intervalos solo hay acción de control por parte del controlador *droop* por lo cual en la **Figura 4-3** se observan unas variaciones considerables de voltaje respecto a su valor de referencia en todas las microrredes, lo cual a su vez justifica el uso de controlador de secundario. En los intervalos de control donde ambos controladores están funcionando, se puede observar que la magnitud de la variación

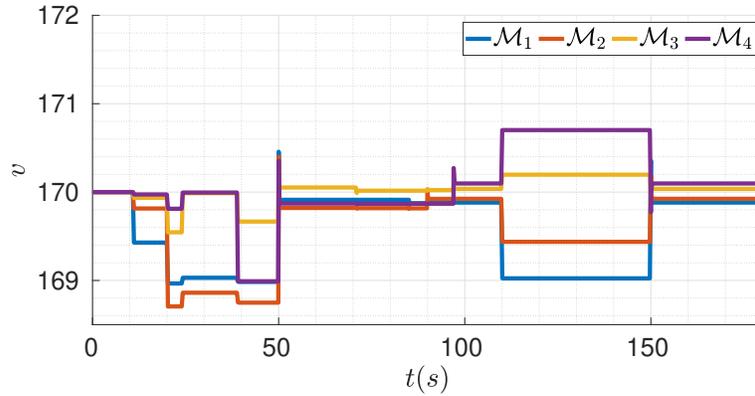


Figura 4-3: Evolución de las señales de voltaje al someterse al perfil de cambio de carga. En algunos instantes de tiempo el control secundario está conectado y en otros no.

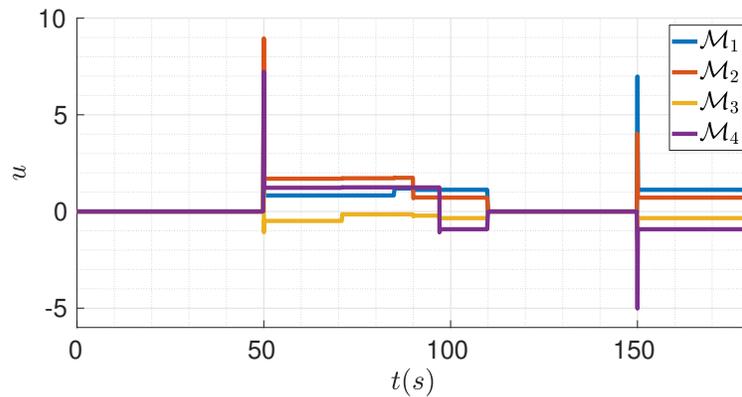


Figura 4-4: Acciones de control aplicadas por el control secundario.

de voltaje respecto al valor nominal disminuye en todas las microrredes, pero no desaparece completamente. Este fenómeno puede darse a que el modelo lineal usado por los controladores no captura todas las dinámicas del sistema como era esperado. Sin embargo, le mejora al incluir el controlador basado en ADMM es notable. De hecho, la magnitud de la variación respecto al valor nominal del voltaje de referencia es menor a $0,1v$.

Finalmente, al mirar de forma detalla la **Figura 4-4** se muestra que el controlador secundario aplica una señal de control con una magnitud considerable en los primeros pasos de simulación inmediatamente después de que es conectado, pero rápidamente estabiliza los valores de su acción de control en magnitudes mucho menores. Sin embargo, aun en los instantes donde la señal de control alcanza sus valores máximos durante la simulación, esta no excede los límites máximos o mínimos. En general, es posible observar que se desempeña de manera correcta cuando hay cambios de carga. Por lo cual, se puede afirmar que la simu-

lación numérica llevada a caso muestra que la metodología de control propuesta puede ser usada para enfrentar el problema de regulación de voltaje en un microrred interconectada.

5 Implementación en Hardware-in-the-Loop del algoritmo de control de voltaje para múltiples microrredes interconectadas

Uno de los objetivos de este trabajo es realizar la implementación de la estrategia de control propuesta en elementos discretos y realizar la emulación del sistema de NMG. La ventaja del uso de dispositivos discreto es que se cuentan con comunicaciones reales y con recursos de cálculo limitados. En este capítulo se presentan, primero, la descripción de los equipos y elementos utilizados para realizar la simulación usando *Hardware-in-the-Loop* (HIL, por sus siglas en inglés). Segundo, se presenta un ejemplo para ilustrar el funcionamiento del *solver* implementado basado en ADMM para problemas QP. Finalmente, se presenta una simulación que emula el sistema descrito en 3.3.1 e implementa los controladores de 4.2.

5.1. Descripción del hardware utilizado

Las simulaciones de HIL se realizaron en el laboratorio del Programa de Análisis y Adquisición de Señales (PAAS-UN) en la Universidad Nacional de Colombia, sede Bogotá. En este laboratorio se encuentran los dispositivos descritos en **Tabla 5-1**.

Dispositivo	Cantidad
NI cRIO-9063	3
NI cRIO-9045	1
NI PS-16 Power Supply	4
NI PS-15 Power Supply	1
Router MOXA EDS-205A	1

Tabla 5-1: Listado de dispositivos utilizados para simulaciones HIL.



Figura 5-1: Foto de los equipos que se encuentran en el laboratorio.

Los dispositivos NI cRIO tienen las características necesarias para poder implementar el controlador desarrollado en este trabajo. Además, cuentan con las correspondientes conexiones Ethernet. A su vez, el Router MOXA EDS-205A permite la comunicación entre las diferentes tarjetas y la conexión con el equipo que se usa para programar cada una de ellas. De la misma manera, para el manejo de estas tarjetas fue necesario el software LabVIEW y algunos módulos específicos. En la **Tabla 5-2** se presentan los módulos y las versiones específicas utilizadas para cada uno. Dado que estos son módulos de pago, para las simulaciones aquí presentadas se usan las versiones de prueba gratuita.

Nombre	Versión
LabVIEW	2020 SP1 32 bits
LabVIEW FPGA module	2020 32 bits
LabVIEW Real-Time module	2020 32 bits
NI CompactRIO and Drivers	21.0
LabVIEW Control Design and Simulation	2020 32 bits

Tabla 5-2: Listado de software utilizados para simulaciones HIL.

Al instalar los programas y módulos anteriores se recomienda hacerlo en el orden presentado, ya que de no ser así se pueden obtener algunos problemas durante el proceso de instalación debido a la dependencia que existe entre algunos de ellos. Note que algunos de los paquetes fundamentales son los módulos de *Real-Time* y *Control Design and Simulation*. Estos permiten realizar la emulación del sistema de múltiples microrredes y la implementación de los controladores propuestos. A continuación se muestran los resultados de uno de los módulos propios fundamentales, el *solver* para problemas programación cuadrática.

