



UNIVERSIDAD
NACIONAL
DE COLOMBIA

Análisis de la rotura de gravas usando la técnica de análisis de imágenes DPIV teniendo en cuenta los efectos de forma

Wrangel Eduardo Guerrero Mendoza

Universidad Nacional de Colombia
Facultad de Ingeniería
Departamento de Ingeniería Civil y Agrícola
Bogotá D.C., Colombia
2024

Análisis de la rotura de gravas usando la técnica de análisis de imágenes DPIV teniendo en cuenta los efectos de forma

Wrangel Eduardo Guerrero Mendoza

Tesis o trabajo de investigación presentada(o) como requisito parcial para optar al título
de:

Magister en Ingeniería - Geotecnia

Director (a):

PhD., Mauricio Alberto Tapias Camacho

Línea de Investigación:

Modelación y análisis en geotecnia

Grupo de Investigación

GENKI - Geotechnical Engineering Knowledge and Innovation

Universidad Nacional de Colombia

Facultad de Ingeniería

Departamento de Ingeniería Civil y Agrícola

Bogotá D.C., Colombia

2024

A todas las personas que han iluminado mi vida con su cariño, sin importar las circunstancias.

Declaración de obra original

Yo declaro lo siguiente:

He leído el Acuerdo 035 de 2003 del Consejo Académico de la Universidad Nacional. «Reglamento sobre propiedad intelectual» y la Normatividad Nacional relacionada al respeto de los derechos de autor. Esta disertación representa mi trabajo original, excepto donde he reconocido las ideas, las palabras, o materiales de otros autores.

Cuando se han presentado ideas o palabras de otros autores en esta disertación, he realizado su respectivo reconocimiento aplicando correctamente los esquemas de citas y referencias bibliográficas en el estilo requerido.

He obtenido el permiso del autor o editor para incluir cualquier material con derechos de autor (por ejemplo, tablas, figuras, instrumentos de encuesta o grandes porciones de texto).

Por último, he sometido esta disertación a la herramienta de integridad académica, definida por la universidad.



Wrangel Eduardo Guerrero Mendoza

Fecha 30/01/2024

Agradecimientos

Para iniciar, agradezco a la Universidad Nacional de Colombia y la Facultad de Ingeniería por brindarme un espacio de crecimiento y desarrollo personal, académico y profesional, donde el rigor de la ingeniería se mezcla con la espontaneidad de la vida, alimentando el alma y enriqueciéndonos en cada momento.

Al profesor Mauricio Tapias, por su amistad, guía, paciencia y por ofrecerme una alternativa poco explorada en la amplia variedad de temas existentes en la investigación geotécnica.

A las profesoras y profesores que compartieron su conocimiento y amor por la ingeniería conmigo.

A Adriana Meneses, por su amor perenne e incondicional, apoyo y compañía en este importante lapso de nuestras vidas.

A Ray Támara por su invaluable amistad y ayuda permanente.

A mi mamá, mis hermanas y mi sobrina por su paciencia, confianza y fe. A la familia Meneses Suarez por su apoyo y aliento.

A mis compañeros de la maestría, especialmente Paola M., Diego B., Diego N., Johan G., por su amistad, recomendaciones y ánimos. Al Ing. Pedro Gonzales, por mostrarme una visión diferente de la ingeniería civil.

A las diferentes compañías donde trabajé en mi posgrado, por su confianza en mi proceso, especialmente al grupo de conocimiento de Geología y Geotecnia de WSP.

A ti, por dedicar un momento a leer este pedacito de mí.

Resumen

Análisis de la rotura de gravas usando la técnica de análisis de imágenes DPIV teniendo en cuenta los efectos de forma

Se desarrolló un ensamble granular experimental para emplear la técnica de Velocimetría de Partículas con imágenes Digitales DPIV, por sus siglas en inglés, en las instalaciones del Laboratorio de Geotecnia de la Universidad Nacional de Colombia, con el objetivo de analizar los diferentes mecanismos de rotura presentes en un proceso de carga edométrica a diferentes testigos de prueba fabricados empleando adhesivo para cerámicas, comúnmente conocido como *pegante cerámico*, dispuestos en diferentes conjuntos de ensambles granulares, de un tamaño clasificado como grava, según USCS, teniendo en cuenta la variación de su ubicación con respecto al arreglo, en términos del número de coordinación, la forma del sujeto de prueba y el tipo de contacto presente. Para cada prueba se determinaron los esfuerzos de compresión a los que estaban sometidos los ensambles y se establecieron los modos de rotura prevalecientes. Los modos de rotura corresponden con división o *splitting*, y conminución o *conminution*. El tipo de rotura está condicionado por la forma de la partícula y por el tipo de contacto existente con los demás miembros del ensamble granular. Se encontró que el plano de falla y la dirección de movimiento de los fragmentos generados en el proceso de rotura se establecen previamente a la aparición de la grieta, así como que, una vez establecida una velocidad de inicio de rotura en la partícula, dicha velocidad se mantiene a lo largo de la generación de la grieta. Se encontró que la primera grieta del material generalmente inicia en los contactos, aunque se hallaron velocidades de desplazamiento dentro de las partículas cercanas a la velocidad de rotura.

Palabras clave: DPIV, rotura, esfuerzo, ensamble granular.

Abstract

Analysis of the gravel breakage using the DPIV image analysis technique considering the shape effects.

An experimental granular assembly was developed to use the technique of Particle Velocimetry with Digital Imaging DPIV, at the facilities of the Geotechnical Laboratory of the National University of Colombia, with the objective of analyzing the different breakage mechanisms present in a process of oedometric loading to different test cores manufactured using ceramic adhesive, commonly known as ceramic adhesive, arranged in different sets of granular assemblies, of a size classified as gravel, according to USCS, taking into account the variation of their location with respect to the arrangement, in terms of the number of coordination, the shape of the test subject and the type of contact present. For each test, the compressive stresses to which the assemblies were subjected were determined and the prevailing failure modes were established. The failure modes correspond to splitting and comminution. The type of breakage is conditioned by the shape of the particle and by the type of contact with the other members of the granular assembly. It was found that the failure plane and the direction of movement of the fragments generated in the rupture process are established prior to the appearance of the crack, as well as that, once a rupture initiation velocity is established in the particle, this velocity is maintained throughout the generation of the crack. It was found that the first crack in the material generally initiates at the contacts, although displacement velocities within the particles were found to be close to the rupture velocity.

Keywords: DPIV, breakage, stress, granular assembly.

Contenido

| | Pág. |
|--|-------------|
| Resumen | VII |
| Lista de figuras..... | XI |
| Lista de tablas | XVII |
| Introducción | 1 |
| Objetivo general: | 3 |
| Objetivos específicos: | 4 |
| Alcance del trabajo final de maestría:..... | 4 |
| Metodología de trabajo: | 4 |
| Organización del documento: | 5 |
| 1. Estado del arte..... | 7 |
| 1.1 Velocimetría de partículas con imágenes digitales DPIV | 7 |
| 1.1.1 Introducción al PIV..... | 7 |
| 1.1.2 Generalidades sobre el CCD empleado para DPIV | 13 |
| 1.1.3 Técnicas de registro para PIV | 16 |
| 1.1.4 Trasfondo matemático para la evaluación de PIV | 19 |
| 1.1.5 Avances realizados en geotecnia empleando PIV | 32 |
| 1.2 Rotura de Partículas..... | 45 |
| 1.2.1 Generalidades | 45 |
| 1.2.2 Modos de rotura..... | 47 |
| 1.3 Micromecánica | 55 |
| 1.3.1 Generalidades | 55 |
| 1.3.2 Representación geométrica de un ensamble granular | 56 |
| ▪ Sistema de celdas material | 56 |
| ▪ Sistema de celdas espaciales..... | 61 |
| ▪ Micro variables geométricas | 62 |
| 1.3.3 Esfuerzos y deformaciones en un ensamble granular..... | 66 |
| ▪ Esfuerzos..... | 66 |
| Esfuerzo promedio en el continuo | 66 |
| Material granular | 68 |
| ▪ Deformación | 69 |

| | |
|---|------------|
| Deformación promedio en el continuo..... | 69 |
| Material granular | 70 |
| 1.3.4 Consideraciones adicionales | 73 |
| 2. Comportamiento edométrico de materiales frágiles | 75 |
| 2.1 Caracterización del material..... | 77 |
| 2.2 Ensamble edométrico | 80 |
| 2.3 Ensamblajes granulares evaluados | 83 |
| 2.4 Análisis de la resistencia del ensamble granular y sus componentes..... | 87 |
| 2.4.1 Ensamble granular de sujetos circulares # 1 | 87 |
| 2.4.2 Ensamble granular de sujetos circulares # 2 | 94 |
| 2.4.3 Ensamble granular de sujetos cuadrados # 1 | 100 |
| 2.4.4 Ensamble granular de sujetos cuadrados # 2 | 107 |
| 2.4.5 Ensamble granular de formas diversas # 1..... | 114 |
| 2.4.6 Ensamble granular de formas diversas # 2..... | 121 |
| 2.4.7 Análisis de resultados..... | 129 |
| 2.5 Mecanismos de rotura identificados | 137 |
| 2.5.1 Ensamblajes granulares con sujetos circulares..... | 137 |
| 2.5.2 Ensamblajes granulares con sujetos cuadrados..... | 140 |
| 2.5.3 Ensamblajes granulares con sujetos de formas diversas | 143 |
| 2.5.4 Análisis de resultados..... | 146 |
| 3. Análisis DPIV del comportamiento edométrico | 151 |
| 3.1 Equipo digital empleado y características de grabación | 151 |
| 3.2 Análisis de la rotura mediante DPIV..... | 155 |
| 3.2.1 Círculo – Círculo – División (DPIV#1)..... | 161 |
| 3.2.2 Cuadrado – Cuadrado – Conminución (DPIV#2)..... | 169 |
| 3.2.3 Cuadrado – Cuadrado – División (DPIV#3) | 177 |
| 3.2.4 Triangulo – Cuadrado – Conminución (DPIV#4)..... | 185 |
| 3.2.5 Triangulo – Circulo – División (DPIV#5) | 193 |
| 3.2.6 Análisis de resultados..... | 201 |
| 3.3 Esfuerzos de cada partícula..... | 204 |
| 4. Conclusiones y recomendaciones | 205 |
| 4.1 Conclusiones | 205 |
| 4.2 Recomendaciones | 210 |
| 5. Bibliografía | 213 |

Lista de figuras

| | Pág. |
|---|------|
| Figura 1-1: Montaje básico para el uso de PIV. | 8 |
| Figura 1-2: Variación en la escala de grises de imágenes en función del tamaño de grano. | 10 |
| Figura 1-3: Efecto del mejoramiento del contraste e histograma de escala de grises para una muestra de arena. | 11 |
| Figura 1-4: Patrón de radiación para LED y verdadero emisor Lambertiano. | 12 |
| Figura 1-5: Geometría típica de un sensor CCD. | 15 |
| Figura 1-6: Técnicas de registro involucrando una única toma. | 16 |
| Figura 1-7: Técnicas de registro para múltiples tomas. | 17 |
| Figura 1-8: Representación esquemática de la imagen geométrica. | 20 |
| Figura 1-9: Composición esquemática de la función de autocorrelación. | 23 |
| Figura 1-10: Diferentes metodologías de obtención de función de correlación. | 26 |
| Figura 1-11: Esquema de obtención de los desplazamientos para un par de imágenes usando FFT. | 28 |
| Figura 1-12: Corrección del error de sesgo al implementar FFT en la correlación cruzada. | 29 |
| Figura 1-13: Esquema de operación de correlación cruzada en PIV. | 30 |
| Figura 1-14: Deformaciones volumétricas ϵ_v y deformaciones desviadoras ϵ_p para arena suelta (a) y arena densa (b), para un ensayo de flujo en silo después de 7 s – Valores positivos indican dilatación & valores negativos indican contracción. | 33 |
| Figura 1-15: Implementación de la técnica PIV en ensayos geotécnicos: (a) ensayo de compresión simple en suelo fino (B) Determinación de superficie de falla en modelo físico | 34 |
| Figura 1-16: Comparación de resultados obtenidos entre PIV y análisis geotécnicos: (a) Resultados entre desplazamientos obtenidos con PIV y micrómetro - ensayo de compresión simple en suelo fino; (b) Resultados de superficie de falla mediante Elementos Finitos | 35 |
| Figura 1-17: Campo de velocidades entre la interfase agua-aire. | 36 |
| Figura 1-18: Canal de observación para la medición de flujos granulares. | 37 |
| Figura 1-19: Sección de análisis y distribución de vectores de velocidad en el impacto debris-barrera. | 38 |

| | | |
|---------------------|---|----|
| Figura 1-20: | Comparación de módulos de elasticidad obtenidos entre la técnica PIV (marcador X) y lectura de deformímetro (marcador □), para maderas tipo pino (A) y tipo eucalipto (B). | 39 |
| Figura 1-21: | Comparación de resultados para ensayo de flexión en una viga. Montaje realizado y mapa de deformaciones obtenido (A) – Comparación entre resultados de deformímetro (línea continua) y técnica PIV (marcador circular) (B). | 39 |
| Figura 1-22: | Distribución de vectores de desplazamiento para diferentes grados de consolidación (a: 0-10%, b: 20-30%, c: 40-50%, d:70-80%) | 40 |
| Figura 1-23: | Deformación en el eje central para diferentes profundidades de penetración | 41 |
| Figura 1-24: | Comparación de resultados entre PIV y FEM: Resultados de deformaciones cortantes del relleno detrás de los muros de contención. Izq.: Resultados PIV – Der: Resultados FEM | 42 |
| Figura 1-25: | Comparación de resultados de módulos de elasticidad para diferentes velocidades de obtención de imágenes y ventanas de interrogación. | 44 |
| Figura 1-26: | Mecanismos de rotura en materiales frágiles. (Izq. – Conminución. Der. División) | 48 |
| Figura 1-27: | Número de coordinación de partículas para distintos arreglos | 49 |
| Figura 1-28: | Comparación de esfuerzos horizontales generados en una partícula cargada con cargas puntuales (Esfuerzos de compresión: Negativos; Esfuerzos de tracción: Positivos). | 50 |
| Figura 1-29: | Modelo de carga puntual aplicada a un área circular. | 52 |
| Figura 1-30: | Curva carga – desplazamiento para una prueba de compresión de una partícula de bauxita. | 54 |
| Figura 1-31: | Sistema de celdas materiales. | 58 |
| Figura 1-32: | Ejemplos de sub-ensambles finitos. | 59 |
| Figura 1-33: | Teselación de Dirichlet | 60 |
| Figura 1-34: | Red de Delaunay | 60 |
| Figura 1-35: | Estructura de apoyo interno del ensamble. | 61 |
| Figura 1-36: | Sistema de celdas espaciales | 62 |
| Figura 1-37: | Definición de los vectores $vi1c$, $vi2c$ y lic en un contacto entre granos. | 63 |
| Figura 1-38: | Definición de los vectores bik y aik en un ensamble granular. | 64 |
| Figura 1-39: | Vector de área complementario. | 65 |
| Figura 1-40: | Descomposición del vector xic | 68 |
| Figura 1-41: | Desplazamientos del sistema de celdas espaciales. | 71 |
| Figura 2-1: | Probetas de prueba ensayadas. | 79 |
| Figura 2-2: | Esquema de cámara edométrica – dimensiones en mm | 80 |
| Figura 2-3: | Banco de carga Máquina Humboldt HM-3000 (Izq.) – Deformímetro LVDT (Centro) – Celda de carga 50 kN (Der.) | 81 |
| Figura 2-4: | Ensamble edométrico | 82 |
| Figura 2-5: | Arreglo de sujetos de prueba circulares – E.G. Cir. # 1 | 84 |
| Figura 2-6: | Arreglo de sujetos de prueba circulares – E.G. Cir. # 2 | 84 |
| Figura 2-7: | Arreglo de sujetos de prueba cuadrados – E.G. Cuad. # 1 | 85 |

| | | |
|---------------------|--|-----|
| Figura 2-8: | Arreglo de sujetos de prueba cuadrados – E.G. Cuad. # 2 | 85 |
| Figura 2-9: | Arreglo de sujetos de prueba mezclados – E.G. Div. # 1 | 86 |
| Figura 2-10: | Arreglo de sujetos de prueba mezclados – E.G. Div. # 2 | 86 |
| Figura 2-11: | Ensamble granular circulares 1 (E.G. Cir. # 1) – Inicio del ensayo..... | 88 |
| Figura 2-12: | Ensamble granular circulares 1 (E.G. Cir. # 1) – Posterior a la falla (Final del ensayo) | 89 |
| Figura 2-13: | Gráfica Esfuerzo vertical aplicado – deformación unitaria – E.G. Cir. # 191 | |
| Figura 2-14: | Reacomodamiento del ensamble granular– E.G Cir. # 1 para una deformación unitaria vertical de 0.42%..... | 91 |
| Figura 2-15: | Segundo reacomodamiento del ensamble granular - desplazamiento vertical de los especímenes– E.G Cir. # 1 para una deformación unitaria vertical de 1.8%. | 92 |
| Figura 2-16: | Fractura del espécimen 5 – E.G. Cir. # 1: Deformación unitaria vertical de 3.1%. | 92 |
| Figura 2-17: | Ensamble granular circulares 2 (E.G. Cir. # 2) – Inicio del ensayo..... | 95 |
| Figura 2-18: | Ensamble granular circulares 2 (E.G. Cir. # 2) – Posterior a la falla (Final del ensayo) | 96 |
| Figura 2-19: | Gráfica Esfuerzo vertical aplicado – deformación unitaria – E.G. Cir. # 297 | |
| Figura 2-20: | Falle del espécimen 1 del ensamble granular– E.G Cir. # 2, para una deformación unitaria vertical del 1.3% | 98 |
| Figura 2-21: | Falla del espécimen 2 y generación segunda grieta en espécimen 1– E.G Cir. # 2 para una deformación unitaria vertical del 3.0%..... | 98 |
| Figura 2-22: | Falla de probeta de soporte del espécimen 4 – E.G. Cir. # 2, para una deformación unitaria vertical del 5.3% | 99 |
| Figura 2-23: | Ensamble granular cuadrados 1 (E.G. Cuad. # 1) – Inicio del ensayo .. | 101 |
| Figura 2-24: | Ensamble granular cuadrados 1 (E.G. Cuad. # 1) – Posterior a la falla (Final del ensayo) | 102 |
| Figura 2-25: | Gráfica Esfuerzo vertical aplicado – deformación unitaria – E.G. Cuad. # 1 | 103 |
| Figura 2-26: | Generación de grieta en espécimen 3 – E.G Cuad. # 1 para una deformación unitaria vertical del 3.0%..... | 104 |
| Figura 2-27: | Generación nueva grieta en espécimen 3 y Falla soporte izq. espécimen 5– E.G Cuad. # 1 para una deformación unitaria vertical del 3.6%..... | 104 |
| Figura 2-28: | Fractura del espécimen 5 – E.G. Cuad. # 1 para una deformación unitaria vertical del 5.0%..... | 105 |
| Figura 2-29: | Ensamble granular cuadrados 2 (E.G. Cuad. # 2) – Inicio del ensayo . | 108 |
| Figura 2-30: | Ensamble granular cuadrados 2 (E.G. Cuad. # 2) – Posterior a la falla (Final del ensayo) | 109 |
| Figura 2-31: | Gráfica Esfuerzo aplicado – deformación – E.G. Cuad # 2 | 111 |
| Figura 2-32: | Generación de grieta en espécimen 1 – E.G. Cuad. # 2 para una deformación unitaria vertical del 3.2%..... | 111 |
| Figura 2-33: | Generación de grieta en espécimen 2 – E.G Cuad. # 2 para una deformación unitaria vertical del 1.8%..... | 112 |

| | |
|--|-----|
| Figura 2-34: Generación de grieta en espécimen 3 - E.G Cuad. # 2 . para una deformación unitaria vertical del 3.8%..... | 112 |
| Figura 2-35: Fractura del espécimen 4 – E.G. Cuad. # 2 para una deformación unitaria vertical del 3.9%..... | 113 |
| Figura 2-36: Ensamble granular formas diversas 1 (E.G. Div. # 1) – Inicio del ensayo | 115 |
| Figura 2-37: Ensamble granular formas diversas 1 (E.G. Div. # 1) – Posterior a la falla (Final del ensayo.)..... | 116 |
| Figura 2-38: Gráfica Esfuerzo vertical aplicado – deformación unitaria – E.G. Div. # 1 | 118 |
| Figura 2-39: Generación de segunda rotura en espécimen 2 – E.G Div. # 1 para una deformación unitaria vertical del 3.2%..... | 119 |
| Figura 2-40: Abertura de grietas en el espécimen 3– E.G Div. # 1 para una deformación unitaria vertical del 2.8%. | 119 |
| Figura 2-41: Ensamble granular formas diversas 2 (E.G. Div. # 2) – Inicio..... | 122 |
| Figura 2-42: Ensamble granular formas diversas 2 (E.G. Div. # 2) – Posterior a la falla (Final del ensayo). | 123 |
| Figura 2-43: Gráfica Esfuerzo vertical aplicado – deformación unitaria – E.G. Div. # 2. | 125 |
| Figura 2-44: Falla total de los especímenes 1 y 3 – E.G Div. # 2 para un nivel de deformación unitaria del 3.3%..... | 126 |
| Figura 2-45: Falla local en el espécimen 7– E.G Div. # 2 para un nivel de deformación unitaria del 5.7%. | 126 |
| Figura 2-46: Normalización del esfuerzo externo aplicado σ_{ext} para los ensambles granulares | 132 |
| Figura 2-47: Curvas esfuerzo – deformación desarrolladas para los ensambles granulares realizados..... | 133 |
| Figura 2-48: Relación entre esfuerzo de rotura en el ensamble σ_{ens} y esfuerzo de tracción σ_t para diferentes números de coordinación..... | 135 |
| Figura 2-49: Relación entre esfuerzo de rotura en el ensamble σ_{ens} y esfuerzo de cedencia σ_y para diferentes números de coordinación..... | 136 |
| Figura 2-50: Resultados de ensayos de compresión edométrica para sujetos circulares. Izq.: E.G. Cir. # 1 – Der: E.G. Cir. # 2 | 138 |
| Figura 2-51: Estado de probetas circulares después del ensayo..... | 139 |
| Figura 2-52: Zona de esfuerzos donde se genera rotura tipo <i>conminución</i> | 140 |
| Figura 2-53: Resultados de ensayos de compresión edométrica para sujetos circulares. Izq.: E.G. Cuad. #1– Der: E.G. Cuad. #2..... | 141 |
| Figura 2-54: Estado de probetas cuadradas después del ensayo | 141 |
| Figura 2-55: Curvas granulométricas estado <i>post-ensayo</i> – especímenes cuadrados | 143 |
| Figura 2-56: Resultados de ensayos de compresión edométrica para sujetos circulares. Izq.: E.G. Div. #1– Der: E.G. Div. #2 | 144 |
| Figura 2-57: Estado de probetas de formas diversas después del ensayo | 144 |

| | | |
|---------------------|---|-----|
| Figura 2-58: | Curvas granulométricas estado <i>post-ensayo</i> – especímenes de formas diversas | 146 |
| Figura 2-59: | Curvas granulométricas obtenidas en estado <i>post-ensayos</i> . | 149 |
| Figura 3-1: | Características principales de cámara digital <i>Nikon Z50</i> . | 152 |
| Figura 3-2: | Lámpara LED de alta luminosidad | 153 |
| Figura 3-3: | Ensamble granular circulares 2 (E.G. Cir. # 2) – Inicio del ensayo. | 155 |
| Figura 3-4: | Ensamble granular cuadrados 2 (E.G. Cuad. # 2) – Inicio del ensayo | 156 |
| Figura 3-5: | Ensamble granular cuadrados 1 (E.G. Cuad. # 1) – Inicio del ensayo | 156 |
| Figura 3-6: | Ensamble granular formas diversas 1 (E.G. Div. # 1) – Inicio del ensayo | 157 |
| Figura 3-7: | Ensamble granular formas diversas 1 (E.G. Div. # 1) – Inicio del ensayo | 158 |
| Figura 3-8: | Configuraciones del software PIVLab empleadas. Izq.: Calibración y pasos de tiempo estipulados. Centro: pre-procesamiento de imágenes. Der.: Configuración del algoritmo empleado y pasos en las ventanas de interrogación. | 160 |
| Figura 3-9: | Aplicación del <i>Contrast Limited Adaptive Histogram Equalization</i> CLAHE a las fotografías. Izq.: Imagen inicial. Centro: Imagen sin CLAHE. Der.: Imagen con CLAHE | 161 |
| Figura 3-10: | Ventana de interrogación y máscara para análisis Círculo – Círculo con rotura por división. | 162 |
| Figura 3-11: | Dirección de vectores de velocidad en el fotograma 635, previo al inicio de la rotura | 163 |
| Figura 3-12: | Velocidad promedio de los vectores en la partícula estado pre-rotura | 163 |
| Figura 3-13: | Divergencia de vectores en la rotura | 164 |
| Figura 3-14: | Velocidades promedio en la zona de rotura. Arriba.: Bloque movilizado. Abajo.: Bloque inmóvil | 165 |
| Figura 3-15: | Variación de velocidades dentro de la partícula | 166 |
| Figura 3-16: | Dirección preferente de los vectores de velocidad – bloque movilizado | 167 |
| Figura 3-17: | Vectores de velocidad en el <i>frame</i> 637 | 168 |
| Figura 3-18: | Vectores de velocidad en el <i>frame</i> 639 | 168 |
| Figura 3-19: | Vectores de velocidad en el <i>frame</i> 643 | 169 |
| Figura 3-20: | Ventana de interrogación y máscara para análisis Cuadrado – Cuadrado con rotura por conminución | 170 |
| Figura 3-21: | Dirección de vectores en el fotograma 635, previo al inicio de la rotura | 171 |
| Figura 3-22: | Velocidad promedio de los vectores en la partícula estado pre-rotura | 171 |
| Figura 3-23: | Dirección preferente de vectores - contacto cuadrado – cuadrado – rotura por conminución. | 172 |
| Figura 3-24: | Distribución de velocidad en el fotograma 839 | 174 |
| Figura 3-25: | Distribución de velocidad en el fotograma 900 | 175 |
| Figura 3-26: | Distribución de velocidad en el fotograma 950 | 176 |
| Figura 3-27: | Distribución de velocidad en el fotograma 1049 | 177 |
| Figura 3-28: | Ventana de interrogación y máscara para análisis Cuadrado – Cuadrado con rotura por división | 178 |

| | | |
|---------------------|--|-----|
| Figura 3-29: | Dirección de vectores de velocidad en el fotograma 1483, previo al inicio de la rotura | 179 |
| Figura 3-30: | Velocidad promedio de los vectores en la partícula estado pre-rotura.. | 179 |
| Figura 3-31: | Divergencia de vectores de velocidad en la rotura | 181 |
| Figura 3-32: | Velocidades promedio en la zona de rotura. Izq.: Bloque movilizado Der.: Bloque movilizado derecho | 181 |
| Figura 3-33 | Variación de velocidades dentro de la partícula | 182 |
| Figura 3-34: | Dirección preferente de los vectores de velocidad – bloque movilizado | 183 |
| Figura 3-35: | Vectores de velocidad en el <i>frame</i> 1485..... | 184 |
| Figura 3-36: | Vectores de velocidad en el <i>frame</i> 1490..... | 184 |
| Figura 3-37: | Vectores de velocidad en el <i>frame</i> 1519..... | 185 |
| Figura 3-38: | Ventana de interrogación y máscara para análisis Triangulo – Cuadrado con rotura por conminución..... | 186 |
| Figura 3-39: | Dirección de vectores de velocidad en el fotograma 699, previo al inicio de la rotura | 187 |
| Figura 3-40: | Velocidad promedio de los vectores en la partícula estado pre-rotura.. | 187 |
| Figura 3-41: | Distribución de velocidad en el fotograma 700 | 189 |
| Figura 3-42: | Distribución de velocidad en el fotograma 772 | 190 |
| Figura 3-43: | Distribución de velocidad en el fotograma 950 | 191 |
| Figura 3-44: | Distribución de velocidad en el fotograma 1093 | 192 |
| Figura 3-45: | Distribución de velocidad en el fotograma 1199 | 193 |
| Figura 3-46: | Ventana de interrogación y máscara para análisis Triangulo – Círculo con rotura por división | 194 |
| Figura 3-47: | Magnitud de velocidad en el <i>frame</i> 1086 | 195 |
| Figura 3-48: | Magnitud de velocidad en el <i>frame</i> 1087 | 196 |
| Figura 3-49: | Magnitud de la velocidad en el <i>frame</i> 1088 | 197 |
| Figura 3-50: | Magnitud de la velocidad en el <i>frame</i> 1089 | 197 |
| Figura 3-51: | Magnitud de la velocidad en el <i>frame</i> 1091 | 198 |
| Figura 3-52: | Magnitud de la velocidad en el <i>frame</i> 1094 | 199 |
| Figura 3-53: | Magnitud de la velocidad en el <i>frame</i> 1193 | 200 |
| Figura 3-54: | Magnitud de la velocidad en el <i>frame</i> 1194 | 200 |
| Figura 3-55: | Magnitud de la velocidad en el <i>frame</i> 1200 | 201 |

Lista de tablas

| | Pág. |
|--|------|
| Tabla 2-1: Propiedades del pegante cerámico | 77 |
| Tabla 2-2: Propiedades de los sujetos de prueba | 78 |
| Tabla 2-3: Resultados de ensayos de compresión inconfiada y resistencia a la tracción indirecta | 79 |
| Tabla 2-4: Ensamblajes granulares ensayados..... | 83 |
| Tabla 2-5: Números de coordinación asociados para el E.G. Cir. # 1 | 89 |
| Tabla 2-6: Resultados de ensayo de compresión edométrica - E.G. Cir. # 1..... | 94 |
| Tabla 2-7: Números de coordinación asociados para el E.G. Cir. # 2 | 95 |
| Tabla 2-8: Resultados de ensayo de compresión edométrica - E.G. Cir. # 2..... | 100 |
| Tabla 2-9: Números de coordinación asociados para el E.G. Cuad. # 1..... | 101 |
| Tabla 2-10: Resultados de ensayo de compresión edométrica - E.G. Cuad. # 1 | 107 |
| Tabla 2-11: Números de coordinación asociados para el E.G. Cuad. # 2 | 108 |
| Tabla 2-12: Resultados de ensayo de compresión edométrica - E.G. Cuad. # 2 | 114 |
| Tabla 2-13: Números de coordinación asociados para el E.G. Div. # 1 | 115 |
| Tabla 2-14: Resultados de ensayo de compresión edométrica - E.G. Div. # 1..... | 121 |
| Tabla 2-15: Números de coordinación asociados para el E.G. Div. # 2 | 122 |
| Tabla 2-16: Resultados de ensayo de compresión edométrica - E.G. Div. # 2..... | 128 |
| Tabla 3-1: Análisis DPIV realizados | 158 |

Introducción

A lo largo de la historia de la humanidad, la medida y el estudio de flujos y corrientes ha sido de interés, ya sea para obtener beneficio de este (alimento, energía, transporte, etc.) o la evaluación del riesgo que éstos generan en las comunidades. Las observaciones que se realizan al, por ejemplo, lanzar un objeto en un río, corresponden con observaciones cualitativas.

Esta situación se repitió hasta aproximadamente finales del siglo XIX, donde la visualización del flujo únicamente de manera cualitativa cambió al poder realizar registros fotográficos y, posteriormente, de video en los flujos, empleando técnicas de registro fotográfico ((White et al., 2001); (Raffel et al., 2017)).

A mediados del siglo XX, pioneros del registro fotográfico de flujos, como Étienne-Jules Marey y Friedrich Ahlborn, desarrollaron métodos para el registro de flujos con la incorporación de trazadores como polvo de aluminio o semillas de licopodio, y la visualización de la corriente mediante el uso de ventanas transparentes, sentando las bases de la metodología de Velocimetría de Partículas con Imágenes - PIV, por sus siglas en inglés "*Particle Image Velocimetry*" (Raffel et al., 2017).

La metodología PIV, desarrollada para aplicaciones en la mecánica de fluidos, determina el campo de velocidades instantáneo del flujo a partir de métodos estadísticos de correlación entre los puntos de control, o trazadores según sea el caso, en conjunto, lo que permite desarrollar una medida cuantitativa del flujo.

La incorporación de las imágenes digitales obtenidas mediante dispositivos de carga acoplada *CCD (Charge-Coupled Device)* por sus siglas en inglés, los cuales son circuitos integrados con condensadores acoplados o integrados, permitió el desarrollo de la técnica *DPIV*, cuya sigla significa *Digital Particle Image Velocimetry*, ya que estos permiten alcanzar una mayor resolución y nitidez de las imágenes, en función de las celdas

fotoeléctricas que contenga el dispositivo, conocidas como *Pixeles*, y son parte fundamental de las cámaras digitales empleadas en la actualidad.

Los estudios geotécnicos requieren técnicas de bajo costo y de alta confiabilidad, donde se genere la menor perturbación del medio posible y no se afecten las condiciones de los materiales, por lo cual se ha venido empleando más frecuentemente la técnica DPIV. La medición de las deformaciones es vital para comprender el mecanismo de falla asociado a cada problema geotécnico; las deformaciones típicas para condiciones de servicio de muros de contención y túneles varían entre el 0.01% y 1%, valores más altos están asociados a grandes deslizamientos o proceso de remoción como la extensión lateral en arcillas (White et al., 2001).

Una de las diferentes ventajas de la metodología DPIV, es su bajo costo y facilidad de uso, ya que es requerido, en su forma básica, un instrumento de registro fotográfico y un computador personal que realice los respectivos cálculos. Como desventaja, se tiene la incorporación de trazadores dentro del flujo, los cuales pueden cambiar las propiedades o regímenes de flujo de la corriente a analizar.

La ingeniería civil, y especialmente la geotecnia no ha pasado desapercibida las ventajas de dicha metodología, por lo cual se han iniciado estudios para evaluar su aplicabilidad en esta rama de la ingeniería; se han desarrollado estudios empleando esta metodología para la obtención de propiedades mecánicas del suelo ((Támara Sáez, 2022); (Ruiz Morales, 2014)), comparación de resultados con modelos numéricos ((Ruiz Morales, 2014); (Xu et al., 2022)), determinación de deformaciones volumétricas (Slominski et al., 2007), cálculos de velocidad y energía de materiales en procesos de movimientos en masa (Kwan et al., 2016), estudio de deformaciones durante la penetración de muestreadores (Liang et al., 2022), estudios sobre mecanismos de falla en rellenos (Xu et al., 2022), deformaciones del suelo por penetración de elementos tipo pilotes, deformaciones inducidas por saturación del material y procesos de congelamiento, entre otros (Duan et al., 2018).

Los materiales granulares se emplean ampliamente dentro de las obras civiles, ya sea como insumo en la preparación de los materiales de construcción o como único componente de la estructura. El uso de este tipo de materiales se extiende a muchas obras de infraestructura, tales como, y no limitado a, presas de enrocados, cimentaciones para

vías férreas, terraplenes, obras de control de erosión, presas de relaves, entre otras. El estudio del comportamiento de este tipo de materiales se hace relevante dada su importancia intrínseca en las obras de infraestructura, por lo cual se buscan nuevas herramientas que permitan entender y analizar los diferentes mecanismos presentes en él (Bagi, 2004).

La técnica DPIV se convierte en una herramienta adicional de estudio y análisis del comportamiento mecánico de los materiales, contando con ventajas referentes al costo de implementación, facilidad de uso y fiabilidad de los resultados ((Pereria et al., 2018); (Pereria et al., 2019)).

En este trabajo se ha realizado la articulación de la técnica DPIV con el estudio de los procesos de ruptura de materiales granulares, el cual se presenta a raíz del cambio del estado de esfuerzos de las partículas, por imposición de cargas externas (Bagi, 1996a) (Bagi, 1996b) y en algunas ocasiones por su propio peso, generando deformaciones excesivas y comprometiendo la estabilidad de las estructuras ((Zhou et al., 2010); (Zhang et al., 2015); (Manso et al., 2018); (Xiao et al., 2018); (Sukkarak et al., 2019)).

La investigación presentada se encuentra enmarcada en el proyecto de investigación “Estudio de la Rotura de Gravas usando la técnica de análisis de Imágenes DPIV”, el cual fue posible gracias al apoyo recibido por la convocatoria para “*Apoyo a Proyectos de Investigación y Creación Artística de la Sede Bogotá de la Universidad Nacional de Colombia – 2019*”.

Objetivo general:

- Realizar el análisis de los mecanismos de rotura de testigos de prueba de tamaño grava bajo condiciones de esfuerzos edométricos, empleando un arreglo experimental propio y utilizando la metodología de análisis de imágenes DPIV.

Objetivos específicos:

- Estudiar y analizar los tipos de rotura presentes y predominantes que ocurren en un proceso de carga de sujetos de prueba de tamaño grava teniendo en cuenta la forma de las partículas.
- Realizar el diseño, instalación y montaje de un conjunto experimental que permita implementar la metodología DPIV en el laboratorio de Geotecnia de la Universidad Nacional de Colombia – Sede Bogotá.
- Implementar un algoritmo para el cálculo de los esfuerzos de contacto entre las partículas analizadas utilizando la técnica DPIV.

Alcance del trabajo final de maestría:

Los resultados obtenidos de esta investigación corresponden con sujetos de prueba fabricados empleando un material de construcción estandarizado, con una forma y tamaños definidos en el laboratorio, por lo cual su aplicación en medios geológicos y/o geotécnicos distintos puede variar notablemente. Las pruebas de carga se realizaron en un espacio edométrico y el análisis correspondiente únicamente involucra el plano de análisis definido por la ventana de observación del ensamble edométrico. Los análisis tridimensionales no se encuentran dentro del alcance de esta investigación, así como los análisis y efectos de la influencia de presiones de poros dentro de los ensambles granulares.

Metodología de trabajo:

Para alcanzar los objetivos propuestos, se realizaron las siguientes actividades:

- Búsqueda y apropiación del conocimiento y avances en técnicas DPIV, comportamiento de ensambles granulares y mecanismos de roturas de partículas.

- Diseño y construcción de equipo de carga edométrica, especímenes de prueba y generación de ensambles granulares.
- Procesos de carga de los ensambles granulares y registros mediante cámara fotográfica y de vídeo.
- Evaluación de los mecanismos de rotura presentes en las diferentes pruebas de carga ejecutadas para cada forma analizada en los ensambles granulares.
- Aplicación de la metodología DPIV, empleando el software PIVLab (Thielicke y Sonntag, 2021) a los registros de los ensambles granulares ensayados.

Organización del documento:

El documento se encuentra estructurado en 5 capítulos. Un breve resumen de cada capítulo se presenta a continuación:

1. El capítulo 1 corresponde con Estado del Arte, en el cual se introducen los temas y avances en los cuales se basa la investigación realizada, a su vez dividido en la metodología DPIV, la rotura de partículas y la micromecánica.
2. El capítulo 2 corresponde con el comportamiento edométrico de materiales frágiles, donde se presentan los resultados de las pruebas de carga realizadas en los ensambles granulares.
3. En el capítulo 3 se presenta el análisis DPIV realizado a las pruebas de carga ejecutadas y presentadas en el capítulo 2, teniendo en cuenta las formas de las partículas y el tipo de mecanismo identificado.
4. En el capítulo 4 se presentan las conclusiones de los análisis realizados en la investigación y algunas recomendaciones para investigaciones futuras.
5. El capítulo 5 presenta la bibliografía consultada.

1.Estado del arte

En este capítulo, se presentan los conceptos fundamentales y los avances más recientes concernientes a los ejes en los cuales se desarrolló este Trabajo Final de Maestría, los cuales presentados a continuación:

- Velocimetría de partículas con imágenes digitales DPIV, por sus siglas en inglés.
- Rotura de partículas
- Micromecánica

1.1 Velocimetría de partículas con imágenes digitales DPIV

1.1.1 Introducción al PIV

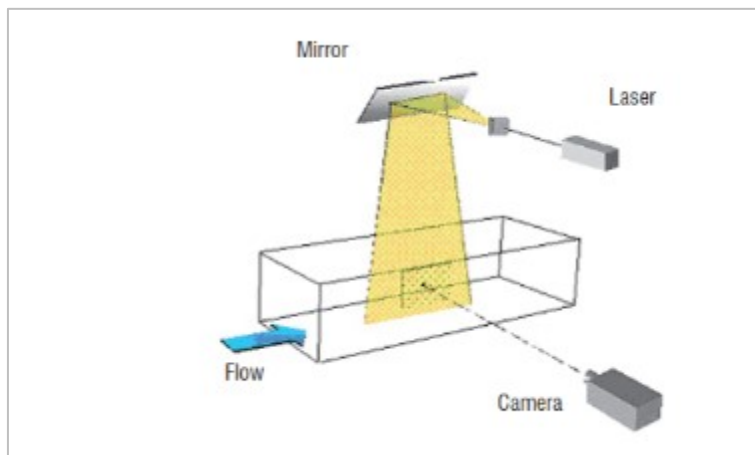
El PIV (*Particle Image Velocimetry*), es una técnica de análisis de imágenes desarrollada originariamente en el campo de la mecánica de fluidos, con el objetivo de observar y determinar el campo de velocidades de los flujos a partir del seguimiento de trazadores incorporados en el fluido, aunque principalmente se emplea en líquidos ((Forliti et al., 2000); (Prasad, 2000)). Aunque los primeros intentos de realizar el registro de visualización de los flujos remontan a inicios del siglo XX, destacando los estudios realizados por Prandtl ((Adrian, 2005); (Raffel et al., 2017)), el desarrollo de la técnica PIV se logró aproximadamente hace 40 años, relacionado con los avances científicos y tecnológicos en el uso de láseres, imágenes digitales y técnicas computacionales.

El montaje inicial consistía en la instalación de una sección transparente que permitiera visualizar el flujo de estudio, la inclusión de los previamente mencionados trazadores, cuyas características físicas no deben diferir de las propiedades del fluido, prestando especial atención a la densidad del trazador (Adrian, 1988) y sus propiedades ópticas

(Raffel et al., 2017), una fuente de luz que iluminara la sección de visualización, correspondiente generalmente con el pulso de un láser emitido en el momento de la captura de las imágenes, un medio de grabación y obtención de imágenes, la cual puede ser una cámara fotográfica, una cámara de video, una cámara digital o cualquier otro dispositivo que contenga un dispositivo de carga controlada CCD, finalizando con un equipo de cómputo personal, en el cual se realizan los cálculos requeridos para el procesamiento de las imágenes obtenidas por el dispositivo de grabación (Forliti et al., 2000); (Prasad, 2000)).

