

Matrices de masa y mezcla del sector leptónico en el modelo con dos dobletes de Higgs

Mass and mixing matrices of the lepton sector in the two Higgs doublet model

Julián Steven Gutierrez Saavedra

Universidad Nacional de Colombia
Facultad de Ciencias, Departamento de Física
Bogotá, Colombia
2020



Matrices de masa y mezcla del sector leptónico en el modelo con dos dobletes de Higgs

Mass and mixing matrices of the lepton sector in the two Higgs doublets model

Julián Steven Gutierrez Saavedra

Tesis presentada como requisito para optar al título de:
Doctor en Ciencias Física

Director:

Ph.D. Carlos Quimbay

Línea de Investigación:

Física Teórica de Altas Energías

Grupo de Investigación:

Grupo de Campos y Partículas

Universidad Nacional de Colombia
Facultad de Ciencias, Departamento Física
Bogotá, Colombia
2020

A mi padres **Gilberto Gutierrez** y **Luz Mireya Saavedra** .

A mis hermanos **Christian Gutierrez** y **Andrea Gutierrez** .

A mi ángel guardián **Yenny Patricia Gutierrez** .

Por último a Ginger, mi perrita. Por todos esos días de desconsuelo, tumbada en su camita junto a mí, haciéndome compañía como sólo los perros saben hacer. Por traerme su pelota y pedirme juego en momentos en los que estaba agobiado; como si supiera que necesitaba distraerme.

Todo lo que hagas en la vida será insignificante, pero es importante que lo hagas.

Gandhi

Agradecimientos

Al Profesor Carlos Quimbay, por su paciencia, confianza, apoyo y motivación, este título se lo debo a él principalmente, una excelente persona, un gran ser humano, sin duda alguna mi gran ejemplo a seguir como investigador y profesional. Aunque tenga una deuda muy grande con él, que creo no poder pagarle, tengo fé de que podremos seguir trabajando y compartiendo muchas experiencias más en nuestras vidas.

A la Universidad Nacional de Colombia que me formó como físico y de la cual estoy orgulloso de pertenecer.

Resumen

El principal objetivo de esta tesis de doctorado es obtener, en el contexto del Modelo con Dos Dobletes de Higgs tipo III (M2DH-III), expresiones analíticas exactas para las matrices de masa y de mezcla de neutrinos, que son generadas mediante el Mecanismo See-Saw tipo I (MSS-I) y el Mecanismo See-Saw tipo I+III (MSS-I+III), introduciendo una simetría permutacional de sabor S_3 . Para el caso del MSS-I la matriz de mezcla más general 6×6 , que también se obtiene de manera analítica y exacta, es construida considerando simultáneamente los tres neutrinos ligeros y los tres neutrinos pesados (escenario 3+3). Para cumplir con el anterior objetivo, inicialmente se extiende el lagrangiano de Yukawa incluyendo el término de Majorana, con el fin de implementar los dos mecanismos de generación de masa de neutrinos considerados, es decir MSS-I y MSS-I+III. A continuación, para cada uno de estos dos casos de generación de masa, se obtienen las matrices de masa para los neutrinos activos de Dirac y se deducen expresiones analíticas exactas para los elementos de las correspondientes matrices de mezcla en términos de las masas de los leptones cargados, de las diferencias de los cuadrados de las masas de los neutrinos y de los parámetros asociados a la simetría S_3 . Partiendo de estas expresiones e implementando un método estadístico de verosimilitud, para cada uno de los anteriores casos, se estiman los valores de las masas de los neutrinos activos de Dirac, de las fases de violación de CP de Dirac y de los ángulos de mezcla. Como aplicación de los resultados obtenidos para el caso del MSS-I, se consideran los dos canales de decaimiento leptónicos del tauón, con lo cual se obtiene una relación novedosa entre los cuadrados de las constantes de acoplamiento de Yukawa involucradas en estos dos procesos. Adicionalmente, para el caso MSS-I, se deducen expresiones analíticas para dos masas efectivas de Majorana, a partir de las cuales se estiman los valores de estas masas, usando las masas de los neutrinos activos de Dirac y de los ángulos de mezcla previamente obtenidos. Finalmente, se calculan las fases de violación de CP de Majorana α_{12} , α_{13} y se calculan las probabilidades de oscilación de neutrino-antineutrino para el caso de tres generaciones con el fin de estimar los parámetros de violación de CP $\Delta_{CP} \equiv \bar{\Gamma}_L - \Gamma_L$ y el parámetro de asimetría $\mathcal{A}_{\alpha\beta}$ de materia antimateria.

Palabras clave: Generación de masas de neutrinos; Modelo con dos dobletes de Higgs tipo III; Simetría permutacional de sabor S_3 ; Mecanismos See-Saw tipo I y tipo I+III; Matrices de masa y de mezcla de neutrinos.

Abstract

The main purpose of this doctoral thesis is to obtain, in the context of the two-Higgs-Doublet Model type III (2HDM-III), exact analytical expressions for the mass and mixing matrices of neutrinos. These matrices are generated by the See-Saw Mechanism type I (SSM-I) and See-Saw Mechanism type I + III (SSM-I+III), introducing a permutational flavor symmetry S_3 . For the SSM-I, the 6×6 most general mixing matrix, which is also obtained in an analytical and exact form, is constructed considering simultaneously the three light and three heavy neutrinos (3+3 scenario). To accomplish the objective previously stated, initially the Yukawa Lagrangian is extended including the Majorana term, in order to implement the two neutrino mass generation mechanisms considered, that is, SSM-I, and SSM-I+III. Then, for each of these two cases of mass generation, the mass matrices for the Dirac active neutrinos are obtained, and exact analytical expressions for the elements of the corresponding mixing matrices are deduced in terms of the charged lepton masses, the differences between the squares of the neutrino masses, and the parameters associated to the S_3 symmetry. Starting from these expressions and implementing a statistical method of verisimilitude, for each of the previous cases, the values of the Dirac active neutrino masses, CP violation phases and mixing angles are estimated. As an application of the results obtained for the case of MSS-I, the two lepton decay channels are considered of the tauon, thereby obtaining a novel relationship between the squares of the Yukawa association constants involved in these two processes. Additionally, for the SSM-I case, analytical expressions for two effective Majorana masses are deduced, with which the values of these two masses are estimated using the previously obtained values of the Dirac active neutrino masses and mixing angles. Finally, the Majorana CP violation phases α_{12}, α_{13} are calculated and the probabilities of neutrino-antineutrino oscillation are calculated for the case of three generations in order to estimate the CP violation parameters $\Delta_{CP} \equiv \bar{\Gamma}_{\mathcal{L}} - \Gamma_{\mathcal{L}}$ and the $\mathcal{A}_{\alpha\beta}$ matter-antimatter asymmetry parameter.

Keywords: Neutrino mass generation; Two Higgs doublet model type III; S_3 flavor permutational symmetry; See-Saw Mechanism type I and type I+III; Mixing and mass matrices of neutrinos.

Índice general

Agradecimientos	7
Resumen	9
Abstract	10
Lista de figuras	III
Lista de tablas	v
1 MSS-I en el MEE extendido y sector de Higgs del M2DH-III	9
1.1 MEE extendido con el término de Majorana	11
1.1.1 Masas de leptones cargados en MEE minimal	11
1.1.2 Operador de Weinberg y lagrangiano de Majorana	13
1.1.3 Tipos de realización del MSS	15
1.2 Implementación del MSS-I en MEE extendido	17
1.2.1 MSS-I para una generación	21
1.2.2 MSS-I para n generaciones	21
1.3 Sector de Higgs del M2DH	23
1.3.1 Lagrangiano de Yukawa del M2DH	26
1.4 Lagrangianos de Yukawa para los diferentes modelos	28
1.4.1 Lagrangiano de Yukawa del MEE minimal	28
1.4.2 Lagrangiano de Yukawa del M2DH-I	29
1.4.3 lagrangiano de Yukawa del M2DH-II	30
1.4.4 Lagrangiano de Yukawa del M2DH-III	30
2 Matrices de masa y mezcla de neutrinos en el M2DH-III con MSS-I	33
2.1 M2DH-III extendido con el término de Majorana	33
2.1.1 Término de Majorana en el lagrangiano de Yukawa del M2DH-III	34
2.2 Implementación del MSS-I en el M2DH-III	36
2.2.1 MSS-I para una generación	36
2.2.2 MSS-I para n generaciones	37
2.3 Matriz de masa de neutrinos activos en el M2DH-III con MSS-I	39
2.3.1 Matriz de masa con dos ceros de de textura	40
2.4 Matriz de mezcla de neutrinos activos en el M2DH-III con MSS-I	44
2.5 Implementación del método de verosimilitud	48
2.6 Efectos del bosón de Higgs cargado en los canales de decaimiento leptóni- cos del tauón	50
2.6.1 Cálculo de amplitudes de decaimiento para $\tau \rightarrow l\bar{\nu}_l\nu_\tau$	50
2.7 Una relación entre las constantes de acoplamiento de Yukawa	52

Índice general

2.8	Matrices de masa y mezcla de neutrinos estériles en el M2DH-III con MSS-I	55
2.8.1	Factorización de fases	55
2.8.2	Matriz de mezcla W para neutrinos estériles	56
3	Matrices de masa y mezcla de neutrinos en el M2DH-III con MSS-I+III	59
3.1	Generación de masa de neutrinos vía MSS-III	59
3.1.1	MSS-III en el M2DH-III	60
3.2	Matriz de masa leptónica en el M2DH-III con MSS-I+III	63
3.3	Matriz de masa de neutrinos en el M2DH-III con MSS-I+III	65
3.4	Matriz de mezcla de neutrinos en el M2DH-III con MSS-I+III	66
3.5	Implementación del método de verosimilitud	69
3.6	Ángulos de mezcla en M2DH-III con MSS-I+III	70
3.7	Masas efectivas de neutrinos de Majorana en M2DH-III con MSS-I+III	71
3.7.1	Decaimiento doble beta sin neutrinos	73
3.7.2	Implicación en leptogenesis	75
4	Escenario 3+3 para la matriz de mezcla de neutrinos en el M2DH-III con MSS-I+III	77
4.1	Resultados relevantes del M2DH-III con MSS-I+III	79
4.2	Matriz de mezcla de neutrinos 6×6 en el M2DH-III con MSS-I+III	81
4.2.1	Parametrización Estándar	81
4.2.2	Matriz de mezcla de neutrinos en el escenario 3+3	85
4.2.3	Componentes de la matriz de mezcla en el escenario 3+1	88
4.2.4	Componentes de la matriz de mezcla en el escenario 3+2	88
4.3	Fases de violación de CP de Majorana	89
4.4	Formalismo general para masas efectivas de Majorana	90
4.5	Masas efectivas de Majorana en el M2DH-III con MSS I+III para escenario 3+3	92
5	Conclusiones	93

Índice de figuras

1.1	Diagrama de Feynman para el operador de Weinberg	15
-----	--	----

Índice de cuadros

1.1	Números cuánticos del campo del bosón de Higgs del MEE.	12
3.1	Matrices de masa para los leptones cargados y neutros en los diferentes escenarios del MSS	66

Introducción

En el contexto de una extensión del Modelo Estándar Electrodebil (MEE) minimal [1–4], originada en la introducción de un segundo doblete de Higgs, en esta tesis de doctorado se calculan de manera analítica y exacta los elementos de las matrices de masa y de mezcla de neutrinos obtenidas a partir de la implementación de diferentes realizaciones del Mecanismo See Saw (MSS) [5–7]). Esta extensión del MEE conocida como Modelo con Dos Dobletes de Higgs (M2DH) [8–11], entre otros hechos que no se pueden describir con el MEE minimal, permite generar la jerarquía en el espectro de masas del sector leptónico [12, 13] y construir matrices de masa y de mezcla de neutrinos de manera consistente [12, 14, 15]. Algunas de las razones por las cuales el M2DH puede dar cuenta de los anteriores hechos, son las siguientes: i) Este modelo corresponde a la extensión más simple del sector de Higgs del MEE [8, 16], en la que se añade la menor cantidad de nuevos parámetros arbitrarios [8, 11, 12]; ii) con la introducción de un segundo doblete de Higgs se puede explicar de forma más natural la existencia de la jerarquía observada entre los acoplamientos de la tercera generación de quarks [8, 16], además de que con la suposición de una simetría de sabor S_3 en la densidad lagrangiana de Yukawa del sector leptónico, es posible obtener para este sector el mismo tipo de jerarquía que la observada en el sector de quarks [17, 18]; iii) mediante la implementación del MSS, en el M2DH se puede explicar la pequeñez de la masa de los neutrinos [19], sin que sea necesario reducir los respectivos acoplamientos de Yukawa a valores extremadamente pequeños [20, 21]; iv) teniendo en cuenta que los resultados de los experimentos de oscilaciones de neutrinos [22–25] muestran que estas partículas deben, además de ser masivas [26, 27], presentar mezcla de manera similar a como lo hacen los quarks, este último hecho en el M2DH se puede describir mediante la obtención de matrices de masa y mezcla de neutrinos [28, 29]; v) a partir de la diagonalización de las matrices de masa, se pueden obtener matrices de mezcla de neutrinos que son usadas para dar dar cuenta del fenómeno de oscilaciones de neutrinos [22–25], teniendo en cuenta además la posibilidad de violación del número de familia leptónica que se puede tener en el M2DH [30, 31], como manifestación de nueva física más allá del MEE, lo cual puede traer repercusiones en la generación de la asimetría bariónica maximal del universo a través del mecanismo de leptogénesis [32–34].

Por otra parte, de acuerdo con el tipo de acoplamiento que sea propuesto entre los quarks y los dobletes de Higgs [11], el M2DH puede ser definido como de [9]: i) Tipo I, donde solamente uno de los dos dobletes de Higgs, a través de la implementación del mecanismo de Higgs, interviene para darle masa tanto a los quarks de tipo up, como a los quarks de tipo down [9]; ii) tipo II, en el que uno de los dobletes de Higgs es acoplado solamente a los quarks de tipo up, mientras que el segundo doblete de Higgs es acoplado a los quarks de tipo down [9]; iii) tipo III, donde ambos dobletes de Higgs simultáneamente intervienen en la generación de las masas de los quarks de tipo up y de tipo down [9, 12, 35–37], que es justamente el que es usado en esta tesis, en general, ambos dobletes podrían adquirir un valor de expectativa de vacío (VEV), pero podemos absorber uno de ellos redefiniendo correctamente los campos de Higgs. Sin embargo, mostraremos

que una diferencia sustancial surge del caso en el que ambos dobles obtienen la VEV, y cuando solo un doblete de Higgs adquiere VEV [11], en este caso, el parámetro libre $\tan\beta \rightarrow \infty$, lo que simplifica el análisis.

Se debe destacar que el Modelo con Dos Dobletes de Higgs tipo III (M2DH-III) conduce a un amplio espectro del sector de Higgs [8, 12, 35–37], por lo que brinda una fenomenología más diversa que la presente en el MEE [9, 38]. En el M2DH-III existen cinco bosones de Higgs físicos [38, 39]: dos cargados eléctricamente (H^\pm); dos eléctricamente neutros pares CP (H^o y h^o); uno eléctricamente neutro impar CP (A^o). Adicionalmente, en lugar de un solo parámetro libre como sucede en el MEE, en el M2DH-III se tienen seis parámetros libres correspondientes a las cuatro masas de los bosones de Higgs M_{H^\pm} , M_{H^o} , M_{h^o} , M_{A^o} , a la razón entre los valores esperados en el vacío de los dos dobletes de Higgs $\tan\beta = v_2/v_1$ y al parámetro de mezcla α [38, 39]. Cabe mencionar que los bosones de Higgs presentes en el M2DH-III dan lugar a la aparición de acoplamientos raros, tales como los presentes en las corrientes escalares neutras que cambian sabor [12, 13, 40] y en las corrientes escalares cargadas que cambian sabor [12, 41], los cuales están prohibidos en el MEE [42, 43]. Estos acoplamientos exóticos resultan ser de gran importancia desde el punto de vista fenomenológico, debido a que ellos repercuten en la masa de los bosones cargados [44, 45], en el parámetro de mezcla $\tan\beta$ que se utiliza para suprimir los bosones de Goldstone [45], en el momento magnético anómalo del muón [46] y en la restricción de los valores de las constantes de acoplamiento de Yukawa de neutrinos [47, 48]. Adicionalmente, estos acoplamientos exóticos repercuten en las entradas de las matrices de masa y mezcla de neutrinos [49] y también intervienen en el estudio de procesos que conducen a la obtención de relaciones entre las constantes de acoplamiento de Yukawa de neutrinos, lo cual podría traer repercusiones en la no universalidad de las interacciones escalares mediadas por bosones de Higgs (tal como es sugerido en el capítulo 2 de esta tesis), en contraste con la típica universalidad de las interacciones fundamentales de tipo gauge, tal como la bien conocida de la interacción débil [50].

Ahora se enfoca el interés en el MSS, con el cual es posible generar la masa de los neutrinos y construir las matrices de masa y de mezcla del sector leptónico [5–7]. La generación de masa de los neutrinos vía el MSS es posible mediante la inclusión de la componente de quiralidad derecha de los neutrinos en la densidad lagrangiana de Yukawa [28] e introduciendo el modelo de Majorana [13, 51–54]. Esto último se realiza de manera consistente, considerando el operador de Weinberg [26, 55], que permite generar las masas de los neutrinos de Majorana a través de la introducción de un término de dimensión cinco, el cual presenta el inconveniente de no ser renormalizable. Sin embargo, este inconveniente se supera con la introducción del término de masa más general posible considerando un término de masa para los neutrinos de mano derecha [26, 56], el cual es llamado término de masa de Dirac-Majorana [28]. En esta tesis, la inclusión del Modelo de Majorana, que permite generar la masa de los neutrinos y posteriormente permite construir las matrices de masa y de mezcla, se realiza dentro del llamado escenario de jerarquía normal [57–59].

Con respecto al MSS, resulta relevante mencionar que es el mecanismo más aceptado e importante en el propósito de dotar de masa a los neutrinos [6, 7, 60–63]. Por lo tanto, con el objetivo de generar la masa de los neutrinos y construir las matrices de masa y de mezcla en el contexto del M2DH-III, en esta tesis se implementan diferentes realizaciones del MSS [7, 26, 60, 64–74], teniendo en cuenta las siguientes consideraciones: (i) A pesar de la no evidencia experimental de componentes de quiralidad derecha de neutrinos, en

el Modelo de Majorana se deben incorporar estas componentes consistentemente, respetando las simetrías del MEE [75]; (ii) debido a que la componente de quiralidad derecha del neutrino (ν_R) se comporta como un singlete bajo el grupo gauge $SU(2)_L \times U(1)_Y$, entonces los neutrinos de quiralidad derecha no están sujetos a la interacción electrodébil, es decir estos neutrinos son estériles con respecto a esta interacción [6, 7, 60–63]; (iii) la inclusión de los neutrinos estériles ν_R implica que se debe incorporar un término de masa de Majorana para estos neutrinos [12, 19, 76]; (iv) como consecuencia de la ruptura espontánea de la simetría electrodébil y de la existencia de una nueva escala de energía, ahora los neutrinos con componente de quiralidad izquierda ν_L , que interactúan débilmente (neutrinos activos), tienen asociados términos de masa de Dirac [12, 19, 76].

Otro aspecto importante relacionado con la implementación del MSS, es que en la literatura se presentan principalmente cuatro tipos de realizaciones del MSS [77], cada una de las cuales incorpora nueva física más allá del MEE de una manera diferente. Estas realizaciones a nivel árbol son: (i) MSS del tipo I (MSS-I) [7, 64–66], en la que se agregan tres singletes de fermiones de Majorana N_i y las masas de los neutrinos activos ligeros tienen la forma $m_\nu \sim \eta_{\nu}^2 v_0^2 / M_N$, donde la constante de acoplamiento de Yukawa η_{ij} y las masas de los neutrinos estériles pesados M_N se relacionan con una escala de energía alta Λ , de tal forma que $\eta_N \simeq 1$ y $M_N \approx 10^{14-15}$ GeV, por lo que se obtiene un valor pequeño para las masas de los neutrinos activos $m_\nu \approx 1$ eV, teniéndose que en el MSS-I se incluye un singlete de fermiones de Majorana por cada uno de los sabores de neutrinos activos presentes en el MEE; (ii) MSS del tipo II (MSS-II) [67–71], en la que el sector de Higgs del MEE se amplía agregando tres tripletes de escalares Δ , uno por cada uno de los tres sabores de neutrino del MEE, con lo cual las masas de los neutrinos activos tienen la forma $m_\nu \approx \eta_\nu v_\Delta$, donde v_Δ es el valor esperado en el vacío de la componente neutral de cada triplete y η_ν es la constante de acoplamiento de Yukawa; (iii) MSS del tipo III (MSS-III) [78–80], en la que se agrega tres tripletes de fermiones de Majorana, uno por cada uno de los tres sabores de neutrino del MEE, con lo cual en la representación adjunta de $SU(2)_L$ con hipercarga cero, se pueden generar las masas de los neutrinos activos como $m_\nu \approx \eta^2 v_0 / M$, donde M representa la masa de los fermiones de Majorana asociada a una escala de energía Λ alta y v_0 siendo el valor esperado del vacío del doblete de Higgs del modelo estándar de partículas elementales; (iv) MSS híbrido (o doble) del tipo I mas III (MSS-I+III) [26, 72–74], en la que se añade un singlete fermiónico de Majorana N y un fermión de Majorana en la representación adjunta de $SU(2)_L$ por cada uno de los tres sabores de neutrinos del MEE, con lo cual se tiene una realización combinada del MSS-I y del MSS-III, con un mismo mínimo contenido fermiónico de Majorana, siendo esta realización, en el contexto de las teorías de gran unificación, muy simple y única [26, 72–74].

Antes de hacer alusión a la implementación del MSS en el contexto del M2DH-III, es importante recordar que el MSS fue implementado por primera vez dentro de la más mínima extensión del MEE minimal, que consiste en adicionar la densidad lagrangiana de Majorana a la densidad lagrangiana del MEE minimal [81–87], lo que permitió que se tuviera una adecuada explicación de la pequeñez de las masas de los neutrinos activos, al ser comparadas con las masas de los demás fermiones del MEE. En el contexto del M2DH-III, la implementación del MSS-I permite estimar las masas de los neutrinos ligeros de manera satisfactoria [20, 88, 89], con lo cual se pueden derivar expresiones para la matriz de mezcla de neutrinos [90, 91], en particular usando una parametrización similar a la utilizada para la matriz CKM en el sector de quarks [92]. También en el contexto

del M2DH-III, han sido implementados el MSS-II [93, 94] y el MSS-III [95–98]. Adicionalmente, en el contexto del M2DH-III se han realizado implementaciones híbridas (o dobles) del MSS, como por ejemplo con la realización simultánea del MSS-I y del MSS-II (MSS-I+II) [99, 100]. Por otra parte, la realización del MSS del tipo I+III se ha implementado en el contexto de un modelo con simetría izquierda-derecha [101]. Con respecto a la realización MSS-I+III, hasta donde se conoce, no ha sido implementada para el caso del M2DH-III. Precisamente, en esta tesis se estudia el M2DH-III con generación de masa vía el MSS-I+III, asumiendo la existencia de una simetría de sabor permutacional S_3 en la respectiva densidad lagrangiana de Yukawa del sector leptónico. Las implicaciones de asumir la existencia de la simetría S_3 han sido estudiadas en el contexto del modelo de gran unificación GUT $SU(5)$ [73, 102] y también dentro de un modelo simétrico izquierda-derecha con simetría de paridad espontáneamente rota [101].

Una vez que las masas de los neutrinos son generadas vía MSS, se puede construir la matriz de masa del sector leptónico, con lo cual se puede derivar la correspondiente matriz de mezcla U_{PMNS} [103, 104], de forma análoga a como es obtenida la matriz de Cabibbo-Kobayashi-Maskawa (CKM) del sector de quarks [105–109]. No sobra señalar que la matriz de mezcla U_{PMNS} es derivada a partir de la diagonalización de la matriz de masa de neutrinos y también que, una vez que la matriz U_{PMNS} es conocida, ella interviene de manera relevante en la descripción del fenómeno de oscilaciones de neutrinos [110–112]. La estructura de la matriz de mezcla de neutrinos U_{PMNS} depende, entre otras razones, de la naturaleza de los neutrinos [113–116], es decir de asumir si los neutrinos activos son fermiones de Dirac o fermiones de Majorana. Por ejemplo, si los neutrinos activos son asumidos como fermiones de Dirac, la estructura más simple que tiene la matriz U_{PMNS} , para que sea unitaria y pueda describir adecuadamente las oscilaciones de neutrinos, queda expresada en términos de tres ángulos de mezcla ($\theta_{12}, \theta_{13}, \theta_{23}$) y de una única fase de violación de CP (δ_{CP}) [117]. Cabe mencionar que el estudio de las fases de violación de CP, para el caso en el que los neutrinos activos sean considerados como fermiones de Dirac o de Majorana, es un tema de bastante interés en la literatura [118–121]. Por otra parte, si los neutrinos activos son asumidos como fermiones de Majorana, en la matriz de mezcla aparecen dos fases de violación de CP extras (conocidas como fases de Majorana), las cuáles no producen ningún efecto en la descripción del fenómeno de oscilaciones de neutrinos [122–124]. Sin embargo, tal como se muestra en el capítulo 4 de esta tesis, en el escenario 3+3, donde las matrices de masa y de mezcla son de dimensión 6×6 , se obtiene que las masas efectivas de Majorana dependen de las dos fases de violación de CP de Majorana.

Resulta relevante mencionar que dependiendo de la incorporación de un número diferente de cerros de textura en la matriz de masa [117], la matriz de mezcla de neutrinos U_{PMNS} puede ser parametrizada de diversas maneras. Con relación a las posibles parametrizaciones de esta matriz, las más ampliamente usadas en la literatura son la de Chau-Keung [125] y la de Fritzsch-Xing [126]. Por ejemplo, la segunda parametrización ha sido usada en el caso del MSS-I [17], pero no se conoce que haya sido usada en el caso del MSS-I+III. Hay que destacar que, dado que todas las parametrizaciones son físicamente equivalentes, las entradas de la matriz U_{PMNS} en cualquier parametrización deben ser consistentes con los resultados experimentales [27]. Sin embargo, se debe tener en cuenta que las implicaciones teóricas de la matriz U_{PMNS} pueden ser apreciadas más claramente en una cierta representación que en otra, con lo cual la escogencia de una cierta parametrización puede traer repercusiones desde esta perspectiva [105, 125–127]. En esta tesis, dentro

del contexto del M2DH-III y pensando especialmente en la generación de las masas de los neutrinos vía el MSS-I+III, se usa la parametrización de Fritzsche-Xing [126].

Con respecto a la estimación de las masas de los neutrinos y de los ángulos de mezcla definidos en la matriz de mezcla de neutrinos, para los propósitos de esta tesis resulta muy pertinente considerar que en el contexto del M2DH-III, con implementación del MSS-I, fue obtenida la matriz de mezcla de neutrinos asumiendo una textura de Yukawa de dos ceros [127], de tal manera que a través de un análisis estadístico de verosimilitud χ^2 , fueron estimados valores de las masas de los neutrinos activos y de los ángulos de mezcla, consistentemente con las cotas experimentales encontradas para estas cantidades [127]. En otro trabajo, también para la matriz de mezcla obtenida en el M2DH-III con MSS-I, fueron estimadas las anteriores cantidades pero esta vez usando un método tipo likelihood [17]. Un tratamiento con ciertas similitudes al planteado en los dos anteriores trabajos, fue recientemente desarrollado mediante una aproximación efectiva basada en correcciones a un loop, lo cual permite generar expresiones analíticas para las masas de los neutrinos ligeros [128, 129]. Es importante resaltar que en los tratamientos desarrollados en los anteriores trabajos, para el caso del M2DH-III con MSS-I, no fue considerada explícitamente la extensión con un término de Majorana, ni tampoco fueron obtenidos los nuevos acoplamientos originados por la extensión implementada. Debido a lo anterior y por ser relevante metodológicamente, en el contexto del M2DH-III e implementado inicialmente el MSS-I, en esta tesis se considera cuidadosamente el término de Majorana, partiendo de la correspondiente densidad lagrangiana de Yukawa del sector leptónico, se generan los acoplamientos asociados a nueva física, se obtienen expresiones analíticas exactas para las matrices de masa y de mezcla, y se usa el método estadístico de verosimilitud [127] para estimar los valores de las masas de los neutrinos activos y de los ángulos de mezcla [130, 131]. Posteriormente, el tratamiento y los resultados obtenidos para el caso del M2DH-III con MSS-I, es extendido para el caso del M2DH-III con MSS-I+III, de tal forma que la deducción, tal como se realiza en esta tesis, de la correspondiente matriz de mezcla y el posterior análisis de las consecuencias que se derivan de las expresiones analíticas exactas obtenidas para las entradas de esta matriz, son contribuciones originales de esta tesis [132].

Dentro del contexto del M2DH-III y asumiendo una simetría permutacional de sabor S_3 para la densidad lagrangiana de Yukawa del sector leptónico, en esta tesis de doctorado se calculan de manera analítica y exacta los elementos de las matrices de masa y de mezcla de neutrinos obtenidas a partir de la implementación del MSS-I y del MSS-I+III, de tal forma que para el caso del MSS-I+III, también se calcula analíticamente la matriz de mezcla más general 6×6 , construida en el escenario $3 + 3$, al considerar simultáneamente a los tres neutrinos activos y a los tres neutrinos estériles. Para realizar lo anterior, inicialmente se construye la densidad lagrangiana de Yukawa extendida mediante la adición del término de Majorana, con el fin de implementar los dos mecanismos de generación de masa de neutrinos considerados, es decir MSS-I y MSS-I+III. A continuación, para cada uno de estos dos casos de generación de masa, se derivan las matrices de masa tipo Dirac para los neutrinos activos y se derivan expresiones analíticas exactas para los elementos de las correspondientes matrices de mezcla en términos de las masas de los leptones, de las diferencias de los cuadrados de las masas de los neutrinos y de los parámetros asociados a la simetría S_3 . Haciendo uso de estas expresiones e implementando un método estadístico de verosimilitud, similar al de la referencia [127], para cada uno de los anteriores casos, se estiman los valores de las masas de los neutrinos ligeros de Dirac, de las

fases de violación de CP de Dirac y de los ángulos de mezcla. Como aplicación de los resultados obtenidos, para el caso de generación de masa de neutrinos vía MSS-I [131], se consideran los dos canales de decaimiento leptónicos del tauón [?, 133, 134], con lo cual se obtiene una novedosa relación entre las dos constantes de acoplamiento de Yukawa asociadas a los dos neutrinos involucrados en estos dos procesos y se sugiere una posible implicación de este resultado en la no universalidad de las interacciones escalares mediadas por los bosones de Higgs [130], contrastando con la universalidad de las interacciones fundamentales mediadas por bosones vectoriales gauge, tal como la de la interacción débil [50]. Posteriormente, para el caso de generación de masa de neutrino vía MSS-I+III, se deducen expresiones analíticas para dos masas efectivas de Majorana, con las cuales se estiman los valores de estas masas, usando los valores de las masas de Dirac de los neutrinos activos y de los ángulos de mezcla previamente obtenidos [132]. Finalmente, también para el caso de generación de masa de neutrinos vía MSS-I+III, se obtienen analíticamente los elementos de la matriz de masa y mezcla más general en el escenario 3+3, se deducen expresiones analíticas para las masas efectivas de dos neutrinos activos tipo Majorana y para dos ángulos de mezcla, y se estiman sus valores y los de dos fases de violación de CP de Majoran [135].

Se debe destacar que si se asume la simetría permutacional de sabor S_3 en la densidad lagrangiana de Yukawa, en general se pueden unificar las matrices de masa y de mezcla de los sectores de quarks y leptones, lo cual ha sido verificado en el contexto del M2DH-III [91]. Por consiguiente, todas las matrices de masa obtenidas mediante la implementación de las diferentes realizaciones consideradas del MSS en esta tesis, presentan una jerarquía normal y tienen la misma forma genérica con dos ceros de textura hermitiana. Con relación a esta última propiedad, ha sido especulado que podría ser consecuencia de la existencia de simetrías de sabor ocultas en la teoría [136]. Aquí se debe destacar, que la imposición de dos ceros de textura [136, 137], es la causa que permite reducir el número de parámetros libres presentes en las diferentes matrices de mezcla consideradas en esta tesis. A este respecto, se debe mencionar que en la literatura se han estudiado las propiedades de las matrices de masa, tanto para el sector de quarks como para el sector leptónico, al considerar la existencia de simetrías de sabor e imponiendo diversos ceros de textura [138–140].

Un aspecto a destacar sobre la matriz de mezcla de neutrinos U_{PMNS} , que se deriva en esta tesis para el caso del M2DH-III con MSS-I+III en el escenario 3 + 3 [100], es que el número de fases de violación CP depende de la naturaleza de los neutrinos activos [113]. Precisamente, se obtiene que las matriz de mezcla mas general 6×6 incluye formalmente 10 fases complejas de Majorana asociadas con la violación de la simetría CP, las cuales, al considerar la no mezcla entre neutrinos activos y estériles, se reducen a solamente dos fases δ_{12} y δ_{13} . Estas dos fases de violación de CP de Majorana, tal como es mostrado en el capítulo 4 de esta tesis, aparecen en la masa efectiva de Majorana m_{II} , la cual resulta relevante para el doble decaimiento beta sin neutrinos [17, 19, 141, 142]. Adicionalmente, las fases de Majorana δ_{12} y δ_{13} , por estar presentes en todas las masas efectivas de Majorana de los tres neutrinos activos, podría tener efectos en leptogénesis [32, 34, 143], aunque el estudio de estos efectos no hace parte de los objetivos de la presente tesis. Es pertinente resaltar, que la matriz de mezcla de neutrinos más general 6×6 , junto con los resultados derivados a partir de esta matriz, son contribuciones originales de esta tesis [135].

La estructura del presente documento de tesis es la siguiente. En el capítulo 1, inicialmente se presentan algunos hechos generales relacionados con el MEE minimal y con el

M2DH, posteriormente se describe el procedimiento de generación de masa de neutrinos via MSS, extendiendo el MEE minimal con el Modelo Majorana, y finalmente se presentan algunos aspectos el sector de Higgs del M2DH, enfatizando en la densidad lagrangiana de Yukawa de este modelo. En el capítulo 2, inicialmente se realiza la implementación del MSS-I en el contexto del M2DH-III, extendido con la inclusión del Modelo de Majorana, a continuación se obtienen expresiones analíticas exactas para la matriz de mezcla de neutrinos, posteriormente, mediante la implementación de un método estadístico de verosimilitud, se estiman valores de las masas de los neutrinos activos tipo Dirac, de los ángulos de mezcla y de la fase de violación de CP, para luego calcular los anchos de decaimiento $\tau \rightarrow \nu_\tau e^- \bar{\nu}_e$ y $\tau \rightarrow \nu_\tau \mu^- \bar{\nu}_\mu$, incluyendo las contribuciones a nivel árbol de los bosones de Higgs cargados, obteniendo una relación entre las constantes de acoplamiento de Yukawa presentes en estos dos procesos. En el capítulo 3, inicialmente se implementa el MSS-III en el contexto del M2DH-III extendido mediante el modelo Majorana, a continuación se obtiene la matriz mezcla de neutrinos implementando el MSS-I+III en el contexto del M2DH-III extendido mediante el modelo Majorana, después se estiman valores de las masas de los neutrinos activos tipo Dirac, de los ángulos de mezcla y de la fase de violación de CP, usando el método estadístico de verosimilitud, para finalmente obtener las masas efectivas de dos neutrinos activos tipo Majorana, lo cual puede ser relevante en el decaimiento doble beta sin neutrinos. En el capítulo 4, inicialmente se obtienen la matriz de mezcla de neutrinos 6×6 , en el escenario $3 + 3$, una vez que es implementado el MSS-I+III en el contexto del M2DH-III extendido mediante el modelo Majorana, se obtienen expresiones analíticas para dos masas efectivas de neutrinos activos tipo Majorana. Finalmente, en el capítulo 5 se presentan las conclusiones de esta tesis, para a continuación listar los productos académicos que se originaron del desarrollo de esta tesis y luego en los apéndices se presentan algunos detalles de los procedimientos analíticos que fueron necesarios desarrollar, para poder obtener los resultados que son presentados en los capítulos 1 a 4 de esta tesis.

1 MSS-I en el MEE extendido y sector de Higgs del M2DH-III

A pesar de los muchos éxitos del MEE minimal, algunos hechos fenomenológicos, tales como la jerarquía de masas observada para los fermiones eléctricamente cargados, no pueden ser explicados en el contexto de este modelo. De igual forma, el origen de las masas de los neutrinos activos es un problema abierto en el contexto del MEE minimal, dado que estas partículas no adquieren masa mediante el mecanismo de Higgs. Así mismo, las oscilaciones de neutrinos es otro hecho que no puede ser explicado en el contexto de este modelo, debido a que estas oscilaciones implican que los neutrinos sean partículas masivas. En consecuencia, resulta necesario estudiar extensiones del MEE minimal que permitan dar cuenta de todos los anteriores hechos fenomenológicos.

En el contexto del MEE minimal, los campos fermiónicos eléctricamente cargados y los campos bosónicos electrodébiles adquieren masa gracias a que éstos campos están acoplados a un campo escalar real, conocido como el campo del bosón de Higgs. Como consecuencia de la ruptura espontánea de la simetría (RES) electrodébil $SU(2)_L \otimes U(1)_Y \rightarrow U(1)_Q$ [38], el valor esperado en el vacío (VEV) del campo del bosón de Higgs adquiere un valor no nulo, lo cual da lugar, a través de los términos de acoplamiento de Yukawa, a que los campos fermiónicos eléctricamente cargados adquieran masa [1, 3, 4, 16, 56, 144]. De manera análoga, a partir de un término de acoplamiento presente en el potencial de Higgs (siendo este potencial definido en términos de un doblete de Higgs), los campos bosónicos vectoriales electrodébiles también adquieren masa mediante el mecanismo de Higgs. Puesto que, desde el punto de vista de la RES electrodébil, se tiene que tres generadores no aniquilan al estado de vacío, lo anterior quiere decir que solamente tres campos bosónicos vectoriales gauge adquieren masa, con lo cual tres de los campos escalares introducidos en el doblete de Higgs se comportan como campos de Goldstone de naturaleza no física. El cuarto campo escalar real presente en el doblete de Higgs, el asociado con el generador que aniquila el vacío de la teoría, corresponde al campo escalar real de Higgs de naturaleza física [145, 146]. En el MEE minimal, el lagrangiano que describe la interacción entre los campos fermiónicos, los campos antifermiónicos y el doblete de Higgs, se denomina lagrangiano de Yukawa [28]. A través de estos términos de interacción se obtienen tres matrices que corresponden a las constantes de acoplamiento de Yukawa, las cuales son matrices adimensionales complejas 3×3 no-diagonales [28]. Luego de la RES electrodébil, las masas de los campos fermiónicos eléctricamente cargados surgen como consecuencia de que el VEV del campo escalar de Higgs es diferente de cero, debido a que estas matrices de masa quedan escritas en términos de las constantes de acoplamiento de Yukawa y del VEV del campo escalar de Higgs.

En el MEE minimal, el único doblete de Higgs presente en el potencial de Higgs permite que se puedan generar las masas de los campos bosónicos vectoriales electrodébiles y de los campos fermiónicos eléctricamente cargados, sin que los campos de los neutrinos adquieran masa. Sin embargo, debido a que la observación experimental de oscilaciones

de neutrinos indican que estas partículas deben ser masivas [22–25] y que presentan una mezcla análoga (aunque significativamente diferente) a la que se observa en los quarks. La observación de las oscilaciones de neutrinos tiene importantes repercusiones teóricas, ya que es la primera evidencia experimental de que el MEE minimal requiere ser extendido. El adjetivo minimal se refiere a que el sector de Higgs de la teoría electrodébil es mínimo en el sentido de que solamente involucra a un único doblete complejo de Higgs con el cual se implementa el mecanismo de Higgs [3, 16].

Por otra parte, desde una perspectiva teórica general, pareciera no ser problemático el poder describir las pequeñas masas y las mezclas de los neutrinos. Más bien, el problema se centra en poder modificar el MEE minimal de la forma más simple posible, de manera tal que sea posible explicar los rasgos característicos de las masas y las mezclas de los neutrinos, sin que se pierda la coherencia teórica con el resto de la física de partículas y sin que se incremente de manera significativa el número de parámetros libres [8, 16]. Siendo consistente con los anteriores requerimientos, una posible extensión del MEE minimal es el M2DH, cuyo nombre se origina por el hecho de que en el sector de Higgs del MEE se introduce un segundo doblete de Higgs [9–11]. Por lo anterior, en el M2DH se amplía el espectro de bosones de Higgs de naturaleza física y por lo tanto este modelo brinda una fenomenología más amplia que la del MEE [8, 16]. El M2DH permite la aparición de nuevos bosones escalares cargados, los cuales podrían mediar posibles cambios de sabor en corrientes escalares neutras (CSCEN) y cambios de sabor en corrientes escalares cargadas (CSCEC) [9, 147].

El M2DH incluye cinco bosones de Higgs físicos: un par cargado (H^\pm); dos neutros CP-par (H^0 y h^0); uno neutro CP-impar (A^0), conocido también como bosón pseudo-escalar. En lugar de tener un solo parámetro libre, como sucede en el MEE minimal, en el M2DH se tienen seis parámetros libres, correspondientes a las cuatro masas de los bosones de Higgs M_{H^\pm} , M_{H^0} , M_{h^0} , M_{A^0} , a la razón entre los VEV de los dos dobletes de Higgs $\tan\beta = v_2/v_1$ y al ángulo de mezcla α . Aquí $v_1^2 + v_2^2 = v^2$ queda determinado por la RES electrodébil y fijado por la masa del bosón W^\pm , es decir $M_w^2 = g^2 v^2/4$, siendo g la constante de acoplamiento asociada al grupo $SU(2)_L$ [39].

Los CSCEN y CSCEC [9, 147], a nivel árbol, están prohibidos en el MEE minimal, sin embargo, ésto deja de ser cierto en el M2DH. Cuando fue propuesto el M2DH, no se admitía la posibilidad de existencia de CSCEN y CSCEC a nivel árbol y por tal motivo se impusieron simetrías discretas que prohibieran el acoplamiento simultáneo de los dos dobletes de Higgs al sector de quarks up y al sector de quarks down [39]. De esta manera, los acoplamientos no deseados fenomenológicamente se hacían desaparecer. Hasta el momento, en los grandes aceleradores de partículas se siguen realizando grandes esfuerzos para lograr detectar experimentalmente a los bosones de Higgs cargados y a los demás bosones de Higgs neutros presentes en M2DH y en otros modelos multi-Higgs, que además puedan dar lugar a posibles acoplamientos raros. Estos acoplamientos exóticos son de gran importancia, ya que restringen teóricamente los parámetros del M2DH, las constantes de acoplamiento de Yukawa [47, 48], las entradas de las matrices de masa y mezcla [49], la masa de los bosones cargados [44, 45], el parámetro de mezcla $\tan\beta$ que se utiliza para suprimir los bosones de Goldstone [45] y el momento magnético anómalo del muón [50], entre otros. Asociado a la posible existencia de estos acoplamientos exóticos, en la última parte del capítulo 2 se estudian los canales de decaimiento leptónicos del tauón $\tau \rightarrow \nu_\tau l \bar{\nu}_l$, debido a que estos procesos también pueden estar mediados por bosones de Higgs cargados, lo cual da lugar a que se pueda establecer una relación entre las

constantes de acoplamiento de Yukawa asociadas a los neutrinos activos involucrados en estos canales de decaimiento.

La presencia de dos dobletes de Higgs en el M2DH, a través de la implementación de algún mecanismo de generación de masa de neutrinos que esté basado en el mecanismo de Higgs (como sucede con el MSS), permite dar una explicación a la pequeñez de las masas de los neutrinos activos, sin que sea necesario reducir los acoplamientos de Yukawa de los neutrinos a valores extremadamente pequeños [8, 16]. En la literatura se han definido tres tipos diferentes de Modelos con Dos Dobletes de Higgs, los cuales se pueden originar al imponer una simetría discreta $Z_2; D_{Rj} \rightarrow \pm D_{Rj}, U_{Rj} \rightarrow -U_{Rj}$, que mediante rotaciones adecuadas de los campos de Higgs conducen a las diferentes versiones de este modelo. En el M2DH tipo I (M2DH-I), únicamente un doblete de Higgs dota de masa simultáneamente a los quarks de tipo up y down. En el M2DH tipo II (M2DH-II), un doblete de Higgs dota de masa a los quarks de tipo up y el otro dota de masa a los quarks de tipo down. En el M2DH tipo III (M2DH-III), no se impone la simetría Z_2 , por lo cual ambos dobletes se pueden acoplar simultáneamente a los quarks de tipo up y a los quarks de tipo down, por lo que ambos dobletes dotan de masa a estos dos sectores de quarks. Con respecto al sector leptónico, para poder obtener los autoestados de masa de neutrinos se requiere aplicar transformaciones unitarias, las cuales diagonalizan la matriz de masa. Sin embargo, no todas las matrices pueden ser diagonalizadas al mismo tiempo, generando CSCEN y CSCEC a nivel árbol en el sector leptónico [9, 147]. Sin embargo, estudiaremos el modelo tipo III considerando el caso cuando solo un doblete de Higgs adquiere VEV, es decir cuando el parámetro libre $\tan\beta$ se elimina de la teoría.

En la primera sección de este capítulo se presenta el MEE extendido con el modelo de Majorana, para luego en la segunda sección describir el procedimiento de generación de masa de neutrinos vía el MSS en el contexto del MEE minimal extendido. Posteriormente, en la tercera sección se presentan algunas generalidades del sector de Higgs del M2DH, enfatizando en el lagrangiano de Yukawa de este modelo. Finalmente, en la cuarta sección se presentan las densidades lagrangianas de Yukawa del MEE minimal y las del M2DH-I, M2DH-II y M2DH-III.

1.1. MEE extendido con el término de Majorana

1.1.1. Masas de leptones cargados en MEE minimal

A continuación se realiza una revisión de el lagrangiano de Yukawa del MEE minimal y se inspecciona la prohibición del término de masa para los neutrinos, lo cual genera la necesidad de realizar una extensión del sector de Higgs de este modelo y la incorporación de la quiralidad derecha de los neutrinos.

el lagrangiano de interacción entre el campo fermiónico y el doblete de Higgs Φ se denomina lagrangiano de Yukawa, la cual está dada por

$$-\mathcal{L}_Y = \overline{L_{Li}^0} \eta_{ij}^E \Phi E_{Rj}^0 + \overline{Q_{Li}^0} \eta_{ij}^U \tilde{\Phi} U_{Rj}^0 + \overline{Q_{Li}^0} \eta_{ij}^D \Phi D_{Rj}^0 + h.c.,$$

donde $\tilde{\Phi} = i\tau_2 \Phi^*$. En cada término de \mathcal{L}_Y se introduce una matriz η^X ($X = E, U, D$), que corresponde a las constantes de acoplamiento de Yukawa que relacionan el respectivo doblete de campos fermiónicos con el doblete de Higgs, las cuales son matrices adimensionales complejas 3×3 no-diagonales. El superíndice ⁰ indica que los campos fermióni-

1 MSS-I en el MEE extendido y sector de Higgs del M2DH-III

cos no son, todavía, auto-estados de masa y los subíndices $i, j = 1, 2, 3$, son los índices de generación. Los números cuánticos del doblete de Higgs se presentan en el cuadro 1.1., donde τ_3 representa el operador tercera componente de isoespín, y el operador de hipercarga (siendo I la matriz identidad 2×2 e Y el valor de hipercarga) y Q el operador carga eléctrica. La quiralidad izquierda de los leptones se representa por medio de un doblete $L_{Li} = \begin{pmatrix} \nu_i \\ e_i \end{pmatrix}_L$ y la quiralidad derecha por medio de un singlete, $E_{Ri} = e_{iR}$, sin que se introduzcan componentes de quiralidad derecha para los neutrinos, dado a que en el MEE minimal estas partículas no adquieren masa mediante el mecanismo de Higgs. De forma análoga para los quarks, la quiralidad izquierda se representa por medio de un doblete $Q_{Li} = \begin{pmatrix} u_i \\ d_i \end{pmatrix}_L$ y la quiralidad derecha por medio de dos singletes $U_{Ri} = u_{iR}$ y $D_{Ri} = d_{iR}$, donde $d_i = V_{ij}d_j$, tal que V_{ij} representa los elementos de la matriz de mezcla de CKM [105–109]. La matriz CKM se origina en el hecho de que la interacción débil no actúa de igual manera sobre los quarks, sino que se reparte entre ellos. Sin embargo los orígenes teóricos de dicha mezcla y de la fase de violación de CP presente en esta matriz son problemas abiertos por resolver.