5.2. Solución de un problema de programación cuadrática en las tarjetas cRIO

Como se ha descrito a través de este documento, una parte fundamental para la implementación de la estrategia de control es poder solucionar los problemas de programación cuadrática sujetos a un conjunto de restricciones. Asimismo, desde un principio se tuvo como objetivo que la estrategia de control utilizada pudiese ser implementada en una amplia variedad de elementos y no depender de algún software de terceros (se entiende como software de terceros los *solvers* que pudiesen utilizarse para solucionar el problema de optimización asociado) para poder funcionar. Para realizar la respectiva prueba, se implementó el **Algoritmo 2-3** en las tarjetas cRIO. Además, con el fin de comparar su desempeño con la versión implementada en MATLAB®, se soluciona nuevamente el ejemplo mostrado en 2.2.2.2. En **Figura 5-2** se puede observar una captura de pantalla del ejercicio en LabVIEW y ejecutándose en una de las tarjetas cRIO. Tanto los valores iniciales como los parámetros

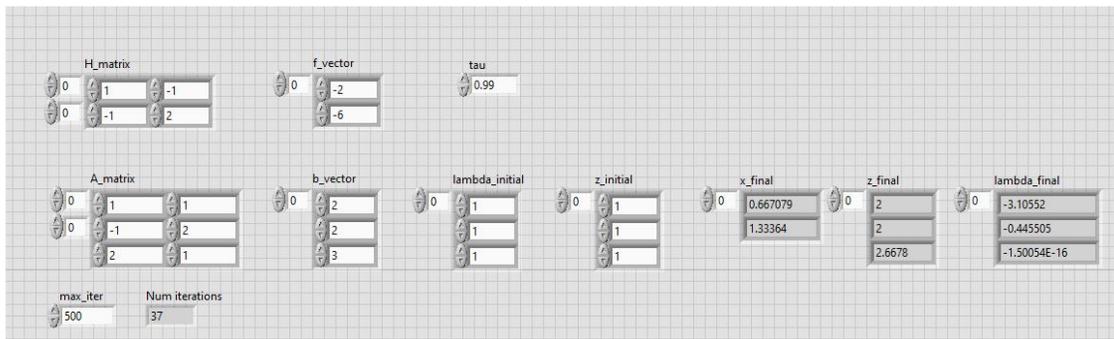


Figura 5-2: Valores iniciales y valores finales del algoritmo de optimización basado en ADMM para problemas QP cuando se ejecuta en la plataforma cRIO.

iniciales se usan exactamente igual a los presentados en 2.2.2.2. En el caso de la captura de pantalla, el parámetro allí llamado *tau* corresponde al parámetro ρ usado en la función de Lagrange aumentada. Los resultados allí obtenidos son muy parecidos a los obtenidos usando MATLAB®.

También, en la **Figura 5-3** se puede observar el valor de la norma de los residuos y la norma de la función de Lagrange con los datos tomados de la tarjeta cRIO. Estos datos son almacenados en un dispositivo de almacenamiento externo a través del puerto USB disponible en la tarjeta y luego procesados. En **Figura 5-4** se muestran estos mismos valores pero en una escala logarítmica. Es importante resaltar que el comportamiento de la solución que se obtiene es muy semejante a los resultados mostrados en 2.2.2.2. Para este caso, si se utiliza el criterio de parada $\epsilon \leq 1 \cdot 10^{-3}$ y se obtienen que se necesitan 37 iteraciones para cumplir con este criterio de parada, al igual que su equivalente implementado en MATLAB®.

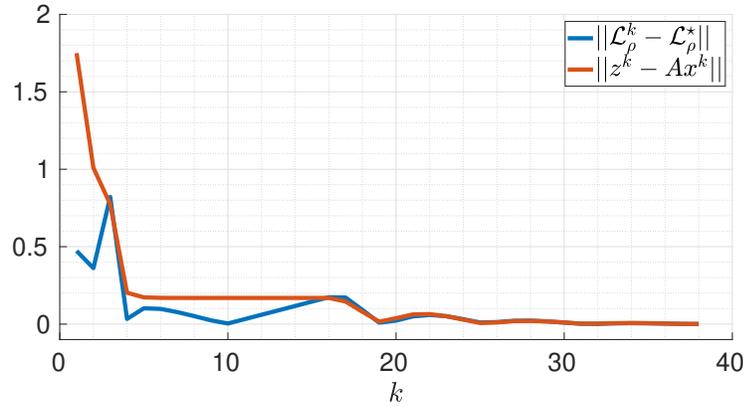


Figura 5-3: Valor de los residuos y de la función de Lagrange usando ADMM para solucionar el problema de programación cuadrática de forma centralizada. La ejecución del algoritmo de ADMM se realiza en una tarjeta cRIO.

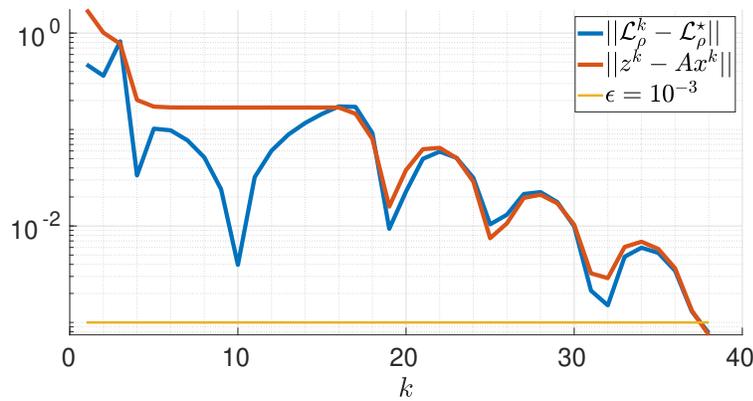


Figura 5-4: Valor de los residuos y de la función de Lagrange usando ADMM para solucionar el problema de programación cuadrática de forma centralizada en escala logarítmica. La ejecución del algoritmo de ADMM se realiza en una tarjeta cRIO.