El montaje básico requerido para la aplicación se presenta en la **Figura 1-1**, en la cual se muestra el láser que brinda la iluminación de la sección de análisis, el dispositivo de registro de las imágenes o videos, la sección de análisis transparente y el flujo a analizar.

Figura 1-1: Montaje básico para el uso de PIV.



Fuente: (Brossard et al., 2009)

Con el desarrollo y posterior uso de las cámaras digitales en los análisis PIV, se desarrolló el DPIV, por sus siglas en inglés, que corresponden con *Digital Particle Image Velocimetry*. El DPIV presenta como gran ventaja un mayor uso del método estadístico de correlaciones cruzadas (*Cross-correlation*) como consecuencia de la adquisición de imágenes de alta calidad a raíz de la incorporación de elementos sensibles a la luz llamados pixeles, lo que conlleva a la disminución de la incertidumbre en la determinación de la dirección del

desplazamiento y la supresión del pico de autocorrelación, el cual es el resultado del uso de otro método estadístico empleado en la técnica PIV, disminuyendo el error asociado a la resultados de los análisis de correlación entre cada uno de los trazadores (Forliti et al., 2000).

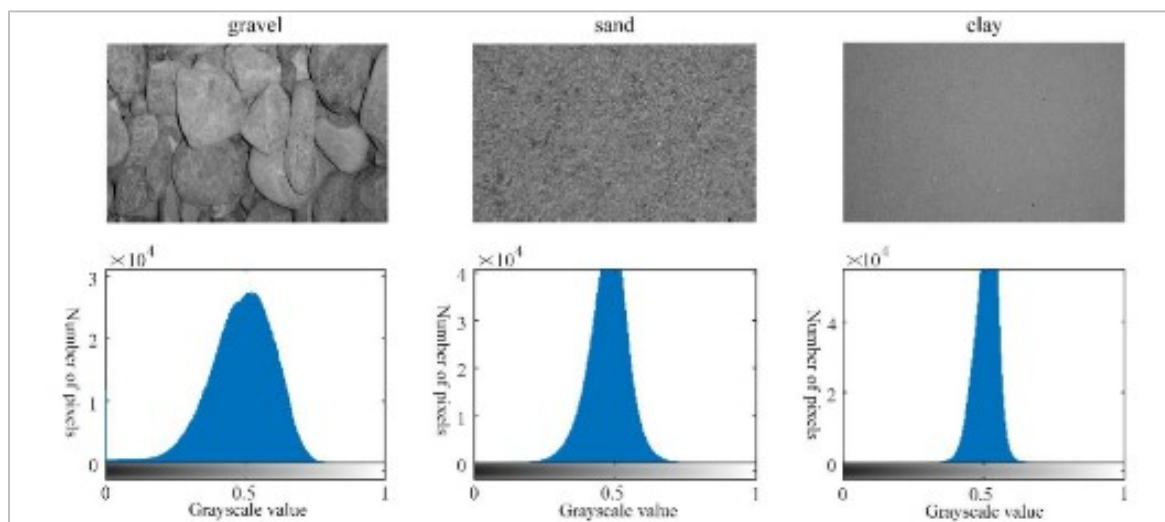
Particularmente, en los casos de investigación que se relacionan con la ingeniería geotécnica y materiales granulares, los trazadores son las partículas que conforman el material, mientras que en arcillas y limos, donde el tamaño de la partícula sea muy pequeño, es necesario realizar la instalación de los trazadores, los cuales pueden ser pintas realizadas con spray o incorporando directamente a la muestra a analizar granos de suelo de mayor tamaño (Duan et al., 2018). Para la construcción y determinación de los picos de correlación, asociados al valor del desplazamiento, se recomienda el uso del método de regresión de curva empleando el método gaussiano de 3 puntos para diámetros de partícula entre 2 y 3 píxeles ((Duan et al., 2018); (Scharnowski et al., 2012)) y el uso de al menos 6 imágenes consecutivas, los cuales garantizan una estimación confiable de la dirección y magnitud del desplazamiento. No se recomienda el uso de trazadores cuyos tamaños sean menores de 2 píxeles, ya que se estiman picos de correlación muy estrechos, lo que conlleva a estimaciones de desplazamientos sesgados hacia un único píxel, lo que es conocido como bloqueo de pico o bloqueo de píxel (Scharnowski et al., 2012)

El valor de los píxeles es un factor determinante en la precisión del cálculo de la correlación cruzada y en la determinación del desplazamiento pico, por lo cual (Duan et al., 2018) recomendaron realizar interpolaciones con la imagen completa o entre los picos de correlación de desplazamiento. Se deben colocar puntos de control para realizar la conversión entre la distancia en la imagen y la distancia real, determinando la relación existente entre estas dos medidas, y en el caso que no se presente una relación lineal, la imagen debe ser corregida o finalmente descartada (Duan et al., 2018).

Los píxeles presentes en los dispositivos de carga acoplada de las cámaras digitales recuperan los niveles de luz que llegan a cada uno de ellos, asignando un valor conocido como "Valor del nivel de gris", el cual es determinado en proporción con la cantidad de luz reflejada desde el objeto fuente (Slominski et al., 2007). De acuerdo con Duan et al. (2018),

para los análisis geotécnicos empleando DPIV, se recomienda el uso de imágenes que se encuentren en escala de grises, ya que la variación de color en los materiales se considera generalmente baja y se encuentra relacionada directamente con el tamaño de grano de análisis, como es mostrado en la **Figura 1-2**, donde la variación de la escala de grises aumenta proporcionalmente con el tamaño de grano del análisis. (Duan et al., 2018).

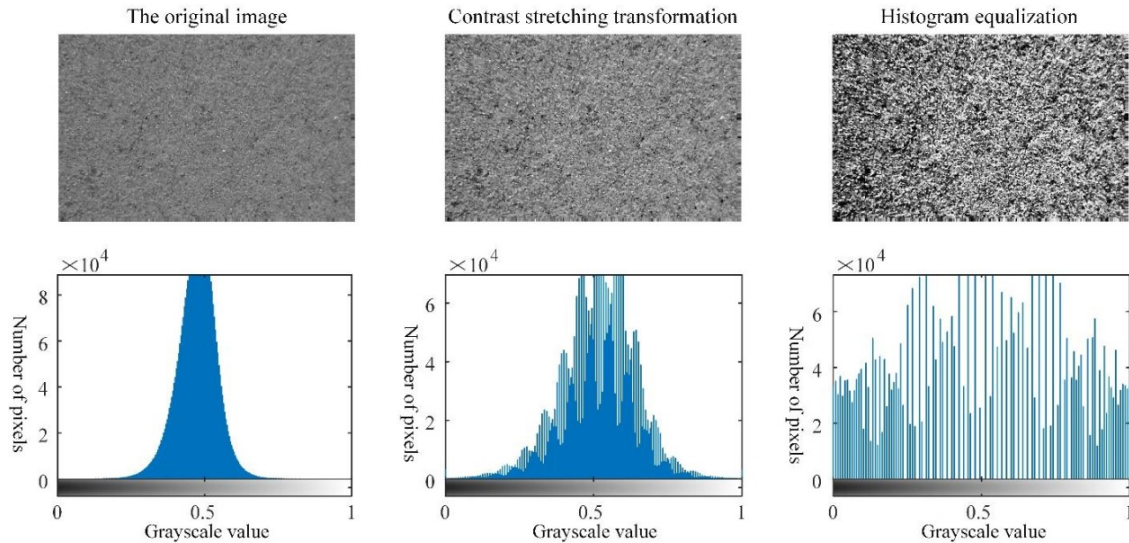
Figura 1-2: Variación en la escala de grises de imágenes en función del tamaño de grano.



Fuente: (Duan et al., 2018)

Ocasionalmente es necesario ampliar el rango de la escala de grises con el objetivo de mejorar los resultados obtenidos. Existen diferentes metodologías de mejoramiento, las cuales incluyen el estiramiento de contraste y la ecualización del histograma (Duan et al., 2018). El estiramiento de contraste consiste en aumentar el valor del nivel de gris manteniendo la misma escala de grises, mientras que la ecualización del histograma distribuye el valor del nivel de grises de la imagen de una manera más amplia, aunque genera la ocurrencia de “saltos” en algunos puntos. La **Figura 1-3** muestra un ejemplo del uso de estas técnicas, en la cual la distribución del valor de nivel de gris es ampliada, mejorando la presentación de las imágenes requeridas para el análisis DPIV.

Figura 1-3: Efecto del mejoramiento del contraste e histograma de escala de grises para una muestra de arena.



Fuente: (Duan et al., 2018)

Los resultados son significativamente dependientes de los niveles de iluminación a los cuales se someten las secciones de análisis, ya que en función de la luz reflejada y captada por los píxeles las correlaciones se establecen de manera correcta o espuria, por lo cual es altamente recomendado garantizar una correcta y constante iluminación.

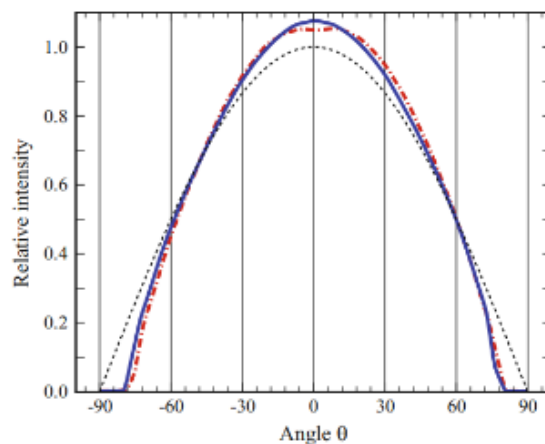
Aunque la técnica DPIV se planteó a partir del uso de pulsos de láser para realizar la iluminación de las secciones de análisis, el uso de los diodos emisores de luz (LED, por sus siglas en inglés), ha venido cobrando importancia en particular en el área de iluminación. La potencia de salida y su eficiencia es mayor con respecto a los métodos tradicionales de iluminación.

A diferencia de los pulsos de láser, la iluminación con LEDs tiene un ancho espectral que alcanza hasta los 10 nanómetros y su correspondiente menor longitud de onda, alcanzando los décimos de micrómetros. Debido a esto, el *efecto de moteado*, en el cual se genera un incremento de la escala de grises de un área local que se manifiestan en la aparición de puntos negros y brillantes que dificultan la interpretación de la imagen, es casi inexistente para este tipo de iluminación; además la emisión de luz direccional característica presenta un comportamiento Lambertiano (Raffel et al., 2017), lo que

disminuye el riesgo de manejo ya que la luz no colimada¹ o usada no se enfoca a los ojos como si ocurre con el uso de fuentes laser. Por otro lado, un emisor de luz con amplio rango de propagación dificulta la generación del plano de luz requerido para los análisis PIV (Raffel et al., 2017).

El comportamiento Lambertiano para un emisor de luz establece que la intensidad de la luz varia de manera directamente proporcional con el coseno del ángulo entre la fuente de luz y la superficie iluminada, tal como es mostrado en la **Figura 1-4**. En esta figura se muestra la variación del patrón de radiación para un LED azul y rojo (línea continua y línea con puntos respectivamente), en contraste con un verdadero emisor Lambertiano (línea a trazos), y el ángulo de incidencia de la luz.

Figura 1-4: Patrón de radiación para LED y verdadero emisor Lambertiano.



Fuente: (Raffel et al., 2017)

Las ventajas y desventajas del uso de diodos emisores de luz LED se enlistan a continuación:

¹ Colimar: Obtener o concentrar un haz de rayos paralelos a partir de un foco luminoso. (RAE, 2023). Luz no colimada hace referencia a que los rayos de luz viajan en diferentes direcciones.

1. Mayor economía, facilidad de instalación, manejo y obtención de fuentes de luz.
2. Presenta una operación simple pero robusta.
3. Facilidad y velocidad en la iluminación de las secciones de interés.
4. Eliminación del *efecto de moteado*, lo que genera análisis con menor incertidumbre y errores al no generarse puntos negros o brillantes en las imágenes.
5. Disminución del riesgo en la aplicación de la técnica al no generarse luz colimada y requerirse menores voltajes de operación. Esto beneficia las instalaciones para propósitos educativos.
6. Dificultad de la generación de planos de luz en las secciones transparentes de interés, especialmente en aplicaciones PIV que requieran iluminación pulsante.
7. Pulsos más cortos que proveen menores pulsos de energía

Se han desarrollado técnicas de PIV en 3D, pero debido a las propiedades físicas de los problemas geotécnicos es difícil alcanzar este estado en pruebas geotécnicas (Duan et al., 2018). La adquisición de las imágenes se realiza con dispositivos digitales que deben permanecer lo más estáticamente posible, por lo cual se recomienda la implementación de cámaras de control remoto para realizar la menor manipulación posible durante la toma de las fotografías o el vídeo.

1.1.2 Generalidades sobre el CCD empleado para DPIV

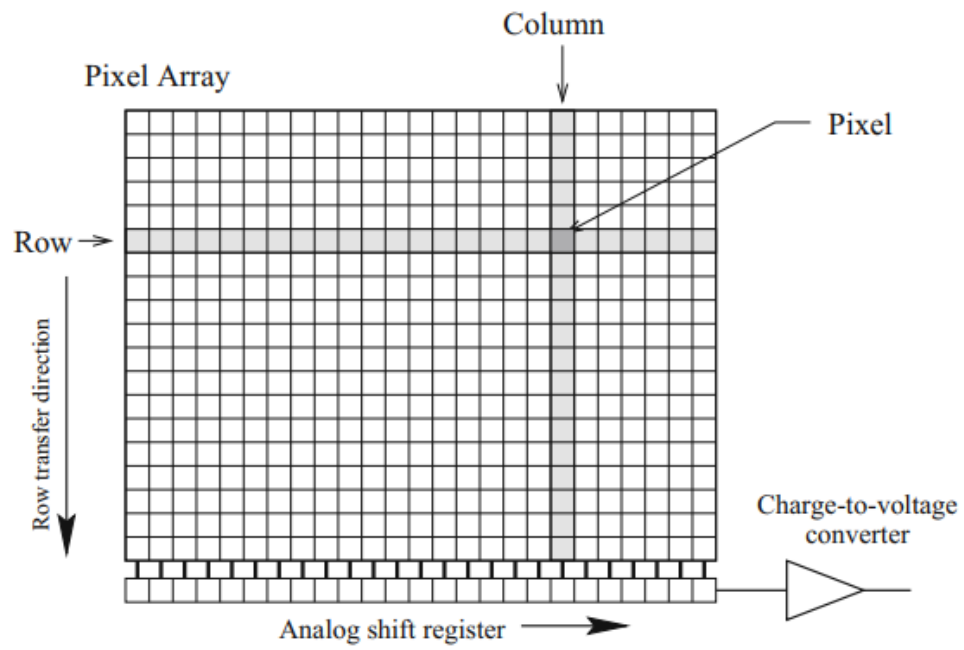
Las cámaras digitales actuales se basan en el uso de un dispositivo de carga controlada CCD, por sus siglas en inglés (*Charge-Coupled Device*), el cual es un sensor que reúne un número determinado de condensadores enlazados o acoplados, cuya función es detectar la luz y se encuentra construido con materiales semiconductores, basado en la extracción de los electrones del material y su transporte de manera ordenada a las filas y columnas que componen el sensor, cuyas celdas se conocen como píxeles. (SEA, 2023).

Los dispositivos de carga controlada presentan dos importantes ventajas con respecto a los métodos análogos de obtención de imágenes: el incremento de la resolución espacial, mejorando notablemente la calidad de las imágenes, y que, debido a la arquitectura

electrónica propia del sensor, es posible capturar imágenes temporalmente espaciadas por micro o nanosegundos, en función de lo que se requiera, obtenidos por la misma cámara.

La geometría típica de un dispositivo de carga controlada se muestra en la **Figura 1-5**, donde los arreglos del área activa del sensor de tipo rectangular se encuentran con mayor frecuencia, aunque también existen lineales, circulares o hexagonales. Los arreglos de los sensores CCD deben ser leídos secuencialmente en un proceso de dos etapas. Inicialmente, una vez el sensor es expuesto a la luz, el cambio en la energía, es decir, el desplazamiento del electrón es desplazado de manera vertical por la columna, una celda a la vez hasta alcanzar un registro de desplazamiento analógico que se encuentra en la zona inferior del área activa del sensor. En cada cambio de fila y celda, el registro de desplazamiento analógico se sincroniza empleando un convertidor de carga a tensión, y de esta manera se proporciona un voltaje para cada píxel (Raffel et al., 2017).

El formato de transmisión de la imagen empleado puede ser secuencial, también conocida como exploración progresiva, donde inicialmente se leen todas las filas impares y luego las filas pares, o puede ser entrelazada, donde se lee una fila impar seguida por la fila par consecuente. La transmisión secuencial preserva de mejor manera la integridad de la imagen, por lo cual es de mayor utilidad en los análisis de imágenes empleados por PIV (Raffel et al., 2017).

Figura 1-5: Geometría típica de un sensor CCD.

Fuente: (Raffel et al., 2017)

1.1.3 Técnicas de registro para PIV

Existen dos categorías principales con referencia al método de captura de las imágenes empleadas para la metodología PIV, las cuales se encuentran en función del número de veces que se registra un cuadro teniendo en cuenta el tiempo de iluminación. Los métodos brevemente expuestos a continuación se muestran teniendo en cuenta que el equipo empleado para la instalación DPIV realizada presenta un dispositivo de carga acoplada, CCD por sus siglas en inglés. La manera en la cual el dispositivo de carga acoplada funciona se describirá con brevedad posteriormente.

Las categorías pueden ser descritas de la siguiente manera:

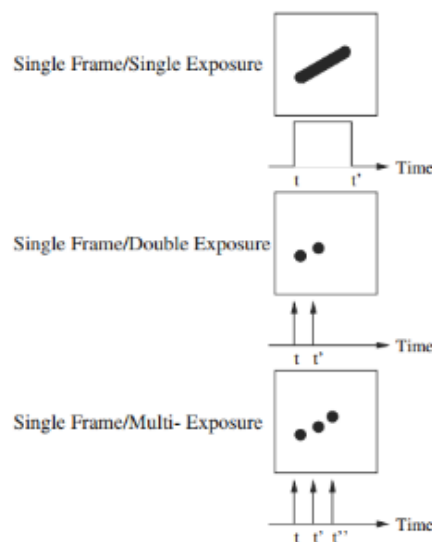
1. Única toma / Doble Exposición o Única Toma/ múltiple exposición:

Corresponde con el método cuya iluminación de las partículas iluminadas se realiza varias veces en una única toma. Esto es mostrado en la **Figura 1-6**.

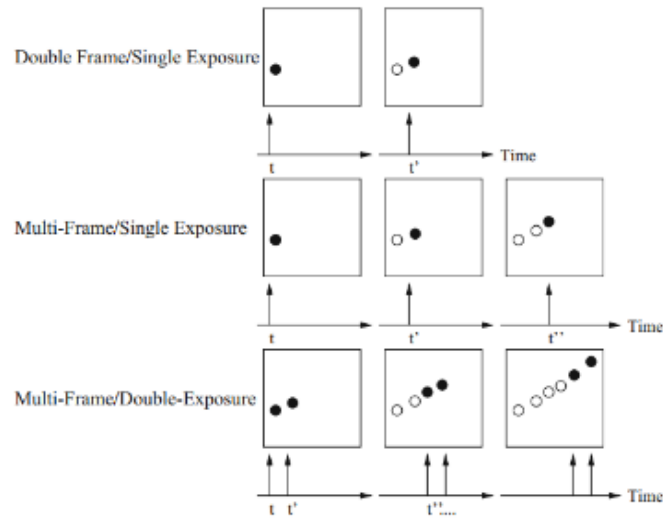
2. Doble Toma / única exposición o Múltiple Toma / única exposición:

Se obtiene una única imagen de la distribución de partículas para cada iluminación realizada, tal como se muestra en la **Figura 1-7**.

Figura 1-6: Técnicas de registro involucrando una única toma.



Fuente: (Raffel et al., 2017)

Figura 1-7: Técnicas de registro para múltiples tomas².

Fuente: (Raffel et al., 2017)

La primera categoría presenta como gran desventaja que, sin recurrir a información adicional, no retiene ni detecta la información temporal de los pulsos de iluminación. Como consecuencia, se presenta una ambigüedad en la dirección del flujo analizado, aunque existen métodos para eliminar dicha ambigüedad, tales como el *desplazamiento sesgado*, *cambio de imagen* (en el cual se involucra un espejo rotante), *etiquetamiento de pulso* o *codificación de color* (Raffel et al., 2017).

Por otro lado, la técnica de doble toma/múltiple exposición inherentemente conserva la temporalidad y la dirección del desplazamiento de las partículas, por lo cual es el método de preferencia si los requerimientos tecnológicos son suplidos. Adicionalmente, este método genera resultados con mayor confiabilidad ya que genera la detección del pico máximo de correlación incluso para desplazamientos de muy pequeñas partículas y desplazamientos mayores a los límites de las ventanas de interrogación (Raffel et al., 2017).

² Los círculos vacíos corresponden con tomas de la partícula en cuadros previos.

Actualmente, la metodología de doble toma/múltiple exposición es ampliamente usada dado que la tecnología de las cámaras digitales modernas permite la adquisición de imágenes en rápida sucesión.

Además de las técnicas presentadas anteriormente, existen otros métodos de adquisición de imágenes que han sido desarrollados para aplicaciones específicas; éstas se encuentran fuera del alcance de este documento y no son presentadas, aunque se tiene un núcleo en común en las diferentes investigaciones relacionadas con la metodología PIV, el cual se encuentra basado en lo siguiente:

1. Resoluciones espaciales y temporales deseadas.
2. Precisión requerida de las medidas de velocidad.
3. Disponibilidad de materiales, instrumentos y recursos con los que cuenta el laboratorio.

Teniendo en cuenta las anteriores directrices, y empleando la metodología de doble toma/múltiple exposición, la cual presenta una mayor cantidad de ventajas con respecto a las demás técnicas de registro existentes, se desarrolló el ensamble edométrico en el laboratorio de Geotecnia de la Universidad Nacional de Colombia – Sede Bogotá, con el cual se aplicó la metodología DPIV en este trabajo final de maestría.

1.1.4 Trasfondo matemático para la evaluación de PIV

El PIV emplea métodos estadísticos que determinan el movimiento promedio de las partículas a partir de los cambios en unos sectores de análisis conocidos como ventanas de interrogación. Las ventanas de interrogación se encargan de dividir las imágenes en una red de puntos que posteriormente se superponen y para cada punto dentro de la ventana de interrogación se determina el desplazamiento entre imágenes sucesivas adquiridas; una vez determinado el desplazamiento, y dado que los lapsos entre las tomas de imágenes es conocido, es posible calcular la velocidad para cada punto de análisis, el cual se asocia a la ventana de interrogación analizada (Prasad, 2000); (Brossard et al., 2009); (Duan et al., 2018)). A continuación, se muestra el trasfondo matemático inicial empleado en el análisis de la Velocimetría de Partículas con Imágenes.

La información inicial es adquirida desde un volumen de interrogación \mathbf{V}_i , limitado por la abertura de la sección de análisis dentro del montaje DPIV, cuya proyección se plasma en un espacio bidimensional que es el plano de la imagen o fotografía capturada, específicamente en un área de interrogación \mathbf{a}_i . Esta corresponde con la posición de los trazadores que se encuentran en el flujo o material a analizar, los cuales se encuentran aleatoriamente distribuidos en la sección de análisis (ecuación (1-1)).

$$\Gamma = \begin{pmatrix} \mathbf{X}_1 \\ \mathbf{X}_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \mathbf{X}_n \end{pmatrix} \text{ donde } \mathbf{X}_i = (X_i, Y_i, Z_i) \quad (1-1)$$

El vector Γ corresponde con el ensamble de posiciones de los trazadores, mientras que \mathbf{X}_i representa la posición espacial de un trazador en un tiempo t .

Las posiciones presentadas por los vectores \mathbf{X}_i se representan en el plano de la imagen mediante los vectores \mathbf{x}_i , en letras minúsculas (ecuación (1-2)).

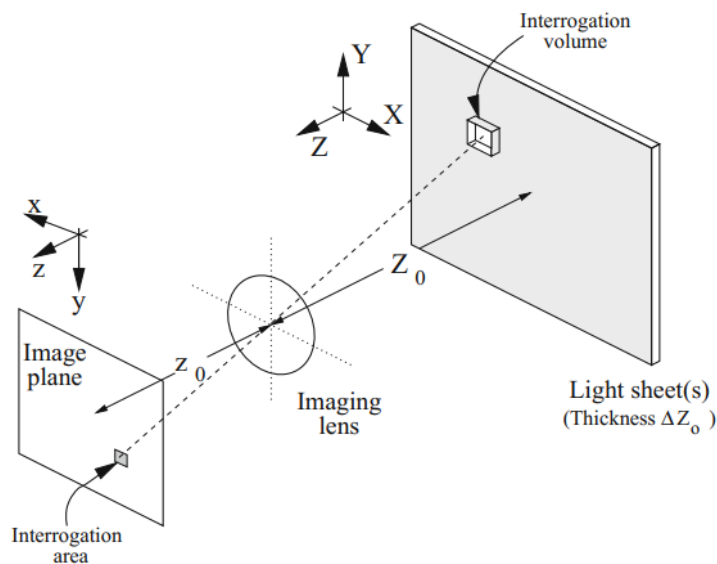
$$\mathbf{x}_i = (x_i, y_i) \quad (1-2)$$

Los vectores se encuentran relacionados por un factor de magnificación constante M , tal como se muestra en la ecuación (1-3)

$$\mathbf{X}_i = \frac{\mathbf{x}_i}{M}, \mathbf{Y}_i = \frac{\mathbf{y}_i}{M} \quad (1-3)$$

La transformación desde un volumen de interrogación \mathbf{V}_i hasta un área de interrogación \mathbf{a}_i que hace parte de un plano de imagen se muestra en la **Figura 1-8**.

Figura 1-8: Representación esquemática de la imagen geométrica.



Fuente: (Raffel et al., 2017)

La distribución de intensidad en el plano de la imagen $I(\mathbf{x}, \Gamma)$ es asumida como la convolución de la imagen geométrica y los impulsos de respuesta del sistema, esto se conoce en el campo de la óptica como la función de dispersión de punto. Esta función se encarga de describir la reacción que presenta un sistema de imagen o fotografía a un punto o fuente específica (Hecht & Zajac, 2001).

Para los dispositivos de carga controlada CCD y el uso de lentes en cámaras digitales, la literatura toma como suposición que la función de dispersión de punto presenta una

distribución Gaussiana entre X y Y , de la manera que se muestra en la ecuación (1-4), con el factor K , como se muestra en la ecuación (1-5), ya que se considera que representa adecuadamente los sistemas de lentes reales (Raffel et al., 2017).

$$\tau(\mathbf{x}) = K \cdot e^{-\frac{8|\mathbf{x}|^2}{d_\tau^2}} \quad (1-4)$$

$$K = 8 \frac{\tau_0}{\pi \cdot d_\tau^2} \quad (1-5)$$

Donde:

$\tau(\mathbf{x})$: Función de dispersión de punto de lentes

\mathbf{x} : Punto en el plano de la imagen

d_τ : Diámetro de la partícula de la imagen

τ_0 : Dispersión de la partícula en el tiempo inicial

La convolución entre la función $\tau(\mathbf{x})$ y la posición del trazador en la posición \mathbf{x}_i , la cual describe la partícula localizada en la posición \mathbf{X}_i , dando como resultado la función del campo de intensidad de imagen $I(\mathbf{x}, \Gamma)$, para una exposición, tal como se muestra en la ecuación (1-6). Se restringe el análisis a partículas pequeñas con baja magnificación. Se emplea la función Delta de Dirac para describir la parte geométrica de la partícula, una vez se toma y se coloca en el plano de la imagen. La variable N corresponde con el número total de trazadores presentes en el volumen de interrogación \mathbf{V}_I .

$$I(\mathbf{x}, \Gamma) = \tau(\mathbf{x}) \times \sum_{i=1}^N V_0(\mathbf{X}_i) \cdot \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_i) \quad (1-6)$$

$V_0(\mathbf{X}_i)$ corresponde con la función de transferencia de energía de luz de una imagen a una partícula individual i dentro del volumen de interrogación \mathbf{V}_I y su conversión a una señal electrónica (Raffel et al., 2017). Al considerar un plano de imagen rectangular, una función de dispersión de punto igual para todos los trazadores y que las partículas no se solapan entre ellas, es posible reescribir la ecuación (1-6) como se muestra en la ecuación (1-7) (Raffel et al., 2017).

$$I(\mathbf{x}, \Gamma) = \sum_{i=1}^N V_0(\mathbf{X}_i) \cdot \tau(\mathbf{x} - \mathbf{x}_i) \quad (1-7)$$

El valor medio espacial de la intensidad de la imagen se define tal como se muestra en la ecuación (1-8), donde a_i es el área de interrogación.

$$\langle I(\mathbf{x}, \Gamma) \rangle = \frac{1}{a_i} \int_{a_i} I(\mathbf{x}, \Gamma) d\mathbf{x} \quad (1-8)$$

Al reemplazar la ecuación (1-7) en la ecuación(1-8), el valor promedio del campo de intensidad puede ser reescrito como se muestra en la ecuación (1-9):

$$\mu_I = \langle I(\mathbf{x}, \Gamma) \rangle = \frac{1}{a_i} \sum_{i=1}^N V_0(\mathbf{X}_i) \cdot \int_{a_i} \tau(\mathbf{x} - \mathbf{x}_i) \cdot d\mathbf{x} \quad (1-9)$$

Para determinar la autocorrelación del campo de intensidad de una única exposición, se emplea la ecuación (1-10). El vector \mathbf{s} corresponde con el vector separación entre trazadores en el plano de correlación.

$$R_I = \langle I(\mathbf{x}, \Gamma) I(\mathbf{x} + \mathbf{s}, \Gamma) \rangle = \frac{1}{a_i} \int_{a_i} \sum_{i=1}^N V_0(\mathbf{X}_i) \tau(\mathbf{x} - \mathbf{x}_i) \sum_{j=1}^N V_0(\mathbf{X}_j) \tau(\mathbf{x} - \mathbf{x}_j + \mathbf{s}) d\mathbf{x} \quad (1-10)$$

Los términos i y j corresponden con las partículas analizadas, por lo tanto, cuando $i \neq j$, se calcula la correlación entre diferentes pares de trazadores, mientras que en el escenario de $i=j$, se analiza la partícula consigo misma. A partir de esto, es posible reescribir la ecuación (1-10) como se muestra en la ecuación (1-11).

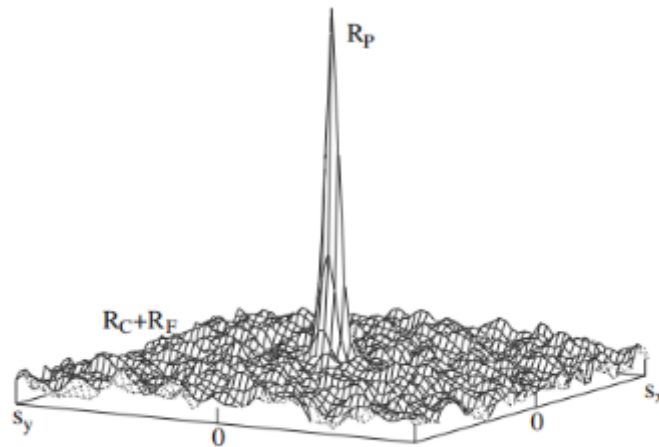
$$R_I(\mathbf{s}, \Gamma) = \frac{1}{a_i} \sum_{i \neq j}^N V_0(\mathbf{X}_i) V_0(\mathbf{X}_j) \int_{a_i} \tau(\mathbf{x} - \mathbf{x}_i) \tau(\mathbf{x} - \mathbf{x}_j + \mathbf{s}) d\mathbf{x} + \frac{1}{a_i} \sum_{i=j}^N V_0(\mathbf{X}_i)^2 \int_{a_i} \tau(\mathbf{x} - \mathbf{x}_i) \tau(\mathbf{x} - \mathbf{x}_j + \mathbf{s}) d\mathbf{x} \quad (1-11)$$

La ecuación (1-11) puede ser descompuesta siguiendo la forma propuesta por Adrian (1988) y mostrada en la ecuación (1-12).

$$R_I(\mathbf{s}, \Gamma) = R_C(\mathbf{s}, \Gamma) + R_F(\mathbf{s}, \Gamma) + R_P(\mathbf{s}, \Gamma) \quad (1-12)$$

El término $R_P(\mathbf{s}, \Gamma)$ es el pico de la autocorrelación, el cual se concentra en la posición (0,0) del plano de correlación para una misma partícula, resultado que corresponde con la correlación de cada trazador con él mismo; $R_C(\mathbf{s}, \Gamma)$ y $R_F(\mathbf{s}, \Gamma)$ hacen correspondencia a la convolución de las intensidades promedio del campo de intensidad y el ruido resultante al analizar partículas distintas dentro de la imagen (es decir, $i \neq j$), respectivamente (Raffel et al., 2017). La composición esquemática se muestra en la **Figura 1-9**.

Figura 1-9: Composición esquemática de la función de autocorrelación.



Fuente: (Raffel et al., 2017)

La correlación cruzada requerida para evaluar dos imágenes con una única exposición, el cual es el método mayoritariamente empleado en las evaluaciones PIV y considerado en este trabajo, se ilustra a continuación. Se considera un vector de desplazamiento \mathbf{D} para todos los trazadores que se encuentran dentro del volumen de interrogación \mathbf{V}_I , y dado en un tiempo t' , el cual se define como $t + \Delta t$, se obtiene el vector de posición \mathbf{X}'_i , mostrado en la ecuación (1-13):

$$\mathbf{X}'_i = \mathbf{X}_i + \mathbf{D} \quad (1-13)$$

$$\mathbf{X}'_i = \begin{pmatrix} X_i + D_x \\ X_i + D_y \\ Z_i + D_z \end{pmatrix}$$

Los desplazamientos que se registran en el plano de la imagen son dados por la ecuación (1-14), donde M es el factor de amplificación.

$$\mathbf{d} = \begin{pmatrix} M \cdot D_x \\ M \cdot D_y \end{pmatrix} \quad (1-14)$$

El campo de intensidad de la imagen para la segunda imagen, $I'(\mathbf{x}, \Gamma)$, y haciendo la analogía correspondiente con la ecuación desarrollada para la primera imagen, la cual es mostrada en la ecuación (1-7), se llega a la ecuación (1-15):

$$I'(\mathbf{x}, \Gamma) = \sum_{j=1}^N V_0'(\mathbf{X}_j + \mathbf{D}) \cdot \tau(\mathbf{x} - \mathbf{x}_j - \mathbf{d}) \quad (1-15)$$

Considerando las mismas condiciones entre la toma de las imágenes, con respecto a intensidades de iluminación y áreas de interrogación, y siendo análogo al comportamiento para una única toma, la función de correlación cruzada puede ser escrita como se muestra en la ecuación (1-16):

$$R_{I-II}(\mathbf{s}, \Gamma, \mathbf{D}) = \frac{1}{a_i} \sum_{i,j} V_0(\mathbf{X}_i) V_0(\mathbf{X}_j + \mathbf{D}) \int_{a_i} \tau(\mathbf{x} - \mathbf{x}_i) \tau(\mathbf{x} - \mathbf{x}_j + \mathbf{s} - \mathbf{d}) d\mathbf{x} \quad (1-16)$$

Nuevamente, la ecuación (1-16) puede ser descompuesta en tres componentes, de acuerdo con Adrian (1988). Esto se muestra en la ecuación (1-17).

$$R_{I-II}(\mathbf{s}, \Gamma, \mathbf{D}) = R_C(\mathbf{s}, \Gamma, \mathbf{D}) + R_F(\mathbf{s}, \Gamma, \mathbf{D}) + R_D(\mathbf{s}, \Gamma, \mathbf{D}) \quad (1-17)$$

En la ecuación (1-17), los términos $R_C(\mathbf{s}, \Gamma, \mathbf{D})$ y $R_F(\mathbf{s}, \Gamma, \mathbf{D})$ corresponden con las intensidades medias del campo de intensidad y ruido de la correlación cruzada para las imágenes empleadas en el análisis, mientras que $R_D(\mathbf{s}, \Gamma, \mathbf{D})$ representa el componente

referido a la correlación existente entre las imágenes de los trazadores obtenidos en la primera exposición con las imágenes de los mismos trazadores obtenidos en la segunda exposición.

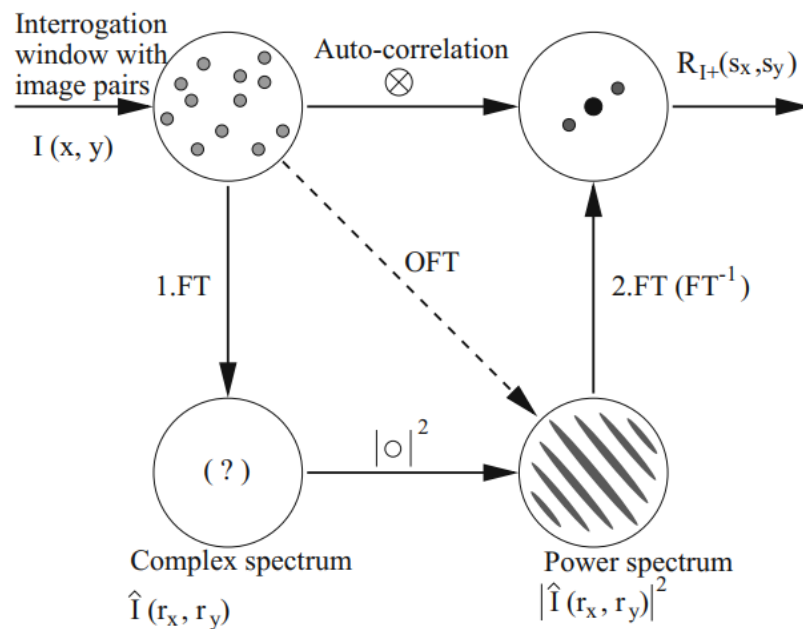
La evaluación de los registros PIV inicialmente se realizaba de manera manual (Agüí y Jiménez, 1987), pero a medida que los computadores y el procesamiento de imágenes ha ido alcanzando cotas mayores, es posible realizar la automatización de estos procesos. Para las aplicaciones actuales, se requiere una concentración media de trazadores para obtener una gran cantidad de vectores, y dado que no es posible realizarlo de manera visual a partir de los registros PIV, se requieren aproximaciones estadísticas (Raffel et al., 2017). Se han venido desarrollando metodologías de rastreo de partículas, pero los métodos estadísticos siguen siendo mayoritariamente usados.

El objetivo de las metodologías de aproximaciones estadísticas es lograr establecer el desplazamiento de dos partículas en imágenes aleatoriamente distribuidas y determinados a partir de los valores de escalas de grises. Existe una correlación entre los datos espaciales en una señal 2D $I(x, y)$ y sus representaciones espectrales en el tiempo $|\hat{I}(r_x, r_y)|^2$, donde (r_x, r_y) son las frecuencias espaciales en las direcciones ortogonales. Las ecuaciones presentadas a lo largo del capítulo y los diferentes teoremas de la transformada de Fourier son válidas para el caso 2D ((Bracewell, 1999); (Raffel et al., 2017)).

Existen dos posibles casos para el cálculo de la correlación: empleando el cálculo directo numérico o indirecto, también conocidos como numérico u óptico, usando el teorema de Wiener-Khinchin (Bracewell, 1999). Se establece que el cálculo directo numérico es la metodología empleada en la aplicación de la técnica PIV. Esta teoría establece que la transformada de Fourier de la función de autocorrelación R_I y el espectro de potencia $|\hat{I}(r_x, r_y)|^2$ de un campo de intensidad $I(x, y)$ son transformadas de Fourier de cada una (Bracewell, 1999).

La **Figura 1-10** muestra las diferentes metodologías para obtener la función de correlación R_i . Esta puede ser determinada por la vía de Autocorrelación (parte superior de la Figura) que es determinada directamente en dominio espacial, o puede ser determinada por la vía indirecta empleando la siguiente vía: inicia con la Transformada de Fourier (1. FT en la Figura) de las ventanas de interrogación con los pares de imágenes y los trazadores en ellos, donde se determina el espectro complejo. Realizado este proceso, se calcula el módulo cuadrado en el plano de la frecuencia ($|O|^2$ en la Figura) y se determina el espectro de potencia $|\hat{I}(r_x, r_y)|^2$; a través de la Transformada Inversa de Fourier (2. $FT (FT^{-1})$ en la Figura) de este espectro, se llega a la función de correlación R_i . De manera indirecta también es posible obtener la función de correlación empleando la Transformada Óptica de Fourier OFT, por sus siglas en inglés, que se muestra en la **Figura 1-10** de manera diagonal, determinando el espectro de potencia de manera directa y posteriormente la función de correlación R_i .

Figura 1-10: Diferentes metodologías de obtención de función de correlación.



Fuente: (Raffel et al., 2017)

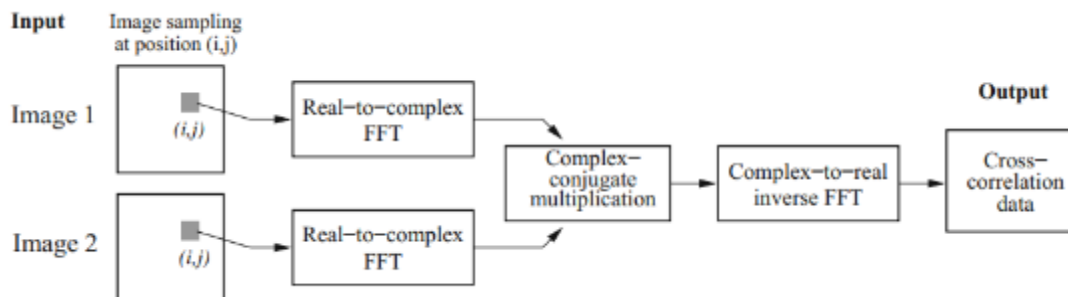
Todas las Transformadas de Fourier se realizan de manera digital, empleando la metodología de Transformada Rápida de Fourier FFT (por sus siglas en inglés), a raíz del desarrollo de los computadores digitales y el desarrollo de algoritmos eficientes para su cálculo (Raffel et al., 2017).