	Componentes del campo	$\tau_3 = \sigma_3/2$	$y = IY/2$	$Q = \tau_3 + y$
Campo de Higgs	$\Phi = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \frac{h+\nu+i\eta}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$

Cuadro 1.1: Números cuánticos del campo del bosón de Higgs del MEE.

el lagrangiano de Yukawa describe fermiones sin masa, no obstante las masas surgen como consecuencia de la RES electrodébil, es decir por el hecho de que el VEV del campo del bosón de Higgs es diferente de cero. Mediante la implementación del mecanismo de Higgs y sustituyendo los términos correspondientes, se obtiene

$$\begin{aligned}
 -\mathcal{L}_Y &= \bar{e}_{iL}^0 M_{ij}^E e_{jR}^0 + \bar{u}_{iL}^0 M_{ij}^U u_{jR}^0 + \bar{d}_{iL}^0 M_{ij}^D d_{jR}^0 \\
 &+ \frac{1}{v} \left[\bar{e}_{iL}^0 M_{ij}^E e_{jR}^0 + \bar{u}_{iL}^0 M_{ij}^U u_{jR}^0 + \bar{d}_{iL}^0 M_{ij}^D d_{jR}^0 \right] (h^0 + i\eta^0) \\
 &+ \frac{\sqrt{2}}{v} \left[\bar{\nu}_{iL}^0 M_{ij}^E \phi^+ e_{jR}^0 - \bar{d}_{iL}^0 M_{ij}^U \phi^- u_{jR}^0 + \bar{u}_{iL}^0 M_{ij}^D \phi^+ d_{jR}^0 \right] + h.c.,
 \end{aligned}$$

donde se han definido los elementos de la matriz como $M_{ij}^X = \eta_{ij}^X v / \sqrt{2}$. Escribiendo \mathcal{L}_Y en forma matricial, se tiene

$$\begin{aligned}
 -\mathcal{L}_Y &= \bar{E}_L^0 M^E E_R^0 + \bar{U}_L^0 M^U U_R^0 + \bar{D}_L^0 M^D D_R^0 \\
 &+ \left[\bar{E}_L^0 M^E E_R^0 + \bar{D}_L^0 M^D D_R^0 \right] \frac{(h^0 + i\eta^0)}{v} + \bar{U}_L^0 M^U U_R^0 \frac{(h^0 - i\eta^0)}{v} \\
 &+ \frac{\sqrt{2}}{v} \left[\bar{N}_L^0 M^E E_R^0 \phi^+ + \bar{U}_L^0 M^D D_R^0 \phi^+ - \bar{D}_L^0 M^U U_R^0 \phi^- \right] + h.c.
 \end{aligned}$$

Reescribiendo los campos fermiónicos presentes en la anterior expresión, como auto-estados de masa y haciendo uso de las transformaciones unitarias S_L , $T_{L(R)}$, $V_{L(R)}$ y $W_{L(R)}$

1.1 MEE extendido con el término de Majorana

dadas por

$$\begin{aligned} N_L = S_L N_L^0, \quad E_L = T_L E_L^0, \quad U_L = V_L U_L^0, \quad D_L = W_L D_L^0, \\ E_R = T_R E_R^0, \quad U_R = V_R U_R^0, \quad D_R = W_R D_R^0, \end{aligned} \quad (1.1)$$

se observa que estas transformaciones unitarias también diagonalizan las matrices de masa, es decir

$$M_E^{diag} = T_L M^E T_R^\dagger, \quad M_U^{diag} = V_L M^U V_R^\dagger, \quad M_D^{diag} = W_L M^D W_R^\dagger.$$

Sustituyendo y definiendo las matrices $I = S_L T_L^\dagger$ (ya que no existe mezcla en el sector leptónico del MEE minimal, a diferencia de lo que sucede en el M2DH, en donde esta matriz es diferente a la unidad) y $V = V_L W_L^\dagger$ (llamada matriz CKM). Nótese que no existe mezcla en el sector leptónico, debido a que los acoplamientos de Yukawa entre el campo del bosón Higgs y los campos leptónicos son los mismos. La mezcla en el sector de quarks implica que los acoplamientos de Yukawa no actúan de manera igual sobre los campos de los quarks, sino que se combinan entre ellos. Se obtiene de forma explícita

$$\begin{aligned} -\mathcal{L}_Y = & m_{e_i} \bar{e}_i e_i + m_{u_i} \bar{u}_i u_i + m_{d_i} \bar{d}_i d_i \\ & + \frac{g}{2M_W} (m_{e_i} \bar{e}_i e_i + m_{u_i} \bar{u}_i u_i + m_{d_i} \bar{d}_i d_i) h^0 \\ & + \frac{ig}{2M_W} (m_{e_i} \bar{e}_i \gamma^5 e_i - m_{u_i} \bar{u}_i \gamma^5 u_i + m_{d_i} \bar{d}_i \gamma^5 d_i) \eta^0 \\ & + \frac{gm_{e1}}{\sqrt{2}M_W} \bar{v}_i P_R e_i \phi^+ + \frac{g}{\sqrt{2}M_W} \bar{u}_i [m_{d_j} P_R - m_{u_i} P_L] V_{ij} d_j \phi^+ \\ & + \frac{gm_{e1}}{\sqrt{2}M_W} \bar{e}_i P_L v_i \phi^- + \frac{g}{\sqrt{2}M_W} \bar{d}_i [m_{d_j} P_L - m_{u_i} P_R] V_{ij}^* u_j \phi^-, \end{aligned}$$

donde $M_W = gv/2$. Se puede observar que todos los campos fermiónicos eléctricamente cargados adquieren masa, mientras que los campos de los neutrinos activos (de quiralidad izquierda) no lo hacen. La razón por la cual los neutrinos del MEE no adquieren masa mediante la implementación del mecanismo de Higgs, es porque estas partículas solamente presentan componente de quiralidad izquierda, dado que únicamente interactúan débilmente. En otras palabras, debido a la violación de la paridad de la interacción débil, los neutrinos activos del MEE no poseen componente de quiralidad derecha y por lo tanto estas partículas no adquieren masa vía el mecanismo de Higgs.

1.1.2. Operador de Weinberg y lagrangiano de Majorana

En el MEE minimal no se puede explicar el fenómeno de las oscilaciones de neutrinos, y por ende la mezcla de neutrinos, debido a que en este modelo los neutrinos no adquieren masa a través del mecanismo de Higgs. Por tanto, es necesario estudiar extensiones del MEE en las que los neutrinos puedan adquirir masa como consecuencia de la RES de la simetría electrodébil. El escenario más aceptado e importante de generación de masa de neutrinos en la actualidad es el MSS, dado que, en primer lugar, los estados masivos corresponden a partículas de Dirac y Majorana y, en segundo lugar, la pequeñez de la masa de los neutrinos activos del MEE se explica al considerar una violación del número leptónico a altas energías [56]. Lo anterior se puede dar, básicamente, por el hecho de proponer la existencia de términos no-renormalizables que generan masas de neutrinos

activos muy pequeñas.

En la presente subsección se introduce el operador de Weinberg que genera masas de neutrinos de Majorana mediante un término de dimensión cinco. No obstante, debido a que este operador no es renormalizable, se busca un término equivalente que sea renormalizable, a través de una extensión del MEE minimal basada en la introducción del término de Majorana, este último siendo consistente con incluir un singlete de Majorana por cada sabor de neutrino activo. De esta manera, a continuación se estudia el término de masa más general posible que se puede introducir: el término de masa de Dirac-Majorana.

Inicialmente se estudia el lagrangiano de masa más general posible, mediante la inclusión de la quiralidad derecha para los neutrinos, con el objetivo de generar el término de masa de Dirac-Majorana, el cual da como resultado cuatro escenarios según las características de los términos. El escenario más relevante es el de see-saw, ya que explica la pequeñez de la masa de los neutrinos. Este mecanismo se estudia en el marco de n generaciones.

el lagrangiano asociada al campo de Majorana en cuatro componentes esta dada por [29, 148–150]

$$\mathcal{L}_M = -\phi^\dagger i\bar{\sigma}^\mu \partial_\mu \phi - \frac{m}{2} \zeta (\phi^T i\sigma_2 \phi - \phi^\dagger i\sigma_2 \phi^*). \quad (1.2)$$

con

$$\begin{aligned} \phi &\rightarrow \nu_L, & m\zeta &\rightarrow m_L \zeta_L, \\ i\sigma_2 &\rightarrow \hat{C}, & -i\sigma_2 &\rightarrow \hat{C}^\dagger, \end{aligned} \quad (1.3)$$

de esta manera, el término de masa en el lagrangiano de Majorana (1.2) corresponde a

$$\mathcal{L}_Y^{ML} = -\frac{m}{2} \zeta (\phi^T i\sigma_2 \phi - \phi^\dagger i\sigma_2 \phi^*) \rightarrow -\frac{m_L \zeta_L}{2} (\nu_L^T \hat{C}^\dagger \nu_L + \nu_L^\dagger \hat{C} \nu_L^*). \quad (1.4)$$

La sustitución (1.3), se puede verificar si se toma la definición de la matriz de quiralidad $\hat{C} = i\gamma^2 \gamma^0$, si se utiliza la representación quiral de las matrices de Dirac y, además, si se elige el siguiente biespinor que obedece la condición de Majorana $\phi = \zeta \phi^c$, con lo cual

$$\psi = \begin{pmatrix} \phi \\ -i\sigma_2 \phi^* \end{pmatrix}. \quad (1.5)$$

Al aplicar el biespinor sobre el anterior término de masa, se obtiene el término de el lagrangiano en dos componentes. En consecuencia, para el caso de una generación, el término de masa de Majorana del campo ν_L esta dado por

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_Y^{ML} &= \frac{m_L \zeta_L}{2} (\nu_L^T \hat{C}^\dagger \nu_L + \nu_L^\dagger \hat{C} \nu_L^*), \\ &= \frac{1}{2} m_L e^{i\delta_L} \nu_L^T \hat{C}^\dagger \nu_L + h.c., \end{aligned} \quad (1.6)$$

donde $\zeta_L = e^{i\delta_L}$. Aquí, el lagrangiano se construye únicamente con las componentes quirales izquierdas de estos campos, por lo cual surge la pregunta de si es posible construir términos de masa de Majorana para los campos de neutrinos activos presentes en el MEE minimal [28]. Para poder responder esta pregunta, es necesario tener en cuenta que los neutrinos activos tienen como tercera componente del isoespín débil a $I_3 = \frac{1}{2}$ e hipercarga

1.1 MEE extendido con el término de Majorana

$Y = -1$, por lo que el término

$$-\nu_L^T \hat{C}^\dagger \nu_L = \bar{\nu}_L^c \nu_L, \quad (1.7)$$

tiene como números cuánticos asociados de isoespín $I_3 = 1$ e hipercarga $Y = -2$ [28]. Por tanto, no es posible generar un término renormalizable en el lagrangiano que, mediante acoplamientos de Yukawa, permita obtener el término de masa de Majorana debido al hecho de que no existe ningún triplete de isoespín con $Y = 2$. En consecuencia, el MEE minimal prohíbe la existencia de masas de Majorana. Sin embargo, es oportuno tener en cuenta que el MEE minimal puede ser considerado como una teoría efectiva a bajas energías, con lo cual se piensa que debe existir una teoría a altas energías que, al considerarla efectiva en algún rango de energía, de como producto al MEE minimal, de manera semejante a como ocurre con la teoría de Fermi de las interacciones débiles [28]. Además, es importante tener en cuenta que los términos de el lagrangiano que tengan como dimensión cuatro o menos son renormalizables. Ahora bien, si se considera el siguiente término, que respeta las simetrías del MEE minimal [26, 56]

$$\mathcal{L}_5^Y = \frac{d}{\mathcal{M}} (L_L^T \tau_2 \Phi) \hat{C}^\dagger (\Phi^T \tau_2 L_L^T) + h.c., \quad (1.8)$$

donde d es una constante de acoplamiento y \mathcal{M} es una constante con dimensión de masa, es posible ver que, después de la RES electrodébil, el operador puede generar un término de masa de Majorana de la forma [113]

$$\mathcal{L}_Y^W = \frac{1}{2} \frac{dv^2}{\mathcal{M}} \nu_L^T \hat{C}^\dagger \nu_L + h.c. \quad (1.9)$$

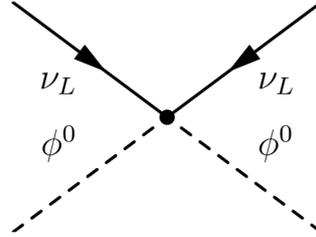


Figura 1.1: Diagrama de Feynman para el operador de Weinberg

La cantidad (1.9), que se denomina el operador de Weinberg [56], tiene dimensión cinco y presenta el inconveniente de ser no renormalizable, lo cual no es aceptable para el MEE minimal. Sin embargo, ya que el MEE no puede ser considerado como una teoría final, sino como una teoría efectiva a bajas energías, es posible que existan términos que respeten las simetrías del MEE minimal, pero que no sean renormalizables. Por tanto, es necesario que \mathcal{M} sea una masa efectiva muy grande, que caracterice el rompimiento de simetría de una teoría cuántica de campos [56].

1.1.3. Tipos de realización del MSS

Con el fin de obtener el operador de Weinberg a nivel árbol utilizando interacciones que sean renormalizables [26], es necesario tener en cuenta que en el MEE minimal únicamen-

te se encuentra presente la componente izquierda del neutrino ν_L en el doblete leptónico, por lo cual es necesario incluir un nuevo campo que permita la obtención del operador (1.9). Este operador de dimensión cinco guía la búsqueda de extensiones del MEE, en el que las masas de neutrinos se generan en un formalismo completo o universal, tal como puede suceder en el M2DH. Existen cuatro realizaciones renormalizables a nivel árbol del operador de Weinberg, las cuales son correspondientes con el MSS. Estos mecanismos se presentan básicamente en tres formas diferenciadas [77], de tal manera que cada una de estas formas se asocia con una nueva escala de energía más allá de la electrodébil. Por otro lado, aunque no haya evidencias de que exista una componente quirral derecha del neutrino ν_R , las simetrías del MEE minimal permiten su inclusión. Por lo anterior, en la siguiente sección se considera el MEE minimal extendido con el Modelo Majorana, lo cual se realiza incluyendo la componente quirral derecha ν_R y de esta manera poder generar la masa de los neutrinos.

Uno de los más atractivos y satisfactorios escenarios de generación de masa de neutrinos es el MSS, propuesto por Gell-Mann et al. [5], Yanagida [6], Mohapatra y Senjanović [7]. En este mecanismo, la existencia de neutrinos supermasivos con quiralidad derecha es considerada y mediante una posible violación de la conservación del número leptónico [56], se permite que los neutrinos activos adquieran masa del orden de los eV. Una consecuencia importante de este mecanismo es que los neutrinos pueden ser fermiones de Majorana y además que existen tres diferentes realizaciones de este mecanismo a nivel árbol. Estas realizaciones del MSS, a nivel árbol, son:

- MSS de tipo I (MSS-I) [7, 64–66]: Se puede agregar al menos dos singletes fermiónicos de Majorana N_i y las masas de los neutrinos tienen la forma $m_\nu \sim \eta_\nu^2 v_0^2 / M_N$, donde la constante de acoplamiento de Yukawa η_{ij} y las masas de los neutrinos pesados M_N establecen una escala física Λ , si $\eta_N \simeq 1$ y $M_N \approx 10^{14-15}$ GeV, se obtiene un valor natural para la masa de los neutrinos $m_\nu \approx 1$ eV. Concretamente, se puede incluir un singlete de Majorana por cada sabor de neutrino activo del MEE minimal (escenario 3 + 3).
- MSS de tipo II (MSS-II) [67–71]: El sector de Higgs del modelo estándar se amplía agregando un triplete de escalares Δ . Las masas de los neutrinos tienen la forma $m_\nu \approx \eta_\nu v \Delta$, donde v_Δ es el valor esperado en el vacío de la componente neutral del triplete y η_ν es la constante de acoplamiento de Yukawa.
- MSS de tipo III (MSS-III) [78, 151]: Se agregan al menos dos campos de materia extra o tripletes de fermiones de Majorana, en la representación adjunta de $SU(2)_L$ con hipercarga cero, con lo cual se puede generar la masa de neutrinos $m_\nu \approx \eta^2 v_0 / M$. Por lo tanto, la alta escala Λ , se reemplaza por la masa de los fermiones adicionales en la representación adjunta.
- MSS híbrido (o doble) de tipo I+III (MSS-I+III) [26, 72–74]: Se añaden un singlete fermiónico N y un fermión en la representación adjunta de $SU(2)_L$. Esta es una combinación del MSS-I y del MSS-III, pero con el mismo contenido fermiónico mínimo. Este mecanismo tiene una realización muy simple y única en el contexto de las teorías de gran unificación.

Específicamente, estos tipos de realizaciones del MSS se asocian con extensiones que introducen ya sea un campo pesado de neutrino de Majorana derecho bajo el grupo gauge

del MEE (MMS-I), o un triplete de Higgs que extiende el sector de Higgs del MEE (MSS-II), o un triplete de fermiones de Majorana derechos pesados con hipercarga cero (MSS-III). Estas partículas adicionales, una vez ha sido implementado el MSS, originan los términos de masa de Majorana para los campos de los neutrinos activos, siendo estos términos de masa inversamente proporcionales a la masa de las partículas pesadas y por esta razón, las masas para los neutrinos activos resultan ser muy pequeñas, tal como se espera.

1.2. Implementación del MSS-I en MEE extendido

Al considerar cualquier extensión del MEE mínimo, mediante la inclusión del modelo de Majorana, se debe incluir la componente quiriral derecha ν_R para el neutrino¹. Tal componente de quiralidad derecha del neutrino debe ser un singlete bajo todas las interacciones de $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$, es decir no debe presentar interacciones electrodébiles, por lo cual se denomina neutrino estéril. Esta inclusión implica que el lagrangiano de Yukawa puede contener también un término de masa de Majorana para este campo estéril [28]. Los términos de masa siempre mezclan campos con proyecciones de quiralidad opuestas. Si se tienen los campos ν_L y N_R con quiralidades izquierda y derecha respectivamente, entonces los términos de masa de Majorana \mathcal{L}_Y^{MR} en el lagrangiano son

$$-\mathcal{L}_Y^{MR} = \frac{1}{2} m_R \xi_R \nu_R^T \hat{C}^\dagger \nu_R + h.c., \quad (1.10)$$

siendo $\xi_R \equiv e^{i\delta_R}$ una fase propia del campo de quiralidad derecha. Por otro lado, ya que existe una componente de quiralidad derecha, entonces el MEE permite la existencia de un término de masa de Dirac \mathcal{L}_Y^D , que ahora se puede generar mediante la RES electrodébil, correspondiente a [28]

$$\mathcal{L}_Y^D = -m_D \bar{\nu}_R \nu_L + h.c. \quad (1.11)$$

Por lo anterior, en general es posible tener un término de Yukawa para el neutrino que involucre los términos de masa de Majorana para el campo quiriral derecho e izquierdo (1.6) y el término de masa de Dirac es [28]

$$\begin{aligned} -\mathcal{L}_Y^{M+D} &= \mathcal{L}_Y^{ML} + \mathcal{L}_Y^{MR} \mathcal{L}_Y^D \\ &= \frac{1}{2} m_L e^{i\delta_L} \nu_L^T \hat{C}^\dagger \nu_L + \frac{1}{2} m_R e^{i\delta_R} \nu_R^T \hat{C}^\dagger \nu_R - m_D \bar{\nu}_R \nu_L + h.c., \end{aligned} \quad (1.12)$$

el cual es conocido como término de masa de Dirac-Majorana. Es importante ver que, a diferencia de todos los demás fermiones del MEE (quarks y leptones cargados), el campo del neutrino es el único que puede poseer un término de masa de Majorana. Además, se debe notar que al incluir el término de Majorana se está suponiendo la violación del número leptónico [56]. Nótese que en el término de masa de Majorana del neutrino ν_R , se puede eliminar la fase que aparece en el término (1.10) [28]

$$\nu_R \rightarrow e^{-i\frac{\delta_R}{2}} \nu_R, \quad (1.13)$$

¹Lo cual implica la adición de un nuevo término de acoplamiento en el lagrangiano de Yukawa

no obstante, esta transformación altera el término de Dirac (1,11), por lo que es necesario realizar una transformación del campo $\nu_R \rightarrow e^{-i\frac{\delta_R}{2}} \nu_R$ con el fin de que la masa de Dirac sea real y positiva. Sin embargo, la transformación de ν_R afecta el término de masas de Majorana asociado a tal campo, por lo que es evidente que la masa m_L está multiplicada por una fase. Además, ya que tal fase no puede eliminarse sin alterar las otras partes del término de masas, se evidencia que m_L es compleja [28]. No obstante, a diferencia del estudio de las oscilaciones de neutrinos, es posible considerar aquí que la masa m_L en general puede ser compleja, ya que los campos quirales no son observables físicamente y no corresponden a los estados con masa definida. Sin embargo, por simplicidad en el tratamiento, se considerará m_L real [28].

Por otro lado, aunque el término de masa de Majorana para ν_L no está permitido por las simetrías del MEE, como ya fue mencionado, el término de masa de Majorana de ν_R si lo está, por lo que si en el término de Dirac-Majorana se tuviera $m_L = 0$, entonces el término de masa de Majorana de ν_R estaría permitido en el marco del MEE extendido con el singlete con quiralidad derecha ν_R . Ahora bien, sin tener en cuenta la permisividad o no del término de Dirac-Majorana en el MEE, es necesario estudiar las consecuencias del mismo en las propiedades del neutrino. Para tal fin, se reescribe el término (1,12) de la siguiente manera

$$\mathcal{L}_Y^{M+D} = \frac{1}{2} N_L^T \hat{C}^\dagger M N_L + h.c., \quad (1.14)$$

con

$$N_L = \begin{pmatrix} \nu_L \\ \hat{C} \overline{\nu_R^c}^T \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \nu_L \\ \nu_R^c \end{pmatrix}, \quad M_V = \begin{pmatrix} m_L & m_D \\ m_D & m_R \end{pmatrix}, \quad (1.15)$$

donde $\nu_R^c \equiv (\nu_R)^c$. Es evidente aquí que los campos ν_L y ν_R no poseen masas bien definidas debido a la existencia del término de Dirac. Por tanto, es necesario diagonalizar la matriz M_V , lo cual se se llevará a cabo mediante la transformación unitaria

$$N_l = U n_L, \quad (1.16)$$

siendo

$$n_L = \begin{pmatrix} \nu_{1L} \\ \nu_{2L} \end{pmatrix}, \quad (1.17)$$

los campos con masas bien definidas. La matriz U debe ser tal que

$$U^T M_V U = \text{diag}(m_1, m_2), \quad (1.18)$$

con $m_\alpha \geq 0$. La transformación anterior permite escribir la densidad (1,14) como

$$\mathcal{L}_Y^{M+D} = \frac{1}{2} \sum_{\alpha=1,2} m_\alpha \nu_{\alpha L}^T \hat{C}^\dagger \nu_{\alpha L} + h.c., \quad (1.19)$$

en donde es evidente que la diagonalización del término de Dirac-Majorana implica que los campos con masas bien definidas son fermiones del tipo Majorana.

Para encontrar los valores de las masas m_α se tomará la siguiente matriz de mezcla [148]

$$U = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varphi_1 & 0 \\ 0 & \varphi_2 \end{pmatrix}, \quad (1.20)$$

1.2 Implementación del MSS-I en MEE extendido

con el ángulo de mezcla θ entre los campos activos y estériles definidos por

$$\tan 2\theta = \frac{2m_D}{m_R - m_L}, \quad (1.21)$$

y los φ_α definidos de tal forma que las masas sean positivas. Las masas de los estados masivos están dadas por

$$m_{1,2} = \frac{1}{2} \left[m_L + m_R \pm \sqrt{(m_L - m_R)^2 + 4m_D^2} \right] \varphi_{2,1}^2. \quad (1.22)$$

Ya que $m_2 > 0$, en todos los casos, se puede elegir $\varphi_2 = 1$, mientras que para m_1 existe la posibilidad de que sea negativo si $m_L m_R < m_D^2$, por tanto es necesario que

$$\varphi_1 = i, \quad (1.23)$$

por lo cual

$$m_1 = \frac{1}{2} \left[\sqrt{(m_L - m_R)^2 + 4m_D^2} - (m_L + m_R) \right], \quad (1.24)$$

y de esta manera se obtiene la matriz de mezcla dada por

$$U = \begin{pmatrix} i \cos \theta & \sin \theta \\ -i \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}. \quad (1.25)$$

De igual manera, si $m_L m_R > m_D^2$ se tiene que $\varphi = 1$, por lo que la matriz de mezcla se escribe como

$$U = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}. \quad (1.26)$$

Adicionalmente, es importante tener en cuenta el significado de los campos quirales ν_L y ν_R^c , y los campos masivos ν_{1L} y ν_{2L} . Los campos ν_L y ν_R^c son campos activos y estériles respecto a las interacciones débiles, como ya se había mencionado, mientras que el término de masa de Dirac implica la posibilidad de que se presenten oscilaciones entre neutrinos estériles y activos. Así, si un neutrino se crea en un proceso de interacción débil, el lagrangiano de tal proceso de corriente cargada está dada por

$$\mathcal{L}^{cc} = -\frac{g}{\sqrt{2}} \sum_{\alpha=1,2} (U_{1\alpha}^* \bar{\nu}_{\alpha L} \gamma^\mu \alpha_L W_\mu) + h.c., \quad (1.27)$$

por lo que en un proceso dado, se tiene la superposición de los dos neutrinos masivos. De esta manera, al evolucionar en el espacio-tiempo, y debido a que las fases de estos poseen distintas evoluciones, existe una probabilidad oscilatoria de la componente activa. Evidentemente, la componente estéril no se puede detectar, pero su efecto se percibe en la desaparición del neutrino activo. A continuación, se estudiarán cuatro distintos escenarios para los posibles valores de las masas m_l , m_R , m_D .

Mezcla máxima

Para este caso se supone que

$$m_L = m_R, \quad (1.28)$$

1 MSS-I en el MEE extendido y sector de Higgs del M2DH-III

así los valores de las masas de los campos con masas definidas son

$$m_{1,2} = m_L \pm m_D, \quad (1.29)$$

donde se cumple que $m_D < m_L$ y por tanto, $\varphi_1 = 1$ y el ángulo de mezcla $\theta = \frac{\pi}{4}$. Ahora, si $m_D > m_L$, $\varphi_1 = i$ y el ángulo de mezcla es nuevamente $\theta = \frac{\pi}{4}$, se obtiene que

$$v_{1L} = -\frac{i}{\sqrt{2}}(v_L - v_R^c), \quad (1.30)$$

$$v_{2L} = -\frac{1}{\sqrt{2}}(v_L - v_R^c), \quad (1.31)$$

Límite de Dirac

Para este caso se tiene que

$$m_L = m_R = 0, \quad (1.32)$$

por lo tanto los neutrinos son partículas masivas de Dirac, implicando que

$$m_1 = m_D \implies \varphi_1 = i, \quad (1.33)$$

$$m_2 = m_D \implies \varphi_2 = 1, \quad (1.34)$$

con lo cual es evidente que los dos neutrinos masivos poseen la misma masa y paridades de CP opuestas. En este caso se puede definir el campo de Dirac

$$v = \frac{1}{\sqrt{2}}(iv_1 + v_2) = v_L + v_R, \quad (1.35)$$

con lo cual es posible afirmar que un campo de Dirac neutro es equivalente a dos campos de Majorana con masas degeneradas y paridades de CP opuestas.

Neutrinos pseudo-Dirac

Otro caso interesante es aquel en el que

$$m_L, m_R \ll m_D, \quad (1.36)$$

por lo que se tiene que

$$m_{1,2} \approx \left(\frac{m_L + m_R}{2} \pm m_D \right) \varphi_{2,1}^2. \quad (1.37)$$

En este caso se observa que $m_1 < 0$, por lo que se debe definir $\varphi_1 = i$, con lo cual

$$m_{1,2} \approx m_D \pm \frac{m_L + m_R}{2}, \quad (1.38)$$

así los dos estados masivos de neutrino tienen paridades CP opuestas y son casi degenerados en masas, por lo que se les denomina neutrinos pseudo-Dirac, debido a que resulta muy difícil distinguirlos de los neutrinos de Dirac obtenidos previamente. La única manera de revelar que son neutrinos tipo pseudo-Dirac, es a través de las oscilaciones neutrino

activo-estéril.

1.2.1. MSS-I para una generación

El escenario más interesante e importante asociado con el término de Dirac-Majorana es aquel en el que

$$m_D \ll m_R, m_L = 0. \quad (1.39)$$

Esta suposición es natural e implica que el término de Dirac-Majorana respeta las simetrías del MEE, como ya había sido mencionado. Además, las masas de las partículas con masas definidas toman la forma

$$m_1 \approx -\frac{m_D^2}{m_R} \phi_1^2, \quad (1.40)$$

$$m_2 \approx m_R. \quad (1.41)$$

Como es posible observar, en este caso se tiene que v_2 es muy pesado y v_1 es muy ligero, ya que su masa está suprimida por la razón $\frac{m_D}{m_R}$, respecto a m_D . Ahora bien, se tiene que el ángulo de mezcla es muy pequeño

$$\tan 2\theta = \frac{m_D}{m_R} \ll 1, \quad (1.42)$$

lo cual implica que

$$\theta \approx \frac{m_D}{m_R} \ll 1, \quad (1.43)$$

con lo cual los campos se pueden escribir como

$$v_{1L} = -i \cos \theta v_L + \sin \theta v_R^c \approx -i v_L, \quad (1.44)$$

$$v_{2L} = i \sin \theta v_L + \cos \theta v_R^c \approx v_R^c. \quad (1.45)$$

Se observa que el campo activo v_L está mayormente compuesto por el campo con masa pequeña v_{1L} , mientras que el campo estéril está compuesto por el campo v_{2L} supermasivo. Este es el conocido mecanismo see saw (balancín, en español), ya que cuanto mayor sea m_R , se tiene que m_L es más pequeño. De esta manera, el MSS permite dar una satisfactoria explicación de la pequeñez de la masa del neutrino activo comparada con las masas de los demás fermiones del MEE. Esto se hace evidente si se tiene en cuenta que la masa de Dirac m_D debe ser del orden de 10^2 GeV , es decir del orden de la escala de RES electrodébil, ya que el término de masa de Dirac está protegido por las simetrías del MEE.

Por otro lado, ya que el término de masa de Majorana de v_R no está protegido por el MEE, este debe tener el orden de magnitud de la escala de ruptura de simetría de la teoría unificada a altas energías. Por ende, el neutrino ligero está suprimido por una razón muy pequeña $m_D/m_R \sim 10^{-14} - 10^{-12}$ respecto a la masa del leptón cargado y del quark tipo up de la misma familia.

1.2.2. MSS-I para n generaciones

Hasta ahora la discusión de la generación de masa de los neutrinos vía MSS fue realizada para el caso de una única generación. Aunque, las observaciones experimentales

1 MSS-I en el MEE extendido y sector de Higgs del M2DH-III

conducen a la existencia de tres generaciones de fermiones a partir, en la presente subsección se estudia el término de masa de Dirac-Majorana para el caso de n -generaciones, con el fin de realizar un tratamiento lo más general posible. Por lo tanto, se asumen n -campos activos $v_{\alpha i L}$ (α_n sabores correspondientes) y se incluye n -campos estériles $v_{s R}$ en el MEE. De esta manera, se tiene que el término de masa de Dirac-Majorana es ahora

$$\mathcal{L}_Y^{M+D} = \mathcal{L}_Y^{ML} + \mathcal{L}_Y^{MR} + \mathcal{L}_Y^D, \quad (1.46)$$

siendo

$$\mathcal{L}_Y^{ML} = \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^n v_{\alpha i L}^T \hat{C}^\dagger M_L^{\alpha_i \alpha_j} v_{\alpha j L} + h.c., \quad (1.47)$$

$$\mathcal{L}_Y^{MR} = \frac{1}{2} \sum_{s,s'=1}^n v_{s R}^T \hat{C}^\dagger M_R^{s s'} v_{s' R} + h.c., \quad (1.48)$$

$$\mathcal{L}_Y^D = - \sum_j \sum_s \overline{v_{s R}} M_D^{s \alpha_j} v_{\alpha j L} + h.c. \quad (1.49)$$

Las matrices M_L , M_R y M_D son matrices $n \times n$, que se asumen complejas. Adicionalmente las matrices de Majorana M_L y M_R son simétricas. De manera similar al caso de una generación, se definen los vectores

$$N_L = \begin{pmatrix} v_L \\ \hat{C} v_R^T \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_L \\ v_R^c \end{pmatrix}, \quad (1.50)$$

con

$$v_L = \begin{pmatrix} v_{\alpha_1 L} \\ \vdots \\ v_{\alpha_n L} \end{pmatrix}, \quad v_R^c = \begin{pmatrix} v_{s_1 R}^c \\ \vdots \\ v_{s_n R}^c \end{pmatrix}, \quad (1.51)$$

y la matriz simétrica de $2n \times 2n$ como

$$M_V^{M+D} = \begin{pmatrix} M_L & (M_D)^T \\ M_D & M_R \end{pmatrix}. \quad (1.52)$$

Por tanto, el término de masa de Dirac-Majorana se puede escribir como

$$\mathcal{L}_Y^{M+D} = \frac{1}{2} N_L^T \hat{C}^\dagger M_V^{M+D} N_L + h.c. \quad (1.53)$$

De nuevo, los campos de neutrinos con masas definidas son escritos, mediante el uso de la matriz unitaria V_L^Y , como

$$N_L = V_L^Y n_L, \quad \text{con} \quad n_L = \begin{pmatrix} v_{1L} \\ \vdots \\ v_{2nL} \end{pmatrix}, \quad (1.54)$$

con lo cual es evidente que por cada n -generaciones de neutrinos existen $2n$ -campos con masas definidas, ya que se ha supuesto la existencia de un neutrino estéril por cada generación. Este supuesto se ha tomado por simplicidad, ya que no existe ninguna restricción sobre el número de campos estériles en la teoría. Ahora bien, la matriz unitaria V_L^Y se

escoge de tal manera que la matriz M_V^{M+D} se pueda diagonalizar, es decir

$$(V_L^y)^T M_V^{M+D} V_L^y = M_V, \quad \text{con } (M_V)_{ab} = m_a \delta_{ab} \quad (a, b = 1, \dots, 2n), \quad (1.55)$$

por tanto, los campos con masas definidas son fermiones de Majorana dado que

$$\mathcal{L}_Y^{M+D} = \frac{1}{2} n_L \hat{C}^\dagger M_V n_L + h.c. = \frac{1}{2} \sum_{a=1}^{2n} v_{aL}^T \hat{C}^\dagger v_{aL} + h.c. \quad (1.56)$$

En el caso de n -generaciones, la diagonalización de la matriz M_V^{M+D} no es trivial, por lo que es necesario tomar algún tipo de aproximación. La aproximación más adecuada es considerar el escenario de see saw, similar al caso de una generación, por lo cual se elige $M_L = 0$. Así, la matriz M_V^{M+D} toma la forma

$$M_V^{M+D} = \begin{pmatrix} 0 & (M_D)^T \\ M_D & M_R \end{pmatrix}. \quad (1.57)$$

Adicionalmente, se supone que los elementos de la matriz M_R son mucho más grandes que los elementos de M_D

$$(M_D)_{kj} \ll (M_R)_{kj}. \quad (1.58)$$

lo cual físicamente se justifica, como en el caso de una generación, dado que M_L está prohibida por las simetrías del MEE, mientras que M_R se genera por la física de altas energías. Si se cumple que los valores propios de M_R son mucho más grandes que los valores propios de M_D , la matriz (1,57) puede ser diagonalizada por bloques, hasta términos de orden $(M_R)^{-1} M_D$, por lo que

$$(W_L^y)^T M_V^{M+D} W_L^y = \begin{pmatrix} M_{Lig} & 0 \\ 0 & M_{Pes} \end{pmatrix}, \quad (1.59)$$

con

$$W_L^y = \begin{pmatrix} 1 - \frac{1}{2} M_D^\dagger (M_R M_R^\dagger)^{-1} M_D & M_D^\dagger (M_R^\dagger)^{-1} \\ -M_R^{-1} M_D & 1 - \frac{1}{2} M_R^{-1} M_D M_D^\dagger M_R^{\dagger-1} \end{pmatrix}. \quad (1.60)$$

La matriz de $n \times n$ de neutrinos ligeros activos M_{Lig} y la matriz de campos estériles supermasivos M_{Pes} están dadas por

$$M_{Lig} \approx -M_D^T M_R^{-1} M_D, \quad M_{Pes} \approx M_R, \quad (1.61)$$

lo cual indica que el MSS se implementa por supresión de las masas de los neutrinos livianos respecto a los elementos de la matriz de masa de Dirac por el factor $M_D^T M_R^{-1}$, mientras que las masas de los neutrinos pesados están dadas por los valores propios de la matriz M_R . Sin embargo, los valores de las masas livianas pueden variar dependiendo de los valores específicos de los elementos de M_D y M_R .

1.3. Sector de Higgs del M2DH

Una posible extensión del MEE minimal proviene de incluir un segundo doblete en el sector de Higgs, de tal forma que tenga los mismos números cuánticos que el primero, tal

como como sucede en el M2DH [8, 16]. La presencia de dos dobletes de Higgs permite dar una explicación a la pequeñez de la masa de los neutrinos, sin tener que reducir los acoplamientos de Yukawa a valores extremadamente pequeños. En el M2DH, los dos dobletes de Higgs son denotados como [8, 38, 147]

$$\Phi_k = \begin{pmatrix} \phi_k^+ \\ \phi_k^o \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \phi_k^+ \\ \frac{1}{\sqrt{2}}(h_k^o + v_k + i\eta_k^o) \end{pmatrix}, \quad (1.62)$$

con $k=1,2$, tal que Φ_1 y Φ_2 representan dos dobletes complejos del grupo $SU(2)_L$ con hipercarga $Y_1 = Y_2 = 1$. La primera componente de cada doblete Higgs corresponde a un campo escalar cargado $\phi_k^+ = \phi_k^+(x)$ y la segunda componente involucra dos campos escalares neutros h_k^o y η_k^o .

Como en el MEE minimal, se plantea el lagrangiano que induce la RES electrodébil

$$\mathcal{L}_\Phi = (D_\mu \Phi_1)^\dagger (D^\mu \Phi_1) + (D_\mu \Phi_2)^\dagger (D^\mu \Phi_2) - V(\Phi_1, \Phi_2) \quad (3.2)$$

y se busca el potencial de Higgs $V(\Phi_1, \Phi_2)$ más general, que sea renormalizable e invariante ante $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$. Además, se puede imponer que este potencial obedezca la simetría discreta $\Phi_1 \rightarrow -\Phi_1$, $\Phi_2 \rightarrow \Phi_2$, con el fin de que los procesos con cambios de sabor estén suprimidos. Con las restricciones y requerimientos mencionados, el potencial de Higgs está dado por [8, 38, 147]

$$\begin{aligned} V(\Phi_1, \Phi_2) = & \lambda_1 \left(\Phi_1^\dagger \Phi_1 - v_1^2 \right)^2 + \lambda_2 \left(\Phi_2^\dagger \Phi_2 - v_2^2 \right)^2 \\ & + \lambda_3 \left[\left(\Phi_1^\dagger \Phi_1 - v_1^2 \right) + \left(\Phi_2^\dagger \Phi_2 - v_2^2 \right) \right]^2 \\ & + \lambda_4 \left[\left(\Phi_1^\dagger v_1 \right) \left(\Phi_2^\dagger \Phi_2 \right) + \left(\Phi_1^\dagger \Phi_2 \right) \left(\Phi_2^\dagger v_1 \right) \right] \\ & + \lambda_5 \left[\text{Re} \left(\Phi_1^\dagger \Phi_2 \right) - v_1 v_2 \cos \xi \right]^2 \\ & + \lambda_5 \left[\text{Im} \left(\Phi_1^\dagger \Phi_2 \right) - v_1 v_2 \sin \xi \right]^2, \end{aligned} \quad (1.63)$$

donde los λ_i son todos parámetros reales (por hermiticidad). Los potenciales anteriores garantizan el patrón correcto de RES electrodébil sobre un amplio rango de parámetros, con $\lambda_i > 0$. Así como sucede en el MEE minimal, en el M2DH se consideran los VEV de los dobletes como

$$\langle \Phi_1 \rangle_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ v_1/\sqrt{2} \end{pmatrix}, \quad \langle \Phi_2 \rangle_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ v_2/\sqrt{2} \end{pmatrix}, \quad (1.64)$$

sin incluir fuentes explícitas de violación de CP, con los cuales la RES electrodébil se implementa según el esquema $SU(2)_L \otimes U(1)_Y \rightarrow U(1)_Q$. Cabe mencionar que el rango permitido de los parámetros λ_i , que conducen a masas al cuadrado positivas para los bosones de Higgs físicos, es muy amplia.

Un parámetro importante del M2DH, proveniente de la razón de los dos valores espe-

rados en el vacío asociados a los dos dobletes de Higgs (1.64) es

$$\tan \beta = \frac{v \sin \beta}{v \cos \beta} = \frac{v_2}{v_1}, \quad (1.65)$$

el cual se utiliza para suprimir los bosones de Goldstone ϕ_k^\pm y η_k^o ($k = 1, 2$) mediante una mezcla y obtener campos de Higgs físicos H^\pm y A^o

$$\begin{pmatrix} G_w^\pm \\ H^\pm \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \beta & \sin \beta \\ -\sin \beta & \cos \beta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \phi_1^\pm \\ \phi_2^\pm \end{pmatrix}, \quad (1.66)$$

$$\begin{pmatrix} G_z^o \\ A^o \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \beta & \sin \beta \\ -\sin \beta & \cos \beta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \eta_1^o \\ \eta_2^o \end{pmatrix}, \quad (1.67)$$

donde G_w^\pm y G_z^o son los nuevos bosones de Goldstone del sector de Higgs, los cuales son ortogonales a H^\pm y A^o , respectivamente. Se debe destacar que $v_1^2 + v_2^2 = v^2$ está dado por la RES electrodébil, donde v es fijado por la masa del bosón electrodébil cargado W^\pm : $M_w^2 = g^2 v^2 / 4$ [8, 11, 147]. Debido a la invariancia CP (asumida antes), las partes imaginarias y las partes reales de los campos escalares neutros se desacoplan. Se define un nuevo parámetro α , con el fin de mezclar los campos neutros h_k^o de los dobletes y obtener los auto-estados de masa física H^o y h^o

$$\begin{pmatrix} H^o \\ h^o \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ -\sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} h_1^o \\ h_2^o \end{pmatrix}, \quad (1.68)$$

siendo H^o y h^o ortogonales entre sí. El campo de Higgs cargado tiene una masa dada por $M_{H^\pm}^2 = \lambda_4 (v_1^2 + v_2^2)$, mientras que la del campo escalar neutro CP-impar es $M_{A^o}^2 = \lambda_6 (v_1^2 + v_2^2)$ y las de los campos escalares neutros CP-par son

$$M_{H^o, h^o}^2 = \frac{1}{2} \left[M_{11} + M_{22} \pm \sqrt{(M_{11} - M_{22})^2 + 4M_{12}^2} \right]. \quad (1.69)$$

Cabe observar, que de acuerdo con la anterior expresión se cumple que $m_{H^o} > m_{h^o}$, como se sugiere por la notación. Las cantidades $M_{i,j}$ se definen como las entradas de la siguiente matriz

$$M = \begin{pmatrix} 4v_1^2(\lambda_1 + \lambda_3) + v_2^2\lambda_5 & (4\lambda_3 + \lambda_5)v_1v_2 \\ (4\lambda_3 + \lambda_5)v_1v_2 & 4v_2^2(\lambda_2 + \lambda_3) + v_1^2\lambda_5 \end{pmatrix}.$$

El ángulo de mezcla α se obtiene de

$$\begin{aligned} \sin 2\alpha &= \frac{2M_{12}}{\sqrt{(M_{11} + M_{22})^2 + 4M_{12}^2}}, \\ \cos 2\alpha &= \frac{M_{11} - M_{22}}{\sqrt{(M_{11} + M_{22})^2 + 4M_{12}^2}}. \end{aligned}$$

Se observa que en el M2DH, y particularmente en el M2DH-III, se tienen cinco bosones de Higgs físicos: un par cargado (H^\pm); dos escalares neutros CP-par (H^o y h^o); un escalar neutro CP-impar (A^o), a menudo llamado un pseudo-escalar. En lugar de un parámetro libre como sucede en el MEE minimal, en el M2DH-III se tienen seis parámetros libres:

cuatro masas de bosones de Higgs (M_{H^\pm} , M_{A^0} , M_{H^0} y M_{h^0}), un ángulo de mezcla β y un ángulo de mezcla α .

1.3.1. Lagrangiano de Yukawa del M2DH

El M2DH-III incluye tres nuevos acoplamientos de Yukawa en los sectores de quarks y de leptones. Los términos masivos para los sectores tipo-up y tipo-down dependen de dos matrices o de dos acoplamientos de Yukawa. La rotación de los quarks y leptones permiten diagonalizar una de las matrices, pero no ambas simultáneamente. Con lo anterior, tan solo un acoplamiento de Yukawa permanece no-diagonal, generando CSCEN y CSCEC a nivel árbol.

En analogía con el MEE minimal, el lagrangiano de interacción entre los fermiones (leptones y quarks) con los dos dobletes de Higgs Φ_k , se denomina lagrangiano de Yukawa (\mathcal{L}_Y). El lagrangiano de Yukawa del M2DH tiene la forma

$$-\mathcal{L}_Y = \overline{L_{Li}^0} \xi_{1ij}^E \Phi_1 E_{Rj}^0 + \overline{Q_{Li}^0} \xi_{1ij}^U \tilde{\Phi}_1 U_{Rj}^0 + \overline{Q_{Li}^0} \xi_{1ij}^D \Phi_1 D_{Rj}^0 + \overline{L_{Li}^0} \xi_{2ij}^E \Phi_2 E_{Rj}^0 + \overline{Q_{Li}^0} \xi_{2ij}^U \tilde{\Phi}_2 U_{Rj}^0 + \overline{Q_{Li}^0} \xi_{2ij}^D \Phi_2 D_{Rj}^0 + h.c. \quad (1.70)$$

donde $\tilde{\Phi}_k = i\tau_2 \Phi_k^*$. A cada uno de los dobletes se le asocia tres matrices adimensionales complejas 3×3 no-diagonales ξ_k^χ ($\chi = E, U, D$), las cuales corresponden a las constantes de acoplamiento de Yukawa entre el campo fermiónico y los dos dobletes de campos de Higgs. El superíndice ⁰ indica que los campos fermiónicos no son, todavía, autoestados de masa y el subrayado que se han hecho rotar las constantes de Yukawa y los dobletes de Higgs.