Con estos resultados preliminares es posible determinar la viabilidad del uso de ADMM para la solución de problemas QP usando las herramientas de LabVIEW y su posterior ejecución en un dispositivo discreto, en este caso las tarjetas cRIO. Este paso es importante, ya que la solución de un problema de programación cuadrática es fundamental en la estrategia de control propuesta para la regulación de voltaje en un sistema de múltiples microrredes. Por lo cual se procede a emular el sistema presentado en 4.3 y la implementación de cada uno de los controladores descritos por **Algoritmo 4-1**.

5.3. Simulación de regulación de voltaje en microrredes interconectadas usando tarjetas cRIO

Uno de los objetivos de este trabajo es que la implementación de la estrategia de control distribuida no se realice solo numéricamente, sino que se desea realizar una emulación del sistema, que los controladores se ejecuten cada uno en un dispositivo dedicado y se usen una red de comunicaciones real. Por lo cual, se utilizan los dispositivos listados en la **Tabla 5-1** y se procede a implementar un controlador basado en el **Algoritmo 4-1** en cada una de las tarjetas cRIO mediante la ayuda de LabVIEW. Durante este proceso se enfrentaron varios retos dentro de los que se destacan la necesidad de realizar la implementación de cada uno de los módulos necesarios (e.g., *solver* de problemas QP o módulo de conversión de problema de MPC a problema QP) mediante las herramientas nativas del entorno LabVIEW. También fue necesario implementar estos módulos en un entorno gráfico, el cual se basa en bloques a diferencia a lo previamente implementado en MATLAB®, lo cual básicamente era basado en instrucciones de texto secuenciales. Adicionalmente, otro reto fue la puesta a punto de las tarjetas (e.g., actualización de *firmware*, instalación de paquetes y configuración de los mismos) para poder implementar de manera efectiva la estrategia propuesta en este trabajo.

Una vez se tiene el entorno adecuado en las tarjetas, se procede a replicar la simulación realizada en la sección 4.3. Esta simulación se desarrolla nuevamente usando las tarjetas cRIO ya configuradas y se utiliza el mismo sistema presentado en la **Figura 4-1** con los mismos parámetros de **Tabla 4-1**. Los parámetros para los controladores MPC son los mismos allí mencionados. Adicionalmente, a cada controlador se le agrega una restricción de tiempo. Cada uno de ellos podrá emplear máximo 10 ms para encontrar la solución del problema de control correspondiente.

Al igual que en la simulación numérica, el objetivo es regular el voltaje en cada una de las microrredes durante un periodo de 180 s durante el cual se sufren los cambios de carga descritos por **Figura 4-2**. De igual manera, hay intervalos en los que solo funciona el control *droop* y otros en los que el controlador secundario también funciona. De hecho, durante el intervalo 0 s-50 s y 100 s-150 s solo funciona el controlador *droop*. Si se observa la **Figura 5-5** se puede observar que en estos intervalos de tiempo es donde se observa una mayor diferencia respecto al valor de referencia (170v) en su comportamiento en estado estacionario. Cuando se usan ambos controladores, las variaciones de voltaje disminuyen y, por lo tanto, se regula de mejor manera el voltaje en la NMG. Sin embargo, es esta simulación (a diferencia de la simulación numérica) se observan algunos picos de voltaje y un transitorio de mayor duración cuando hay un cambio de carga debido al controlador secundario, por ejemplo en 51 s o 98 s. Estas diferencias pueden aparecer debido a múltiples razones entre las que se

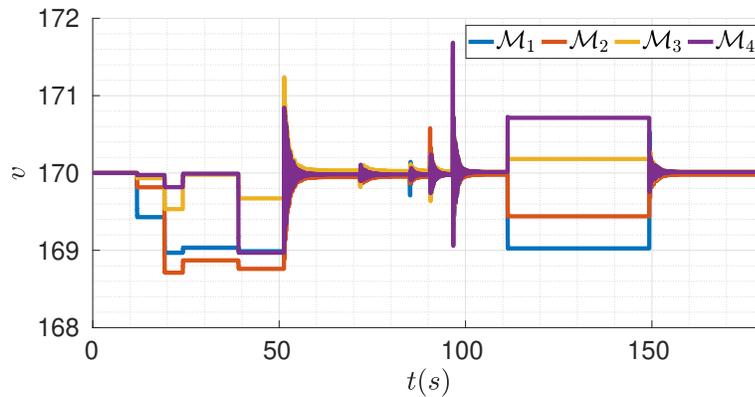


Figura 5-5: Evolución de las señales de voltaje al someterse al perfil de cambio de carga. En algunos instantes de tiempo el control secundario está conectado y en otros no. Simulaciones HIL.

encuentran los retrasos propios de la red de comunicaciones, la diferencia existente entre el estado del sistema cuando se mide y cuando se aplica la señal de control (durante el tiempo que se emplea para calcular la solución el sistema sigue evolucionando) o las restricciones de cálculo propias de los controladores. Finalmente, una de las diferencias más importantes entre **Figura 4-3** y **Figura 5-5** es que las variaciones de voltaje en estado estacionario cuando ambos controladores están funcionando son muchos menores en la simulación usando HIL.

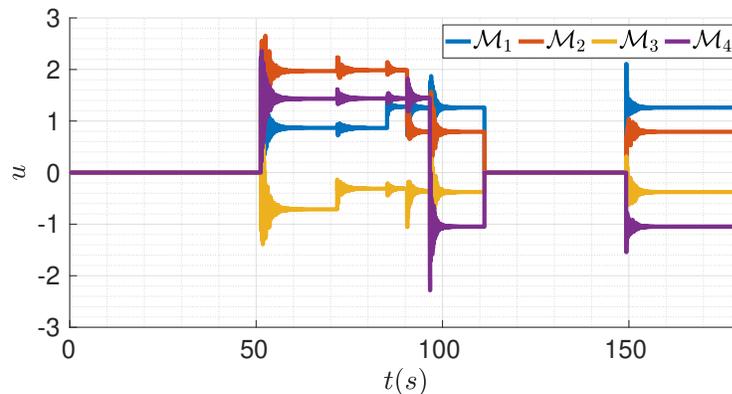


Figura 5-6: Acciones de control aplicadas por el control secundario. Simulaciones HIL.