Las funciones de correlación cruzada son el método estadístico mayoritariamente usado en la definición de los desplazamientos pico dentro de los análisis de imágenes que conllevan finalmente a la definición de los vectores de velocidad y desplazamiento. Cuando se realiza el análisis de una misma serie de datos que se encuentran desfasadas en el tiempo, se emplea la Autocorrelación. Estas funciones se encuentran basadas en algoritmos de Transformada Rápida de Fourier (FFT por sus siglas en inglés), realizadas para optimizar los procesos de cálculo. Teniendo en cuenta que las funciones de correlación cruzada de dos funciones son equivalentes a la multiplicación conjugada compleja de sus Transformadas de Fourier, es posible establecer que la función de correlación entre un par de imágenes R_{I-II} es igual a la multiplicación de las Transformadas de Fourier de sus funciones de intensidad $I(\mathbf{x}, \Gamma)$ y $I'(\mathbf{x}, \Gamma)$, tal como se muestra en la ecuación (1-18) (Raffel et al., 2017).

$$R_{I-II} = \hat{I} \cdot \hat{I}' \quad (1-18)$$

La **Figura 1-11** muestra esquemáticamente el proceso que se realiza para la obtención del desplazamiento de los trazadores en un par de imágenes consecutivas, empleando la FFT y lo establecido en la ecuación (1-18).

Figura 1-11: Esquema de obtención de los desplazamientos para un par de imágenes usando FFT.



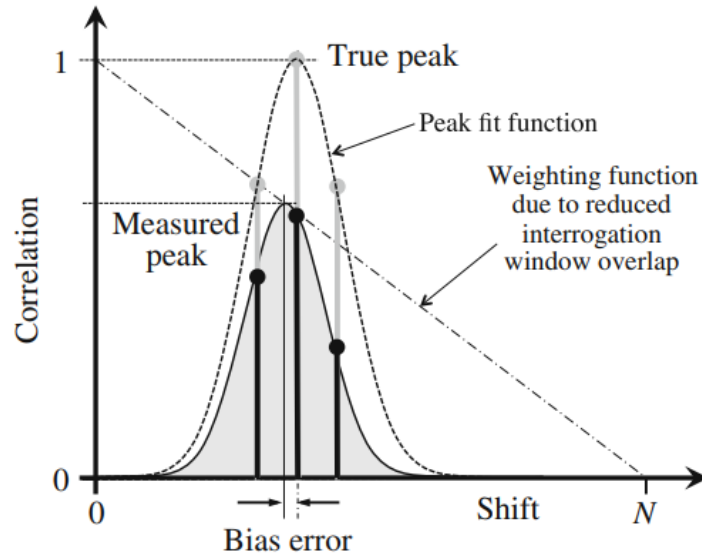
Fuente: (Raffel et al., 2017)

La correlación cruzada corresponde con un método de evaluación entre dos series de datos, el cual estima el grado de correlación existente entre sus valores. El coeficiente de correlación, $C(\xi, \psi)$, entre dos ventanas de interrogación consecutivas se determina empleando la ecuación (1-19) :

$$C(\xi, \psi) = \frac{\sum_{x,y} A'(x, y) \cdot B'(x + \xi, y + \psi)}{\sqrt{\sum_{x,y} A'^2(x, y) \cdot \sum_{x,y} B'^2(x, y)}} \quad (1-19)$$

Donde A' y B' son las intensidades de imagen local de cada uno de los pares de imágenes, menos la intensidad promedio de los trazadores dentro de la ventana de interrogación respectivamente en t_0 y $t_0 + \Delta t$, respectivamente. La normalización asegura que el valor máximo del coeficiente de correlación es 1 para los trazadores perfectamente coincidentes. La implementación de la FFT permite corregir el sesgo hacia valores de desplazamiento menores dándole un *peso* a las partículas que se están siguiendo entre cada par de imágenes consecutivas, especialmente generado por el solapamiento de las ventanas de interrogación y a los trazadores que se encuentren cerca a sus bordes, tal como es mostrado en la **Figura 1-12**. El desplazamiento del ensamble de partículas en la imagen para cada ventana de interrogación es determinado al estimar la ubicación de la máxima correlación cruzada (Scharnowski et al., 2012).

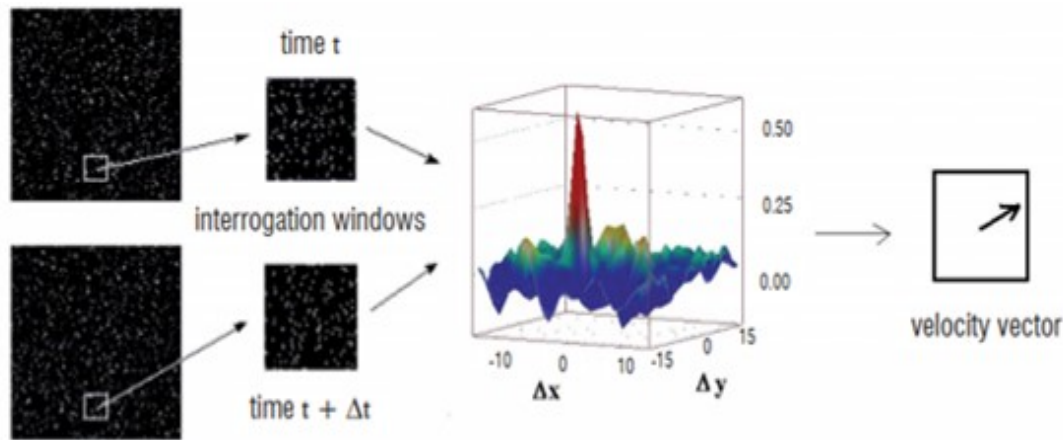
Figura 1-12: Corrección del error de sesgo al implementar FFT en la correlación cruzada.



Fuente: (Raffel et al., 2017)

La mayoría de los softwares de procesamiento de imágenes disponibles comprenden rutinas iterativas que inician a partir de una evaluación inicial de los vectores de velocidad en ventanas de interrogación grandes, asociándoles altos niveles de SNR (*signal-to-noise ratio*; en español “relación señal-a-ruido”), parámetro definido como la relación entre los puntos de análisis y los puntos que generan errores, debido al alto número de partículas usadas en el cálculo inicial con baja resolución espacial. Los vectores y sus gradientes son usados en el siguiente paso de cálculo en el cual se adecuan y deforman las ventanas de interrogación para cada plano de exposición, con el objetivo de reducir la pérdida de correlación entre las tomas. La disminución en el tamaño de las ventanas de interrogación alcanza entre 16x16 y 32x32 píxeles, en función de la densidad de partículas. Algoritmos de procesamiento han sido constantemente desarrollados con características adicionales que apuntan a mejorar la relación señal-a-ruido (SNR) y remover vectores erróneos (Brossard et al., 2009). La **Figura 1-13** muestra esquemáticamente los pasos realizados por los softwares de procesamiento de imágenes para la determinación de los vectores de velocidad, la definición de las ventanas de interrogación para el tiempo t y el tiempo $t + \Delta t$, la función de correlación cruzada y cálculo del desplazamiento pico para finalizar con la definición de los vectores de velocidad.

Figura 1-13: Esquema de operación de correlación cruzada en PIV.



Fuente: Ruiz Morales (2014)

Es posible realizar el análisis estadístico mediante correlaciones automáticas llamadas “autocorrelación” o empleando el método de la correlación cruzada. La autocorrelación puede ser calculada transformando las series de datos en el dominio de la frecuencia, tomando el módulo de cada coeficiente espectral y luego realizando la transformación inversa. Este método de cálculo es particularmente útil para series largas donde la eficiencia de la FFT reduce significativamente el tiempo requerido para calcular la autocorrelación de los datos (Bourke, 1996).

La correlación automática es necesaria en las etapas iniciales de formulación del diseño del PIV, ya que provee el número adimensional llamado densidad de imagen. La densidad de imagen se define como el número promedio de puntos de referencia en cada ventana de interrogación. Las densidades de imágenes bajas limitan el rastreo de las partículas, ya que en ese límite es improbable encontrar imágenes por punto, mientras que las densidades de imagen altas corresponden con correlaciones de partículas múltiples (Adrian, 2005).

El pre-proceso es usualmente aplicado a imágenes “crudas”, en las cuales no se han realizado ediciones como la aplicación de escalas de grises, uso de filtros o ecualizaciones,

para priorizar el cálculo de la correlación cruzada; esto se logra al mejorar el contraste entre las partículas, disminuir el ruido de fondo u homogeneizar la intensidad de la luz de las partículas, con el objetivo de evitar que en el cálculo de la correlación cruzada se genere parcialidad o se dé una mayor relevancia hacia ciertas partículas dentro de las imágenes, especialmente hacia las grandes partículas. Después del cálculo de los vectores, operaciones de post proceso son usados para remover vectores erróneos (Brossard et al., 2009).

En la técnica PIV, es necesario evaluar los vectores de desplazamiento de puntos conocidos y categorizarlo de acuerdo con su importancia, como funcionales si éstos son los vectores requeridos, o espurios si los resultados inducen errores o no aportan información confiable. La clasificación se realiza generalmente en función de los resultados de vectores vecinos y del área de interés del análisis, dando como resultado la eliminación de vectores erróneos o que no hacen parte del objetivo del estudio (Duan et al., 2018).

El principal objetivo de los análisis de imágenes es la obtención de los vectores de desplazamientos en las secciones de análisis, empleando diferentes metodologías que incluyen distribuciones de escalas de grises para imágenes de alta densidad y el algoritmo BICC por sus siglas en inglés *Binary image cross-correlation*, que aplican a imágenes de baja densidad. Los algoritmos BICC no tienen en cuenta diferentes factores de las imágenes, como son el color, la forma o el tamaño de las partículas, por lo cual su implementación en análisis geotécnicos no es recomendada, debido a que los materiales térreos presentan partículas delgadas y densas, lo cual no permite un resultado confiable (Duan et al., 2018).

Para la estimación del desplazamiento máximo pico se emplean diferentes métodos aplicados a niveles subpíxel. Se destacan los métodos de ajustes con curva parabólica y curva gaussiana, donde esta última es ampliamente usada en los softwares de procesamiento de imágenes, el método del centroide y la interpolación de Reconstrucción de Whittaker, el cual alcanza una refinación de un 1/64 de píxel. Los métodos de ajuste de curvas se emplean porque presentan formas similares a los picos de desplazamientos esperados (Forliti et al., 2000), el método del centroide se asocia con un “centro de masa” cercano a la localización del pico, mientras que el método de Reconstrucción de Whittaker

interpola entre muestras de información, produciendo los mejores resultados (Forliti et al., 2000).

1.1.5 Avances realizados en geotecnia empleando PIV

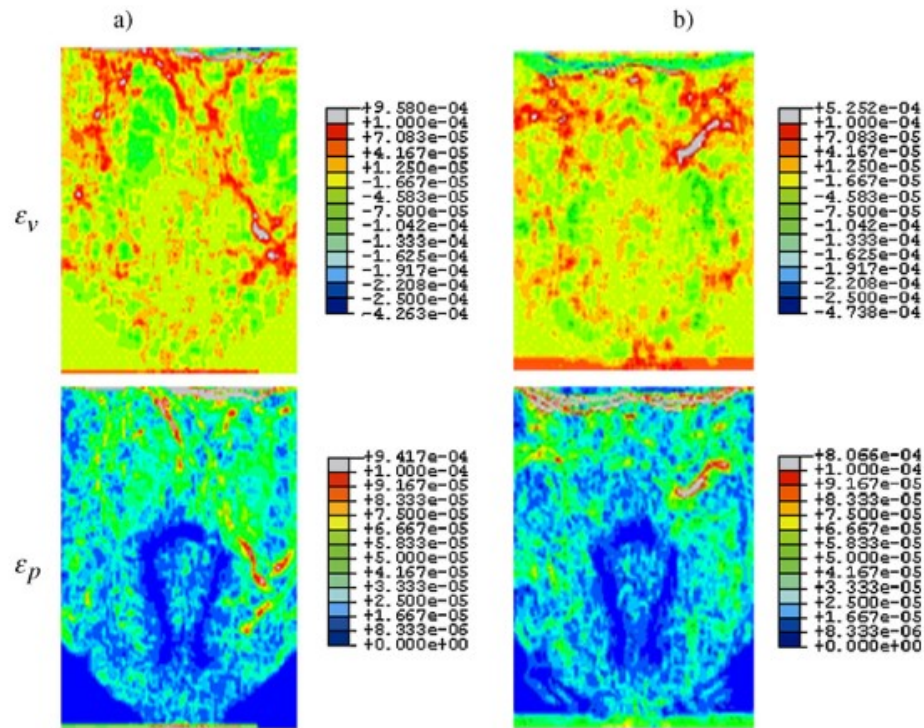
La técnica de análisis de imágenes PIV ha venido cobrando importancia a lo largo del tiempo, a medida que se va avanzando y mejorando en la generación de equipos fotográficos, de video y computacionales de mejores características, por lo cual se han venido realizando investigaciones para lograr incorporar dicha metodología en diferentes campos de la ingeniería civil, y el área de la geotecnia no ha sido indiferente. Este subcapítulo pretende mostrar avances en la incorporación de la técnica PIV a estudios de ingeniería civil y especialmente a análisis geotécnicos.

Las investigaciones se han venido desarrollando desde hace más de 20 años, siendo las investigaciones hechas por White (2001) pioneras, estableciendo las bases del uso de PIV y del DPIV en los análisis geotécnicos. Se establece que no es necesario una cámara de altísima velocidad para realizar los análisis correspondientes y que ésta es función de los usos requeridos y el presupuesto. Se mencionan las ventajas existentes en cuanto no se hace una perturbación al suelo en los análisis y el incremento en la precisión y la densidad de medición por medio del uso de las cámaras digitales

Slominski et al. (2007) realizaron la medición de las deformaciones ocurridas en una arena seca sin cohesión, en un estado denso y suelto, en un proceso de vaciado de un silo construido para el análisis mediante la técnica PIV y rayos X. Se determinaron las deformaciones volumétricas y desviadoras mediante el uso de la metodología DPIV y sus resultados fueron comparados con los resultados obtenidos de la aplicación de los rayos X, proveyendo buenos resultados en cuanto a la precisión de las medidas registradas: algunos resultados son mostrados en la Figura 1-14. Se establece que la metodología PIV puede ser usado efectivamente como una técnica de medición de deformaciones, sin la necesidad de ningún contacto físico, con la desventaja que únicamente se registran los

desplazamientos que se encuentran en la superficie del material y que se restringe a tamaños de planos de investigación relativamente pequeños.

Figura 1-14: Deformaciones volumétricas ϵ_v y deformaciones desviadoras ϵ_p para arena suelta (a) y arena densa (b), para un ensayo de flujo en silo después de 7 s – Valores positivos indican dilatancia & valores negativos indican contracción.

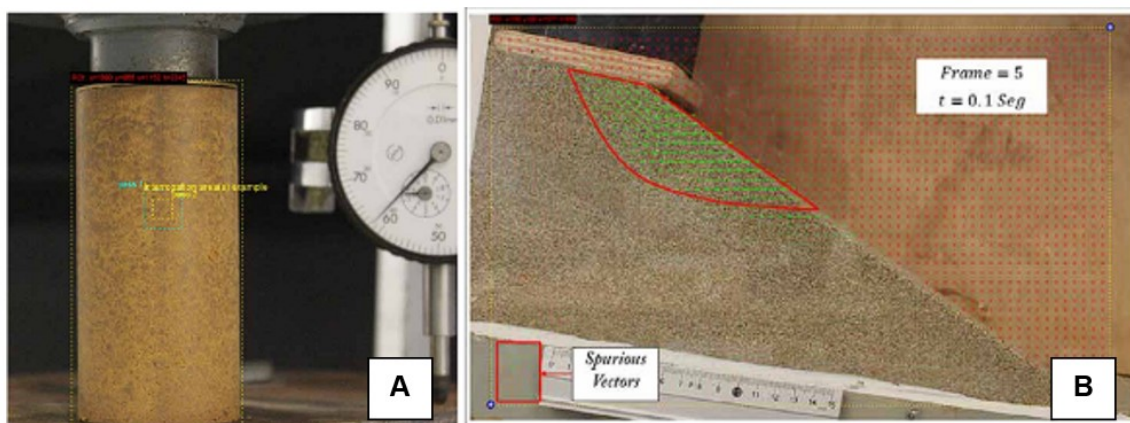


Fuente: (Slominski et al., 2007)

Scharnowski et al. (2012) presentó un marco teórico donde se empleó la metodología PIV para lograr estimar los esfuerzos normales y cortantes Reynolds con una resolución de un único píxel, los cuales se emplean para tener en cuenta las fluctuaciones de la turbulencia en la cantidad de movimiento de los fluidos. Tuvieron en cuenta el diámetro de la partícula trazadora y los gradientes de velocidad en la forma de la función de correlación, mostrando que la metodología propuesta presenta una alta resolución y precisión en la determinación de los esfuerzos.

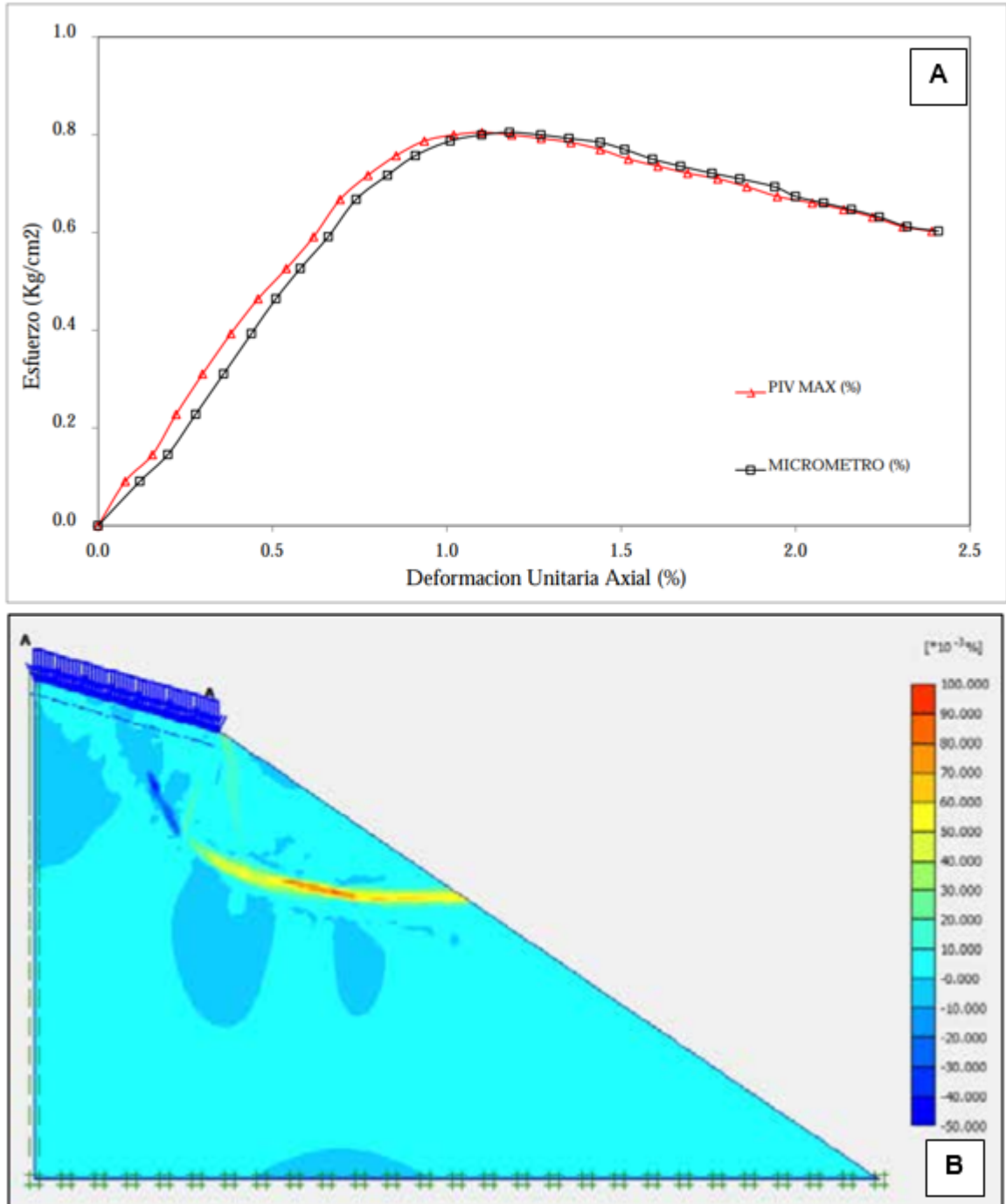
Ruiz Morales (2014) analizó en su trabajo final de máster la posibilidad de la implementación de la técnica PIV en problemas recurrentes de geotecnia, tal como la evaluación de la deformación en un ensayo de compresión inconfina o la determinación de la superficie de falla en un talud, el cual se construyó en el laboratorio. Esto se muestra en la **Figura 1-15**. Los ensayos se realizaron empleando una cámara digital tipo réflex semiprofesional, mostrando las bondades del uso de estos dispositivos, en términos de confiabilidad de resultados y de economía. También, a partir del análisis de los diferentes softwares disponibles para el análisis de PIV, se determinó que la rutina PIVLab, desarrollada por Thielicke & Sonntag (2021) es el mejor software libre disponible para usar dicha metodología, en términos de eficiencia computacional, paquetes y librerías adicionales y facilidad de interacción con el usuario. Se concluyó que la metodología PIV presenta gran potencial para el análisis en geotecnia, siempre que se tenga en cuenta ciertos aspectos: estabilidad de la cámara, iluminación óptima de la prueba, definición correcta del tamaño de la ventana de interrogación, ya que permitió determinar adecuadamente la deformación en el proceso de carga en comparación con los valores registrados en el deformímetro, y se comparó la superficie de falla determinada por la metodología PIV y mediante un modelo de elementos finitos, obteniendo igualmente buenos resultados, como se muestra en la **Figura 1-16**.

Figura 1-15: Implementación de la técnica PIV en ensayos geotécnicos: (a) ensayo de compresión simple en suelo fino (B) Determinación de superficie de falla en modelo físico



Fuente: (Ruiz Morales, 2014)

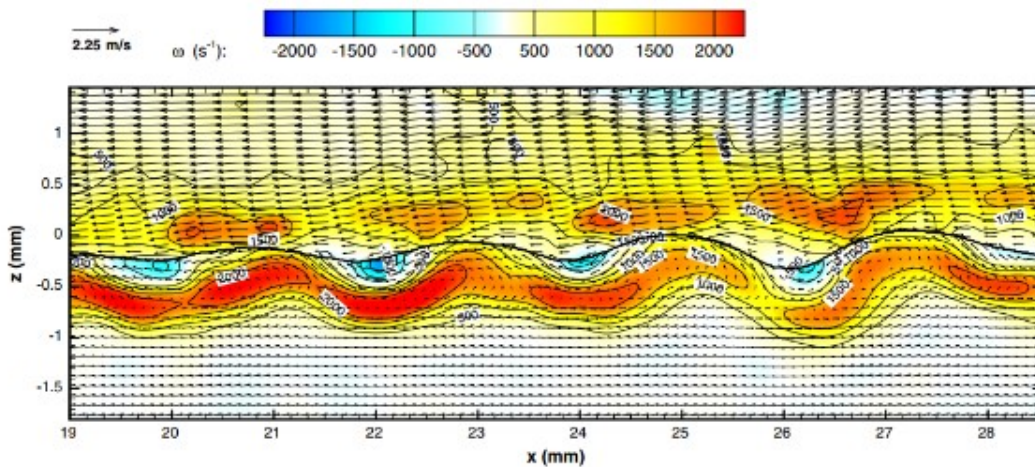
Figura 1-16: Comparación de resultados obtenidos entre PIV y análisis geotécnicos: (a) Resultados entre desplazamientos obtenidos con PIV y micrómetro - ensayo de compresión simple en suelo fino; (b) Resultados de superficie de falla mediante Elementos Finitos



Fuente: (Ruiz Morales, 2014)

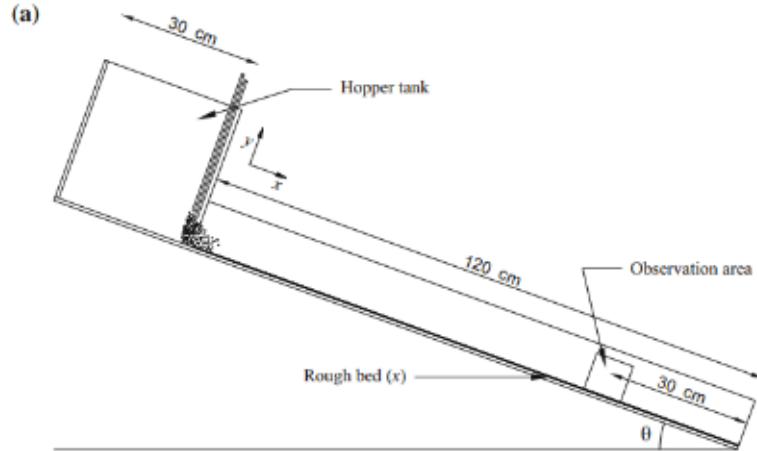
André & Bardet (2015) implementaron velocimetría de partículas con imágenes de alta resolución para evaluar los esfuerzos de corte que se generan entre la interfase agua – aire de un chorro jet generado. Se logró determinar el campo de velocidades normales y tangenciales, la curvatura de la superficie y los gradientes de los campos de velocidades estudiadas. La generación de vórtices entre las fases también se logró detectar (zonas azules en la **Figura 1-17**). Se concluye que la metodología es adecuada y que es adaptable a diferentes tipos de flujos interfase como saltos hidráulicos o flujos multi-gases.

Figura 1-17: Campo de velocidades entre la interfase agua-aire.



Fuente: (André & Bardet, 2015)

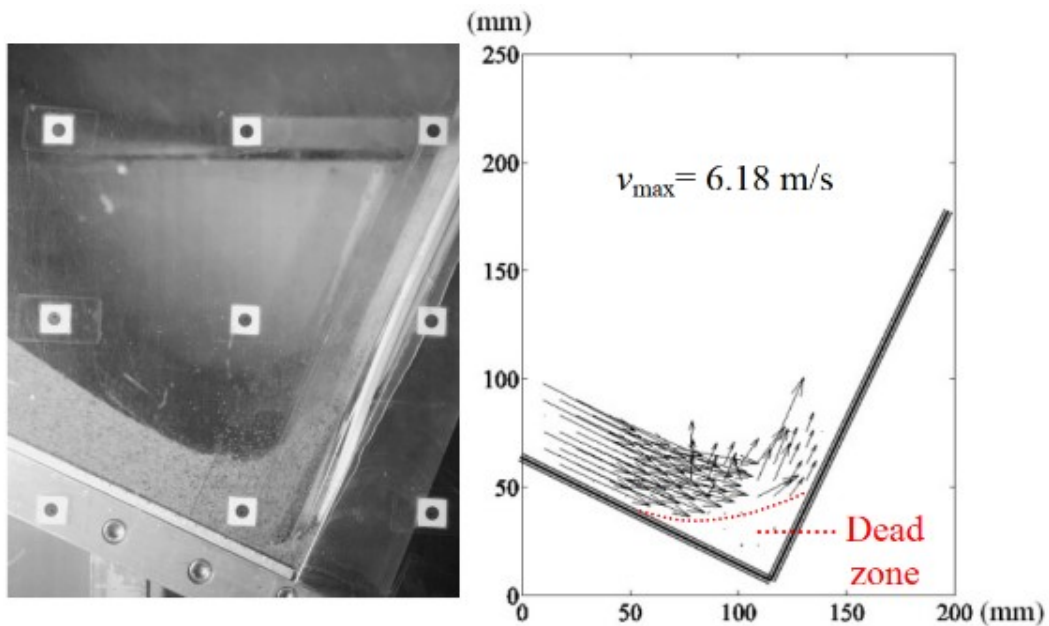
Gollin et al. (2017) evaluaron el uso de la metodología PIV y PTV, que significa velocimetría de rastreo de partículas por sus siglas en inglés (*Particle Tracking Velocimetry*), para la medida de las propiedades de flujo granular en un cajón diseñado para este fin (ver **Figura 1-18**), y muy especialmente las fuentes de error al aplicar estas metodologías. Para la técnica PTV, se determinó que no es posible emplear esta metodología sin la generación de errores en flujos de larga duración, mientras que para la técnica PIV, los errores están asociados a la mala selección de los tamaños de las regiones de interrogación y el diámetro de la partícula a seguir.

Figura 1-18: Canal de observación para la medición de flujos granulares.

Fuente: (Gollin et al., 2017)

Para reducir el riesgo por movimientos en masa de la ciudad de Hong Kong a un nivel aceptable, Kwan et al. (2016), en la Oficina de Ingeniería Geotécnica (GEO), por sus siglas en inglés) ha implementado diferentes medidas bajo el programa de prevención de deslizamiento y mitigación, que incluyen análisis de movilidad de flujos de detritos en 2D y 3D, modelación física de desviadores como estructuras que impiden los flujos, la modelación en centrífuga de la interacción debris-barrera, modelación numérica avanzada de la interacción debris-barrera, análisis por etapas de la movilidad del flujo de detritos para el diseño de múltiples barreras y el uso de materiales de amortiguación para reducir el impacto de la carga del flujo sobre barreras rígidas. Dentro de la modelación en centrífuga de la interacción debris-barrera, en la cual la gravedad alcanzó los 25 g, se instaló un sistema para lograr obtener imágenes y posteriormente realizar la técnica PIV para la evaluación de la interacción entre la barrera y el flujo; esta interacción se describió como compleja, cuyos resultados fueron empleados para realizar el retro cálculo de la presión dinámica del impacto, que se empleó posteriormente para el análisis y diseño de las barreras resistentes (ver **Figura 1-21**).

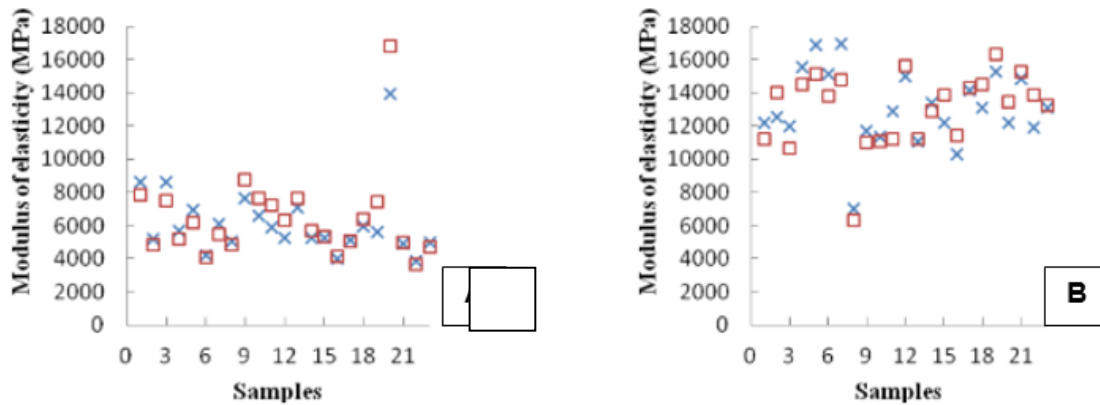
Figura 1-19: Sección de análisis y distribución de vectores de velocidad en el impacto debris-barrera.



Fuente: (Kwan et al., 2016)

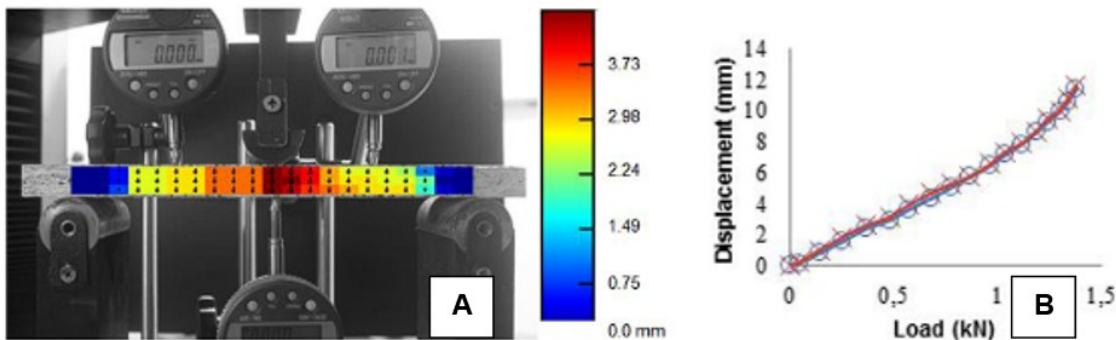
Se han realizado estudios donde la técnica PIV ha sido evaluada en testigos de madera para analizar el comportamiento elástico de las muestras (Pereria et al., 2018) frente a un proceso de carga flexionante, buscando obtener el módulo de elasticidad y su comparación mediante técnicas convencionales, tal como se muestra en la **Figura 1-20**. Pereira et al. (2019) realizaron la comparación de las mediciones registradas por el deformímetro y los valores obtenidos mediante la técnica PIV (ver **Figura 1-21**), en diferentes puntos de testeo. Los resultados de ambas investigaciones indican que la técnica PIV es una herramienta adecuada y precisa para el estudio y medición de las deformaciones de materiales que se encuentran bajo procesos de carga, ya que estadísticamente no se encuentra diferencia significativa en comparación con los métodos tradicionales de obtención de propiedades elásticas.

Figura 1-20: Comparación de módulos de elasticidad obtenidos entre la técnica PIV (marcador X) y lectura de deformímetro (marcador □), para maderas tipo pino (A) y tipo eucalipto (B).



Fuente: (Pereria et al., 2018)

Figura 1-21: Comparación de resultados para ensayo de flexión en una viga. Montaje realizado y mapa de deformaciones obtenido (A) – Comparación entre resultados de deformímetro (línea continua) y técnica PIV (marcador circular) (B).

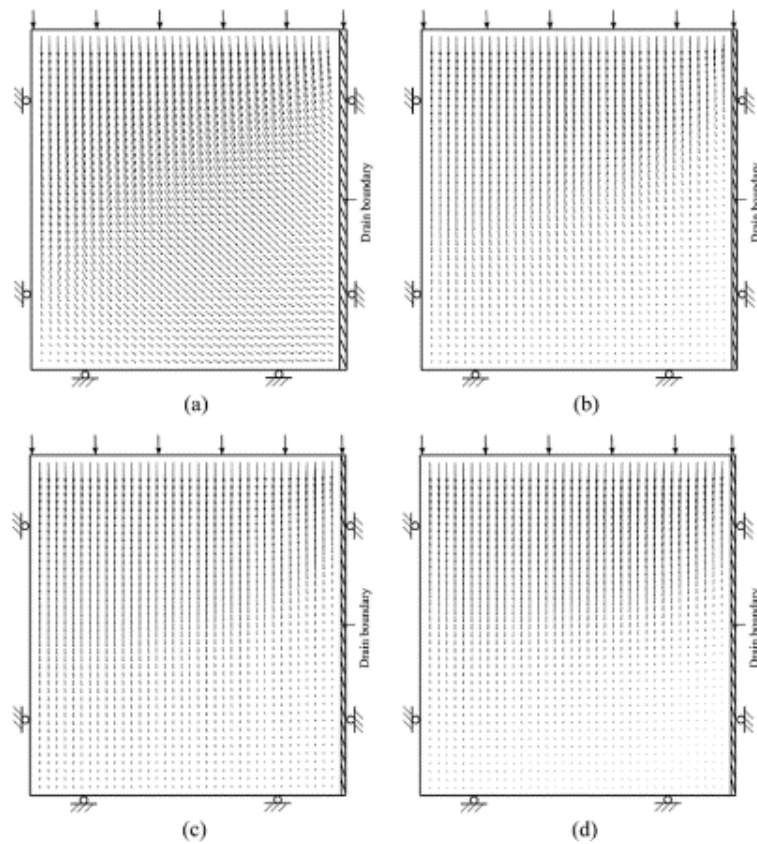


Fuente: (Pereria et al., 2019)

La metodología PIV también ha sido empleada para evaluar las condiciones de deformación en un proceso de consolidación con drenaje lateral empleando la metodología PIV, en la investigación realizada por Kim et al. (2018). A partir del análisis de los fotogramas, fue posible determinar el campo de desplazamiento (ver **Figura 1-22**) y el campo de la relación de vacíos, cuyos resultados indicaron características complejas de deformación en función del grado de deformación y la posición del drenaje. Fue posible,

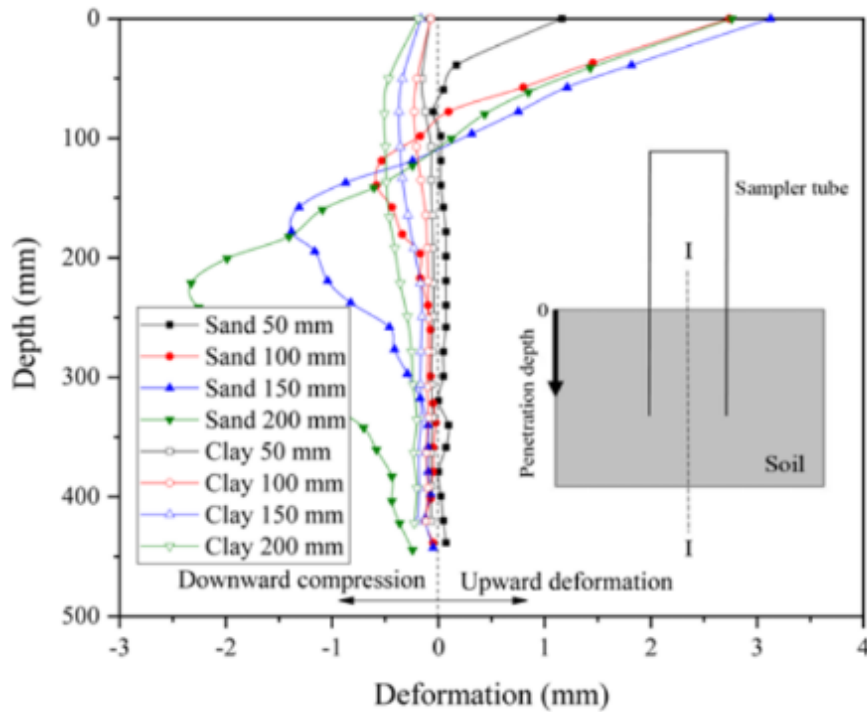
además, determinar el campo de esfuerzos intersticiales, el estado de esfuerzos no-uniforme y el campo de esfuerzos totales.

Figura 1-22: Distribución de vectores de desplazamiento para diferentes grados de consolidación (a: 0-10%, b: 20-30%, c: 40-50%, d:70-80%)



Fuente: (Kim et al., 2018)

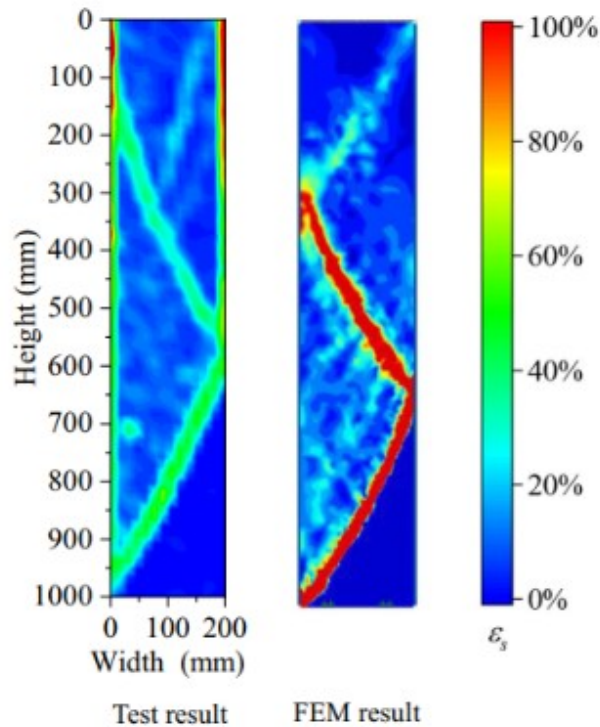
Liang et al. (2022) realizaron investigaciones para evaluar el grado de perturbación del suelo en el proceso de muestreo empleando la técnica PIV, con el objetivo de evaluar los factores de influencia y minimizar sus efectos. Los resultados mostraron que, con el incremento en la profundidad de penetración, la relación existente entre la deformación máxima compresional en el eje central y la profundidad correspondiente podría ser adecuadamente aproximada mediante una hipérbola. Se encontró que los materiales arcillosos presentan una deformación hacia la dirección de penetración del muestreador, mientras que las arenas tienen un comportamiento contrario.

Figura 1-23: Deformación en el eje central para diferentes profundidades de penetración

Fuente: (Liang et al., 2022)

Xu et al. (2022) estudiaron el mecanismo de falla y la presión de tierras de un relleno estrecho sin cohesión instalado detrás de un par de muros de contención rígidos, empleando en conjunto un sistema PIV, transductores de desplazamiento y celdas de presión de tierras. Se obtuvo que los contornos de deformación cortante y los vectores de desplazamiento corresponden con una superficie deslizante reflectante entre los muros (ver **Figura 1-24**) y que a medida que el muro va inclinándose las superficies reflectantes van disminuyendo. Los resultados fueron comparados con modelos numéricos de elementos finitos, obteniéndose una respuesta similar entre ambos modelos, con un valor de presión activa de tierras menor a los valores calculados empleando las teorías clásicas.