Las rotaciones inversas de (1.66), (1.67) y (1.68) se escriben como

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} \phi_1^\pm \\ \phi_2^\pm \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} \cos \beta & -\sin \beta \\ \sin \beta & \cos \beta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} G_w^\pm \\ H^\pm \end{pmatrix}, \\ \begin{pmatrix} \eta_1^0 \\ \eta_2^0 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} \cos \beta & -\sin \beta \\ \sin \beta & \cos \beta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} G_z^0 \\ A^0 \end{pmatrix}, \\ \begin{pmatrix} h_1^0 \\ h_2^0 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} H^0 \\ h^0 \end{pmatrix}, \end{aligned}$$

por lo tanto

$$\begin{aligned} \phi_1^\pm &= G_w^\pm \cos \beta - H^\pm \sin \beta \\ \phi_2^\pm &= G_w^\pm \sin \beta + H^\pm \cos \beta \end{aligned}$$

y

$$\begin{aligned} \phi_1^0 &= \frac{1}{\sqrt{2}} [H^0 \cos \alpha - h^0 \sin \alpha + v_1 + iG_z^0 \cos \beta - iA^0 \sin \beta] \\ \phi_2^0 &= \frac{1}{\sqrt{2}} [H^0 \sin \alpha + h^0 \cos \alpha + v_2 + iG_z^0 \sin \beta + iA^0 \cos \beta] \end{aligned}$$

Sustituyendo los términos correspondientes en (1.70), se obtiene \mathcal{L}_Y en forma matricial

$$\begin{aligned}
 -\mathcal{L}_Y = & \overline{N}_L^0 (\xi_1^E \phi_1^+ + \xi_2^E \phi_2^+) E_R^0 - \overline{D}_L^0 (\xi_1^U \phi_1^- + \xi_2^U \phi_2^-) U_R^0 + \overline{U}_L^0 (\xi_1^D \phi_1^+ + \xi_2^D \phi_2^+) D_R^0 \\
 & + \overline{E}_L^0 (\xi_1^E \phi_1^o + \xi_2^E \phi_2^o) E_R^0 + \overline{U}_L^0 (\xi_1^U \phi_1^o + \xi_2^U \phi_2^o) U_R^0 + \overline{D}_L^0 (\xi_1^D \phi_1^o + \xi_2^D \phi_2^o) D_R^0 \\
 & + h.c
 \end{aligned}$$

Partiendo de la definición (1.65), con lo que $1/v = g/2M_W$ y con la definición

$$M^\chi = \frac{\xi_1^\chi v_1 + \xi_2^\chi v_2}{\sqrt{2}},$$

junto con

$$\begin{aligned}
 \xi_1^\chi \cos \beta + \xi_2^\chi \sin \beta &= \frac{g}{\sqrt{2}M_w} M^\chi \\
 -\xi_1^\chi \sin \beta + \xi_2^\chi \cos \beta &= \frac{g \cot \beta}{\sqrt{2}M_w} M^\chi - \frac{1}{\sin \beta} \xi_1^\chi,
 \end{aligned}$$

donde $\xi_1^\chi = \xi^\chi \cos \beta$ y $\xi_2^\chi = -\xi^\chi \sin \beta$, se obtiene que

$$\begin{aligned}
 -\mathcal{L}_Y = & \frac{g}{\sqrt{2}M_w} \left(\overline{N}_L^0 M^E E_R^0 G_w^+ - \overline{D}_L^0 M^U U_R^0 G_w^- + \overline{U}_L^0 M^D D_R^0 G_w^+ \right) \\
 & + \frac{g \cot \beta}{\sqrt{2}M_w} \left(\overline{N}_L^0 M^E E_R^0 H^+ - \overline{D}_L^0 M^U H^- U_R^0 + \overline{U}_L^0 M^D H^+ D_R^0 \right) \\
 & - \frac{1}{\sin \beta} \left(\overline{N}_L^0 \xi_1^E E_R^0 H^+ - \overline{D}_L^0 \xi_1^U U_R^0 H^- + \overline{U}_L^0 \xi_1^D D_R^0 H^+ \right) + h.c \\
 & + \overline{E}_L^0 M^E E_R^0 + \overline{U}_L^0 M^U U_R^0 + \overline{D}_L^0 M^D D_R^0 \\
 & + i \frac{g}{2M_w} \left(\overline{E}_L^0 M^E E_R^0 + \overline{U}_L^0 M^U U_R^0 + \overline{D}_L^0 M^D D_R^0 \right) G_z^o \\
 & + i \frac{g \cot \beta}{2M_w} \left(\overline{E}_L^0 M^E E_R^0 + \overline{U}_L^0 M^U U_R^0 + \overline{D}_L^0 M^D D_R^0 \right) A^o \\
 & - i \frac{1}{\sqrt{2} \sin \beta} \left(\overline{E}_L^0 \xi_1^E E_R^0 + \overline{U}_L^0 \xi_1^U U_R^0 + \overline{D}_L^0 \xi_1^D D_R^0 \right) A^o \\
 & \frac{g}{2M_w \sin \beta} \left(\overline{E}_L^0 M^E E_R^0 + \overline{U}_L^0 M^U U_R^0 + \overline{D}_L^0 M^D D_R^0 \right) [H^o \sin \alpha + h^o \cos \alpha] \\
 & - \frac{1}{\sqrt{2} \sin \beta} \left(\overline{E}_L^0 \xi_1^E E_R^0 + \overline{U}_L^0 \xi_1^U U_R^0 + \overline{D}_L^0 \xi_1^D D_R^0 \right) [H^o \sin(\alpha - \beta) + h^o \cos(\alpha - \beta)].
 \end{aligned}$$

Esta lagrangiano se puede escribir en términos de estados propios de masa, usando las transformaciones unitarias

$$\begin{aligned}
 N_L = S_L N_L^0, \quad E_L = T_L E_L^0, \quad U_L = V_L U_L^0, \quad D_L = W_L D_L^0, \\
 E_R = T_R E_R^0, \quad U_R = V_R U_R^0, \quad D_R = W_R D_R^0,
 \end{aligned}$$

las cuales adicionalmente permiten diagonalizar las matrices de masa, es decir

$$M_E^{diag} = T_L M^E T_R^\dagger, \quad M_U^{diag} = V_L M^U V_R^\dagger, \quad M_D^{diag} = W_L M^D W_R^\dagger,$$

pero no pueden diagonalizar a ξ_1^χ simultáneamente. Introduciendo las transformaciones unitarias entre los términos de \mathcal{L}_Y y con las matriz $I = S_L T_L^\dagger$ y la matriz CKM $V = V_L W_L^\dagger$, finalmente se llega a que la lagrangiano de Yukawa del M2DH está dada por

$$\begin{aligned}
-\mathcal{L}_Y = & \frac{g}{\sqrt{2}M_W} \left(\bar{N}_L M_E^{diag} P_{RE} - \bar{U}_R M_U^{diag} V P_{LD} + \bar{U}_L V M_D^{diag} P_{RD} \right) G_w^+ \\
& + \frac{g \cot \beta}{\sqrt{2}M_W} \left(\bar{N}_L M_E^{diag} P_{RE} - \bar{U}_R M_U^{diag} V P_{LD} + \bar{U}_L V M_D^{diag} P_{RD} \right) H^+ \\
& - \frac{1}{\sin \beta} \left(\bar{N}_L \xi_E P_{RE} H^+ - \bar{U}_R \xi_U V P_{LD} + \bar{U}_L V \xi_D P_{RD} \right) H^+ + h.c \\
& + \bar{E}_L M_E^{diag} E_R + \bar{U}_L M_U^{diag} U_R + \bar{D}_L M_D^{diag} D_R \\
& + \frac{ig}{2M_W} \left(\bar{E} M_E^{diag} \gamma^5 E - \bar{U} M_U^{diag} \gamma^5 U + \bar{D} M_D^{diag} \gamma^5 D \right) G_z^0 \\
& + \frac{ig \cot \beta}{2M_W} \left(\bar{E} M_E^{diag} \gamma^5 E - \bar{U} M_U^{diag} \gamma^5 U + \bar{D} M_D^{diag} \gamma^5 D \right) A^0 \\
& - \frac{i}{\sqrt{2} \sin \beta} \left(\bar{E} \xi_E^{diag} \gamma^5 E - \bar{U} \xi_U^{diag} \gamma^5 U + \bar{D} \xi_D^{diag} \gamma^5 D \right) A^0 \\
& + \frac{g}{2M_W \sin \beta} \left(\bar{E} M_E^{diag} E + \bar{U} M_U^{diag} U + \bar{D} M_D^{diag} D \right) (H^0 \sin \alpha + h^0 \cos \alpha) \\
& - \frac{g}{\sqrt{2} \sin \beta} \left(\bar{E} \xi_E E - \bar{U} \xi_U U + \bar{D} \xi_D D \right) [H^0 \sin(\alpha - \beta) + h^0 \cos(\alpha - \beta)].
\end{aligned} \tag{1.71}$$

Este es el lagrangiano de Yukawa del M2DH-III, el cual a su vez tiene tres diferentes realizaciones dependiendo la parametrización de la $\tan \beta$ como se vera a continuación

1.4. Lagrangianos de Yukawa para los diferentes modelos

A partir del Lagrangiano M2DH tipo III podemos hacer diferentes reparametrizaciones para obtener el ME y los modelos tipo I y II con cambio de sabor (CS) a nivel árbol, denotados como \mathcal{L}_Y^{lcs} , \mathcal{L}_Y^{llcs} , respectivamente. Igualmente, podemos obtener los modelos sin cambio de sabor \mathcal{L}_Y^I y \mathcal{L}_Y^{II} , para eliminar los términos de cambio de sabor hacemos uso de una simetría discreta: $\Phi_1 \rightarrow \Phi_1$ y $\Phi_2 \rightarrow -\Phi_2$.

1.4.1. Lagrangiano de Yukawa del MEE minimal

Una de las primeras condiciones que se le puede exigir al lagrangiano de Yukawa del M2DH es la de reducirse a la del MEE, debido a que se puede rotar los campos de tal manera que se suprima el efecto del segundo doblete. Para eliminar el primer doblete Φ_1 , se impone la condición $v_1 = 0$ y $v_2 = v$, de tal manera que $\tan \beta = \infty$, en consecuencia

1.4 Lagrangianos de Yukawa para los diferentes modelos

$\beta = \pi/2$. Si también se eliminan los términos de cambio de sabor, se tiene

$$\begin{aligned}
 -\mathcal{L}_Y^{MEE} = & \frac{g}{\sqrt{2}M_w} \left(\bar{N}M_E^{diag} P_R E - \bar{U}M_U^{diag} V P_L D + \bar{U}VM_D^{diag} P_R D \right) G_w^+ + h.c. \\
 & + \bar{E}M_E^{diag} E + \bar{U}M_U^{diag} U + \bar{D}M_D^{diag} D \\
 & + i\frac{g}{2M_w} \left(\bar{E}M_E^{diag} \beta^5 E - \bar{U}\gamma^5 M_U^{diag} U + \bar{D}M_D^{diag} \gamma^5 D \right) G_z^o \\
 & + \frac{g}{2M_w} \left(\bar{E}M_E^{diag} E + \bar{U}M_U^{diag} U + \bar{D}M_D^{diag} D \right) h^o.
 \end{aligned}$$

1.4.2. Lagrangiano de Yukawa del M2DH-I

El lagrangiano de Yukawa del M2DH-I con cambios de sabor está dada por

$$\begin{aligned}
 -\mathcal{L}_Y^{lcs} = & -\mathcal{L}_Y^\chi(\alpha, \beta) \\
 = & \frac{g}{\sqrt{2}M_w} \left(\bar{N}M_E^{diag} P_R E - \bar{U}M_U^{diag} V P_L D + \bar{U}VM_D^{diag} P_R D \right) G_w^+ \\
 & + \frac{g \cot \beta}{\sqrt{2}M_w} \left(\bar{N}M_E^{diag} P_R E - \bar{U}M_U^{diag} V P_L D + \bar{U}VM_D^{diag} P_R D \right) H^+ \\
 & - \frac{1}{\sin \beta} \left(\bar{N}\xi_1^E P_R E - \bar{U}\xi_1^U V P_L D + \bar{U}V\xi_1^D P_R D \right) H^+ + h.c. \\
 & + \bar{E}M_E^{diag} E + \bar{U}M_U^{diag} U + \bar{D}M_D^{diag} D \\
 & + i\frac{g}{2M_w} \left(\bar{E}M_E^{diag} \gamma^5 E - \bar{U}\gamma^5 M_U^{diag} U + \bar{D}M_D^{diag} \gamma^5 D \right) G_z^o \\
 & + i\frac{g \cot \beta}{2M_w} \left(\bar{E}M_E^{diag} \gamma^5 E - \bar{U}\gamma^5 M_U^{diag} U + \bar{D}M_D^{diag} \gamma^5 D \right) A^o \\
 & - i\frac{1}{\sqrt{2} \sin \beta} \left(\bar{E}\xi_1^E \gamma^5 E - \bar{U}\gamma^5 \xi_1^U U + \bar{D}\xi_1^D \gamma^5 D \right) A^o \\
 & + \frac{g}{2M_w \sin \beta} \left(\bar{E}M_E^{diag} E + \bar{U}M_U^{diag} U + \bar{D}M_D^{diag} D \right) [H^o \sin \alpha + h^o \cos \alpha] \\
 & - \frac{1}{\sqrt{2} \sin \beta} \left(\bar{E}\xi_1^E E + \bar{U}\xi_1^U U + \bar{D}\xi_1^D D \right) [H^o \sin(\alpha - \beta) + h^o \cos(\alpha - \beta)].
 \end{aligned}$$

Aca se puede tomar el límite $\tan \beta \rightarrow \infty$, con lo cual se eliminan las interacciones con cambio de sabor y se obtiene el lagrangiano de Yukawa del M2DH-I.

1.4.3. lagrangiano de Yukawa del M2DH-II

El lagrangiano de Yukawa del M2DH-I con cambios de sabor está dada por

$$\begin{aligned}
-\mathcal{L}_Y^{IIcs} &= -\mathcal{L}_Y^\chi(\alpha - \pi/2, \beta - \pi/2) \\
&= \frac{g}{\sqrt{2}M_w} \left(\bar{N}M_E^{diag} P_{RE} - \bar{U}M_U^{diag} V_{PLD} + \bar{U}VM_D^{diag} P_{RD} \right) G_w^+ \\
&\quad - \frac{g \tan \beta}{\sqrt{2}M_w} \left(\bar{N}M_E^{diag} P_{RE} - \bar{U}M_U^{diag} V_{PLD} + \bar{U}VM_D^{diag} P_{RD} \right) H^+ \\
&\quad + \frac{1}{\cos \beta} \left(\bar{N}\xi_2^E P_{RE} - \bar{U}\xi_2^U V_{PLD} + \bar{U}V\xi_2^D P_{RD} \right) H^+ + h.c. \\
&\quad + \bar{E}M_E^{diag} E + \bar{U}M_U^{diag} U + \bar{D}M_D^{diag} D \\
&\quad + i\frac{g}{2M_w} \left(\bar{E}M_E^{diag} \gamma^5 E - \bar{U}\gamma^5 M_U^{diag} U + \bar{D}M_D^{diag} \gamma^5 D \right) G_z^o \\
&\quad - i\frac{g \tan \beta}{2M_w} \left(\bar{E}M_E^{diag} \gamma^5 E - \bar{U}\gamma^5 M_U^{diag} U + \bar{D}M_D^{diag} \gamma^5 D \right) A^o \\
&\quad + i\frac{1}{\sqrt{2} \cos \beta} \left(\bar{E}\xi_2^E \gamma^5 E - \bar{U}\gamma^5 \xi_2^U U + \bar{D}\xi_2^D \gamma^5 D \right) A^o \\
&\quad + \frac{g}{2M_w \cos \beta} \left(\bar{E}M_E^{diag} E + \bar{U}M_U^{diag} U + \bar{D}M_D^{diag} D \right) [H^o \cos \alpha - h^o \sin \alpha] \\
&\quad + \frac{1}{\sqrt{2} \cos \beta} \left(\bar{E}\xi_2^E E + \bar{U}\xi_2^U U + \bar{D}\xi_2^D D \right) [H^o \sin(\alpha - \beta) + h^o \cos(\alpha - \beta)],
\end{aligned}$$

donde los términos con cambio de sabor, que incluyen a $\xi_2^\chi = -\xi^k \sin \beta$, se pueden eliminar si se toma el límite $\tan \beta \rightarrow \infty$.

1.4.4. Lagrangiano de Yukawa del M2DH-III

El lagrangiano de Yukawa del M2DH-III sin cambios de sabor en la parametrización fundamental, se genera reparametrizando los términos con cambio de sabor de tal manera que ningún término de este lagrangiano dependa del parámetro β

$$\begin{aligned}
-\mathcal{L}_Y^{IIIcs} &= \frac{g}{\sqrt{2}M_w} \left(\bar{N}M_E^{diag} P_{RE} - \bar{U}M_U^{diag} V_{PLD} + \bar{U}VM_D^{diag} P_{RD} \right) G_w^+ \\
&\quad + \left(\bar{N}\xi_2^E P_{RE} - \bar{U}\xi_2^U V_{PLD} + \bar{U}V\xi_2^D P_{RD} \right) H^+ + h.c. \\
&\quad + \bar{E}M_E^{diag} E + \bar{U}M_U^{diag} U + \bar{D}M_D^{diag} D \\
&\quad + i\frac{g}{2M_w} \left(\bar{E}M_E^{diag} \gamma^5 E - \bar{U}\gamma^5 M_U^{diag} U + \bar{D}M_D^{diag} \gamma^5 D \right) G_z^o \\
&\quad + i\frac{1}{\sqrt{2}} \left(\bar{E}\xi_2^E \gamma^5 E - \bar{U}\gamma^5 \xi_2^U U + \bar{D}\xi_2^D \gamma^5 D \right) A^o \\
&\quad + \frac{g}{2M_w} \left(\bar{E}M_E^{diag} E + \bar{U}M_U^{diag} U + \bar{D}M_D^{diag} D \right) (H^o \cos \alpha - h^o \sin \alpha) \\
&\quad + \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\bar{E}\xi_2^E E + \bar{U}\xi_2^U U + \bar{D}\xi_2^D D \right) (H^o \sin \alpha + h^o \cos \alpha). \tag{1.72}
\end{aligned}$$

En la literatura, este último se conoce como modelo tipo III-CS, Se ha utilizado para

1.4 Lagrangianos de Yukawa para los diferentes modelos

buscar la física más allá del MEE y específicamente para CSCN a nivel de árbol [11, 152–155]. Es importante aclarar que este lagrangiano es el que vamos a utilizar para los posteriores cálculos de las matrices de masa y mezcla para los neutrinos.

2 Matrices de masa y mezcla de neutrinos en el M2DH-III con MSS-I

En la primera sección de este capítulo se obtiene el lagrangiano de Yukawa del M2DH-III extendido con el modelo de Majorana, para posteriormente en la segunda sección implementar el MSS-I en el contexto del M2DH-III extendido. A continuación, en la tercera sección se obtienen expresiones analíticas exactas para la matriz de mezcla de neutrinos en el M2DH-III con MSS-I, para luego, en la cuarta sección, generar de manera analítica y exacta los elementos de la matriz de mezcla de neutrinos activos en el M2DH-III con MSS-I, a partir de la diagonalización de la matriz de masa previamente obtenida. Con lo anterior, en la quinta sección, mediante la implementación de un método estadístico de verosimilitud, se estiman valores de las masas de los neutrinos activos tipo Dirac, de los ángulos de mezcla y de la fase de violación de CP. Realizado lo anterior, en la sexta sección se calculan los anchos de decaimiento $\tau \rightarrow \nu_\tau e^- \bar{\nu}_e$ y $\tau \rightarrow \nu_\tau \mu^- \bar{\nu}_\mu$, en el límite cuando $\tan \beta \rightarrow \infty$ lo que simplifica el análisis, incluyendo además las contribuciones a nivel árbol de los bosones de Higgs cargados, con lo que se encuentra una relación entre las constantes de acoplamiento involucradas en estos dos canales leptónicos del decaimiento del tauón. Finalmente, en la séptima sección se construyen las matrices de masa y mezcla de neutrinos estériles en el M2DH-III con MSS-I.

2.1. M2DH-III extendido con el término de Majorana

El término de masa de Dirac para los neutrinos conserva el número leptónico, mientras que este número es violado en los términos de masa de Majorana. Sin embargo, nada impide que ambos términos estén presentes en el lagrangiano de Yukawa del M2DH-III y por lo tanto conformar el lagrangiano de masa de neutrinos. Para analizar lo anterior, se consideran dos casos: Una generación, correspondiente al caso más simple; mezcla de tres generaciones, que es el caso más relevante.

El lagrangiano de Yukawa del M2DH-III, restringida al sector leptónico, toma la forma

$$-\mathcal{L}_Y^l = \overline{L_{Li}^0} \eta_{ij}^E \Phi_1 E_{Rj}^0 + \overline{L_{Li}^0} \xi_{ij}^E \Phi_2 E_{Rj}^0 + h.c., \quad (2.1)$$

donde $i = 1, 2, 3$ es el índice de generación y $E_{Rj} = \begin{pmatrix} \nu_j \\ e_j \end{pmatrix}_R$. El lagrangiano de Yukawa se construye con el fin de que se generen las masas de quarks y leptones mediante la RES electrodébil, a través del mecanismo de Higgs. Específicamente, la parte de la densidad

lagrangiana responsable de la masa de los neutrinos está compuesta por dos términos

$$-\mathcal{L}_Y^V = \mathcal{L}_Y^l + \mathcal{L}_V, \quad (2.2)$$

donde \mathcal{L}_Y^V representa el lagrangiano general de Yukawa para los neutrinos, \mathcal{L}_Y^l representa el lagrangiano de Yukawa usual del M2DH-III sin quiralidad derecha para los neutrinos [147], y \mathcal{L}_V representa una extensión del lagrangiano con el singlete de Majorana, en la que se considera la quiralidad derecha de los neutrinos $N_{Rj} = \nu_{jR}$. Este último término contribuye a dotar de masa a los neutrinos de Dirac. Esta extensión, que ha sido usada ampliamente para obtener términos de masa de Dirac, tiene la forma [13, 19, 76]

$$-\mathcal{L}_V = \overline{L_{Li}^0} \eta_{ij}^N \widetilde{\Phi}_1 N_{Rj}^0 + \overline{L_{Li}^0} \xi_{ij}^N \widetilde{\Phi}_2 N_{Rj}^0 + h.c. \quad (2.3)$$

La introducción del término (2.3) generará nuevos acoplamientos (nuevas reglas de Feynman de interacción) y una vez se implementa el mecanismo de Higgs conduce a la matriz de mezcla leptónica U_{PMNS} . Adicionalmente, la matriz de masa de neutrinos construida en la base de sabor es generada vía el MSS, después de que el mecanismo de Higgs es implementado. Para hallar las masas de los autoestados de masa de los neutrinos (ν_1, ν_2, ν_3), se diagonaliza la matriz de masa por medio de una transformación unitaria, lo que permite pasar a la base física y asociar sus autovalores con las masas de los neutrinos ($m_{\nu_1}, m_{\nu_2}, m_{\nu_3}$). La matriz de mezcla de neutrinos U_{PMNS} , tanto para los neutrinos activos como para los neutrinos estériles, generará una conexión entre los datos experimentales conocidos de los ángulos de mezcla y los obtenidos teóricamente.

El desarrollo explícito que a continuación se presenta en el contexto del M2DH-III con MSS-I, para el lagrangiano de Yukawa y para la obtención de expresiones analíticas exactas de las entradas de las matrices de masa y mezcla de neutrinos activos, hasta donde se conoce, no ha sido reportada en la literatura. Desarrollos explícitos similares se presentarán en los siguientes capítulos, con el fin de obtener expresiones analíticas exactas para las matrices de masa y mezcla en el contexto del M2DH-III con MSS-I+II, lo cual también es una contribución original de esta tesis.

2.1.1. Término de Majorana en el lagrangiano de Yukawa del M2DH-III

Con el fin de generar el término de masa de Dirac para los neutrinos en el M2DH-III, se parte del lagrangiano de Yukawa del sector leptónico generalizado, donde se asume que $N_{Rj} = \nu_{jR}$

$$-\mathcal{L}_V = \overline{L_{Li}^0} \eta_{ij}^E \Phi_1 E_{Rj}^0 + \overline{L_{Li}^0} \xi_{ij}^E \Phi_2 E_{Rj}^0 + \overline{L_{Li}^0} \eta_{ij}^N \widetilde{\Phi}_1 N_{Rj}^0 + \overline{L_{Li}^0} \xi_{ij}^N \widetilde{\Phi}_2 N_{Rj}^0 + h.c., \quad (2.4)$$

donde los campos leptónicos están definidos como

$$N = \begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \\ \nu_\tau \end{pmatrix}, \quad E = \begin{pmatrix} e \\ \mu \\ \tau \end{pmatrix}, \quad (2.5)$$

2.1 M2DH-III extendido con el término de Majorana

y las matrices de masa de los leptones, generadas vía mecanismo de Higgs, están presentes a través de

$$M^{N(E)} = - \left(\frac{\eta_{ij}^{N(E)} v_1 + \xi_{ij}^{N(E)} v_2}{\sqrt{2}} \right). \quad (2.6)$$

Inicialmente se escribe el lagrangiano de Yukawa en forma matricial, reemplazando (2.5), (2.6) en (2.4) y girando los campos, luego los campos que aparecen en \mathcal{L}_V se convierten en autoestados de masa vía transformaciones unitarias. Estas transformaciones permiten obtener los estados propios de masa diagonalizados, siendo la transformación $\mathbf{S}_L \eta^N \mathbf{S}_R^\dagger$, la que diagonaliza las matrices de Yukawa, siendo esta transformación de gran importancia a la hora de escoger una textura de ceros en las matrices de mezcla y masa, tanto para neutrinos activos como neutrinos estériles, una vez que el MSS-I sea implementado y los dos dobletes de Higgs tomen un VEV no nulo.

Después de implementar el mecanismo de Higgs, el lagrangiano de Yukawa incluyendo el término de Majorana da lugar al lagrangiano de Yukawa del M2DH-III con cambios de sabor (M2DH-III CS). Con la extensión de Majorana se reparametrizan los términos de CS de tal manera que ningún término del lagrangiano dependa del parámetro β , para llegar al lagrangiano de Yukawa más general dado por

$$\begin{aligned} -\mathcal{L}_Y^{IIIcs} = & \frac{g}{\sqrt{2}M_w} \left(\bar{N} M_E^{diag} \mathbf{U}_{PMNS}^\dagger P_{RE} - \bar{U} M_U^{diag} V_{PLD} + \bar{U} V M_D^{diag} P_{RD} \right. \\ & \left. - \bar{N} \mathbf{U}_{PMNS} M_N^{diag} P_{LE} \right) G_w^+ \\ & + \left(\bar{N} \mathbf{U}_{PMNS}^\dagger \eta_2^E P_{RE} - \bar{U} \eta_2^U V_{PLD} + \bar{U} V \eta_2^D P_{RD} + \bar{N} \mathbf{U}_{PMNS} \eta_2^N P_{LE} \right) H^+ + h.c. \\ & + \bar{E} M_E^{diag} E + \bar{U} M_U^{diag} U + \bar{D} M_D^{diag} D + \bar{N} M_N^{diag} N \\ & + i \frac{g}{2M_w} \left(\bar{E} M_E^{diag} \gamma^5 E - \bar{U} \gamma^5 M_U^{diag} U + \bar{D} M_D^{diag} \gamma^5 D + \bar{N} \gamma^5 M_N^{diag} N \right) G_z^0 \\ & + i \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\bar{E} \eta_2^E \gamma^5 E - \bar{U} \gamma^5 \eta_2^U U + \bar{D} \eta_2^D \gamma^5 D + \bar{N} \gamma^5 M_N^{diag} N \right) A^0 \\ & + \frac{g}{2M_w} \left(\bar{E} M_E^{diag} E + \bar{U} M_U^{diag} U + \bar{D} M_D^{diag} D + \bar{N} \gamma^5 M_N^{diag} N \right) \\ & (H^0 \cos \alpha - h^0 \sin \alpha) + \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\bar{E} \eta_2^E E + \bar{U} \eta_2^U U + \bar{D} \eta_2^D D + \bar{N} \gamma^5 M_N^{diag} N \right) \\ & (H^0 \sin \alpha + h^0 \cos \alpha), \end{aligned} \quad (2.7)$$

donde los términos con CS incluyen $\eta_2^\chi = -\eta^\chi \sin \beta$, con $\chi = E, U$. En \mathcal{L}_Y^{IIIcs} , H^0 y h^0 denotan los bosones de Higgs neutros pesado y liviano, A^0 es el bosón de Higgs neutro pseudoscalar, H^+ es el bosón de Higgs cargado y E (N) se refiere a los tres leptones cargados (neutros), es decir, $E \equiv (e, \mu, \tau)^T$, $N \equiv (v_e, v_\mu, v_\tau)^T$. G_w^\pm y G_z^0 son los nuevos bosones de Goldstone del sector de Higgs. Las matrices M_E y ξ_2^E describen las masas de los leptones y los vértices del cambio de sabor, respectivamente. Finalmente, α es el ángulo de mezcla en el sector de los bosones de Higgs escalares. En el lagrangiano (2.7), se puede observar que los elementos matriciales η_2^E , que generan cambios de sabor en corrientes escalares neutras (CSCEN), automáticamente generan cambios de sabor en corrientes escalares cargadas (CSCEC), el cual está fuertemente suprimido en el sector leptónico. Consecuentemente, si se restringen los CSCEC, también indirectamente se restringen los

CSCEN. En el caso del M2DH-III, las interacciones que involucran los CSCEC a nivel árbol solamente contiene las contribuciones del bosón de Higgs cargado, reduciendo los parámetros libres. Además, aquí U_{PMNS} es la matriz de mezcla de neutrinos, pero para el sector estéril, análoga a la matriz V_{CKM} del sector de quarks.

El lagrangiano (2.7) juega un papel muy importante, ya que a partir de ésta se aplican los diferentes tipos de MSS, para lo cual es necesario conocer el término de masa de Dirac que se construye a partir de las componentes quirales del campo.

2.2. Implementación del MSS-I en el M2DH-III

Con la obtención del término de masa de Dirac para los neutrinos $\bar{N}M_N^{diag}N$ en (2.7) y la construcción formal de la matriz de mezcla leptónica U_{PMNS} , en esta sección se implementa el MSS-I, lo cual permite más adelante calcular la matriz de masa de neutrinos y posteriormente generar la respectiva matriz de mezcla. Cabe destacar que los experimentos de oscilaciones de neutrinos han permitido obtener medidas cada vez más precisas de diferentes cantidades físicas tales como de las diferencias de masa de los neutrinos, de las fases de violación de CP y de los ángulos de mezcla del sector leptónico. Estas cantidades físicas pueden ser usadas como parámetros de entrada en los elementos de la matriz de mezcla de neutrinos y mediante un análisis estadístico de verosimilitud es posible estimar las masas de los neutrinos activos. Para realizar lo anterior, inicialmente se implementa el MSS-I en el M2DH-III en el caso de una generación, para luego extender esta implementación en el caso de n-generaciones.

2.2.1. MSS-I para una generación

Al considerar la extensión del M2DH-III con el término de Majorana y después de la implementación del mecanismo de Higgs, aparece un término de Dirac de la forma (2.6), que para el caso de los neutrinos es

$$M^N = \frac{\xi^N v_1 + \xi^N v_2}{\sqrt{2}}.$$

Al considerar la componente quiral derecha adicional para los neutrinos ν_R y su contraparte $(\nu_R)^c$, se forma un término de masa de Majorana, por lo que en el M2DH-III es posible escribir el siguiente lagrangiano de masa para el caso de una generación

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{M_\nu} = & - \left[\overline{\nu_R} m_D \nu_L + \overline{\nu_L} m_D^\dagger \nu_R \right] - \frac{1}{2} \left[\nu_R \tilde{C} m_R \overline{\nu_R}^T + \nu_R^T \tilde{C} m_R^\dagger \nu_R \right] \\ & - \frac{1}{2} \left[\nu_L^T \tilde{C} m_L^\dagger \nu_L + \nu_L \tilde{C} m_L \overline{\nu_L}^T \right]. \end{aligned} \quad (2.8)$$

Se observa que en \mathcal{L}_{M_ν} está incluida la masa del neutrino de Dirac m_D , que para el caso de n generaciones se cumple $m_D \rightarrow M_{\nu D}$, la masa del neutrino de Majorana para los neutrinos derechos $m_R \rightarrow M_{\nu R}$ y la masa de Majorana para los neutrinos izquierdos $m_L \rightarrow M_{\nu L}$ [156].

El lagrangiano (2.8), matricialmente toma la forma

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{M_\nu} = & \overline{N}_L^0 M^N N_R^0 - \frac{1}{2} \left[N_R^0 \tilde{C} m_R \overline{N}_R^{0T} + N_R^{0T} \tilde{C} m_R^\dagger N_R^0 \right] \\ & - \frac{1}{2} \left[N_L^{0T} \tilde{C} m_L^\dagger N_L^0 + N_L^0 \tilde{C} m_L \overline{N}_L^{0T} \right]. \end{aligned} \quad (2.9)$$

Las masas del término de Dirac fueron generadas vía acoplamiento de Yukawa. El lagrangiano \mathcal{L}_{M_ν} , que después se convertirá en \mathcal{L}_Y^{M+D} , se puede escribir como

$$\mathcal{L}_{M_\nu} = -\frac{1}{2} \left[\begin{pmatrix} \overline{\nu}_L^c & \overline{\nu}_R \end{pmatrix} \begin{pmatrix} m_L & M_D^T \\ m_D & m_R \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_L \\ \nu_R^c \end{pmatrix} \right] + h.c. \quad (2.10)$$

Para el caso de 3 generaciones de neutrinos, los seis auto estados de masas denotados por m_i son los autovalores de la matriz

$$M_\nu = \begin{pmatrix} m_L & m_D^T \\ m_D & m_R \end{pmatrix}. \quad (2.11)$$

Algunas de las principales características de este mecanismo son:

- Se impone que el término de masa de Majorana m_L sea cero, es decir $m_L = 0$, debido a que en el MEE mínimo no se puede construir un término $\overline{\nu}_L \nu_L^c$ que sea invariante de gauge, a diferencia de lo que sucede con el término $\overline{\nu}_R \nu_R^c$. Esto significa que la matriz de masa de Dirac+Majorana toma la forma $M_\nu = \begin{pmatrix} 0 & m_D \\ m_D & m_R \end{pmatrix}$.
- El término de masa de Dirac para los neutrinos es obtenido luego de la implementación del mecanismo de Higgs. Eso significa que, si no quiere un problema de jerarquía, el término m_D debe ser de un orden de magnitud parecido al de los otros leptones o quarks de la misma familia.

Como fue mencionado anteriormente, el caso más interesante e importante que se presenta en el término de Dirac-Majorana es aquel en el que [28]

$$m_D \ll m_R, \quad m_L = 0, \quad (2.12)$$

donde la última suposición, que es natural, implica que el término de Dirac-Majorana respeta las simetrías del MEE. Además, los neutrinos tienen masas definidas dadas por la forma

$$m_1 \approx -\frac{m_D^2}{m_R} \phi_1^2, \quad (2.13)$$

$$m_2 \approx m_R, \quad (2.14)$$

de donde se puede observar que el neutrino ν_2 es muy pesado, mientras que el neutrino ν_1 es muy ligero, ya que su masa está suprimida por la razón $\frac{m_D}{m_R}$.

2.2.2. MSS-I para n generaciones

El término de masa de Dirac-Majorana (DM) más general, para el caso en el que existan n -generaciones requiere que existan n -campos activos $\nu_{\alpha i L}$ (α_n sabores correspondientes)

2 Matrices de masa y mezcla de neutrinos en el M2DH-III con MSS-I

y se incluyán al MEE n -campos estériles ν_{sR} . De esta manera, el término de masa de Dirac-Majorana se escribirá de la siguiente manera

$$\mathcal{L}_Y^{M+D} = \mathcal{L}_Y^{ML} + \mathcal{L}_Y^{MR} + \mathcal{L}_Y^D, \quad (2.15)$$

siendo

$$\mathcal{L}_Y^{ML} = \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^n \nu_{\alpha_i L}^T \hat{C}^\dagger M_L^{\alpha_i \alpha_j} \nu_{\alpha_j L} + h.c., \quad (2.16)$$

$$\mathcal{L}_Y^{MR} = \frac{1}{2} \sum_{s,s'=1}^n \nu_{\alpha_s R}^T \hat{C}^\dagger M_R^{s s'} \nu_{\alpha_{s'} R} + h.c., \quad (2.17)$$

$$\mathcal{L}_Y^D = - \sum_j \sum_s \overline{\nu_{sR}} M_D^{s \alpha_j} \nu_{\alpha_j L} + h.c. \quad (2.18)$$

Las matrices M_L, M_R, M_D son matrices de $n \times n$, siendo M_L y M_R corresponden a matrices simétricas. Se definen los vectores

$$N_L = \begin{pmatrix} \nu_L \\ \hat{C} \nu_R^T \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \nu_L \\ \nu_R^c \end{pmatrix}, \quad (2.19)$$

y la matriz simétrica de $2n \times 2n$

$$M_V^{M+D} = \begin{pmatrix} M_L & (M_D)^T \\ M_D & M_R \end{pmatrix}. \quad (2.20)$$

Por tanto, el término de M+D con $m_L = 0$ puede escribirse como

$$\mathcal{L}_Y^{M+D} = \frac{1}{2} N_L^T \hat{C}^\dagger M_V^{M+D} N_L + h.c. \quad (2.21)$$

La diagonalización de la matriz (2.22) no es trivial, por lo cual es necesario tomar algún tipo de aproximación. La aproximación más adecuada es considerar el escenario de see-saw, similar al caso de una generación, por lo cual se elegirá $M_L = 0$. Así, la matriz M_V^{M+D} tomará la forma

$$M_V^{M+D} = \begin{pmatrix} 0 & (M_D)^T \\ M_D & M_R \end{pmatrix}. \quad (2.22)$$

Además, se supondrá que los elementos de la matriz M_R son mucho más grandes que los elementos de M_D , es decir $M_{D_{kj}} \ll M_{R_{kj}}$. La justificación física de estas consideraciones se hace con el supuesto básico de que el término M_L está prohibido por las simetrías del MEE, mientras que M_R se genera por la física de altas energías. Si se cumple que los valores propios de M_R son mucho más grandes que los valores propios de M_D , la matriz de masa puede diagonalizarse por bloques. Debido a que M_L , está prohibida por las simetrías del MEE, mientras M_R , se generará a una escala de ruptura de simetría de la teoría de la gran unificación o una escala intermedia. El MSS tipo I deja [7, 64–66]

$$\begin{aligned} M_V &= M_{lig} \approx -M_D^T M_R^{-1} M_D, \\ M_{Pes} &\approx M_R. \end{aligned} \quad (2.23)$$

Donde M_V , es la matriz de masa efectiva de Majorana del neutrino ν_L , M_R es la matriz

2.3 Matriz de masa de neutrinos activos en el M2DH-III con MSS-I

de masa de Majorana de el neutrino ν_R y M_D es la matriz de masa de Dirac que conecta ν_R a ν_L , que fue generada vía acoplamientos de Yukawa (2.6), ya que M_R es una matriz invariante $SU(2) \times U(1)$, no hay ninguna ligadura sobre él. Por otro lado M_D se originó después RES de la siguiente manera

$$M_D = - \left(\frac{\eta_{ij}^N \nu_1 + \xi_{ij}^N \nu_2}{\sqrt{2}} \right). \quad (2.24)$$

2.3. Matriz de masa de neutrinos activos en el M2DH-III con MSS-I

Aunque se ha encontrado una explicación de la pequeñez de la masa del neutrino, es necesario buscar una forma de verificar fenomenológicamente que esta explicación es de hecho correcta, [93, 157–159]. Una posible manera de verificar que el MSS-I funciona, es determinar la existencia de los neutrinos derechos y el orden de magnitud de los neutrinos ligeros, mediante la escogencia de la estructura de las matrices de masa respecto a los ceros de textura.

Después de implementar MSS-I, la matriz de Dirac M_{ν_D} de neutrinos izquierdos, se relaciona con las constantes de acoplamiento de Yukawa y los VEV de los campos de Higgs de la siguiente manera (2.23):

$$M_{Lig} \approx - \left(\frac{\eta_{ij}^N \nu_1 + \xi_{ij}^N \nu_2}{\sqrt{2}} \right)^T M_R^{-1} \left(\frac{\eta_{ij}^N \nu_1 + \xi_{ij}^N \nu_2}{\sqrt{2}} \right). \quad (2.25)$$

Estas matrices de Yukawa pueden ser diagonalizadas a partir de una transformación biunitaria, la cual también origina la matriz de mezcla del sector leptónico, de la siguiente manera

$$S_L \eta^N S_R^\dagger, \quad (2.26)$$

$$S_L M_D S_R^\dagger = \left(\frac{\eta_{ij}^{diagN} \nu_1 + \xi_{ij}^{diagN} \nu_2}{\sqrt{2}} \right) = \Delta_N. \quad (2.27)$$

$\Delta_N = \text{diag}(m_{\nu_1}, m_{\nu_2}, m_{\nu_3})$ y $\eta_{ij}^{diagN} = S_L \eta^N S_R^\dagger$. Esta transformación conecta el espacio de sabor y el espacio de masa. Tomando $v^2 = v_1^2 + v_2^2 \simeq (246 \text{ GeV})^2$ [160] y $\tan \beta = \frac{v_2}{v_1}$ [9], tenemos que:

$$(\Delta_N)_{ij} = \frac{v \cos \beta}{\sqrt{2}} \left[(\eta_{ij}^{diagN}) + \tan \beta (\xi_{ij}^{diagN}) \right], \quad (2.28)$$

donde $i, j = 1, 2, 3..$ De esta relación se deduce que los elementos que están fuera de la diagonal de las matrices de Yukawa en el espacio de masa η_{ij}^{diagN} , obedecen la siguiente relación,

$$(\eta_{ij}^{diagN}) = -\tan \beta (\xi_{ij}^{diagN}), \quad i \neq j. \quad (2.29)$$

Esta condición, para el caso de los M2DH-I y M2DH-II, se satisface de varias maneras,

al imponer una simetría de custodia Z_2 una de las matrices de Yukawa es cero y por lo tanto la matriz de masa y de Yukawa tienen la misma forma. En el caso del M2DH-III, con una textura particular de las matrices de Yukawa, la ecuación (3.46) se satisface por construcción.

Usualmente, algunos ceros de textura se obtienen a partir de una simetría del sabor. Una simetría permutacional S_3 del sabor ha sido propuesta por muchos autores con el objetivo de poner constricciones en las matrices de masas de los fermiones y en los parámetros de mezcla [137, 161–164], y más recientemente en [138, 165, 166]

Para nuestra tesis, asumiremos un ansatz jerárquico, el cual considera que la matriz de masa de los neutrinos izquierdos M_D y ambas matrices de Yukawa η_{ij}^N y ξ_{ij}^N tienen la misma forma, es decir la misma jerarquía análoga del sector de Quarks, la cual se conoce como simetría permutacional S_3 .

$$M^D = \begin{pmatrix} 0 & C_v & 0 \\ C_v^* & \tilde{B}_v & B_v \\ 0 & B_v^* & A_v \end{pmatrix} = \frac{v \cos \beta}{\sqrt{2}} \left[\begin{pmatrix} 0 & C_1^v & 0 \\ C_1^{v*} & \tilde{B}_1^v & B_1^v \\ 0 & B_1^{v*} & A_1^v \end{pmatrix} + \tan \beta \begin{pmatrix} 0 & C_2^v & 0 \\ C_2^{v*} & \tilde{B}_2^v & B_2^v \\ 0 & B_2^{v*} & A_2^v \end{pmatrix} \right], \quad (2.30)$$

que es muy similar a la ecuación (3.45). Para la aplicación del MSS-I, también asumimos que la matriz $M_{\nu R}$ de los neutrinos de Majorana derechos tienen la misma estructura y parametrizar estas matrices en términos de las masas de los neutrinos pesados estériles.

2.3.1. Matriz de masa con dos ceros de de textura

Después de partir del lagrangiano de Yukawa del M2DH-III y relacionar el sector de Yukawa del M2DH-III con la matriz de masa de los neutrinos de Dirac para construir la matriz de masa de los neutrinos izquierdos de Majorana a partir del MSS-I, evidenciamos que esta matriz generada estará en la base de sabor. Por consiguiente para hallar los autoestados de masa (ν_1, ν_2, ν_3), se debe hacer una diagonalización por medio de una transformación unitaria la cual nos permite pasar a la base física y nos permite asociar sus eigenvalores con las masas de los neutrinos ($m_{\nu_1}, m_{\nu_2}, m_{\nu_3}$).

A continuación construiremos la matriz mezcla de los neutrinos U_{PMNS} la cual conectará los datos experimentales conocidos de los ángulos de mezcla [27] y el modelo teórico. Un enfoque significativo desde el punto de vista fenomenológico y teórico para reducir el número de los parámetros en el MEE minimal es la imposición de ceros de textura [136, 137] o simetrías de sabor, modelos recientes de simetría de sabor se revisan en [138–140].

Teóricamente para reducir el número de parámetros en el M2DH-III, se debe imponer ceros de textura sobre las matrices de masa [92, 137]. Además, algunos ceros de textura se puede obtener a partir de una simetría del sabor. Una simetría permutacional del sabor ha sido propuesta por muchos autores con el objetivo de poner constricciones en las matrices de masas de los fermiones y en los parámetros de mezcla [161–164].

En esta tesis y particularmente en la siguiente sección, proponemos la simetría de sabor permutacional S_3 como en [91], que también trabajaron el M2DH-III, la cual permitirá unificar las matrices de masa y mezcla del sector de quarks y leptones. Por consiguiente, todas las matrices de masa de los fermiones en la teoría tendrán la misma forma con dos ceros de textura determinada por el M2DH-III.

2.3 Matriz de masa de neutrinos activos en el M2DH-III con MSS-I

Es decir, todas las matrices de masa de los fermiones de Dirac tienen la misma forma genérica con dos ceros de textura hermitiana, y una jerarquía normal en el espectro de masa. Por consiguiente, la matriz de masa de los neutrinos izquierdos de Majorana también se considerara con dos ceros de textura simétrica [136]. Estas matrices de masa son parametrizadas con sólo dos parámetros libres ρ_i y Φ_i , llamados parámetros asociados a la simetría de sabor, ya que los valores numéricos para las masas fermiónicas se toman de los datos experimentales. A partir de ahí, derivamos expresiones teóricas exactas para los elementos de las matrices de mezcla y estimaremos las masas de los neutrinos activos en este modelo, para esto consideramos M_{V_L} la matriz de masas de los neutrinos de Dirac hermitiana con dos ceros de textura las cuales podrían ser una consecuencia de simetrías del sabor ocultas [136]. M_{V_R} podría ser definida con mayor número de ceros de textura y la matriz resultante M_{V_l} aún permanece con una textura de dos ceros, todas estas matrices que permiten que la estructura de la matriz de los neutrinos izquierdos de Majorana no cambie son conocidos como see-saw invariantes.