Así mismo, como es de esperar, en los intervalos 50 s-110 s y 150 s-180 s funcionan los controladores de segundo nivel basados en ADMM y MPC **Figura 5-6**. En estos intervalos se puede observar claramente que los controladores aplican señales de control que rápidamente disminuyen la magnitud de las variaciones de voltaje. En esta simulación (a diferencia de la simulación numérica) se observan un transitorio un poco más oscilatorio y más largo debido a la acción de control de controlador secundario, pero este comportamiento desaparece al cabo de unos milisegundos. Al comparar **Figura 4-4** y **Figura 5-6** se observa que cuando se

presenta un cambio de carga, las simulaciones usando HIL disminuyen la magnitud inicial de la señal de control aplicada (disminuyen la magnitud de pico inicial). Pero en general ambas simulaciones comparten buena parte de su comportamiento con las diferencias previamente mencionadas.

En conclusión, se puede afirmar que el uso del control *droop* y del control propuesto muestran un buen desempeño para el problema de regulación de voltaje en múltiples microrredes interconectadas en una simulación HIL cuando cada controlador fue implementado en un dispositivo discreto. De la misma manera, se puede afirmar que la estrategia de control para regulación de voltaje en una microrred interconectada basada en ADMM y MPC se ha probado con éxito mediante el uso de *hardware* en un ambiente similar al de una aplicación industrial con comunicaciones reales, restricciones de procesamiento y en tiempo real.

6 Conclusiones

En este trabajo de tesis se ha abordado el problema de regulación de voltaje en un sistema de múltiples microrredes interconectadas. Por lo cual se diseñó e implementó un algoritmo de optimización distribuida. Con este algoritmo se busca dar solución al problema anteriormente mencionado. Con este objetivo como fin, se realizaron los siguientes desarrollos a lo largo de esta tesis.

Primero, se plantea el problema de regulación de voltaje usando un enfoque de Control Predictivo Basado en Modelo (MPC). Durante la construcción de este planteamiento se considera una función de costo global que a su vez sea la suma de funciones de costo locales. Cada una de estas funciones de costo locales está relacionada con una microrred determinada y a sus características. En específico, cada función de costo considera su propio estado y parte del estado de las microrredes que pertenecen a su vecindario. La información relacionada con las microrredes que pertenecen al vecindario se obtiene mediante una red de comunicaciones. Adicionalmente, durante esta fase se considera una aproximación lineal de las dinámicas de cada microrred.

Segundo, una vez se obtiene el problema de MPC, se hace una transformación de este problema tal que pueda ser solucionado utilizando el Método de Multiplicadores de Dirección Alternante (ADMM). Lo cual permite tomar partido de la naturaleza distribuida del sistema. Así que a continuación se diseña un algoritmo de optimización distribuida basado en ADMM para solucionar el problema de regulación de voltaje en un sistema de múltiples microrredes. Además, se estudia y muestra la convergencia de este algoritmo. De esta manera, es posible encontrar la solución al problema de control asociado en cada paso de tiempo utilizando la estrategia propuesta. Por lo cual, es posible afirmar que se puede proponer una estrategia de control para regulación de voltaje en un sistema de múltiples microrredes usando MPC y ADMM.

Tercero, se realiza la implementación de la estrategia de control propuesta en dos escenarios. En ambos escenarios se simula una dinámica no lineal del sistema de múltiples microrredes aunque los controladores estén usando una versión lineal de la misma. Así mismo, en ambos escenarios se considera el mismo sistema y el perfil de cambio de cargas para

poder comparar los resultados entre ellos. En el primer escenario se realiza una simulación numérica realizada en MATLAB® y en donde se puede observar un buen desempeño de la estrategia de control propuesta. Sin embargo, este escenario tiene algunas limitaciones como lo son que todos los controladores están ejecutándose en un mismo computador o que se considera una comunicación perfecta entre las microrredes. Además, tampoco se consideran restricciones en el tiempo disponible para encontrar la solución. Para abordar estas limitaciones, se plantea un escenario de simulación *Hardware-in-the-Loop* (HIL).

En la simulación HIL se aborda tanto la emulación del sistema de múltiples microrredes como la implementación de los controladores. En este escenario, cada uno de los controladores es implementado en un dispositivo discreto que tiene capacidades de cálculo y comunicaciones limitadas. Así mismo, existe una red de comunicaciones real basada en Ethernet. Esta red de comunicaciones utiliza un protocolo publicador y suscriptor. Adicionalmente, se impone una restricción de tiempo para encontrar la solución a cada uno de los controladores. En este escenario donde se tienen restricciones de procesamiento, de ancho de banda en las comunicaciones y de tiempo, se busca dar solución al problema de regulación de voltaje en un sistema de múltiples microrredes. A pesar de estas restricciones, se observan buenos resultados al solucionar el problema de regulación de voltaje.

Finalmente, tomando en cuenta los resultados obtenidos, se puede concluir que es posible diseñar un controlador basado en optimización distribuida para solucionar el problema de regulación de voltaje en un sistema de múltiples microrredes interconectadas. El problema global se planteó desde un enfoque de MPC y se solucionó de forma distribuida usando ADMM. Además, se estudió la convergencia del algoritmo de control asociado y se probó en dos escenarios de simulaciones en los cuales mostró un buen desempeño. Una de las posibles direcciones de trabajo futuro relacionadas con ese trabajo es el estudio de la robustez del sistema en lazo cerrado.

Bibliografía

- [1] S. Boyd, N. Parikh, E. Chu, B. Peleato, and J. Eckstein, “Distributed optimization and statistical learning via the alternating direction method of multipliers,” *Foundations and Trends[®] in Machine Learning*, vol. 3, no. 1, pp. 1–122, 2011.
- [2] T. Goldstein, B. O’Donoghue, S. Setzer, and R. Baraniuk, “Fast alternating direction optimization methods,” *SIAM Journal on Imaging Sciences*, vol. 7, no. 3, pp. 1588–1623, 2014.
- [3] S. Anderson, P. Hidalgo-Gonzalez, R. Dobbe, and C. J. Tomlin, “Distributed model predictive control for autonomous droop-controlled inverter-based microgrids,” in *2019 IEEE 58th Conference on Decision and Control (CDC)*, 2019, pp. 6242–6248.
- [4] K. Rahbar, C. C. Chai, and R. Zhang, “Energy cooperation optimization in microgrids with renewable energy integration,” *IEEE Transactions on Smart Grid*, vol. 9, no. 2, pp. 1482–1493, 2018.
- [5] X. Dou, P. Xu, Q. Hu, W. Sheng, X. Quan, Z. Wu, and B. Xu, “A distributed voltage control strategy for multi-microgrid active distribution networks considering economy and response speed,” *IEEE Access*, vol. 6, pp. 31 259–31 268, 2018.
- [6] N. Priyadharshini, S. Gomathy, and M. Sabarimuthu, “A review on microgrid architecture, cyber security threats and standards,” *Materials Today: Proceedings*, 2020.
- [7] C. Wang, P. Yang, C. Ye, Y. Wang, and Z. Xu, “Voltage control strategy for three/single phase hybrid multimicrogrid,” *IEEE Transactions on Energy Conversion*, vol. 31, no. 4, pp. 1498–1509, 2016.
- [8] M. N. Alam, S. Chakrabarti, and A. Ghosh, “Networked microgrids: State-of-the-art and future perspectives,” *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, vol. 15, no. 3, pp. 1238–1250, 2019.
- [9] M. Savaghebi, A. Jalilian, J. C. Vasquez, and J. M. Guerrero, “Secondary control