Figura 1-24: Comparación de resultados entre PIV y FEM: Resultados de deformaciones cortantes del relleno detrás de los muros de contención. Izq.: Resultados PIV – Der: Resultados FEM



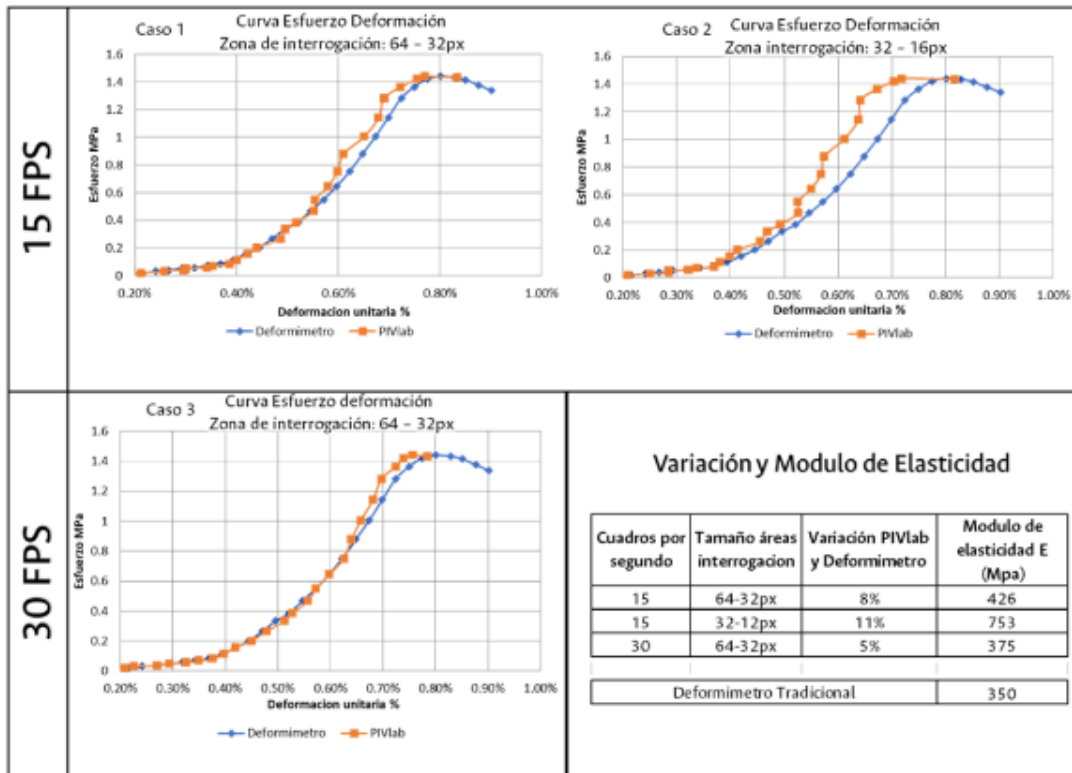
Fuente: (Xu et al., 2022)

En la Universidad Nacional de Colombia – sede Bogotá, Támara Sáez (2022) realizó en su trabajo final de pregrado una evaluación comparativa entre la técnica PIV y los métodos convencionales de obtención de propiedades para muestras de suelo limo-arenosas sometidas a ensayos de compresión inconfiada, los cuales fueron registrados en video con una cámara digital, para posteriormente descomponer los videos en sus fotogramas e implementar la técnica DPIV. Adicionalmente, se realizó la evaluación del impacto en el cambio del tamaño de las ventanas de interrogación en la respuesta de los desplazamientos determinados. La investigación se realizó dentro del marco del proyecto de investigación “Apoyo a Proyectos de Investigación y Creación Artística de la Sede Bogotá de la Universidad Nacional de Colombia – 2019”, en el cual se enmarca este trabajo final de maestría. El trabajo de grado de Támara permitió establecer los procedimientos

requeridos para la obtención de las imágenes requeridas para los análisis presentados en este documento, las condiciones de iluminación, procesos de calibración, aspectos a tener en cuenta en términos fotográficos y demás detalles propios de la investigación.

Se obtuvo que las condiciones de iluminación juegan un papel relevante dentro de los análisis de PIV, así como la velocidad de obtención de fotogramas. Támara Sáez (2022) evaluó el uso de la descomposición de video de alta resolución en los fotogramas correspondientes, con lo cual se obtuvo una mejor respuesta en comparación con la adquisición de fotografías digitales, ya que el tiempo entre exposición fue mucho menor, sin perder la calidad entre los pares de imágenes; a partir de la comparación entre los resultados de desplazamientos obtenidos para cada configuración de ventana de interrogación y número de fotogramas generados con el desplazamiento real medido mediante un deformímetro LDVT, se determinó que una ventana de interrogación de mayor tamaño es más favorable en los análisis y se generaban menores desviaciones con base en la medición registrada a partir de un deformímetro tipo LVDT. Finalmente se obtuvieron los valores de módulo de elasticidad (ver **Figura 1-25**) y relación de Poisson del material analizado.

Figura 1-25: Comparación de resultados de módulos de elasticidad para diferentes velocidades de obtención de imágenes y ventanas de interrogación.



Variación y Modulo de Elasticidad

| Cuadros por segundo | Tamaño áreas interrogacion | Variación PIVlab y Deformimetro | Modulo de elasticidad E (Mpa) |
|--------------------------|----------------------------|---------------------------------|-------------------------------|
| 15 | 64-32px | 8% | 426 |
| 15 | 32-12px | 11% | 753 |
| 30 | 64-32px | 5% | 375 |
| Deformimetro Tradicional | | | 350 |

Fuente: (Támara Sáez, 2022)

1.2 Rotura de Partículas

1.2.1 Generalidades

El rompimiento de los agregados granulares se debe a diferentes factores y microprocesos, entre los cuales se identifican las características propias de los materiales, el estado y las alteraciones en las condiciones de esfuerzos y los aspectos ambientales ((Tavares, 2007); (Tapias Camacho, 2016)).

Las características propias corresponden con todos los aspectos relacionados con la resistencia, tanto mecánica como a la fractura, y el comportamiento a la deformación del material, ya sea frágil o dúctil.

El tamaño de la partícula se considera un factor relevante en la rotura de la partícula, ya que partículas más grandes, con mayor angulosidad y que sean de forma uniforme dentro del conjunto, coadyuvan a la generación de rotura. Las partículas de mayor tamaño tienen una mayor probabilidad de presentar imperfecciones que faciliten la generación de grietas (Tapias Camacho, 2016).

La resistencia a la fractura se considera como la energía que es requerida para separar los componentes de la partícula y generar la fractura, la cual es un aspecto clave en el proceso de rotura del material (Tapias Camacho, 2016). El comportamiento a la deformación corresponde con el tipo de falla del material, que puede ser resumida en elástico, cuya falla es frágil cuando se presenta de manera elástica y súbita, mientras que el comportamiento dúctil o inelástico, abarca comportamientos semi-frágil, plástico o cuasi-frágil, en el cual se considera la acumulación gradual de daño por grietas (Tavares, 2007).

Las condiciones de esfuerzos se relacionan como se encuentra el estado de tensiones y la función de esfuerzos al cual está sometido el material, ya sea esfuerzos de compresión o de corte, números de punto de carga, intensidad del esfuerzo y tasas de velocidad de cargas (Tavares, 2007). Los materiales granulares sometidos a altos esfuerzos presentan rompimiento de sus partículas, aunque ocasionalmente puede ocurrir a bajos niveles de presión de confinamiento; la rotura puede presentarse debido a diferentes factores, entre

los que se enumeran la magnitud del esfuerzo, ciclos de carga y descarga, densidad del material, forma de la partícula, presencia o ausencia de presión de confinamiento y distribución de tamaño. La partícula se rompe cuando el nivel de esfuerzo aplicado es superior a su resistencia (Tapias Camacho, 2016). La rotura de las partículas es la mayor causa de la generación de deformaciones en agregados gruesos, debido a la acomodación del material en el conjunto (Tapias Camacho, 2016).

En paquetes de materiales granulares, cuando se presenta un esfuerzo de corte y a diferencia de líquidos viscosos, se presenta una zona llamada “zona de falla”, en la cual la tasa de deformación es muy alta. Se ha encontrado que un aumento en las deformaciones del material conlleva a un aumento del esfuerzo de corte, alcanzando un valor máximo y luego cae a un valor estable. Este comportamiento se presenta regularmente en conjuntos “densamente empaquetados”. El incremento inicial en el esfuerzo de corte es debido a una deformación del conjunto de partículas, la cual se produce inicialmente en la zona de carga, mientras que las zonas más “alejadas” del conjunto no presentan deformación. Cuando el esfuerzo máximo es alcanzado, se produce un arreglo de la estructura, presentándose un cambio en patrón de contacto entre las partículas y luego se estabiliza (Bridgwater, 2007). El “empaquetamiento suelto” corresponde a un arreglo donde éste se produce al dejar que las partículas se acomoden en un ambiente “gentilmente”, sin el efecto de un esfuerzo de compresión. (Bridgwater, 2007).

Los aspectos ambientales se encuentran relacionados con el contenido del agua de la partícula, los niveles de saturación y las condiciones de humedad relativa del material (Tavares, 2007); (Tapias Camacho, 2016)).

Se ha identificado que la Intensidad de los esfuerzos es la variable de mayor relevancia en el proceso de generación de fracturas. (Tavares, 2007). Los parámetros principales que controlan los mecanismos de rotura de las partículas son: el factor de intensidad de tensiones, la rigidez de los contactos k_n , el ángulo de fricción básico de la partícula material ϕ y la tenacidad del material K_c (Tapias Camacho, 2016).

Es importante mencionar que, aunque la compresión edométrica no permite evaluar condiciones de falla por corte o flexión de una muestra, su empleo es suficiente para

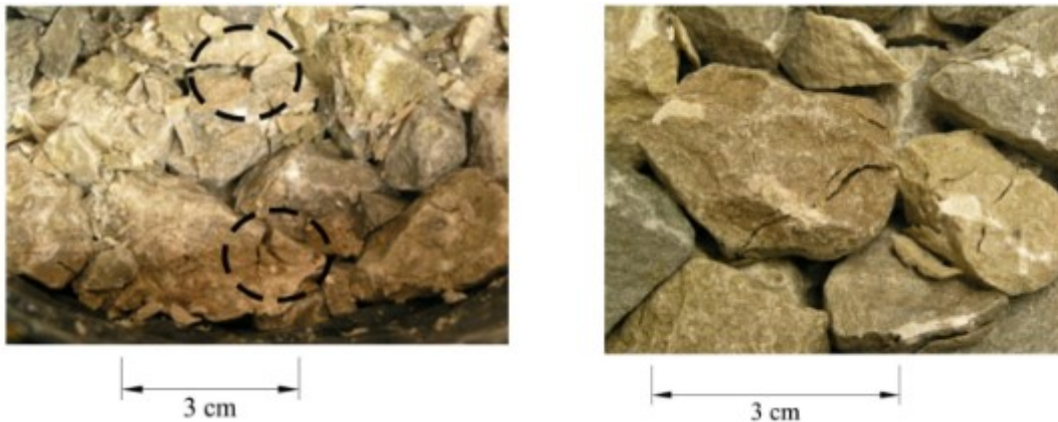
realizar los análisis de manera adecuada de los aspectos y temas concernientes a los modos de falla de fracturas, las fallas del material por corte en los contactos y el rompimiento intensivo de las partículas. Es aceptado que las pruebas edométricas movilizan los mecanismos de deformación y falla asociados a la rotura de partículas, lo cual es un aspecto de relevancia en el estudio y explicación del comportamiento macroscópico de la rotura (Tapias Camacho, 2016).

1.2.2 Modos de rotura

Dentro de la masa granular, las cargas externas a las que se someten los materiales son transmitidas entre las partículas por medio de los contactos, los cuales pueden ser clasificados como contactos normales o contactos de corte (Tapias Camacho, 2016). De manera general, los contactos de carga normal producen altos esfuerzos normales y de corte en las inmediaciones del punto de contacto, y esfuerzos de tracción en la zona central de la partícula. (Tapias Camacho, 2016).

Se han identificado dos modos principales de rotura: fractura de desintegración y por abrasión entre partículas. El primer mecanismo hace referencia a que la partícula se parta, mientras el segundo deja casi intacta la partícula, aunque sus bordes pierden material y generalmente se redondean. (Tavares, 2007). Los análisis realizados por Tapias Camacho (2016) sugieren y avalan la existencia de estos dos mecanismos de falla en materiales frágiles, aunque son denominados *conminución*, en el caso de las pérdidas de material local por abrasión o trituración, y *división*, en la cual se presenta una falla global de la partícula, la cual queda dividida en dos piezas aproximadamente iguales. En este documento se adopta estas denominaciones. La **Figura 1-26** muestra los mecanismos de rotura presentes en materiales frágiles, para el caso gravas de arenisca. Estos procesos de rotura son asociados principalmente a esfuerzos de corte y tracción.

Figura 1-26: Mecanismos de rotura en materiales frágiles. (Izq. – Conminución. Der. División)



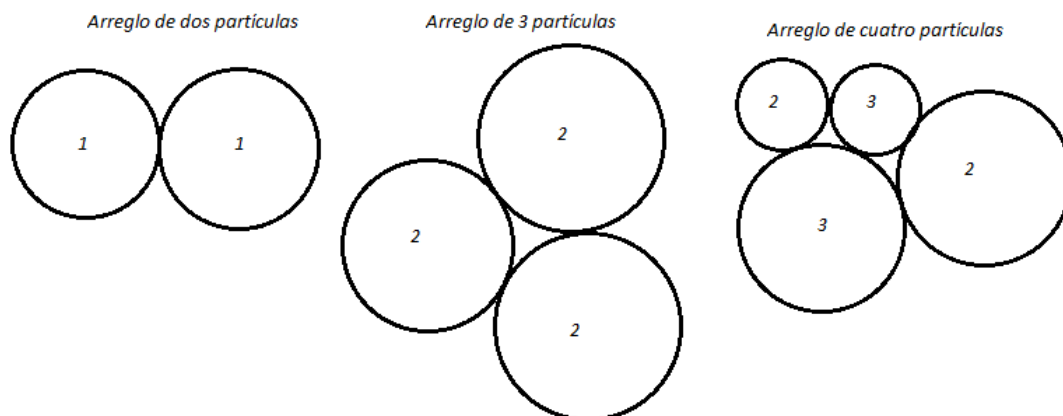
Fuente: (Tapias Camacho, 2016)

En la medida que un proceso de carga de intensidad creciente ocurre, el proceso de rotura que se presenta en las partículas igualmente cambia. Con bajos niveles de cargas de contacto sobre la superficie del material, pequeñas partículas son separadas del área de contacto, generándose rotura por conminución. Nakata et al. (2001) realizaron pruebas edométricas en arena uniforme y hallaron un umbral de daño al cual denominaron *esfuerzo de cedencia* σ_y . Se encontró que para esfuerzos externos menores que el esfuerzo de cedencia, se generaban daños en los contactos y toda la rotura estaba asociada por conminución. Tapias Camacho (2016) realizó ensayos de carga en cubos de azúcar, donde encontró que esfuerzos menores del esfuerzo de cedencia, aproximadamente el 90% del daño registrado correspondía a conminución, mientras que el 10% restante se asociaba a esfuerzos de tracción y rotura por división. Para esfuerzos superiores del esfuerzo de cedencia σ_y , Nakata et al (2001) determinaron que el daño correspondía aproximadamente en una proporción 50%-50% entre conminución y división, mientras que Tapias Camacho (2016) definió una proporción de 70%-30% entre conminución y división, respectivamente. La definición de σ_y puede ser determinada a partir de las curvas de esfuerzo – deformación, aunque se recomienda que éste sea definido como el punto donde se inicia la generación de divisiones en el material.

La deformación de la partícula generalmente se considera descrita por el modelo Hertziano durante su periodo inicial. Luego de superar un número de cedencia, el daño por la generación de grietas inicia y se acumula dentro de la partícula, y cuando alcanza el criterio de falla, se produce la propagación de una macrogrieta, que crece y se extiende rápidamente al interior de la partícula, pudiendo o no ser ramificada (Tavares, 2007). Una vez emerge la grieta, se generan nuevas partículas. El número y tamaño de las nuevas partículas depende del tamaño y ubicación del defecto inicial, en la microestructura y en la ramificación de la grieta.

Para un conjunto de partículas que se someten a un proceso de carga, Manso et al. (2018) determinaron que se generan cadenas de carga, por donde se transmite el esfuerzo externo aplicado; es posible que algunas partículas no presenten carga alguna u otras trabajen únicamente como partícula de transferencia de esfuerzo. La distribución de esfuerzos se encuentra determinada por el número de coordinación, el cual hace referencia al número de contactos que presenta cada partícula con los agregados vecinos, lo cual reduce el esfuerzo al que se someten las partículas, generando una mayor resistencia en el conjunto con respecto a una partícula individual((Manso et al., 2018); (Tapias Camacho, 2016)). En la **Figura 1-27** se muestran los números de coordinación para las partículas que conforman distintos arreglos.

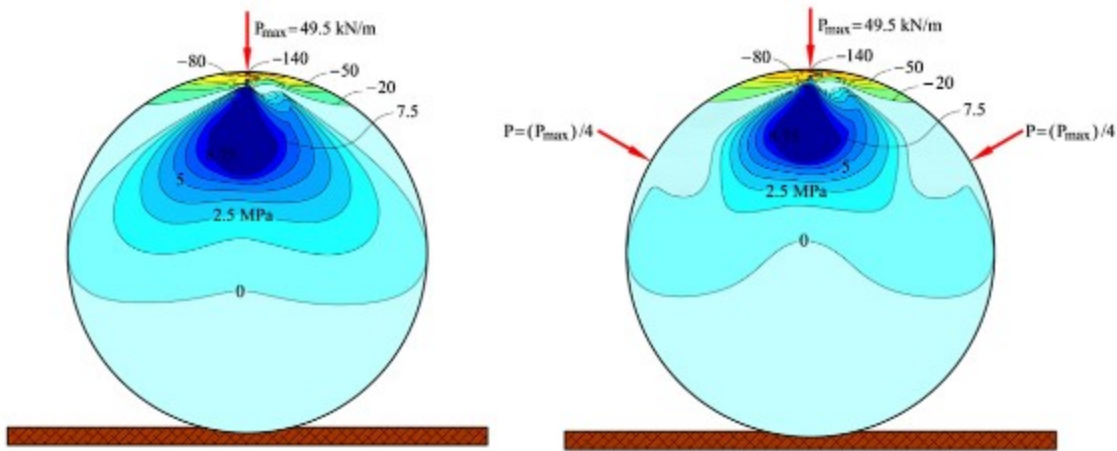
Figura 1-27: Número de coordinación de partículas para distintos arreglos



Fuente: Propia

De acuerdo con el trabajo experimental realizado y modelaciones empleando el Método de los Elementos Discretos (DEM, por sus siglas en inglés), Tapias Camacho (2016) determinó que la condición de carga impuesta bajo una cadena de carga en una partícula podría ser aproximada adecuadamente mediante la aplicación de dos fuerzas concéntricas y opuestas actuando sobre la partícula. Se realizó la modelación empleando un disco contra una superficie muy rígida, sometido a una carga puntual y se determinaron los esfuerzos horizontales en la partícula. Al realizar la comparación de los resultados agregando una mayor cantidad de cargas puntuales, se encontró que la distribución de esfuerzos, de manera esencial, permanece siendo la misma, concentrándose principalmente en las vecindades del punto de aplicación de carga y disminuyendo gradualmente a medida que se distancia de las cargas. Esto es mostrado en la **Figura 1-28**.

Figura 1-28: Comparación de esfuerzos horizontales generados en una partícula cargada con cargas puntuales (Esfuerzos de compresión: Negativos; Esfuerzos de tracción: Positivos).



Fuente: (Tapias Camacho, 2016).

Hiramatsu & Oka (1966) realizaron pruebas de carga en partículas de roca de forma irregular y compararon los resultados con el comportamiento de especímenes esféricos, cuyos resultados indicaron que es posible aproximar la respuesta de partículas irregulares mediante el análisis en material esférico.

Debido a que los estados de esfuerzos de las partículas no pueden ser encontrados directamente, se asumen estados de formas geométricas regulares, de acuerdo con lo presentado previamente. Dada la buena correlación entre la resistencia a la tracción y el comportamiento de rotura, es relevante realizar los análisis correspondientes a una partícula individual. Usando métodos foto elásticos, se ha obtenido que la relación entre la carga que genera la fractura y el esfuerzo de fractura esta dado por la ecuación (1-20). Esta ecuación se encuentra basada en los resultados obtenidos por Hiramatsu & Oka (1966).

$$\sigma_p = \frac{2.8F_c}{\pi D^2} \quad (1-20)$$

Donde F_c corresponde con la carga de rotura y D es la distancia entre puntos de carga

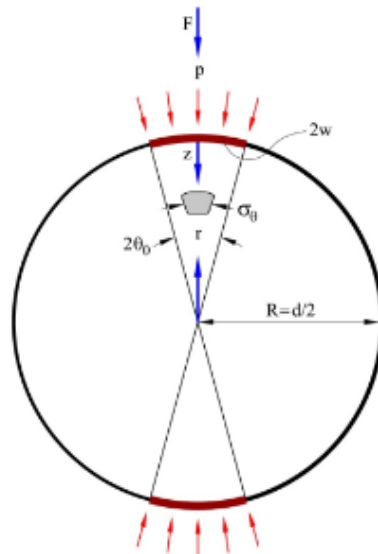
Russel y Wood (2009) proporcionaron resultados analíticos para una carga puntual sobre esferas frágiles. Teniendo en cuenta que una carga puntal puede ser considerada como una idealización de una forma de contacto más compleja, ésta es mejor concebida como un esfuerzo distribuido sobre una superficie finita.

De acuerdo con los resultados de Russel y Wood (2009), el esfuerzo de tensión actuante sobre un diámetro vertical está dado por la ecuación (1-21)

$$\sigma_\theta = \left(\frac{1}{2} + \nu - \frac{1 + \nu}{\left(1 + \left(\frac{w}{z}\right)^2\right)^{0.5}} + \frac{1}{2 \cdot \left(1 + \left(\frac{w}{z}\right)^2\right)^{1.5}} \right) \cdot P \quad (1-21)$$

Donde ν es relación de Poisson, z es la coordenada vertical y w es el radio del área cargada. La **Figura 1-29** muestra esquemáticamente la determinación del esfuerzo de tensión generado en un disco por una carga puntal.

Figura 1-29: Modelo de carga puntual aplicada a un área circular.



Fuente: Tapias Camacho (2016)

La partícula sometida a una carga podría alcanzar la rotura una vez que el factor de intensidad de esfuerzo k alcance o supere la tenacidad del material k_c , o una vez la longitud de la grieta alcance el diámetro equivalente de la partícula. (Tapias Camacho, 2016).

El factor de intensidad de esfuerzo k para un disco puede ser determinado a partir del análisis de un defecto que se encuentre en la partícula y de las características geométricas de las mismas. Esto se muestra en la ecuación (1-22), mientras que la ecuación (1-23) permite determinar el factor β requerido para la determinación del factor de intensidad de esfuerzo k (Tapias Camacho, 2016).

$$K = \beta * \sigma_{\theta} * \sqrt{\pi a} \quad (1-22)$$

$$\beta = \left(\frac{1}{1-a} \right) \cdot (1 - 0.4964 \cdot a + 1.5582 \cdot a^2 - 3.1818 \cdot a^3 + 10.0962 \cdot a^4 - 20.7782 \cdot a^5 + 20.1342 \cdot a^6 - 7.5067 \cdot a^7) \quad (1-23)$$

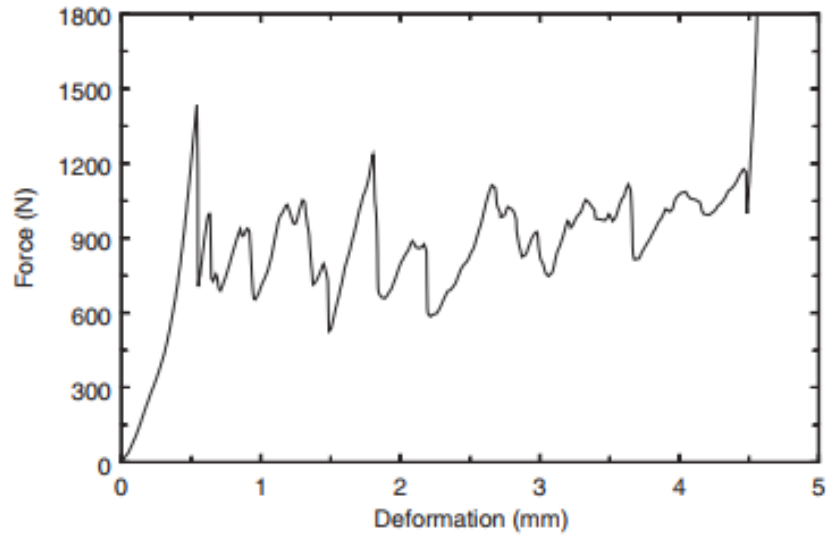
Donde a es la mitad de la longitud del defecto

La velocidad de propagación de la grieta se encuentra en función de la relación entre el factor de intensidad del esfuerzo k , la dureza del material k_c y un factor n , el cual es dependiente de la humedad relativa del ambiente. (Tapias Camacho, 2016). Este factor puede variar entre 60 y 200 para condiciones secas. Cuando n es un número alto, se relaciona con una grieta que se encuentra en estado inactivo hasta que el factor de intensidad k alcanza la dureza del material k_c ; esto indica que la velocidad de rotura de la partícula es función de la longitud del defecto inicial (Tapias Camacho, 2016). V_o es un valor de velocidad inicial, el cual se estimó aproximadamente en 0.1 m/s , de acuerdo con los resultados obtenidos por Alonso & Oldecop (2007). La ecuación (1-24) muestra la ecuación para determinar la velocidad de propagación de la grieta.

$$V = V_o \cdot \left(\frac{K}{K_c}\right)^n \quad (1-24)$$

La prueba de compresión se usa para analizar una única partícula, lo cual permite obtener las fuerzas (o esfuerzos) y las deformaciones de la partícula a medida que se realiza la prueba. La energía de fractura puede ser calculada como la integral entre 0 y la deformación crítica de la partícula para la gráfica Fuerza – desplazamiento. El comportamiento general de un proceso de compresión de una partícula grande (tamaño medio mayor a $3/2$ ") se muestra en la Figura 1-30((Tavares, 2007) (Manso et al., 2018)).

Figura 1-30: Curva carga – desplazamiento para una prueba de compresión de una partícula de bauxita.



Fuente: (Tavares, 2007)

1.3 Micromecánica

1.3.1 Generalidades

La micromecánica, o aproximación microestructural, es una metodología establecida para evaluar los estados de esfuerzo y deformación de ensambles granulares, con el objetivo de determinar la relación existente entre la acción de las cargas externas actuantes y los desplazamientos resultantes. Los ensambles granulares son conjuntos de partículas las cuales se encuentran separadas, no presentan cementación y cada uno de sus componentes presenta sus características y microestructura propias, de una manera discreta ((Bagi, 1996a); (Bagi, 1996b); (Bagi, 1999)). El comportamiento de este tipo de arreglos está definido por la relación entre los granos que lo conforman, los cuales pueden deslizarse, rotar o desplazarse sobre ellos mismos, cambiando la estructura interna inicial, debido a la acción de cargas mecánicas externas((Bagi, 1996a); (Bagi, 1996b); (Bagi, 1999)).

La estructura del ensamble se encuentra en equilibrio y a partir del contacto físico entre sus componentes, las fuerzas externas ejercidas sobre las fronteras del ensamble son transmitidas por estos puntos de contacto. En este documento, no serán tratados los efectos generados por el tiempo ni las fuerzas y momentos de cuerpo sobre el ensamble y sus componentes.

La manera tradicional para abordar este problema consiste en una aproximación a partir de las teorías de la mecánica del continuo, en la cual a partir de las variables de estado *esfuerzo* y *deformación*. La relación entre las cargas externas actuantes y el campo de esfuerzos del cuerpo se encuentra dado por las ecuaciones de equilibrio empleadas ((Bagi, 1996a); (Bagi, 1999)), mientras que las deformaciones se vinculan con los esfuerzos mediante el empleo de ecuaciones constitutivas, en las cuales se espera la información referente a las características mecánicas del material. Se emplea el concepto de un volumen representativo infinitesimal y se encuentran los esfuerzos, las deformaciones y las relaciones constitutivas de tal manera que no se violen las leyes físicas, y sea posible conocer el estado del material en todo momento. Esta aproximación trabaja bien para cuerpos sólidos pero los ensambles granulares requiere ecuaciones constitutivas distintas.

La aproximación microestructural inicialmente encuentra las variables de estado dentro un nivel denominado *macro*, las cuales a su vez se basan en variables nivel *micro*. Estas variables nivel micro corresponden a las fuerzas de contacto entre partículas, desplazamientos de granos y las características geométricas locales ((Bagi, 1996a); (Bagi, 1996b) ; (Bagi, 1999)).

1.3.2 Representación geométrica de un ensamble granular

Aunque el comportamiento del ensamble puede ser evaluado mediante el estudio de cada grano de manera individual, su formulación y aplicación podría resultar demasiado compleja, así como poco práctica (Bagi, 1996b).

Se considera que el estado mecánico de un ensamble granular y el cambio que se presenta frente a la acción de cargas externas puede ser descrito y predicho si las siguientes variables son conocidas:

- Posición y geometría de cada grano
- Desplazamientos de cada grano
- Fuerzas de contacto
- Propiedades del material de cada grano

Para construir la representación geométrica del ensamble, se realiza la introducción de tres conceptos fundamentales: Sistema de celdas material, el Sistema de espacio celular y las micro variables geométricas.

- Sistema de celdas material

Considerando un ensamble consistente de granos con forma arbitraria pero convexa en 2D (o en 3D, de acuerdo con el análisis a realizar) en un espacio euclidiano donde la distancia entre dos puntos es entendida en un sentido convencional y es representada por

vectores, se define \overline{PG} como la distancia entre un punto \mathbf{P} y un grano \mathbf{G} de la siguiente manera:

1. Si \mathbf{P} está fuera de \mathbf{G} o en su frontera, \overline{PG} es la distancia entre \mathbf{P} y \mathbf{G} , siendo la distancia más corta. Si el punto \mathbf{P} se encuentra en la frontera del grano \mathbf{G} , \mathbf{P} se denomina \mathbf{Q} y por lo tanto $\overline{PG} = 0$.
2. Si el punto \mathbf{P} está dentro del grano, \overline{PG} es negativa y su valor absoluto es la distancia más corta entre \mathbf{P} y los bordes de \mathbf{G} .

Si se considera un grano G_0 y recopilando todos los puntos cuyas distancias desde él son iguales o menores con respecto a otro grano, de la siguiente manera:

$$\overline{PG_0} \leq \overline{PG_k} \quad (k \neq 0)$$

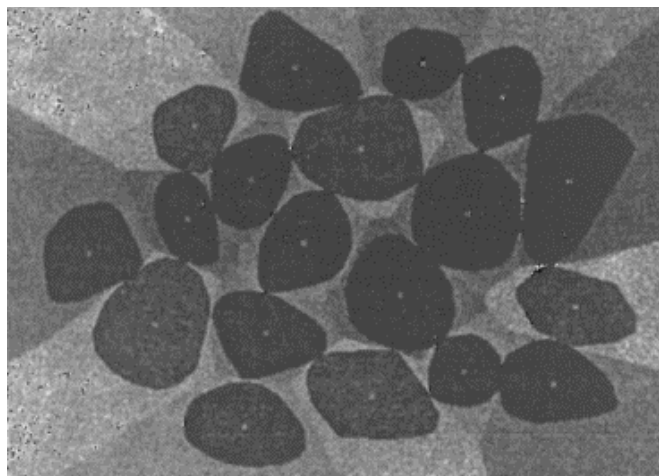
Estos puntos P_i conforman un dominio alrededor del grano G_0 , cumpliendo con las siguientes características:

- Los puntos internos y de frontera del grano G_0 pertenecen al dominio.
- Si $\overline{PG_0} < \overline{PG_k}$ para todo k , entonces \mathbf{P} es un punto interno del dominio. Si hay un grano G_i para cual $\overline{PG_0} = \overline{PG_i} \leq \overline{PG_k}$, para todo $k \neq 0$ y $k \neq i$, entonces \mathbf{P} es un punto frontera para los dominios de G_0 y G_i .
- Existe un único dominio para cada una de las partículas dentro del ensamble
- Todos los dominios son contiguos a otros dominios.
- Los granos en la frontera del ensamble poseen dominios infinitos mientras los dominios son finitos dentro del ensamble.
- La cara común de los dominios vecinos, el conjunto de puntos que pertenecen a G_1 y a G_2 es el conjunto de puntos \mathbf{P} que cumplen $\overline{PG_1} = \overline{PG_2} \leq \overline{PG_k}$, para todo $k \neq 1$ y $k \neq 2$.
- Si dos granos tienen un punto de contacto, los dominios correspondientes tienen una cara en común, la cual contiene el punto en sí mismo.

Cada uno de estos dominios se denomina *celda material*, y el sistema total en conjunto es llamado *sistema de celdas material*. La **Figura 1-31** muestra el sistema de celdas material para ese arreglo en específico. Cada una de las zonas sombreadas alrededor de la partícula corresponde con la celda material (Bagi, 1996a). Se hace necesaria realizar la siguiente introducción:

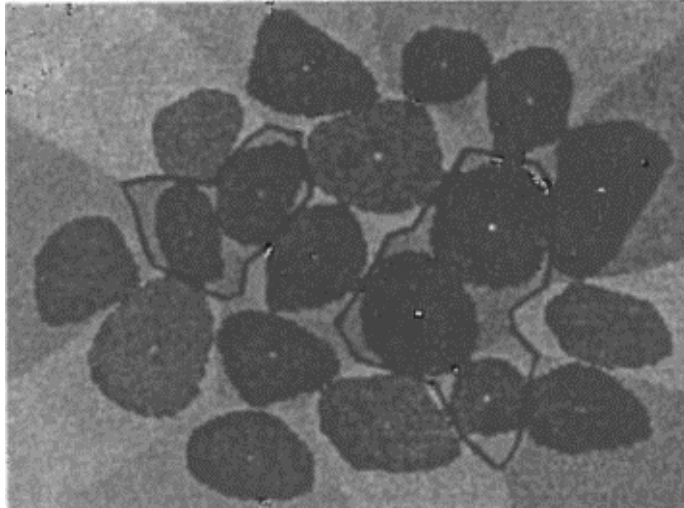
1. El conjunto de puntos en común de celdas material vecinas será referido como *caras* (siendo líneas unidimensionales en una condición 2D), mientras que las intersecciones de las caras conforman un *nodo*.
2. Al realizar la construcción de un conjunto de celdas material finitas, se generan *sub-ensambles finitos* (ver **Figura 1-32**). La frontera de estos sub-ensambles finitos consiste en las caras externas de las celdas material que la conforman, lo cual forma a su vez una o más curvas (o superficies, en el caso de análisis tridimensional).

Figura 1-31: Sistema de celdas materiales.



Fuente: (Bagi, 1996a)

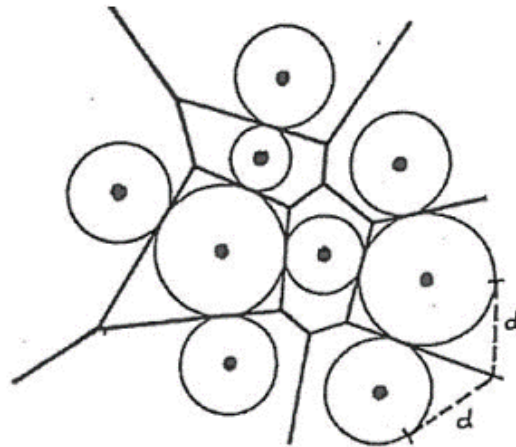
Figura 1-32: Ejemplos de sub-ensambles finitos.



Fuente: (Bagi, 1996a)

La teselación de Dirichlet es una herramienta empleada para la construcción de celdas material en arreglos con formas regulares, con la ventaja con respecto a la teselación de Voronoi que Dirichlet sí permite incluir granos de diferentes tamaños en la generación de la malla, a diferencia de la teselación de Voronoi. La malla se construye uniendo los centroides de los granos del ensamble empleando líneas rectas, y en el punto medio se traza una nueva línea perpendicular llamada línea de potencia, la cual se extiende hasta que se encuentra con otra línea de potencia (ver **Figura 1-33**) (Bagi, 1996a).

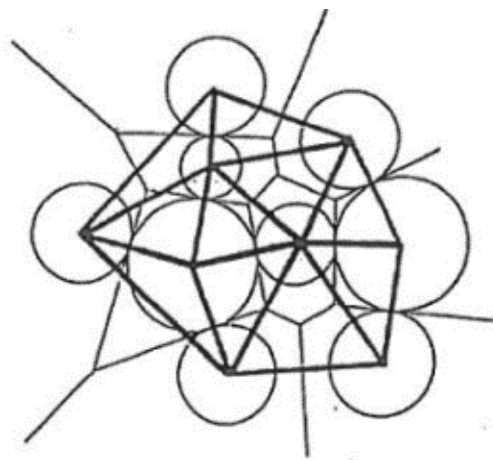
Figura 1-33: Teselación de Dirichlet



Fuente: (Bagi, 1996a)

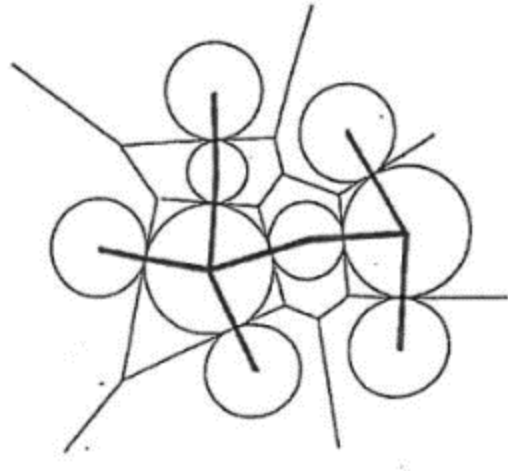
La red de Delaunay (**Figura 1-34**), es la red que se construye uniendo los centros de las celdas material que comparten una cara; se encuentra relacionada con la estructura interna del ensamble, la cual soporta la microestructura, es decir, los apoyos internos existentes dentro del ensamble. La microestructura interna se determina únicamente uniendo solo los centros de granos que se tocan (**Figura 1-35**).

Figura 1-34: Red de Delaunay



Fuente: (Bagi, 1996a)

Figura 1-35: Estructura de apoyo interno del ensamble.



Fuente: (Bagi, 1996a)

- Sistema de celdas espaciales

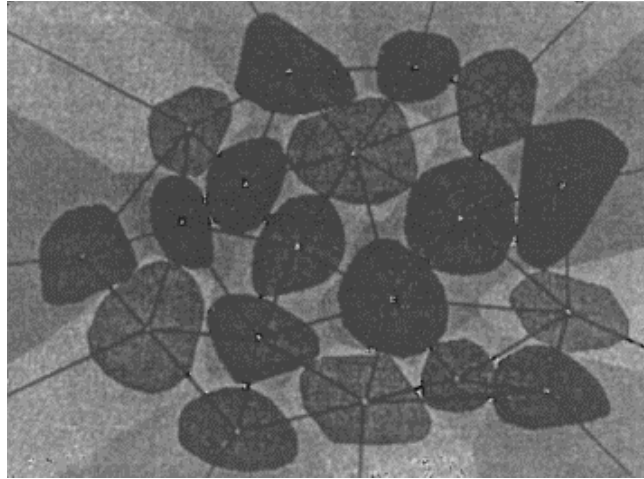
El sistema de celdas espaciales se encuentra fuertemente relacionada con el sistema de celdas material, ya que, a partir de estos últimos, el sistema de celdas espaciales es definido. Para los análisis en el plano 2D, este se encuentra definido por lo siguiente:

1. Los *Nodos* del sistema de celdas espaciales corresponden con el centro de cada uno de los granos.
2. Los *Bordes* que corresponden con líneas rectas que unen los centros de los granos que tengan caras en contacto en el sistema de celda material.
3. Un nodo en el sistema de celdas material es el punto en común de caras de los bordes correspondientes- En el sistema de celdas espaciales forman una celda cerrada., en el caso de 2D, esto un triángulo. Estas celdas espaciales consisten en *simplex*³ en n-dimensiones.

³ Simplex: Representación análoga en la n-dimensión de un triángulo.

El resultado de las características previamente descritas permite la construcción del *Sistema de celdas espaciales*, tal como se puede ver en la **Figura 1-36**

Figura 1-36: Sistema de celdas espaciales



Fuente: (Bagi, 1996a)

- Micro variables geométricas

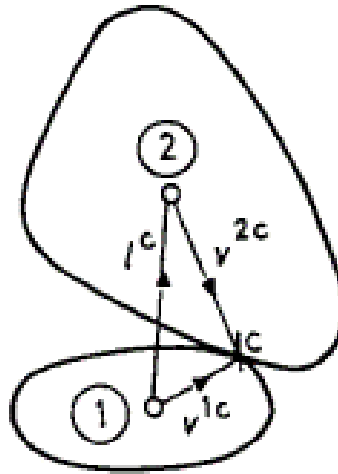
Tomando un sub-ensamble finito y la celda material asociada a un grano, es posible determinar los diferentes contactos que este tiene a partir del análisis de las caras de la celda materia. Existen contactos grano a grano “reales”, el cual contiene el punto de contacto, y, por otro lado, también se encuentran los contactos “virtuales”, donde no hay contacto entre el grano y sus vecinos, pero su celdas material si presentan una cara en común; para este caso, es necesario escoger un punto arbitrario de contacto virtual. El vector que une los centros de los granos, y el punto de contacto, ya sea real o virtual, es denotado como v_i^e .

Asumiendo que G_1 y G_2 tienen contacto, los vectores v_i^{1c} y v_i^{2c} son los vectores que unen los centros de cada grano con el punto de contacto. El *vector rama* asignado al contacto es definido mediante la ecuación (1-25) y mostrado en la **Figura 1-37**.

$$l_i^c = v_i^{1c} - v_i^{2c} \quad (1-25)$$

En el caso especial que el punto “c” se encuentre en la frontera del sub-ensamble, es decir, que el contacto sea entre grano y la frontera del sub-ensamble, el vector rama es únicamente v_i^{1c} (Bagi, 1996a).

Figura 1-37: Definición de los vectores v_i^{1c} , v_i^{2c} y l_i^c en un contacto entre granos.



Fuente: (Bagi, 1996a)

Para caracterizar la celda espacial, es necesario numerar sus nodos como 1, 2, ..., (D+1). (La celda es un simplex, así que tiene D+1 nodos). Se denotan las caras de la celda espacial por el número del nodo el cual no está contenido o relacionado por la cara, es decir la k-ésima cara contiene todos los nodos excepto el k-ésimo nodo (Bagi, 1996a). Posteriormente se debe asignar un vector b_i^k a cada cara de la siguiente manera:

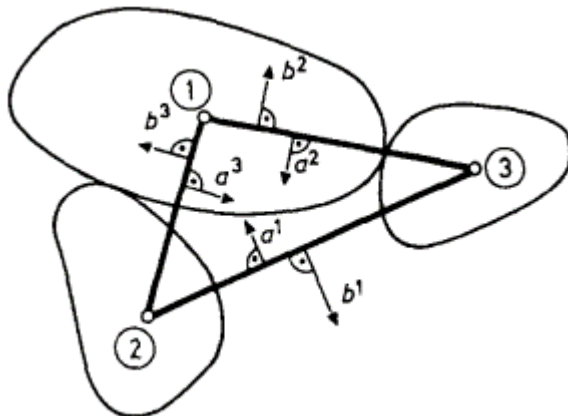
1. La magnitud de b_i^k es igual a la longitud de la cara
2. La dirección de b_i^k es normal a la cara, apuntando hacia afuera

Una vez definidos los vectores b_i^k , se calculan los vectores a_i^k , el cual es definido en la ecuación (1-26)

$$a_i^k = -\frac{1}{D} b_i^k \quad (1-26)$$

Los vectores b_i^k y a_i^k son mostrados dentro del sistema de celdas espaciales en la **Figura 1-38**

Figura 1-38: Definición de los vectores b_i^k y a_i^k en un ensamble granular.