En esta tesis se considera que los neutrinos izquierdos M_{V_l} son partículas de Majorana y adquieren su masa pequeña a través del MSS-I. Consideremos M_D la matriz de masa de los neutrinos de Dirac hermitiana con dos ceros de textura. Además, se considera M_{V_R} como la matriz de los neutrinos derechos de Majorana simétrica con dos ceros de textura, Para este trabajo consideramos M_{V_L} la matriz de masas de los neutrinos de Dirac hermitiana con dos ceros de textura de la forma:

$$M_{V_D} = \begin{pmatrix} 0 & C & 0 \\ C^* & \tilde{B} & B \\ 0 & B^* & A \end{pmatrix}, \quad (2.31)$$

con $M_{V_D}^T$ la matriz transpuesta de M_{V_D} :

$$M_{V_D}^T = \begin{pmatrix} 0 & C^* & 0 \\ C^* & \tilde{B} & B^* \\ 0 & B & A \end{pmatrix}, \quad (2.32)$$

y M_{V_R} las matrices de masa de los neutrinos derechos de Majorana simétricas de la forma:

$$M_{i1} = \begin{pmatrix} 0 & c & 0 \\ c & \tilde{b} & b \\ 0 & b & a \end{pmatrix}, \quad M_{i2} = \begin{pmatrix} 0 & c & 0 \\ c & 0 & b \\ 0 & b & a \end{pmatrix}, \quad (2.33)$$

$$M_{i3} = \begin{pmatrix} 0 & c & 0 \\ c & \tilde{b} & 0 \\ 0 & 0 & a \end{pmatrix}, \quad M_{i4} = \begin{pmatrix} 0 & c & 0 \\ c & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a \end{pmatrix}, \quad (2.34)$$

2 Matrices de masa y mezcla de neutrinos en el M2DH-III con MSS-I

donde $i = u, d, e, \nu_R$, y $C, B, a, b, \tilde{b}, c \in \mathbb{C}$ y $A, \tilde{B} \in \mathbb{R}$, las matrices inversas son

$$M_{i1}^{-1} = \begin{pmatrix} -\frac{a\tilde{b}-b^2}{ac^2} & \frac{1}{c} & -\frac{b}{ac} \\ \frac{1}{c} & 0 & 0 \\ -\frac{b}{ac} & 0 & \frac{1}{a} \end{pmatrix}, \quad M_{i2}^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{b^2}{ac^2} & \frac{1}{c} & -\frac{b}{ac} \\ \frac{1}{c} & 0 & 0 \\ -\frac{b}{ac} & 0 & \frac{1}{a} \end{pmatrix}$$

$$M_{i3}^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{-\tilde{b}}{c^2} & \frac{1}{c} & 0 \\ \frac{1}{c} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{a} \end{pmatrix}, \quad M_{i4}^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{c} & 0 \\ \frac{1}{c} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{a} \end{pmatrix}.$$

Consideramos a los neutrinos izquierdos como partículas de Majorana, donde adquieren su masa pequeña a través del mecanismo see saw tipo I como

$$M_{\nu L} = M_{\nu D} M_{\nu R}^{-1} M_{\nu D}^T. \quad (2.35)$$

Sustituyendo las matrices de las ecuaciones (2.31), (2.32), (2.34) y las anteriores matrices en (2.35) respectivamente, tenemos:

$$M_{j1} = \begin{pmatrix} 0 & \frac{cc^*}{c} & 0 \\ \frac{cc^*}{c} & \left(-\frac{bB}{ac} - \frac{(a\tilde{b}-b^2)C^*}{ac^2} + \frac{\tilde{B}}{c} \right) C^* + \frac{\tilde{B}C^*}{c} + B \left(\frac{B}{a} - \frac{bC^*}{ac} \right) & \frac{B^*C^*}{c} + A \left(\frac{B}{a} - \frac{bC^*}{ac} \right) \\ 0 & \frac{AB}{a} + \left(\frac{B^*}{c} - \frac{Ab}{ac} \right) C^* & \frac{A^2}{a} \end{pmatrix} \quad (2.36)$$

$$M_{j2} = \begin{pmatrix} 0 & \frac{cc^*}{c} & 0 \\ \frac{cc^*}{c} & \left(-\frac{C^*b^2}{ac^2} - \frac{Bb}{ac} + \frac{\tilde{B}}{c} \right) C^* + \frac{\tilde{B}C^*}{c} + B \left(\frac{B}{a} - \frac{bC^*}{ac} \right) & \frac{B^*C^*}{c} + A \left(\frac{B}{a} - \frac{bC^*}{ac} \right) \\ 0 & \frac{AB}{a} + \left(\frac{B^*}{c} - \frac{Ab}{ac} \right) C^* & \frac{A^2}{a} \end{pmatrix} \quad (2.37)$$

$$M_{j3} = \begin{pmatrix} 0 & \frac{cc^*}{c} & 0 \\ \frac{cc^*}{c} & \frac{B^2}{a} + \frac{\tilde{B}C^*}{c} + C^* \left(\frac{\tilde{B}}{c} - \frac{\tilde{b}C^*}{c^2} \right) & \frac{AB}{a} + \frac{B^*C^*}{c} \\ 0 & \frac{AB}{a} + \frac{B^*C^*}{c} & \frac{A^2}{a} \end{pmatrix}, \quad (2.38)$$

$$M_{j4} = \begin{pmatrix} 0 & \frac{cc^*}{c} & 0 \\ \frac{cc^*}{c} & \frac{B^2}{a} + \frac{2\tilde{B}C^*}{c} & \frac{AB}{a} + \frac{B^*C^*}{c} \\ 0 & \frac{AB}{a} + \frac{B^*C^*}{c} & \frac{A^2}{a} \end{pmatrix}, \quad (2.39)$$

donde $j = \nu_L$. Ahora tomando la matriz de masa hermitiana (2.31), la podemos reescribir factorizando la fase como

$$M_{\nu D} = P^\dagger \bar{M}_{\nu D} P \quad (2.40)$$

donde $\bar{M}_{\nu D}$ esta dada en forma polar

$$\bar{M}_{\nu D} = \begin{pmatrix} 0 & |C| e^{i\theta_C} & 0 \\ |C| e^{-i\theta_C} & \tilde{B} & |B| e^{i\theta_B} \\ 0 & |B| e^{-i\theta_B} & A \end{pmatrix}, \quad (2.41)$$

2.3 Matriz de masa de neutrinos activos en el M2DH-III con MSS-I

y P es una matriz diagonal de fases

$$P = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & e^{i\eta_1} & 0 \\ 0 & 0 & e^{i\eta_2} \end{pmatrix}, \quad P^\dagger = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & e^{-i\eta_1} & 0 \\ 0 & 0 & e^{-i\eta_2} \end{pmatrix}, \quad (2.42)$$

entonces sustituyendo (2.41)(2.42) en (2.40) tenemos

$$M_{\nu D} = \begin{pmatrix} 0 & |C| e^{i(\theta_C + \eta_1)} & 0 \\ |C| e^{-i(\theta_C + \eta_1)} & \tilde{B} & |B| e^{i(\theta_B + \eta_2 - \eta_1)} \\ 0 & |B| e^{-i(\theta_B + \eta_2 - \eta_1)} & A \end{pmatrix}, \quad (2.43)$$

de (2.43) se obtiene el siguiente sistema de ecuaciones

- $\theta_C + \eta_1 = 0$, si sólo si, $\eta_1 = -\theta_C$, por lo tanto, $e^{i(\theta_C + \eta_1)} = 1$
- $\theta_B + \eta_2 - \eta_1 = 0$, entonces $\theta_B + \eta_2 + \theta_C = 0$, si sólo si, $\eta_2 = -(\theta_C + \theta_B)$, por lo tanto, $e^{i(\theta_B + \eta_2 - \eta_1)} = 1$

Así la matriz de masas hermitiana (2.43) tiene la forma:

$$M_{\nu D} = \begin{pmatrix} 0 & |C| & 0 \\ |C| & \tilde{B} & |B| \\ 0 & |B| & A \end{pmatrix}, \quad (2.44)$$

Para calcular las matrices de masa, partimos de la ecuación (2.31), utilizamos las clases de equivalencia asociadas a las clases de semejanza llamadas clases de similitud. La forma de ver las clases de similitud es que las matrices que satisfacen la transformación de semejanza, tienen los mismos invariantes: determinante, traza y suma de trazas. Por lo tanto, todas las matrices que componen a una clase de similitud tienen los mismos eigenvalores, ya que todos tienen el mismo polinomio característico. La matriz con dos cero de textura permite establecer una relación directa de los elementos de la matriz de Yukawa con los parámetros de mezcla (. Por lo tanto la matriz de masa es

$$\tilde{M}_i = \begin{pmatrix} 0 & \sqrt{\frac{\tilde{\lambda}_{i1} \tilde{\lambda}_{i2}}{a_i}} & 0 \\ \sqrt{\frac{\tilde{\lambda}_{i1} \tilde{\lambda}_{i2}}{a_i}} & (\tilde{\lambda}_{i1} - \tilde{\lambda}_{i2} + 1 - a_i) & \sqrt{\frac{(1-a_i)(a_i - \tilde{\lambda}_{i1})(a_i + \tilde{\lambda}_{i2})}{a_i}} \\ 0 & \sqrt{\frac{(1-a_i)(a_i - \tilde{\lambda}_{i1})(a_i + \tilde{\lambda}_{i2})}{a_i}} & a_i \end{pmatrix}.$$

Aquí, λ_i son los autovalores de la matriz de masa, $\tilde{M}_i = \frac{M_i}{\lambda_{i3}}$, $a_i = \frac{A_i}{m_{\nu 3}}$, $m_{\nu 3}$ la masa del neutrino más liviano, entonces

$$\tilde{M}_i = \begin{pmatrix} 0 & \sqrt{\frac{\tilde{\lambda}_{i1} \tilde{\lambda}_{i2}}{1-\rho_i}} & 0 \\ \sqrt{\frac{\tilde{\lambda}_{i1} \tilde{\lambda}_{i2}}{1-\rho_i}} & (\tilde{\lambda}_{i1} - \tilde{\lambda}_{i2} + \rho_i) & \sqrt{\frac{(\rho_i)(1-\rho_i - \tilde{\lambda}_{i1})(1-\rho_i + \tilde{\lambda}_{i2})}{1-\rho_i}} \\ 0 & \sqrt{\frac{(\rho_i)(1-\rho_i - \tilde{\lambda}_{i1})(1-\rho_i + \tilde{\lambda}_{i2})}{1-\rho_i}} & 1 - \rho_i \end{pmatrix},$$

2 Matrices de masa y mezcla de neutrinos en el M2DH-III con MSS-I

Si $\rho_i = 1 + a_i$, podemos reescribir esta matriz de la siguiente manera

$$\tilde{M}_i = \begin{pmatrix} 0 & \sqrt{\frac{\tilde{\lambda}_{i1}\tilde{\lambda}_{i2}}{1-\rho_i}} & 0 \\ \sqrt{\frac{\tilde{\lambda}_{i1}\tilde{\lambda}_{i2}}{1-\rho_i}} & (\tilde{\lambda}_{i1} - \tilde{\lambda}_{i2} + \rho_i) & \sqrt{\frac{(\rho_i)}{1-\rho_i} \kappa_{i1} \kappa_{i2}} \\ 0 & \sqrt{\frac{(\rho_i)}{1-\rho_i} \kappa_{i1} \kappa_{i2}} & 1 - \rho_i \end{pmatrix}, \quad (2.45)$$

donde

$$\kappa_{i1} = (1 - \rho_i - \tilde{\lambda}_{i1}), \quad (2.46)$$

$$\kappa_{i2} = (1 - \rho_i - \tilde{\lambda}_{i2}). \quad (2.47)$$

Ahora tomando teniendo en cuenta que para una jerarquía normal ($\lambda_{i3} > \lambda_{i2} > \lambda_{i1}$) con $\lambda_{i2} = -|\lambda_{i2}|$ el rango de valores permitidos para el parámetro a_i es:

$$\lambda_{i3} > A_i > \lambda_{i1}, \quad \text{entonces} \quad 1 > \frac{A_i}{\lambda_{i3}} > \frac{\lambda_{i1}}{\lambda_{i3}}, \quad (2.48)$$

así

$$1 > a_i > \tilde{\lambda}_{i1}, \quad (2.49)$$

y sustituyendo el parámetro a_i se tiene $1 > a_i > \tilde{\lambda}_{i1}$ entonces $1 > 1 - \rho_i > \tilde{\lambda}_{i1}$ de aquí vemos que $1 > 1 - \rho_i$, entonces $\rho_i > 0$ y $1 - \rho_i > \tilde{\lambda}_{i1}$, entonces $1 - \tilde{\lambda}_{i1} > \rho_i$, por lo tanto $1 - \tilde{\lambda}_{i1} > \rho_i > 0$.

2.4. Matriz de mezcla de neutrinos activos en el M2DH-III con MSS-I

Para encontrar la matriz de mezcla, debemos diagonalizar las matrices de masa (2.45) en función de los valores experimentales de los leptones, primero debemos reescribir los autovectores de la matriz de masa. Luego, como los autovectores no están normalizados, se debe proceder a hallar la constante de normalización, y a la matriz de mezcla U_{PMNS} .

La matriz de mezcla del sabor de los leptones, U_{PMNS} está definida como [70, 167, 168]

$$U_{PMNS} = U_l^\dagger U_\nu, \quad (2.50)$$

con

$$U_{\nu,l} = P_{\nu,l} O_{\nu,l}, \quad (2.51)$$

aquí $O_{\nu,l}$ es la matriz ortogonal que resulta de la diagonalización y P es la matriz diagonal de fases

$$P = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & e^{i\eta_1} & 0 \\ 0 & 0 & e^{i\eta_1} \end{pmatrix}. \quad (2.52)$$

La matriz de mezclas de los leptones puede ser escrita como

$$U_{PMNS} = O_l^T P^{\nu-l} O_\nu K, \quad (2.53)$$

donde $O_{\nu,l}$ son las matrices ortogonales reales. Entonces la matriz de mezclas de los leptones toma la forma

$$U_{PMNS}^{th} = \begin{pmatrix} U_{e1}^{th} & U_{e2}^{th} & U_{e3}^{th} \\ U_{\mu1}^{th} & U_{\mu2}^{th} & U_{\mu3}^{th} \\ U_{\tau1}^{th} & U_{\tau2}^{th} & U_{\tau3}^{th} \end{pmatrix}. \quad (2.54)$$

■ **Para una jerarquía normal** ($\lambda_{i3} > \lambda_{i2} > \lambda_{i1}$) :

La matriz matriz ortogonal real, obtenida del proceso de diagonalización mediante relaciones de semejanza [127] que relaciona con los valores de las masas de los leptones y los otros neutrinos toma la siguiente forma

$$O_i = \begin{pmatrix} \sqrt{\frac{\tilde{\lambda}_{i2} \kappa_{i1}}{G_{i1}}} & -\sqrt{\frac{\tilde{\lambda}_{i1} \kappa_{i2}}{G_{i2}}} & \sqrt{\frac{\rho_i \tilde{\lambda}_{i1} \tilde{\lambda}_{i2}}{G_{i3}}} \\ \sqrt{\frac{(1-\rho_i) \tilde{\lambda}_{i1} \kappa_{i1}}{G_{i1}}} & \sqrt{\frac{(1-\rho_i) \tilde{\lambda}_{i2} \kappa_{i2}}{G_{i2}}} & \sqrt{\frac{(1-\rho_i) \rho_i}{G_{i3}}} \\ -\sqrt{\frac{\rho_i \tilde{\lambda}_{i1} \kappa_{i2}}{G_{i1}}} & -\sqrt{\frac{\rho_i \tilde{\lambda}_{i2} \kappa_{i1}}{G_{i2}}} & \sqrt{\frac{\kappa_{i1} \kappa_{i2}}{G_{i1}}} \end{pmatrix}, \quad (2.55)$$

donde sustituimos los siguientes valores en las matrices ortogonales

$$O_V = \begin{cases} \tilde{\lambda}_{i1} \implies \tilde{m}_{\nu_1} \\ \tilde{\lambda}_{i2} \implies \tilde{m}_{\nu_2} \end{cases}, \quad (2.56)$$

$$O_V^T = \begin{cases} \tilde{\lambda}_{i1} \implies \tilde{\lambda}_{e1} \implies \tilde{m}_e \\ \tilde{\lambda}_{i2} \implies \tilde{\lambda}_{e2} \implies \tilde{m}_\mu \end{cases}, \quad (2.57)$$

$$O_V = \begin{pmatrix} \sqrt{\frac{\tilde{m}_{\nu_2} \kappa_{m\nu_1}}{G_{m\nu_1}}} & -\sqrt{\frac{\tilde{m}_{\nu_1} \kappa_{m\nu_2}}{G_{m\nu_2}}} & \sqrt{\frac{\rho_\nu \tilde{m}_{\nu_1} \tilde{m}_{\nu_2}}{G_{m\nu_3}}} \\ \sqrt{\frac{(1-\rho_\nu) \tilde{m}_{\nu_1} \kappa_{m\nu_1}}{G_{m\nu_1}}} & \sqrt{\frac{(1-\rho_\nu) \tilde{m}_{\nu_2} \kappa_{m\nu_2}}{G_{m\nu_2}}} & \sqrt{\frac{(1-\rho_\nu) \rho_\nu}{G_{m\nu_3}}} \\ -\sqrt{\frac{\rho_\nu \tilde{m}_{\nu_1} \kappa_{m\nu_2}}{G_{m\nu_1}}} & -\sqrt{\frac{\rho_\nu \tilde{m}_{\nu_2} \kappa_{m\nu_1}}{G_{m\nu_2}}} & \sqrt{\frac{\kappa_{m\nu_1} \kappa_{m\nu_2}}{G_{m\nu_3}}} \end{pmatrix}, \quad (2.58)$$

$$O_l^T = \begin{pmatrix} \sqrt{\frac{\tilde{m}_\mu \kappa_{me}}{G_{me}}} & \sqrt{\frac{(1-\rho_l) \tilde{m}_e \kappa_{me}}{G_{me}}} & -\sqrt{\frac{\rho_l \tilde{m}_e \kappa_{m\mu}}{G_{me}}} \\ -\sqrt{\frac{\tilde{m}_e \kappa_{m\mu}}{G_{m\mu}}} & \sqrt{\frac{(1-\rho_l) \tilde{m}_\mu \kappa_{m\mu}}{G_{m\mu}}} & -\sqrt{\frac{\rho_l \tilde{m}_e \kappa_{me}}{G_{m\mu}}} \\ \sqrt{\frac{\rho_l \tilde{m}_e \tilde{m}_\nu}{G_{e3}}} & -\sqrt{\frac{(1-\rho_l) \rho_l}{G_{e3}}} & \sqrt{\frac{\kappa_{me} \kappa_{m\mu}}{G_{e3}}} \end{pmatrix}, \quad (2.59)$$

con

$$\kappa_{m\nu_1} = (1 - \rho_\nu - \tilde{m}_{\nu_1}), \quad (2.60)$$

$$\kappa_{m\nu_2} = (1 - \rho_\nu - \tilde{m}_{\nu_2}), \quad (2.61)$$

$$G_{m\nu_1} = (1 - \rho_\nu)(1 - \tilde{m}_{\nu_1})(\tilde{m}_{\nu_1} + \tilde{m}_{\nu_2}), \quad (2.62)$$

$$G_{m\nu_2} = (1 - \rho_\nu)(1 + \tilde{m}_{\nu_2})(\tilde{m}_{\nu_1} + \tilde{m}_{\nu_2}), \quad (2.63)$$

$$G_{m\nu_3} = (1 - \rho_\nu)(1 - \tilde{m}_{\nu_1})(1 + \tilde{m}_{\nu_2}) \quad (2.64)$$

2 Matrices de masa y mezcla de neutrinos en el M2DH-III con MSS-I

$$\kappa_{m_e} = (1 - \rho_l - \tilde{m}_e), \quad (2.65)$$

$$\kappa_{m_\mu} = (1 - \rho_l - \tilde{m}_\mu), \quad (2.66)$$

$$G_{m_{me}} = (1 - \rho_l)(1 - \tilde{m}_e)(\tilde{m}_e + \tilde{m}_\mu), \quad (2.67)$$

$$G_{m_{m\mu}} = (1 - \rho_l)(1 + \tilde{m}_\mu)(\tilde{m}_e + \tilde{m}_\mu), \quad (2.68)$$

$$G_{m_{e3}} = (1 - \rho_l)(1 - \tilde{m}_e)(1 + \tilde{m}_\mu), \quad (2.69)$$

y la matriz diagonal de fases

$$P^{(v-l)} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & e^{i\eta_1} & 0 \\ 0 & 0 & e^{i\eta_2} \end{pmatrix}. \quad (2.70)$$

Haciendo el producto de $O_l^T P^{v-l}$, se tiene

$$O_l^T P^{(v-l)} = \begin{pmatrix} \sqrt{\frac{\tilde{m}_\mu \kappa_{m_e}}{G_{m_e}}} & \sqrt{\frac{(1-\rho_l)\tilde{m}_e \kappa_{m_e}}{G_{m_e}}} e^{i\eta_1} & -\sqrt{\frac{\rho_l \tilde{m}_e \kappa_{m_\mu}}{G_{m_e}}} e^{i\eta_2} \\ -\sqrt{\frac{\tilde{m}_e \kappa_{m_\mu}}{G_{m_\mu}}} & \sqrt{\frac{(1-\rho_l)\tilde{m}_\mu \kappa_{m_\mu}}{G_{m_\mu}}} e^{i\eta_1} & -\sqrt{\frac{\rho_l \tilde{m}_e \kappa_{m_e}}{G_{m_\mu}}} e^{i\eta_2} \\ \sqrt{\frac{\rho_l \tilde{m}_e \tilde{m}_\nu}{G_{e_3}}} & -\sqrt{\frac{(1-\rho_l)\rho_l}{G_{e_3}}} e^{i\eta_1} & \sqrt{\frac{\kappa_{m_e} \kappa_{m_\mu}}{G_{e_3}}} e^{i\eta_2} \end{pmatrix}. \quad (2.71)$$

Mediante las ecuaciones (2.53) y (2.54), se tiene que los elementos de la matriz U_{PMNS}^{lh}

son

$$\begin{aligned}
 U_{e1}^{th} &= \sqrt{\frac{\tilde{m}_\mu \tilde{m}_{\nu_2} \kappa_{m_e} \kappa_{m_{\nu_1}}}{G_{m_e} G_{\nu_1}}} \\
 &+ \sqrt{\frac{\tilde{m}_e \tilde{m}_{\nu_1}}{G_{m_e} G_{\nu_1}}} \left(\sqrt{(1-\rho_l)(1-\rho_\nu) \kappa_{m_e} \kappa_{m_{\nu_1}}} e^{i\rho_1} + \sqrt{\rho_l \rho_\nu \kappa_{m_\mu} \kappa_{m_{\nu_2}}} e^{i\eta_2} \right), \\
 U_{e2}^{th} &= -\sqrt{\frac{\tilde{m}_\mu \tilde{m}_{\nu_2} \kappa_{m_e} \kappa_{m_{\nu_2}}}{G_{m_e} G_{\nu_2}}} \\
 &+ \sqrt{\frac{\tilde{m}_e \tilde{m}_{\nu_2}}{G_{m_e} G_{\nu_2}}} \left(\sqrt{(1-\rho_l)(1-\rho_\nu) \kappa_{m_e} \kappa_{m_{\nu_2}}} e^{i\eta_1} + \sqrt{\rho_l \rho_\nu \kappa_{m_\mu} \kappa_{m_{\nu_1}}} e^{i\eta_2} \right), \\
 U_{e3}^{th} &= \sqrt{\frac{\tilde{m}_\mu \tilde{m}_{\nu_1} \tilde{m}_{\nu_2} \rho_\nu \kappa_{m_e}}{G_{m_e} G_{\nu_3}}} \\
 &+ \sqrt{\frac{\tilde{m}_e}{G_{m_e} G_{\nu_3}}} \left(\sqrt{\rho_\nu (1-\rho_l)(1-\rho_\nu) \kappa_{m_e}} e^{i\eta_1} - \sqrt{\rho_l \kappa_{m_\mu} \kappa_{m_{\nu_1}} \kappa_{m_{\nu_2}}} e^{i\eta_2} \right), \\
 U_{\mu 1}^{th} &= -\sqrt{\frac{\tilde{m}_e \tilde{m}_{\nu_2} \kappa_{m_\mu} \kappa_{m_{\nu_1}}}{G_{m_\mu} G_{\nu_1}}} \\
 &+ \sqrt{\frac{\tilde{m}_\mu \tilde{m}_{\nu_1}}{G_{m_\mu} G_{\nu_1}}} \left(\sqrt{(1-\rho_l)(1-\rho_\nu) \kappa_{m_\mu} \kappa_{\nu_1}} e^{i\eta_1} + \sqrt{\rho_l \rho_\nu \kappa_{m_e} \kappa_{m_{\nu_2}}} e^{i\eta_2} \right), \\
 U_{\mu 2}^{th} &= \sqrt{\frac{\tilde{m}_e \tilde{m}_{\nu_1} \kappa_{m_\mu} \kappa_{m_{\nu_2}}}{G_{m_\mu} G_{\nu_2}}} \\
 &+ \sqrt{\frac{\tilde{m}_\mu \tilde{m}_{\nu_2}}{G_{m_\mu} G_{\nu_2}}} \left(\sqrt{(1-\rho_l)(1-\rho_\nu) \kappa_{m_\mu} \kappa_{\nu_2}} e^{i\eta_1} + \sqrt{\rho_l \rho_\nu \kappa_{m_e} \kappa_{m_{\nu_1}}} e^{i\eta_2} \right), \\
 U_{\mu 3}^{th} &= -\sqrt{\frac{\tilde{m}_e \tilde{m}_{\nu_1} \tilde{m}_{\nu_2} \rho_\nu \kappa_{m_\mu}}{G_{m_\mu} G_{\nu_3}}} \\
 &+ \sqrt{\frac{\tilde{m}_\mu}{G_{m_\mu} G_{\nu_3}}} \left(\sqrt{\rho_\nu (1-\rho_l)(1-\rho_\nu) \kappa_{m_\mu}} e^{i\eta_1} - \sqrt{\rho_l \kappa_{m_e} \kappa_{m_{\nu_1}} \kappa_{m_{\nu_2}}} e^{i\eta_2} \right), \\
 U_{\tau 1}^{th} &= \sqrt{\frac{\tilde{m}_e \tilde{m}_\mu \tilde{m}_{\nu_2} \rho_l \kappa_{m_{\nu_1}}}{G_{m_\tau} G_{\nu_1}}} \\
 &+ \sqrt{\frac{\tilde{m}_{\nu_1}}{G_{m_\tau} G_{\nu_1}}} \left(\sqrt{\rho_l (1-\rho_l)(1-\rho_\nu) \kappa_{m_{\nu_1}}} e^{i\eta_1} - \sqrt{\rho_\nu \kappa_{m_e} \kappa_{m_\mu} \kappa_{m_{\nu_2}}} e^{i\eta_2} \right), \\
 U_{\tau 2}^{th} &= -\sqrt{\frac{\tilde{m}_e \tilde{m}_\mu \tilde{m}_{\nu_1} \rho_l \kappa_{m_{\nu_2}}}{G_{m_\tau} G_{\nu_2}}} \\
 &+ \sqrt{\frac{\tilde{m}_{\nu_2}}{G_{m_\tau} G_{\nu_2}}} \left(\sqrt{\rho_l (1-\rho_l)(1-\rho_\nu) \kappa_{m_{\nu_2}}} e^{i\eta_1} - \sqrt{\rho_\nu \kappa_{m_e} \kappa_{m_\mu} \kappa_{m_{\nu_1}}} e^{i\eta_2} \right),
 \end{aligned} \tag{2.72}$$

$$U_{\tau 3}^{th} = \sqrt{\frac{\tilde{m}_e \tilde{m}_\mu \tilde{m}_{\nu_1} \tilde{m}_{\nu_2} \rho_l \rho_\nu}{G_{m_\tau} G_{V_3}}} + \sqrt{\frac{\rho_l \rho_\nu (1 - \rho_l)(1 - \rho_\nu)}{G_{m_\tau} G_{V_3}}} e^{i\eta_1} \sqrt{\frac{\kappa_{m_e} \kappa_{m_\mu} \kappa_{m_{\nu_1}} \kappa_{m_{\nu_2}}}{G_{m_\tau} G_{V_3}}} e^{i\eta_2}, \quad (2.73)$$

En estas expresiones las $\tilde{m}'s$ son

$$\tilde{m}_{\nu_1(e)} = \frac{m_{\nu_1(e)}}{m_{\nu_3(\tau)}}, \quad \tilde{m}_{\nu_2(\mu)} = \frac{m_{\nu_2(\mu)}}{m_{\nu_3(\tau)}}, \quad (2.74)$$

mientras que las $\kappa's$ y las $G's$ están definidas como sigue

$$\kappa_{m_{\nu_1(e)}} = (1 - \rho_{V(l)} - \tilde{m}_{\nu_1(e)}), \quad (2.75)$$

$$\kappa_{m_{\nu_2(\mu)}} = (1 - \rho_{V(l)} + \tilde{m}_{\nu_2(\mu)}), \quad (2.76)$$

$$G_{m_{\nu_1(e)}} = (1 - \rho_{l(l)})(1 + \tilde{m}_{\nu_1(e)})(\tilde{m}_{\nu_1(e)} + \tilde{m}_{\nu_2(\mu)}), \quad (2.77)$$

$$G_{m_{\nu_1(\mu)}} = (1 - \rho_{V(l)})(1 + \tilde{m}_{\nu_2(\mu)})(\tilde{m}_{\nu_1(e)} + \tilde{m}_{\nu_2(\mu)}), \quad (2.78)$$

$$G_{m_{\nu_3(\tau)}} = (1 - \rho_{V(l)})(1 + \tilde{m}_{\nu_1(e)})(1 + \tilde{m}_{\nu_2(\mu)}), \quad (2.79)$$

La matrices de mezcla del sabor de los leptones U_{PMNS} , surge de la falta de correspondencia entre la diagonalización de las matrices de masa de los leptones cargados y los neutrinos izquierdos [169]

$$V_{CKM} = U_u U_d^\dagger, \quad U_{PMNS} = U_l^\dagger U_\nu. \quad (2.80)$$

Para el sector leptónico, cuando los neutrinos izquierdos son partículas de Majorana, la matriz de mezclas se define como [156]

$$U_{PMNS} = U_l^\dagger U_\nu K, \quad (2.81)$$

donde K es la matriz diagonal de fases de Majorana de violación de CP

$$K \equiv \text{diag}[1, e^{i\beta_1}, e^{i\beta_2}], \quad (2.82)$$

donde U_l es la matriz unitaria que diagonaliza a la matriz de masa de los leptones cargados y U_ν es la matriz unitaria que diagonaliza a la matriz de masa de los neutrinos izquierdos.

2.5. Implementación del método de verosimilitud

Para validar la consistencia del modelo, y la escogencia de unos ceros de textura en particular en las matrices de masa, se realizo un análisis de verosimilitud, donde χ^2 se define como

$$\begin{aligned} \chi^2 &= \chi^2(m_{\nu_3}, \rho_l, \rho_\nu, \Phi_1, \Phi_2) \\ &= \frac{(\sin^2 \theta_{12}^{exp} - \sin^2 \theta_{12}^{th})^2}{\sigma_{\theta_{12}}^2} + \frac{(\sin^2 \theta_{13}^{exp} - \sin^2 \theta_{13}^{th})^2}{\sigma_{\theta_{13}}^2} + \frac{(\sin^2 \theta_{23}^{exp} - \sin^2 \theta_{23}^{th})^2}{\sigma_{\theta_{23}}^2}. \end{aligned} \quad (2.83)$$

2.5 Implementación del método de verosimilitud

Así, los ángulos de mezcla están relacionados con las magnitudes de las entradas de la matriz de mezclas de los leptones U_{PMNS} a través de las relaciones unitarias [170]

$$\sin^2 \theta_{12}^{th} = \frac{|U_{e2}|^2}{1 - |U_{e3}|^2}, \quad \sin^2 \theta_{23}^{th} = \frac{|U_{\mu 3}|^2}{1 - |U_{e3}|^2}, \quad \sin^2 \theta_{13}^{th} = |U_{e3}|^2. \quad (2.84)$$

El cálculo de χ^2 se realiza utilizando los siguientes valores para las masas de los leptones cargados [171]

$$\begin{aligned} m_e &= 0,5109989461 \pm 0,0000000031 \text{ MeV}, \\ m_\mu &= 105,6583745 \pm 0,0000024 \text{ MeV}, \\ m_\tau &= 1776,86 \pm 0,12 \text{ MeV}. \end{aligned} \quad (2.85)$$

Para las masas de los neutrinos izquierdos de Majorana se toma una jerarquía normal. Esto permite escribir las razones de masas de los neutrinos izquierdos en términos de las diferencias de los cuadrados de las masas y la masa del neutrino $m_{\nu 3}$ en la siguiente forma

$$\tilde{m}_{\nu 1} = \sqrt{1 - \frac{\Delta m_{31}^2}{m_{\nu 3}^2}}, \quad \tilde{m}_{\nu 2} = \sqrt{1 - \frac{(\Delta m_{31}^2 - \Delta m_{21}^2)}{m_{\nu 3}^2}}. \quad (2.86)$$

Las diferencias de los cuadrados de las masas del neutrino se obtuvieron de los datos experimentales de las oscilaciones de neutrinos [171], mientras que la masa $m_{\nu 3}$ se deja como parámetro libre del ajuste χ^2 . Además, los parámetros ρ_l, ρ_ν, Φ_1 y Φ_2 también se dejaron como parámetros libres. Por lo tanto, se tienen cinco parámetros libres es decir cuatro grados de libertad

$$\chi^2(m_{\nu 3}, \rho_l, \rho_\nu, \Phi_1, \Phi_2). \quad (2.87)$$

De los mejores valores obtenidos para $m_{\nu 3}$ y de los valores experimentales de Δm_{13}^2 y Δm_{21}^2 , se obtienen los siguientes mejores valores para las masas de los neutrinos

$$m_{\nu 3} = 0,0501849_{-0,00490759}^{+0,00141960}, \quad m_{\nu 2} = 0,00831433_{-0,00061587}^{+0,00173177}, \quad m_{\nu 1} = 0,00377429_{-0,00007}^{+0,00007}. \quad (2.88)$$

Los mejores valores resultantes de los parámetros ρ_l y ρ_ν son

$$\rho_l = 0,0991847_{-0,0104336}^{+0,089000}, \quad \rho_\nu = 0,295867_{-0,0950}^{+0,0950} \quad (2.89)$$

y los mejores valores de las fases de violación de CP son

$$\Phi_1 = 284,808_{-35,221}^{+35,221}, \quad \Phi_2 = 26,77_{-13,4439}^{+13,4439}. \quad (2.90)$$

Los mejores valores para las magnitudes de las entradas de la matriz de mezcla U_{PMNS} están dados por la siguiente expresión, a un 90 %C.L

$$\left| U_{PMNS}^{th} \right| = \begin{pmatrix} 0,8204_{-0,010}^{+0,008} & 0,5616_{-0,014}^{+0,012} & 0,1181_{-0,011}^{+0,017} \\ 0,3748_{-0,031}^{+0,018} & 0,6280_{-0,010}^{+0,019} & 0,6819_{-0,025}^{+0,025} \\ 0,4345_{-0,020}^{+0,024} & 0,5388_{-0,024}^{+0,022} & 0,7216_{-0,027}^{+0,024} \end{pmatrix}. \quad (2.91)$$

2.6. Efectos del bosón de Higgs cargado en los canales de decaimiento leptónicos del tauón

Un proceso con cambio de sabor en corriente escalar cargada (CSCEC) importante es el decaimiento $\tau \rightarrow l \bar{\nu}_l \nu_\tau$ provee información sobre la relación entre las constantes de acople de Yukawa entre la primera y segunda familia leptónica. La parte del lagrangiano (2.7) con cambios de sabor involucrada en este decaimiento es:

$$-\mathcal{L}_Y^{Hcs} = \bar{N} \mathbf{U}_{PMNS}^\dagger \eta_2^E P_R E H^+ + h.c. \quad (2.92)$$

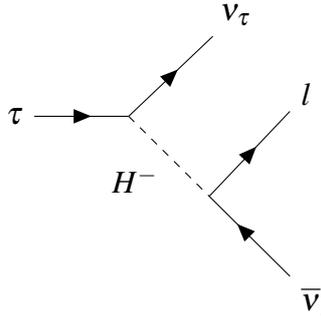


Figura 1: Diagrama de feynman del decaimiento $\tau \rightarrow \nu_\tau l \bar{\nu}_l$

En la siguiente sección, calculamos los anchos decaimientos a tres cuerpos de los procesos $\tau \rightarrow e \bar{\nu}_e \nu_\tau$ y $\tau \rightarrow \mu \bar{\nu}_\mu \nu_\tau$ en el M2DH tipo III-CS ($\tan \beta \rightarrow \infty$), con el objetivo de compararlos con los anchos de decaimientos experimentales y obtener así una relacion entre las constantes de acoplamiento de Yukawa involucradas en estos procesos.

2.6.1. Cálculo de amplitudes de decaimiento para $\tau \rightarrow l \bar{\nu}_l \nu_\tau$

Para el calculo del ancho de decaimiento total del $\tau^- \rightarrow l^- \bar{\nu}_l \nu_\tau$, con $l = \mu, e$, el contexto del modelo lepton específico con dos dobletes de Higgs (LS2HDM), este proceso está mediado a través del intercambio simultáneo de bosón de gauge electrodébil cargado W^\pm y el boson de Higgs cargado H^\pm (Fig 1). El ancho de decaimiento total [172] se puede escribir en términos del ancho de decaimiento de este proceso calculado en el MEE (Γ_l^{MEE}) y un término de contribución a la nueva física debido al intercambio del H^\pm en el proceso ($\Delta_l^{H^\pm}$). Asi el ancho total de decaimiento del proceso esta dado por

$$\Gamma_l = \Gamma_l^{MEE} \left[1 + \Delta_l^{H^\pm} \right], \quad (2.93)$$

donde Γ_l^{MEE} es [173, 174]

$$\Gamma_l^{MEE} = \frac{G_F^2 m_\tau^5}{192 \pi^3} f(y_l) \left[1 + \frac{3}{5} \frac{m_\tau^2}{m_W^2} - 2 \frac{m_l^2}{m_W^2} \right] \left[1 + \frac{\alpha(m_\tau)}{2\pi} \left(\frac{25}{4} - \pi^2 \right) \right], \quad (2.94)$$

siendo G_F la constante de Fermi, m_W la masa del boson W^\pm , m_l la masa del lepton cargado l , m_τ la masa del lepton tau y $\alpha(m_\tau) \simeq 1/136$.

2.6 Efectos del bosón de Higgs cargado en los canales de decaimiento leptónicos del tauón

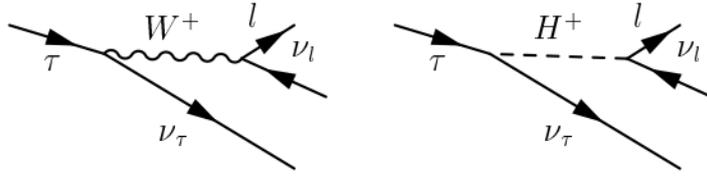


Fig 1: Contribución a nivel árbol decaimiento leptónico del τ . El intercambio del W^\pm en el MEE (en la izquierda) y el intercambio del boson de Higgs cargdo H^\pm en L2HDM (en la derecha).

La contribución de la nueva física al ancho de decaimiento total $\Delta_l^{H^\pm}$ se reescribe como

$$\Delta_l^{H^\pm} = \Delta_l^{tree} + \Delta_l^{rad}, \quad (2.95)$$

donde Δ_l^{tree} es la contribución a nivel árbol y Δ_l^{rad} es la contribución radiativa aun loop. La contribución a nivel arbol Δ_l^{tree} puede reescribirse en términos de un término de violación de sabor (δ_l^{fv}) junto con un término de interferencia (δ_l^{in}) el cual conserva el sabor, de la siguiente manera [172]

$$\Delta_l^{tree} = \delta_l^{fv} + \delta_l^{in}, \quad (2.96)$$

donde δ_l^{fv} esta dado por [?, 172]

$$\delta_l^{fv} = \sum_{i,j=1}^3 \frac{|V_{\tau v_i}|^2 Y_{\tau v_i}^2 Y_{l v_j}^2 |V_{l v_j}|^2}{32 G_f^2 m_{H^+}^4} \tan^4 \beta, \quad (2.97)$$

y δ_l^{in} esta escrito como [?, 172]

$$\delta_l^{in} = \sum_{i,j=1}^3 \frac{Re(V_{\tau v_i}^\dagger Y_{\tau v_i}^* Y_{l v_j} V_{l v_j})}{\sqrt{2} G_f m_{H^+}^2} \tan^2 \beta \frac{g(m_l^2/m_\tau^2)}{f(m_l^2/m_\tau^2)}. \quad (2.98)$$

Finalmente, la contribución a nivel árbol Δ_l^{tree} puede ser escrita mas convenientemente de la siguiente manera

$$\Delta_l^{tree} = \sum_{i,j=1}^3 \left[\frac{|V_{\tau v_i}|^2 m_\tau^2 m_l^2 |V_{l v_j}|^2}{32 G_f^2 m_{H^+}^4 v^4} \tan^4 \beta - \frac{Re(V_{\tau v_i}^\dagger V_{l v_j}) m_l^2}{\sqrt{2} G_f m_{H^+}^2 v^2} \tan^2 \beta \frac{g(m_l^2/m_\tau^2)}{f(m_l^2/m_\tau^2)} \right]. \quad (2.99)$$

Además, la contribución radiativa a orden de un loop Δ_l^{rad} esta dada por

$$\Delta_l^{rad} = \sum_{i,j=1}^3 \left[\frac{Re(V_{\tau v_i}^\dagger V_{l v_j}) m_\tau^2}{16 \pi^2 v^2} \tan^2 \beta \right] \times \left[1 + \frac{1}{4} (H(x_A) + \sin^2(\beta - \alpha) H(x_H) + \cos^2(\beta - \alpha) H(x_h)) \right], \quad (2.100)$$

2 Matrices de masa y mezcla de neutrinos en el M2DH-III con MSS-I

donde $f(x)$ es un factor en el espacio de fase escrito como $f(x) \equiv 1 - 8x + 8x^3 - x^4 - 12x^2 \ln x$, $g(x)$ es el factor de interferencia definido como $g(x) \equiv 1 + 9x - 9x^2 - x^3 + 6x(1+x) \ln x$, y $H(x_s) \equiv \ln(x_s) (1 - x_s) / (1 + x_s)$, con $x_s = m_s^2 / m_{H^\pm}^2$ y $s = A, H, h$.

Observamos que en $\Delta_l^{H^\pm}$ dada por (2.95), las sumas sobre los sabores de neutrinos y antineutrinos en el estado final se han incluido porque los sabores de neutrinos y los antineutrinos no se detectan en la medición [88, 175]. Para el caso en el cual $m_A = m_H = m_{H^\pm}$ [88, 176], la contribución a un loop debido a todos los bosones de Higgs están suprimidos con respecto a la contribución a nivel árbol como $x_\phi = m_\phi^2 / m_{H^\pm}^2 = 1$ and $H(x_\phi) = 0$ [172, 176]. Enfatizamos que como las interacciones escalares que violan el sabor son dominantes en el LS2HDM con cambios de sabor en corrientes neutras a nivel de árbol, el aporte de conservación del sabor satisface $\delta_l^{in} \ll \delta_l^{fv}$ [?]. De esta forma la contribución a la nueva física al ancho total de decaimiento $\Delta_l^{H^\pm}$ dado por (3.45) puede ser reescrito como

$$\Delta_l^{H^\pm} = \frac{\sum_{i,j=1}^3 |V_{\tau\nu_i}|^2 Y_{\tau\nu_i}^2 Y_{l\nu_j}^2 |V_{l\nu_j}|^2}{32G_f^2 m_H^4} \tan^4 \beta. \quad (2.101)$$

De la expresión (2.101), nosotros obtenemos la fracción de las contribuciones de la nueva física al ancho total de decaimiento ($\Delta_\mu^{H^\pm} / \Delta_e^{H^\pm}$), el cual está dado por

$$\frac{\Delta_\mu^{H^\pm}}{\Delta_e^{H^\pm}} = \frac{\sum_{j=1}^3 Y_{\mu\nu_j}^2 |V_{\mu\nu_j}|^2}{\sum_{i=1}^3 Y_{e\nu_i}^2 |V_{e\nu_i}|^2}, \quad (2.102)$$

podemos observar también que el factor $32G_f^2 M_H^4$ y $\tan^4 \beta$ se cancelarán, y, así, $\frac{\Delta_\mu^{H^\pm}}{\Delta_e^{H^\pm}}$ depende sólo de las constantes de acoplamiento de Yukawa del Higgs cargado y los elementos de la matriz de mezcla leptónica.

2.7. Una relación entre las constantes de acoplamiento de Yukawa

Los branching ratios experimentales del decaimiento leptónico del tau $\tau \rightarrow \mu \bar{\nu}_\mu \nu_\tau$ and $\tau \rightarrow e \bar{\nu}_e \nu_\tau$ son [177]

$$B_\mu^{exp} = \frac{\Gamma^{exp}(\tau \rightarrow \mu \bar{\nu}_\mu \nu_\tau)}{\Gamma^{exp}} = \frac{\Gamma_\mu^{exp}}{\Gamma^{exp}} = (17,39 \pm 0,04) \%, \quad (2.103)$$

$$B_e^{exp} = \frac{\Gamma^{exp}(\tau \rightarrow e \bar{\nu}_e \nu_\tau)}{\Gamma^{exp}} = \frac{\Gamma_e^{exp}}{\Gamma^{exp}} = (17,82 \pm 0,04) \%. \quad (2.104)$$

Sustituyendo los valores experimentales de las masas de los leptones e, μ, τ y W^\pm [177] en la expresión (2.94), nosotros obtenemos que los branching ratios del MEE son

$$B_\mu^{ESM} = (17,35 \pm 0,05) \%, \quad (2.105)$$

$$B_e^{ESM} = (17,78 \pm 0,05) \%. \quad (2.106)$$

2.7 Una relación entre las constantes de acoplamiento de Yukawa

La contribución de la nueva física más allá del MEE puede considerarse a través de la cantidad $\Delta_l^{H^\pm}$ definida en términos de los branching ratio de la siguiente manera

$$B_l^{exp} = \frac{\Gamma_l^{ESM} + \Gamma_l^{H^\pm}}{\Gamma^{exp}} = B_l^{ESM}(1 + \Delta_l^{H^\pm}), \quad (2.107)$$

Considerando (2.103),(2.104),(2.105) y (2.106), la contribución de la nueva física en relación a los branching ratios se estiman como

$$\Delta_\mu^{H^\pm} = (0,23 \pm 0,52) \% \quad \text{and} \quad \Delta_e^{H^\pm} = (0,22 \pm 0,51) \% \quad (2.108)$$

Observamos que las contribuciones negativas están más restringidas que las positivas. Sin embargo el rango de contribuciones ha disminuido con respecto a los reportados en [178], implicando la existencia de nueva física.

Asumiendo que los branching ratios experimentales de esos procesos incluyen efectos de nueva física más allá del MEE [178], y teniendo en cuenta que en (2.107)

$$B_l^{ESM} = \frac{\Gamma_l^{ESM}}{\Gamma^{exp}}, \quad (2.109)$$

y

$$\Delta_l^{H^\pm} = \frac{\Gamma_l^{H^\pm}}{\Gamma_l^{ESM}}. \quad (2.110)$$

A partir de la expresión (2.107), nosotros obtenemos que la fracción de la contribución a la nueva física puede ser escrita como

$$\frac{\Delta_\mu^{H^+}}{\Delta_e^{H^+}} = \frac{(B_\mu^{exp} - B_\mu^{ESM}) B_e^{ESM}}{(B_e^{exp} - B_e^{ESM}) B_\mu^{ESM}}. \quad (2.111)$$

Substituyendo (2.102), (2.103), (2.104), (2.105) y (2.106) en la expresión (2.111), tenemos

$$\frac{\sum_{j=1}^3 Y_{\mu\nu_j}^2 |V_{\mu\nu_j}|^2}{\sum_{i=1}^3 Y_{e\nu_i}^2 |V_{e\nu_i}|^2} = \frac{(B_\mu^{exp} - B_\mu^{ESM}) B_e^{ESM}}{(B_e^{exp} - B_e^{ESM}) B_\mu^{ESM}} = 1,02 \pm 3,25 \%. \quad (2.112)$$

Finalmente, después de sustituir los elementos de la matriz de mezcla leptónica en la expresión (2.112), nosotros obtenemos la siguiente relación entre los cuadrados de las constantes de acoplamiento de Yukawa del Higgs cargado presentes en los dos procesos de decaimiento del tau

$$\begin{aligned} 0,13_{-0,01}^{+0,02} Y_{\mu\nu_e}^2 &+ 0,37_{-0,02}^{+0,02} Y_{\mu\nu_\mu}^2 + 0,48_{-0,04}^{+0,03} Y_{\mu\nu_\tau}^2 \\ &= 0,69_{-0,67}^{+2,70} Y_{e\nu_e}^2 + 0,32_{-0,31}^{+1,13} Y_{e\nu_\mu}^2 + 0,01_{-0,01}^{+0,05} Y_{e\nu_\tau}^2. \end{aligned} \quad (2.113)$$

Esta expresión se puede utilizar como información adicional, para el caso en el que el espacio de parámetros se explore con el propósito de establecer restricciones teóricas a las constantes de acoplamiento de Higgs cargado en el LS2HDM. Es evidente que la mayor desviación se encuentra en el coeficiente de acoplamiento de Yukawa del electrón con el ν_e porque la incertidumbre del elemento $|V_{e\nu_e}|$ es grande en comparación con la incertidumbre de las otras entradas $|V_{e\nu_\mu}|, |V_{e\nu_\tau}|$ que intervienen en el decaimiento del tau.

2 Matrices de masa y mezcla de neutrinos en el M2DH-III con MSS-I

Por lo tanto, asumimos que debe haber una jerarquía en los presentes en el espectro de masas de quarks y leptones . Considerando que esta relación resulta ser consistente con el supuesto de una jerarquía normal en las constantes de acoplamiento de Yukawa. Esta jerarquía es consistente con la suposición de una jerarquía normal en las masas de neutrinos, similar a la que existe en el espectro de los leptones cargados. Por esta razón, considerando que el índice l puede representar los tres sabores de neutrinos, es decir, $l = e, \mu, \tau$, Inicialmente asumimos que el cuadrado de la constante de asociación de Yukawa entre un electrón y cualquier tipo de neutrino es menor en a factor a al cuadrado de la constante de acoplamiento de Yukawa entre un muón y cualquier tipo de neutrino, es decir

$$Y_{e\nu_l}^2 = aY_{\mu\nu_l}^2. \quad (2.114)$$

satisfaciendo que $a < 1$, así de esta forma se tiene en cuenta la jerarquía natural existente entre la masa del muón respecto a la masa del electrón. Además, suponemos que el cuadrado de la constante de acoplamiento de Yukawa entre el muón y el neutrino electrónico es menor en un factor b que el cuadrado de la constante de acoplamiento de Yukawa entre el muón y el neutrino muónico, así como el cuadrado de la constante de acoplamiento de Yukawa entre el muón y el neutrino electrónico es menor en un factor c al cuadrado de la constante de acoplamiento de Yukawa entre el muón y el neutrino tau, es decir

$$Y_{\mu\nu_\mu}^2 = bY_{\mu\nu_\tau}^2, \quad (2.115)$$

$$Y_{\mu\nu_e}^2 = cY_{\mu\nu_\tau}^2. \quad (2.116)$$

Satisfaciendo que $c < b < a$, de esta manera asumimos una jerarquía normal para las masas de los neutrinos. Después de sustituir expresiones (2.114), (2.115) y (2.116) en la relación entre el cuadrado de las constantes de acoplamiento de Yukawa (2.113) , para los valores centrales se obtiene la siguiente relación

$$\begin{aligned} 0,13Y_{\mu\nu_e}^2 + 0,37Y_{\mu\nu_\mu}^2 + 0,48Y_{\mu\nu_\tau}^2 &= a(0,69Y_{\mu\nu_e}^2 + 0,32Y_{\mu\nu_\mu}^2 + 0,01Y_{\mu\nu_\tau}^2) \\ (0,13c + 0,37b + 0,48)Y_{\mu\nu_\tau}^2 &= a(0,69c + 0,32b + 0,01)Y_{\mu\nu_\tau}^2 \\ 0,13c + 0,37b + 0,48 &= a(0,69c + 0,32b + 0,01), \end{aligned} \quad (2.117)$$

para que la relación (2.117) se mantenga, se debe satisfacer que

$$a > 0,9998; \quad 0,9221 \leq b \leq 0,9998; \quad 0,9219 \leq c \leq 0,9288. \quad (2.118)$$

Por otro lado, realizando el mismo procedimiento para las cotas superiores, se encuentra que se debe satisfacer que

$$0,920 \leq a \leq 0,9998; \quad 0,117 \leq b \leq 0,4246; \quad 0,0001 \leq c \leq 0,1169, \quad (2.119)$$

Se observa que los valores de a, b, c encontrados, que provienen de la relación entre los cuadrados de las constantes de acoplamiento de Yukawa, satisfacen $a > b > c$ implican-

do que esta relación es consistente con la jerarquía existente entre la masa del muón con respecto a la masa del electrón y la jerarquía normal asumida para las masas de los neutrinos.

2.8. Matrices de masa y mezcla de neutrinos estériles en el M2DH-III con MSS-I

Para el caso de los neutrinos pesados de Majorana, se contruye la matriz de masa y mezcla de neutrinos estériles con los mismos ceros de textura atendiendo a la simetría de sabor implementada para el caso de os neutrinos ligeros de Dirac.

2.8.1. Factorización de fases

De acuerdo con la simetría S_3 , las matrices M_{ν_R} de masa de los neutrinos derechos de Majorana serán simétricas con la misma estructura que las matrices par los neutrinos ligeros, de la forma

$$M_{\nu_R} = \begin{pmatrix} 0 & c & 0 \\ c & \tilde{b} & b \\ 0 & b & a \end{pmatrix}, \quad (2.120)$$

donde $a, b, \tilde{b}, c \in \mathbb{C}$. Estas texturas son una consecuencia de la simetría de sabor.