- scheme for voltage unbalance compensation in an islanded droop-controlled microgrid,” *IEEE Transactions on Smart Grid*, vol. 3, no. 2, pp. 797–807, 2012.
- [10] F. Guo, C. Wen, J. Mao, and Y.-D. Song, “Distributed secondary voltage and frequency restoration control of droop-controlled inverter-based microgrids,” *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 62, no. 7, pp. 4355–4364, 2015.
- [11] S. A. Arefifar, M. Ordonez, and Y. A.-R. I. Mohamed, “Voltage and current controllability in multi-microgrid smart distribution systems,” *IEEE Transactions on Smart Grid*, vol. 9, no. 2, pp. 817–826, 2018.
- [12] D. O. Amoateng, M. Al Hosani, M. S. Elmoursi, K. Turitsyn, and J. L. Kirtley, “Adaptive voltage and frequency control of islanded multi-microgrids,” *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 33, no. 4, pp. 4454–4465, 2018.
- [13] J. W. Simpson-Porco, Q. Shafiee, F. Dörfler, J. C. Vasquez, J. M. Guerrero, and F. Bullo, “Secondary frequency and voltage control of islanded microgrids via distributed averaging,” *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 62, no. 11, pp. 7025–7038, 2015.
- [14] J. Rocabert, A. Luna, F. Blaabjerg, and P. Rodríguez, “Control of power converters in ac microgrids,” *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 27, no. 11, pp. 4734–4749, 2012.
- [15] J. M. Guerrero, J. C. Vasquez, J. Matas, L. G. de Vicuna, and M. Castilla, “Hierarchical control of droop-controlled ac and dc microgrids—a general approach toward standardization,” *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 58, no. 1, pp. 158–172, 2011.
- [16] J. M. Guerrero, M. Chandorkar, T.-L. Lee, and P. C. Loh, “Advanced control architectures for intelligent microgrids—part i: Decentralized and hierarchical control,” *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 60, no. 4, pp. 1254–1262, 2013.
- [17] R. H. Lasseter, “Smart distribution: Coupled microgrids,” *Proceedings of the IEEE*, vol. 99, no. 6, pp. 1074–1082, 2011.
- [18] M. Marzband, N. Parhizi, M. Savaghebi, and J. M. Guerrero, “Distributed smart decision-making for a multimicrogrid system based on a hierarchical interactive architecture,” *IEEE Transactions on Energy Conversion*, vol. 31, no. 2, pp. 637–648, 2016.

-
- [19] H. Han, X. Hou, J. Yang, J. Wu, M. Su, and J. M. Guerrero, “Review of power sharing control strategies for islanding operation of ac microgrids,” *IEEE Transactions on Smart Grid*, vol. 7, no. 1, pp. 200–215, 2016.
- [20] A. Q. Huang, M. L. Crow, G. T. Heydt, J. P. Zheng, and S. J. Dale, “The future renewable electric energy delivery and management (freedm) system: The energy internet,” *Proceedings of the IEEE*, vol. 99, no. 1, pp. 133–148, 2011.
- [21] J. Hu, Y. Shan, J. M. Guerrero, A. Ioinovici, K. W. Chan, and J. Rodriguez, “Model predictive control of microgrids – an overview,” *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, vol. 136, p. 110422, 2021.
- [22] N. Bazmohammadi, A. Tahsiri, A. Anvari-Moghaddam, and J. M. Guerrero, “Stochastic predictive control of multi-microgrid systems,” *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 55, no. 5, pp. 5311–5319, 2019.
- [23] F. Milano, F. Dörfler, G. Hug, D. J. Hill, and G. Verbič, “Foundations and challenges of low-inertia systems (invited paper),” in *2018 Power Systems Computation Conference (PSCC)*, 2018, pp. 1–25.
- [24] C. A. Macana, E. Mojica-Nava, H. R. Pota, J. M. Guerrero, and J. C. Vasquez, “A novel compact dq-reference frame model for inverter-based microgrids,” *Electronics*, vol. 8, no. 11, 2019.
- [25] U. Tamrakar, T. M. Hansen, R. Tonkoski, and D. A. Copp, “Model predictive frequency control of low inertia microgrids,” in *2019 IEEE 28th International Symposium on Industrial Electronics (ISIE)*, 2019, pp. 2111–2116.
- [26] A. Parisio, C. Wiezorek, T. Kyntäjä, J. Elo, K. Strunz, and K. H. Johansson, “Cooperative mpc-based energy management for networked microgrids,” *IEEE Transactions on Smart Grid*, vol. 8, no. 6, pp. 3066–3074, 2017.
- [27] R. H. M. Zargar and M. H. Yaghmaee, “Energy exchange cooperative model in sdn-based interconnected multi-microgrids,” *Sustainable Energy, Grids and Networks*, vol. 27, p. 100491, 2021.
- [28] H. Zou, S. Mao, Y. Wang, F. Zhang, X. Chen, and L. Cheng, “A survey of energy management in interconnected multi-microgrids,” *IEEE Access*, vol. 7, pp. 72 158–72 169, 2019.
- [29] F. Bandejas, E. Pinheiro, M. Gomes, P. Coelho, and J. Fernandes, “Review of the