Fuente: (Bagi, 1996a)

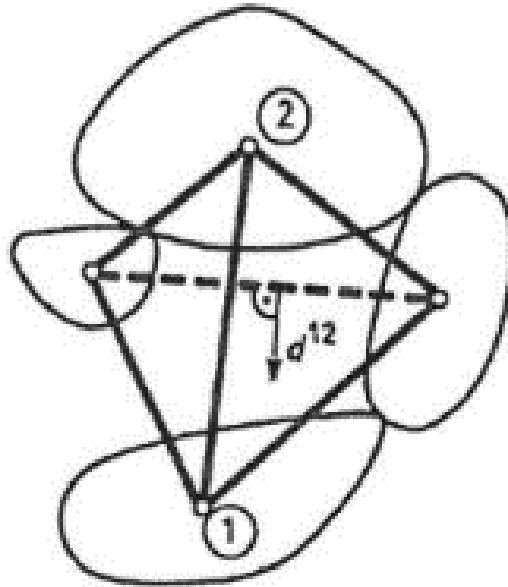
Una vez definidos los vectores a_i^k , es posible realizar la definición de la microvariable geométrica más importante del sistema de celdas espacial, correspondiente con *el vector de área complementario*. Su construcción se encuentra basada en lo siguiente:

1. Se inicia considerando un par de granos G_1 y G_2 , que tienen un contacto y se encuentran unidos en el sistema de celdas espaciales y poseen un borde que los une.
2. Seguidamente se reúnen todas las celdas espaciales que contienen ese borde.
3. Se asume que todas las celdas espaciales T en conjunto fueron encontradas y se denotan como celda (1), celda (2), ..., Celda (T).
4. Se determina la diferencia $a_i^{1(t)} - a_i^{2(t)}$ separadamente en cada celda espacial desde $T = 1$ hasta $T = T$.
5. Después de la suma sobre todas las celdas espaciales conteniendo el borde 1-2, el vector de área complementario es dado por la ecuación (1-27)

$$d_i^{1-2} = \frac{1}{D+1} \cdot \sum_{t=1}^T (a_i^{1(t)} - a_i^{2(t)}) \quad (1-27)$$

Este vector caracteriza la geometría local de la vecindad entre los bordes 1-2, tal como es mostrado en la **Figura 1-39**.

Figura 1-39: Vector de área complementario



Fuente: (Bagi, 1996a)

1.3.3 Esfuerzos y deformaciones en un ensamble granular

- Esfuerzos

Para determinar los esfuerzos en un ensamble granular, inicialmente se establecerá el marco del esfuerzo promedio de acuerdo con la mecánica del medio continuo, y posteriormente se presentará la determinación del esfuerzo en un ensamble granular. El desarrollo matemático ha sido tomado de Bagi (1996a) y Bagi (1996b).

Esfuerzo promedio en el continuo

Considere un dominio continuo cerrado con volumen V , cargado en su frontera S por una carga distribuida $p_i(x_j)$. Dependiendo de las cargas un tensor de esfuerzos $\sigma_{ij} = \sigma_{ij}(x_k)$ pertenece a cada punto del dominio satisfaciendo las condiciones de contorno (ver ecuación (1-28)).

$$\sigma_{ij}n_j = p_i \quad (1-28)$$

Donde n_i es el vector unitario normal hacia afuera en S . El volumen promedio del tensor de esfuerzos puede ser expresado con la ayuda del teorema de Gauss-Ostrogradski- como una integral de superficie (ver ecuación (1-29)):

$$\overline{\sigma_{ij}} = \frac{1}{V} * \iiint \sigma_{ij} dV = \frac{1}{V} * \iint x_i p_j dS \quad (5) \quad (1-29)$$

Si el dominio es dividido en diferentes subdominios, el tensor de esfuerzos promedio puede ser calculado separadamente para cada subdominio como se muestra en la ecuación (1-30)

$$\overline{\sigma_{ij}}^L = \frac{1}{V^L} * \iint x_i p_j dS \quad (1-30)$$

Donde V^L y S^L son el volumen y la frontera del L -ésimo subdominio. Las fuerzas distribuidas $p_i(x_j)$ actúan sobre S^L desde los subdominios vecinos y la frontera externa. Para obtener un promedio global, los promedios de volumen ponderados de $\overline{\sigma_{ij}}^L$ pueden ser calculados y esto resulta en la misma expresión (1-29).

$$\overline{\sigma_{ij}} = \frac{1}{V} * \sum_L V^L \overline{\sigma_{ij}}^L = \frac{1}{V} * \iiint \sigma_{ij} dV = \frac{1}{V} * \iint x_i p_j dS \quad (5) \quad (1-31)$$

En el caso de la existencia de fuerzas concentradas, en vez de distribuidas, actuando sobre las fronteras del dominio y entre subdominios, la expresión mostrada en la ecuación (1-31) puede ser escrita de manera discreta.

Denotando las fuerzas concentradas como $F_i^1, F_i^2, \dots, F_i^k$ que actúan sobre los puntos de frontera $x_i^1, x_i^2, \dots, x_i^k$, la ecuación (1-31) se puede modificar como es mostrada en la ecuación (1-32).

$$\overline{\sigma_{ij}} = \frac{1}{V} * \sum_k x_i^k F_j^k \quad (1-32)$$

El índice K corre sobre las fuerzas externas. Ahora considera el L -ésimo subdominio, las fuerzas $F_i^1, F_i^2, \dots, F_i^c$ actúan sobre su frontera en los puntos $x_i^1, x_i^2, \dots, x_i^c$, parcialmente desde los subdominios vecinos y parcialmente desde las fronteras. Así que el esfuerzo promedio resulta en la ecuación (1-33)

$$\overline{\sigma_{ij}}^L = \frac{1}{V} \sum_c x_i^c F_j^c \quad (1-33)$$

Dado que las fuerzas internas se cancelan en la suma, el promedio de volumen ponderado para el dominio entero se reduce a la expresión de la ecuación (1-34), misma expresión previamente mostrada en la ecuación (1-32).

$$\overline{\sigma_{ij}} = \frac{1}{V} * \sum_L V^L \overline{\sigma_{ij}}^L = \frac{1}{V} * \sum_L \left(\sum_c x_i^c F_j^c \right) = \frac{1}{V} * \sum_k x_i^k F_j^k \quad (1-34)$$

Material granular

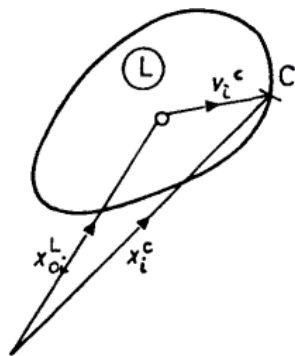
La definición del tensor de esfuerzos para un ensamble granular considera un sub-ensamble finito a partir del *sistema de celdas material*, las fuerzas concentradas en los contactos y las características geométricas del ensamble. Las celdas material dividen el espacio en subdominios de tal manera que las fuerzas de contacto actuante entre ellas y es posible emplear la ecuación (1-34) directamente.

En este caso, V^L es el volumen de la L -ésima celda material, $\overline{\sigma}_{ij}^L$ es el esfuerzo promedio, x_i^c es la coordenada del punto de contacto donde la fuerza de contacto F_i^c actúa. Si el contacto es virtual la fuerza F_i^c es cero, y si el contacto está en la frontera, F_i^c es la fuerza actuando desde el exterior.

Para lograr emplear la ecuación (1-34), es necesario establecerla de tal manera que se usen las microvariables previamente definidas. Inicialmente, los vectores x_i^c pueden ser descompuestos en dos partes, tal como se muestra en la ecuación (1-35) y la **Figura 1-40**.

$$x_i^c = x_{0i}^L + v_i^c \quad (1-35)$$

Figura 1-40: Descomposición del vector x_i^c



Fuente: (Bagi, 1996b)

Donde x_{0i}^L es la coordenada del centro de L -ésimo grano. En la ausencia de las fuerzas de cuerpo en el análisis, la ecuación de equilibrio se encuentra definida como $\sum_c F_j^c = 0$, de tal manera que se cumple la ecuación (1-36):

$$\sum_c x_i^c F_j^c = \sum_c v_i^c F_j^c \quad (1-36)$$

En la doble suma de la ecuación (1-34), cada contacto es considerado dos veces excepto los de las fronteras de contacto. Por lo que en su lugar de los vectores v_i^c podemos aplicar los vectores rama definidos en 1.3.2. Una vez definido esto, es posible determinar el tensor de esfuerzos de ensambles granulares, tal como se muestra en la ecuación (1-37).

$$\overline{\sigma}_{ij} = \frac{1}{V} * \sum_L V^L \overline{\sigma}_{ij}^L = \frac{1}{V} * \sum_c l_i^c F_j^c \quad (1-37)$$

La ecuación (1-37) es completamente equivalente con la expresión encontrada previamente, pero encontrada desde consideraciones teóricas diferentes.

- Deformación

El cálculo del tensor de deformaciones se determinará de manera equivalente al tensor de esfuerzos de ensambles granulares. El tensor de deformaciones se determina a partir del tensor de gradientes de desplazamiento. Partiendo desde la formulación desarrollada para la mecánica del medio continuo, se realizarán las modificaciones necesarias para incluir las microvariables geométricas de un ensamble granular.

Deformación promedio en el continuo

Un campo de desplazamientos $U_i(x_j)$ es dado en un dominio cerrado, donde el vector $U_i(x_j)$ denota el desplazamiento de un punto desde la posición x_i a la x_j . Por lo tanto, $e_{ij} = e_{ij}(x_k)$ denota el tensor de gradientes de desplazamiento. Esto se muestra en la ecuación (1-38).

$$e_{ij} = \frac{\delta u_i}{\delta x_j} \quad (1-38)$$

De acuerdo con el teorema Gauss-Ostrogradski, el volumen promedio de e puede ser expresado como una integral en la superficie sobre la superficie S , tal como se muestra en la ecuación (1-39).

$$\overline{e_{ij}} = \frac{1}{V} * \iiint e_{ij} dV = \frac{1}{V} * \iint u_i n_j dS \quad (1-39)$$

Si el dominio es dividido en subdominios, un tensor de gradientes de desplazamiento promedio se puede calcular separadamente para cada subdominio, de acuerdo con la ecuación (1-40)

$$\overline{e_{ij}}^L = \frac{1}{V^L} * \iint u_i n_j dS \quad (1-40)$$

Donde V^L es el volumen del L -ésimo subdominio. Si es un dominio continuo y el campo de desplazamientos es continuo, la expresión de volumen ponderada de $\overline{e_{ij}}^L$ llevara a la expresión mostrada en la ecuación (1-41).

$$\overline{e_{ij}} = \frac{1}{V} * \sum_L V^L * \overline{e_{ij}}^L = \frac{1}{V} \Sigma \left(\iint u_i n_j dS \right) = \frac{1}{V} * \iint u_i n_j dS \quad (2) \quad (1-41)$$

En la ecuación (1-41), la parte asimétrica es la rotación promedio del cuerpo rígido en todo el dominio, es decir, el volumen ponderado promedio de las rotaciones de los subdominios individuales. La parte simétrica refleja la deformación del dominio y es nombrada el **tensor de deformaciones** (Bagi, 1996b).

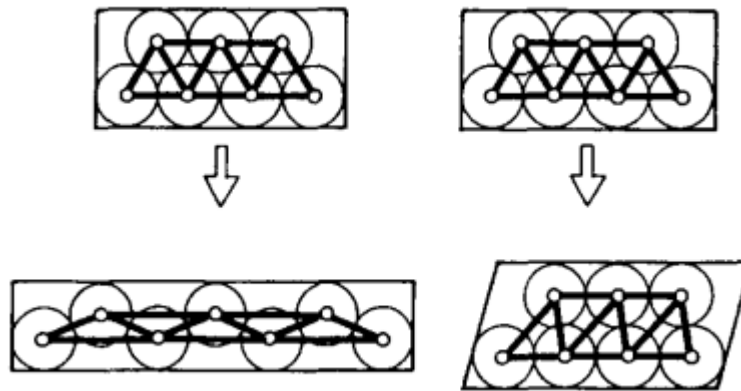
Material granular

Para lograr evaluar un ensamble granular a partir de una variable de estado apropiadamente, se realizó el reemplazo del ensamble por un continuo equivalente, de tal manera que la ecuación (1-41) pudiese ser empleada (Bagi, 1996b). Para esto, es necesario que las características geométricas del continuo, con referencia a la división de subdominios S, n_i , sean claros, y así un campo de desplazamientos continuo se crea en él.

Posterior a la discretización, es posible expresar el tensor de gradientes de desplazamiento unívocamente en función de las microvariables discretas. Esta aproximación de la mecánica del medio continuo es una herramienta para lograr promediar las micro variables y obtener resultados de manera discreta (Bagi, 1996b).

La Figura 1-41 muestra el porqué el sistema de celdas espaciales es la base natural para modelamiento geométrico de la deformación en un ensamble granular. Tal como es mostrado, la deformación del ensamble se representa por la deformación del sistema de celdas espaciales, dado que las celdas espaciales caracterizan adecuadamente las distorsiones que sufre el ensamble bajo el efecto de cargas o esfuerzos de corte, lo cual no sucede al analizar un grano o contacto individual. Es relevante resaltar la deformación de las celdas espaciales no pierden validez una vez se produzcan los desplazamientos y se generen cambios topológicos, por ejemplo, al crearse o perderse contactos dentro del ensamble.

Figura 1-41: Desplazamientos del sistema de celdas espaciales.



Fuente: (Bagi, 1996b)

Un campo de desplazamientos continuo puede ser definido como un conjunto de celdas espaciales de la siguiente manera.

En los nodos de los simplex, $u_i(x_j)$, representa el desplazamiento del centro de un grano, mientras que dentro del simplex $u_i(x_j)$ es definido como la **interpolación lineal** de las traslaciones de los nodos en ese simplex. El campo $u_i(x_j)$ asignado al ensamble de esta manera es una línea a trozos dentro de los simplex y a lo largo de las caras y bordes, y continua a través de todo el sistema.

El tensor de gradiente de desplazamientos de la L -ésima celda espacial, define por la ecuación (1-42):

$$\bar{e}_{ij}^{-L} = \frac{1}{V^L} = \iint u_i n_j dS \quad (1-42)$$

Usando el hecho que $u_i(x_j)$ es lineal a lo largo de frontera, la ecuación (1-42) puede ser escrita de manera discreta como se muestra en la ecuación (1-43):

$$\bar{e}_{ij}^{-L} = \frac{1}{V^L} * \sum_{(k=1)}^{D+1} u_i^k a_j^k \quad (1-43)$$

Donde V^L y S^L son el volumen y la frontera del L -ésimo simplex. El índice K varía de acuerdo con los nodos de este simplex, u_i^k es la traslación del nodo K y a_j^k fue definido en el capítulo 1.3.2. Desde que la suma de los vectores a_j^k perteneces al mismo simplex es 0, la expresión (1-43) puede ser modificada para distribuir el mismo vector u_i^0 de cada desplazamiento nodal de la celda, dando como resultado la ecuación (1-44).

$$\bar{e}_{ij}^{-L} = \frac{1}{V^L} * \sum_{(k=1)}^{D+1} (u_i^k - u_i^0) a_j^k \quad (1-44)$$

Su significado físico es que las traslaciones de cuerpo rígido del ensamble no cambian la deformación de la celda espacial. U_i^0 puede ser tomado como la traslación promedio de los nodos, de acuerdo con la ecuación (1-45).

$$u_i^0 = \frac{1}{D+1} * \sum_{k=1}^{D+1} u_i^k \quad (1-45)$$

El tensor de gradientes de deformación promedio para la L -ésima celda espacial se puede calcular de acuerdo con la ecuación (1-46).

$$\bar{e}_{ij}^L = \frac{1}{D+1} * \frac{1}{V^L} * \sum_{m<n} (u_i^m - u_i^n)(a_j^m - a_j^n) \quad (1-46)$$

Introduciendo la notación $\Delta u_i^{mn} = (u_i^m - u_i^n)$, al sumar sobre todo el sistema y de acuerdo con la definición de d_i^{mn} en el capítulo 1.3.2, el tensor de gradiente de desplazamiento promedio es expresado por el desplazamiento relativo de los pares de nodos formando los bordes de las celdas, como se muestra en la ecuación (1-47):

$$e_{ij} = \frac{1}{V} \sum_{m<n} \Delta u_i^{mn} d_j^{mn} \quad (1-47)$$

La suma se realiza sobre todos los bordes del sistema de celdas espaciales. La ecuación (1-47) contiene únicamente microvariables: desplazamientos relativos de los nodos vecinos y los vectores de área complementaria. La distribución asimétrica de este tensor refleja la rotación promedio el cuerpo rígido de las celdas espaciales. La parte simétrica – similarmente con la variable de la mecánica del continuo- expresa las deformaciones de las celdas, y se sugiere que este sea el **tensor de deformaciones del ensamble granular** (Bagi, 1996b).

1.3.4 Consideraciones adicionales

Las ecuaciones previamente desarrolladas para la conformación del tensor de esfuerzos y tensor de deformaciones del ensamble granular presentan una fuerte dualidad. Las diferentes sumas se realizan por los mismos contactos, las fuerzas de contacto pertenecen al mismo par de granos dentro del ensamble, así como los desplazamientos relativos y el producto de los dos parámetros geométricos generan un área, de tal manera que es posible caracterizar las vecindades de los contactos.

Pero la dualidad no está completa dado que las expresiones anteriores no pertenecen al mismo dominio (Bagi, 1996b). El tensor de deformaciones es el promedio de las deformaciones en las celdas espaciales, así que la frontera de un dominio donde las deformaciones son significativas tiene que ir a través de los centros de las partículas. Por otro lado, el tensor de esfuerzos es el promedio de esfuerzos en las celdas materiales, así que cualquier dominio donde el esfuerzo se encuentre definido en las celdas materiales funciona, lo que muestra la diferencia en los dominios de análisis.

La unidad más pequeña donde el esfuerzo está definido es la celda material individual, pero la deformación no se encuentra definida acá, mientras que el esfuerzo puede ser definido para cada sub-ensamble finito requerido. Este proceso puede ser continuado e incrementado los dos tipos de dominios. Llegará el punto en el cual las diferencias entre ellos, comparados al tamaño del dominio decrece. Si el dominio es infinitamente grande, la diferencia entre dominios tiende a cero, dado que el ensamble granular tiende al continuo (Bagi, 1996b).

Esta particularidad con respecto a los dominios del tensor de esfuerzos y deformación parece ser una característica fundamental de los ensambles granulares en contraste al continuo. Su significado físico puede tomarse como lo siguiente: mientras las deformaciones de los materiales son llevadas principalmente por los vacíos entre los granos, representadas por el cambio en el sistema de celdas espaciales, las cargas y esfuerzos son soportados y transmitidos por los granos entre sí, y representados por el sistema de celdas material (Bagi, 1996b). Las definiciones presentadas se encuentran soportadas tanto de manera teórica como experimental, las cuales muestran que las fuerzas son soportadas por los granos mientras que las deformaciones son llevadas por la estructura interna y los vacíos dentro del ensamble, reflejada por las distorsiones generadas en el sistema de celdas espaciales ((Bagi, 1996a); (Bagi, 1996b); (Bagi, 1999)).

2. Comportamiento edométrico de materiales frágiles

En este capítulo, se presentarán los hallazgos de las diferentes pruebas edométricas realizadas al material de prueba. Se realizaron ensayos de compresión edométrica en una cámara diseñada para tal fin (ver numeral 2.2) a las distintas probetas de ensayo, en la cual fue posible registrar el proceso de rotura y los mecanismos de falla asociados para cada partícula de los ensambles granulares realizados. La totalidad de los ensayos fue registrada en video, por lo cual fue posible determinar con precisión el esfuerzo externo aplicado y la deformación asociada del ensamble granular en los puntos de interés, tales como reacomodamientos o aparición de grietas.

Las pruebas abarcaron dos tipos de formas principales: probetas circulares de 2 pulgadas de diámetro y probetas cuadradas con un área equivalente a las probetas circulares (lado de cada cuadrado de 4.5 cm) y una forma secundaria, referida a formas triangulares de tipo isósceles, cuyos lados iguales corresponden con un lado de la forma cuadrada. Se ejecutaron varios ensayos para cada tipo de probeta, y adicionalmente, se realizaron ensayos donde se probó una mezcla de formas. De esta manera, se abarcaron las diferentes respuestas de los ensambles granulares a los procesos de carga, teniendo en cuenta las formas del grano. Los procesos de carga se realizaron teniendo en cuenta las tasas de movimiento y resultados obtenidos por Manso et al. (2018), en la cual se variaron las velocidades de carga entre 0.306 mm/min hasta 8.4 mm/min. Para este trabajo investigativo, se emplearon las velocidades de 0.08 mm/min (ver numeral 2.4.1) y 0.8 mm/min, de acuerdo con la Norma INV E-152 para los tamaños de especímenes testeados, evaluando la influencia de la velocidad de aplicación de cargas externas dentro del ensamble granular.

Las pruebas abarcaron dos tipos de formas principales: probetas circulares de 2 pulgadas de diámetro y probetas cuadradas con un área equivalente a las probetas circulares (lado

de cada cuadrado de 4.5 cm) y una forma secundaria, referida a formas triangulares de tipo isósceles, cuyos lados iguales corresponden con un lado de la forma cuadrada. Se ejecutaron varios ensayos para cada tipo de probeta, y adicionalmente, se realizaron ensayos donde se probó una mezcla de formas. De esta manera, se abarcaron las diferentes respuestas de los ensambles granulares a los procesos de carga, teniendo en cuenta las formas del grano. Los procesos de carga se realizaron teniendo en cuenta las tasas de movimiento y resultados obtenidos por Manso et al. (2018), en la cual se variaron las velocidades de carga entre 0.306 mm/min hasta 8.4 mm/min. Para este trabajo investigativo, se emplearon las velocidades de 0.08 mm/min (ver numeral 2.4.1) y 0.8 mm/min, de acuerdo con la Norma INV E-152 para los tamaños de especímenes testeados, evaluando la influencia de la velocidad de aplicación de cargas externas dentro del ensamble granular.

2.1 Caracterización del material

El material ensayado correspondió a un adhesivo para cerámicas, comúnmente conocido como pegamento cerámico. La escogencia de este material se encuentra fundamentada en que, al ser un producto manufacturado, sus características mecánicas, físicas y químicas se encuentran estandarizadas, lo que permite repetibilidad en los materiales y ensayos. Adicionalmente, el bajo costo asociado permitió la producción de los distintos sujetos de prueba de manera holgada, sin correr el riesgo de acabar con el material de prueba y restringir el número de ensayos. Otra ventaja corresponde con la facilidad de construcción de las diferentes formas requeridas para los ensayos, cuyo proceso se controló para garantizar que todas las probetas de prueba se realizaran bajo los mismos criterios. La relación agua/cementante que se escogió para la fabricación de las probetas fue de 0.3, cuyo valor permitió buena maniobrabilidad del material en el llenado de las formaletas usadas para la realización de los testigos. Las propiedades del pegante cerámico se presentan en la **Tabla 2-1**.

Tabla 2-1: Propiedades del pegante cerámico

| Propiedad | Valor | Unidad |
|---|---------------|-------------------|
| Densidad suelta | 1.3 | g/cm ³ |
| Densidad de pasta | 1.7 | g/cm ³ |
| Color | Gris o blanco | - |
| Potencial de hidrogeno pH | 11 | - |
| Tiempo para alcanzar máxima resistencia | 10 | días |
| Resistencia adhesiva mínima a la tracción | 0.3 | MPa |

Fuente: Toxement (2022)

Como se mencionó anteriormente, se realizaron dos tipos de formas principales: Probetas cilíndricas, con un diámetro de 2" y probetas de paralelepípedos con lados de 4.5 cm, de tal manera que se mantuvo el área en ambas formas, y como forma secundaria se construyeron prismas triangulares con base de triángulos isósceles, cuyos lados iguales corresponden con un lado de la forma cuadrada (ver **Figura 2-1**). La altura corresponde

con la medida de fondo de la cámara edométrica desarrollada con una diferencia de 5 mm para permitir el movimiento dentro de los límites de la caja, llevando a un valor de 13.5 cm. Las propiedades de los testigos fabricados se muestran en la **Tabla 2-2**.

Tabla 2-2: Propiedades de los sujetos de prueba

| Forma | Contenido de agua¹ (%) | Gravedad específica² (-) | Densidad³ (g/cm³) |
|--------------------------|--|--|--|
| Cilíndrica | 2.31 | 2.645 | 1.482 |
| Paralelepípeda | 2.49 | 2.665 | 1.490 |
| Prismática triangular | 2.26 | 2.648 | 1.280 |

Fuente: Propia

Como se observa en la **Tabla 2-2**, la densidad obtenida de las probetas, comparada con los valores de densidad de referencia indicados en la **Tabla 2-1**, son ligeramente menores para las formas cilíndricas y paralelepípedas, debido a la incorporación de aire en la fabricación. De igual manera, la diferencia existente entre estas formas es baja, por lo cual pueden ser equiparables las respuestas mecánicas del material. Con respecto a las formas prismáticas triangulares, se observa una disminución del peso unitario con respecto a las otras formas. La fabricación de estas probetas representó un reto al ser de un tamaño menor, y el manejo del aire incorporado se tornó más compleja, lo que llevó a un menor valor de peso unitario del material.

¹ De acuerdo con Sección 100 – I.N.V.E – 122 (Instituto Nacional de Vías - INVIAS, 2012).

² De acuerdo con Sección 100 – I.N.V.E – 128 (Instituto Nacional de Vías - INVIAS, 2012).

³ Empleando el método de medición directa de masa y volumen.

Figura 2-1: Probetas de prueba ensayadas.



Fuente: Propia

Se realizaron pruebas de compresión inconfiada y pruebas de resistencia a la tracción por el método brasilero a cada tipo de probeta en función de su forma, de acuerdo con la normatividad planteada por el Instituto Nacional de Vías – INVIAS (2012). Los promedios de los resultados obtenidos se presentan en la **Tabla 2-3**.

Tabla 2-3: Resultados de ensayos de compresión inconfiada y resistencia a la tracción indirecta

| Forma | Resistencia a la compresión inconfiada ⁴ (kPa) | Resistencia a la tracción ⁵ (kPa) |
|-----------------------|---|--|
| Cilíndrica | 2580 | 591 |
| Paralelepípeda | 1500 | 182 |
| Prismática triangular | 1922 | 241 |

Fuente: Propia

⁴ De acuerdo con Sección 100 – I.N.V.E – 128 (Instituto Nacional de Vías - INVIAS, 2012).

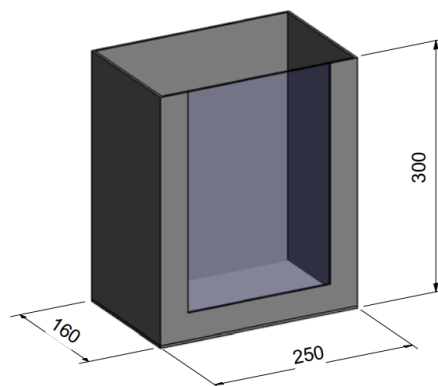
⁵ De acuerdo con la ecuación (1-20) dada por Hiramatsu & Oka (1966)

2.2 Ensamble edométrico

Para la ejecución de los ensayos correspondientes a los ensambles granulares, se diseñó y construyó una cámara de prueba que permitiera realizar el registro de la rotura en los sujetos de prueba a partir de la instalación de una capa transparente. La cámara de prueba fue diseñada de tal manera que la aplicación de cargas se realizara verticalmente, induciendo a las partículas de los ensambles principalmente a esfuerzos de tracción.

La cámara de carga fue diseñada en el software de elementos finitos *Ansys* (*Ansys® Academic Research Mechanical, 2023*) para evaluar su respuesta frente a las cargas verticales y su efecto en las paredes del receptáculo. La cámara de prueba consiste en tres paredes metálicas, de acero, que restringen el desplazamiento del ensamble, permitiendo la aplicación únicamente de carga vertical. La cuarta cara corresponde con un vidrio de seguridad de 5 mm de espesor que sirvió como ventana al proceso de fractura de los sujetos de prueba en los ensayos de carga. La **Figura 2-2** muestra esquemáticamente las dimensiones de la caja, determinadas de acuerdo con lo recomendado por Tapias Camacho (2016) para garantizar un proceso de carga edométrico.

Figura 2-2: Esquema de cámara edométrica – dimensiones en mm



Fuente: Propia

Las cargas externas fueron aplicadas mediante el uso de la máquina de carga Humboldt HM-3000, en la cual se instaló una celda de carga que permitió el registro de fuerzas máxima de 50 kN. Los desplazamientos fueron registrados mediante el uso de un deformímetro LDVT acoplado a la máquina de carga HM-3000 (ver **Figura 2-3**). El conjunto de elementos conformado por el banco de pruebas (HM-3000, celda de carga, deformímetro LVDT) junto con la cámara edométrica se denominó el ensamble edométrico (ver **Figura 2-4**). El área de aplicación de la carga correspondió con una lámina de acero de 0.13 cm x 0.24 cm de 1 cm de espesor, lo suficientemente rígida para transmitir el esfuerzo al ensamble. Se empleó una rótula de carga para garantizar que las fuerzas externas aplicadas únicamente fueran verticales.

Figura 2-3: Banco de carga Máquina Humboldt HM-3000 (Izq.) – Deformímetro LVDT (Centro) – Celda de carga 50 kN (Der.)



Fuente: Propia

Figura 2-4: Ensamble edométrico



Fuente: Propia

2.3 Ensamblajes granulares evaluados

Para la evaluación de la respuesta del material frente a cargas externas en un ambiente edométrico y analizar los mecanismos de rotura presentados, se definieron 6 arreglos que permitieron analizar la respuesta de los ensambles granulares en función de su forma, vista en un espacio 2D, disposición e interacción con otras partículas. Los dos primeros ensambles correspondieron con formas circulares (ver **Figura 2-5** y **Figura 2-6**), donde se mantuvo la misma densidad del paquete; el segundo conjunto corresponde con formas cuadradas (ver **Figura 2-7** y **Figura 2-8**), donde a diferencia de las formas circulares, se evaluaron dos densidades: una suelta y una densa, variando la relación de vacíos del ensamble (ver **Tabla 2-4**). El tercer conjunto evaluado correspondió con una mezcla aleatoria de formas circulares y cuadradas, aunque con la adición de una tercera forma triangular, que sirvió para evaluar su respuesta frente a las cargas y su papel como transmisor de esfuerzos en el conjunto (ver **Figura 2-9** y **Figura 2-10**). Los ensambles granulares se enumeran en la **Tabla 2-4**.

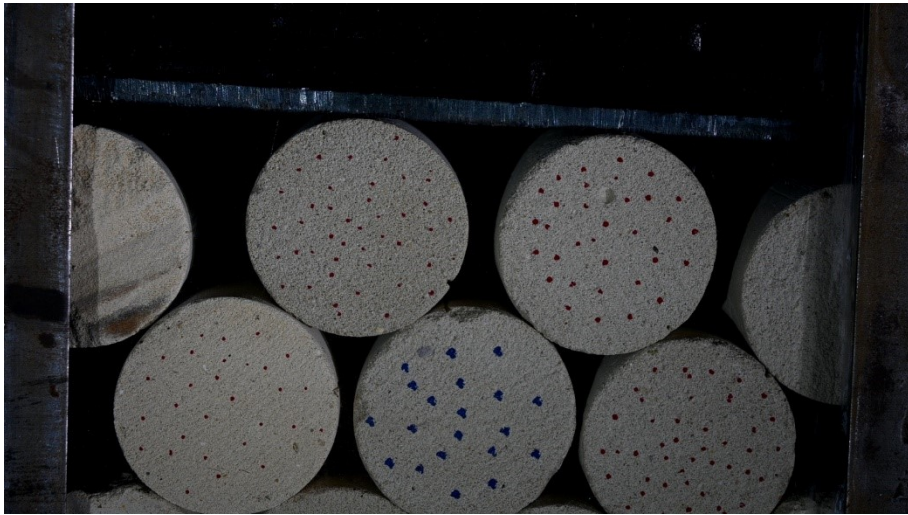
Tabla 2-4: Ensamblajes granulares ensayados

| Número del ensamble | Etiqueta | Forma | Relación de vacíos empleada |
|---------------------|----------------|----------|-----------------------------|
| 1 | E.G. Cir. # 1 | Circular | 0.581 |
| 2 | E.G. Cir. # 2 | Circular | 0.566 |
| 3 | E.G. Cuad. # 1 | Cuadrada | 0.251 |
| 4 | E.G. Cuad. # 2 | Cuadrada | 0.037 |
| 5 | E.G. Div. # 1 | Diversa | 0.234 |
| 6 | E.G. Div. # 2 | Diversa | 0.280 |

Fuente: Propia

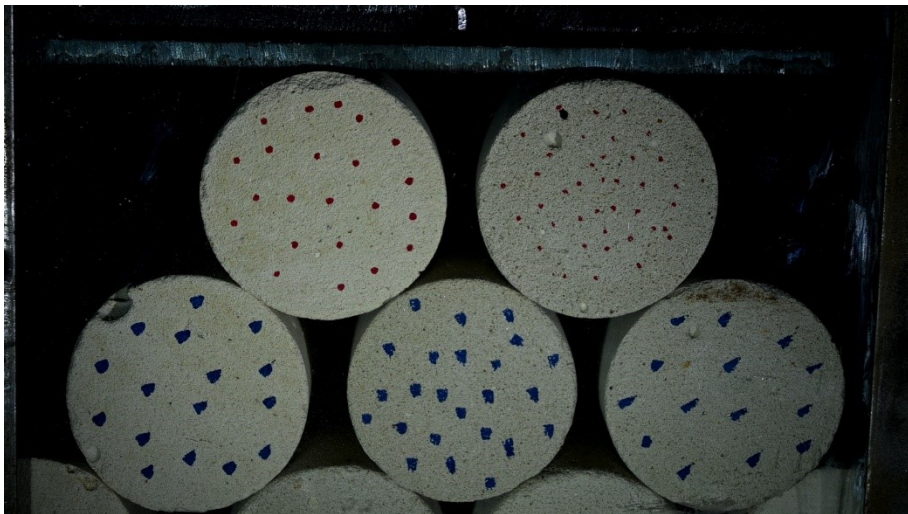
La respuesta de los ensambles granulares ensayados varió en función de diferentes factores, como se verá posteriormente, siendo principalmente influenciado por la forma de la partícula, las formas de las partículas en contacto, las distintas maneras de contacto y el número de coordinación correspondiente.

Figura 2-5: Arreglo de sujetos de prueba circulares – E.G. Cir. # 1



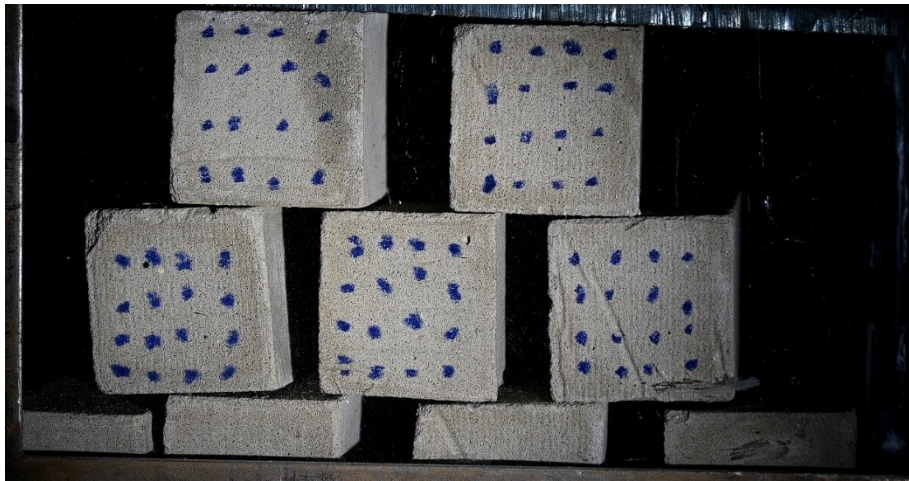
Fuente: Propia

Figura 2-6: Arreglo de sujetos de prueba circulares – E.G. Cir. # 2



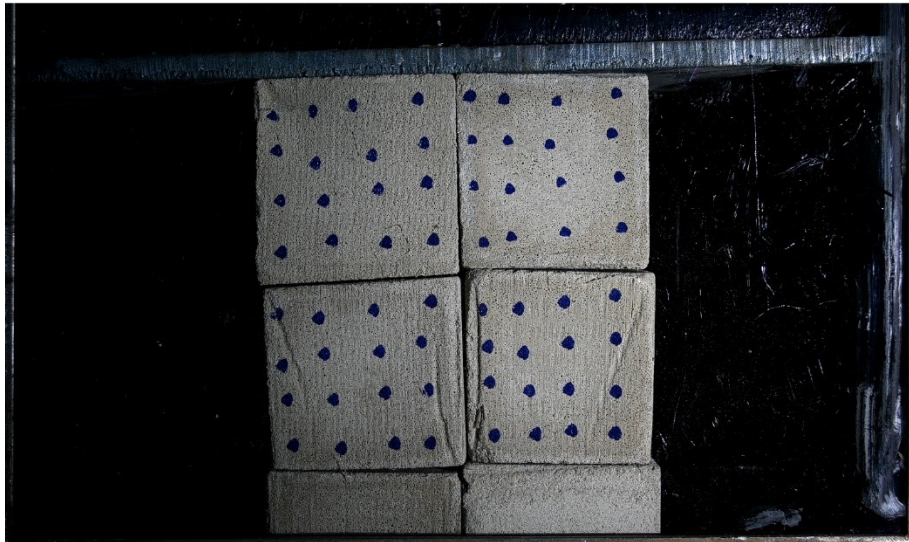
Fuente: Propia

Figura 2-7: Arreglo de sujetos de prueba cuadrados – E.G. Cuad. # 1



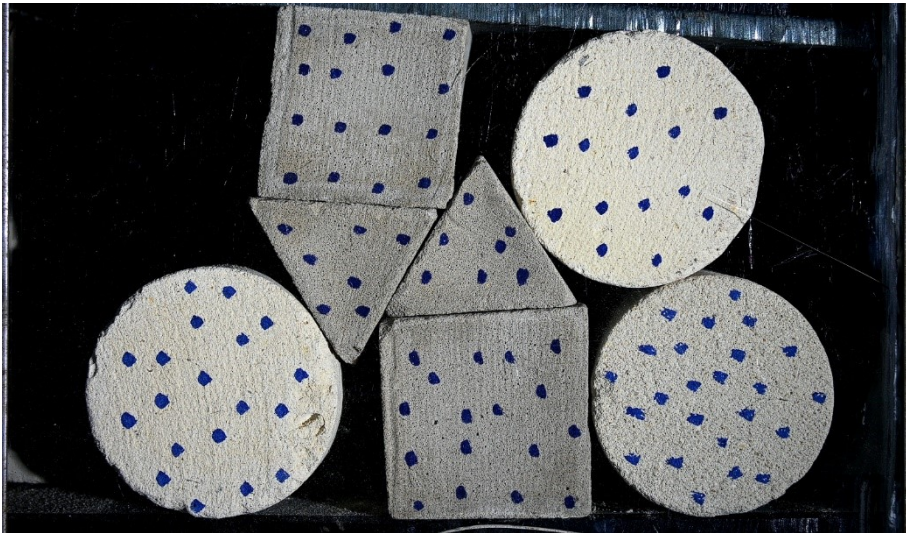
Fuente: Propia

Figura 2-8: Arreglo de sujetos de prueba cuadrados – E.G. Cuad. # 2



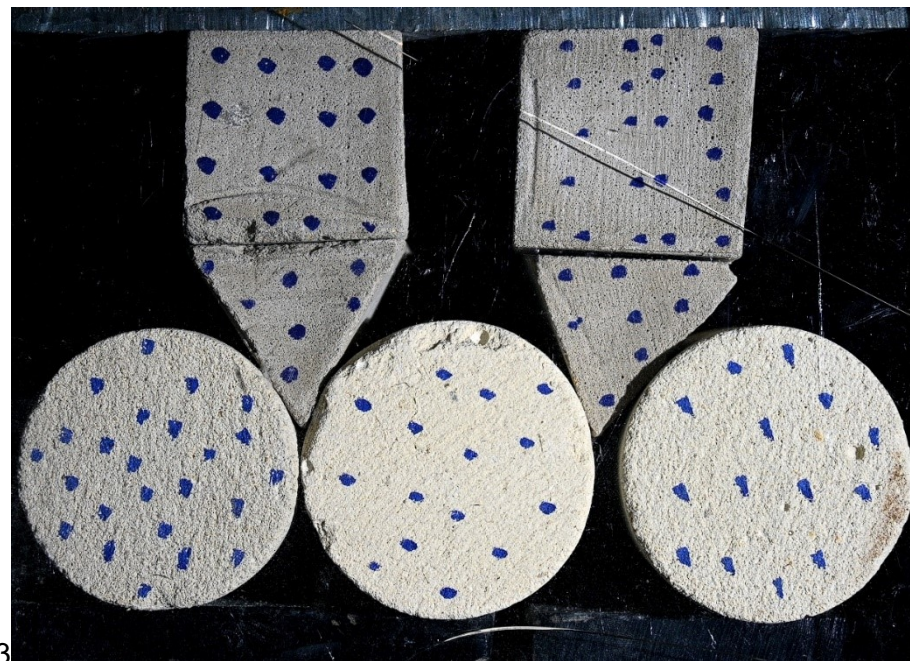
Fuente: Propia

Figura 2-9: Arreglo de sujetos de prueba mezclados – E.G. Div. # 1



Fuente: Propia

Figura 2-10: Arreglo de sujetos de prueba mezclados – E.G. Div. # 2



3

Fuente: Propia

2.4 Análisis de la resistencia del ensamble granular y sus componentes

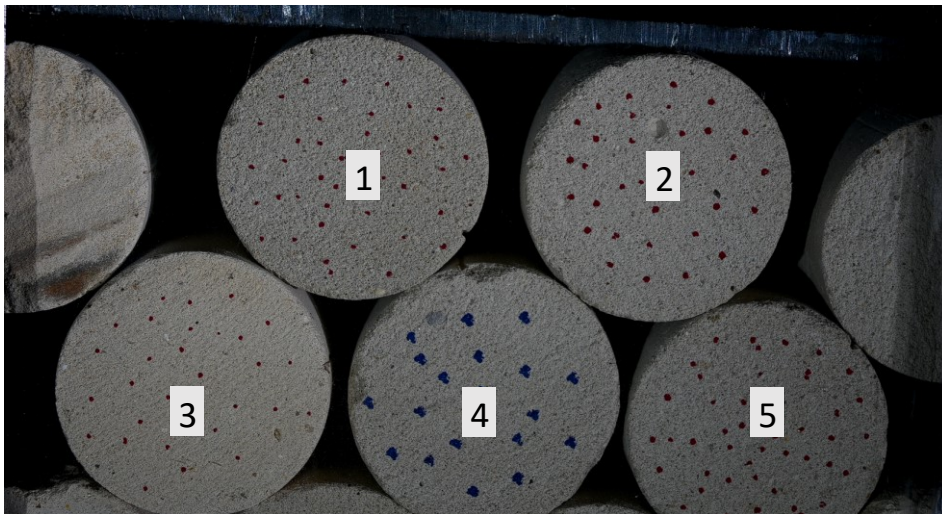
En esta sección se presentan los resultados de los procesos de carga realizados a los ensambles granulares mostrados en el numeral 2.3. Para cada uno de los ensambles se determinó el esfuerzo de cedencia σ_y , el cual correspondió con el esfuerzo máximo soportado por el ensamble granular seguido por una abrupta caída de la repuesta del conjunto de partículas, o con el esfuerzo donde se produce un cambio abrupto en la pendiente de la curva esfuerzo – deformación del ensamble granular, o el esfuerzo desde el cual se desarrollan rápidamente grietas por tracción únicamente en las partículas (Nakata et al., 2001). Se determina el esfuerzo de rotura para cada componente del ensamble granular, como el esfuerzo en el cual se genera y propaga completamente una grieta dentro del material, independiente del mecanismo de falla desarrollado (conminución o división). Se establece una relación entre la respuesta de cada uno de los granos, en función de su número de coordinación y el esfuerzo de rotura para cada grano, así como con la relación entre la respuesta del grano dentro del conjunto y de manera individual. Finalmente se evalúa la relación entre la respuesta del grano dentro de la prueba con el esfuerzo de cedencia del ensamble granular. Para la interpretación de las pruebas de carga se emplearon los registros fotográficos y de video de las pruebas de carga realizadas dentro del ensamble edométrico; de esta manera fue posible determinar el instante de rotura de los granos y asociarlo a un punto específico de la curva *esfuerzo-deformación*.