Como consecuencia del MSS-I las matrices de masa de los neutrinos ligeros toma la forma (2.23)

$$M_\nu \approx -M^D (M_{\nu_R})^{-1} (M^D)^T. \quad (2.121)$$

Observamos que esta matriz es simétrica, lo cual me condiciona la forma de la matriz M_{ν_R} que debe ser no singular y simétrica. La matriz inversa de M_{ν_R} está dada por

$$M_{\nu_R}^{-1} = \begin{pmatrix} -\frac{ab - \tilde{b}^2}{ac^2} & \frac{1}{c} & -\frac{b}{ac} \\ \frac{1}{c} & 0 & 0 \\ -\frac{b}{ac} & 0 & \frac{1}{a} \end{pmatrix}.$$

Por consiguiente, está todo listo para utilizar el mecanismo See-Saw I, tenemos que para M_D la matriz de masa de los neutrinos de Dirac hermitiana con dos ceros de textura, y M_{ν_R} , la matriz de los neutrinos derechos de Majorana simétrica, que es la que nos dispondremos a calcular.

Partimos de la ecuación (2.120), la cual podemos reescribor factorizando las fases de la siguiente manera

$$M_{\nu_R} = G^T \overline{M}_{\nu_R} G, \quad (2.122)$$

con G siendo la matriz diagonal de fases

$$G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & e^{i\eta_1} & 0 \\ 0 & 0 & e^{i\eta_2} \end{pmatrix}, \quad (2.123)$$

2 Matrices de masa y mezcla de neutrinos en el M2DH-III con MSS-I

y la matriz \bar{M}_{ν_R} esta dada por

$$\bar{M}_{\nu_R} = \begin{pmatrix} 0 & |c|e^{i\theta_c} & 0 \\ |c|e^{i\theta_c} & |\tilde{b}|e^{i\theta_b} & |b|e^{i\theta_b} \\ 0 & |b|e^{i\theta_b} & |a|e^{i\theta_a} \end{pmatrix}. \quad (2.124)$$

2.8.2. Matriz de mezcla W para neutrinos estériles

De manera análoga a los neutrinos activos, los elementos que componen la matriz de mezcla de los neutrinos estériles es la siguiente

$$\begin{aligned}
 W_{e1}^{th} &= \sqrt{\frac{\tilde{m}_\mu \tilde{m}_{\nu_2} \gamma_{m_e} \gamma_{m_{\nu_1}}}{H_{m_e} H_{\nu_1}}} \\
 &+ \sqrt{\frac{\tilde{m}_e \tilde{m}_{\nu_1}}{H_{m_e} H_{\nu_1}}} \left(\sqrt{(1-\zeta_l)(1-\zeta_\nu)} \gamma_{m_e} \gamma_{m_{\nu_1}} e^{i\zeta_l} + \sqrt{\zeta_l \zeta_\nu} \gamma_{m_\mu} \gamma_{m_{\nu_2}} e^{i\eta_2} \right), \\
 W_{e2}^{th} &= -\sqrt{\frac{\tilde{m}_\mu \tilde{m}_{\nu_2} \gamma_{m_e} \gamma_{m_{\nu_2}}}{H_{m_e} H_{\nu_2}}} \\
 &+ \sqrt{\frac{\tilde{m}_e \tilde{m}_{\nu_2}}{H_{m_e} H_{\nu_2}}} \left(\sqrt{(1-\zeta_l)(1-\zeta_\nu)} \gamma_{m_e} \gamma_{m_{\nu_2}} e^{i\eta_1} + \sqrt{\zeta_l \zeta_\nu} \gamma_{m_\mu} \gamma_{m_{\nu_1}} e^{i\eta_2} \right), \\
 W_{e3}^{th} &= \sqrt{\frac{\tilde{m}_\mu \tilde{m}_{\nu_1} \tilde{m}_{\nu_2} \zeta_\nu \gamma_{m_e}}{H_{m_e} H_{\nu_3}}} \\
 &+ \sqrt{\frac{\tilde{m}_e}{H_{m_e} H_{\nu_3}}} \left(\sqrt{\zeta_\nu (1-\zeta_l)(1-\zeta_\nu)} \gamma_{m_e} e^{i\eta_1} - \sqrt{\zeta_l \gamma_{m_\mu} \gamma_{m_{\nu_1}} \gamma_{m_{\nu_2}}} e^{i\eta_2} \right), \\
 W_{\mu 1}^{th} &= -\sqrt{\frac{\tilde{m}_e \tilde{m}_{\nu_2} \gamma_{m_\mu} \gamma_{m_{\nu_1}}}{H_{m_\mu} H_{\nu_1}}} \\
 &+ \sqrt{\frac{\tilde{m}_\mu \tilde{m}_{\nu_1}}{H_{m_\mu} H_{\nu_1}}} \left(\sqrt{(1-\zeta_l)(1-\zeta_\nu)} \gamma_{m_\mu} \gamma_{\nu_1} e^{i\eta_1} + \sqrt{\zeta_l \zeta_\nu} \gamma_{m_e} \gamma_{m_{\nu_2}} e^{i\eta_2} \right), \\
 W_{\mu 2}^{th} &= \sqrt{\frac{\tilde{m}_e \tilde{m}_{\nu_1} \gamma_{m_\mu} \gamma_{m_{\nu_2}}}{H_{m_\mu} H_{\nu_2}}} \\
 &+ \sqrt{\frac{\tilde{m}_\mu \tilde{m}_{\nu_2}}{H_{m_\mu} H_{\nu_2}}} \left(\sqrt{(1-\zeta_l)(1-\zeta_\nu)} \gamma_{m_\mu} \gamma_{\nu_2} e^{i\eta_1} + \sqrt{\zeta_l \zeta_\nu} \gamma_{m_e} \gamma_{m_{\nu_1}} e^{i\eta_2} \right), \\
 W_{\mu 3}^{th} &= -\sqrt{\frac{\tilde{m}_e \tilde{m}_{\nu_1} \tilde{m}_{\nu_2} \zeta_\nu \gamma_{m_\mu}}{H_{m_\mu} H_{\nu_3}}} \\
 &+ \sqrt{\frac{\tilde{m}_\mu}{H_{m_\mu} H_{\nu_3}}} \left(\sqrt{\zeta_\nu (1-\zeta_l)(1-\zeta_\nu)} \gamma_{m_\mu} e^{i\eta_1} - \sqrt{\zeta_l \gamma_{m_e} \gamma_{m_{\nu_1}} \gamma_{m_{\nu_2}}} e^{i\eta_2} \right), \\
 W_{\tau 1}^{th} &= \sqrt{\frac{\tilde{m}_e \tilde{m}_\mu \tilde{m}_{\nu_2} \zeta_l \gamma_{m_{\nu_1}}}{H_{m_\tau} H_{\nu_1}}} \\
 &+ \sqrt{\frac{\tilde{m}_{\nu_1}}{H_{m_\tau} H_{\nu_1}}} \left(\sqrt{\zeta_l (1-\zeta_l)(1-\zeta_\nu)} \gamma_{m_{\nu_1}} e^{i\eta_1} - \sqrt{\zeta_\nu} \gamma_{m_e} \gamma_{m_\mu} \gamma_{m_{\nu_2}} e^{i\eta_2} \right), \\
 W_{\tau 2}^{th} &= -\sqrt{\frac{\tilde{m}_e \tilde{m}_\mu \tilde{m}_{\nu_1} \zeta_l \gamma_{m_{\nu_2}}}{H_{m_\tau} H_{\nu_2}}} \\
 &+ \sqrt{\frac{\tilde{m}_{\nu_2}}{H_{m_\tau} H_{\nu_2}}} \left(\sqrt{\zeta_l (1-\zeta_l)(1-\zeta_\nu)} \gamma_{m_{\nu_2}} e^{i\eta_1} - \sqrt{\zeta_\nu} \gamma_{m_e} \gamma_{m_\mu} \gamma_{m_{\nu_1}} e^{i\eta_2} \right),
 \end{aligned}$$

2 Matrices de masa y mezcla de neutrinos en el M2DH-III con MSS-I

$$W_{\tau 3}^{th} = \sqrt{\frac{\tilde{m}_e \tilde{m}_\mu \tilde{m}_{\nu_1} \tilde{m}_{\nu_2} \zeta_l \zeta_\nu}{H_{m_\tau} H_{\nu_3}}} + \sqrt{\frac{\zeta_l \zeta_\nu (1 - \zeta_l)(1 - \zeta_\nu)}{H_{m_\tau} H_{\nu_3}}} e^{i\eta_1} \sqrt{\frac{\gamma_{m_e} \gamma_{m_\mu} \gamma_{m_{\nu_1}} \gamma_{m_{\nu_2}}}{G_{m_\tau} G_{\nu_3}}} e^{i\eta_2}, \quad (2.125)$$

en estas expresiones las \tilde{m}' s son

$$\tilde{m}_{\nu_1(e)} = \frac{m_{\nu_1(e)}}{m_{\nu_3(\tau)}}, \quad \tilde{m}_{\nu_2(\mu)} = \frac{m_{\nu_2(\mu)}}{m_{\nu_3(\tau)}}, \quad (2.126)$$

las γ 's y las H 's están definidas como sigue:

$$\gamma_{m_{\nu_1(e)}} = (1 - \zeta_{\nu(l)} - \tilde{m}_{\nu_1(e)}), \quad (2.127)$$

$$\gamma_{m_{\nu_2(\mu)}} = (1 - \zeta_{\nu(l)} + \tilde{m}_{\nu_2(\mu)}), \quad (2.128)$$

$$H_{m_{\nu_1(e)}} = (1 - \zeta_{l(l)})(1 + \tilde{m}_{\nu_1(e)})(\tilde{m}_{\nu_1(e)} + \tilde{m}_{\nu_2(\mu)}), \quad (2.129)$$

$$H_{m_{\nu_1(\mu)}} = (1 - \zeta_{\nu(l)})(1 + \tilde{m}_{\nu_2(\mu)})(\tilde{m}_{\nu_1(e)} + \tilde{m}_{\nu_2(\mu)}), \quad (2.130)$$

$$H_{m_{\nu_3(\tau)}} = (1 - \zeta_{\nu(l)})(1 + \tilde{m}_{\nu_1(e)})(1 + \tilde{m}_{\nu_2(\mu)}), \quad (2.131)$$

aquí los valores de $m_{\nu_1}, m_{\nu_2}, m_{\nu_3}$ son los valores de las masas de los neutrinos derechos de los cuales no tenemos información ni de los parámetros de mezcla entre ellos $\zeta_{\nu(l)}$ y H_{m_ν} .

3 Matrices de masa y mezcla de neutrinos en el M2DH-III con MSS-I+III

3.1. Generación de masa de neutrinos vía MSS-III

El MSS-III se implementa mediante la inclusión de un triplete de fermiones de Majorana [151]. Este mecanismo ha tenido gran desarrollo en años recientes [78, 96, 97, 179], ya que ha demostrado tener implicaciones únicas en la física de altas energías [179–181]. Por tanto, en la presente sección se estudia el MSS-III con el fin de entender cuales serían sus posibles repercusiones y demostrar que no posee ninguna distinción a bajas energías con el singlete de Majorana. Más adelante se incluirá este triplete simultáneamente al singlete de Majorana.

Inicialmente, se presenta el triplete de Majorana en la representación de isovector y se construye la densidad lagrangiana que describe estos fermiones. Luego, debido a que en la representación de isovector existen campos que no poseen cargas definidas, se escribe el triplete en forma matricial. De esta manera, se define los posibles tipos de interacciones que presentan los campos del triplete, mediante el estudio del término cinético. A continuación, se estudia el mecanismo MSS-III generado por el triplete y además la mezcla producida por el mismo con los leptones cargados del MEE.

Si se incluye, por cada generación, un triplete de fermiones con quiralidad derecha, entonces este triplete permite obtener un término de Dirac-Majorana similar al del singlete en el escenario del MSS. Sin embargo, la adición del triplete conduce a una fenomenología mucho más extensa y dar lugar a implicaciones únicas en la física más allá del MEE. Por lo anterior, en esta sección se considera el M2DH-III extendido con la introducción del triplete, que posee hipercarga débil nula e isospín débil igual a uno.

En el MEE minimal, la matriz de masa de neutrinos que se obtiene vía MSS-III, tiene la siguiente estructura

$$m_\nu = -\frac{v^2}{2}\eta_\Sigma^T M_\Sigma^{-1} \eta_\Sigma, \quad (3.1)$$

donde v , es el VEV del doblete de Higgs, M_Σ la matriz de masa del triplete de fermiones en la representación adjunta del grupo de isospín débil $SU(2)$, y η_Σ^{ij} la matriz de acoplos de Yukawa de los fermiones con los leptones y el Higgs del MEE, donde se ha considerado la masa del neutrino a ser del orden $m_\nu \approx 0,1\text{eV}$ y la masa del triplete entre 300 – 800 GeV. [95]

3.1.1. MSS-III en el M2DH-III

Inicialmente adicionamos un triplete extra, $SU(2)$ de fermiones, por cada generación al MEE, denotamos en coordenadas cartesianas como

$$\vec{\Sigma}'_{Ri} = \left(\Sigma'_R{}^1, \Sigma'_R{}^2, \Sigma'_R{}^3 \right), \quad (3.2)$$

$$\vec{\Sigma}'^C_{Ri} = \left(\Sigma'^{1c}_R, \Sigma'^{2c}_R, \Sigma'^{3c}_R \right), \quad (3.3)$$

donde $i = 1, 2, 3$, es necesario tener en cuenta que los campos Σ_1, Σ_2 , no son estados propios del operador de carga eléctrica, por lo cuales se escribirán en la representación adjunta del grupo de isospín débil $SU(2)$ con hipercarga ($Y = 0$) [78]. En la notación 2×2 compacta, el triplete toma la forma

$$\Sigma'_{Ri} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_j \vec{\sigma}'_i{}^j \cdot \vec{\Sigma}_{Rj}, \quad (3.4)$$

donde $\vec{\sigma}'_i$ son las matrices de Pauli, la componente derecha de este multiplete en esta notación 2×2 , toma la forma

$$\Sigma'_{Ri} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \Sigma'^3_{Ri} & \Sigma'^1_{Ri} - i\Sigma'^2_{Ri} \\ \Sigma'^1_{Ri} + i\Sigma'^2_{Ri} & -\Sigma'^3_{Ri} \end{pmatrix}, \quad (3.5)$$

si se toma las componentes del triplete en la base del operador de carga como

$$\Sigma'^{\pm}_{Ri} = \frac{\Sigma'^1_{Ri} \mp i\Sigma'^2_{Ri}}{\sqrt{2}}, \quad \Sigma'^{i0}_{Ri} = \Sigma'^i{}^3_{Ri}. \quad (3.6)$$

El correspondiente multiplete en esta base será

$$\Sigma'_{Ri} = \begin{pmatrix} \Sigma'^0_{Ri}/\sqrt{2} & \Sigma'^+_{Ri} \\ \Sigma'^-_{Ri} & \Sigma'^0_{Ri}/\sqrt{2} \end{pmatrix}, \quad (3.7)$$

y su respectivo isovector adjunto $\overline{\Sigma}'_R$ y conjugado $\overline{\Sigma}'^C_R$ de carga puede ser escrito como

$$\overline{\Sigma}'_{Ri} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \overline{\Sigma}'^0_{Ri} & \overline{\Sigma}'^-_{Ri} \\ \overline{\Sigma}'^+_{Ri} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \overline{\Sigma}'^0_{Ri} \end{pmatrix} \quad \Sigma'^c_{Ri} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \Sigma'^{0c}_{Ri} & \Sigma'^{-c}_{Ri} \\ \Sigma'^{+c}_{Ri} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \Sigma'^{0c}_{Ri} \end{pmatrix}. \quad (3.8)$$

Al incluir en nuestro modelo, un nuevo doblete Φ_2 escalar bajo $SU(2)$, , al ya usual Φ_1 , del MEE, es decir al implementar el **MSS-III** en el **M2DH-III**, este nuevo doblete se acopla únicamente al triplete de fermiones introducidos anteriormente, debido a que se impone una simetría Z_2

$$\begin{aligned} \Sigma'_R &\rightarrow -\Sigma'_R, & \Phi_2 &\rightarrow -\Phi_2, \\ Q'_L &\rightarrow Q'_L, & L'_L &\rightarrow L'_L, & \Phi_1 &\rightarrow \Phi_1. \end{aligned}$$

La parte de la densidad lagrangiana responsable de la masa de los leptones se escribe

como

$$-\mathcal{L} = \left[\eta_{ij}^E \overline{E'_{Ri}} \Phi_1^\dagger L'_{Lj} + \sqrt{2} \Phi_2^{C\dagger} \overline{\Sigma'_{Ri}} \eta_{ij}^\Sigma L'_{Lj} + h.c. \right] + \frac{1}{2} M_{ij}^\Sigma \left[\overline{\Sigma_{Ri}} \Sigma_{Rj}^C + h.c. \right], \quad (3.9)$$

donde E_R , L_L , son las usuales componentes de quiralidad derecha e izquierda para los leptones respectivamente y $\eta_{ij}^\Sigma, \eta_{ij}^E$ son las 3×3 matrices de constantes de acoplamiento de Yukawa. Después del RES electrodébil, para el caso de una generación y analizando únicamente la parte en la que se genera el término de masa, se tiene que

$$-\mathcal{L} = \frac{\eta_{ji}^E v_1}{\sqrt{2}} \overline{e'_{Ri}} e'_{Lj} + \frac{\eta_{ij}^\Sigma v_2}{\sqrt{2}} \overline{\Sigma'_{Ri}} v'_{Lj} + \eta_{ij}^\Sigma v_2 \overline{\Sigma'_{Ri}} e'_{Lj} + M_{ij}^\Sigma \overline{\Psi'_{Ri}} \Psi'_{Lj} + \frac{M_{ij}^\Sigma}{2} \overline{\Sigma'_{Ri}} \Sigma'_{Rj} + h.c., \quad (3.10)$$

con

$$\left[\overline{\Sigma'_{Ri}} \Sigma'^{+c}_{Rj} + \overline{\Sigma'^{+c}_{Ri}} \Sigma'_{Rj} \right] = \left[\overline{\Psi'_{Ri}} \Psi'_{Lj} + \overline{\Psi'_{Li}} \Psi'_{Rj} \right] = \overline{\Psi'_{Ri}} \Psi_{Lj} + h.c., \quad (3.11)$$

generamos la siguiente matriz de masa para el neutrino

$$-\mathcal{L}^v = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \overline{v'_{Li}} & \overline{\Sigma'_{Ri}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & v_2 \left(\eta_{ij}^\Sigma \right)^T / \sqrt{2} \\ v_2 \eta_{ij}^\Sigma / \sqrt{2} & M_{ij}^\Sigma \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v'_{Lj} \\ \Sigma'_{Rj} \end{pmatrix} + h.c. \quad (3.12)$$

El escenario más interesante e importante que se presenta en el término de DM es aquel en el que $m_D \ll m_R$, $m_L = 0$ que se cumple en el (3.12), y la siguiente matriz de masa para los leptones cargados

$$\begin{aligned} -\mathcal{L}^l &= \begin{pmatrix} \overline{e'_{Ri}} & \overline{\Sigma'_{Ri}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_1 \eta_{ij}^E / \sqrt{2} & 0 \\ v_2 \eta_{ij}^\Sigma & M_{ij}^\Sigma \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e_{Lj} \\ \Sigma'^{+c}_{Ri} \end{pmatrix} + h.c., \\ &= \begin{pmatrix} \overline{e'_{Ri}} & \overline{\Sigma'_{Ri}} \end{pmatrix} M^{LC} \begin{pmatrix} e'_{Lj} \\ \Sigma'^{+c}_{Ri} \end{pmatrix} + h.c., \end{aligned} \quad (3.13)$$

Con el fin de diagonalizar la matriz de masa para los leptones cargados M^{LC} , tanto los que constituyen el doblete leptónico del M2DH-II como los del triplete de Majorana, se desarrollara por medio de la transformación biunitaria. Al imponer la simetría Z_2 , la masa del neutrino depende únicamente de uno de los VEV v_2 , mientras en el caso de la matriz de masa para los leptones cargados, ambos dobletes se acoplan para dotarle masa a los leptones del M2DH-III. El valor de v_2 esta determinada por la escala de masa del neutrino y es independiente de la escala de masa de los demás fermiones, por lo tanto, los valores de la matriz de masa del neutrino puede ser pequeña, sin reducir el valor de las constantes de acoplamiento de Yukawa.

La matriz de masa 6×6 (3.12), para el caso de 3 generaciones, puede ser diagonalizada, dejando 3 neutrinos livianos y 3 neutrinos pesados de majorana, la matriz unitaria 6×6 , U esta definida por

$$U^T \begin{pmatrix} 0 & m_D^T \\ m_D^T & M_\Sigma \end{pmatrix} U = \begin{pmatrix} m^{diag} & 0 \\ 0 & M^{diag} \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} v_L \\ \Sigma_R^{0C} \end{pmatrix} = U \begin{pmatrix} v'_L \\ \Sigma'_R \end{pmatrix}, \quad (3.14)$$

3 Matrices de masa y mezcla de neutrinos en el M2DH-III con MSS-I+III

donde $m_D = v_2 \eta_{ij}^\Sigma / \sqrt{2}$, además

$$v'_L = \begin{pmatrix} v'_{\alpha_1 L} \\ v'_{\alpha_2 L} \\ v'_{\alpha_3 L} \end{pmatrix}, \quad \Sigma_R^{0C} = \begin{pmatrix} \Sigma'_{s_1 RR}{}^{0c} \\ \Sigma'_{s_2 R}{}^{0c} \\ \Sigma'_{s_3 R}{}^{0c} \end{pmatrix}, \quad (3.15)$$

existirán 3 campos activos $v'_{\alpha_i L}$ (α_3 sabores correspondientes) y se incluirán 3 campos estériles $\Sigma_{sR}^{0'}$

$$m^{diag} = \begin{pmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 \end{pmatrix}, \quad M^{diag} = \begin{pmatrix} m_{\Sigma 1} & 0 & 0 \\ 0 & m_{\Sigma 2} & 0 \\ 0 & 0 & m_{\Sigma 3} \end{pmatrix}. \quad (3.16)$$

Aquí m_i y $M_{\Sigma i}$ ($i = 1, 2, 3$) son las masas de los neutrinos de Majorana livianos y pesados respectivamente. Nosotros hemos cambiado la base a estados con masas definidas, la matriz de mezcla U puede ser parametrizada como el productos de dos submatrices.

$$U = W_\nu U_\nu, \quad (3.17)$$

donde W_ν es la matriz (3.12), 6×6 , diagonal por bloques de la forma

$$W_\nu^T \begin{pmatrix} 0 & m_D^T \\ m_D^T & M_\Sigma \end{pmatrix} W_\nu = \begin{pmatrix} M_{lig} & 0 \\ 0 & M_{pes} \end{pmatrix}, \quad (3.18)$$

con, $(m_D)_{kj} \ll (M_\Sigma)_{kj}$, mientras U_ν diagonaliza a M_{lig} y M_{pes} como

$$U_\nu^T \begin{pmatrix} M_{lig} & 0 \\ 0 & M_{pes} \end{pmatrix} U_\nu = \begin{pmatrix} m^{diag} & 0 \\ 0 & M^{diag} \end{pmatrix}. \quad (3.19)$$

La parametrización anterior nos permite estimar analíticamente los autovalores de masa y la matriz de mezcla U en términos de W_ν y U_ν , la matriz puede ser parametrizada como

$$W_\nu = \begin{pmatrix} \sqrt{1 - BB^\dagger} & B \\ -B^\dagger & \sqrt{1 - B^\dagger B} \end{pmatrix}. \quad (3.20)$$

El MSS-III deja para la matriz de masa de los leptones neutros, de manera análoga al MSS-I

$$\begin{aligned} M_{Lig} &\approx -M_D^T M_\Sigma^{-1} M_D \\ M_{Pes} &\approx M_\Sigma. \end{aligned} \quad (3.21)$$

Donde la masa de los neutrinos de Dirac dependen unicamente de v_2 y es proporcional a las constantes de acople de Yukawa del triplete de fermiones

$$M_D = \frac{v_2 \eta_{ij}^\Sigma}{\sqrt{2}}, \quad (3.22)$$

3.2 Matriz de masa leptónica en el M2DH-III con MSS-I+III

mientras en el caso de la matriz de masa para los leptones cargados del M2DH-III y el triplete de fermiones se tiene

$$M_L^{Diag} \approx \frac{v_1}{\sqrt{2}} \eta_{ij}^E, \quad (3.23)$$

$$M_\Sigma^{Diag} \approx M_\Sigma - M_{DT} M_\Sigma^{-1} M_{DT}, \quad (3.24)$$

ya que, $(m_{DT})_{kj} \ll (M^\Sigma)_{kj}$, a primer orden en la expansión

$$M_\Sigma^{Diag} = M_\Sigma. \quad (3.25)$$

3.2. Matriz de masa leptónica en el M2DH-III con MSS-I+III

El término de Yukawa para el sector leptónico antes RES electrodébil, para el caso de una generación, corresponderá a

$$\begin{aligned} -\mathcal{L}^l &= \overline{L}'_{Li} \eta_{ij}^N \widetilde{\Phi}_1 N'_{Rj} + \overline{L}'_{Li} \xi_{ij}^E \widetilde{\Phi}_2 N'_{Rj} \\ &+ \left[\eta_{ij}^E E'_{Ri} \Phi_1^\dagger L'_{Lj} + \sqrt{2} \Phi_2^{C\dagger} \overline{\Sigma}'_{Ri} \eta_{ij}^\Sigma L'_{Lj} + h.c. \right] + \frac{1}{2} M_{ij}^\Sigma \left[\overline{\Sigma}'_{Ri} \Sigma'_{Rj} + h.c. \right] + h.c, \end{aligned} \quad (3.26)$$

con Σ'_{Ri} y $\overline{\Sigma}'_{Ri}$ definidas en el apartado anterior, después del RES, el término anterior, toma la forma

$$\mathcal{L}^L = \mathcal{L}^{LC} + \mathcal{L}^{LN}, \quad (3.27)$$

donde \mathcal{L}^{LC} es la densidad lagrangiana de Yukawa correspondiente a los leptones cargados y \mathcal{L}^{LN} la correspondiente densidad lagrangiana de Yukawa de los leptones neutros

$$\begin{aligned} -\mathcal{L}^{LC} &= \left(\frac{\eta_{ij}^e v_1 + \xi_{ij}^e v_2}{\sqrt{2}} \right) \overline{e}'_{Lj} e'_{Ri} + \eta_{ij}^\Sigma v_2 \overline{\Sigma}'_{Ri} e'_{Lj} + M_{ij}^\Sigma \overline{\Psi}'_{Ri} \Psi'_{Lj} + h.c, \\ &= \overline{e}'_{Lj} M^E e'_{Ri} + \eta_{ij}^\Sigma v_2 \overline{\Sigma}'_{Ri} e'_{Lj} + M_{ij}^\Sigma \overline{\Psi}'_{Ri} \Psi'_{Lj} + h.c, \end{aligned} \quad (3.28)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{L}^{LN} &= \frac{1}{2} m_{RV} v_R^T \hat{C}^\dagger v_R - \frac{M_{ij}^\Sigma}{2} \overline{\Sigma}'_{Ri} \Sigma'_{Rj} - \left(\frac{\eta_{ij}^N v_1 + \xi_{ij}^N v_2}{\sqrt{2}} \right) \overline{v}'_{Lj} v'_R - \frac{\eta_{ij}^\Sigma v_2}{\sqrt{2}} \overline{\Sigma}'_{Ri} v'_{Lj} + h.c, \\ &= \frac{1}{2} m_{RV} v_R^T \hat{C}^\dagger v_R - \frac{M_{ij}^\Sigma}{2} \overline{\Sigma}'_{Ri} \Sigma'_{Rj} - \overline{v}'_{Lj} M_{ij}^v v'_R - \frac{\eta_{ij}^\Sigma v_2}{\sqrt{2}} \overline{\Sigma}'_{Ri} v'_{Lj} + h.c, \end{aligned} \quad (3.29)$$

las densidades lagrangianas de los campos cargados y neutros, el término de masa para los leptones neutros \mathcal{L}^{LN} o de la densidad lagrangiana de DM, se puede escribir como

$$\mathcal{L}^{LN} = \frac{1}{2} N_L^T \hat{C}^\dagger M_{LN} N_L + h.c, \quad (3.30)$$

3 Matrices de masa y mezcla de neutrinos en el M2DH-III con MSS-I+III

siendo el vector asociado para los campos neutros

$$N_L = \begin{pmatrix} \nu_L \\ \hat{C} \nu_R^T \\ \hat{C} \Sigma_L^{0c} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \nu_L \\ \nu_R^c \\ \Sigma_L^{0c} \end{pmatrix}. \quad (3.31)$$

La matriz de masa será

$$M_{LN} = \begin{pmatrix} 0 & \left(\frac{\eta_{ij}^N \nu_1 + \xi_{ij}^N \nu_2}{\sqrt{2}} \right)^T & \left(\frac{\eta_{ij}^\Sigma \nu_2}{\sqrt{2}} \right)^T \\ \left(\frac{\eta_{ij}^N \nu_1 + \xi_{ij}^N \nu_2}{\sqrt{2}} \right) & m_R & 0 \\ \frac{\eta_{ij}^\Sigma \nu_2}{\sqrt{2}} & 0 & M_\Sigma \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & M_V^T & \left(\frac{\eta_{ij}^\Sigma \nu_2}{\sqrt{2}} \right)^T \\ M_V & m_R & 0 \\ \frac{\eta_{ij}^\Sigma \nu_2}{\sqrt{2}} & 0 & M_\Sigma \end{pmatrix}. \quad (3.32)$$

Ahora, la extensión al caso de 3 generaciones simplemente corresponderá

$$\mathcal{L}^{LN} = \frac{1}{2} N_L^T \hat{C}^\dagger M_{LN} N_L + h.c., \quad (3.33)$$

con

$$N_L = \begin{pmatrix} \nu_L \\ \nu_R^c \\ \Sigma_L^{0c} \end{pmatrix}, \quad M_{LN} = \begin{pmatrix} 0 & \left(\frac{\eta_{ij}^N \nu_1 + \xi_{ij}^N \nu_2}{v} \sqrt{2} \right)^T & \left(\frac{\eta_{ij}^\Sigma \nu_2}{v} \sqrt{2} \right)^T \\ \left(\frac{\eta_{ij}^N \nu_1 + \xi_{ij}^N \nu_2}{v} \sqrt{2} \right) & m_R & 0 \\ \frac{\eta_{ij}^\Sigma \nu_2}{\sqrt{2}} & 0 & M_\Sigma \end{pmatrix} \quad (3.34)$$

donde $\nu_L, \nu_R, \Sigma_R^{0c}$, corresponden a los vectores

$$\nu'_L = \begin{pmatrix} \nu'_{\alpha_1 L} \\ \nu'_{\alpha_2 L} \\ \nu'_{\alpha_3 L} \end{pmatrix}, \quad \Sigma_R^{0c} = \begin{pmatrix} \Sigma'_{s_1 R} \\ \Sigma'_{s_2 R} \\ \Sigma'_{s_3 R} \end{pmatrix}. \quad (3.35)$$

La diagonalización de la matriz de masa 9×9 , (**VER ANEXO K**) debido a la existencia simultánea del singlete y del triplete de Majorana

$$M_{LN} = \begin{pmatrix} 0 & \vdots & \left(\frac{\eta_{ij}^N \nu_1 + \xi_{ij}^N \nu_2}{\sqrt{2}} \right)^T & \left(\frac{\eta_{ij}^\Sigma \nu_2}{\sqrt{2}} \right)^T \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \left(\frac{\eta_{ij}^N \nu_1 + \xi_{ij}^N \nu_2}{\sqrt{2}} \right) & \vdots & m_R & 0 \\ \frac{\eta_{ij}^\Sigma \nu_2}{\sqrt{2}} & \vdots & 0 & M_\Sigma \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & M_D^T \\ M_D & M_{V\Sigma} \end{pmatrix}, \quad (3.36)$$

3.3 Matriz de masa de neutrinos en el M2DH-III con MSS-I+III

con

$$M_D \equiv \begin{pmatrix} \left(\frac{\eta_{ij}^N v_1 + \xi_{ij}^N v_2}{\sqrt{2}} \right) \\ \frac{\eta_{ij}^\Sigma v_2}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}, \quad M_{\nu\Sigma} \equiv \begin{pmatrix} m_R & 0 \\ 0 & M_\Sigma \end{pmatrix}, \quad (3.37)$$

matrices de (6×3) y (6×6) , respectivamente. Se evidencia que $M_{\nu\Sigma}$ es diagonal por bloques, cabe resaltar que la introducción simultánea del singlete y el triplete de Majorana es equivalente al operador de Weinberg en el límite estático de estos dos fermiones. Se podría pensar en una, una diagonalización por bloques de un tipo similar al utilizado cuando se consideraba singlete y triplete de manera separada, es decir

$$W_\nu^T M_{LN} W_\nu = M_\nu^D = \begin{pmatrix} M_{lig} & 0 \\ 0 & M_{Pes} \end{pmatrix}, \quad (3.38)$$

donde M_{Pes} es una matriz 6×6 correspondiente a los campos de neutrino pesados. Además la matriz unitaria W_ν de 9×9 se tomará como

$$W_\nu = \begin{pmatrix} \sqrt{1_{3 \times 3} - BB^\dagger} & B \\ -B^\dagger & \sqrt{1_{6 \times 6} - B^\dagger B} \end{pmatrix}. \quad (3.39)$$

3.3. Matriz de masa de neutrinos en el M2DH-III con MSS-I+III

El MSS tipo I+III deja (VER ANEXO K)

$$M_{Lig} \approx - \left(\frac{\eta_{ij}^N v_1 + \xi_{ij}^N v_2}{\sqrt{2}} \right)^T M_R^{-1} \left(\frac{\eta_{ij}^N v_1 + \xi_{ij}^N v_2}{\sqrt{2}} \right) - \left(\frac{\eta_{ij}^\Sigma v_2}{\sqrt{2}} \right)^T M_\Sigma^{-1} \left(\frac{\eta_{ij}^\Sigma v_2}{\sqrt{2}} \right). \quad (3.40)$$

La matriz de masa de los neutrinos ligeros es igual a la suma de las matrices de masa obtenidas en el estudio del singlete y triplete separadamente. Ahora la matriz de los campos pesados estan dados por

$$\begin{aligned} M_{Pes} &\approx M_{\nu\Sigma} + M_D B_1 + B_1^T M_D^T \\ &= M_{\nu\Sigma} + M_D M_D^\dagger M_{\nu\Sigma}^{-1 \dagger} + M_{\nu\Sigma}^{-1*} M_D^* M_D^T \\ &\approx \begin{pmatrix} M_R & 0 \\ 0 & M_\Sigma \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (3.41)$$

resultado evidente que los campos pesados están desacoplados a primer orden, lo cual es una buena aproximación, además se generarán 3 escalas de energía, la electrodébil, la de los neutrinos derechos de Majorana y la de los tripletes cuya escala se encuentra dentro de las escalas de gran unificación.

3 Matrices de masa y mezcla de neutrinos en el M2DH-III con MSS-I+III

	M_{Lig}	M_{Pes}	M_D	M_{LC}
MSS-I	$-M_D^T M_R^{-1} M_D$	M_R	$-\left(\frac{\eta_{ij}^N v_1 + \xi_{ij}^N v_2}{\sqrt{2}}\right)$	$M_L = -\left(\frac{\eta_{ij}^E v_1 + \xi_{ij}^E v_2}{\sqrt{2}}\right)$
MSS-III	$-M_D^T M_\Sigma^{-1} M_D$	$M_\Sigma - M_{DT} M_\Sigma^{-1} M_{DT}$	$\frac{v_2 \eta_{ij}^\Sigma}{\sqrt{2}}$	$M_L \approx \frac{v_1}{\sqrt{2}} \eta_{ij}^E$ $M_\Sigma \approx M_\Sigma$
MSS-I+III	$-\left(\frac{\eta_{ij}^N v_1 + \xi_{ij}^N v_2}{\sqrt{2}}\right)^T M_R^{-1} \left(\frac{\eta_{ij}^N v_1 + \xi_{ij}^N v_2}{\sqrt{2}}\right)$ $-\left(\frac{\eta_{ij}^\Sigma v_2}{\sqrt{2}}\right)^T M_\Sigma^{-1} \left(\frac{\eta_{ij}^\Sigma v_2}{\sqrt{2}}\right)$	$\begin{pmatrix} M_R & 0 \\ 0 & M_\Sigma \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \left(\frac{\eta_{ij}^N v_1 + \xi_{ij}^N v_2}{\sqrt{2}}\right) \\ \frac{\eta_{ij}^\Sigma v_2}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} M_R & 0 \\ 0 & M_\Sigma \end{pmatrix}$

Cuadro 3.1: Matrices de masa para los leptones cargados y neutros en los diferentes escenarios del MSS

El anterior cuadro (3.1) resume la estructura de las matrices de masa de los neutrinos ligeros, pesados y los leptones cargados para las diferentes generalizaciones a nivel árbol del operador de Weinberg utilizados en esta tesis.

3.4. Matriz de mezcla de neutrinos en el M2DH-III con MSS-I+III

Aunque se ha encontrado una explicación de la pequeñez de la masa del neutrino, es necesario buscar una forma de verificar fenomenológicamente que esta explicación es de hecho correcta [157–159].

Una posible manera de verificar que el MSS-I+III funciona, es determinar la existencia de los neutrinos derechos y el orden de magnitud de los neutrinos ligeros, mediante la escogencia de la estructurada de las matrices de masa respecto a los ceros de textura.

Después de implementar MSS-I+III, la matriz de Dirac M_{v_D} de neutrinos izquierdos, se relaciona con las constantes de acoplamiento de Yukawa y los VEV de los campos de Higgs de la siguiente manera (3.40)

$$M_{Lig} \approx -\left(\frac{\eta_{ij}^N v_1 + \xi_{ij}^N v_2}{\sqrt{2}}\right)^T M_R^{-1} \left(\frac{\eta_{ij}^N v_1 + \xi_{ij}^N v_2}{\sqrt{2}}\right) - \left(\frac{\eta_{ij}^\Sigma v_2}{\sqrt{2}}\right)^T M_\Sigma^{-1} \left(\frac{\eta_{ij}^\Sigma v_2}{\sqrt{2}}\right). \quad (3.42)$$

Si analizamos el primer término de esta ecuación, las matrices de Yukawa pueden ser diagonalizadas a partir de una transformación biunitaria al igual que para el caso del MSS-I.

$$S_L \eta^N S_R^\dagger, \quad (3.43)$$

$$S_L M_D S_R^\dagger = \left(\frac{\eta_{ij}^{diagN} v_1 + \xi_{ij}^{diagN} v_2}{\sqrt{2}}\right) = \Delta_N, \quad (3.44)$$

$\Delta_N = diag(m_{v_1}, m_{v_2}, m_{v_3})$ y $\eta_{ij}^{diagN} = S_L \eta^N S_R^\dagger$. Esta transformación conecta el espacio de sabor y el espacio de masa. Tomando $v^2 = v_1^2 + v_2^2 = (246 GeV)^2$ y $\tan \beta = \frac{v_2}{v_1}$, tenemos que:

3.4 Matriz de mezcla de neutrinos en el M2DH-III con MSS-I+III

$$(\Delta_N)_{ij} = \frac{v \cos \beta}{\sqrt{2}} \left[(\eta_{ij}^{diagN}) + \tan \beta (\xi_{ij}^{diagN}) \right] = \left(\frac{\eta_{ij}^{\Sigma} v_2}{\sqrt{2}} \right), \quad (3.45)$$

donde $i, j = 1, 2, 3..$. De esta relación se deduce que los elementos que estan fuera de la diagonal de las matrices de Yukawa en el espacio de masa η_{ij}^{diagN} , odeben la siguiente relación

$$(\eta_{ij}^{diagN}) = -\tan \beta (\xi_{ij}^{diagN}), \quad i \neq j. \quad (3.46)$$

Como habiamos mencionado antes, esta última condición puede ser satisfecha de distintas maneras, por ejemplo en los casos de M2DH-I,II, al imponer una simetría discreta Z_2 uno de las matrices de Yukawa es cero y por lo tanto la matriz de masa y de Yukawa tienen la misma forma. En el caso del M2DH-III, con una textura particular de las matrices de Yukawa, la ecuación (3.46) se satisface por construcción al imponer una textura de dos ceros para las matrices de Yukawa, como estamos sumando matrices con igual dimensión, el segundo término deberá tener la misma estructura que el primero (??). Volvemos a asumir un ansatz jerárquico, el cual considera que la matriz de masa de los neutrinos izquierdos M_D y ambas matrices de Yukawa η_{ij}^N y ξ_{ij}^N tienen la misma forma, es decir la misma jerarquía del sector de Quarks, la cual se conoce como simetría permutacional S_3 .

$$M^D = \begin{pmatrix} 0 & C_v & 0 \\ C_v^* & \tilde{B}_v & B_v \\ 0 & B_v^* & A_v \end{pmatrix} = \frac{v \cos \beta}{\sqrt{2}} \left[\begin{pmatrix} 0 & C_1^v & 0 \\ C_1^{v*} & \tilde{B}_1^v & B_1^v \\ 0 & B_1^{v*} & A_1^v \end{pmatrix} + \tan \beta \begin{pmatrix} 0 & C_2^v & 0 \\ C_2^{v*} & \tilde{B}_2^v & B_2^v \\ 0 & B_2^{v*} & A_2^v \end{pmatrix} \right], \quad (3.47)$$

observamos la similitud con la ecuación (3.45). Para la aplicación del MSS-I+III, también asumimos que la matriz $M_{\nu R}$ de los neutrinos de Majorana derechos tienen la misma estructura y parametrizar estas matrices en términos de las masas de los neutrinos pesados estériles.

Tenemos que los elementos de la matriz U_{PMNS}^{th} , mediante los invariantes y una matriz con cuatro ceros de textura despues de haber implementado la simetría S_3 son:

$$\begin{aligned} U_{e1}^{th} &= \sqrt{\frac{\tilde{m}_\mu \tilde{m}_{\nu_2} \kappa_{m_e} \kappa_{m_{\nu_1}}}{G_{m_e} G_{\nu_1}}} \\ &+ \sqrt{\frac{\tilde{m}_e \tilde{m}_{\nu_1}}{G_{m_e} G_{\nu_1}}} \left(\sqrt{(1-\rho_l)(1-\rho_\nu)} \kappa_{m_e} \kappa_{m_{\nu_1}} e^{i\rho_1} + \sqrt{\rho_l \rho_\nu} \kappa_{m_\mu} \kappa_{m_{\nu_2}} e^{i\eta_2} \right), \\ U_{e2}^{th} &= -\sqrt{\frac{\tilde{m}_\mu \tilde{m}_{\nu_2} \kappa_{m_e} \kappa_{m_{\nu_2}}}{G_{m_e} G_{\nu_2}}} \\ &+ \sqrt{\frac{\tilde{m}_e \tilde{m}_{\nu_2}}{G_{m_e} G_{\nu_2}}} \left(\sqrt{(1-\rho_l)(1-\rho_\nu)} \kappa_{m_e} \kappa_{m_{\nu_2}} e^{i\eta_1} + \sqrt{\rho_l \rho_\nu} \kappa_{m_\mu} \kappa_{m_{\nu_1}} e^{i\eta_2} \right), \end{aligned}$$

3 Matrices de masa y mezcla de neutrinos en el M2DH-III con MSS-I+III

$$\begin{aligned}
U_{e3}^{th} &= \sqrt{\frac{\tilde{m}_\mu \tilde{m}_{\nu_1} \tilde{m}_{\nu_2} \rho_\nu \kappa_{m_e}}{G_{m_e} G_{\nu_3}}} \\
&+ \sqrt{\frac{\tilde{m}_e}{G_{m_e} G_{\nu_3}}} \left(\sqrt{\rho_\nu (1 - \rho_l) (1 - \rho_\nu) \kappa_{m_e}} e^{i\eta_1} - \sqrt{\rho_l \kappa_{m_\mu} \kappa_{m_{\nu_1}} \kappa_{m_{\nu_2}}} e^{i\eta_2} \right), \\
U_{\mu 1}^{th} &= -\sqrt{\frac{\tilde{m}_e \tilde{m}_{\nu_2} \kappa_{m_\mu} \kappa_{m_{\nu_1}}}{G_{m_\mu} G_{\nu_1}}} \\
&+ \sqrt{\frac{\tilde{m}_\mu \tilde{m}_{\nu_1}}{G_{m_\mu} G_{\nu_1}}} \left(\sqrt{(1 - \rho_l) (1 - \rho_\nu) \kappa_{m_\mu} \kappa_{\nu_1}} e^{i\eta_1} + \sqrt{\rho_l \rho_\nu \kappa_{m_e} \kappa_{m_{\nu_2}}} e^{i\eta_2} \right), \\
U_{\mu 2}^{th} &= \sqrt{\frac{\tilde{m}_e \tilde{m}_{\nu_1} \kappa_{m_\mu} \kappa_{m_{\nu_2}}}{G_{m_\mu} G_{\nu_2}}} \\
&+ \sqrt{\frac{\tilde{m}_\mu \tilde{m}_{\nu_2}}{G_{m_\mu} G_{\nu_2}}} \left(\sqrt{(1 - \rho_l) (1 - \rho_\nu) \kappa_{m_\mu} \kappa_{\nu_2}} e^{i\eta_1} + \sqrt{\rho_l \rho_\nu \kappa_{m_e} \kappa_{m_{\nu_1}}} e^{i\eta_2} \right), \\
U_{\mu 3}^{th} &= -\sqrt{\frac{\tilde{m}_e \tilde{m}_{\nu_1} \tilde{m}_{\nu_2} \rho_\nu \kappa_{m_\mu}}{G_{m_\mu} G_{\nu_3}}} \\
&+ \sqrt{\frac{\tilde{m}_\mu}{G_{m_\mu} G_{\nu_3}}} \left(\sqrt{\rho_\nu (1 - \rho_l) (1 - \rho_\nu) \kappa_{m_\mu}} e^{i\eta_1} - \sqrt{\rho_l \kappa_{m_e} \kappa_{m_{\nu_1}} \kappa_{m_{\nu_2}}} e^{i\eta_2} \right), \\
U_{\tau 1}^{th} &= \sqrt{\frac{\tilde{m}_e \tilde{m}_\mu \tilde{m}_{\nu_2} \rho_l \kappa_{m_{\nu_1}}}{G_{m_\tau} G_{\nu_1}}} \\
&+ \sqrt{\frac{\tilde{m}_{\nu_1}}{G_{m_\tau} G_{\nu_1}}} \left(\sqrt{\rho_l (1 - \rho_l) (1 - \rho_\nu) \kappa_{m_{\nu_1}}} e^{i\eta_1} - \sqrt{\rho_\nu \kappa_{m_e} \kappa_{m_\mu} \kappa_{m_{\nu_2}}} e^{i\eta_2} \right), \\
U_{\tau 2}^{th} &= -\sqrt{\frac{\tilde{m}_e \tilde{m}_\mu \tilde{m}_{\nu_1} \rho_l \kappa_{m_{\nu_2}}}{G_{m_\tau} G_{\nu_2}}} \\
&+ \sqrt{\frac{\tilde{m}_{\nu_2}}{G_{m_\tau} G_{\nu_2}}} \left(\sqrt{\rho_l (1 - \rho_l) (1 - \rho_\nu) \kappa_{m_{\nu_2}}} e^{i\eta_1} - \sqrt{\rho_\nu \kappa_{m_e} \kappa_{m_\mu} \kappa_{m_{\nu_1}}} e^{i\eta_2} \right), \\
U_{\tau 3}^{th} &= \sqrt{\frac{\tilde{m}_e \tilde{m}_\mu \tilde{m}_{\nu_1} \tilde{m}_{\nu_2} \rho_l \rho_\nu}{G_{m_\tau} G_{\nu_3}}} + \sqrt{\frac{\rho_l \rho_\nu (1 - \rho_l) (1 - \rho_\nu)}{G_{m_\tau} G_{\nu_3}}} e^{i\eta_1} \sqrt{\frac{\kappa_{m_e} \kappa_{m_\mu} \kappa_{m_{\nu_1}} \kappa_{m_{\nu_2}}}{G_{m_\tau} G_{\nu_3}}} e^{i\eta_2}.
\end{aligned} \tag{3.48}$$

En estas expresiones las \tilde{m}' s son

$$\tilde{m}_{\nu_1(e)} = \frac{m_{\nu_1(e)}}{m_{\nu_3(\tau)}}, \quad \tilde{m}_{\nu_2(\mu)} = \frac{m_{\nu_2(\mu)}}{m_{\nu_3(\tau)}}, \tag{3.49}$$

las κ' s y las G' s están definidas como sigue:

$$\kappa_{m_{\nu_1(e)}} = (1 - \rho_{V(l)} - \tilde{m}_{\nu_1(e)}), \quad (3.50)$$

$$\kappa_{m_{\nu_2(\mu)}} = (1 - \rho_{V(l)} + \tilde{m}_{\nu_2(\mu)}), \quad (3.51)$$

$$G_{m_{\nu_1(e)}} = (1 - \rho_{l(l)})(1 + \tilde{m}_{\nu_1(e)})(\tilde{m}_{\nu_1(e)} + \tilde{m}_{\nu_2(\mu)}), \quad (3.52)$$

$$G_{m_{\nu_1(\mu)}} = (1 - \rho_{V(l)})(1 + \tilde{m}_{\nu_2(\mu)})(\tilde{m}_{\nu_1(e)} + \tilde{m}_{\nu_2(\mu)}), \quad (3.53)$$

$$G_{m_{\nu_3(\tau)}} = (1 - \rho_{V(l)})(1 + \tilde{m}_{\nu_1(e)})(1 + \tilde{m}_{\nu_2(\mu)}), \quad (3.54)$$

3.5. Implementación del método de verosimilitud

Para validar nuestra hipótesis de representar a todas las matrices de masa de los fermiones a través de una matriz con dos ceros de textura, se realizó un análisis de verosimilitud mediante un ajuste χ^2 , el cual se define como:

$$\begin{aligned} \chi^2 &= \chi^2(m_{\nu_3}, \rho_l, \rho_V, \Phi_1, \Phi_2) \\ &= \frac{(\sin^2 \theta_{12}^{exp} - \sin^2 \theta_{12}^{th})^2}{\sigma_{\theta_{12}}^2} + \frac{(\sin^2 \theta_{13}^{exp} - \sin^2 \theta_{13}^{th})^2}{\sigma_{\theta_{13}}^2} + \frac{(\sin^2 \theta_{23}^{exp} - \sin^2 \theta_{23}^{th})^2}{\sigma_{\theta_{23}}^2}. \end{aligned} \quad (3.55)$$

Así, los ángulos de mezcla están relacionados con las magnitudes de las entradas de la matriz de mezclas de los leptones U_{PMNS} a través de las relaciones unitarias:

$$\sin^2 \theta_{12}^{th} = \frac{|U_{e2}|^2}{1 - |U_{e3}|^2}, \quad \sin^2 \theta_{23}^{th} = \frac{|U_{\mu 3}|^2}{1 - |U_{e3}|^2}, \quad \sin^2 \theta_{13}^{th} = |U_{e3}|^2. \quad (3.56)$$

El cálculo de χ^2 se realizó utilizando los siguientes valores para las masas de los leptones cargados [171]:

$$\begin{aligned} m_e &= 0,5109989461 \pm 0,0000000031 \text{ MeV}, \\ m_\mu &= 105,6583745 \pm 0,0000024 \text{ MeV}, \\ m_\tau &= 1776,86 \pm 0,12 \text{ MeV}. \end{aligned} \quad (3.57)$$

Tomamos para las masas de los neutrinos izquierdos de Majorana una jerarquía normal. Esto permite escribir las razones de masas de los neutrinos izquierdos en términos de las diferencias de los cuadrados de las masas, y la masa del neutrino m_{ν_3} en la siguiente forma

$$\tilde{m}_{\nu_1} = \sqrt{1 - \frac{\Delta m_{31}^2}{m_{\nu_3}^2}}, \quad \tilde{m}_{\nu_2} = \sqrt{1 - \frac{(\Delta m_{31}^2 - \Delta m_{21}^2)}{m_{\nu_3}^2}}. \quad (3.58)$$

Las diferencias de los cuadrados de las masas del neutrino se obtuvieron de los datos experimentales de las oscilaciones de neutrinos [171], mientras que la masa m_{ν_3} se deja

3 Matrices de masa y mezcla de neutrinos en el M2DH-III con MSS-I+III

como parámetro libre del ajuste χ^2 . Además, los parámetros ρ_l, ρ_ν, Φ_1 y Φ_2 también se dejaron como parámetros libres. Por lo tanto, se tienen cinco parámetros libres es decir cuatro grados de libertad

$$\chi^2(m_{\nu 3}, \rho_l, \rho_\nu, \Phi_1, \Phi_2). \quad (3.59)$$

De los mejores valores obtenidos para $m_{\nu 3}$ y de los valores experimentales de Δm_{13}^2 y Δm_{21}^2 , se obtienen los siguientes mejores valores para las masas de los neutrinos, a un 90% C.L en eV:

$$\begin{aligned} m_{\nu 3} &= 0,0501849_{-0,00490759}^{+0,00141960}, & m_{\nu 2} &= 0,00831433_{-0,00061587}^{+0,00173177}, \\ m_{\nu 1} &= 0,00377429_{-0,0007}^{+0,0007}. \end{aligned} \quad (3.60)$$

Los mejores valores resultantes de los parámetros ρ_l y ρ_ν son:

$$\rho_l = 0,0991847_{-0,0104336}^{+0,089000}, \quad \rho_\nu = 0,295867_{-0,0950}^{+0,0950}, \quad (3.61)$$

y los mejores valores de las fases de violación de CP de Dirac son

$$\Phi_1 = 284,808_{-35,221}^{+35,221}, \quad \Phi_2 = 26,77_{-13,4439}^{+13,4439}. \quad (3.62)$$

Usando los valores estimados anteriormente, se encuentra que los valores de las entradas de la matriz de mezcla U_{PMNS} , a un 90% C.L, son

$$\left| U_{PMNS}^{th} \right| = \begin{pmatrix} 0,8204_{-0,010}^{+0,008} & 0,5616_{-0,014}^{+0,012} & 0,1181_{-0,011}^{+0,017} \\ 0,3748_{-0,031}^{+0,018} & 0,6280_{-0,010}^{+0,019} & 0,6819_{-0,025}^{+0,025} \\ 0,4345_{-0,020}^{+0,024} & 0,5388_{-0,024}^{+0,022} & 0,7216_{-0,027}^{+0,024} \end{pmatrix}. \quad (3.63)$$

3.6. Ángulos de mezcla en M2DH-III con MSS-I+III

Para el caso de la mezcla de tres neutrinos existirán 3 invariantes de refasamiento [169] asociados con las tres fases de violación de CP presentes en la matriz U_{PMNS} . El invariante de refasamiento relacionado con la fase de Dirac, análogo a el invariante de Jarlskog en el sector de los quarks, viene dado por [182–184]

$$J_l \equiv \Im m \left[U_{e1}^* U_{\mu 3}^* U_{e3} U_{\mu 1} \right]. \quad (3.64)$$

El invariante de refasamiento J_l es una cantidad observable directamente y tiene control sobre la magnitud de los efectos de la violación CP en las oscilaciones de neutrinos. Los otros dos invariantes de refasamiento asociados con las dos fases de Majorana en la matriz U_{PMNS} se pueden elegir como:

$$S_1 \equiv \Im m [U_{e1}^* U_{e3}^*], \quad S_2 \equiv \Im m [U_{e2}^* U_{e3}^*], \quad (3.65)$$

Los invariantes de refasamiento no están definidos de forma única, pero los que se trabajan en esta tesis son relevantes para la definición de la masas efectiva de los neutrinos de

3.7 Masas efectivas de neutrinos de Majorana en M2DH-III con MSS-I+III

Majorana, m_{ee} en el decaimiento doble beta sin neutrinos.