- cooperation and operation of microgrid clusters,” *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, vol. 133, p. 110311, 2020.
- [30] Y. Guo, Q. Wu, H. Gao, S. Huang, B. Zhou, and C. Li, “Double-time-scale coordinated voltage control in active distribution networks based on mpc,” *IEEE Transactions on Sustainable Energy*, vol. 11, no. 1, pp. 294–303, 2020.
- [31] K. E. Antoniadou-Plytaria, I. N. Kouveliotis-Lysikatos, P. S. Georgilakis, and N. D. Hatziargyriou, “Distributed and decentralized voltage control of smart distribution networks: Models, methods, and future research,” *IEEE Transactions on Smart Grid*, vol. 8, no. 6, pp. 2999–3008, 2017.
- [32] H. Sun, Q. Guo, J. Qi, V. Ajjarapu, R. Bravo, J. Chow, Z. Li, R. Moghe, E. Nasr-Azadani, U. Tamrakar, G. N. Taranto, R. Tonkoski, G. Valverde, Q. Wu, and G. Yang, “Review of challenges and research opportunities for voltage control in smart grids,” *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 34, no. 4, pp. 2790–2801, 2019.
- [33] F. Dörfler, S. Bolognani, J. W. Simpson-Porco, and S. Grammatico, “Distributed control and optimization for autonomous power grids,” in *2019 18th European Control Conference (ECC)*, 2019, pp. 2436–2453.
- [34] Y. Guo, Q. Wu, H. Gao, X. Chen, J. Østergaard, and H. Xin, “Mpc-based coordinated voltage regulation for distribution networks with distributed generation and energy storage system,” *IEEE Transactions on Sustainable Energy*, vol. 10, no. 4, pp. 1731–1739, 2019.
- [35] X. Wu, C. Shen, and R. Iravani, “A distributed, cooperative frequency and voltage control for microgrids,” *IEEE Transactions on Smart Grid*, vol. 9, no. 4, pp. 2764–2776, 2018.
- [36] J. Schiffer, T. Seel, J. Raisch, and T. Sezi, “Voltage stability and reactive power sharing in inverter-based microgrids with consensus-based distributed voltage control,” *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, vol. 24, no. 1, pp. 96–109, 2016.
- [37] Y. Shan, J. Hu, Z. Li, and J. M. Guerrero, “A model predictive control for renewable energy based ac microgrids without any pid regulators,” *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 33, no. 11, pp. 9122–9126, 2018.
- [38] A. Parisio, E. Rikos, and L. Glielmo, “A model predictive control approach to microgrid operation optimization,” *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, vol. 22, no. 5, pp. 1813–1827, 2014.

-
- [39] D. A. Martínez, E. Mojica-Nava, A. S. Al-Sumaiti, and S. Rivera, “A distortion-based potential game for secondary voltage control in micro-grids,” *IEEE Access*, vol. 8, pp. 110 611–110 622, 2020.
- [40] S. Mhanna, G. Verbič, and A. C. Chapman, “Adaptive admm for distributed ac optimal power flow,” *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 34, no. 3, pp. 2025–2035, 2019.
- [41] J. Xu, H. Sun, and C. J. Dent, “Admm-based distributed opf problem meets stochastic communication delay,” *IEEE Transactions on Smart Grid*, vol. 10, no. 5, pp. 5046–5056, 2019.
- [42] North American Electric Reliability Corporation, “Fast frequency response concepts and bps reliability needs,” North American Electric Reliability Corporation, Tech. Rep., 2020.
- [43] A. Nedić, “Convergence rate of distributed averaging dynamics and optimization in networks,” *Foundations and Trends® in Systems and Control*, vol. 2, no. 1, pp. 1–100, 2015.
- [44] A. Nedić and J. Liu, “Distributed optimization for control,” *Annual Review of Control, Robotics, and Autonomous Systems*, vol. 1, no. 1, pp. 77–103, 2018.
- [45] F. Morbidi, “Functions of the laplacian matrix with application to distributed formation control,” *IEEE Transactions on Control of Network Systems*, vol. 9, no. 3, pp. 1459–1467, 2022.
- [46] M. Mesbahi and M. Egerstedt, *Graph Theoretic Methods in Multiagent Networks*. Princeton: Princeton University Press, 2010.
- [47] S. P. Boyd and L. Vandenberghe, *Convex optimization*. Cambridge university press, 2004.
- [48] MathWorks®, “Quadratic programming - MATLAB quadprog,” Accessed May. 01, 2022 [Online]. Available: <https://www.mathworks.com/help/optim/ug/quadprog.html>.
- [49] Y. Okuyama, *Discrete control systems*. Springer, 2014.
- [50] K. Ogata, *Sistemas de control en tiempo discreto*. Pearson educación, 1996.
- [51] Q. Zhou, M. Shahidehpour, A. Paaso, S. Bahramirad, A. Alabdulwahab, and A. Abu-

- sorrah, “Distributed control and communication strategies in networked microgrids,” *IEEE Communications Surveys Tutorials*, vol. 22, no. 4, pp. 2586–2633, 2020.
- [52] B. Zhou, J. Zou, C. Y. Chung, H. Wang, N. Liu, N. Voropai, and D. Xu, “Multi-microgrid energy management systems: Architecture, communication, and scheduling strategies,” *Journal of Modern Power Systems and Clean Energy*, vol. 9, no. 3, pp. 463–476, 2021.
- [53] A. Hirsch, Y. Parag, and J. Guerrero, “Microgrids: A review of technologies, key drivers, and outstanding issues,” *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, vol. 90, pp. 402–411, 2018.
- [54] A. Cagnano, E. De Tuglie, and P. Mancarella, “Microgrids: Overview and guidelines for practical implementations and operation,” *Applied Energy*, vol. 258, p. 114039, 2020.
- [55] N. Pogaku, M. Prodanovic, and T. C. Green, “Modeling, analysis and testing of autonomous operation of an inverter-based microgrid,” *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 22, no. 2, pp. 613–625, 2007.
- [56] M. Ahmed, L. Meegahapola, A. Vahidnia, and M. Datta, “Stability and control aspects of microgrid architectures—a comprehensive review,” *IEEE Access*, vol. 8, pp. 144 730–144 766, 2020.
- [57] N. S., S. K.N., J. E.A., and T. P. I. Ahamed, “Comparative analysis of communication assisted grid synchronization methods in microgrids,” *IEEE Systems Journal*, vol. 14, no. 1, pp. 1007–1014, 2020.
- [58] D. Kumar, F. Zare, and A. Ghosh, “Dc microgrid technology: System architectures, ac grid interfaces, grounding schemes, power quality, communication networks, applications, and standardizations aspects,” *IEEE Access*, vol. 5, pp. 12 230–12 256, 2017.
- [59] I. Serban, S. Céspedes, C. Marinescu, C. A. Azurdia-Meza, J. S. Gómez, and D. S. Hueichapan, “Communication requirements in microgrids: A practical survey,” *IEEE Access*, vol. 8, pp. 47 694–47 712, 2020.
- [60] W.-J. Ma, J. Wang, V. Gupta, and C. Chen, “Distributed energy management for networked microgrids using online admm with regret,” *IEEE Transactions on Smart Grid*, vol. 9, no. 2, pp. 847–856, 2018.
- [61] H. Wang and J. Huang, “Incentivizing energy trading for interconnected microgrids,” *IEEE Transactions on Smart Grid*, vol. 9, no. 4, pp. 2647–2657, 2018.