2.4.1 Ensamble granular de sujetos circulares # 1

El primer ensamble granular constituido por sujetos de prueba circulares (E.G. Cir. # 1) correspondió con un arreglo poco denso con una relación de vacíos de 0.581, donde se buscó una configuración en la cual las cargas fueran transmitidas a las probetas de prueba de igual manera y se encontrara un plano de comparación ubicado en el centro de la probeta 4 (ver **Figura 2-11**). Se empleó una velocidad de aplicación de la carga de 0.08 mm/min, con el objetivo de comparar los resultados obtenidos con el Ensamble granular de sujetos circulares # 2 presentado en el numeral 2.4.2. El resultado del ensayo de carga realizado para este ensamble granular se muestra en la **Figura 2-12**. En contacto con los especímenes se encuentran algunas probetas de soporte que no fueron enumeradas, ya

que, al no poder visualizarse completamente dentro de la ventana de registro no fue posible analizar la influencia, comportamiento y mecanismos de rotura asociados a ellas, por lo cual únicamente se incorporaron en la definición de los números de coordinación los sujetos que se mostraron completamente, si estos participaban en el proceso de carga. Un caso particular correspondió con la probeta en contacto con el espécimen 3 en su parte superior, ya que después de la reacomodación del ensamble, ésta fue sujeta al proceso de carga.

Figura 2-11: Ensamble granular circulares 1 (E.G. Cir. # 1) – Inicio del ensayo



Fuente: Propia

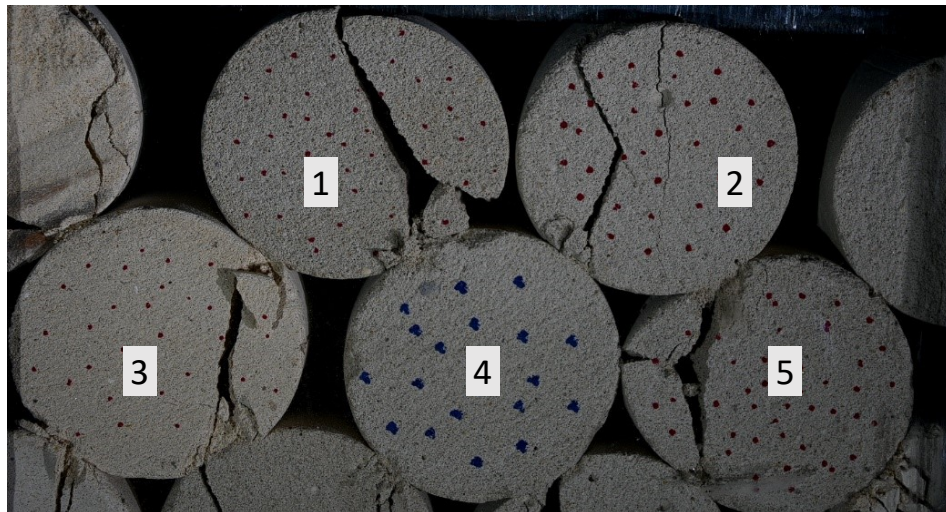
La **Tabla 2-9** muestra el número de coordinación para cada uno de las partículas, identificando el contacto entre partículas únicamente. Se indica que, aunque el número de coordinación sea el mismo para algunas partículas, el tipo de contacto es diferente.

Tabla 2-5: Números de coordinación asociados para el E.G. Cir. # 1

| ID Espécimen | Número de coordinación asociado | Observación |
|--------------|---------------------------------|-----------------------------------|
| 1 | 2 | Ambos contactos son inferiores |
| 2 | 2 | Ambos contactos son inferiores |
| 3 | 3 | Contacto superior e inferiores |
| 4 | 4 | Contactos superiores e inferiores |
| 5 | 3 | Contacto superior e inferiores |

Fuente: Propia

Figura 2-12: Ensamble granular circulares 1 (E.G. Cir. # 1) – Posterior a la falla (Final del ensayo)



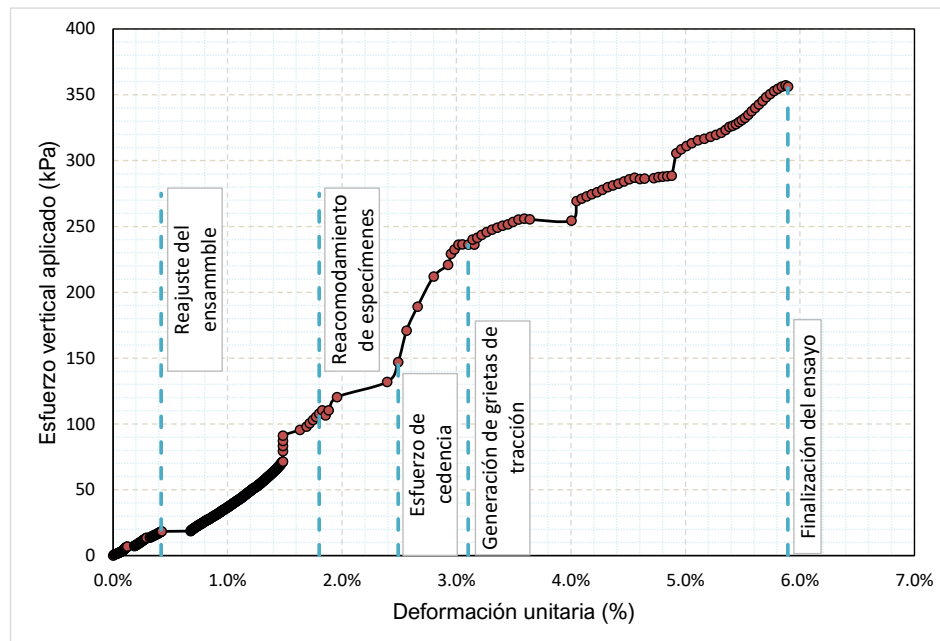
Fuente: Propia

La **Figura 2-13** muestra la curva *esfuerzo – deformación* obtenida para este ensamble granular. Se observan varios puntos de interés en los cuales se produjo un cambio significativo en la deformación con un bajo incremento del esfuerzo externo aplicado. El primer cambio encontrado corresponde con un nivel de deformación de 0.42%, el cual se relaciona con el reajuste del ensamble bajo las cargas externas (ver **Figura 2-14**). El segundo cambio identificado ocurrió al alcanzar un esfuerzo externo de 110 kPa, el cual correspondió con un acomodamiento importante que desplazó las probetas de soporte y

cambió la configuración inicial del ensamble, con un desplazamiento *hacia arriba* de los especímenes de prueba; el nivel de deformación relacionado es del 1.8 % (Ver **Figura 2-15**). El tercer cambio resaltado en la curva esfuerzo – deformación corresponde con el proceso de generación de grietas de tracción del ensamble granular, inicialmente en el espécimen 5 (ver **Figura 2-16**) seguidamente a los especímenes 1, 2 y 3, el cual ocurre para un nivel de deformación de 3.1% y un esfuerzo externo aplicado de 236 kPa. El espécimen 4, no presentó falla en el plano de análisis. El esfuerzo máximo registrado correspondió con 357 kPa ocurrido a un nivel de deformación de 5.9%, mientras que el esfuerzo de cedencia de este ensamble granular se determinó en 147 kPa a un nivel de deformación unitaria de 2.49%, correspondiente con un cambio significativo en la pendiente de la curva esfuerzo- deformación, además corresponde con los niveles de deformación cercanos donde se iniciaron a desarrollar grietas de tracción únicamente (ver numeral 2.5.1)

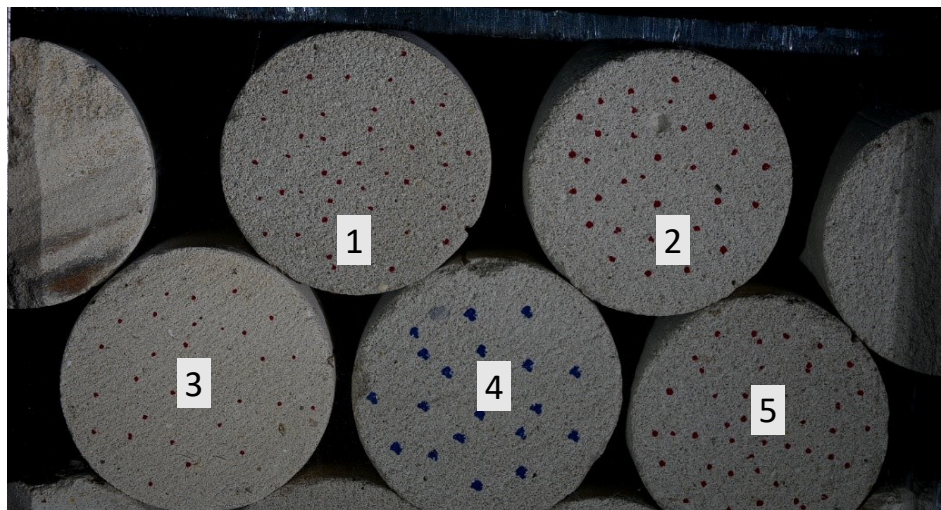
Una vez alcanzado el esfuerzo de cedencia, se observó, como fue mencionado anteriormente, que los especímenes habían presentado grietas, a excepción del espécimen 4, el cual no presentó falla manifiesta en el plano de análisis. En el numeral 2.5 se pretende dar explicación a este resultado. Los esfuerzos externos aplicados en el momento de la generación de la primera grieta visible en el plano de análisis para cada uno de los especímenes se enlistan a continuación: para el espécimen 1 se estimó un esfuerzo vertical aplicado de 72 kPa; el espécimen 2 presentó la grieta simultáneamente con el espécimen 1, en un nivel de deformación del ensamble granular del 1.8%. El espécimen 3 presentó la grieta en el plano de análisis al aplicarse un esfuerzo externo de 71 kPa, bastante similar al esfuerzo determinado para los especímenes 1 y 2, bajo un nivel de deformación de 1.48%. Finalmente, para el espécimen 5, se determinó que la generación de la primera grieta en el plano de análisis correspondió con un nivel de deformación del ensamble granular del 1.47% y un esfuerzo externo aplicado de 70 kPa. Estos esfuerzos son determinados a partir de la revisión en conjunto entre el registro de video de los ensayos y la curva esfuerzo – deformación para cada suceso relevante determinado.

Figura 2-13: Gráfica Esfuerzo vertical aplicado – deformación unitaria – E.G. Cir. # 1



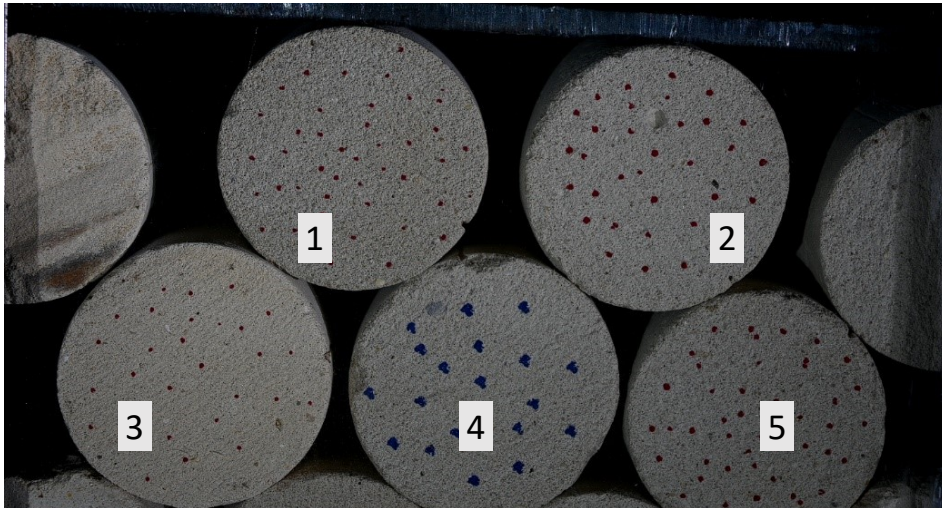
Fuente: Propia

Figura 2-14: Reacomodamiento del ensamble granular– E.G Cir. # 1 para una deformación unitaria vertical de 0.42%.



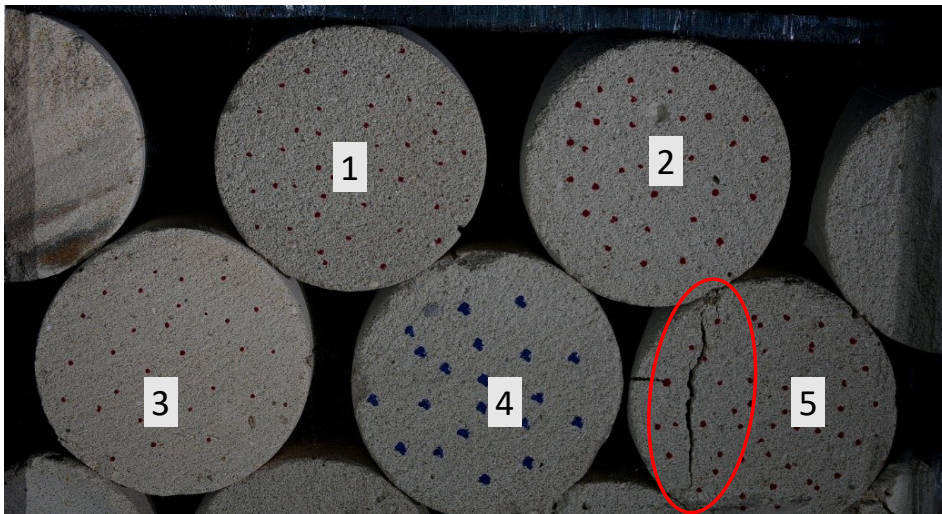
Fuente: Propia

Figura 2-15: Segundo acomodamiento del ensamble granular - desplazamiento vertical de los especímenes– E.G Cir. # 1 para una deformación unitaria vertical de 1.8%.



Fuente: Propia

Figura 2-16: Fractura del espécimen 5 – E.G. Cir. # 1: Deformación unitaria vertical de 3.1%.



Fuente: Propia

Los resultados obtenidos para este ensamble granular son mostrados en la **Tabla 2-6**. Como se mencionó anteriormente, el espécimen 4 no mostró el proceso de rotura en el plano de registro, por lo cual no fue posible evaluar las relaciones que existen entre los esfuerzos aplicados, el esfuerzo de cedencia del ensamble granular y los esfuerzos de

tracción máximos que soportó esta probeta. Se espera que el esfuerzo de generación de rotura para esta probeta se encuentre cercano a el esfuerzo de cedencia del ensamble granular, ya que este espécimen presentaba el mayor número de coordinación del conjunto analizado.

Los resultados obtenidos para este ensamble indican una baja relación entre el número de coordinación de los sujetos de prueba y los esfuerzos externos máximos aplicados en el momento de la generación de la primera grieta en el plano, ya que se presentó baja variación entre el esfuerzo generador de la rotura y este parámetro en el ensamble. Los resultados indican que, en el momento de la generación de la rotura, las partículas habían alcanzado esfuerzos del 12% con respecto a la resistencia a la tracción determinada para este tipo de formas, mientras la relación existente entre el esfuerzo externo aplicado y el esfuerzo de cedencia correspondió con el 49%. Aunque se presenta una variación con respecto a lo reportado en las investigaciones de ensambles granulares, donde la partícula “adquiere” mayor resistencia a la rotura dentro de un conjunto, es importante resaltar que las partículas exhibieron las primeras grietas en el plano de análisis a niveles de esfuerzo relativamente bajos, así como a niveles de deformación menores a 2%. De acuerdo con la gráfica de esfuerzo-deformación de este ensamble y el esfuerzo de cedencia determinado, las partículas no fallaron cuando se generaron las grietas en el plano de análisis, sino que lograron soportar mayor esfuerzo que el determinado a partir del análisis de los registros del ensayo. Se debe tener igualmente en cuenta que el espécimen 4 no presentó la falla en el plano de registro, por lo cual es posible inferir que siguió soportando esfuerzos en el ensamble. La velocidad de carga de este ensamble es un aspecto igualmente importante, ya que al ser baja con respecto a los demás ensayos, permitió un reajuste y densificación del ensamble granular con una menor afectación, lo que cargó las partículas uniformemente hasta generar la grieta que se ha venido discutiendo.

Tabla 2-6: Resultados de ensayo de compresión edométrica - E.G. Cir. # 1

| ID espécimen | Numero de coordinación | Esfuerzo externo aplicado en el ensamble hasta la rotura de la partícula (kPa) | Esfuerzo externo hasta la rotura de la partícula / Resistencia a la tracción de la partícula (%) | Esfuerzo externo hasta la rotura de la partícula /esfuerzo de cedencia del ensamble (%) |
|--------------|------------------------|--|--|---|
| 1 | 2 | 72 | 12% | 49% |
| 2 | 2 | 72 | 12% | 49% |
| 3 | 3 | 71 | 12% | 48% |
| 4 | 4 | s.r. ⁶ | s.r | s.r |
| 5 | 3 | 70 | 12% | 48% |

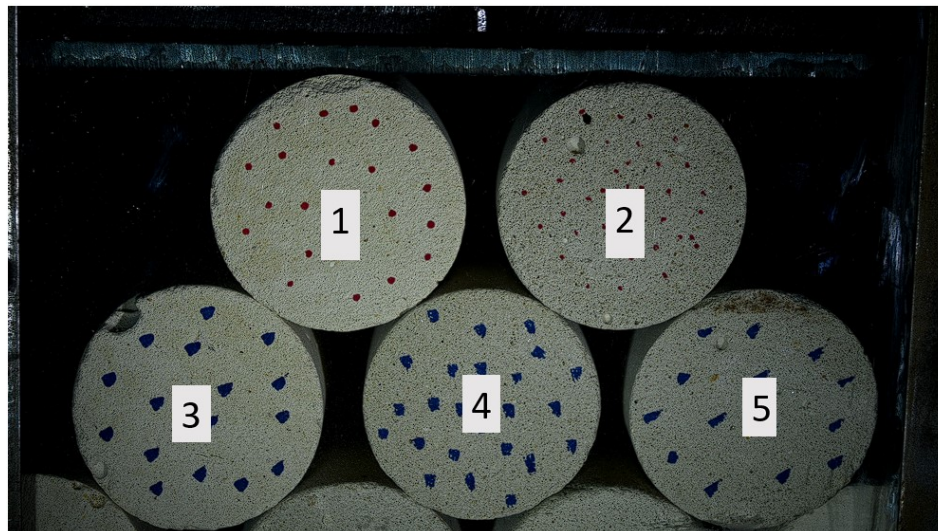
Fuente: Propia

2.4.2 Ensamble granular de sujetos circulares # 2

El segundo ensamble granular constituido por sujetos de prueba circulares (E.G. Cir. # 2) correspondió con un arreglo poco denso, con una relación de vacíos de 0.566, donde se buscó una configuración en la cual las cargas fueran transmitidas por las probetas de prueba de tal manera que fuese equitativo y se encontrara un plano de comparación, ubicado en el centro de la probeta 4 (ver **Figura 2-17**). Se empleó una velocidad de carga de 0.8 mm/min, con el objetivo de comparar los resultados obtenidos con el Ensamble granular de sujetos circulares # 1 presentado en el numeral 2.4.1. El resultado del ensayo de carga realizado para este ensamble granular se muestra en la **Figura 2-18**. En contacto con los especímenes se encuentran algunas probetas de soporte que no fueron enumeradas, ya que, al no poder visualizarse completamente dentro de la ventana de registro no fue posible analizar la influencia, comportamiento y mecanismos de rotura asociados a ellas, por lo cual únicamente se incorporaron en la definición de los números de coordinación a los sujetos que se mostraron completamente, si estos participaban en el proceso de carga.

⁶ s.r: Sin resultados.

Figura 2-17: Ensamble granular circulares 2 (E.G. Cir. # 2) – Inicio del ensayo



Fuente: Propia

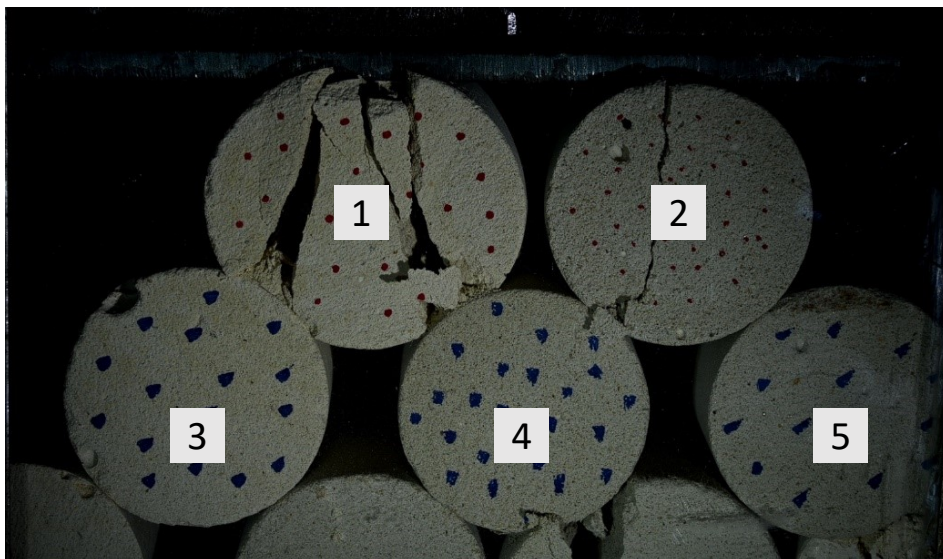
La **Tabla 2-7** muestra el número de coordinación para cada uno de las partículas, identificando el contacto entre partículas únicamente.

Tabla 2-7: Números de coordinación asociados para el E.G. Cir. # 2

| ID Espécimen | Número de coordinación asociado | Observación |
|--------------|---------------------------------|-----------------------------------|
| 1 | 2 | Ambos contactos son inferiores |
| 2 | 2 | Ambos contactos son inferiores |
| 3 | 3 | Contacto superior e inferiores |
| 4 | 4 | Contactos superiores e inferiores |
| 5 | 3 | Contacto superior e inferiores |

Fuente: Propia

Figura 2-18: Ensamble granular circulares 2 (E.G. Cir. # 2) – Posterior a la falla (Final del ensayo)



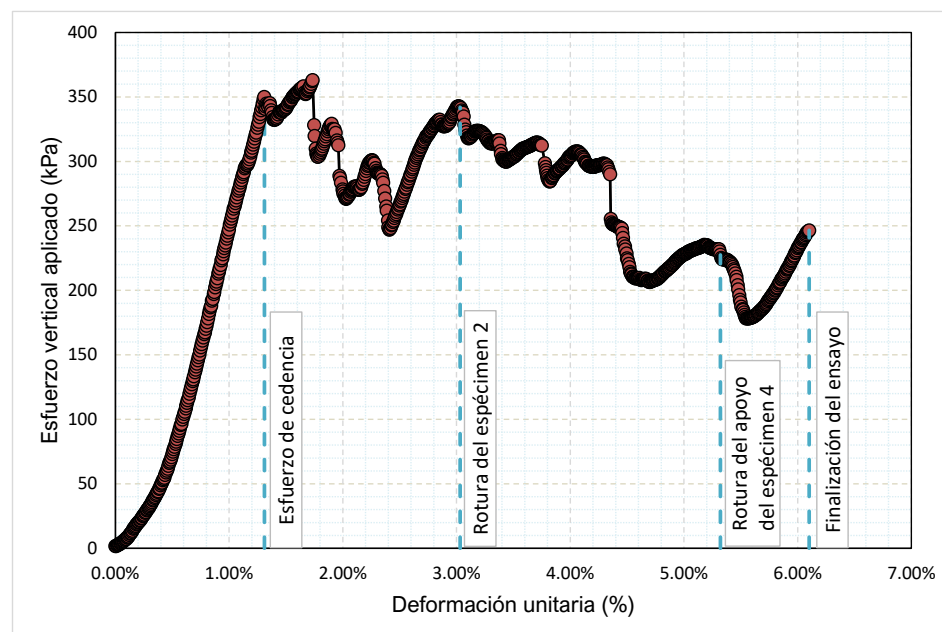
Fuente: Propia

La **Figura 2-19** muestra la curva *esfuerzo – deformación* obtenida para este ensamble granular. Se observan varios puntos de interés los cuales corresponden con la acomodación de los sujetos de prueba a medida que iba avanzando el proceso de carga y los procesos de rotura que se generaron. Se destacan cuatro puntos de interés, correspondientes con los siguientes niveles de deformación: 1.3%, 3.0 %, 5.3% y 6.1%, los cuales hacen referencia a los siguientes procesos respectivamente: determinación del *esfuerzo de cedencia* σ_y correspondiente con este ensamble granular; en este nivel de deformación (1.3%) también se presentó la rotura del espécimen 1, con un nivel de esfuerzo externo aplicado de 350 kPa, la cual se extendió desde la placa de transmisión de carga hasta el espécimen 3, en un sentido vertical *superior-inferior*. (ver **Figura 2-20**). El segundo punto de deformación de interés (3.0%) corresponde con la rotura del espécimen 2, el cual presentó una grieta direccionada de igual manera que el espécimen 1, con destino hacia el contacto existente con el espécimen 3, con un esfuerzo externo aplicado en este punto determinado en 342 kPa (ver **Figura 2-21**); el tercer punto de interés corresponde con un nivel de deformación de 5.3% en el cual uno de los soportes del espécimen 4 falló completamente (Ver **Figura 2-22**), abriéndose y desplazando el conjunto, con un nivel de esfuerzos externos aplicado de 227 kPa. Finalmente, el último

punto de interés corresponde con un nivel de deformación de 6.1% donde se detuvo el ensayo al superar el 6% de deformación, con un valor de esfuerzo aplicado de 247 kPa.

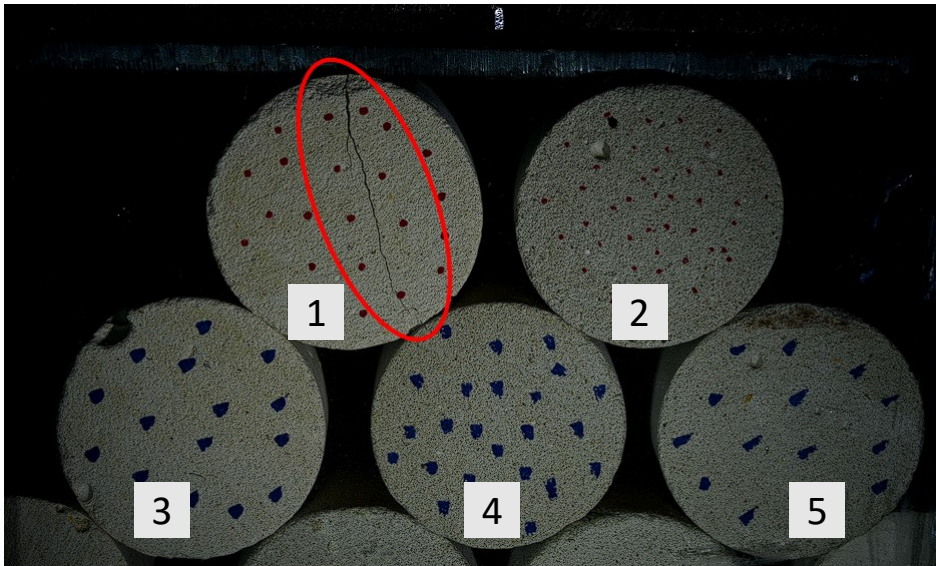
Este ensamble presentó un comportamiento (Carga-desplazamiento) similar al registrado por Tavares (2007) y mostrado en la **Figura 1-30**, en el cual se determina un pico inicial de resistencia y posteriormente la presencia de picos con valores menores. Para este ensamble, los especímenes 3, 4 y 5 no presentaron grietas en el plano de análisis. En el numeral 2.4.7 se pretende dar explicación a este suceso.

Figura 2-19: Gráfica Esfuerzo vertical aplicado – deformación unitaria – E.G. Cir. # 2



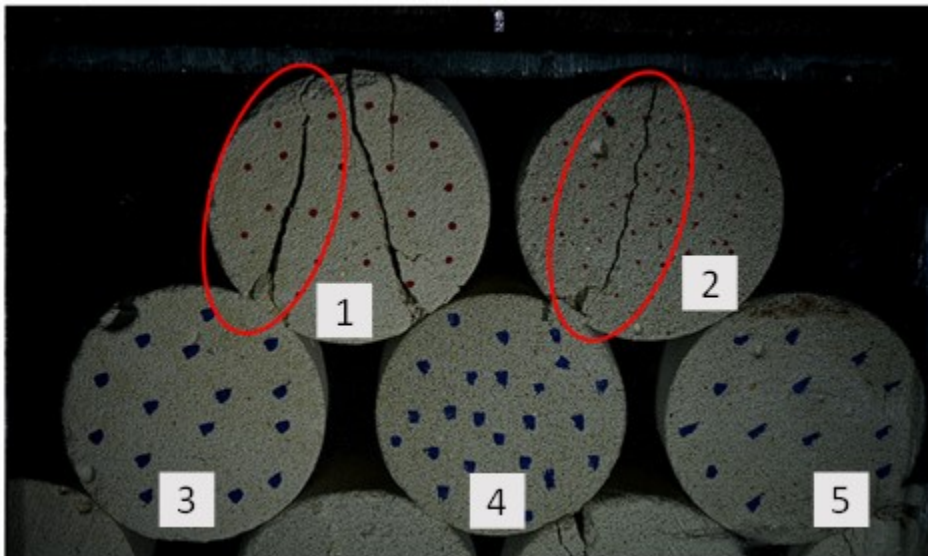
Fuente: Propia

Figura 2-20: Falle del espécimen 1 del ensamble granular– E.G Cir. # 2, para una deformación unitaria vertical del 1.3%



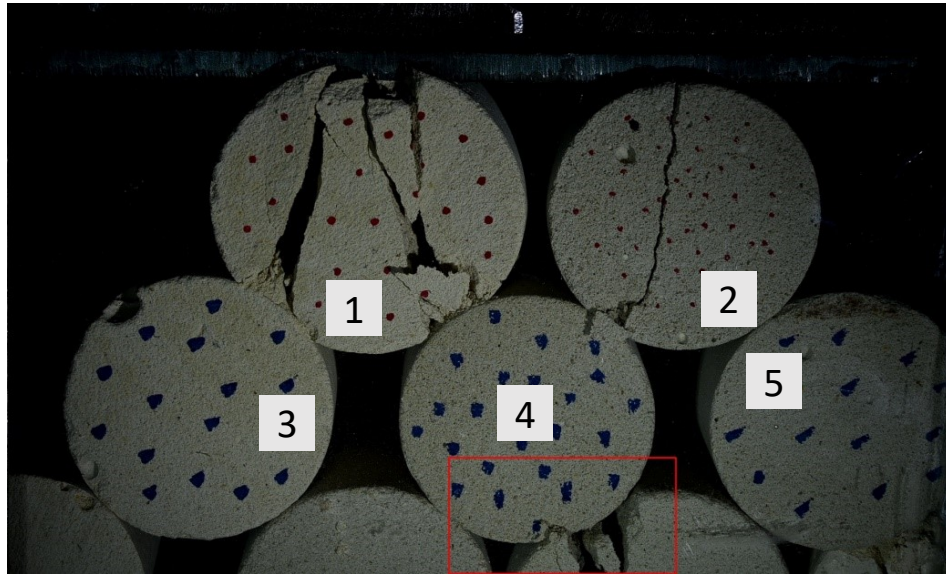
Fuente: Propia

Figura 2-21: Falla del espécimen 2 y generación segunda grieta en espécimen 1– E.G Cir. # 2 para una deformación unitaria vertical del 3.0%



Fuente: Propia

Figura 2-22: Falla de probeta de soporte del espécimen 4 – E.G. Cir. # 2, para una deformación unitaria vertical del 5.3%



Fuente: Propia

Los resultados obtenidos para este ensamble granular son mostrados en la **Tabla 2-8**. Como se mencionó anteriormente, los especímenes 3,4 y 5 no presentaron grietas o procesos de rotura en el plano de análisis, razón que no permitió establecer relaciones entre los esfuerzos externos actuantes y la aparición de grietas o inicio de los procesos de rotura en estos especímenes. Se debe tener en cuenta que las probetas que no fallaron corresponden con los especímenes que presentaban un mayor número de coordinación dentro del conjunto.

Para este ensamble, se estableció que las partículas soportaron en promedio un 60% de su resistencia a la tracción individual, con resultados similares para ambos especímenes que presentaron falla manifiesta en el plano de análisis (especímen 1 - 61% & especímen 2 – 58%), con la particularidad de que presentaban el mismo número de coordinación. También es importante resaltar la dirección de la grieta, la cual se desarrolló desde la zona de carga del ensamble hacia el contacto con el espécimen 4, igualmente para ambas probetas; para el espécimen 1, que desarrolló una segunda grieta, ésta se direccionó hacia el espécimen 3, de una manera similar a la grieta precedente. El esfuerzo de cedencia del ensamble granular fue controlado por la falla del espécimen 1, ya que posteriormente no

se logró aplicar un esfuerzo mayor. Una vez se estabilizó el ensamble granular e inició el aumento en la carga aplicada, el esfuerzo fue nuevamente controlado por la falla de otro sujeto de prueba. Es posible que los cambios en la gráfica *esfuerzo – deformación* mostrados correspondan con los esfuerzos de rotura de los miembros del ensamble.

Tabla 2-8: Resultados de ensayo de compresión edométrica - E.G. Cir. # 2

| ID espécimen | Numero de coordinación | Esfuerzo externo aplicado en el ensamble hasta la rotura de la partícula (kPa) | Esfuerzo externo hasta la rotura de la partícula / Resistencia a la tracción de la partícula (%) | Esfuerzo externo hasta la rotura de la partícula /esfuerzo de cedencia del ensamble (%) |
|--------------|------------------------|--|--|---|
| 1 | 2 | 362 | 61% | 103% |
| 2 | 2 | 342 | 58% | 98% |
| 3 | 3 | s.r ⁷ | s.r | s.r |
| 4 | 4 | s.r | s.r | s.r |
| 5 | 3 | s.r | s.r | s.r |

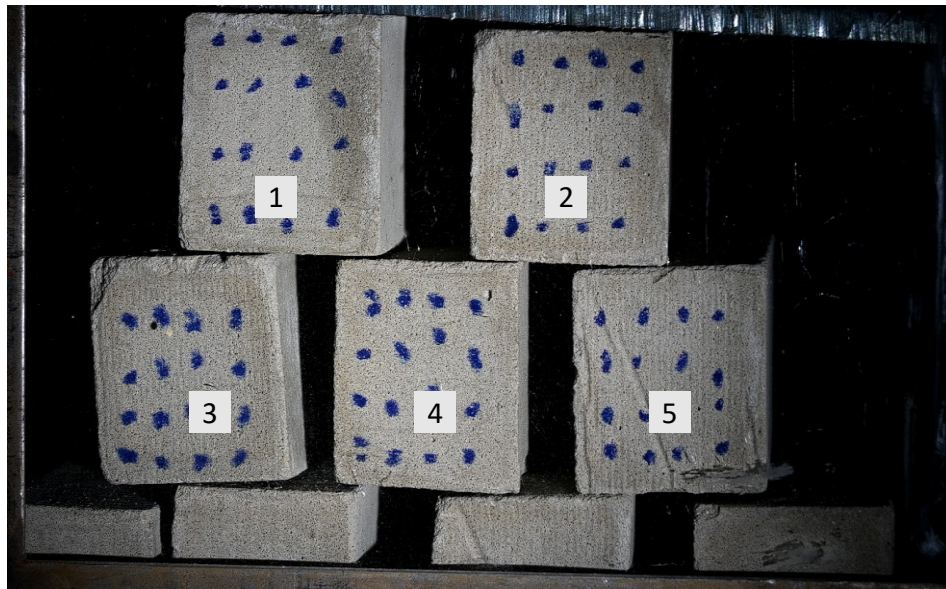
Fuente: Propia

2.4.3 Ensamble granular de sujetos cuadrados # 1

El primer ensamble granular constituido por sujetos de prueba cuadrados (E.G. Cuad. # 1) correspondió con un arreglo poco denso, donde algunas de las probetas de prueba descansaron sobre otras dos (probetas 1,2 y 4), mientras que otras inicialmente se posicionaron sobre únicamente un apoyo (probetas 3 y 5). La identificación de las probetas de prueba se muestra en la **Figura 2-23**, mientras que el resultado del ensayo de carga se muestra en la **Figura 2-24**. Se empleó una velocidad de carga con una tasa de 0.8 mm/min.

⁷ s.r: Sin resultados.

Figura 2-23: Ensamble granular cuadrados 1 (E.G. Cuad. # 1) – Inicio del ensayo



Fuente: Propia

La **Tabla 2-9** muestra el número de coordinación para cada uno de las partículaspartículas, identificando el contacto entre partículas únicamenteúnicamente. Se indica que, aunque el número de coordinación sea el mismo para algunas partículas, el tipo de contacto es diferente.

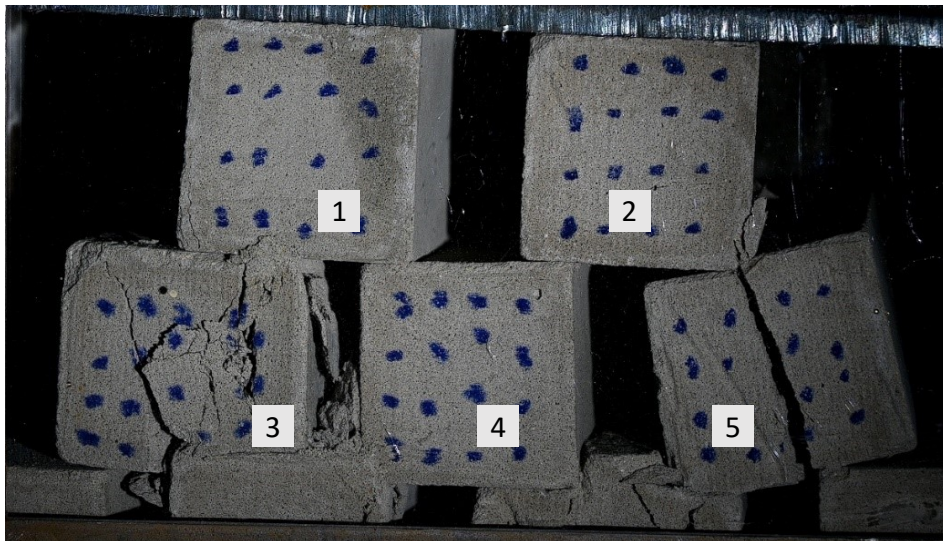
Tabla 2-9: Números de coordinación asociados para el E.G. Cuad. # 1

| ID Espécimen | Número de coordinación asociado | Observación |
|--------------|---------------------------------|-----------------------------------|
| 1 | 2 | Ambos contactos son inferiores |
| 2 | 2 | Ambos contactos son inferiores |
| 3 | 2 | Contacto superior e inferior |
| 4 | 4 | Contactos superiores e inferiores |
| 5 | 3 ⁸ | Contacto superior e inferior |

⁸⁸ Inicialmente se tenían dos contactos, pero al finalizar el ensayo el número de coordinación aumentó a 3.