El valor del invariante de refasamiento relacionado con la fase de Dirac, teniendo en cuenta las entradas de la matriz de mezcla es

$$J_l^{th} = (1,2 - 2,4) \times 10^{-2}. \quad (3.66)$$

Maximizaremos los invariantes de refasamiento S_1 y S_2 , para obtener un valor numérico para las fases de Majorana β_1 y β_2 , debido a la ausencia de información experimental sobre las fases de Majorana β_1 y β_2 ya que no pueden ser determinados de los valores experimentales. Estos toman los siguientes valores

$$S_1 = -5,2 \times 10^{-2}, \quad S_2 = 3,1 \times 10^{-2}, \quad (3.67)$$

con $\beta_1 = -1,2$ y $\beta_2 = 79$. Así, los ángulos de mezcla están relacionados con las magnitudes de las entradas de la matriz de mezclas de leptones U_{PMNS} a través de las relaciones (3.55). Ahora, las expresiones teóricas para los ángulos de mezcla como función de las razones de masa de los leptones cargados y los neutrinos, son obtenidas de las ecuaciones (3.55) cuando las expresiones para las magnitudes de los elementos de la matriz U_{PMNS} , dadas en las entradas de la matriz de mezcla, son substituidas por $|U_{ij}|$ en el lado derecho de las ecuaciones (3.55), manteniendo sólo los términos de orden dominante que anula la presencia de fases de violación, se obtiene las siguientes aproximaciones sin fases de Majorana como ocurre en otras parametrizaciones [185]:

$$\sin^2 \theta_{12}^{lth} \approx \frac{\gamma_{m_{\nu_2}} \left\{ \frac{\tilde{m}_{\nu_1}}{\tilde{m}_{\nu_2}} + \frac{\tilde{m}_e}{\tilde{m}_\mu} (1 - \zeta_\nu) + 2 \sqrt{\frac{\tilde{m}_{\nu_1}}{\tilde{m}_{\nu_2}} \frac{\tilde{m}_e}{\tilde{m}_\mu} (1 - \zeta_\nu)} \cos \Phi_1 \right\}}{(1 + \tilde{m}_{\nu_2})(1 - \zeta_\nu)(1 + \frac{\tilde{m}_{\nu_1}}{\tilde{m}_{\nu_2}})(1 + \frac{\tilde{m}_e}{\tilde{m}_\mu})}, \quad (3.68)$$

$$\sin^2 \theta_{23}^{lth} \approx \frac{\zeta_\nu + \zeta_e \gamma_{m_{\nu_2}} - \sqrt{\zeta_\nu \zeta_e} \gamma_{m_{\nu_2}} \cos(\Phi_1 - \Phi_2)}{(1 + \frac{\tilde{m}_e}{\tilde{m}_\mu})(1 + \tilde{m}_{\nu_2})}, \quad (3.69)$$

$$\sin^2 \theta_{23}^{lth} \approx \frac{\zeta_\nu \left\{ \frac{\tilde{m}_e}{\tilde{m}_\mu} + \frac{\tilde{m}_{\nu_1} \tilde{m}_{\nu_2}}{(1 - \zeta_\nu)} - 2 \sqrt{\frac{\tilde{m}_e}{\tilde{m}_\mu} \frac{\tilde{m}_{\nu_1} \tilde{m}_{\nu_2}}{(1 - \zeta_\nu)}} \cos \Phi_1 \right\}}{(1 + \frac{\tilde{m}_e}{\tilde{m}_\mu})(1 + \tilde{m}_{\nu_2})}. \quad (3.70)$$

Por consiguiente los valores numéricos para los ángulos de mezcla, son los siguientes

$$\theta_{12}^{lth} = (33,40_{-0,99}^{+0,75}), \quad \theta_{23}^{lth} = (44,50_{-2,17}^{+1,93}), \quad \theta_{13}^{lth} = (6,50_{-0,68}^{+0,90}). \quad (3.71)$$

3.7. Masas efectivas de neutrinos de Majorana en M2DH-III con MSS-I+III

Las masa efectiva de los neutrinos de Majorana en general está definida como [186]

$$m_{ll} \equiv \sum_{j=1}^3 m_{\nu j} U_{lj}^2, \quad l = e, \mu, \tau, \quad (3.72)$$

3 Matrices de masa y mezcla de neutrinos en el M2DH-III con MSS-I+III

donde $m_{\nu j}$ son las masas de los neutrinos de Majorana y U_{lj} son los elementos de la matriz de mezclas leptónica U_{PMNS} .

Se obtiene que el cuadrado de las magnitudes de masa efectivas de los neutrinos de Majorana son

$$(m_{ll})^2 = \sum_{j=1}^3 m_{\nu j}^2 |U_{lj}|^4 + 2 \sum_{j<k}^3 m_{\nu j} m_{\nu k} |U_{lj}|^2 |U_{lk}|^2 \cos 2(\omega_{lj} - \omega_{lk}), \quad (3.73)$$

donde

$$\omega_{lj} = \arg \{U_{lj}\} = \arctan \left\{ \frac{\Im m U_{lj}}{\Re m U_{lj}} \right\}, \quad (3.74)$$

de tal forma que este término contiene ambas fases de violación de CP, la de Dirac y la de Majorana.

Las expresiones teóricas para el cuadrado de la magnitud de las masas efectiva de Majorana de los neutrinos electrónico y muónico, escritas en términos de las razones de masa de los leptones son

$$\begin{aligned} (m_{ee})^2 \approx & \frac{1}{\left(1 + \frac{\tilde{m}_e}{\tilde{m}_\mu}\right)^2 \left(1 + \frac{\tilde{m}_{\nu 1}}{\tilde{m}_{\nu 2}}\right)^2} \left\{ m_{\nu 1}^2 \left(1 - 4 \sqrt{\frac{\tilde{m}_e}{\tilde{m}_\mu} \frac{\tilde{m}_{\nu 1}}{\tilde{m}_{\nu 2}}} (1 - \zeta_\nu)\right) \right. \\ & + \frac{\tilde{m}_{\nu 2} \gamma_{\tilde{m}_{\nu 2}}^2}{(1 + \tilde{m}_{\nu 2})^2 (1 - \zeta_\nu)^2} \frac{\tilde{m}_{\nu 1}}{\tilde{m}_{\nu 2}} \left(\frac{\tilde{m}_{\nu 1}}{\tilde{m}_{\nu 2}} + 4 \sqrt{\frac{\tilde{m}_e}{\tilde{m}_\mu} \frac{\tilde{m}_{\nu 1}}{\tilde{m}_{\nu 2}}} (1 - \zeta_\nu) + 6 \frac{\tilde{m}_e}{\tilde{m}_\mu} (1 - \zeta_\nu) \right) \\ & + 2 \frac{\tilde{m}_{\nu 1} \tilde{m}_{\nu 3} \zeta_\nu}{(1 + \tilde{m}_{\nu 2})} \left(1 + \frac{\tilde{m}_{\nu 1}}{\tilde{m}_{\nu 2}}\right) \left(\sqrt{\frac{\tilde{m}_{\nu 1} \tilde{m}_{\nu 2}}{(1 - \zeta_\nu)}} - \sqrt{\frac{\tilde{m}_e}{\tilde{m}_\mu}} \right)^2 \cos 2(w_{e1} - w_{e3}) \\ & + 2 \frac{\tilde{m}_{\nu 1} \tilde{m}_{\nu 2} \gamma_{\tilde{m}_{\nu 2}}}{(1 + \tilde{m}_{\nu 2})(1 - \zeta_\nu)} \left(\frac{\tilde{m}_{\nu 1}}{\tilde{m}_{\nu 2}} + 2 \left(1 - \frac{\tilde{m}_{\nu 1}}{\tilde{m}_{\nu 2}}\right) \sqrt{\frac{\tilde{m}_{\nu 1}}{\tilde{m}_{\nu 2}} \frac{\tilde{m}_e}{\tilde{m}_\mu}} (1 - \zeta_\nu) \right) \cos 2(w_{e1} - w_{e2}) \\ & + 2 \frac{\tilde{m}_{\nu 2} \tilde{m}_{\nu 3} \gamma_{\tilde{m}_{\nu 2}} \zeta_\nu}{(1 + \tilde{m}_{\nu 2})^2 (1 - \zeta_\nu)^2} \left(1 + \frac{\tilde{m}_{\nu 1}}{\tilde{m}_{\nu 2}}\right) \left(2 \tilde{m}_{\nu 1} \tilde{m}_{\nu 2} + \sqrt{\frac{\tilde{m}_{\nu 1}}{\tilde{m}_{\nu 2}} \frac{\tilde{m}_e}{\tilde{m}_\mu}} (1 - \zeta_\nu) \right) \\ & \left. \cos 2(w_{e1} - w_{e3}) \right\}, \quad (3.75) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (m_{\mu\mu})^2 &\approx \frac{1}{\left(1 + \frac{\tilde{m}_e}{\tilde{m}_\mu}\right)^2 \left(1 + \frac{\tilde{m}_{\nu_1}}{\tilde{m}_{\nu_2}}\right)^2 (1 + \tilde{m}_{\nu_2})} \left\{ \frac{m_{\nu_3}^2}{(1 + \tilde{m}_{\nu_2})} \left(1 + \frac{\tilde{m}_{\nu_1}}{\tilde{m}_{\nu_2}}\right)^2 (\zeta_\nu + 2\zeta_e \gamma_{m_{\nu_2}}) \right. \\
 &+ \frac{\tilde{m}_{\nu_2}}{(1 + \tilde{m}_{\nu_2})^2 (1 - \zeta_\nu)^2} \left(1 - \zeta_\nu - 4\sqrt{\frac{\tilde{m}_e \tilde{m}_{\nu_1}}{\tilde{m}_\mu \tilde{m}_{\nu_2}} (1 - \zeta_\nu)} + 6\frac{\tilde{m}_e \tilde{m}_{\nu_1}}{\tilde{m}_\mu \tilde{m}_{\nu_2}}\right) \\
 &+ 2\tilde{m}_{\nu_1} \tilde{m}_{\nu_2} \gamma_{m_{\nu_2}} \left(\frac{\tilde{m}_{\nu_1}}{\tilde{m}_{\nu_2}} (1 - \zeta_\nu) + 2\sqrt{\frac{\tilde{m}_e \tilde{m}_{\nu_1}}{\tilde{m}_\mu \tilde{m}_{\nu_2}} (1 - \zeta_\nu)} \left(1 - \frac{\tilde{m}_{\nu_1}}{\tilde{m}_{\nu_2}}\right)\right) \\
 &\cos 2(w_{\mu 1} - w_{\mu 2}) + 2\tilde{m}_{\nu_1} \tilde{m}_{\nu_3} \left(1 + \frac{\tilde{m}_{\nu_1}}{\tilde{m}_{\nu_2}}\right) \\
 &\left(2\zeta_\nu \sqrt{\frac{\tilde{m}_e \tilde{m}_{\nu_1}}{\tilde{m}_\mu \tilde{m}_{\nu_2}} (1 - \zeta_\nu)} + \frac{\tilde{m}_{\nu_1}}{\tilde{m}_{\nu_2}} (1 + \zeta_\nu) (\zeta_\nu + \zeta_e \gamma_{m_{\nu_2}})\right) \\
 &\times \cos 2(w_{\mu 1} - w_{\mu 3}) + 2\frac{\tilde{m}_{\nu_2} \tilde{m}_{\nu_3} \gamma_{m_{\nu_2}}}{(1 + \tilde{m}_{\nu_2})(1 - \zeta_\nu)} \left(1 + \frac{\tilde{m}_{\nu_1}}{\tilde{m}_{\nu_2}}\right) \\
 &\left. \left((1 - \zeta_\nu) (\zeta_\nu + \zeta_e \gamma_{m_{\nu_2}}) - 2\zeta_\nu \sqrt{\frac{\tilde{m}_{\nu_1} \tilde{m}_e}{\tilde{m}_{\nu_2} \tilde{m}_\mu} (1 - \zeta_\nu)} \right) \cos 2(w_{\mu 2} - w_{\mu 3}) \right\} \quad (3.76)
 \end{aligned}$$

A partir de la expresión (3.75), considerando solamente el orden dominante y haciendo uso de los valores de los parámetros que fueron estimados previamente, se obtiene que la masa efectiva m_{ee} , que interviene por ejemplo en el decaimiento doble beta sin neutrino y que no depende de la fase de Majorana (como ocurre con otras parametrizaciones [185]), esta dada por

$$m_{ee} \approx 4,1 \times 10^{-3} \text{eV}. \quad (3.77)$$

Por otra parte, a partir de la expresión (3.76), considerando solamente el orden dominante y haciendo uso de los valores de los parámetros que fueron estimados previamente, se obtiene que la masa efectiva $m_{\mu\mu}$, que interviene en decaimientos semileptonicos del hyperon [186], esta dada por

$$m_{\mu\mu} \approx 2,9 \times 10^{-2} \text{eV}. \quad (3.78)$$

Los valores numéricos estimados para m_{ee} y $m_{\mu\mu}$ son consistentes con los límites determinados inicialmente por [117, 187] y más recientemente por [188–192]. Estos resultados de las masas de los neutrinos son de gran importancia para los experimentos del decaimiento doble beta sin neutrinos $2\beta 0\nu$.

3.7.1. Decaimiento doble beta sin neutrinos

Dado que las oscilaciones de neutrinos no proporcionan información acerca de la escala de masa absoluta y sobre la naturaleza de los neutrinos [193], una forma directa de revelar la naturaleza de los neutrinos es considerar los procesos en los que el número total de leptones no se conserva [186], como lo es el $2\beta 0\nu$, que permite determinar la naturaleza de los neutrinos.

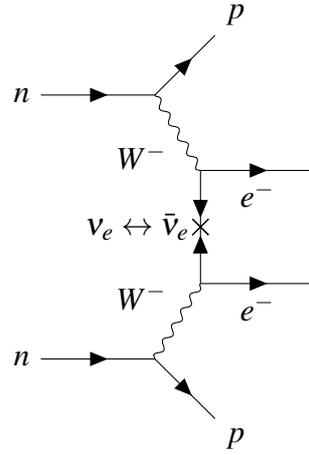


Figura 1: Diagrama de Feynman del decaimiento doble beta sin neutrinos.

La desintegración $2\beta 0\nu$ [194], aún no ha sido observado excepto por la colaboración Heidelberg-Moscow [187]. Este decaimiento sido investigado por diferentes laboratorios [187, 195–197] los cuales han llegado a poner limite a la masa efectiva de Majorana m_{ee} , debido a que la amplitud de la desintegración es proporcional a esta cantidad. La existencia de estos permitirá dilucidar si los neutrinos son partículas de Dirac o de Majorana. Además la vida media de esta desintegración nos permitiría medir la masa de los neutrinos de forma directa, ya que no conocemos la masa exacta del neutrino y una medición de la vida media de doble desintegración beta sin neutrinos nos permitiría medir la masa del neutrino. Incluso si no vemos la doble desintegración beta sin neutrinos, un límite en la vida media pone un límite en la masa de neutrinos.

En el $2\beta 0\nu$, un núcleo (A, z) se desintegra en otro por la emisión de dos electrones, cuyo modo de desintegración es $(A, Z) \rightarrow (A, Z + 2) + 2e^-$. La observación de este proceso establecería que los neutrinos son partículas de Majorana y que el número total de leptones no es una simetría en la naturaleza [198], ya que requiere la aniquilación mutua de dos antineutrinos, proceso posible solo si el antineutrino es su propia antipartícula. La violación del número de leptones es inmediata, ya que el estado final contiene dos leptones, mientras que el estado inicial no contiene ninguno. En la versión más simple de este proceso donde el propagador de la línea de fermiones en la Figura 1, es un propagador Majorana que contiene una matriz de conjugación de carga C [199], que por la condición de Majorana $v_i^c = C(\bar{v}_i)^T = e^{i\phi_i} v_i$, por consiguiente en esta línea tenemos $m_i e^{i\phi_i}$. La amplitud de la desintegración es proporcional a cantidad llamada masa efectiva m_{ee} [200–202].

Esta masa se puede parametrizar de la siguiente manera: Si hay tres estados propios de masa de neutrinos activos $\nu_{1,2,3}$, uno obtiene la siguiente amplitud de probabilidad [202]

$$A_{ee} \approx \sum_{i=1}^3 P_L U_{ei} e^{i\phi_i} \frac{\not{p} + m_i}{p^2 - m_i^2} U_{ei} P_L. \quad (3.79)$$

Hay que tener en cuenta que, debido a la naturaleza Majorana de los neutrinos intercambiados, los dos vértices son indistinguibles, es decir, la amplitud debe ser proporcional a U_{ei}^2 . Para llegar a la masa efectiva, se necesita: primero reescribir el término $P_L(\not{p} + m_i)P_L = m_i P_L$ y segundo dado que la transferencia del impulso nuclear promedio es mucho mayor que la masa de los neutrinos $\sqrt{\langle p^2 \rangle} = \mathcal{O}(100 \text{ Mev}) \gg m_i$ se puede desprestigiar el término m_i^2 en el denominador de (3.79). Por lo tanto,

$$A_{ee} \approx \sum_{i=1}^3 U_{ei} e^{i\phi_i} m_i \equiv m_{ee}. \quad (3.80)$$

con m_{ee} las masas que calculamos en la sección anterior (3.77) y (3.78).

Entonces, si los neutrinos son fermiones de Majorana, este hecho tendría profundas implicaciones en la física de partículas y en la cosmología, dado que esto implicaría la existencia de una nueva escala de física cuyo rango es inversamente proporcional a las masas de los neutrinos. La existencia de esta nueva escala proporciona la explicación más simple de por qué las masas de los neutrinos son mucho más ligeras que la de los fermiones cargados. Lo anterior podría tener profundas implicaciones en nuestra comprensión del mecanismo de ruptura de la simetría electrodébil, el origen de la masa y el problema del sabor [203]. Además, la existencia de neutrinos Majorana implicaría que el número de leptones no es un número cuántico conservado, lo que podría traer consecuencias en la explicación del origen de la asimetría materia-antimateria observada en el Universo. La nueva física relacionada con masas de neutrinos de Majorana, puede traer profundas implicaciones en leptogénesis [204–206].

Otros procesos que se pueden usar para tratar de encontrar la naturaleza de los neutrinos son los decaimientos semileptónicos del hyperon, $\Delta L = 2$ [186, 207]. Hasta ahora, se ha prestado poca atención a estos decaimientos porque la búsqueda en la desintegración doble beta sin neutrinos es mucho más sensible a los efectos de los neutrinos de Majorana.

3.7.2. Implicación en leptogénesis

Es bien sabido que el mecanismo de la leptogénesis proporciona una posibilidad natural de explicar la asimetría materia-antimateria observada en el universo. Como consecuencia de la implementación del MSS I+III, observamos que el segundo término en (??) es más pequeño que el primer término, que tiende a cero, lo que lleva al MSS I. Por esta razón, podemos analizar el proceso de leptogénesis a través de las desintegraciones que violan el número de leptónico, que violan CP y que están fuera de equilibrio. La asimetría que viola el CP entre $N_i \rightarrow l_\alpha + H$ y $N_i \rightarrow \bar{l}_\alpha + \bar{H}$, esta denotada por $\epsilon_{i\alpha}$ (for $i = 1, 2, 3$ y $\alpha = e, \mu, \tau$), y esta dado por [?, ?]

$$\begin{aligned} \epsilon_{i\alpha} &\equiv \frac{\Gamma(N_i \rightarrow l_\alpha + H) - \Gamma(N_i \rightarrow \bar{l}_\alpha + \bar{H})}{\Gamma(N_i \rightarrow l_\alpha + H) + \Gamma(N_i \rightarrow \bar{l}_\alpha + \bar{H})} \\ &= \frac{1}{8\pi v^2 (M_D^\dagger M_D)_{ij}} \sum_{j \neq i} \left\{ \text{Im} \left[(M_D^*)_{\alpha i} (M_D)_{\alpha j} (M_D^\dagger M_D)_{ij} \right] \mathcal{F} \left(\frac{M_j^2}{M_i^2} \right) \right. \\ &\quad \left. + \text{Im} \left[(M_D^*)_{\alpha i} (M_D)_{\alpha j} (M_D^\dagger M_D)_{ij}^* \right] \mathcal{G} \left(\frac{M_j^2}{M_i^2} \right) \right\}, \end{aligned} \quad (3.81)$$

donde las funciones a un loop [?, ?]

$$\mathcal{F}(x) = \sqrt{x} \{ (2-x)/(1-x) + (1+x) \ln[x/(1+x)] \} \quad (3.82)$$

y $\mathcal{G}(x) = 1/(1-x)$ han sido introducidas [?]. Si todas las interacciones en leptogénesis fueran ciegas respecto a los sabores de leptones, entonces solo la asimetría total que viola

3 Matrices de masa y mezcla de neutrinos en el M2DH-III con MSS-I+III

CP ε_i debería ser reelevante [?]

$$\varepsilon_i = \sum_{\alpha} \varepsilon_{i\alpha} = \frac{1}{8\pi (M_D^\dagger M_D)_{ii}} \sum_{j \neq i} \text{Im} \left[(M_D^\dagger M_D)_{ij}^2 \right] \mathcal{F} \left(\frac{M_j^2}{M_i^2} \right) \quad (3.83)$$

Aquí, la matriz $(M_D^\dagger M_D)$ no depende de la matriz U_{PMNS} [?]. Debido a que la asimetría predominante es generada por el decaimiento del N_1 , y considerando la jerarquía de masas $M_\Phi^2 \ll M_1^2 \ll M_2^2 \ll M_3^2$, la asimetría ε_1 puede ser simplificada como sigue en la literatura [?], lo que significa que en el contexto del 2HDM-III tenemos

$$|\varepsilon_1| \leq \frac{3}{15\pi} \frac{M_{R1} m_{\nu 3}}{v_2^2} \quad (3.84)$$

Así, dadas las masas de tres neutrinos pesados de Majorana M_R y las masas de los neutrinos ligeros (??), es posible determinar $\varepsilon_{i\alpha}$ y ε_i (for $i = 1, 2, 3$ and $\alpha = e, \mu, \tau$) para realizar el mecanismo de leptogénesis con sabor o sin sabor. Por ejemplo, para una asimetría máxima $\varepsilon_{max}^1 \sim -6,0 \times 10^{-7}$ and $v_2 \sim 1$ GeV para el parámetro de decaimiento K como se muestra en [?], obtenemos para M_{R1}

$$M_{R1} \sim 6 \times 10^5 \text{ GeV},$$

siendo este valor de masa de un neutrino pesado potencialmente observable en futuros experimentos con neutrinos

4 Escenario 3+3 para la matriz de mezcla de neutrinos en el M2DH-III con MSS-I+III

Antes de realizar el análisis de verosimilitud para el caso del MSS-I+III en el M2DH-III, necesitamos establecer la forma como vamos a conectar nuestras expresiones teóricas con las observables físicas. Como vimos en los capítulos anteriores, la matriz U_{PMNS} es la matriz de mezcla leptónica en las interacciones débiles, de manera general esta matriz unitaria tiene la forma [169]

$$U_0 = U_{PMNS} \equiv U_l^\dagger U_\nu, \quad (4.1)$$

donde U_l y U_ν por separado no son totalmente físicas, y solo su producto $U_{PMNS} \equiv U_l^\dagger U_\nu$ es una descripción física de la mezcla del sabor leptónico y la violación de CP a bajas energías. Al igual que la matriz V_{CKM} para el sector de quarks, la matriz de mezclas leptónica U_{PMNS} puede ser parametrizada en términos de ángulos de rotación y fases asociadas a la violación de CP. Sin embargo, el número de fases no factorizables presentes en la matriz U_{PMNS} depende de si los neutrinos son de Dirac o Majorana [156].

La matriz mezcla leptónica resultante U_{PMNS} , tiene la novedad de que cuatro de los seis parámetros de las oscilaciones de neutrinos están bastante bien determinados por los datos experimentales, los cuales son llamados parámetros de neutrinos atmosféricos ($|\Delta m_{31}^2|, \theta_{23}$) y parámetros de neutrinos solares ($|\Delta m_{21}^2|, \theta_{12}$) [208] [209]. Por otra parte, los parámetros θ_{13} y δ_{CP} han sido medidos recientemente con una mejor precisión, sin embargo el signo de Δm_{31} aún es desconocido [208] [209]. La estructura de la matriz es la siguiente [?]

$$U_0 = \begin{pmatrix} c_{12}c_{13} & s_{12}c_{13} & s_{13}e^{i\delta} \\ -s_{12}c_{23} - c_{12}s_{23}s_{13}e^{-i\delta} & c_{12}c_{23} - s_{12}s_{23}s_{13}e^{-i\delta} & s_{23}c_{13} \\ s_{12}s_{23} - c_{12}c_{23}s_{13}e^{-i\delta} & -c_{12}s_{23} - s_{12}c_{23}s_{13}e^{-i\delta} & c_{23}c_{13} \end{pmatrix} \times \begin{bmatrix} e^{-i\alpha_1/2} & 0 & 0 \\ 0 & e^{-i\alpha_1/2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (4.2)$$

con $c_{ij} = \cos \theta_{ij}$, $s_{ij} = \sin \theta_{ij}$. Seis parámetros caracterizan esta matriz U_{PMNS} : tres ángulos de mezcla (θ_{12} , θ_{13} y θ_{23}) y un ángulo de fase CP (δ), la fase de violación CP ha sido observada en muchos experimentos [210] y dos fases más generales (α_1 y α_2) que no afectan en los fenómenos de las oscilaciones de neutrinos [29, 114].

En un primer escenario de tres neutrinos activos existen dos diferencias de masas al cuadrado independientes, Δm_{21}^2 y Δm_{31}^2 , que determinarán la evolución de los neutrinos, mientras que Δm_{23}^2 fácilmente puede ser expresada en términos de las otras dos.

En cada parametrización de U_{PMNS} , aparentemente existen nueve parámetros de fase,

4 Escenario 3+3 para la matriz de mezcla de neutrinos en el M2DH-III con MSS-I+III

algunos de ellos o sus combinaciones pueden ser absorbidos por la redefinición de las fases pertinentes de los campos de los leptones cargados y los neutrinos. Si los neutrinos son partículas de Dirac, U_{PMNS} tendrá sólo una única fase inamovible Φ , asociada con la violación de CP. Sin embargo, si los neutrinos son partículas de Majorana no hay libertad para ordenar las fases relativas de los tres campos de neutrinos de Majorana. Por lo tanto U_{PMNS} , en general, contiene tres fases inamovibles en el caso Majorana (Φ y dos fases de Majorana α). Sin embargo, si se incluye igual cantidad de neutrinos activos y estériles podemos generar la matriz de mezcla Λ más general (6×6) [100] llamado el escenario (3+3), podemos analizar la influencias de estas nuevas mezclas en las masas efectivas de Majorana vía MSS-I+III en el M2DH-III, las cuales son de gran importancia en procesos como el decaimiento $2\beta 0\nu$, decaimientos semileptónicos del hyperon y en leptogénesis.

La matriz 6×6 unitaria puede descomponerse por medio de 6 matrices adicionales y matrices unidad de la siguiente manera como [100]

$$\Lambda = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & W_0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A & R \\ S & B \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (4.3)$$

donde 0 y 1 son las matrices 3×3 cero y la identidad y W_0 y U_0 son matrices 3×3 unitarias y A, B, R y S son matrices 3×3 que satisfacen las siguientes condiciones

$$\begin{aligned} AA^\dagger + RR^\dagger &= BB^\dagger + SS^\dagger = 1, \\ AS^\dagger + RB^\dagger &= A^\dagger R + S^\dagger B = 0, \\ AA^\dagger + SS^\dagger &= B^\dagger B + R^\dagger R = 1. \end{aligned} \quad (4.4)$$

como resultado de la unitariedad de Λ . En el límite de $R = S = 0$, $A = B = 1$ por lo tanto, no existe una correlación entre el sector activo y el sector estéril.

Para esta tesis utilizamos la matriz $U_0 = U_{PMNS}$ generada vía MSS-I+III y las nueve entradas en función de los ángulos de mezcla generadas mediante análisis de verosimilitud, de los cuales se tiene datos experimentales y W_0 la matriz de mezcla para los neutrinos pesados derechos que se contruyó de manera análoga a la de los neutrinos ligeros (**VER ANEXO C y F**). La anterior matriz se obtuvo al considerar la matriz de masa de neutrinos de Dirac hermitiana y la matriz de masa de neutrinos derechos con dos ceros de textura. Esta matriz U_{PMNS} nos permitió encontrar los valores numéricos de los ángulos de mezcla, los cuales son importantes cuando se quiere calcular las masas efectivas de Majorana si se considera los neutrinos ligeros como neutrinos de Majorana, las cuales pueden ser sensibles a estas nuevas fases de violación CP debido a esta parametrización (6×6).

Para la matriz (4.3) generalizada, tendremos $6^2 = 36$ parámetros reales de una matriz unitaria $U(6)$ se reducen a solo $(6-1)^2 = 25$ gracias a la absorción por $2(6) - 1 = 11$ fases; de estos 25 parámetros, $6(6-1)/2 = 15$ son ángulos de mezcla asociados a rotaciones complejas y los restantes $(6-1)(6-2)/2 = 10$ son fases complejas asociadas a la violación de la simetría CP, dentro de las cuales queremos acotar dos δ_{12} y δ_{13} para el escenario (3+3) sin mezcla entre neutrinos estériles y activos.

4.1. Resultados relevantes del M2DH-III con MSS-I+III

El Modelo con Dos Dobletes de Higgs (M2DH) [8, 16] presenta CSCEN y CSCEC a nivel de árbol [9, 147], la mayoría de estos modelos eliminan el CSCEN imponiendo una simetría discreta Z_2 en la cual los fermiones de una determinada carga se acoplan únicamente con uno de los dobletes de Higgs. Los tipos de M2DH más estudiados en la literatura son: el Modelo Tipo I en el cual todos los fermiones se acoplan con el mismo doblete y el Modelo Tipo II en el cual dos quarks con carga $Q = 2/3$ se acoplan con uno de los dobletes y los quarks con carga $Q = -1/3$ junto con los otros leptones con el otro doblete. La adición de la simetría discreta Z_2 permite que ambos dobletes pueden generar las masas para los quarks up y down simultáneamente, este es el llamado modelo on dos dobletes de Higgs tipo III. El M2DH-III puede verse como una extensión del MEE con un doblete de Higgs adicional y tres nuevos acoplamientos de Yukawa en los sectores de quarks y leptones. Los términos de masa para los sectores tipo up o tipo down dependen de dos matrices adimensionales o dos acoplamientos de Yukawa. La rotación de los autovalores gauge de los quarks y los leptones permite diagonalizar una de las matrices pero no ambas simultáneamente, así uno de los acoplamientos de Yukawa permanece no diagonal, generando el CSCN en la densidad lagrangiana de Yukawa.

Debido a que el fenómeno de oscilaciones de neutrinos está relacionado con la existencia de neutrinos muy ligeros y ultrarrelativistas, es decir la existencia de este fenómeno se conecta con el hecho de que los neutrinos tienen una masa muy pequeña, surge inmediatamente la pregunta sobre cuál es el origen de la masa de los neutrinos y en especial en el M2DH-III y sobre cuál es la causa de la pequeñez de su masa. Actualmente, el escenario más aceptado e importante que conduce a la generación de una masa pequeña para los neutrinos es el mecanismo see-saw (MSS), independiente del modelo este está basado en la existencia de un término de masa híbrido Dirac-Majorana. En el MSS, el anterior término implica que los neutrinos activos pueden adquirir masa, siendo partículas de Dirac o de Majorana, además de que la pequeñez de la masa de los neutrinos puede darse si se considera la existencia de una violación del número leptónico a altas energías. El MSS se puede clasificar como de: Tipo I [7, 64–66], Tipo II [67–71] y Tipo III [151]. Cada una de estas clasificaciones incluye extensiones del MEE con una nueva escala de energía más alta que la electrodébil, lo cual permite dar cuenta de la masa ligera de los neutrinos activos.

Estas clasificaciones en la generación de masa, están asociadas con extensiones que incluyen un campo pesado de neutrino de Majorana derecho bajo el grupo gauge del MEE (Tipo I), la introducción de un triplete de Higgs que extiende el sector de Higgs del MEE (Tipo II) o la inclusión de un triplete de fermiones de Majorana derechos pesados con hipercarga cero (Tipo III), así mismo como la aplicación del MSS doble híbrido I+III.

Los diferentes MSS, conducen a una escala de masa que podría estar asociada con una escala de energía muy alta, tal como la de la teoría de gran unificación (GUT) [211], implicando la existencia de nuevas partículas más masivas que las del MEE. La existencia de estas partículas adicionales, después de implementar el MSS, tiene como consecuencia términos de masa de Majorana para los campos de los neutrinos activos, los cuales son inversamente proporcionales a la masa de las partículas pesadas y por lo tanto, las masas para los neutrinos activos resultan ser muy pequeñas.

Utilizando el mecanismo See-Saw Tipo I+III, asumiremos que la matriz de Dirac M_D

4 Escenario 3+3 para la matriz de mezcla de neutrinos en el M2DH-III con MSS-I+III

de neutrinos izquierdos, se relaciona con las constantes de acoplamiento de Yukawa de la siguiente manera y los VEV de los campos de Higgs del M2DH-III:

$$M_{Lig} \approx - \left(\frac{\eta_{ij}^N v_1 + \xi_{ij}^N v_2}{\sqrt{2}} \right)^T M_R^{-1} \left(\frac{\eta_{ij}^N v_1 + \xi_{ij}^N v_2}{\sqrt{2}} \right) - \left(\frac{\eta_{ij}^\Sigma v_2}{\sqrt{2}} \right)^T M_\Sigma^{-1} \left(\frac{\eta_{ij}^\Sigma v_2}{\sqrt{2}} \right),$$

estas matrices de Yukawa pueden ser diagonalizadas a partir de una transformación biunitaria .

$$S_L \eta^N S_R^\dagger, \quad (4.5)$$

$$S_L M_D S_R^\dagger = \left(\frac{\eta_{ij}^{diagN} v_1 + \xi_{ij}^{diagN} v_2}{\sqrt{2}} \right) = \Delta_N, \quad (4.6)$$

con $\Delta_N = \text{diag}(m_{v1}, m_{v2}, m_{v3})$ y $\eta_{ij}^{diagN} = S_L \eta^N S_R^\dagger$. Esta transformación conecta el espacio de sabor y el espacio de masa. Tomando $v^2 = v_1^2 + v_2^2 = (246 \text{ GeV})^2$ y $\tan \beta = v_2/v_1$, tenemos que:

$$(\Delta_N)_{ij} = \frac{v \cos \beta}{\sqrt{2}} \left[(\eta_{ij}^{diagN}) + \tan \beta (\xi_{ij}^{diagN}) \right], \quad (4.7)$$

donde $i, j = 1, 2, 3..$ De esta relación se deduce que los elementos que estan fuera de la diagonal de las matrices de Yukawa en el espacio de masa η_{ij}^{diagN} , odeben la siguiente relación:

$$(\eta_{ij}^{diagN}) = -\tan \beta (\xi_{ij}^{diagN}), \quad i \neq j, \quad (4.8)$$

esta ultima en el M2DH-III se satisface por construcción al imponer una textura de cuatro ceros para las matrices de Yukawa. En nuestro caso asumiremos un ansatz jerárquico, el cual considera que la matriz de masa de los neutrinos izquierdos M_D y ambas matrices de Yukawa η_{ij}^N y ξ_{ij}^N tienen la misma forma.

$$M^D = \begin{pmatrix} 0 & C_v & 0 \\ C_v^* & \tilde{B}_v & B_v \\ 0 & B_v^* & A_v \end{pmatrix} = \frac{v \cos \beta}{\sqrt{2}} \left[\begin{pmatrix} 0 & C_1^v & 0 \\ C_1^{v*} & \tilde{B}_1^v & B_1^v \\ 0 & B_1^{v*} & A_1^v \end{pmatrix} + \tan \beta \begin{pmatrix} 0 & C_2^v & 0 \\ C_2^{v*} & \tilde{B}_2^v & B_2^v \\ 0 & B_2^{v*} & A_2^v \end{pmatrix} \right]. \quad (4.9)$$

Observamos la similitud con la ecuación (3.45). Para la aplicación de el mecanismo See-Saw Tipo I+III, tambien asumimos que la matriz $M_{\nu R}$ de los neutrinos de Majorana derechos tienen la misma estructura. Por otra parte podemos parametrizar estas matrices en términos de las masas de los leptones y las diferencias de masas de neutrinos al cuadrado y otros parámetros de oscilación; Las nueve entradas de la matriz de mezcla leptónica teórica mediante el método de minimización serán las mismas que para el caso dem MSS-I (2.73), las mismas masas de neutrinos (2.88), las mismas entradas de la matriz de mezcla U_{PMNS} (2.91) y los mismos ángulos de mezcla (3.71) debido a la escogencia en particular de los ceros de textura y el uso de la simetría permutacional de sabor S_3 .

4.2. Matriz de mezcla de neutrinos 6×6 en el M2DH-III con MSS-I+III

Utilizamos la parametrización completa de la matriz de mezcla de sabores ya existente [100], la cual está descrita en términos de quince ángulos de rotación y quince ángulos de fase. Mostramos que esta parametrización estándar nos permite describir claramente la influencia de las fases de violación CP de Majorana de algunos problemas en la fenomenología de los neutrinos, como

- (a) Las posibles contribuciones de neutrinos estériles ligeros a la desintegración beta-beta sin neutrinos y la presencia de las fases de violación CP.
- (b) Una reconstrucción de la matriz de masa de neutrinos 6×6 en el MSS-I+III.
- (c) Leptogénesis.

Se esperan neutrinos Majorana pesados en o por encima de la escala TeV en muchos modelos de balancín [5, 6, 64, 66] que no solo pueden interpretar las pequeñas masas de tres neutrinos activos sino también la asimetría cosmológica de materia-antimateria a través del mecanismo de leptogénesis [212].

No importa cuán pequeña o grande sea la escala de masa de los neutrinos estériles, son indetectables a menos que se mezclen con tres neutrinos activos hasta cierto punto. La fuerza de la mezcla de neutrinos activos-estériles se puede describir en términos de ángulos de rotación y ángulos de fase, al igual que la parametrización de la mezcla de sabor de quark 3×3 en el modelo estándar [213].

A continuación utilizamos una parametrización completa del sabor 6×6 mezclando la matriz U en el escenario $(3 + 3)$ con tres neutrinos estériles denotados como $\nu_{R1}, \nu_{R2}, \nu_{R3}$

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \\ \nu_\tau \\ \nu_{R1} \\ \nu_{R2} \\ \nu_{R3} \end{pmatrix} = \Lambda \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \\ \nu_3 \\ \nu_4 \\ \nu_5 \\ \nu_6 \end{pmatrix}, \quad (4.10)$$

denotamos ν_i (para $i = 1, \dots, 6$) los estados propios de masa de neutrinos activos y estériles. Esta parametrización completa, ha estado ausente en la literatura [214], se espera que sea muy útil para el estudio de la fenomenología de los neutrinos a escalas de energía baja y alta. Nos basamos en una forma simple pero novedosa de establecer la conexión entre los neutrinos activos y los estériles en términos de quince ángulos de mezcla y quince fases que violan el CP y las entradas de la matriz de mezcla leptónica para calcular estas fases y explorar los fenómenos físicos donde pueden intervenir estas nuevas fuentes de violación de CP.