-
- [62] L. Mariam, M. Basu, and M. F. Conlon, “Microgrid: Architecture, policy and future trends,” *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, vol. 64, pp. 477–489, 2016.
- [63] A. Ahl, M. Yarime, K. Tanaka, and D. Sagawa, “Review of blockchain-based distributed energy: Implications for institutional development,” *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, vol. 107, pp. 200–211, 2019.
- [64] P. Vorobev, P. Huang, M. Al Hosani, J. L. Kirtley, and K. Turitsyn, “High-fidelity model order reduction for microgrids stability assessment,” *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 33, no. 1, pp. 874–887, 2018.
- [65] Z. Li, S. Bahramirad, A. Paaso, M. Yan, and M. Shahidehpour, “Blockchain for decentralized transactive energy management system in networked microgrids,” *The Electricity Journal*, vol. 32, no. 4, pp. 58–72, 2019, special Issue on Strategies for a sustainable, reliable and resilient grid.
- [66] Y. Wang, T.-L. Nguyen, Y. Xu, Q.-T. Tran, and R. Caire, “Peer-to-peer control for networked microgrids: Multi-layer and multi-agent architecture design,” *IEEE Transactions on Smart Grid*, vol. 11, no. 6, pp. 4688–4699, 2020.
- [67] X. Zhou, L. Zhou, Y. Chen, J. M. Guerrero, A. Luo, W. Wu, and L. Yang, “A microgrid cluster structure and its autonomous coordination control strategy,” *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, vol. 100, pp. 69–80, 2018.
- [68] Z. Tang, P. Zhang, W. O. Krawec, and Z. Jiang, “Programmable quantum networked microgrids,” *IEEE Transactions on Quantum Engineering*, vol. 1, pp. 1–13, 2020.
- [69] H. Farzin, M. Fotuhi-Firuzabad, and M. Moeini-Aghtaie, “Enhancing power system resilience through hierarchical outage management in multi-microgrids,” *IEEE Transactions on Smart Grid*, vol. 7, no. 6, pp. 2869–2879, 2016.
- [70] Y. Wang, A. O. Rousis, and G. Strbac, “On microgrids and resilience: A comprehensive review on modeling and operational strategies,” *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, vol. 134, p. 110313, 2020.
- [71] W. Xu, J. Li, M. Dehghani, and M. GhasemiGarpachi, “Blockchain-based secure energy policy and management of renewable-based smart microgrids,” *Sustainable Cities and Society*, vol. 72, p. 103010, 2021.
- [72] R. Aboli, M. Ramezani, and H. Falaghi, “A hybrid robust distributed model for short-

- term operation of multi-microgrid distribution networks,” *Electric Power Systems Research*, vol. 177, p. 106011, 2019.
- [73] M. A. Jirdehi, V. S. Tabar, S. Ghassemzadeh, and S. Tohidi, “Different aspects of microgrid management: A comprehensive review,” *Journal of Energy Storage*, vol. 30, p. 101457, 2020.
- [74] V. K. Sood and H. Abdelgawad, “Chapter 1 - microgrids architectures,” in *Distributed Energy Resources in Microgrids*, R. K. Chauhan and K. Chauhan, Eds. Academic Press, 2019, pp. 1–31.
- [75] E. Bullich-Massagué, F. Díaz-González, M. Aragüés-Peñalba, F. Girbau-Llistuella, P. Olivella-Rosell, and A. Sumper, “Microgrid clustering architectures,” *Applied Energy*, vol. 212, pp. 340–361, 2018.
- [76] Y. C. C. Wong, C. S. Lim, M. D. Rotaru, A. Cruden, and X. Kong, “Consensus virtual output impedance control based on the novel droop equivalent impedance concept for a multi-bus radial microgrid,” *IEEE Transactions on Energy Conversion*, vol. 35, no. 2, pp. 1078–1087, 2020.
- [77] F. Dörfler, J. W. Simpson-Porco, and F. Bullo, “Breaking the hierarchy: Distributed control and economic optimality in microgrids,” *IEEE Transactions on Control of Network Systems*, vol. 3, no. 3, pp. 241–253, 2016.
- [78] U. Orji, C. Schantz, S. B. Leeb, J. L. Kirtley, B. Sievenpiper, K. Gerhard, and T. McCoy, “Adaptive zonal protection for ring microgrids,” *IEEE Transactions on Smart Grid*, vol. 8, no. 4, pp. 1843–1851, 2017.
- [79] Z. Tang, Y. Qin, Z. Jiang, W. O. Krawec, and P. Zhang, “Quantum-secure microgrid,” *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 36, no. 2, pp. 1250–1263, 2021.
- [80] A. Renjit, “Chapter 10 - communications, cybersecurity, and the internet of things for microgrids,” in *Distributed Energy Resources in Microgrids*, R. K. Chauhan and K. Chauhan, Eds. Academic Press, 2019, pp. 275–290.
- [81] Y. Han, K. Zhang, H. Li, E. A. A. Coelho, and J. M. Guerrero, “Mas-based distributed coordinated control and optimization in microgrid and microgrid clusters: A comprehensive overview,” *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 33, no. 8, pp. 6488–6508, 2018.
- [82] M. Starke, A. Herron, D. King, and Y. Xue, “Implementation of a publish-subscribe