Fuente: Propia

Figura 2-24: Ensamble granular cuadrados 1 (E.G. Cuad. # 1) – Posterior a la falla (Final del ensayo)

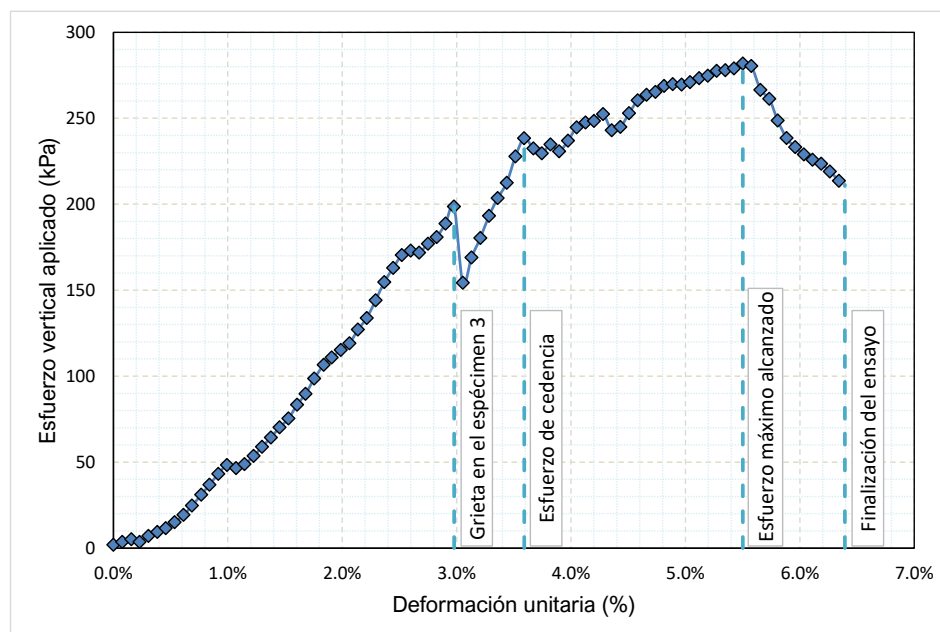


Fuente: Propia

La **Figura 2-25** muestra la curva *esfuerzo – deformación* obtenida para este ensamble granular, donde se presentan tres picos significativos de resistencia, relacionados con el cambio en la distribución de esfuerzos dentro del ensamble: el primer pico y su posterior caída se encuentra aproximadamente al alcanzar un 3% de deformación, momento en el cual se genera la grieta de rotura en el espécimen **3** (ver **Figura 2-26**); el nivel de esfuerzos externo aplicado en ese momento del ensayo fue de 198 kPa. El segundo pico de resistencia corresponde con la falla del soporte izquierdo del espécimen **5**, el cual presenta una falla local que desplaza el espécimen **5** y lo carga principalmente en una de las esquinas del apoyo derecho; este pico se desarrolla al alcanzar un nivel de deformación unitaria del 3.6% asociado a un esfuerzo aplicado de 238 kPa (ver **Figura 2-27**). Aproximadamente en el mismo momento de carga, se genera una nueva grieta en el espécimen **3**, que divide la partícula “restante” nuevamente por la mitad; el esfuerzo aplicado en ese momento es de 238 kPa, correspondiente a una deformación de 3.6%. Este esfuerzo se determinó como el *esfuerzo de cedencia* σ_y para este ensamble granular, siendo de 238 kPa, donde se observa claramente un cambio de pendiente de la curva

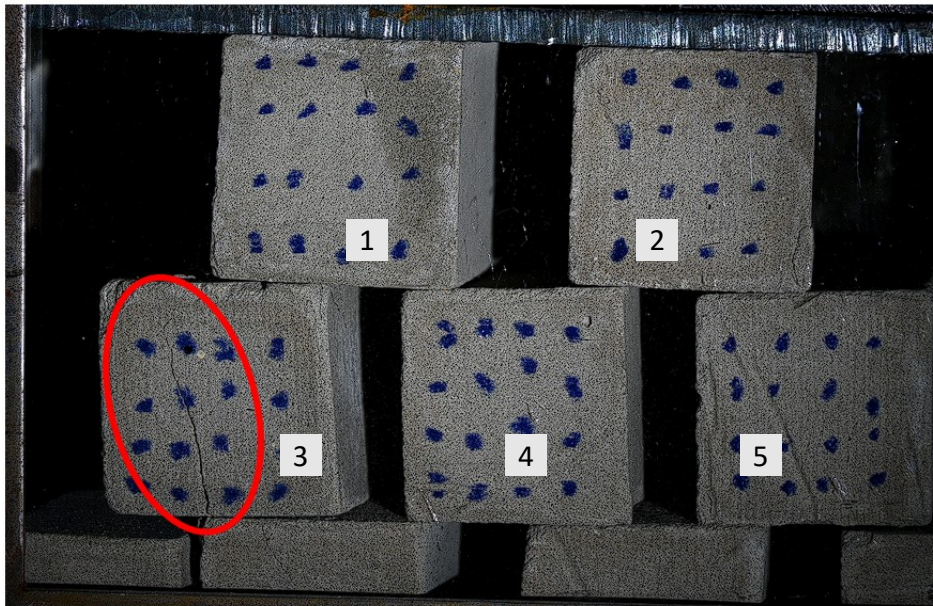
esfuerzo - deformación. El tercer pico corresponde con el máximo esfuerzo que logró soportar el ensamble granular en conjunto, el cual se determinó en 282 kPa, al alcanzar un 5.5% de deformación unitaria. De acuerdo con los resultados mostrados en la **Figura 2-24**, los especímenes 1, 2 y 3 no presentaron falla; aunque esto se explica en el numeral 2.4.7, no es posible determinar el esfuerzo externo al cual se encontraban sometidos estas probetas en el momento de falla. Para el espécimen 5, se determinó que el esfuerzo aplicado en el momento de generación de la grieta (ver **Figura 2-28**) fue de 271 kPa, asociado a una deformación del 5.0%

Figura 2-25: Gráfica Esfuerzo vertical aplicado – deformación unitaria – E.G. Cuad. # 1



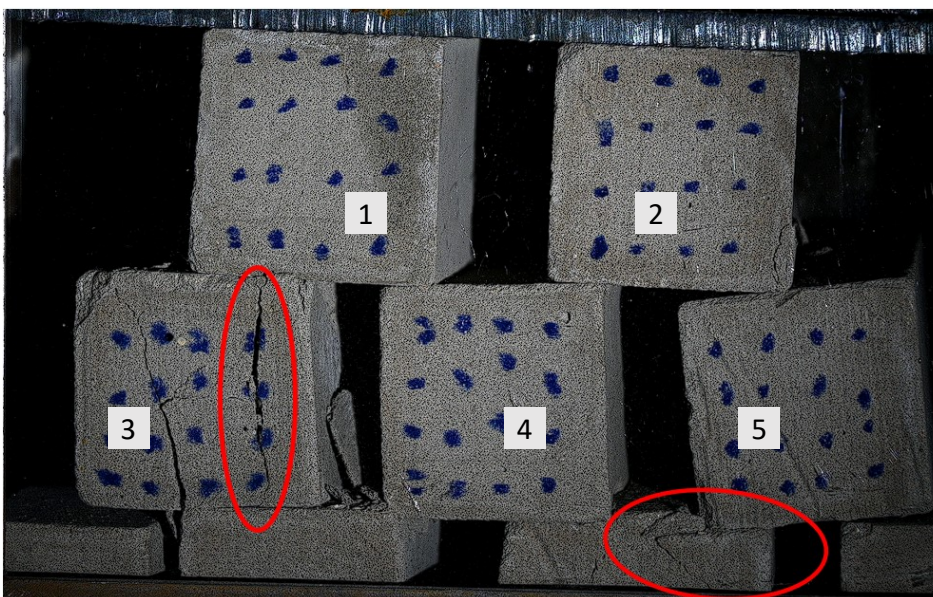
Fuente: Propia

Figura 2-26: Generación de grieta en espécimen 3 – E.G Cuad. # 1 para una deformación unitaria vertical del 3.0%.



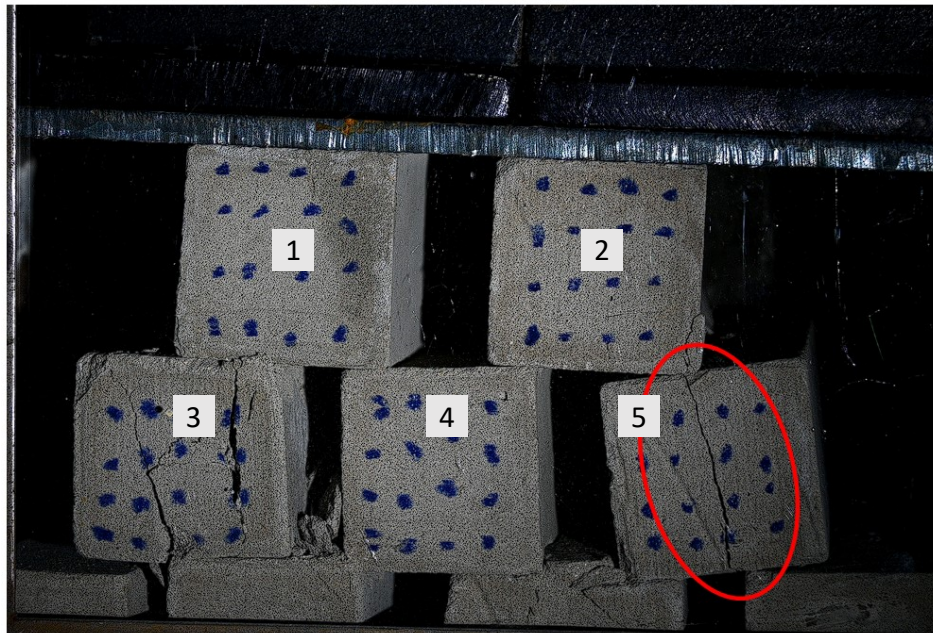
Fuente: Propia

Figura 2-27: Generación nueva grieta en espécimen 3 y Falla soporte izq. espécimen 5– E.G Cuad. # 1 para una deformación unitaria vertical del 3.6%.



Fuente: Propia

Figura 2-28: Fractura del espécimen 5 – E.G. Cuad. # 1 para una deformación unitaria vertical del 5.0%.



Fuente: Propia

Los resultados obtenidos para este ensamble granular son mostrados en la **Tabla 2-10**. Como se mencionó anteriormente, los especímenes 1,2 y 4 no evidenciaron los procesos de rotura en el plano de registro, por lo cual no fue posible evaluar las relaciones que existen entre los esfuerzos aplicados, el esfuerzo de cedencia del ensamble granular y los esfuerzos de tracción máximos que soportan estas probetas.

Como se puede observar con los resultados mostrados, es posible inferir que el número de coordinación tiene estrecha relación en las capacidades de carga y respuesta los especímenes dentro del ensamble granular. Otro factor relevante que condiciona la respuesta del ensamble granular tiene que ver con el área de contacto entre especímenes, relacionada con la transmisión de cargas dentro del ensamble granular; se observa que los especímenes que fallaron presentan una menor área de transmisión de cargas, mientras que el espécimen 1 y el espécimen 2, los cuales se encuentran en contacto directo con la placa de carga no fallaron, indicando que una menor área de contacto conlleva a una mayor probabilidad de falla, a raíz de la distribución de cargas y posteriormente de esfuerzos en la partícula. Un área mayor distribuye la carga, mientras

que un área menor genera una carga puntual sobre el espécimen que aumenta los esfuerzos dentro de éste.

Para este caso de análisis, se muestra que un incremento de 1 en el número de contactos que tiene la partícula conlleva un incremento en el 40% de la resistencia del grano. Los resultados igualmente se encuentran de acuerdo con la literatura, en la cual se presenta un incremento de la resistencia del material cuando se realiza un proceso de carga a un ensamble granular. Para este caso, para un número de coordinación de dos, se llegó hasta un 9% adicional, mientras que, para un número de coordinación de 3, el incremento alcanzó el 49%.

Por otro lado, para los números de coordinación de 2 y 3, la relación entre el esfuerzo externo aplicado al ensamble en el momento de rotura de la partícula y el esfuerzo de cedencia del ensamble llegó al 83% y 114%, respectivamente, lo que permite inferir que la resistencia del ensamble granular se encuentra definida por el número de contactos que tienen sus partículas constitutivas: entre mayor sea el número de coordinación promedio de los granos, mayor resistencia exhibirá el material, y, por lo tanto, el ensamble en conjunto. El comportamiento individual de las partículas constitutivas se encuentra influenciado tanto por el número de coordinación como por el área de contacto existente con las partículas adyacentes.

Tabla 2-10: Resultados de ensayo de compresión edométrica - E.G.Cuad. # 1

| ID espécimen | Numero de coordinación | Esfuerzo externo aplicado en el ensamble hasta la rotura de la partícula (kPa) | Esfuerzo externo hasta la rotura de la partícula / Resistencia a la tracción de la partícula (%) | Esfuerzo externo hasta la rotura de la partícula /esfuerzo de cedencia del ensamble (%) |
|--------------|------------------------|--|--|---|
| 1 | 2 | s.r. ⁹ | s.r | s.r |
| 2 | 2 | s.r | s.r | s.r |
| 3 | 2 | 198 | 109% | 83% |
| 4 | 4 | s.r | s.r | s.r |
| 5 | 3 | 271 | 149% | 114% |

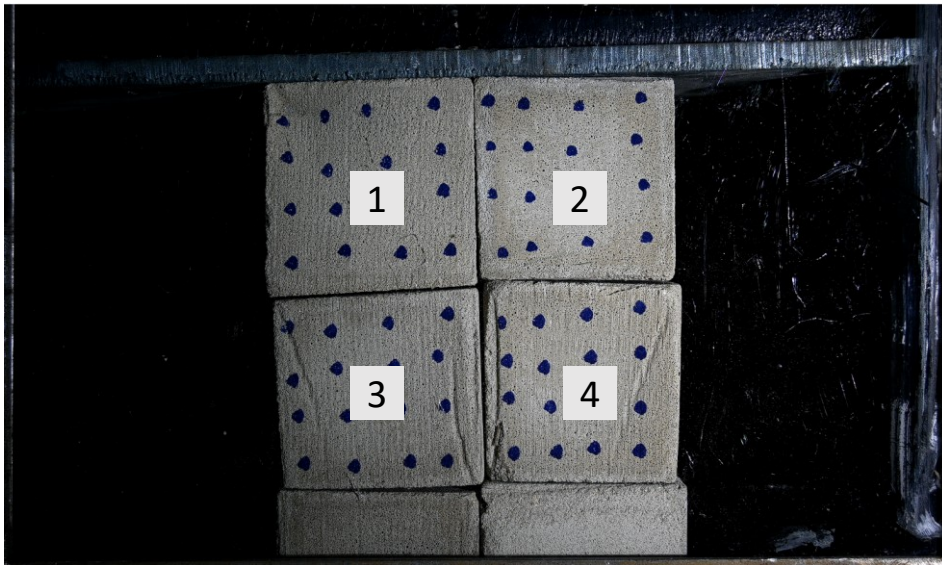
Fuente: Propia

2.4.4 Ensamble granular de sujetos cuadrados # 2

Para el segundo ensamble granular constituido por sujetos de prueba cuadrados (E.G. Cuad. #2), se optó por evaluar un conjunto denso donde los vacíos se encontraban al mínimo posible, lo que se logró apilando una probeta de prueba sobre otra en dos columnas paralelas (ver **Figura 2-29**). En la **Figura 2-30** se presenta el resultado final del ensayo con la rotura de las partículas constituyentes de este ensamble granular. Se empleó una velocidad de carga con una tasa de 0.8 mm/min.

⁹ s.r: sin resultado.

Figura 2-29: Ensamble granular cuadrados 2 (E.G. Cuad. # 2) – Inicio del ensayo



Fuente: Propia

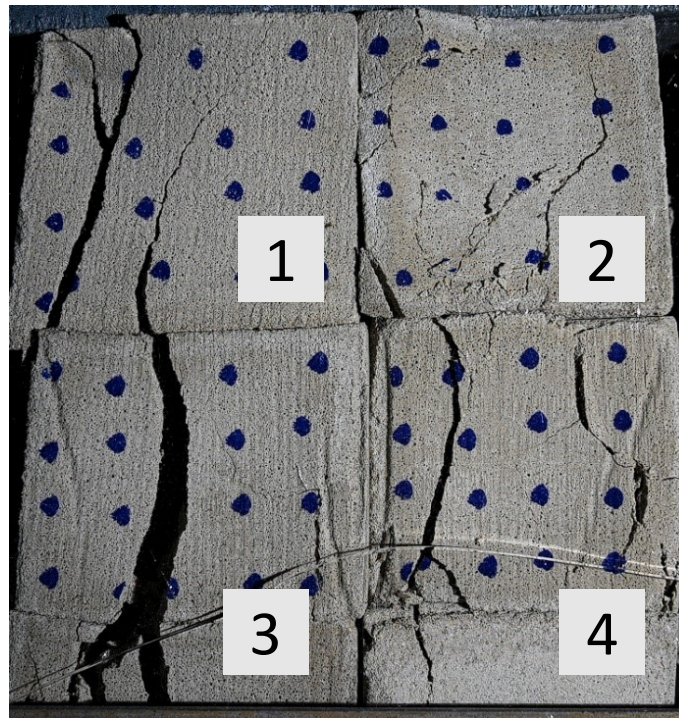
La **Tabla 2-11** muestra el número de coordinación para cada uno de las partículas, identificando el contacto entre partículas unicamente. Se incluyeron los contactos laterales entre probetas adyacentes, pero como se ve en la **Figura 2-30**, las grietas generadas tuvieron una dirección preferentemente vertical.

Tabla 2-11: Números de coordinación asociados para el E.G. Cuad. # 2

| ID Espécimen | Número de coordinación asociado | Observación |
|--------------|---------------------------------|---------------------------------------|
| 1 | 2 | Contacto lateral e inferior |
| 2 | 2 | Contacto lateral e inferior |
| 3 | 3 | Contacto lateral, superior e inferior |
| 4 | 3 | Contacto lateral, superior e inferior |

Fuente: Propia

Figura 2-30: Ensamble granular cuadrados 2 (E.G. Cuad. # 2) – Posterior a la falla (Final del ensayo)



Fuente: Propia

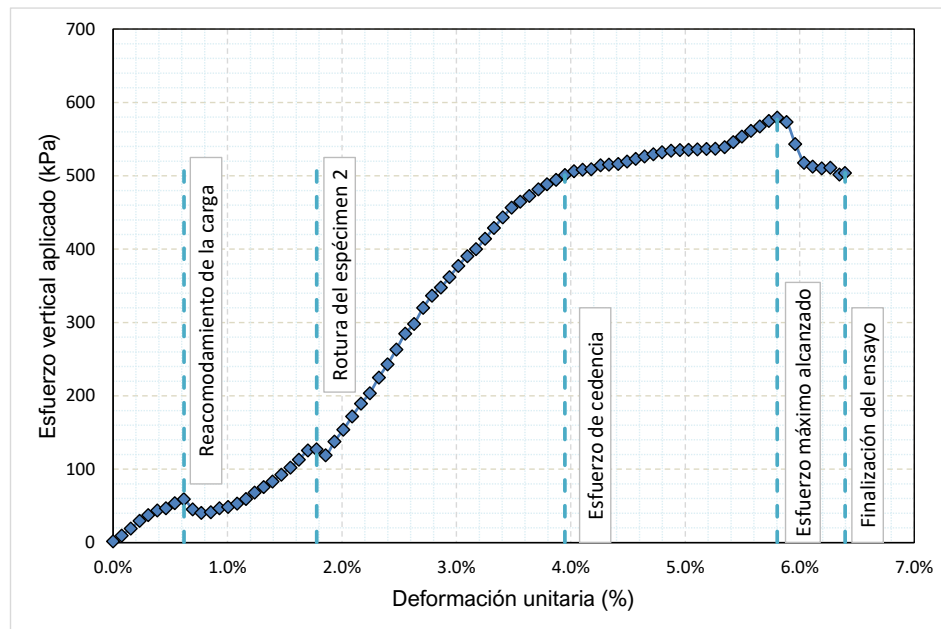
La **Figura 2-31** muestra la curva *esfuerzo – deformación* obtenida para este ensamble granular. La curva presenta un comportamiento no lineal suave, donde se destacan cuatro puntos significativos de interés, relacionados con el cambio en la distribución de esfuerzos dentro del ensamble: el primer pico y su posterior caída se encuentra aproximadamente al alcanzar un 0.62% de deformación asociada a un esfuerzo aplicado de 59 kPa, el cual se encuentra relacionado con el reacomodamiento de la placa de carga en los especímenes 1 y 2. Una vez se ajustó el sistema de carga al ensamble granular, la curva recuperó la misma pendiente previo al pico. El segundo punto correspondió con el inicio del proceso de rotura del espécimen 2, donde la grieta se desarrolló inicialmente en la zona inferior de la probeta y se extendió verticalmente y hacia la derecha (ver **Figura 2-33**); este proceso inició cuando el esfuerzo externo aplicado alcanzó los 127 kPa y una deformación del 1.8%. El tercer punto de relevancia corresponde cuando la curva esfuerzo – deformación presenta un cambio importante de pendiente al alcanzar un esfuerzo de 501 kPa y una deformación unitaria de 4.0%, este punto corresponde con el *esfuerzo de cedencia* σ_y del

ensamble granular. El cuarto pico corresponde con el máximo esfuerzo que logró soportar el ensamble granular en conjunto, al alcanzar un 5.8% de deformación y un esfuerzo aplicado que alcanzó los 580 kPa. En este punto del ensayo, todos los especímenes se encontraban fracturados con una direccional preferencial vertical

Los esfuerzos máximos aplicados en el momento de la falla para cada uno de los especímenes se enumeran a continuación: para el espécimen 1 se determinó un esfuerzo vertical externo del orden de 400 kPa y una deformación unitaria del 3.2%, con una dirección de propagación de abajo hacia arriba (ver **Figura 2-32**). Para el espécimen 2, como se mencionó anteriormente, se asocia la generación de la primera grieta a la aplicación de un esfuerzo externo de 127 kPa y una deformación unitaria de 1.8% (ver **Figura 2-33**). Para el espécimen 3, el esfuerzo externo aplicado en el cual se generó la grieta correspondió con un nivel de 482 kPa y una deformación unitaria de 3.7%, tomando una dirección vertical iniciando en la zona superior hacia la zona inferior (ver **Figura 2-34**). Para el espécimen 4, el registro de la grieta indicó que su dirección de propagación correspondió desde la zona inferior de la probeta hasta alcanzar el contacto con el espécimen 2, llegando al mismo sitio aproximadamente de inicio de la grieta para esta probeta, el nivel de esfuerzos externos aplicados cuando se presentó la rotura de este espécimen correspondió con 500 kPa y una deformación de 3.9%(ver **Figura 2-35**), correspondiendo con el esfuerzo de cedencia del ensamble granular.

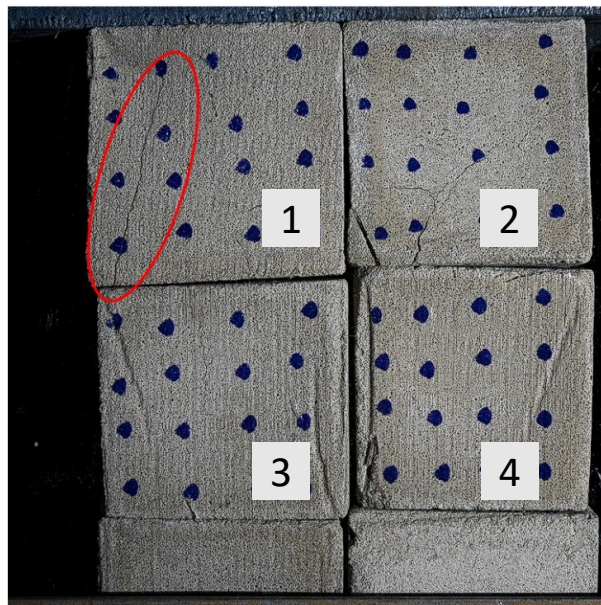
Estos esfuerzos son determinados a partir de la revisión en conjunto entre el registro de video de los ensayos y la curva esfuerzo – deformación para cada suceso relevante determinado.

Figura 2-31: Gráfica Esfuerzo aplicado – deformación – E.G. Cuad # 2



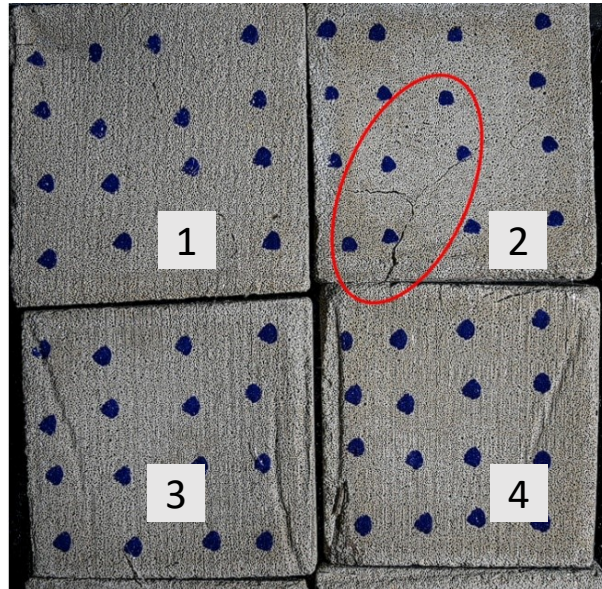
Fuente: Propia

Figura 2-32: Generación de grieta en espécimen 1 – E.G. Cuad. # 2 para una deformación unitaria vertical del 3.2%.



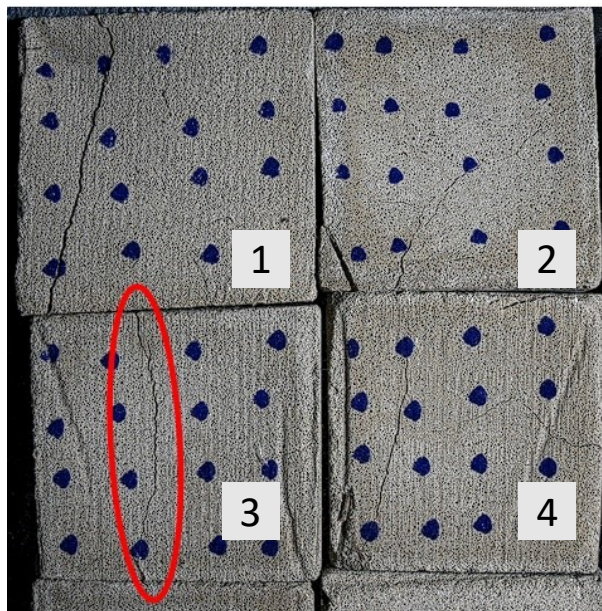
Fuente: Propia

Figura 2-33: Generación de grieta en espécimen 2 – E.G Cuad. # 2 para una deformación unitaria vertical del 1.8%.



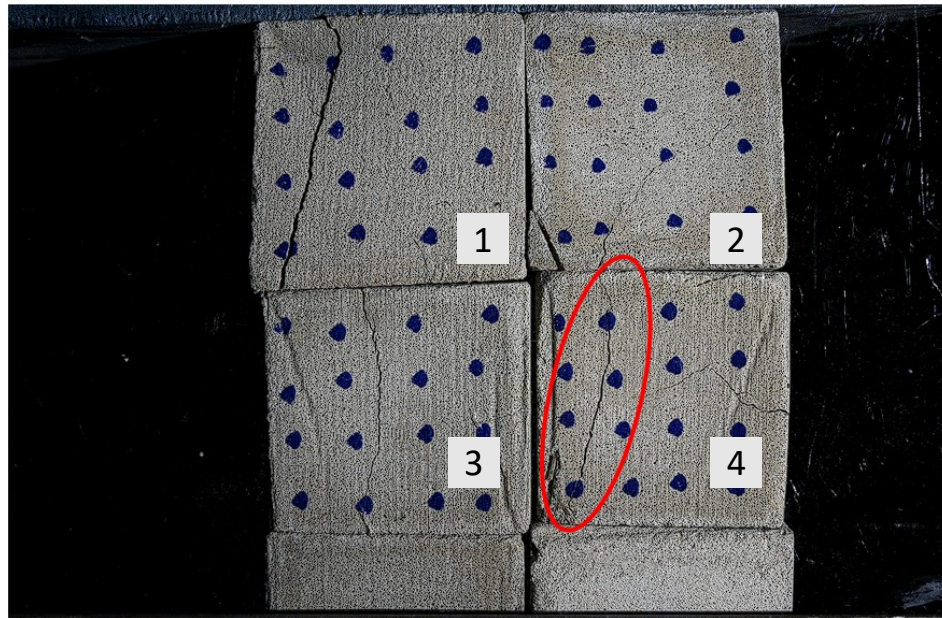
Fuente: Propia

Figura 2-34: Generación de grieta en espécimen 3 - E.G Cuad. # 2 . para una deformación unitaria vertical del 3.8%.



Fuente: Propia

Figura 2-35: Fractura del espécimen 4 – E.G. Cuad. # 2 para una deformación unitaria vertical del 3.9%.



Fuente: Propia

Los resultados obtenidos para este ensamble granular son mostrados en la **Tabla 2-12**. Lo primero que se observa es que a medida que se incrementa el número de coordinación, las partículas que conforman el ensamble granular logran soportar una mayor resistencia con respecto al esfuerzo máximo de tracción en condición individual. Igualmente, las áreas de contacto entre los especímenes establecieron el comportamiento mecánico del ensamble granular; el contacto al ser completo entre las caras de los especímenes permite una mejor distribución del esfuerzo dentro del ensamble granular, disminuyendo la intensidad de las cadenas de carga y permitiendo un comportamiento más homogéneo dentro del ensamble granular. Esto se muestra en las relaciones entre el esfuerzo que conllevó a la rotura a cada espécimen y la resistencia a la tracción individual determinada para esta forma particular, las cuales no presentan una mayor variación de sus resultados.

Para este ensamble en particular, la relación entre el esfuerzo máximo aplicado dentro del ensamble granular y el esfuerzo máximo a la tracción de una partícula individual superó el 200% y se estimó, en términos generales, en un 250%, excepto para el caso del espécimen 2; su resultado se considera atípico, tanto con los resultados del ensamble granular como

en el comportamiento esperado de las partículas al reunirse en los ensambles y su comportamiento mecánico puede deberse a alguna grieta preexistente pero no visible o a que se encontraba previamente fallada. Para este caso, aunque en la determinación del número de coordinación de las partículas se consideraron los contactos laterales entre muestras adyacentes, el resultado indica que únicamente influyeron los contactos en planos horizontales.

La comparativa entre los esfuerzos externos aplicados hasta la rotura para cada espécimen y el esfuerzo de cedencia determinado contempla que, a mayor número de contactos de la partícula, menor es la diferencia de la resistencia de la partícula en el ensamble en comparación con la resistencia en conjunto del ensamble granular. Para el espécimen 2, el cual presenta un contacto menos con respecto a los especímenes 3 y 4, se observó una caída del 16% en promedio. Los resultados obtenidos se encuentran acordes con los hallazgos de las pruebas en los demás ensambles granulares.

Tabla 2-12: Resultados de ensayo de compresión edométrica - E.G. Cuad. # 2

| ID espécimen | Numero de coordinación | Esfuerzo externo aplicado en el ensamble hasta la rotura de la partícula (kPa) | Esfuerzo externo hasta la rotura de la partícula / Resistencia a la tracción de la partícula (%) | Esfuerzo externo hasta la rotura de la partícula /esfuerzo de cedencia del ensamble (%) |
|--------------|------------------------|--|--|---|
| 1 | 2 | 400 | 220% | 80% |
| 2 | 2 | 127 | 70% | 25% |
| 3 | 3 | 482 | 265% | 96% |
| 4 | 3 | 500 | 275% | 100% |

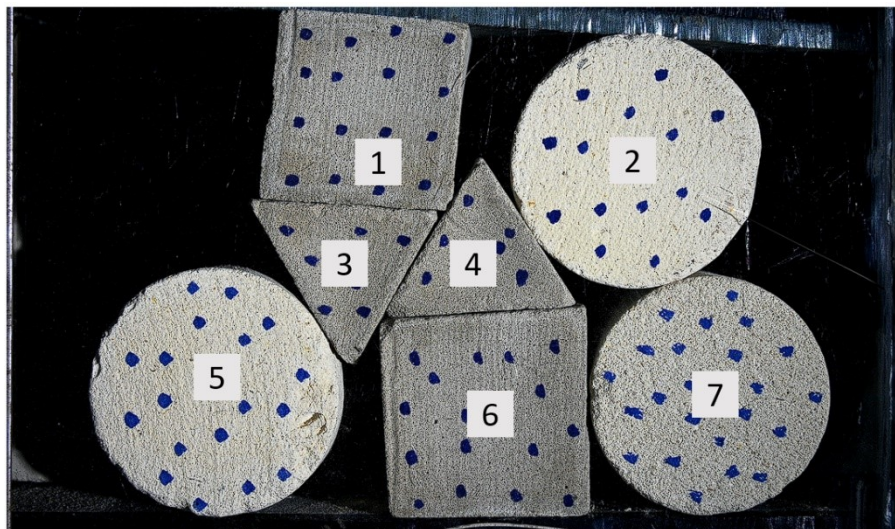
Fuente: Propia

2.4.5 Ensamble granular de formas diversas # 1

El primer ensamble granular constituido por sujetos de formas diversas (E.G. Div. # 1) correspondió con un arreglo poco denso, en el cual se incluyeron formas triangulares a las formas previamente ensayadas. En este ensamble granular se buscó evaluar la respuesta que tiene el conjunto al incorporar diferentes formas en el conjunto de prueba, al variar el número de coordinación de los elementos, la manera en que se conectan y el tipo de

contacto existente, particularmente con la incorporación de probetas triangulares dentro del ensamble granular (ver **Figura 2-36**). Se empleó una velocidad de carga con una tasa de 0.8 mm/min. El resultado del ensayo de compresión edométrica para este ensamble es mostrado en la **Figura 2-37**.

Figura 2-36: Ensamble granular formas diversas 1 (E.G. Div. # 1) – Inicio del ensayo



Fuente: Propia

La **Tabla 2-9** muestra el número de coordinación para cada uno de las partículas, identificando el contacto entre partículas únicamente. Se indica que, aunque el número de coordinación sea el mismo para algunas partículas, el tipo de contacto es diferente.

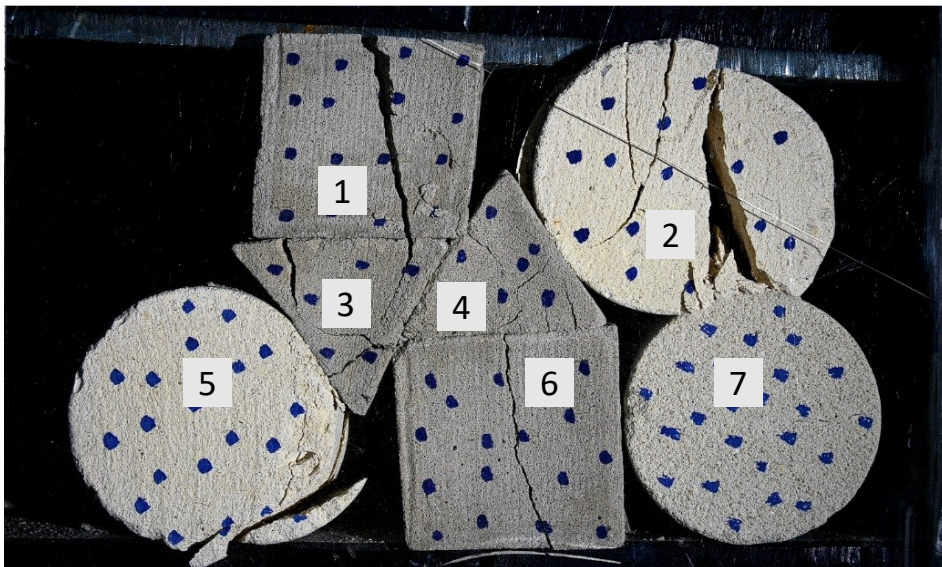
Tabla 2-13: Números de coordinación asociados para el E.G. Div. # 1

| ID Espécimen | Número de coordinación asociado | Observación |
|--------------|---------------------------------|--------------------------------|
| 1 | 2 | Ambos contactos son inferiores |
| 2 | 2 | Contacto lateral e inferior |
| 3 | 3 | Contactos laterales y superior |

| ID Espécimen | Número de coordinación asociado | Observación |
|--------------|---------------------------------|--------------------------------|
| 4 | 4 | Contactos laterales e inferior |
| 5 | 1 | Contacto lateral |
| 6 | 2 | Contacto superior y lateral |
| 7 | 2 | Contacto superior y lateral |

Fuente: Propia

Figura 2-37: Ensamble granular formas diversas 1 (E.G. Div. # 1) – Posterior a la falla (Final del ensayo).)



Fuente: Propia

La **Figura 2-38** muestra la curva *esfuerzo – deformación* obtenida para este ensamble granular. La gráfica presenta una tendencia incremental no lineal a medida que se generaba mayor deformación. Un punto de interés corresponde con el nivel de deformación correspondiente a 3.2% y un esfuerzo externo aplicado de 270 kPa, donde se presenta un cambio abrupto en el esfuerzo externo aplicado. Este punto corresponde con la generación de la segunda grieta de rotura para el espécimen 2. Cabe aclarar que, a este punto, ya se habían generado grietas en diferentes especímenes, tal como se muestra en la **Figura 2-39**. Una vez superado este punto, la curva toma una pendiente similar y el ensamble granular inició nuevamente su proceso de carga, hasta llegar a una deformación del 3.9%,

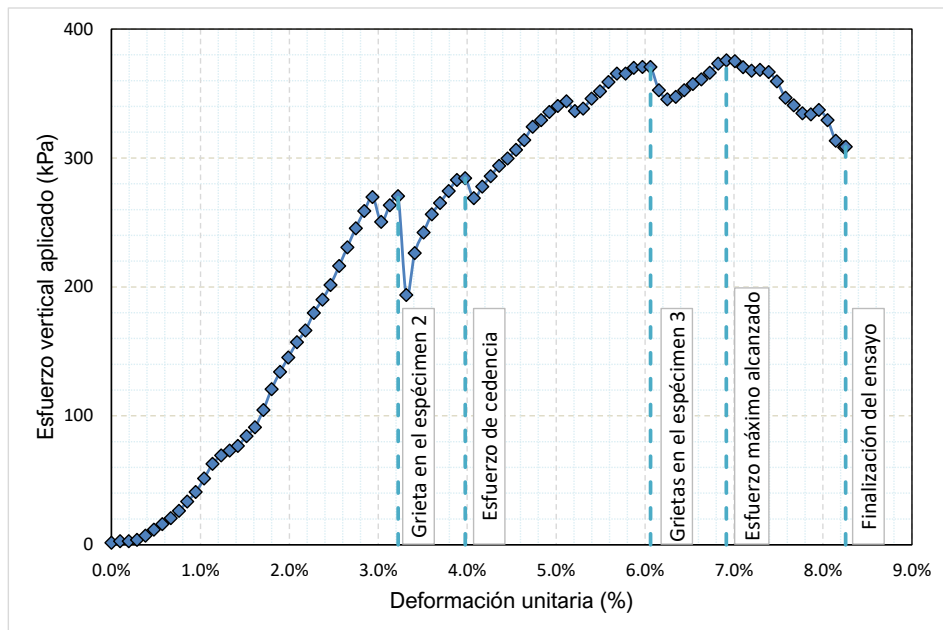
correspondiente con un reacomodamiento del ensamble de partículas bajo el proceso de carga, además. este esfuerzo, determinado en 284 kPa, se definió como el *esfuerzo de cedencia* σ_y para este ensamble granular, al presentarse un cambio significativo en la curva esfuerzo – deformación del ensamble granular e iniciar el proceso de rotura por tracción de los especímenes. Esta situación (el reacomodamiento de los especímenes) se repitió en varias ocasiones, ya que las partículas iban cediendo a medida que el esfuerzo se iba incrementando. Un cambio significativo se produjo a un nivel de deformación de 6.1% y un esfuerzo externo aplicado de 371 kPa, cuando el espécimen 3 presentó diferentes grietas en su cara, direccionadas hacia el espécimen 5 (ver **Figura 2-40**). El máximo esfuerzo que soportó este ensamble granular se presentó al alcanzar un nivel de deformación del 6.9%, con un esfuerzo asociado del 376 kPa. Llegado a este punto, los especímenes habían presentado diferentes grietas en el plano de análisis, con excepción del espécimen 7, el cual no exhibió ninguna grieta en la sección de análisis.

Para cada uno de los especímenes se determinó el esfuerzo externo aplicado en el cual se presentó la rotura en el plano de análisis; para los especímenes 1 y 3, con grietas de tipo división y conminución respectivamente, la rotura se presentó a un nivel de deformación de 2.8% y un esfuerzo de 246 kPa (ver **Figura 2-40**). La grieta se originó en el contacto con el espécimen triangular 3 y desde este punto, se extendió hacia la zona superior del sujeto de prueba para el espécimen 1, mientras que para el espécimen 3 se dirigió hacia la zona central del espécimen; para el espécimen 2 el esfuerzo externo aplicado que generó su primera grieta, de tipo división, tomó un valor de 263 kPa, con una deformación asociada de 3.1%. Para este espécimen de prueba, la falla ocurrió inicialmente en el punto de contacto de la placa de transferencia de carga y se dirigió hacia el punto de contacto con el espécimen 4. Este espécimen presentó dos grietas visibles al final del ensayo; la segunda grieta presentó un comportamiento similar, inicialmente generada en el punto de contacto con la placa de transferencia y direccionada hacia el punto de contacto con el espécimen 7; el tercer espécimen presentó su primera grieta cuando se estaba ejerciendo un nivel de esfuerzos externos del orden de 246 kPa, con una deformación unitaria asociada de 2.8%, para posteriormente generar otro par de grietas que afectaron la cara visible en la sección de análisis; las grietas generadas en esta partícula corresponden con rotura de tipo conminución (ver **Figura 2-40**). El espécimen 4 desarrolló la primera grieta en el plano de análisis al alcanzar un esfuerzo externo de 365

kPa, con una deformación asociada de 4.5%; la grieta, de tipo conminución, se presentó desde la zona central del sujeto de prueba hacia los diferentes puntos de contacto que tenía esta probeta. El espécimen 5 presentó el proceso de rotura al alcanzar un esfuerzo externo de 270 kPa y una deformación de 2.9%; la falla presentada para este espécimen fue súbita y de tipo conminución, pero no cortó el sujeto como las demás grietas presentadas en este ensamble granular, sino que separó una zona del resto de material. Finalmente, para el espécimen 6 este proceso se produjo cuando el esfuerzo externo aplicado llegó a 300 kPa, con una deformación asociada de 4.5%, con la generación de la grieta, de tipo división, desde la zona de contacto de la probeta con el espécimen 4 y extendiéndose completamente por el cuerpo de la partícula hasta la zona baja del ensamble granular.