4.2.1. Parametrización Estándar

La matriz 6×6 unitaria (4.10) puede descomponerse como (4.3), como resultado de la unitariedad de Λ . En el límite de $R = S = 0$, $A = B = 1$ por lo tanto, no existe una correlación entre el sector activo y el sector estéril. Se parametriza Λ de la siguiente manera [100]

4 Escenario 3+3 para la matriz de mezcla de neutrinos en el M2DH-III con MSS-I+III

$$A = \begin{pmatrix} c_{14}c_{15}c_{16} & 0 & 0 \\ -c_{14}c_{15}\hat{s}_{16}\hat{s}_{26}^* - c_{14}\hat{s}_{15}\hat{s}_{25}^* & c_{24}c_{25}c_{26} & 0 \\ -\hat{s}_{14}\hat{s}_{24}^*c_{25}c_{26} & & \\ -c_{14}c_{15}\hat{s}_{16}c_{26}\hat{s}_{36}^* + c_{14}\hat{s}_{15}\hat{s}_{25}^*\hat{s}_{26}\hat{s}_{36}^* & -c_{24}c_{25}\hat{s}_{26}\hat{s}_{36}^* - c_{24}\hat{s}_{25}\hat{s}_{35}^*\hat{s}_{36} & c_{34}c_{35}c_{36} \\ -c_{14}\hat{s}_{15}c_{25}\hat{s}_{35}^*c_{36} + \hat{s}_{14}\hat{s}_{24}^*c_{25}\hat{s}_{26}\hat{s}_{36}^* & -\hat{s}_{24}\hat{s}_{34}^*c_{35}c_{36} & \\ +\hat{s}_{14}\hat{s}_{24}^*\hat{s}_{25}\hat{s}_{35}^*c_{36} - \hat{s}_{14}^*c_{24}\hat{s}_{34}^*c_{35}c_{36} & & \end{pmatrix}, \quad (4.11)$$

$$B = \begin{pmatrix} c_{14}c_{24}c_{34} & 0 & 0 \\ -c_{14}c_{24}\hat{s}_{34}^*\hat{s}_{35} - c_{14}\hat{s}_{24}^*\hat{s}_{25}c_{35} & c_{15}c_{25}c_{35} & 0 \\ -\hat{s}_{14}^*\hat{s}_{15}c_{25}c_{35} & & \\ -c_{14}c_{24}\hat{s}_{34}^*c_{35}\hat{s}_{36} + c_{14}\hat{s}_{24}^*\hat{s}_{25}\hat{s}_{35}^*\hat{s}_{36} & -c_{15}c_{25}\hat{s}_{35}^*\hat{s}_{36} - c_{15}\hat{s}_{25}^*\hat{s}_{26}c_{36} & c_{16}c_{26}c_{36} \\ -c_{14}\hat{s}_{24}^*c_{25}\hat{s}_{26}c_{36} + \hat{s}_{14}^*\hat{s}_{15}c_{25}\hat{s}_{35}^*\hat{s}_{36} & -\hat{s}_{15}^*\hat{s}_{16}c_{26}c_{36} & \\ +\hat{s}_{14}^*\hat{s}_{15}\hat{s}_{25}^*\hat{s}_{26}c_{36} - \hat{s}_{14}^*c_{15}\hat{s}_{16}c_{26}c_{36} & & \end{pmatrix}, \quad (4.12)$$

$$R = \begin{pmatrix} \hat{s}_{14}^*c_{15}c_{16} & \hat{s}_{15}^*c_{16} & \hat{s}_{16}^* \\ -\hat{s}_{14}^*c_{15}\hat{s}_{16}\hat{s}_{26}^* - \hat{s}_{14}^*\hat{s}_{15}\hat{s}_{25}^*c_{26} & -\hat{s}_{15}^*\hat{s}_{16}\hat{s}_{26}^* + c_{15}\hat{s}_{25}^*c_{26} & c_{16}\hat{s}_{26}^* \\ +c_{14}\hat{s}_{24}^*c_{25}c_{26} & & \\ -\hat{s}_{14}^*c_{15}\hat{s}_{16}c_{26}\hat{s}_{36}^* + \hat{s}_{14}^*\hat{s}_{15}\hat{s}_{25}^*\hat{s}_{26}\hat{s}_{36}^* & -\hat{s}_{15}^*\hat{s}_{16}c_{26}\hat{s}_{36}^* - c_{15}\hat{s}_{25}^*\hat{s}_{26}\hat{s}_{36}^* & c_{16}c_{26}\hat{s}_{36}^* \\ -\hat{s}_{14}^*\hat{s}_{15}c_{25}\hat{s}_{35}^*c_{36} - c_{14}\hat{s}_{24}^*c_{25}\hat{s}_{26}\hat{s}_{36}^* & +c_{15}c_{25}\hat{s}_{35}^*c_{36} & \\ +c_{14}\hat{s}_{24}^*\hat{s}_{25}\hat{s}_{35}^*c_{36} + c_{14}c_{24}\hat{s}_{34}^*c_{35}c_{36} & & \end{pmatrix}, \quad (4.13)$$

$$S = \begin{pmatrix} -\hat{s}_{14}c_{24}c_{34} & -\hat{s}_{24}^*c_{34} & -\hat{s}_{34}^* \\ \hat{s}_{14}^*c_{24}\hat{s}_{34}^*\hat{s}_{35} + \hat{s}_{14}\hat{s}_{24}^*\hat{s}_{25}c_{35} & \hat{s}_{24}\hat{s}_{34}^*\hat{s}_{35} - c_{24}\hat{s}_{25}c_{35} & -c_{34}\hat{s}_{35} \\ -c_{14}\hat{s}_{15}c_{25}c_{35} & & \\ \hat{s}_{14}c_{24}\hat{s}_{34}^*c_{35}\hat{s}_{36} - \hat{s}_{14}\hat{s}_{24}^*\hat{s}_{25}\hat{s}_{35}^*\hat{s}_{36} & -\hat{s}_{24}\hat{s}_{34}^*c_{35}\hat{s}_{36} + c_{24}\hat{s}_{25}\hat{s}_{35}^*\hat{s}_{36} & -c_{34}c_{35}\hat{s}_{36} \\ +\hat{s}_{14}^*\hat{s}_{24}^*c_{25}\hat{s}_{36}c_{36} + c_{14}\hat{s}_{15}c_{25}\hat{s}_{35}^*\hat{s}_{36} & -c_{24}c_{25}\hat{s}_{26}c_{36} & \\ +c_{14}\hat{s}_{15}\hat{s}_{25}^*\hat{s}_{26}c_{36} - c_{14}c_{15}\hat{s}_{16}c_{26}c_{36} & & \end{pmatrix}, \quad (4.14)$$

$$\begin{pmatrix} U_{PMNS} & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = O_{23}O_{13}O_{12}, \quad (4.15)$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & W_0 \end{pmatrix} = O_{56}O_{46}O_{45}, \quad (4.16)$$

$$\begin{pmatrix} A & R \\ S & B \end{pmatrix} = O_{36}O_{26}O_{16}O_{35}O_{25}O_{15}O_{34}O_{24}O_{14}, \quad (4.17)$$

4.2 Matriz de mezcla de neutrinos 6×6 en el M2DH-III con MSS-I+III

donde 15 matrices de rotación dos dimensionales O_{ij} (para $1 < j \leq 6$) en un espacio complejo de 6 dimensiones tienen las siguientes estructuras:

$$O_{12} = \begin{pmatrix} c_{12} & \hat{s}_{12}^* & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\hat{s}_{12} & c_{12} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad O_{13} = \begin{pmatrix} c_{13} & 0 & \hat{s}_{13}^* & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\hat{s}_{13}^* & 0 & c_{13} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (4.18)$$

$$O_{23} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c_{23} & \hat{s}_{23}^* & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\hat{s}_{23}^* & c_{23} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad O_{23} = \begin{pmatrix} c_{14} & 0 & 0 & \hat{s}_{14}^* & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -\hat{s}_{14} & 0 & 0 & c_{14} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (4.19)$$

$$O_{24} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c_{24} & 0 & -\hat{s}_{24}^* & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\hat{s}_{24}^* & 0 & c_{24} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad O_{34} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c_{34} & \hat{s}_{34}^* & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\hat{s}_{34}^* & c_{34} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (4.20)$$

$$O_{15} = \begin{pmatrix} c_{15} & 0 & 0 & 0 & \hat{s}_{15}^* & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\hat{s}_{15}^* & 0 & 0 & 0 & c_{15} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad O_{25} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c_{25} & 0 & 0 & \hat{s}_{25}^* & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -\hat{s}_{25}^* & 0 & 0 & c_{25} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (4.21)$$

$$O_{35} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c_{35} & 0 & \hat{s}_{35}^* & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\hat{s}_{35}^* & 0 & c_{35} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad O_{45} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_{45} & \hat{s}_{45}^* & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\hat{s}_{45}^* & c_{45} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (4.22)$$

4 Escenario 3+3 para la matriz de mezcla de neutrinos en el M2DH-III con MSS-I+III

$$O_{16} = \begin{pmatrix} c_{16} & 0 & 0 & 0 & 0 & \hat{s}_{16}^* \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -\hat{s}_{16} & 0 & 0 & 0 & 0 & c_{16} \end{pmatrix}, \quad O_{26} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c_{26} & 0 & 0 & 0 & \hat{s}_{26}^* \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & \hat{s}_{26} & 0 & 0 & 0 & c_{26} \end{pmatrix}, \quad (4.23)$$

$$O_{36} = \begin{pmatrix} c_{16} & 0 & 0 & 0 & 0 & \hat{s}_{16}^* \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -\hat{s}_{16} & 0 & 0 & 0 & 0 & c_{16} \end{pmatrix}, \quad O_{46} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c_{36} & 0 & 0 & \hat{s}_{36}^* \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \hat{s}_{36} & 0 & 0 & c_{36} \end{pmatrix}, \quad (4.24)$$

$$O_{56} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_{56} & \hat{s}_{56}^* \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\hat{s}_{56}^* & c_{16} \end{pmatrix}, \quad (4.25)$$

en las cuales $c_{ij} \equiv \cos \theta_{ij}$ y $\hat{s}_{ij} \equiv e^{i\delta_{ij}} \sin \theta_{ij}$, con θ_{ij} y δ_{ij} son los ángulos de rotación y fase respectivamente.

Resulta conveniente definir $\Omega \equiv AU_0$ y $\Gamma \equiv W_0B$ el cual describe el fenómeno de mezcla de sabor de los tres neutrinos activos y los tres neutrinos estériles respectivamente, además definimos $\hat{V} \equiv WVU_{PMNS}$ vincula los estados propios de masa (ν_1, ν_2, ν_3) a los estados propios de sabor estériles $\nu_{R_1}, \nu_{R_2}, \nu_{R_3}$ en una base elegida.

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \\ \nu_\tau \end{pmatrix} = \Omega \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \\ \nu_3 \end{pmatrix} + R \begin{pmatrix} \nu_4 \\ \nu_5 \\ \nu_6 \end{pmatrix}, \quad (4.26)$$

donde R mide la fuerza de las interacciones carga-corriente entre (e, μ, τ) y (ν_4, ν_5, ν_6) , además

$$\begin{pmatrix} \nu_{R_1} \\ \nu_{R_2} \\ \nu_{R_3} \end{pmatrix} = \Gamma \begin{pmatrix} \nu_4 \\ \nu_5 \\ \nu_6 \end{pmatrix} + \hat{V} \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \\ \nu_3 \end{pmatrix}, \quad (4.27)$$

en (4.26) nos lleva directamente a las interacciones estándar débiles de corriente cargada de seis neutrinos en el M2DH-III después de implementar el MSS I+III:

$$\begin{aligned}
 -\mathcal{L}_Y &= \frac{g \cot \beta}{\sqrt{2}M_W} \left(\overline{N}_L \left[\mathbf{U}_{PMNS} M_E^{diag} P_R - \mathbf{W}_N M_N^{diag} P_L \right] E \right) H^+ \\
 &- \frac{1}{\sin \beta} \left(\overline{N}_L \left[\mathbf{U}_{PMNS} \eta_E^{diag} P_R - \mathbf{W} \eta_N^{diag} P_L \right] E \right) H^+ + h.c.
 \end{aligned} \tag{4.28}$$

Debido a que

$$\begin{aligned}
 \Omega \Omega^\dagger &= A A^\dagger = 1 - R R^\dagger, \\
 \Gamma \Gamma^\dagger &= B B^\dagger = 1 - R^\dagger R,
 \end{aligned} \tag{4.29}$$

encontramos que tanto Ω como Γ no son exactamente unitarias y sus efectos no unitarios simplemente se caracterizan por R y S no desaparecen.

4.2.2. Matriz de mezcla de neutrinos en el escenario 3+3

En vista de las actuales restricciones observacionales sobre los neutrinos estériles, esperamos que los ángulos de mezcla entre neutrinos activos y estériles estén fuertemente suprimidos [28, 215]). La pequeñez de θ_{ij} (para $i = 1, 2, 3$ y $j = 4, 5, 6$) nos permite hacer las siguientes aproximaciones excelentes a las ecuaciones

$$A \simeq 1 - \begin{pmatrix} \frac{1}{2}(s_{14}^2 + s_{15}^2 + s_{16}^2) & 0 & 0 \\ \hat{s}_{14}\hat{s}_{24}^* + \hat{s}_{15}\hat{s}_{25}^* + \hat{s}_{16}\hat{s}_{26}^* & \frac{1}{2}(s_{24}^2 + s_{25}^2 + s_{26}^2) & 0 \\ \hat{s}_{14}\hat{s}_{34}^* + \hat{s}_{15}\hat{s}_{35}^* + \hat{s}_{16}\hat{s}_{36}^* & \hat{s}_{24}\hat{s}_{34}^* + \hat{s}_{25}\hat{s}_{35}^* + \hat{s}_{26}\hat{s}_{36}^* & \frac{1}{2}(s_{34}^2 + s_{35}^2 + s_{36}^2) \end{pmatrix}, \tag{4.30}$$

$$B \simeq 1 - \begin{pmatrix} \frac{1}{2}(s_{14}^2 + s_{24}^2 + s_{34}^2) & 0 & 0 \\ \hat{s}_{14}^*\hat{s}_{15} + \hat{s}_{24}^*\hat{s}_{25} + \hat{s}_{34}^*\hat{s}_{35} & \frac{1}{2}(s_{15}^2 + s_{25}^2 + s_{35}^2) & 0 \\ \hat{s}_{14}^*\hat{s}_{16} + \hat{s}_{24}^*\hat{s}_{26} + \hat{s}_{34}^*\hat{s}_{36} & \hat{s}_{15}^*\hat{s}_{16} + \hat{s}_{25}^*\hat{s}_{26} + \hat{s}_{35}^*\hat{s}_{36} & \frac{1}{2}(s_{16}^2 + s_{26}^2 + s_{36}^2) \end{pmatrix}, \tag{4.31}$$

donde los términos de $O(s_{ij}^4)$ ha sido omitida y

$$R \simeq 0 + \begin{pmatrix} \hat{S}_{14}^* & \hat{S}_{15}^* & \hat{S}_{16}^* \\ \hat{S}_{24}^* & \hat{S}_{25}^* & \hat{S}_{26}^* \\ \hat{S}_{34}^* & \hat{S}_{35}^* & \hat{S}_{36}^* \end{pmatrix}, \tag{4.32}$$

$$S \simeq 0 + \begin{pmatrix} \hat{S}_{14} & \hat{S}_{24} & \hat{S}_{34} \\ \hat{S}_{15} & \hat{S}_{25} & \hat{S}_{35} \\ \hat{S}_{16} & \hat{S}_{26} & \hat{S}_{36} \end{pmatrix}, \tag{4.33}$$

donde los términos $O(s_{ij}^3)$ ha sido omitido, es sencillo obtener el escenario de mezcla de sabor (3 + 1) a partir de las ecuaciones. (4.30) y (4.31) reduciendo los ángulos de mezcla θ_{i5} (para $1 \leq i \leq 4$ y $1 \leq j \leq 5$) y θ_{i6} a cero, o el escenario (3+2) eliminando θ_{j6} ($1 \leq j \leq 5$). Reemplazando las nueve entradas de la matriz de mezcla (3.48) en (4.3)

4 Escenario 3+3 para la matriz de mezcla de neutrinos en el M2DH-III con MSS-I+III

obtenemos:

$$\begin{aligned}
 U_{e1}^{th} &= \sqrt{\frac{\tilde{m}_\mu \tilde{m}_{\nu_2} \kappa_{m_e} \kappa_{m_{\nu_1}}}{G_{m_e} G_{\nu_1}}} \\
 &+ \sqrt{\frac{\tilde{m}_e \tilde{m}_{\nu_1}}{G_{m_e} G_{\nu_1}}} \left(\sqrt{(1-\rho_l)(1-\rho_\nu) \kappa_{m_e} \kappa_{m_{\nu_1}}} e^{i\rho_1} + \sqrt{\rho_l \rho_\nu \kappa_{m_\mu} \kappa_{m_{\nu_2}}} e^{i\eta_2} \right) \\
 &= \cos \theta_{12} \cos \theta_{13},
 \end{aligned} \tag{4.34}$$

$$\begin{aligned}
 U_{e2}^{th} &= -\sqrt{\frac{\tilde{m}_\mu \tilde{m}_{\nu_2} \kappa_{m_e} \kappa_{m_{\nu_2}}}{G_{m_e} G_{\nu_2}}} \\
 &+ \sqrt{\frac{\tilde{m}_e \tilde{m}_{\nu_2}}{G_{m_e} G_{\nu_2}}} \left(\sqrt{(1-\rho_l)(1-\rho_\nu) \kappa_{m_e} \kappa_{m_{\nu_2}}} e^{i\eta_1} + \sqrt{\rho_l \rho_\nu \kappa_{m_\mu} \kappa_{m_{\nu_1}}} e^{i\eta_2} \right) \\
 &= \cos \theta_{13} e^{\delta_{12}} \sin \theta_{12},
 \end{aligned} \tag{4.35}$$

$$\begin{aligned}
 U_{e3}^{th} &= \sqrt{\frac{\tilde{m}_\mu \tilde{m}_{\nu_1} \tilde{m}_{\nu_2} \rho_\nu \kappa_{m_e}}{G_{m_e} G_{\nu_3}}} \\
 &+ \sqrt{\frac{\tilde{m}_e}{G_{m_e} G_{\nu_3}}} \left(\sqrt{\rho_\nu (1-\rho_l)(1-\rho_\nu) \kappa_{m_e}} e^{i\eta_1} - \sqrt{\rho_l \kappa_{m_\mu} \kappa_{m_{\nu_1}} \kappa_{m_{\nu_2}}} e^{i\eta_2} \right) \\
 &= e^{\delta_{13}} \sin \theta_{13},
 \end{aligned} \tag{4.36}$$

$$\begin{aligned}
 U_{\mu 1}^{th} &= -\sqrt{\frac{\tilde{m}_e \tilde{m}_{\nu_2} \kappa_{m_\mu} \kappa_{m_{\nu_1}}}{G_{m_\mu} G_{\nu_1}}} \\
 &+ \sqrt{\frac{\tilde{m}_\mu \tilde{m}_{\nu_1}}{G_{m_\mu} G_{\nu_1}}} \left(\sqrt{(1-\rho_l)(1-\rho_\nu) \kappa_{m_\mu} \kappa_{\nu_1}} e^{i\eta_1} + \sqrt{\rho_l \rho_\nu \kappa_{m_e} \kappa_{m_{\nu_2}}} e^{i\eta_2} \right) \\
 &= \cos \theta_{23} \sin \theta_{12} - \cos \theta_{12} \sin \theta_{13} \sin \theta_{23},
 \end{aligned} \tag{4.37}$$

4.2 Matriz de mezcla de neutrinos 6×6 en el M2DH-III con MSS-I+III

$$\begin{aligned}
 U_{\mu 2}^{th} &= \sqrt{\frac{\tilde{m}_e \tilde{m}_{\nu_1} \kappa_{m_\mu} \kappa_{m_{\nu_2}}}{G_{m_\mu} G_{\nu_2}}} \\
 &+ \sqrt{\frac{\tilde{m}_\mu \tilde{m}_{\nu_2}}{G_{m_\mu} G_{\nu_2}}} \left(\sqrt{(1-\rho_l)(1-\rho_\nu)} \kappa_{m_\mu} \kappa_{\nu_2} e^{i\eta_1} + \sqrt{\rho_l \rho_\nu} \kappa_{m_e} \kappa_{m_{\nu_1}} e^{i\eta_2} \right) \\
 &= \cos \theta_{12} \cos \theta_{23} - \sin \theta_{13} \sin \theta_{23} e^{\delta_{12}} \sin \theta_{12},
 \end{aligned} \tag{4.38}$$

$$\begin{aligned}
 U_{\mu 3}^{th} &= -\sqrt{\frac{\tilde{m}_e \tilde{m}_{\nu_1} \tilde{m}_{\nu_2} \rho_\nu \kappa_{m_\mu}}{G_{m_\mu} G_{\nu_3}}} \\
 &+ \sqrt{\frac{\tilde{m}_\mu}{G_{m_\mu} G_{\nu_3}}} \left(\sqrt{\rho_\nu (1-\rho_l)(1-\rho_\nu)} \kappa_{m_\mu} e^{i\eta_1} - \sqrt{\rho_l \kappa_{m_e} \kappa_{m_{\nu_1}} \kappa_{m_{\nu_2}}} e^{i\eta_2} \right) \\
 &= \cos \theta_{13} \sin \theta_{23},
 \end{aligned} \tag{4.39}$$

$$\begin{aligned}
 U_{\tau 1}^{th} &= \sqrt{\frac{\tilde{m}_e \tilde{m}_\mu \tilde{m}_{\nu_2} \rho_l \kappa_{m_{\nu_1}}}{G_{m_\tau} G_{\nu_1}}} \\
 &+ \sqrt{\frac{\tilde{m}_{\nu_1}}{G_{m_\tau} G_{\nu_1}}} \left(\sqrt{\rho_l (1-\rho_l)(1-\rho_\nu)} \kappa_{m_{\nu_1}} e^{i\eta_1} - \sqrt{\rho_\nu \kappa_{m_e} \kappa_{m_\mu} \kappa_{m_{\nu_2}}} e^{i\eta_2} \right) \\
 &= \cos \theta_{12} \cos \theta_{23} \sin \theta_{13} + \sin \theta_{12} \sin \theta_{23},
 \end{aligned} \tag{4.40}$$

$$\begin{aligned}
 U_{\tau 2}^{th} &= -\sqrt{\frac{\tilde{m}_e \tilde{m}_\mu \tilde{m}_{\nu_1} \rho_l \kappa_{m_{\nu_2}}}{G_{m_\tau} G_{\nu_2}}} \\
 &+ \sqrt{\frac{\tilde{m}_{\nu_2}}{G_{m_\tau} G_{\nu_2}}} \left(\sqrt{\rho_l (1-\rho_l)(1-\rho_\nu)} \kappa_{m_{\nu_2}} e^{i\eta_1} - \sqrt{\rho_\nu \kappa_{m_e} \kappa_{m_\mu} \kappa_{m_{\nu_1}}} e^{i\eta_2} \right) \\
 &= -\cos \theta_{12} \sin \theta_{23} - \cos \theta_{23} \sin \theta_{13} e^{\delta_{12}} \sin \theta_{12},
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 U_{\tau 3}^{th} &= \sqrt{\frac{\tilde{m}_e \tilde{m}_\mu \tilde{m}_{\nu_1} \tilde{m}_{\nu_2} \rho_l \rho_\nu}{G_{m_\tau} G_{\nu_3}}} \\
 &+ \sqrt{\frac{\rho_l \rho_\nu (1-\rho_l)(1-\rho_\nu)}{G_{m_\tau} G_{\nu_3}}} e^{i\eta_1} \sqrt{\frac{\kappa_{m_e} \kappa_{m_\mu} \kappa_{m_{\nu_1}} \kappa_{m_{\nu_2}}}{G_{m_\tau} G_{\nu_3}}} e^{i\eta_2} = \cos \theta_{13} \cos \theta_{23},
 \end{aligned} \tag{4.41}$$

4 Escenario 3+3 para la matriz de mezcla de neutrinos en el M2DH-III con MSS-I+III

Estas relaciones juegan un papel importante en el cálculo de las fases de violación de CP de Majorana las cuales podrían evidenciarla asimetría de leptones en el procesos de leptogénesis.

4.2.3. Componentes de la matriz de mezcla en el escenario 3+1

Al considerar únicamente un neutrino estéril junto con los tres neutrinos activos, los componentes de la matriz de mezcla leptónica A, B, R, S tomarían la siguiente forma

$$A = \begin{pmatrix} c_{14} & 0 & 0 \\ -\hat{s}_{14}\hat{s}_{24}^* & c_{24} & 0 \\ -\hat{s}_{14}^*c_{24}\hat{s}_{34}^* & -\hat{s}_{24}\hat{s}_{34}^* & c_{34} \end{pmatrix}, \quad (4.42)$$

$$B = \begin{pmatrix} c_{14}c_{24}c_{34} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (4.43)$$

$$R = \begin{pmatrix} \hat{s}_{14}^* & 0 & 0 \\ c_{14}\hat{s}_{24}^* & 0 & 0 \\ c_{14}c_{24}\hat{s}_{34}^* & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (4.44)$$

$$S = \begin{pmatrix} -\hat{s}_{14}c_{24}c_{34} & -\hat{s}_{24}^*c_{34} & -\hat{s}_{34}^* \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (4.45)$$

4.2.4. Componentes de la matriz de mezcla en el escenario 3+2

Por otra parte si consideramos unicamente 2 neutrinos estériles y 3 neutrinos activos, las matrices A, B, R, S en la matriz Λ serán

$$A = \begin{pmatrix} c_{14}c_{15} & 0 & 0 \\ -c_{14}\hat{s}_{15}\hat{s}_{25}^* - \hat{s}_{14}\hat{s}_{24}^*c_{25} & c_{24}c_{25} & 0 \\ -c_{14}\hat{s}_{15}c_{25}\hat{s}_{35}^* & -c_{24}\hat{s}_{25}\hat{s}_{35}^* & c_{34}c_{35} \\ +\hat{s}_{14}\hat{s}_{24}^*\hat{s}_{25}\hat{s}_{35}^* - \hat{s}_{14}^*c_{24}\hat{s}_{34}^*c_{35} & -\hat{s}_{24}\hat{s}_{34}^*c_{35}c_{36} & \end{pmatrix}, \quad (4.46)$$

$$B = \begin{pmatrix} c_{14}c_{24}c_{34} & 0 & 0 \\ -c_{14}c_{24}\hat{s}_{34}^*\hat{s}_{35} - c_{14}\hat{s}_{24}^*\hat{s}_{25}c_{35} & c_{15}c_{25}c_{35} & 0 \\ -\hat{s}_{14}^*\hat{s}_{15}c_{25}c_{35} & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (4.47)$$

$$R = \begin{pmatrix} \hat{s}_{14}^* c_{15} & \hat{s}_{15}^* & 0 \\ -\hat{s}_{14}^* \hat{s}_{15} \hat{s}_{25}^* + c_{14} \hat{s}_{24}^* c_{25} & c_{15} \hat{s}_{25}^* & 0 \\ -\hat{s}_{14}^* \hat{s}_{15} c_{25} \hat{s}_{35}^* + c_{14} \hat{s}_{24}^* \hat{s}_{34}^* c_{35} & c_{15} c_{25} \hat{s}_{35}^* & 0 \end{pmatrix}, \quad (4.48)$$

$$S = \begin{pmatrix} -\hat{s}_{14} c_{24} c_{34} & -\hat{s}_{24}^* c_{34} & -\hat{s}_{34}^* \\ \hat{s}_{14}^* c_{24} \hat{s}_{34}^* \hat{s}_{35} + \hat{s}_{14} \hat{s}_{24}^* \hat{s}_{25} c_{35} & \hat{s}_{24} \hat{s}_{34}^* \hat{s}_{35} - c_{24} \hat{s}_{25} c_{35} & -c_{34} \hat{s}_{35} \\ -c_{14} \hat{s}_{15} c_{25} c_{35} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (4.49)$$

4.3. Fases de violación de CP de Majorana

Muchos estudios sobre las fases de violación de CP de Dirac se están llevando a cabo en la actualidad [210]. La fase de Dirac leptónica de violación CP δ_{CP} en el marco del MSS-I en leptogénesis y bariogénesis ha sido estudiada recientemente en [216] bajo una simetría $\mu - \tau$. Predicciones de la masa efectiva de Majorana en la desintegración doble beta sin neutrinos teniendo en cuenta la no conservación de CP se ha trabajado por Bilenky [217]. Esta fase, aunque independiente se ha relacionado con la fase de violación de CP en el sector de quarks δ^q mediante la regla de la suma y con ayuda de datos experimentales que incluyen resultados recientes de T2K [218], han mostrando que la suma $\delta^q + \delta^l$ está cerca de cero para ser aproximadamente $\pi/2$.

Sin embargo, teniendo en cuenta el escenario (3×3) mediante los ángulos de mezcla (3.71) y las aproximaciones (4.34)-(4.41), aparecen nuevas fuentes de violación CP en las fases de Majorana. Mediante la ausencia de mezcla entre los neutrinos activos con neutrinos estériles, hemos podido acotar las nuevas fases de violación CP de Majorana, teniendo en cuenta las entradas de la matriz de mezcla leptónica generada por medio de los invariantes y las matrices de masa de dos ceros de textura, obtuvimos los siguientes resultados:

$$\delta_{12} = -1,571_{0,020}^{+0,440} \text{ rad}, \quad \delta_{13} = 0,01521_{-0,00172}^{+0,00219} \text{ rad}. \quad (4.50)$$

La principal consecuencia de la presencia de estas fases está en la asimetría barionica maximal del universo, debido a que si las masas efectivas Majorana llegarán a ser sensibles a estas nuevas fuentes de violación CP, tendrían grandes consecuencias en procesos de leptogénesis y en el decaimiento doble beta sin neutrino [219], por esta razón se calculan las masas de Majorana y se ve si su estructura depende de estas nuevas fases de violación CP.

A partir de estos resultados podemos establecer que las oscilaciones de neutrinos son, en principio, útiles para estudiar la violación de CP en el sector leptónico. En adición, vemos que existen alteraciones importantes en las probabilidades de oscilación debido a la falta de esta simetría de tal manera que estas alteraciones definitivamente pueden tener efectos en procesos donde CP no se respeta, tales como la leptogénesis [113] [18] del universo temprano.

4.4. Formalismo general para masas efectivas de Majorana

Para originar la matriz de masa de los neutrinos, debemos contar el término de masa de Dirac-Majorana (DM) más general. Para el caso en el que existan n -generaciones requiere que existan n -campos activos $\nu_{\alpha i L}$ (α_n sabores correspondientes) y se incluyan al MEE n -campos estériles $\nu_{s R}$. De esta manera, el término de masa de Dirac-Majorana se escribirá de la siguiente manera

$$\mathcal{L}_Y^{M+D} = \mathcal{L}_Y^{ML} + \mathcal{L}_Y^{MR} + \mathcal{L}_Y^D, \quad (4.51)$$

siendo

$$\mathcal{L}_Y^{ML} = \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^n \nu_{\alpha i L}^T \hat{C}^\dagger M_L^{\alpha_i \alpha_j} \nu_{\alpha j L} + h.c., \quad (4.52)$$

$$\mathcal{L}_Y^{MR} = \frac{1}{2} \sum_{s,s'=1}^n \nu_{\alpha s R}^T \hat{C}^\dagger M_R^{s s'} \nu_{s' R} + h.c., \quad (4.53)$$

$$\mathcal{L}_Y^D = - \sum_j \sum_s \overline{\nu_{s R}} M_D^{s \alpha_j} \nu_{\alpha j L} + h.c. \quad (4.54)$$

Las matrices M_L, M_R, M_D son matrices de $n \times n$, siendo M_L y M_R corresponden a matrices simétricas. Se definen los vectores

$$N_L = \begin{pmatrix} \nu_L \\ \hat{C} \overline{\nu_R^c} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \nu_L \\ \nu_R^c \end{pmatrix}, \quad (4.55)$$

y la matriz simétrica de $2n \times 2n$

$$M_V^{M+D} = \begin{pmatrix} M_L & (M_D)^T \\ M_D & M_R \end{pmatrix}. \quad (4.56)$$

Por tanto, el término de DM puede escribirse como

$$\mathcal{L}_Y^{M+D} = \frac{1}{2} N_L^T \hat{C}^\dagger M_V^{M+D} N_L + h.c. \quad (4.57)$$

La matriz de la masa de neutrinos 6×6 en la ecuación (4.56) puede ser diagonalizada por una transformación unitaria por medio de la matriz (4.3)

$$\Lambda^\dagger \begin{pmatrix} M_L & M_D \\ M_D & M_R \end{pmatrix} \Lambda^* = \begin{pmatrix} \hat{M}_V & 0 \\ 0 & \hat{M}_N \end{pmatrix}, \quad (4.58)$$

$\hat{M}_V \equiv \text{Diag} \{m_1, m_2, m_3\}$ y $\hat{M}_N \equiv \text{Diag} \{M_1, M_2, M_3\}$, con m_i o M_i (para $i = 1, 2, 3$) son las masas físicas de los neutrinos ligeros y pesados de Majorana.

De (4.27) tenemos que $\nu_4 = N_1, \nu_5 = N_2$ y $\nu_6 = N_3$ en la base de los autoestados de masa, con ayuda de (4.56),

$$\begin{aligned} M_L &= U \hat{M}_V U^T + R \hat{M}_N R^T \simeq U_0 \hat{M}_V U_0^T + R \hat{M}_N R^T, \\ M_D &= U \hat{M}_V \hat{S}^T + R \hat{M}_N W^T \simeq R \hat{M}_N W_0^T, \\ M_R &= \hat{S} \hat{M}_V \hat{S}^T + W \hat{M}_N W^T \simeq W_0 \hat{M}_N W_0^T, \end{aligned} \quad (4.59)$$

4.4 Formalismo general para masas efectivas de Majorana

con $U \equiv AU_O$, $W \equiv W_0B$ y $\hat{S} \equiv W_0SU_0$. Las aproximaciones hechas en el lado derecho de la ecuación (4.59) se toma por el hecho de que solo se mantienen los términos principales de M_L , M_D y M_R , entonces es posible reconstruir estas matrices 3×3 en términos de las masas de los leptones y los ángulos [220].

Dada la base donde M_R es diagonal, real y positiva, la ecuación (4.59) implica que $M_R \simeq \hat{M}_N$ y que $W_0 \simeq 1$. Entonces podemos obtener los siguientes términos de masa efectiva para los neutrinos ligeros sensibles a las fases de violación CP que podría aparecer en el decaimiento doble-beta sin neutrinos

$$m_{ee} \simeq m_1(c_{12}c_{13})^2 + m_2(\hat{s}_{12}^*c_{13})^2 + m_3(\hat{s}_{13}^*)^2 + M_1(\hat{s}_{14}^*)^2 + M_2(\hat{s}_{15}^*)^2 + M_3(\hat{s}_{16}^*)^2, \quad (4.60)$$

$$m_{\mu\mu} \simeq -m_1(\hat{s}_{12}c_{23} + c_{12}\hat{s}_{13}\hat{s}_{23}^*) + m_2(c_{12}c_{23} - \hat{s}_{12}^*\hat{s}_{13}\hat{s}_{23}^*)^2 + m_3(c_{13}\hat{s}_{23}^*)^2 + M_1(\hat{s}_{24}^*)^2 + M_2(\hat{s}_{25}^*)^2 + M_3(\hat{s}_{26}^*)^2. \quad (4.61)$$

Ahora para calcular las masas efectivas de Majorana, después de implementar MSS-I+III, la matriz de Dirac M_{ν_D} de neutrinos izquierdos, la relacionamos con las constantes de acoplamiento de Yukawa y los VEV de los campos de Higgs de la siguiente manera, de manera que podemos relacionar las constantes de acople con las masas de los neutrinos y los ángulos de mezcla de la siguiente manera

$$m_{ee} \simeq -\left(\frac{\eta_{11}^N v_1 + \xi_{11}^N v_2}{\sqrt{2}}\right)^T M_1^{-1} \left(\frac{\eta_{11}^N v_1 + \xi_{11}^N v_2}{\sqrt{2}}\right) - \left(\frac{\eta_{11}^\Sigma v_2}{\sqrt{2}}\right)^T M_{\Sigma_1}^{-1} \left(\frac{\eta_{11}^\Sigma}{v_2} \sqrt{2}\right), \\ \simeq m_1(c_{12}c_{13})^2 + m_2(\hat{s}_{12}^*c_{13})^2 + m_3(\hat{s}_{13}^*)^2 + M_1(\hat{s}_{14}^*)^2 + M_2(\hat{s}_{15}^*)^2 + M_3(\hat{s}_{16}^*)^2, \quad (4.62)$$

la cual esta de acuerdo con las masas efectivas de Majorana estudiadas en la literatura, donde las masas dependen de fases de violación de CP de Majorana [221, 222]. Si se tiene en cuenta que no existe mezcla entre neutrinos activos y estériles, los ángulos de mezcla θ_{i4} , θ_{i5} , θ_{i6} se reducen, obteniendo así la siguiente masa efectiva de Majorana para el m_{ee}

$$m_{ee} = 0,00411687e^{i(0,528175)} \text{eV} \quad (4.63)$$

$$m_{ee} \simeq (0,00414313 + 0,00245561i) \text{eV}, \quad (4.64)$$

para la parte real se tiene

$$m_{ee} \simeq 4,143_{-0,587}^{+0,849} \times 10^{-3} \text{eV}. \quad (4.65)$$

Para el caso de la masa efectiva de Majorana $m_{\mu\mu}$ se tiene

$$m_{\mu\mu} \simeq -\left(\frac{\eta_{22}^N v_1 + \xi_{22}^N v_2}{\sqrt{2}}\right)^T M_2^{-1} \left(\frac{\eta_{22}^N v_1 + \xi_{22}^N v_2}{v_2} \sqrt{2}\right) - \left(\frac{\eta_{22}^\Sigma v_2}{\sqrt{2}}\right)^T M_{\Sigma_2}^{-1} \left(\frac{\eta_{22}^\Sigma}{\sqrt{2}}\right), \\ \simeq -m_1(\hat{s}_{12}c_{23} + c_{12}\hat{s}_{13}\hat{s}_{23}^*) + m_2(c_{12}c_{23} - \hat{s}_{12}^*\hat{s}_{13}\hat{s}_{23}^*)^2 + m_3(c_{13}\hat{s}_{23}^*)^2 + M_1(\hat{s}_{24}^*)^2 + M_2(\hat{s}_{25}^*)^2 + M_3(\hat{s}_{26}^*)^2. \quad (4.66)$$

Ahora, teniendo en cuenta que no existe mezcla entre neutrinos activos y estériles, la masa tomará la forma

$$m_{\mu\mu} \simeq 0,00117997e^{i(-0,535829)} + 0,0243386(e^{\delta_{23}})^2 eV. \quad (4.67)$$

En este caso la masa efectiva de Majorana además de depender de una fase que no se ha podido calcular por este método δ_{23} , también presenta una fase compleja. Un proceso importante que es sensible a las masas efectivas de Majorana es el $2\beta 0\nu$, en la siguiente sección se analizará las repercusiones de estas nuevas fases de violación de CP y las consecuencias de estas.

4.5. Masas efectivas de Majorana en el M2DH-III con MSS I+III para escenario 3+3

Como mencionamos en el anterior capítulo, un decaimiento nuclear de extrema importancia para la física de neutrinos $2\beta 0\nu$. Este proceso requiere que los neutrinos tengan una masa diferente de cero y que sean partículas de Majorana, por esto, los resultados de las masas de Majorana via MSS-I+III son pertinentes en estos procesos. Medir la tasa de decaimiento del decaimiento $2\beta 0\nu$, además de confirmar la naturaleza de Majorana de los neutrinos, daría información en la escala de masa absoluta de los neutrinos y potencialmente en la jerarquía de masas y las fases de Majorana que aparecen en la matriz U_0 . Debido a que las oscilaciones de neutrinos no pueden determinar el carácter fundamental de los neutrinos, es decir si son partículas de Dirac o Majorana, ni siquiera las fases de Majorana de la matriz de mezcla tienen algún efecto en las oscilaciones, encontramos que la masa de Majorana $m_{\mu\mu}$, tiene un factor de fase que daría indicios de la violación de CP en neutrinos Majorana.

La desintegración $2\beta 0\nu$ [194], aún no ha sido observado excepto por la colaboración Heidelberg-Moscow [187, 195] es un proceso débil raro de segundo orden donde un núcleo (A, Z) se desintegra en otro por la emisión de dos electrones, cuyo modo de desintegración es $(A, Z) \rightarrow (A, Z + 2) + 2e^-$. La observación de este proceso establecería que los neutrinos son partículas de Majorana y que el número total de leptones no es una simetría en la naturaleza [198], ya que requiere la aniquilación mutua de dos antineutrinos, proceso posible solo si el antineutrino es su propia antipartícula. La violación del número de leptones es inmediata, ya que el estado final contiene dos leptones, mientras que el estado inicial no contiene ninguno. En la versión más simple de este proceso donde el propagador de la línea de fermiones es un propagador Majorana que contiene una matriz de conjugación de carga C [199], que por la condición de Majorana $\nu_i^c = C(\bar{\nu}_i)^T = e^{i\phi_i}\nu_i$. La amplitud de la desintegración es proporcional a cantidad llamada masa efectiva $m_{ee(\mu\mu)}$ [200–202]. Muchos experimentos hoy en día han acotado la masa efectiva de Majorana para los neutrinos y encontraron que esta debería estar en el rango de los meV [117]. Teniendo en cuenta esos experimentos, nuestros resultados (4.63) son consistentes con estas cotas teóricas, sin embargo la relevancia de este cálculo se centra en que las masas efectivas de Majorana son sensibles a estas nuevas fases de violación de CP de Majorana, las cuales tendrán efecto sobre las oscilaciones de neutrinos y en leptogenesis.

5 Conclusiones

Se ha mostrado que una vez es realizada la extensión de la densidad lagrangiana de Yukawa del M2DH-III, incluyendo la quiralidad derecha de los neutrinos, imponiendo una simetría permutacional de sabor S3 e introduciendo el Modelo de Majorana, mediante la implementación inicialmente del MSS-I y después del MSS-III y del MSS-I+III, se obtiene un tratamiento unificado para las matrices de masa de los leptones, por lo que los neutrinos activos de quiralidad izquierda adquieren masa. En este contexto, todas las matrices de masa de los fermiones de Dirac tienen la misma forma genérica (hermitiana) con dos ceros de textura, debido a la estructura de los valores esperados en el vacío de los dobletes de Higgs y una jerarquía normal en el espectro de masa. Adicionalmente, partiendo de las expresiones analíticas exactas obtenidas para las entradas de la matriz de mezcla de neutrinos, usando un método estadístico de verosimilitud, se obtuvieron valores para las masas de los neutrinos activos tipo Dirac, los cuales están de acuerdo con las cotas cosmológicas. Los valores obtenidos para las masas de los neutrinos activos, a un 90% C.L, en eV, fueron

$$m_{\nu_3} = 0,0501849^{+0,00141960}_{-0,00490759}, \quad m_{\nu_2} = 0,00831433^{+0,00173177}_{-0,00061587}, \quad m_{\nu_1} = 0,00377429^{+0,0007}_{-0,0007}. \quad (5.1)$$

La matriz de mezcla leptónica U_{PMNS} asociada a la diagonalización de la matriz de masa; Se parametrizó en términos de cuatro razones de masa de los leptones ($m_{\nu_1}, m_{\nu_2}, m_e, m_\mu$), dos fases de violación de CP y dos parámetros asociados con el patrón de rompimiento de la simetría del sabor η_l, η_ν .

A partir de las relaciones teóricas de las diferencias de masa al cuadrado de los neutrinos, relacionamos la masa de los neutrinos ligeros con el más pesado para la jerarquía normal, lo que nos permitió que la matriz U_{PMNS} dependiera solamente del masa del neutrino más pesado. Después realizamos un análisis de verosimilitud utilizando los triángulos unitarios que son funciones que relaciona los ángulos de mezcla medidos experimentalmente, con las componentes de la matriz de mezcla, y obtuvimos los siguientes valores para las magnitudes de las entradas de la matriz de mezcla U_{PMNS} , a un 90% C.L,

$$\left| U_{PMNS}^{th} \right| = \begin{pmatrix} 0,8204^{+0,008}_{-0,010} & 0,5616^{+0,012}_{-0,014} & 0,1181^{+0,017}_{-0,011} \\ 0,3748^{+0,018}_{-0,031} & 0,6280^{+0,019}_{-0,010} & 0,6819^{+0,025}_{-0,025} \\ 0,4345^{+0,024}_{-0,020} & 0,5388^{+0,022}_{-0,024} & 0,7216^{+0,024}_{-0,027} \end{pmatrix}. \quad (5.2)$$

Como una aplicación directa de extender la densidad lagrangiana de Yukawa del M2DH-III, fue generar la matriz de mezcla leptónica explícita y las matrices de masa vía MSS-I, MSS-III y MSS-I+III. Cuando calculamos los anchos de decaimiento de los canales leptónicos del tauon $\tau \rightarrow e\bar{\nu}_e\nu_\tau$ y $\tau \rightarrow \mu\bar{\nu}_\mu\nu_\tau$ medido por el boson de Higgs cargado, encontramos una relación entre las constantes de acople de Yukawa que interviene en

5 Conclusiones

estos procesos,

$$\eta_{22} = (1,64395 \pm 0,476275)\eta_{11}. \quad (5.3)$$

los efectos de esta relación es que la interacción débil no es universal para valores grandes de $\tan\beta$. Un resultado importante es que al comparar la relación encontrada entre las constantes de acople de yukawa que intervienen en este proceso con la relación entre las masas de los neutrinos que intervienen en este decaimiento exótico, encontramos que existe una autoconsistencia en la relación de proporcionalidad.

Por otra parte un segundo resultado importante fue el de obtener las expresiones teóricas exactas de los ángulos de mezcla, con la finalidad de tratar de entender la jerarquía de masa presente en el sector leptónico análoga a la presente en el sector de quarks. Para ello tuvimos que implementar el MSS-I junto con la adición de los triplete fermionicos MSS.I+III. Este mecanismo híbrido dio por solución para las matrices de masa , una superposición de las matrices generadas independientemente lo cual es una buena aproximación. Derivamos las expresiones teóricas para las masas efectivas de Majorana presente en el decaimiento doble beta sin neutrinos, que nos permitirá dilucidar la naturaleza de los neutrinos, en términos de las razones de masas de los fermiones y mediante un el ajuste de χ^2 de nuevo y considerando unicamente los términos predominantes, así como los ángulos de mezcla y obtuvimos un buen acuerdo entre ambos y al calcular analíticamente el valor numérico de las masas efectivas de Majorana , al considerar los neutrinos activos como de Majorana

El valor de las masas efectivas de majorana que obtuvimos está por el ordenes de magnitud de los meV.

$$m_{ee} \approx 4,1 \times 10^{-3} \text{eV}, \quad (5.4)$$

$$m_{\mu\mu} \approx 2,9 \times 10^{-2} \text{eV}. \quad (5.5)$$

Inicialmente estas masa no dependen de ninguna fase de violación de CP propia de la matriz de mezcla más general, debido a considerar terminos preominantes en esta prueba de verosimilitud. Sin embargo que mediante una aplicación de una parametrización 6×6 , los efectos de estas fases se da en procesos de violación del número leptónico, debido a que la asimetría bariónica observada en el universo.

Una consecuencia mas general de aplicar el MSS-I-III, es que los tripletes férmionicos y los neutrinos pesados podrían ser un candidatos a materia oscura ya que estos se encuentran a diferentes escalas de energías.

Por último, en esta tesis asumimos la presencia de tres especies de neutrinos estériles junto con los tres neutrinos activos, Utilizamos una parametrización completa de la matriz de mezcla de sabor 6×6 para neutrinos activos y estériles, que está dada en términos de quince ángulos de rotación y quince ángulos de fase de violación CP, de los cuales debido a la ausencia de mezcla entre los neutrinos pesados y ligeros, estos se reducen a dos ángulos diferentes de cero que serían un indicio de la violación de CP en un proceso físico como lo es el decaimiento doble beta sin neutrinos.

en el cual hemos calculado la masa efectiva de Majorana de los principales neutrinos que estan involucrados en este proceso. Tal ejercicio tiene sentido porque tenemos algunos indicios de observación preliminares sobre neutrinos estériles ligeros, y la motivación teórica para la existencia de neutrinos pesados de Majorana en los MSS I+III. Resulta-

do de esta parametrización para la matriz de mezcla más general nos permite describir claramente las características más destacadas de algunos problemas en la fenomenología de los neutrinos, como lo es la naturaleza de ellos, si nos centramos en el decaimiento doble-beta sin neutrinos, la presencia de las fases de violación δ_{12} y δ_{13} podrían aparecer en este proceso cuando consideramos la masa efectiva del neutrino de majorana

$$\delta_{12} = -1,571_{0,020}^{+0,440} \text{ rad}, \quad \delta_{13} = 0,01521_{-0,00172}^{+0,00219} \text{ rad}, \quad (5.6)$$

y darnos una posible solución a este problema, además esta fase de violación de CP leptónica $\delta_{CP(13)}$ en el sector de neutrinos ligeros implica leptogénesis a través de la asimetría de materia-antimateria presente del universo.

Estas fases de violación CP de majorana tienen incidencia en las oscilaciones y en las masas efectivas. Las siguientes masas efectivas de Majorana, se obtuvieron

$$m_{ee} \simeq (0,00414313 + 0,00245561i) \text{ eV}, \quad (5.7)$$

para la parte real

$$m_{ee} \simeq 4,143_{-0,587}^{+0,849} \times 10^{-3} \text{ eV}, \quad (5.8)$$

y

$$m_{\mu\mu} \simeq 0,00117997e^{i(-0,535829)} + 0,0243386(e^{\delta_{23}})^2 \text{ eV}. \quad (5.9)$$

En este caso la masa efectiva de Majorana además de depender de una fase que no se ha podido calcular por este método δ_{23} , también presenta una fase compleja.

Listado de productos asociados a la tesis

Participación en eventos científicos

- Julian Steven Gutierrez, Carlos Jose Quimbay.
The implementation of the Type I seesaw mechanism for neutrino masses in the context of left-right theories.
Poster
Diciembre 3-7 de 2018
3rd ComHEP: Colombian Meeting on High Energy Physic-Universidad Santiago de Cali .
- Julian Steven Gutierrez, Carlos Jose Quimbay.
Mechanism in the 2HDM through the simultaneous introduction of a singlet and triplet of Majorana
Poster
Septiembre 11-15 de 2018
The XXXVIII international symposium on Physics in Collision.-Universidad Nacional de Colombia.
- Julian Steven Gutierrez. Saavedra
Mecanismos para la generación de masa de neutrinos.
Ponencia
26 de Octubre de 2017
8vo coloquio de la facultad de ciencias-Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia.

Presentación de artículos en eventos

- Julian Steven Gutierrez, Carlos Jose Quimbay.
See-Saw Mechanism in the 2HDM through the simultaneous introduction of a singlet and triplet of Majorana.
arXiv:1812.00244 [hep-ph]
Septiembre 11-15 de 2018
The XXXVIII international symposium on Physics in Collision.-Universidad Nacional de Colombia.

Artículos sometidos a publicación

- J.S. Gutierrez, C. Quimbay
Relationship between the Yukawa coupling constants present in the leptonic decay $\tau \rightarrow \nu_\tau l \bar{\nu}_l$ and the neutrino masses generated via see-saw type I mechanism in the two Higgs doublet model type III.
Departamento de Física, Universidad Nacional de Colombia. Revista de la Academia Colombiana de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales

- J. S Gutierrez
Non-universality relationships for charged Higgs boson Yukawa couplings in the two Higgs doublet model type II .
Departamento de Física, Universidad Nacional de Colombia. February 2024. Brazilian journal of Physics.
- J. S. Gutierrez, C. Quimbay.
Majorana CP Violation Phases in the 6×6 leptonic mixing matrix in the two Higgs doublet model type III.
Departamento de Física, Universidad Nacional de Colombia. May 2024. To be submitted to publication in the next weeks.

Bibliografía

- [1] Sheldon L. Glashow. Partial-symmetries of weak interactions. *Nuclear Physics*, 22(4):579 – 588, 1961.
- [2] Abdus Salam. On parity conservation and neutrino mass. *Il Nuovo Cimento (1955-1965)*, 5(1):299–301, 1957.
- [3] Sheldon L Glashow and Steven Weinberg. Natural conservation laws for neutral currents. *Physical Review D*, 15(7):1958, 1977.
- [4] Steven Weinberg. A model of leptons. *Physical review letters*, 19:1264–1266, Nov 1967.
- [5] Peter Van Nieuwenhuizen. Supergravity. *Physics Reports*, 68(4):189–398, 1981.
- [6] Tsutomu Yanagida. Proc. workshop on unified theory and the baryon number in the universe. *KEK Report No. 79-18*, 95, 1979.
- [7] Rabindra N Mohapatra and Goran Senjanović. Neutrino mass and spontaneous parity nonconservation. *Physical Review Letters*, 44(14):912, 1980.
- [8] V Barger, JL Hewett, and RJN Phillips. New constraints on the charged higgs sector in two-higgs-doublet models. *Physical Review D*, 41(11):3421, 1990.
- [9] Gustavo Castelo Branco, PM Ferreira, L Lavoura, MN Rebelo, Marc Sher, and Joao P Silva. Theory and phenomenology of two-higgs-doublet models. *Physics reports*, 516(1-2):1–102, 2012.
- [10] Stefano Bertolini. Quantum effects in a two higgs doublet model of the electroweak interactions. *Nuclear Physics B*, 272(1):77–98, 1986.
- [11] JF Gunion, HE Haber, GL Kane, and S Dawson. The higgs hunter’s guide addison, 1990.
- [12] David Atwood, Laura Reina, and Amarjit Soni. Phenomenology of two higgs doublet models with flavor-changing neutral currents. *Physical Review D*, 55(5):3156, 1997.
- [13] David Atwood, Shaouly Bar-Shalom, and Amarjit Soni. Neutrino masses, mixing and leptogenesis in a two higgs doublet model “for the third generation”. *Physics Letters B*, 635(2-3):112–117, 2006.
- [14] Antonio Pich. Precision tau physics. *Progress in Particle and Nuclear Physics*, 75:41–85, Mar 2014.