- protocol in microgrid islanding and resynchronization with self-discovery,” *IEEE Transactions on Smart Grid*, vol. 10, no. 1, pp. 361–370, 2019.
- [83] S. A. Alavi, K. Mehran, Y. Hao, A. Rahimian, H. Mirsaedi, and V. Vahidinasab, “A distributed event-triggered control strategy for dc microgrids based on publish-subscribe model over industrial wireless sensor networks,” *IEEE Transactions on Smart Grid*, vol. 10, no. 4, pp. 4323–4337, 2019.
- [84] K. Umer, Q. Huang, M. Khorasany, M. Afzal, and W. Amin, “A novel communication efficient peer-to-peer energy trading scheme for enhanced privacy in microgrids,” *Applied Energy*, vol. 296, p. 117075, 2021.
- [85] Y. Zhou, J. Wu, C. Long, and W. Ming, “State-of-the-art analysis and perspectives for peer-to-peer energy trading,” *Engineering*, vol. 6, no. 7, pp. 739–753, 2020.
- [86] C. Zhang, J. Wu, Y. Zhou, M. Cheng, and C. Long, “Peer-to-peer energy trading in a microgrid,” *Applied Energy*, vol. 220, pp. 1–12, 2018.
- [87] A. Werth, A. André, D. Kawamoto, T. Morita, S. Tajima, M. Tokoro, D. Yanagidaira, and K. Tanaka, “Peer-to-peer control system for dc microgrids,” *IEEE Transactions on Smart Grid*, vol. 9, no. 4, pp. 3667–3675, 2018.
- [88] J. Lai, X. Lu, F. Wang, P. Dehghanian, and R. Tang, “Broadcast gossip algorithms for distributed peer-to-peer control in ac microgrids,” *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 55, no. 3, pp. 2241–2251, 2019.
- [89] J. Lai, X. Lu, X. Yu, and A. Monti, “Stochastic distributed secondary control for ac microgrids via event-triggered communication,” *IEEE Transactions on Smart Grid*, vol. 11, no. 4, pp. 2746–2759, 2020.
- [90] L. Ding, Q.-L. Han, and X.-M. Zhang, “Distributed secondary control for active power sharing and frequency regulation in islanded microgrids using an event-triggered communication mechanism,” *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, vol. 15, no. 7, pp. 3910–3922, 2019.
- [91] Z. Tang, Y. Qin, Z. Jiang, W. O. Krawec, and P. Zhang, “Quantum-secure networked microgrids,” in *2020 IEEE Power Energy Society General Meeting (PESGM)*, 2020, pp. 1–5.
- [92] A. Meeuw, S. Schopfer, A. Wörner, V. Tiefenbeck, L. Ableitner, E. Fleisch, and

- F. Wortmann, “Implementing a blockchain-based local energy market: Insights on communication and scalability,” *Computer Communications*, vol. 160, pp. 158–171, 2020.
- [93] S. Sen and V. Kumar, “Microgrid modelling: A comprehensive survey,” *Annual Reviews in Control*, vol. 46, pp. 216–250, 2018.
- [94] Z. Shuai, Y. Peng, X. Liu, Z. Li, J. M. Guerrero, and Z. J. Shen, “Dynamic equivalent modeling for multi-microgrid based on structure preservation method,” *IEEE Transactions on Smart Grid*, vol. 10, no. 4, pp. 3929–3942, 2019.
- [95] Y. Li, Z. Wang, J. Yang, X. Wang, and J. Feng, “Dynamic equivalence modeling for microgrid cluster by using physical-data-driven method,” *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*, vol. 31, no. 8, pp. 1–4, 2021.
- [96] C. Cai, H. Liu, Y. Tao, Z. Deng, W. Dai, and J. Chen, “Microgrid equivalent modeling based on long short-term memory neural network,” *IEEE Access*, vol. 8, pp. 23 120–23 133, 2020.
- [97] M. Sharifzadeh, A. Sikinioti-Lock, and N. Shah, “Machine-learning methods for integrated renewable power generation: A comparative study of artificial neural networks, support vector regression, and gaussian process regression,” *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, vol. 108, pp. 513–538, 2019.
- [98] K. P. Kumar and B. Saravanan, “Recent techniques to model uncertainties in power generation from renewable energy sources and loads in microgrids – a review,” *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, vol. 71, pp. 348–358, 2017.
- [99] H. Xiao, W. Pei, W. Deng, L. Kong, H. Sun, and C. Tang, “A comparative study of deep neural network and meta-model techniques in behavior learning of microgrids,” *IEEE Access*, vol. 8, pp. 30 104–30 118, 2020.
- [100] J. Schiffer, D. Zonetti, R. Ortega, A. M. Stanković, T. Sezi, and J. Raisch, “A survey on modeling of microgrids—From fundamental physics to phasors and voltage sources,” *Automatica*, vol. 74, pp. 135–150, 2016.
- [101] U. B. Tayab, M. A. B. Roslan, L. J. Hwai, and M. Kashif, “A review of droop control techniques for microgrid,” *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, vol. 76, pp. 717–727, 2017.
- [102] T. Yang, X. Yi, J. Wu, Y. Yuan, D. Wu, Z. Meng, Y. Hong, H. Wang, Z. Lin, and

- K. H. Johansson, “A survey of distributed optimization,” *Annual Reviews in Control*, vol. 47, pp. 278–305, 2019.
- [103] D. K. Molzahn, F. Dörfler, H. Sandberg, S. H. Low, S. Chakrabarti, R. Baldick, and J. Lavaei, “A survey of distributed optimization and control algorithms for electric power systems,” *IEEE Transactions on Smart Grid*, vol. 8, no. 6, pp. 2941–2962, 2017.
- [104] J. Wangni, J. Wang, J. Liu, and T. Zhang, “Gradient sparsification for communication-efficient distributed optimization,” *Advances in Neural Information Processing Systems*, vol. 31, 2018.
- [105] L. Grüne and J. Pannek, *Nonlinear Model Predictive Control*. Springer International Publishing, 2017.
- [106] L. Yang, J. Luo, Y. Xu, Z. Zhang, and Z. Dong, “A distributed dual consensus ADMM based on partition for DC-DOPF with carbon emission trading,” *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, vol. 16, no. 3, pp. 1858–1872, 2020.
- [107] E. De Din, M. Josevski, M. Pau, F. Ponci, and A. Monti, “Distributed model predictive voltage control for distribution grid based on relaxation and successive distributed decomposition,” *IEEE Access*, vol. 10, pp. 50 508–50 522, 2022.
- [108] Y. Wang, S. Wang, and L. Wu, “Distributed optimization approaches for emerging power systems operation: A review,” *Electric Power Systems Research*, vol. 144, pp. 127–135, 2017.
- [109] W. Jiang and T. Charalambous, “Distributed alternating direction method of multipliers using finite-time exact ratio consensus in digraphs,” in *2021 European Control Conference (ECC)*, 2021, pp. 2205–2212.
- [110] V. Khatana and M. V. Salapaka, “D-DistADMM: A $O(1/k)$ distributed ADMM for distributed optimization in directed graph topologies,” in *2020 59th IEEE Conference on Decision and Control (CDC)*, 2020, pp. 2992–2997.