Bibliografía

- [15] J Lorenzo Diaz-Cruz, R Noriega-Papaqui, and A Rosado. Mass matrix ansatz and lepton flavor violation in the two-higgs doublet model-III. *Physical Review D*, 69(9):095002, 2004.
- [16] TD Lee. A theory of spontaneous t violation. *Physical Review D*, 8(4):1226, 1973.
- [17] E Barradas-Guevara, O Felix-Beltran, F Gonzalez-Canales, and M Zeleny-Mora. Lepton CP violation in a ν 2HDM with flavor. *Physical Review D*, 97(3):035003, 2018.
- [18] Subhasmita Mishra. Neutrino mixing and leptogenesis with modular s_3 symmetry in the framework of type III seesaw, 2020.
- [19] S Gabriel and S Nandi. A new two higgs doublet model. *Physics Letters B*, 655(3-4):141–147, 2007.
- [20] Daniel A Camargo, Miguel D Campos, T essio B de Melo, and Farinaldo S Queiroz. A two Higgs doublet model for dark matter and neutrino masses. *Physics Letters B*, 795:319–326, 2019.
- [21] AE C arcamo Hern andez, I de Medeiros Varzielas, and E Schumacher. Fermion and scalar phenomenology of a two-higgs-doublet model with s_3 . *Physical Review D*, 93(1):016003, 2016.
- [22] DG Michael, P Adamson, T Alexopoulos, WWM Allison, GJ Alner, K Anderson, C Andreopoulos, M Andrews, R Andrews, KE Arms, et al. Observation of muon neutrino disappearance with the minos detectors in the numi neutrino beam. *Physical Review Letters*, 97(19):191801, 2006.
- [23] MH Ahn, E Aliu, S Andringa, S Aoki, Y Aoyama, J Argyriades, K Asakura, R Ashie, F Berghaus, HG Berns, et al. Measurement of neutrino oscillation by the K2K experiment. *Physical Review D*, 74(7):072003, 2006.
- [24] B Aharmim, SN Ahmed, JF Amsbaugh, AE Anthony, J Banar, N Barros, EW Beier, Alain Bellerive, B Beltran, M Bergevin, et al. Independent measurement of the total active B8 solar neutrino flux using an array of he 3 proportional counters at the sudbury neutrino observatory. *Physical Review Letters*, 101(11):111301, 2008.
- [25] S Abe, T Ebihara, S Enomoto, K Furuno, Y Gando, K Ichimura, H Ikeda, K Inoue, Y Kibe, Y Kishimoto, et al. Precision measurement of neutrino oscillation parameters with kamland. *Physical Review Letters*, 100(22):221803, 2008.
- [26] Ernest Ma. Pathways to naturally small neutrino masses. *Physical Review Letters*, 81(6):1171, 1998.
- [27] PA Zyla, Particle Data Group, et al. to be published in prog. theor. *Exp. Phys*, 2020.
- [28] Carlo Giunti and Chung W Kim. *Fundamentals of neutrino physics and astrophysics*. Oxford university press, 2007.

- [29] Rabindra Nath Mohapatra and Palash B Pal. *Massive neutrinos in physics and astrophysics*, volume 72. World scientific, 2004.
- [30] Rabindra N. Mohapatra and Goran Senjanović. Neutrino mass and spontaneous parity nonconservation. *Physical review letters*, 44:912–915, Apr 1980.
- [31] A Zee. A theory of lepton number violation and neutrino majorana masses. *Physics Letters B*, 93(4):389–393, 1980.
- [32] Jackson D Clarke, Robert Foot, and Raymond R Volkas. Natural leptogenesis and neutrino masses with two higgs doublets. *Physical Review D*, 92(3):033006, 2015.
- [33] Raymond Volkas. Neutrino mass models and their connections with other physics beyond the standard model. *npa*, page 46, 2018.
- [34] Wei Chao and Michael J Ramsey-Musolf. Hidden from view: Neutrino masses, dark matter, and tev-scale leptogenesis in a neutrinophilic two-higgs-doublet model. *Physical Review D*, 89(3):033007, 2014.
- [35] Wei-Shu Hou. Tree level $t \rightarrow ch^0$ or $h^0 \rightarrow tc$ decays. *Physics Letters B*, 296(1-2):179–184, 1992.
- [36] D Chang, WS Hou, and W-Y Keung. Two-loop contributions of flavor-changing neutral higgs bosons to $\mu \rightarrow e\gamma$. *Physical Review D*, 48(1):217, 1993.
- [37] J-M Gerard and Michel Herquet. Twisted custodial symmetry in two-higgs-doublet models. *Physical review letters*, 98(25):251802, 2007.
- [38] John F Gunion and Howard E Haber. CP-conserving two-Higgs-doublet model: the approach to the decoupling limit. *Physical Review D*, 67(7):075019, 2003.
- [39] John F Gunion, Gordon L Kane, Sally Dawson, and Howard E Haber. The higgs hunter’s guide. *Front. Phys.*, 80(BNL-41644):1–404, 1989.
- [40] Santi Béjar, Jaume Guasch, and Joan Sola. Higgs boson flavor-changing neutral decays into top quark in a general two-higgs-doublet model. *Nuclear physics B*, 675(1-2):270–288, 2003.
- [41] Andreas Crivellin, Christoph Greub, and Ahmet Kokulu. Flavor-phenomenology of two-higgs-doublet models with generic yukawa structure. *Physical Review D*, 87(9):094031, 2013.
- [42] Santi Bejar, Jaume Guasch, and Joan Sola. FCNC top quark decays beyond the standard model. *arXiv preprint hep-ph/0101294*, 2001.
- [43] Ann E Nelson and David Wright. Horizontal, anomalous U (1) symmetry for the more minimal supersymmetric standard model. *Physical Review D*, 56(3):1598, 1997.
- [44] Junjie Cao, Peihua Wan, Lei Wu, and Jin Min Yang. Lepton-specific two-higgs-doublet model: Experimental constraints and implication on higgs phenomenology. *Physical Review D*, 80(7), Oct 2009.

Bibliografía

- [45] Heather E. Logan and Deanna MacLennan. Charged higgs phenomenology in the lepton-specific two higgs doublet model. *Physical Review D*, 79:115022, Jun 2009.
- [46] Yuji Omura, Eibun Senaha, and Kazuhiro Tobe. Lepton-flavor-violating higgs decay $h \rightarrow \mu\tau$ and muon anomalous magnetic moment in a general two higgs doublet model. *Journal of High Energy Physics*, 2015(5):28, 2015.
- [47] Krawczyk, M. and Temes, D. Large 2HDM(II) okkne-loop corrections in leptonic tau decays. *Eur. Phys. J. C*, 44(3):435–446, 2005.
- [48] Shinya Kanemura, Mariko Kikuchi, and Kei Yagyu. Fingerprinting the extended higgs sector using one-loop corrected higgs boson couplings and future precision measurements. *Nuclear Physics B*, 896:80–137, 2015.
- [49] Jules Hernández-Sánchez, S. Moretti, R. Noriega-Papaqui, and Alfonso Rosado. Off-diagonal terms in yukawa textures of the type-III 2-Higgs doublet model and light charged higgs boson phenomenology. *Journal of High Energy Physics*, 2013:1–51, 2012.
- [50] Andreas Crivellin, Julian Heeck, and Peter Stoffer. Perturbed lepton-specific two-higgs-doublet model facing experimental hints for physics beyond the standard model. *Physical review letters*, 116:081801, Feb 2016.
- [51] Marco Drewes. The phenomenology of right handed neutrinos. *International Journal of Modern Physics E*, 22(08):1330019, 2013.
- [52] Johannes Hirn and Jan Stern. Lepton-number violation and right-handed neutrinos in higgsless effective theories. *Physical Review D*, 73(5):056001, 2006.
- [53] Laurent Canetti, Marco Drewes, Tibor Frossard, and Mikhail Shaposhnikov. Dark matter, baryogenesis and neutrino oscillations from right-handed neutrinos. *Physical Review D*, 87(9):093006, 2013.
- [54] Naoyuki Haba and Koji Tsumura. ν -two higgs doublet model and its collider phenomenology. *Journal of High Energy Physics*, 2011(6):68, 2011.
- [55] Florian Bonnet, Daniel Hernandez, Toshihiko Ota, and Walter Winter. Neutrino masses from higher than d= 5 effective operators. *Journal of High Energy Physics*, 2009(10):076, 2009.
- [56] Steven Weinberg. Baryon-and lepton-nonconserving processes. *Physical Review Letters*, 43(21):1566, 1979.
- [57] Zhi-zhong Xing. Hierarchical neutrino masses and large mixing angles from the fritzsch texture of lepton mass matrices. *Physics Letters B*, 550(3-4):178–185, 2002.
- [58] Xiao-Gang He and A Zee. Some simple mixing and mass matrices for neutrinos. *Physics Letters B*, 560(1-2):87–90, 2003.
- [59] Stephen F King. Neutrino mass models. *Reports on Progress in Physics*, 67(2):107, 2003.

- [60] Aharon Davidson and Kameshwar C Wali. Universal seesaw mechanism? *Physical Review Letters*, 59(4):393, 1987.
- [61] Darwin Chang and Rabindra N Mohapatra. Small and calculable dirac neutrino mass. *Physical Review Letters*, 58(16):1600, 1987.
- [62] KS Babu and Rabindra N Mohapatra. CP violation in seesaw models of quark masses. *Physical review letters*, 62(10):1079, 1989.
- [63] ZG Berezhiani and Riccardo Rattazzi. Universal seesaw and radiative quark mass hierarchy. *Physics Letters B*, 279(1-2):124–130, 1992.
- [64] Peter Minkowski. $\mu \rightarrow e\gamma$ at a rate of one out of 109 muon decays? *Physics Letters B*, 67(4):421–428, 1977.
- [65] M Gell-Mann, P Ramond, and R Slansky. Supergravity ed p van nieuwenhuizen and dz freedman. *Amsterdam: North-Holland* p, 315:79–18, 1979.
- [66] Sheldon L Glashow. Quarks and leptons ed m lévy et al, 1980.
- [67] W Konetschny and W Kummer. Nonconservation of total lepton number with scalar bosons. *Physics Letters B*, 70(4):433–435, 1977.
- [68] TP Cheng and Ling-Fong Li. Neutrino masses, mixings, and oscillations in $SU(2) \times U(1)$ models of electroweak interactions. *Physical Review D*, 22(11):2860, 1980.
- [69] George Lazarides, Q Shafi, and Ch Wetterich. Proton lifetime and fermion masses in an so (10) model. *Nuclear Physics B*, 181(2):287–300, 1981.
- [70] J Schechter and José WF Valle. Neutrino masses in $SU(2) \otimes U(1)$ theories. *Physical Review D*, 22(9):2227, 1980.
- [71] Rabindra N Mohapatra and Goran Senjanović. Neutrino masses and mixings in gauge models with spontaneous parity violation. *Physical Review D*, 23(1):165, 1981.
- [72] B Bajc. JHEP0708, 014 (2007); b. bajc, m. nemevsek, and g. senjanovic. *Physical Review D*, 76:055011, 2007.
- [73] Pavel Fileviez Pérez. Renormalizable adjoint $SU(5)$. *Physics Letters B*, 654(5-6):189–193, 2007.
- [74] Pavel Fileviez Pérez. Supersymmetric adjoint $SU(5)$. *Physical Review D*, 76(7):071701, 2007.
- [75] J Hisano, Takeo Moroi, K Tobe, and Masahiro Yamaguchi. Lepton-flavor violation via right-handed neutrino yukawa couplings in the supersymmetric standard model. *Physical Review D*, 53(5):2442, 1996.
- [76] Alejandro Ibarra and Cristoforo Simonetto. Understanding neutrino properties from decoupling right-handed neutrinos and extra higgs doublets. *Journal of High Energy Physics*, 2011(11):22, 2011.

Bibliografía

- [77] F del Aguila and JA Aguilar-Saavedra. Distinguishing seesaw models at LHC with multi-lepton signals. *Nuclear Physics B*, 813(1-2):22–90, 2009.
- [78] Roberto Franceschini, Thomas Hambye, and Alessandro Strumia. Type-III seesaw mechanism at CERN LHC. *Physical Review D*, 78(3):033002, 2008.
- [79] Carl H Albright and SM Barr. Leptogenesis in the type III seesaw mechanism. *Physical Review D*, 69(7):073010, 2004.
- [80] Tong Li and Xiao-Gang He. Neutrino masses and heavy triplet leptons at the LHC: Testability of the type III seesaw mechanism. *Physical Review D*, 80(9):093003, 2009.
- [81] Yong Liu and Utpal Sarkar. CP violation in neutrino mixing matrix and leptogenesis. *Modern Physics Letters A*, 16(09):603–613, 2001.
- [82] SF King. Atmospheric and solar neutrinos from single right-handed neutrino dominance and U(1) family symmetry. *Nuclear Physics B*, 562(1-2):57–77, 1999.
- [83] V Barger, Duane A Dicus, Hong-Jian He, and Tianjun Li. Structure of cosmological CP-violation via neutrino seesaw. *Physics Letters B*, 583(1-2):173–185, 2004.
- [84] Alexei Yu. Smirnov. Seesaw enhancement of lepton mixing. *Physical Review D*, 48:3264–3270, Oct 1993.
- [85] A. Kleppe. Extending the standard model with two right-handed neutrinos. In *3rd Tallinn Symposium on Neutrino Physics*, pages 118–125, 1995.
- [86] Paul H Frampton, SL Glashow, and T Yanagida. Cosmological sign of neutrino CP violation. *Physics Letters B*, 548(3-4):119–121, 2002.
- [87] Martti Raidal and ALESSANDRO Strumia. Predictions of the most minimal seesaw model. *Physics Letters B*, 553(1-2):72–78, 2003.
- [88] Yuji Omura, Eibun Senaha, and Kazuhiro Tobe. τ - and μ -physics in a general two Higgs doublet model with μ - τ flavor violation. *Physical Review D*, 94(5):055019, 2016.
- [89] Gustavo Castello Branco, W Grimus, and L Lavoura. The seesaw mechanism in the presence of a conserved lepton number. *Nuclear Physics B*, 312(2):492–508, 1989.
- [90] E Barradas-Guevara, O Félix-Beltrán, F Gonzalez-Canales, E González Hernández, E Rodríguez-Jáuregui, and M Zeleny-Mora. Analysis of the lepton mixing matrix in the two Higgs doublet model. *arXiv preprint arXiv:1606.05388*, 2016.
- [91] F Gonzalez Canales and A Mondragon. The s_3 symmetry: Flavour and texture zeroes. In *Journal of Physics: Conference Series*, volume 287, page 012015. IOP Publishing, 2011.
- [92] H Fritzsch and Z.-Z Xing. Mass and flavor mixing schemes of quarks and leptons. *Progress in Particle and Nuclear Physics*, 45(1):1–81, Jan 2000.

- [93] Walter Grimus and Luis Lavoura. On a model with two zeros in the neutrino mass matrix. *Journal of Physics G: Nuclear and Particle Physics*, 31(7):693, 2005.
- [94] Chuan-Hung Chen and Takaaki Nomura. Two-Higgs-doublet type-II seesaw model. *Physical Review D*, 90(7):075008, 2014.
- [95] Priyotosh Bandyopadhyay, Sandhya Choubey, and Manimala Mitra. Two higgs doublet type III seesaw with μ - τ symmetry at LHC. *Journal of High Energy Physics*, 2009(10):012, 2009.
- [96] Asmaa Abada, Carla Biggio, Florian Bonnet, Maria B Gavela, and Thomas Hambye. Low energy effects of neutrino masses. *Journal of High Energy Physics*, 2007(12):061, 2007.
- [97] Asmaa Abada, Carla Biggio, Florian Bonnet, Maria Belén Gavela, and Thomas Hambye. $\mu \rightarrow e\gamma$ and $\tau \rightarrow l\gamma$ decays in the fermion triplet seesaw model. *Physical Review D*, 78(3):033007, 2008.
- [98] Abdesslam Arhrib, Rachid Benbrik, and Chuan-Hung Chen. Lepton flavor violating τ decays in the type-III seesaw mechanism. *Physical Review D*, 81(11):113003, 2010.
- [99] D Cogollo, Ricardo D Matheus, Tessio B de Melo, and Farinaldo S Queiroz. Type I+ II seesaw in a two Higgs doublet model. *Physics Letters B*, 797:134813, 2019.
- [100] Zhi-zhong Xing. Full parametrization of the 6×6 flavor mixing matrix in the presence of three light or heavy sterile neutrinos. *Physical Review D*, 85(1):013008, 2012.
- [101] Pavel Fileviez Pérez. Type III seesaw and left-right symmetry. *Journal of High Energy Physics*, 2009(03):142, 2009.
- [102] RN Mohapatra, Nobuchika Okada, and Hai-Bo Yu. ν -gauge mediated supersymmetry breaking with type III seesaw mechanism and phenomenology. *Physical Review D*, 78(7):075011, 2008.
- [103] Bruno Pontecorvo. Neutrino experiments and the problem of conservation of leptonic charge. *Sov. Phys. JETP*, 26(984-988):165, 1968.
- [104] Ziro Maki, Masami Nakagawa, and Shoichi Sakata. Remarks on the unified model of elementary particles. *Progress of Theoretical Physics*, 28(5):870–880, 1962.
- [105] Makoto Kobayashi and Toshihide Maskawa. CP-violation in the renormalizable theory of weak interaction. *Progress of Theoretical Physics*, 49(2):652–657, 1973.
- [106] Gerhard Buchalla and Andrzej J Buras. $K \rightarrow \pi \nu \bar{\nu}$ and high precision determinations of the CKM matrix. *Physical Review D*, 54(11):6782, 1996.
- [107] A Höcker, H Lacker, S Laplace, and F Le Diberder. A new approach to a global fit of the CKM matrix. *The European Physical Journal C-Particles and Fields-Particles and Fields*, 21(2):225–259, 2001.

Bibliografia

- [108] Marco Battaglia, AJ Buras, Paolo Gambino, A Stocchi, D Abbaneo, A Ali, P Amaral, V Andreev, M Artuso, E Barberio, et al. The CKM matrix and the unitarity triangle. *arXiv preprint hep-ph/0304132*, 2003.
- [109] Jérôme Charles, A Höcker, Heiko Lacker, Sandrine Laplace, FR Le Diberder, Julie Malclès, José Ocariz, Muriel Pivk, and Lydia Roos. CP violation and the CKM matrix: Assessing the impact of the asymmetric B factories. *The European Physical Journal C-Particles and Fields-Particles and Fields*, 41(1):1–131, 2005.
- [110] Paul F Harrison, Don H Perkins, and WG Scott. Tri-bimaximal mixing and the neutrino oscillation data. *Physics Letters B*, 530(1-4):167–173, 2002.
- [111] Claudio Giganti, Stéphane Lavignac, and Marco Zito. Neutrino oscillations: the rise of the PMNS paradigm. *Progress in Particle and Nuclear Physics*, 98:1–54, 2018.
- [112] Paul H Frampton, ST Petcov, and W Rodejohann. On deviations from bimaximal neutrino mixing. *Nuclear Physics B*, 687(1-2):31–54, 2004.
- [113] S. Bilenky. Neutrinos: Majorana or dirac?, 2020.
- [114] Samoil M Bilenky, J Hosek, and ST Petcov. On oscillations of neutrinos with dirac and majorana masses. Technical report, Joint Inst. for Nuclear Research, 1980.
- [115] Werner Rodejohann, Xun-Jie Xu, and Carlos E Yaguna. Distinguishing between dirac and majorana neutrinos in the presence of general interactions. *Journal of High Energy Physics*, 2017(5):24, 2017.
- [116] Boris Kayser and Robert E Shrock. Distinguishing between dirac and majorana neutrinos in neutral-current reactions. *Physics Letters B*, 112(2):137–142, 1982.
- [117] Werner Rodejohann. Neutrino-less double beta decay and particle physics. *International Journal of Modern Physics E*, 20(09):1833–1930, 2011.
- [118] Ivan Girardi, ST Petcov, and AV Titov. Determining the dirac CP violation phase in the neutrino mixing matrix from sum rules. *Nuclear Physics B*, 894:733–768, 2015.
- [119] ST Petcov, I Girardi, and AV Titov. Predictions for the dirac CP violation phase in the neutrino mixing matrix. *International Journal of Modern Physics A*, 30(13):1530035, 2015.
- [120] I Girardi, ST Petcov, and AV Titov. Predictions for the leptonic dirac CP violation phase: a systematic phenomenological analysis. *The European Physical Journal C-Particles and Fields*, 75(7):345, 2015.
- [121] Ivan Girardi, ST Petcov, and AV Titov. Predictions for the majorana CP violation phases in the neutrino mixing matrix and neutrinoless double beta decay. *Nuclear Physics B*, 911:754–804, 2016.
- [122] Carlo Giunti. No effect of majorana phases in neutrino oscillations. *Physics Letters B*, 686(1):41–43, 2010.

- [123] A Capolupo, SM Giampaolo, BC Hiesmayr, and G Vitiello. Geometric phase of neutrinos: Differences between dirac and majorana neutrinos. *Physics Letters B*, 780:216–220, 2018.
- [124] SM Bilenky and C Giunti. Neutrinoless double-beta decay: a probe of physics beyond the standard model. *International Journal of Modern Physics A*, 30(04n05):1530001, 2015.
- [125] Ling-Lie Chau and Wai-Yee Keung. Comments on the parametrization of the kobayashi-maskawa matrix. *Physical Review Letters*, 53(19):1802, 1984.
- [126] Harald Fritzsch and Zhi-Zhong Xing. Flavor symmetries and the description of flavor mixing. *Physics Letters B*, 413(3-4):396–404, 1997.
- [127] J Barranco, F Gonzalez Canales, and A Mondragon. Universal mass matrix for quarks and leptons and CP violation. *Physical Review D*, 82(7):073010, 2010.
- [128] Darius Jurciukonis, Thomas Gajdosik, and Andrius Juodagalvis. Seesaw neutrino masses with a second Higgs doublet added. *arXiv preprint arXiv:1507.03459*, 2015.
- [129] D Jurčiukonis, T Gajdosik, and A Juodagalvis. Seesaw neutrinos with one right-handed singlet field and a second higgs doublet. *Journal of High Energy Physics*, 2019(11):146, 2019.
- [130] J. S. Gutierrez and C. Quimbay. Relationship between the yukawa coupling constants present in the leptonic decay $\tau \rightarrow \nu_\tau l \bar{\nu}_l$ and the neutrino masses generated via see-saw type I mechanism in the two Higgs doublet model type III. *To be submitted to publication in the next weeks*.
- [131] J. S. Gutierrez and C. Quimbay. Mass and mixing matrices for neutrinos via see-saw type I mechanism in the two Higgs doublet model type III. *To be submitted to publication in the next weeks*.
- [132] J. S. Gutierrez and C. Quimbay. See-saw mechanism in the two Higgs doublet model type III through the simultaneous introduction of a singlet and a triplet majorana. *To be submitted to publication in the next weeks*.
- [133] RJ Guth, AH Hoang, and JH Kühn. Tau decay in the two higgs doublet model. *Physics Letters B*, 285(1-2):75–79, 1992.
- [134] Heather E Logan and Deanna MacLennan. Charged higgs phenomenology in the lepton-specific two higgs doublet model. *Physical Review D*, 79(11):115022, 2009.
- [135] J. S. Gutierrez and C. Quimbay. Majorana CP violation phases in the 6×6 leptonic mixing matrix in the two higgs doublet model type III. *To be submitted to publication in the next weeks*.
- [136] Harald Fritzsch and Z-z Xing. Mass and flavor mixing schemes of quarks and leptons. *Progress in Particle and Nuclear Physics*, 45(1):1–81, 2000.

Bibliografia

- [137] Zhi-Zhong Xing and He Zhang. Lepton mass matrices with four texture zeros. *Physics Letters B*, 569(1-2):30–40, 2003.
- [138] Guido Altarelli, Ferruccio Feruglio, and Luca Merlo. Revisiting bimaximal neutrino mixing in a model with s_4 discrete symmetry. *Journal of High Energy Physics*, 2009(05):020, 2009.
- [139] Reinier de Adelhart Toorop, Federica Bazzocchi, and Luca Merlo. The interplay between gut and flavour symmetries in a $\text{pati-salam} \times S_4$ model. *Journal of High Energy Physics*, 2010(8):1, 2010.
- [140] Florian Plentinger and Gerhart Seidl. Mapping out $SU(5)$ grand unified theories with non-abelian discrete flavor symmetries. *Physical Review D*, 78(4):045004, 2008.
- [141] Seungwon Baek and Takaaki Nomura. Dark matter physics in neutrino specific two higgs doublet model. *Journal of High Energy Physics*, 2017(3):59, 2017.
- [142] Zhen Liu and Pei-Hong Gu. Extending two higgs doublet models for two-loop neutrino mass generation and one-loop neutrinoless double beta decay. *Nuclear Physics B*, 915:206–223, 2017.
- [143] Daniel A Camargo, Alex G Dias, T essio B de Melo, and Farinaldo S Queiroz. Neutrino masses in a two Higgs doublet model with a $U(1)$ gauge symmetry. *Journal of High Energy Physics*, 2019(4):129, 2019.
- [144] M Kobayashi and T Maskawa. Prog. b 511, 240 (2001). *Theor. Phys*, 49:652, 1973.
- [145] Peter W Higgs. Broken symmetries and the masses of gauge bosons. *Physical Review Letters*, 13(16):508, 1964.
- [146] J Ellis. Mk gaillard and dv nanopoulos. *Nuclear Physics B*, 106:292, 1976.
- [147] David Atwood, Laura Reina, and Amarjit Soni. Flavor changing neutral scalar currents at $\mu^+ \mu^-$ colliders. *Physical review letters*, 75:3800–3803, Nov 1995.
- [148] Rabindra N Mohapatra. Ictp lectures on theoretical aspects of neutrino masses and mixings. *arXiv preprint hep-ph/0211252*, 2002.
- [149] KM Case. Reformulation of the majorana theory of the neutrino. *Physical Review*, 107(1):307, 1957.
- [150] Elisabetta Sassaroli. Neutrino flavor mixing and oscillations in field theory. *arXiv preprint hep-ph/9805480*, 1998.
- [151] Robert Foot, H Lew, X-G He, and Girish C Joshi. See-saw neutrino masses induced by a triplet of leptons. *Zeitschrift f ur Physik C Particles and Fields*, 44(3):441–444, 1989.
- [152] David Atwood, Laura Reina, and Amarjit Soni. R_b and R_c in the two-Higgs-doublet model with flavor-changing neutral currents. *Physical Review D*, 54(5):3296, 1996.

- [153] David Atwood, Laura Reina, and Amarjit Soni. Probing flavor-changing top-charm-scalar interactions in e^+e^- collisions. *Physical Review D*, 53(3):1199, 1996.
- [154] David Atwood, Laura Reina, and Amarjit Soni. Flavor changing neutral scalar currents at $\mu^+ \mu^-$ colliders. *Physical review letters*, 75(21):3800, 1995.
- [155] Marc Sher and Yao Yuan. Rare b decays, rare τ decays, and grand unification. *Physical Review D*, 44:1461–1472, Sep 1991.
- [156] Rabindra N Mohapatra and Alexei Y Smirnov. Neutrino mass and new physics. *Annual Review of Nuclear and Particle Science*, 56:569–628, 2006.
- [157] Ernest Ma. Connection between the neutrino seesaw mechanism and properties of the majorana neutrino mass matrix. *Physical Review D*, 71(11):111301, 2005.
- [158] Asan Damanik. Nonzero θ_{13} and neutrino masses from modified neutrino mixing matrix. *International Journal of Modern Physics A*, 27(17):1250091, 2012.
- [159] Paul H Frampton, Sheldon L Glashow, and Danny Marfatia. Zeroes of the neutrino mass matrix. *Physics Letters B*, 536(1-2):79–82, 2002.
- [160] Particle Data Group et al. pdg. lbl. gov, review of particle physics; latest published version m. tanabashi, et al., particle data group. *Physical Review D*, 98:010001, 2018.
- [161] Harald Fritzsch. Calculating the cabibbo angle. *Physics Letters B*, 70(4):436–440, 1977.
- [162] Sandip Pakvasa and Hirotaka Sugawara. Discrete symmetry and cabibbo angle. *Physics Letters B*, 73(1):61–64, 1978.
- [163] Haim Harari, Herve Haut, and Jacques Weyers. Quark masses and cabibbo angles. *Physics Letters B*, 78(4):459–461, 1978.
- [164] Harald Fritzsch. Quark masses and flavor mixing. *Nuclear Physics B*, 155(1):189–207, 1979.
- [165] Hajime Ishimori, Tatsuo Kobayashi, Hiroshi Ohki, Yusuke Shimizu, Hiroshi Okada, and Morimitsu Tanimoto. Non-abelian discrete symmetries in particle physics. *Progress of Theoretical Physics Supplement*, 183:1–163, 2010.
- [166] Florian Plentinger, Gerhart Seidl, and Walter Winter. Group space scan of flavor symmetries for nearly tribimaximal lepton mixing. *Journal of High Energy Physics*, 2008(04):077, 2008.
- [167] Zhi-zhong Xing. Flavor mixing and CP violation of massive neutrinos. *International Journal of Modern Physics A*, 19(01):1–79, 2004.
- [168] Werner Rodejohann and JWF Valle. Symmetrical parametrizations of the lepton mixing matrix. *Physical Review D*, 84(7):073011, 2011.
- [169] KA Hochmuth, ST Petcov, and Werner Rodejohann. $U_{PMNS} = U_l^\dagger U_\nu$. *arXiv preprint arXiv:0706.2975*, 2007.

Bibliografía

- [170] M Kobayashi. K. maskawa. *Prog. Theor. Phys*, 49:652, 1973.
- [171] Ivan Esteban, MC Gonzalez-Garcia, Michele Maltoni, Ivan Martinez-Soler, and Thomas Schwetz. Updated fit to three neutrino mixing: exploring the accelerator-reactor complementarity. *Journal of High Energy Physics*, 2017(1):87, 2017.
- [172] Eung Jin Chun and Jinsu Kim. Leptonic precision test of leptophilic two-higgs-doublet model. *Journal of High Energy Physics*, 2016(7):1–14, 2016.
- [173] William J Marciano and A Sirlin. Electroweak radiative corrections to τ decay. *Physical Review Letters*, 61(16):1815, 1988.
- [174] J Michael Roney. Tau physics prospects at superb. *Nuclear Physics B (Proceedings Supplements)*, (169):379–386, 2007.
- [175] Francisco J Botella, GC Branco, Adrián Carmona, M Nebot, Leonardo Pedro, and MN Rebelo. Physical constraints on a class of two-higgs doublet models with fnc at tree level. *Journal of High Energy Physics*, 2014(7):1–33, 2014.
- [176] Kazuhiro Tobe. Michel parameters for τ decays
 $\tau \rightarrow l \overline{\nu} \{ \nu \} \left(l = e, \mu \right)$
in a general two-higgs-doublet model with
 μ - τ flavor violation. *Journal of High Energy Physics*, 2016(10):1–14, 2016.
- [177] R. L. Workman and Others. Review of Particle Physics. *PTEP*, 2022:083C01, 2022.
- [178] Maria Krawczyk and David Temes. 2hdm (ii) radiative corrections in leptonic tau decays. *arXiv preprint hep-ph/0410248*, 2004.
- [179] Ernest Ma. Neutrino mass seesaw version 3: recent developments. In *AIP Conference Proceedings*, volume 1116, pages 239–246. American Institute of Physics, 2009.
- [180] Diego Aristizabal Sierra, Jernej F Kamenik, and Miha Nemevšek. Implications of flavor dynamics for fermion triplet leptogenesis. *Journal of High Energy Physics*, 2010(10):36, 2010.
- [181] Ernest Ma. B and not l in supersymmetry: New U (1) gauge symmetry and dark matter. *Physical Review D*, 78(1):017701, 2008.
- [182] JA Aguilar-Saavedra and Gustavo Castello Branco. Unitarity triangles and geometrical description of CP violation with majorana neutrinos. *Physical Review D*, 62(9):096009, 2000.
- [183] Jose F Nieves and Palash B Pal. Rephasing-invariant CP violating parameters with majorana neutrinos. *Physical Review D*, 64(7):076005, 2001.

- [184] Jose F Nieves and Palash B Pal. Minimal rephasing-invariant CP-violating parameters with dirac and majorana fermions. *Physical Review D*, 36(1):315, 1987.
- [185] Patrick D Bolton. Neutrinoless double beta decay versus other probes of heavy sterile neutrinos.
- [186] C Barbero, Ling-Fong Li, G Lopez Castro, and A Mariano. $\Delta I = 2$ hyperon semi-leptonic decays. *Physical Review D*, 76(11):116008, 2007.
- [187] Hans Volker Klapdor-Kleingrothaus and Irina Vladimirovna Krivosheina. The evidence for the observation of $0\nu\beta\beta$ decay: The identification of $0\nu\beta\beta$ events from the full spectra. *Modern Physics Letters A*, 21(20):1547–1566, 2006.
- [188] Stefano Dell’Oro, Simone Marcocci, Matteo Viel, and Francesco Vissani. Neutrinoless double beta decay: 2015 review. *Advances in High Energy Physics*, 2016, 2016.
- [189] D.Q. Adams, C. Alduino, K. Alfonso, F.T. Avignone, O. Azzolini, G. Bari, F. Bellini, G. Benato, M. Biassoni, A. Branca, and et al. Improved limit on neutrinoless double-beta decay in ^{130}Te with cuore. *Physical Review Letters*, 124(12), Mar 2020.
- [190] Jun Cao, Guo yuan Huang, Yu-Feng Li, Yifang Wang, Liang-Jian Wen, Zhi zhong Xing, Zhen hua Zhao, and Shun Zhou. Towards the meV limit of the effective neutrino mass in neutrinoless double-beta decays. *Chinese Physics C*, 44(3):031001, mar 2020.
- [191] J.J Gómez-Cadenas, J Martín-Albo, J. Muñoz Vidal, and C Peña-Garay. Discovery potential of xenon-based neutrinoless double beta decay experiments in light of small angular scale cmb observations. *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, 2013(03):043–043, Mar 2013.
- [192] M Agostini, M Allardt, AM Bakalyarov, M Balata, I Barabanov, L Baudis, C Bauer, E Bellotti, S Belogurov, ST Belyaev, et al. Background-free search for neutrinoless double- β decay of ^{76}Ge with gerda. *Nature*, 544(7648):47–52, 2017.
- [193] Leslie Camilleri, Eligio Lisi, and John F Wilkerson. Neutrino masses and mixings: status and prospects. *Annual Review of Nuclear and Particle Science*, 58:343–369, 2008.
- [194] ST Petcov. Dirac and majorana CP-violation. *Nuclear Physics B-Proceedings Supplements*, 145:148–153, 2005.
- [195] Bernard Sadoulet. Dark matter searches. *International Journal of Modern Physics A*, 15:687–714, 2000.
- [196] C Arnaboldi, DR Artusa, FT Avignone III, M Balata, I Bandac, M Barucci, JW Beeman, C Brofferio, C Bucci, S Capelli, et al. New limit on the neutrinoless $\beta\beta$ decay of ^{130}Te . *Physical review letters*, 95(14):142501, 2005.

Bibliografía

- [197] R Arnold, C Augier, J Baker, AS Barabash, M Bongrand, G Broudin, V Brudanin, AJ Caffrey, V Egorov, AI Etienne, et al. Measurement of double beta decay of 100mo to excited states in the NEMO 3 experiment. *Nuclear Physics A*, 781(1-2):209–226, 2007.
- [198] Michael Duerr, Manfred Lindner, and Alexander Merle. On the quantitative impact of the schechter-valle theorem. *Journal of High Energy Physics*, 2011(6):91, 2011.
- [199] Palash B Pal. Dirac, majorana, and weyl fermions. *American Journal of Physics*, 79(5):485–498, 2011.
- [200] J. Beringer, J. F. Arguin, R. M. Barnett, K. Copic, O. Dahl, D. E. Groom, C. J. Lin, J. Lys, H. Murayama, C. G. Wohl, W. M. Yao, P. A. Zyla, C. Amsler, M. Antonelli, D. M. Asner, H. Baer, H. R. Band, T. Basaglia, C. W. Bauer, J. J. Beatty, V. I. Belousov, E. Bergren, G. Bernardi, W. Bertl, S. Bethke, H. Bichsel, O. Biebel, E. Blucher, S. Blusk, G. Brooijmans, O. Buchmueller, R. N. Cahn, M. Carena, A. Ceccucci, D. Chakraborty, M. C. Chen, R. S. Chivukula, G. Cowan, G. D’Ambrosio, T. Damour, D. de Florian, A. de Gouvêa, T. DeGrand, P. de Jong, G. Dissertori, B. Dobrescu, M. Doser, M. Drees, D. A. Edwards, S. Eidelman, J. Erler, V. V. Ezhela, W. Fetscher, B. D. Fields, B. Foster, T. K. Gaisser, L. Garren, H. J. Gerber, G. Gerbier, T. Gherghetta, S. Golwala, M. Goodman, C. Grab, A. V. Gribsan, J. F. Grivaz, M. Grünewald, A. Gurtu, T. Gutsche, H. E. Haber, K. Hagiwara, C. Hagmann, C. Hanhart, S. Hashimoto, K. G. Hayes, M. Heffner, B. Heltsley, J. J. Hernández-Rey, K. Hikasa, A. Höcker, J. Holder, A. Holtkamp, J. Huston, J. D. Jackson, K. F. Johnson, T. Junk, D. Karlen, D. Kirkby, S. R. Klein, E. Klempt, R. V. Kowalewski, F. Krauss, M. Kreps, B. Krusche, Yu. V. Kuyanov, Y. Kwon, O. Lahav, J. Laiho, P. Langacker, A. Liddle, Z. Ligeti, T. M. Liss, L. Littenberg, K. S. Lugovsky, S. B. Lugovsky, T. Mannel, A. V. Manohar, W. J. Marciano, A. D. Martin, A. Maso- ni, J. Matthews, D. Milstead, R. Miquel, K. Mönig, F. Moortgat, K. Nakamura, M. Narain, P. Nason, S. Navas, M. Neubert, P. Nevski, Y. Nir, K. A. Olive, L. Pape, J. Parsons, C. Patrignani, J. A. Peacock, S. T. Petcov, A. Piepke, A. Pomarol, G. Punzi, A. Quadt, S. Raby, G. Raffelt, B. N. Ratcliff, P. Richardson, S. Roesler, S. Rolli, A. Romaniouk, L. J. Rosenberg, J. L. Rosner, C. T. Sachrajda, Y. Sakai, G. P. Salam, S. Sarkar, F. Sauli, O. Schneider, K. Scholberg, D. Scott, W. G. Seligman, M. H. Shaevitz, S. R. Sharpe, M. Silari, T. Sjöstrand, P. Skands, J. G. Smith, G. F. Smoot, S. Spanier, H. Spieler, A. Stahl, T. Stanev, S. L. Stone, T. Sumiyoshi, M. J. Syphers, F. Takahashi, M. Tanabashi, J. Terning, M. Titov, N. P. Tkachenko, N. A. Törnqvist, D. Tovey, G. Valencia, K. van Bibber, G. Venanzoni, M. G. Vin- cter, P. Vogel, A. Vogt, W. Walkowiak, C. W. Walter, D. R. Ward, T. Watari, G. Weiglein, E. J. Weinberg, L. R. Wiencke, L. Wolfenstein, J. Womersley, C. L. Woody, R. L. Workman, A. Yamamoto, G. P. Zeller, O. V. Zenin, J. Zhang, R. Y. Zhu, G. Harper, V. S. Lugovsky, and P. Schaffner. Review of particle physics. *Physical Review D*, 86:010001, Jul 2012.
- [201] Vernon Barger, Danny Marfatia, and Adam Tregre. Neutrino mass limits from SDSS, 2dFGRS and WMAP. *Physics Letters B*, 595(1-4):55–59, 2004.
- [202] Stephen F King, Alexander Merle, and Alexander J Stuart. The power of neutrino

- mass sum rules for neutrinoless double beta decay experiments. *Journal of High Energy Physics*, 2013(12):5, 2013.
- [203] P Hernandez. Neutrino physics. *arXiv preprint arXiv:1010.4131*, 2010.
- [204] Hitoshi Murayama and T Yanagida. Leptogenesis in supersymmetric standard model with right-handed neutrino. *Physics Letters B*, 322(4):349–354, 1994.
- [205] R Jeannerot. New mechanism for leptogenesis. *Physical review letters*, 77(16):3292, 1996.
- [206] Ernest Ma, Subir Sarkar, and Utpal Sarkar. Scale of $SU(2)_R$ symmetry breaking and leptogenesis. *Physics Letters B*, 458(1):73–78, 1999.
- [207] Nicola Cabibbo, Earl C. Swallow, and Roland Winston. Semileptonichyperondecays. *Annual Review of Nuclear and Particle Science*, 53(1):39–75, Dec 2003.
- [208] Ivan Esteban, MC Gonzalez-Garcia, Alvaro Hernandez-Cabezudo, Michele Maltoni, and Thomas Schwetz. Global analysis of three-flavour neutrino oscillations: Synergies and tensions in the determination of θ_{23} , δ_{CP} , and the mass ordering. *Journal of High Energy Physics*, 2019(1):1–35, 2019.
- [209] Mario A Acero, P Adamson, L Aliaga, T Alion, V Allakhverdian, S Altakarli, N Anfimov, A Antoshkin, A Aurisano, A Back, et al. First measurement of neutrino oscillation parameters using neutrinos and antineutrinos by NOvA. *Physical review letters*, 123(15):151803, 2019.
- [210] M. Tanabashi, K. Hagiwara, K. Hikasa, K. Nakamura, Y. Sumino, F. Takahashi, J. Tanaka, K. Agashe, G. Aielli, C. AMSler, M. Antonelli, D. M. Asner, H. Baer, Sw. Banerjee, R. M. Barnett, T. Basaglia, C. W. Bauer, J. J. Beatty, V. I. Belousov, J. Beringer, S. Bethke, A. Bettini, H. Bichsel, O. Biebel, K. M. Black, E. Blucher, O. Buchmuller, V. Burkert, M. A. Bychkov, R. N. Cahn, M. Carena, A. Ceccucci, A. Cerri, D. Chakraborty, M.-C. Chen, R. S. Chivukula, G. Cowan, O. Dahl, G. D’Ambrosio, T. Damour, D. de Florian, A. de Gouvêa, T. DeGrand, P. de Jong, G. Dissertori, B. A. Dobrescu, M. D’Onofrio, M. Doser, M. Drees, H. K. Dreiner, D. A. Dwyer, P. Eerola, S. Eidelman, J. Ellis, J. Erler, V. V. Ezhela, W. Fetscher, B. D. Fields, R. Firestone, B. Foster, A. Freitas, H. Gallagher, L. Garren, H.-J. Gerber, G. Gerbier, T. Gershon, Y. Gershtein, T. Gherghetta, A. A. Godizov, M. Goodman, C. Grab, A. V. Gritsan, C. Grojean, D. E. Groom, M. Grünewald, A. Gurtu, T. Gutsche, H. E. Haber, C. Hanhart, S. Hashimoto, Y. Hayato, K. G. Hayes, A. Hebecker, S. Heinemeyer, B. Heltsley, J. J. Hernández-Rey, J. Hisano, A. Höcker, J. Holder, A. Holtkamp, T. Hyodo, K. D. Irwin, K. F. Johnson, M. Kado, M. Karliner, U. F. Katz, S. R. Klein, E. Klempt, R. V. Kowalewski, F. Krauss, M. Kreps, B. Krusche, Yu. V. Kuyanov, Y. Kwon, O. Lahav, J. Laiho, J. Lesgourgues, A. Liddle, Z. Ligeti, C.-J. Lin, C. Lippmann, T. M. Liss, L. Littenberg, K. S. Lugovsky, S. B. Lugovsky, A. Lusiani, Y. Makida, F. Maltoni, T. Mannel, A. V. Manohar, W. J. Marciano, A. D. Martin, A. Mazoni, J. Matthews, U.-G. Meißner, D. Milstead, R. E. Mitchell, K. Mönig, P. Molaro, F. Moortgat, M. Moskvic, H. Murayama, M. Narain, P. Nason, S. Navas, M. Neubert, P. Nevski, Y. Nir, K. A. Olive, S. Pagan Griso, J. Parsons, C. Patrignani, J. A. Peacock, M. Pennington,

- S. T. Petcov, V. A. Petrov, E. Pianori, A. Piepke, A. Pomarol, A. Quadt, J. Rademacker, G. Raffelt, B. N. Ratcliff, P. Richardson, A. Ringwald, S. Roesler, S. Rolli, A. Romaniouk, L. J. Rosenberg, J. L. Rosner, G. Rybka, R. A. Ryutin, C. T. Sachrajda, Y. Sakai, G. P. Salam, S. Sarkar, F. Sauli, O. Schneider, K. Scholberg, A. J. Schwartz, D. Scott, V. Sharma, S. R. Sharpe, T. Shutt, M. Silari, T. Sjöstrand, P. Skands, T. Skwarnicki, J. G. Smith, G. F. Smoot, S. Spanier, H. Spieler, C. Spiering, A. Stahl, S. L. Stone, T. Sumiyoshi, M. J. Syphers, K. Terashi, J. Terning, U. Thoma, R. S. Thorne, L. Tiator, M. Titov, N. P. Tkachenko, N. A. Törnqvist, D. R. Tovey, G. Valencia, R. Van de Water, N. Varelas, G. Venanzoni, L. Verde, M. G. Vincter, P. Vogel, A. Vogt, S. P. Wakely, W. Walkowiak, C. W. Walter, D. Wands, D. R. Ward, M. O. Wascko, G. Weiglein, D. H. Weinberg, E. J. Weinberg, M. White, L. R. Wiencke, S. Willocq, C. G. Wohl, J. Womersley, C. L. Woody, R. L. Workman, W.-M. Yao, G. P. Zeller, O. V. Zenin, R.-Y. Zhu, S.-L. Zhu, F. Zimmermann, P. A. Zyla, J. Anderson, L. Fuller, V. S. Lugovsky, and P. Schaffner. Review of particle physics. *Physical Review D*, 98:030001, Aug 2018.
- [211] Borut Bajc and Goran Senjanović. Seesaw at lhc. *Journal of High Energy Physics*, 2007(08):014, 2007.
- [212] M Fukugita and Tsutomu Yanagida. Barygenesis without grand unification. *Physics Letters B*, 174(1):45–47, 1986.
- [213] Masaharu Tanabashi, K Hagiwara, K Hikasa, K Nakamura, Y Sumino, F Takahashi, J Tanaka, K Agashe, G Aielli, C Amsler, et al. Review of particle physics. *Physical Review D*, 98(3):030001, 2018.
- [214] Mattias Blennow and Enrique Fernandez-Martinez. Parametrization of seesaw models and light sterile neutrinos. *Physics Letters B*, 704(3):223–229, 2011.
- [215] Joachim Kopp, Michele Maltoni, and Thomas Schwetz. Are there sterile neutrinos at the eV scale? *Physical Review Letters*, 107(9):091801, 2011.
- [216] Gayatri Ghosh. Significance of broken $\mu - \tau$ symmetry in correlating δ_{CP} , θ_{13} , lightest neutrino mass and neutrinoless double beta decay $0\nu\beta\beta$, 2020.
- [217] S. M. Bilenky, S. Pascoli, and S. T. Petcov. Majorana neutrinos, neutrino mass spectrum, CP violation, and neutrinoless double β decay: The three-neutrino mixing case. *Physical Review D*, 64(5), Aug 2001.
- [218] Junxing Pan, Jin Sun, Xiao-Dong Ma, and Xiao-Gang He. CP violating phase sum rule $\delta_{KM}^q + \delta_{KM}^L = 0$ for CKM and PMNS matrices. *Physics Letters B*, 807:135573, Aug 2020.
- [219] Michelle J Dolinski, Alan WP Poon, and Werner Rodejohann. Neutrinoless double-beta decay: status and prospects. *Annual Review of Nuclear and Particle Science*, 69:219–251, 2019.
- [220] B Dziewit, K Kajda, J Gluza, and M Zrałek. Majorana neutrino textures from numerical considerations: The c p conserving case. *Physical Review D*, 74(3):033003, 2006.

- [221] YH Ahn and Paolo Gondolo. Towards a realistic model of quarks and leptons, leptonic CP violation, and neutrinoless $\beta\beta$ -decay. *Physical Review D*, 91(1):013007, 2015.
- [222] Julia Gehrlein, Alexander Merle, and Martin Spinrath. Predictivity of neutrino mass sum rules. *Physical Review D*, 94(9):093003, 2016.