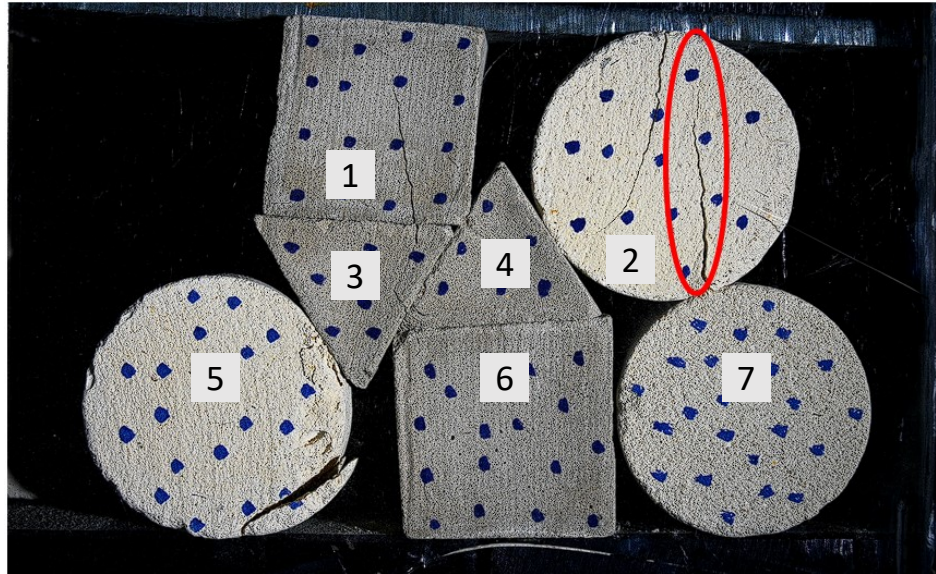
Estos esfuerzos son determinados a partir de la revisión en conjunto entre el registro de video de los ensayos y la curva esfuerzo – deformación para cada suceso relevante determinado.

Figura 2-38: Gráfica Esfuerzo vertical aplicado – deformación unitaria – E.G. Div. # 1



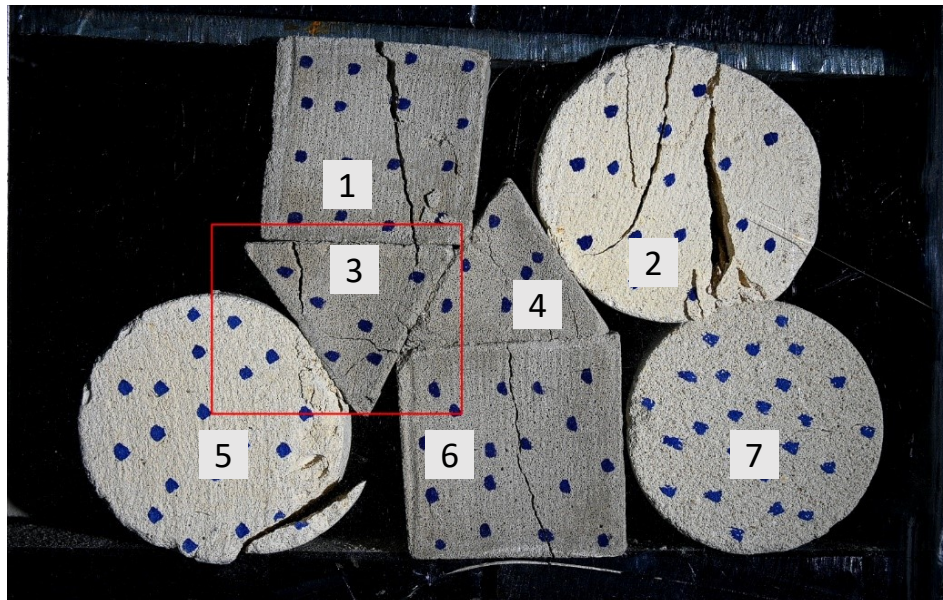
Fuente: Propia

Figura 2-39: Generación de segunda rotura en espécimen 2 – E.G Div. # 1 para una deformación unitaria vertical del 3.2%.



Fuente: Propia

Figura 2-40: Abertura de grietas en el espécimen 3– E.G Div. # 1 para una deformación unitaria vertical del 2.8%.



Fuente: Propia

Los resultados obtenidos para este ensamble granular son mostrados en la **Tabla 2-14**. Como se mencionó anteriormente, el espécimen 7 no mostró el proceso de rotura en el plano de registro, por lo cual no fue posible evaluar las relaciones que existen entre los esfuerzos aplicados, el esfuerzo de cedencia del ensamble granular y los esfuerzos de tracción máximos que soportó esta probeta. Es posible que este resultado sea debido a la distribución de las partículas en el ensamble granular, ya que únicamente se cargó el espécimen desde el espécimen 2 y éste falló anticipadamente.

Los resultados obtenidos muestran que el número de coordinación es un parámetro relevante en la respuesta individual de los componentes del ensamble, las mayores resistencias se alcanzaron para el espécimen 6 de forma cuadrada y el espécimen triangular identificado con la etiqueta 4, las cuales alcanzaron el 165% y 151%, respectivamente, de la resistencia a la tracción identificada para cada tipo de formas, y un 106% y 129% del esfuerzo de cedencia del ensamble granular. Aunque el espécimen 3 presentó una respuesta mecánica inferior, cabe recordar que los valores mostrados en la **Tabla 2-14** corresponden con la primera grieta identificada en el plano de análisis, pero esta partícula generó otras fracturas y es posible que su resistencia final sea mayor con respecto a los esfuerzos identificados. La resistencia de los componentes del ensamble fue superior a la resistencia a la tracción determinada para cada forma, excepto para las formas circulares, en las cuales se generaron las roturas al llegar a esfuerzos externos del 47% de la resistencia a la tracción individual de estas partículas.

Para las partículas cuadradas y triangulares, se observaron relaciones entre el esfuerzo de rotura y el esfuerzo máximo a la tracción para cada forma desde un 135% hasta el 165%; los resultados se encuentran estrechamente relacionados con el área de distribución de las cargas y transferencia entre especímenes ya que estas formas presentan una mayor superficie en contacto con respecto a las formas circulares, cuyas relaciones entre el esfuerzo que generó su rotura y la resistencia a la tracción fue del 47% únicamente. Las cadenas de carga que se generan presentan una menor intensidad y, por lo tanto, el esfuerzo transmitido igualmente es menor, situación que no ocurre con los especímenes circulares en los cuales la transmisión de las cargas se realiza de manera *puntual*.

Otro aspecto para considerar corresponde con las direcciones de rotura exhibidas, ya que las partículas cuadradas mostraron que las grietas se generaron en los puntos de contacto con los otros especímenes; los sujetos circulares desarrollaron la rotura desde el punto de aplicación de la carga hacia el punto de contacto con otro espécimen, mientras que los sujetos triangulares exhibieron un comportamiento distinto, ya que la grieta puede generarse tanto en el punto de contacto con otro espécimen como desde el centro de la partícula, en correspondencia con lo expuesto por Tapias Camacho (2016).

Tabla 2-14: Resultados de ensayo de compresión edométrica - E.G. Div. # 1

| ID espécimen | Numero de coordinación | Esfuerzo externo aplicado en el ensamble hasta la rotura de la partícula (kPa) | Esfuerzo externo hasta la rotura de la partícula / Resistencia a la tracción de la partícula (%) | Esfuerzo externo hasta la rotura de la partícula /esfuerzo de cedencia del ensamble (%) |
|--------------|------------------------|--|--|---|
| 1 | 2 | 246 | 135% | 87% |
| 2 | 2 | 284 | 48% | 100% |
| 3 | 3 | 246 | 102% | 87% |
| 4 | 4 | 365 | 151% | 129% |
| 5 | 1 | 270 | 46% | 95% |
| 6 | 2 | 300 | 165% | 106% |
| 7 | 2 | s.r ¹⁰ | s.r | s.r |

Fuente: Propia

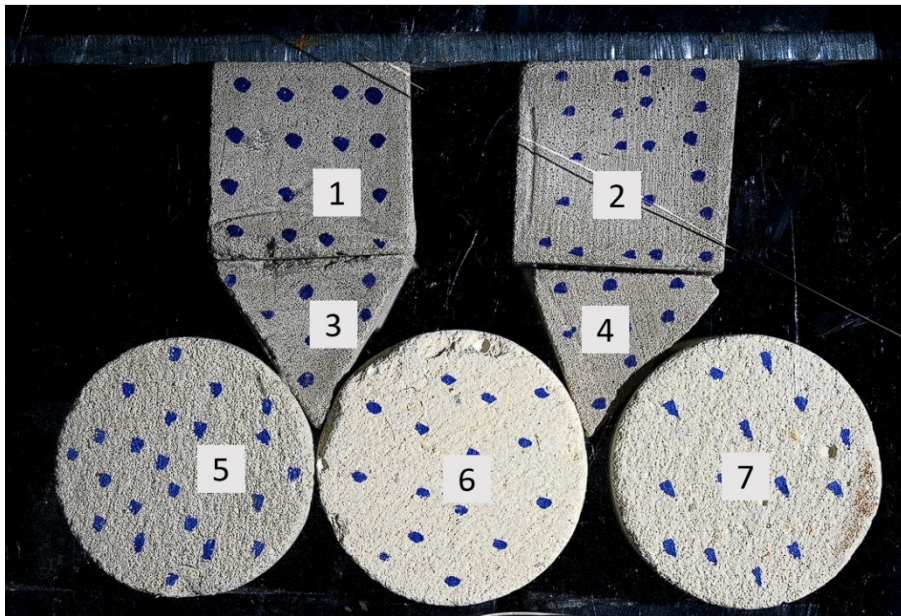
2.4.6 Ensamble granular de formas diversas # 2

El segundo ensamble granular constituido por sujetos de formas diversas (E.G. Div. # 2) correspondió con un arreglo poco denso, en el cual se incluyeron formas triangulares a las formas previamente ensayadas. En este ensamble granular se buscó evaluar la respuesta que tiene el conjunto al incorporar diferentes formas en el conjunto de prueba, al variar el

¹⁰ s.r: Sin resultados.

número de coordinación de los elementos, la manera en que se conectan y el tipo de contacto existente, particularmente con la incorporación de probetas triangulares dentro del ensamble granular (ver **Figura 2-41**) Se empleó una velocidad de carga con una tasa de 0.8 mm/min. El resultado del ensayo de compresión edométrica para este ensamble es mostrado en la **Figura 2-42**.

Figura 2-41: Ensamble granular formas diversas 2 (E.G. Div. # 2) – Inicio



Fuente: Propia

La **Tabla 2-15** muestra el número de coordinación para cada uno de las partículas, identificando el contacto entre partículas únicamente.

Tabla 2-15: Números de coordinación asociados para el E.G. Div. # 2

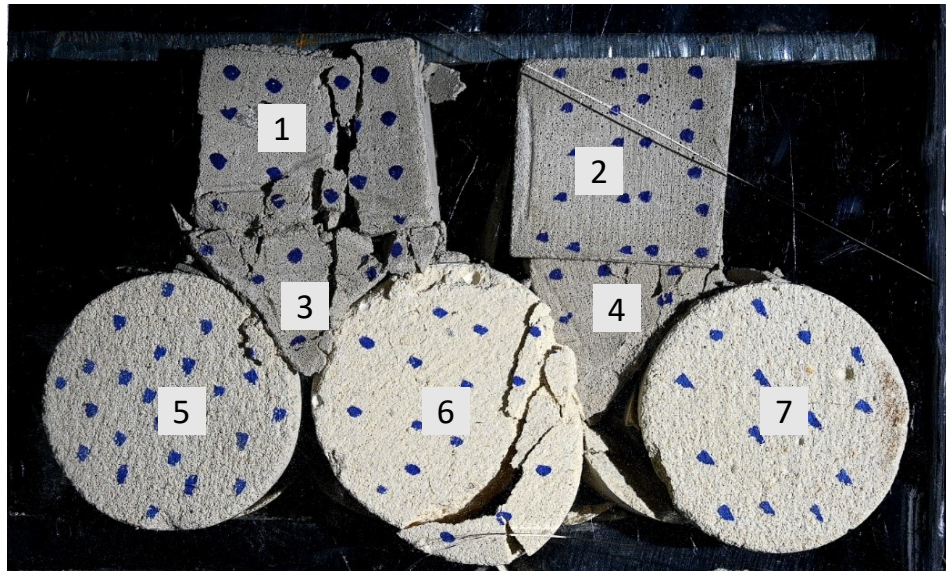
| ID Espécimen | Número de coordinación asociado | Observación |
|--------------|---------------------------------|--------------------------------|
| 1 | 1 | Contacto inferior |
| 2 | 1 | Contacto inferior |
| 3 | 3 | Contactos laterales y superior |

Análisis de la rotura de gravas usando la técnica de análisis de imágenes DPIV123
teniendo en cuenta los efectos de forma

| ID Espécimen | Número de coordinación asociado | Observación |
|--------------|---------------------------------|--------------------------------|
| 4 | 3 | Contactos laterales e inferior |
| 5 | 2 | Contacto superior y lateral |
| 6 | 2 | Contacto superior y lateral |
| 7 | 2 | Contacto superior y lateral |

Fuente: Propia

Figura 2-42: Ensamble granular formas diversas 2 (E.G. Div. # 2) – Posterior a la falla (Final del ensayo).



Fuente: Propia

La **Figura 2-43** muestra la curva *esfuerzo – deformación* obtenida para este ensamble granular. La gráfica presenta una tendencia incremental no lineal a medida que se generaba mayor deformación; esta curva puede dividirse en tres zonas: la primera zona corresponde con un incremento rápido de la tasa de crecimiento de la curva, con una tendencia lineal que se desarrolla hasta una deformación unitaria de 2.7% y un esfuerzo aplicado de 113 kPa, el cual corresponde con el proceso de acomodación de los especímenes de prueba. Seguidamente se presenta un incremento casi exponencial de la curva hasta llegar a un esfuerzo aplicado de 310 kPa y una deformación unitaria del

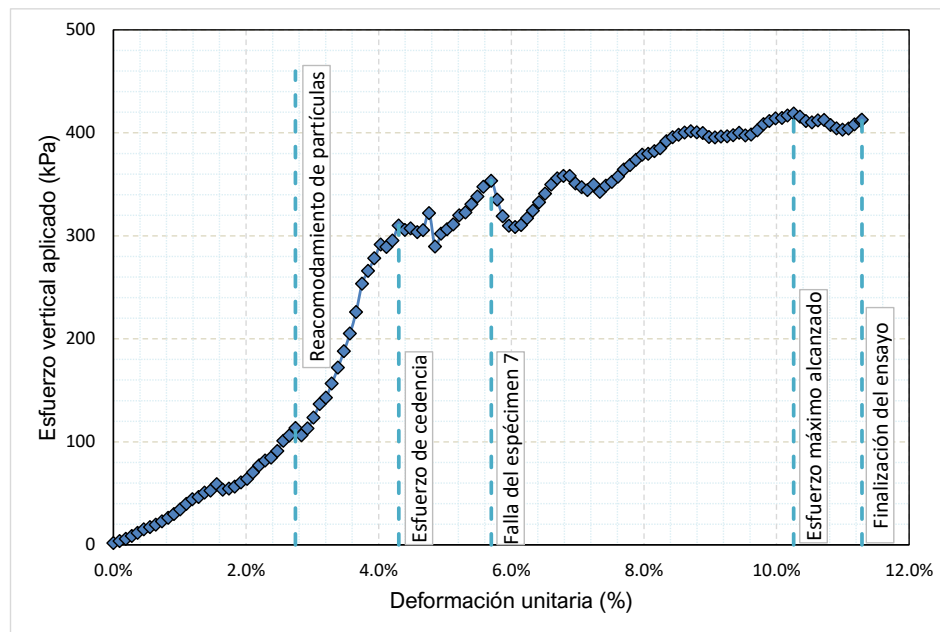
ensamble de 4.3%, momento en el cual se produce una caída abrupta en el esfuerzo, situación generada por la falla total que presentaron los especímenes 1 y 3 en el proceso de carga (ver **Figura 2-44**).; este esfuerzo corresponde con el esfuerzo de cedencia σ_y de este ensamble granular, en cuyo punto se presenta un importante cambio en la pendiente de la curva esfuerzo – deformación y se desarrollan grietas de tracción en los especímenes del ensamble granular. Desde este punto, se desarrolla la tercera zona de la curva, donde la pendiente de la curva disminuyó y se mantuvo relativamente constante a lo largo del ensayo, destacándose el pico y caída abrupta en el esfuerzo del ensamble ocurrido al alcanzar una deformación de 5.7% y un esfuerzo aplicado de 354 kPa, la cual se encuentra relacionada con la falla del espécimen 7 (ver **Figura 2-45**). El máximo esfuerzo que soportó este ensamble granular se presentó al alcanzar un nivel de deformación del 10.3%, con un esfuerzo asociado del 419 kPa. Llegado a este punto, los especímenes habían presentado diferentes grietas en el plano de análisis, con excepción del espécimen 2, el cual no exhibió ninguna rotura en la sección de análisis.

Para cada uno de los especímenes se determinó el esfuerzo externo aplicado en el cual se presentó la rotura inicial en el plano de análisis: el espécimen 1 presentó la rotura inicial en la sección de análisis cuando se alcanzó un esfuerzo aplicado externo de 157 kPa y el ensamble granular alcanzó una deformación del 3.3%. La rotura se generó en uno de los puntos de contacto con el espécimen 3 y se dirigió hacia la placa de transferencia en dirección vertical. Para el espécimen 3, el proceso de rotura inició cuando se alcanzó un esfuerzo externo aplicado del orden de 101 kPa y una deformación de 2.6%. El punto de inicio del proceso de rotura se generó en la zona de contacto con el espécimen 1 y se extendió hacia el contacto con el espécimen 5. El proceso de rotura para el espécimen 4 se produjo cuando se aplicó un esfuerzo externo de 307 kPa y se alcanzó una deformación del ensamble granular de 4.5%; la grieta se inició en el contacto con el espécimen 6 y se direccionó hacia el espécimen 2. Para el espécimen 5, el esfuerzo externo aplicado en el momento de la generación de la grieta fue de 226 kPa con una deformación asociada de 3.7%; la rotura de este espécimen correspondió con una falla local, situada en la zona de contacto con el espécimen 3. Los especímenes 6 y 7 presentaron la mayor resistencia dentro del conjunto de partículas, al presentarse la rotura en la sección de análisis en los esfuerzos de 206 kPa y 338 kPa respectivamente, con deformaciones asociadas del orden de 5.0% y 5.6% respectivamente. La grieta correspondiente con el espécimen 6 se originó

en la zona de contacto con el espécimen 4 y se extendió siguiendo la forma de un arco hacia el punto de contacto con el ensamble edométrico, mientras que para el espécimen 7, la falla fue focal y localizada en la zona de contacto igualmente con el espécimen 4, pero con menor longitud y afectación a la partícula.

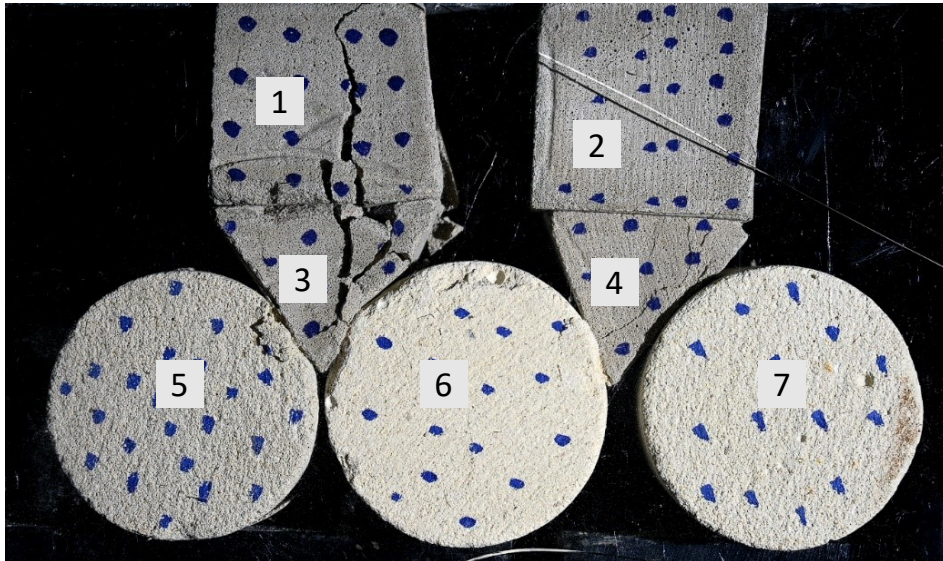
Estos esfuerzos son determinados a partir de la revisión en conjunto entre el registro de video de los ensayos y la curva esfuerzo – deformación para cada suceso relevante determinado.

Figura 2-43: Gráfica Esfuerzo vertical aplicado – deformación unitaria – E.G. Div. # 2.



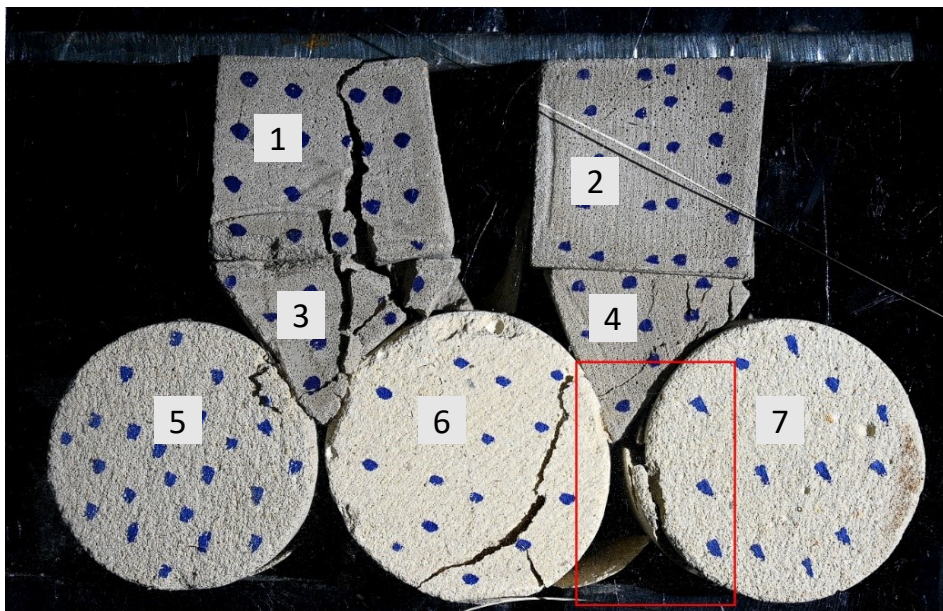
Fuente: Propia

Figura 2-44: Falla total de los especímenes 1 y 3 – E.G Div. # 2 para un nivel de deformación unitaria del 3.3%.



Fuente: Propia

Figura 2-45: Falla local en el espécimen 7– E.G Div. # 2 para un nivel de deformación unitaria del 5.7%.



Fuente: Propia

Los resultados obtenidos para este ensamble granular son mostrados en la **Tabla 2-16**. Como se mencionó anteriormente, el espécimen 2 no mostró el proceso de rotura en el plano de registro, por lo cual no fue posible evaluar las relaciones que existen entre los esfuerzos aplicados, el esfuerzo de cedencia del ensamble granular y los esfuerzos de tracción máximos que soportó esta probeta.

Los resultados del ensayo de carga indican que para este caso, el número de coordinación no se encuentra ligado a la resistencia de la partícula de una manera convencional (mayor número de coordinación se asocia con mayor resistencia dentro del ensamble), ya que las partículas que tuvieron una mayor cercanía al esfuerzo de cedencia del ensamble granular tenían un número de coordinación de 2, mientras que las partículas con un número de coordinación de 3 presentaron la misma respuesta en esta relación a un espécimen de número de coordinación de 2, indicando que el comportamiento fue controlado por las áreas y tipo de contacto entre las partículas, así como por la ubicación dentro del ensamble granular. Se observó que, en la generación de las cadenas de fuerza, los especímenes iniciales desde los cuales inicia el proceso de transferencia de carga condicionan la respuesta de las partículas siguientes, ya que al poseer una mayor área de contacto disminuyen el esfuerzo transmitido a los componentes restantes del ensamble granular. Un aspecto interesante resulta en el hecho en el cual las partículas circulares exhibieron la menor relación con respecto al esfuerzo de tracción determinado para una partícula individual pero se acercaron mucho más al esfuerzo de cedencia del ensamble que las otras formas., situación contraria con las formas cuadradas del conjunto, en la cual el esfuerzo de rotura dentro del ensamble se acercó bastante a la resistencia a la tracción de este tipo de formas, pero únicamente llegó al 51% del esfuerzo de cedencia del ensamble granular. Las formas triangulares, para este caso, presentan un comportamiento errático, ya que, aunque se ubicaron en el mismo punto, visto desde un eje simétrico, el espécimen 3 presentó una menor resistencia comparada con el espécimen 4, el cual superó la resistencia a la tracción de esta forma en un 27% y alcanzó el 99% del esfuerzo de cedencia del ensamble, mientras que el espécimen 3 soportó un 42% de la resistencia a la tracción determinada para esta forma y únicamente llegó al 33% del esfuerzo de cedencia de este ensamble granular.

Tabla 2-16: Resultados de ensayo de compresión edométrica - E.G. Div. # 2

| ID espécimen | Numero de coordinación | Esfuerzo externo aplicado en el ensamble hasta la rotura de la partícula (kPa) | Esfuerzo externo hasta la rotura de la partícula / Resistencia a la tracción de la partícula (%) | Esfuerzo externo hasta la rotura de la partícula /esfuerzo de cedencia del ensamble (%) |
|---------------------|-------------------------------|---|---|--|
| 1 | 1 | 157 | 86% | 51% |
| 2 | 1 | s.r ¹¹ | s.r | s.r |
| 3 | 3 | 101 | 42% | 33% |
| 4 | 3 | 307 | 127% | 99% |
| 5 | 2 | 226 | 38% | 73% |
| 6 | 2 | 306 | 52% | 99% |
| 7 | 2 | 338 | 57% | 109% |

Fuente: Propia

¹¹ s.r: Sin resultados.

2.4.7 Análisis de resultados

Se realizaron diferentes ensayos de compresión edométrica, en los cuales se variaron la forma de las partículas que conformaron los ensambles granulares ensayados y presentados en el numeral 2.3.

Los resultados de todos los ensayos presentaron varios comportamientos similares, de acuerdo con los hallazgos que se encontraron para cada una de las pruebas, a continuación, se enumeran algunos hallazgos:

1. Los especímenes circulares presentaron fallas en el plano de análisis dentro de los ensambles granulares en esfuerzos externos aplicados menores a la resistencia a la tracción determinada para esta forma de manera individual (ver **Tabla 2-6** y **Tabla 2-8**); inicialmente se planteó la posibilidad de que fuera debido a la velocidad de carga del ensamble granular, pero esto fue descartado al emplear una velocidad de comparación con resultados similares. En cuanto a la velocidad de carga del ensamble, es posible inferir que ésta afecta el proceso de acomodación del conjunto granular; empleando una velocidad menor el cambio espacial de sus granos no es tan abrupto, permitiendo desarrollar una curva esfuerzo- deformación más “estable”, en la cual no se presentan variaciones en la pendiente de la gráfica (ver **Figura 2-13**); con respecto a una mayor velocidad, en la cual la curva presenta los procesos de rotura de manera explícita al presentarse picos de resistencia seguidos de caídas de esfuerzo aplicado (ver **Figura 2-19**). Los resultados también muestran que la resistencia de los especímenes fue superada aproximadamente al mismo nivel de esfuerzos externos aplicados, lo que es un indicador de una condición de esfuerzos uniforme dentro del ensamble granular. Con respecto al efecto del número de coordinación de las partículas y su relación con el esfuerzo máximo que generó la rotura, los resultados demuestran, de manera general, que existe una relación directamente proporcional entre este parámetro y la resistencia “adquirida” por ser parte de un ensamble granular, aunque no se considera regla general debido a algunos resultados obtenidos. Los especímenes circulares presentan generalmente un modo de rotura de *división* de la partícula, pero esto se encuentra en función del tipo de contacto que se presenta: si el contacto es puntual,

donde el área de contacto entre partículas es mínima y se encuentra alineado con la dirección de la carga, la falla inicia en la zona de contacto entre ellas y se dirige hacia otro contacto o la zona de transmisión de esfuerzos. Si el contacto es lateral o tangencial, donde el área de contacto también es mínima, pero no se encuentra alineado con la dirección de la carga, la falla encontrada corresponde con una falla de tipo de *conminución*, siendo fallas generadas dentro de la zona de contacto con otro espécimen pero que no son direccionadas hacia otro sujeto del conjunto y se limitan dentro de la partícula.

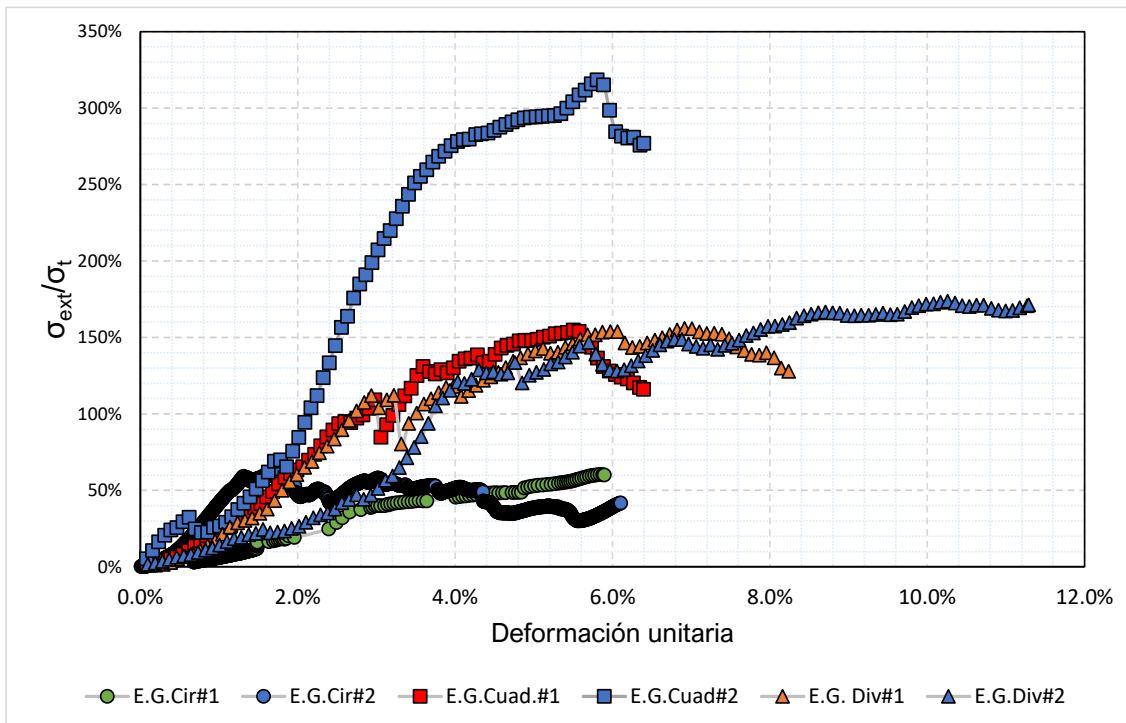
2. Los resultados de los ensayos de especímenes cuadrados indican que estas partículas presentan mayoritariamente fallas del tipo *división*, las cuales se desarrollan desde una zona de concentración de esfuerzos, en los diferentes contactos existentes entre las partículas y se direccionan hacia el extremo de la partícula (ver **Figura 2-24** y **Figura 2-30**). Para esta forma, se determinó que su incorporación en un ensamble granular permite alcanzar una mayor relación entre el esfuerzo que generaba la rotura de la partícula y el esfuerzo de cedencia determinado para los ensambles granulares, así como una mayor relación entre el esfuerzo que generaba la rotura de la partícula y la resistencia a la tracción determinada para este tipo de espécimen. Se comprobó que efectivamente un mayor número de coordinación de la partícula aumenta la relación existente la resistencia de la partícula y el esfuerzo de cedencia del ensamble granular, presentado una tendencia directamente proporcional entre el número de contactos que presenta cada grano y el esfuerzo aplicado que lo llevó a la fractura. Un aspecto importante para considerar en los análisis corresponde con la diferenciación existente entre un contacto y un "*contacto efectivo*", definido en este trabajo, el cual corresponde con el contacto entre partículas que logren transmitir las cadenas de fuerza, las cuales se encuentran en función de la dirección de aplicación de la carga externa, así como con el tipo de ensayo y los esfuerzos que se estén aplicando. Para los casos analizados, éstos corresponden con los contactos en los planos horizontales o inclinados, por lo tanto, los planos de contacto verticales no corresponden con esta definición.

3. El comportamiento mecánico de los triángulos dentro de los ensambles fue analizado a partir de los resultados de los sujetos con esta forma. Se infiere que su respuesta se encuentra condicionada de acuerdo con la posición que la partícula tenga dentro del arreglo y el tipo de contacto que se genere con las partículas adyacentes, ya sea parcial, definiéndolo como un contacto lateral, o total en el caso que una de sus caras se encuentre completamente apoyada sobre una cara de otra partícula. De manera general, los especímenes de prueba que se adicionaron a los ensambles granulares presentaron una mejor respuesta mecánica, en función de la resistencia a la tracción exhibida, inclusive llegando a niveles de esfuerzo de cedencia del conjunto. La generación de la grieta de rotura no presenta una tendencia clara de formación, ya que se presentaron desde distintos puntos de inicio, tanto en contacto con partículas cuadradas o circulares, como en, aproximadamente, el centro de la partícula.

Al normalizar el esfuerzo externo aplicado σ_{ext} de los ensambles granulares con respecto a la resistencia a la tracción de la forma particular σ_t , se obtuvo la **Figura 2-46**, la cual permitió analizar la respuesta de los ensambles granulares frente a las solicitaciones externas. Como se observa, las formas circulares presentaron el peor desempeño de las pruebas, ya que presentaron los menores valores de relación entre los esfuerzos externos de rotura y la resistencia a la tracción determinada para dicha y la falla en los niveles más bajos de deformación de las pruebas. Las formas cuadradas presentaron dos respuestas mecánicas diferentes, aunque con una deformación de falla similar, ligeramente superior al 6.0%. Es posible inferir que el empaquetamiento del ensamble granular influye de manera importante en la resistencia “adquirida” de las partículas, ya que el ensamble con la menor relación de vacíos superó la resistencia a la tracción de la forma en un 300%, mientras que el ensamble “suelto” alcanzó únicamente el 150% de dicha resistencia. Esto también es debido a las áreas de contacto y transmisión de esfuerzos que se producen en este tipo de formas, ya que, al ser mayor en estas formas, la generación y distribución de esfuerzos es menor con respecto, por ejemplo, a las partículas circulares donde la transmisión de la carga se realiza de forma puntual. Finalmente, para los ensambles granulares de formas diversas, los cuales se normalizaron a partir de la resistencia a la tracción determinada para las formas triangulares, se observa que, aunque no se obtuvo tanta “resistencia adquirida” en comparación de las formas cuadradas, los niveles de

deformación que llevaron a la falla a estos conjuntos superaron el 8.0% y se llegó incluso al 12%. Esto puede deberse a los diferentes contactos que se presentaron en los ensambles, ya que el primer ensamble de formas diversas tenía un menor número de contactos directos entre sus partículas con respecto al segundo ensamble granular. Otro aspecto interesante corresponde con la influencia del empaquetamiento en los ensambles granulares y las áreas de contacto existentes entre partículas; el ensamble de formas cuadradas # 1 y los ensambles de formas diversas presentaron relaciones de vacíos similares, lo que ocasionó curvas esfuerzo-deformación que mostraron una tendencia similar en cuanto a pendientes y trayectorias, aunque con niveles de deformación en la falla diferentes, correspondiendo con la manera de transmisión de esfuerzos entre partículas, ya que se tiene una mayor área de contacto y por lo tanto, un menor esfuerzo aplicado sobre los especímenes.

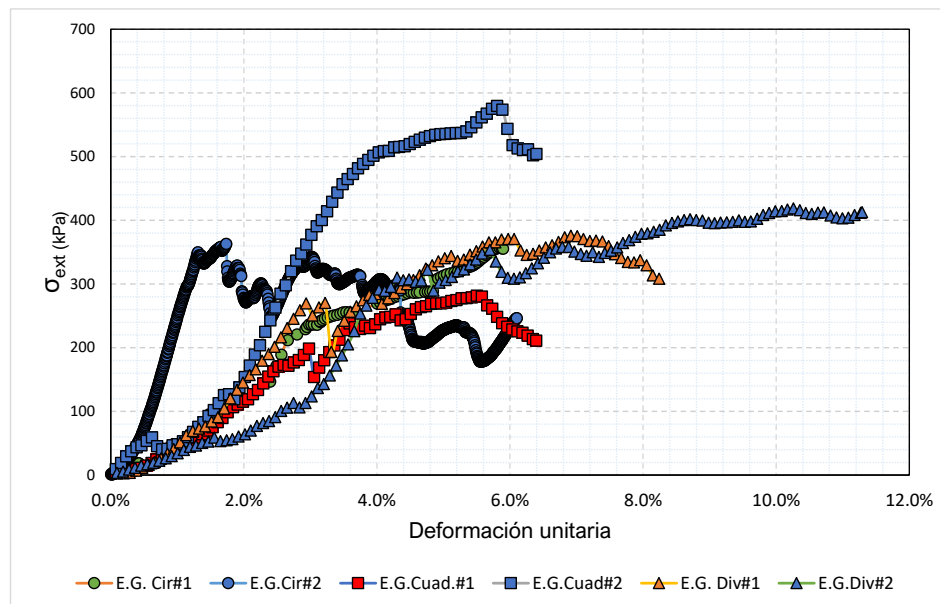
Figura 2-46: Normalización del esfuerzo externo aplicado σ_{ext} para los ensambles granulares



Fuente: Propia

Al analizar las curvas esfuerzo - deformación con sus valores absolutos, mostradas en la **Figura 2-47**, se ratifica lo expuesto anteriormente en cuanto a que el ensamble granular denso compuesto por formas cuadradas presenta una mayor resistencia debido al empaquetamiento del conjunto de especímenes, una mayor área de contacto entre partículas y una mejor distribución de las cadenas de fuerza generadas. Se observa que, a manera general, los ensambles granulares presentan un comportamiento esfuerzo – deformación muy similar en el rango de deformaciones menores a 1.8%, correspondiente con procesos de acomodamiento de los ensambles granulares, el cual es un punto aproximado donde cada curva toma su pendiente característica; esto puede deberse a condiciones propias del material o tipo de ensayo, análisis que sobrepasan el alcance de este documento. En términos absolutos de resistencia, y dejando de lado el ensamble granular de formas cuadradas densas, se observa que los ensambles de formas diversas presentan un comportamiento bastante similar entre ellos, así como con el ensamble de formas circulares cargado a baja velocidad, aunque con una ventaja con respecto a los niveles de deformación que lograron alcanzar, ya que el ensamble de formas circulares únicamente llegó hasta el 6.0% de deformación antes de la falla total.

Figura 2-47: Curvas esfuerzo – deformación desarrolladas para los ensambles granulares realizados.



Fuente: Propia

Los resultados obtenidos permiten dar las siguientes recomendaciones:

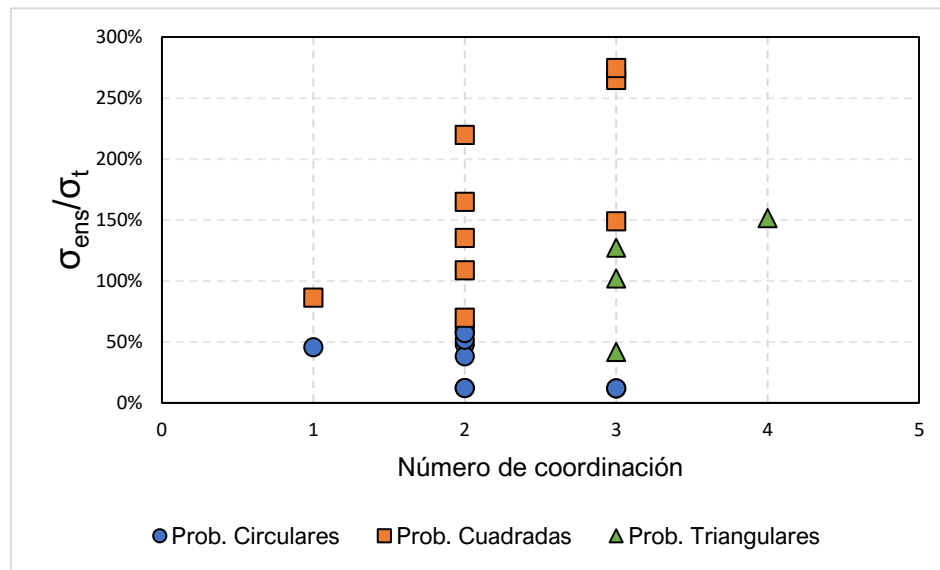
1. No se recomienda el empleo de formas circulares, redondeadas o subredondeadas en las diferentes aplicaciones geotécnicas donde se requiera el acopio de material, ya que éstos presentaron el menor comportamiento mecánico de las pruebas realizadas, resistiendo menores valores que la resistencia a la tracción determinada y fallando a los menores niveles de deformación con respecto a los demás ensambles.
2. Se confirma que entre mayor sea el empaquetamiento de un ensamble granular, mayor será su capacidad de carga y de obtener “resistencia adquirida” en sus componentes. Si se busca resistencia dentro de un ensamble granular, se recomienda disminuir la relación de vacíos al máximo posible.
3. La respuesta del ensamble granular se encuentra gobernado tanto por la relación de vacíos inicial como por la forma de los sujetos y sus contactos. La diversificación de formas es recomendada en conjuntos donde cobre mayor importancia un amplio rango de deformaciones para niveles de servicio, en comparación a la resistencia del conjunto. Esto se debe determinar en función de las necesidades propias del ensamble granular.

Los resultados de la relación entre el esfuerzo externo de rotura para cada partícula en el ensamble, σ_{ens} y la resistencia a la tracción de la partícula σ_t , y el esfuerzo de cedencia del ensamble granular σ_y se presentan en la **Figura 2-48** y **Figura 2-49** respectivamente.

La **Figura 2-48** muestra que las partículas circulares soportaron menores esfuerzos externos de rotura con respecto a la resistencia a la tracción encontrada para esta forma. Este comportamiento fue indiferente del número de coordinación que presentaba cada partícula. Por otro lado, las partículas cuadradas y triangulares presentaron un comportamiento acorde con lo reportado en la literatura, en donde el número de coordinación y la resistencia a la tracción de las partículas presentan un comportamiento directamente proporcional entre ambas variables, ya que al incrementar el número de coordinación, la relación entre el esfuerzo de rotura de la partícula y la resistencia a la tracción de dicha forma aumenta. Aunque hubo casos donde esto no se cumplió, las posibles razones fueron dadas en los numerales anteriores. Para los ensambles granulares analizados, el esfuerzo de cedencia ocurrió al alcanzar niveles de deformación

en el rango de 1.0% a 4.0% aproximadamente para ensambles con la misma forma en sus componentes, mientras que, para los arreglos con formas diversas, los niveles de deformación requeridos para llegar al esfuerzo de cedencia son ligeramente mayores y con una menor dispersión, con valores cercanos al 4.0%, lo que se encuentra relacionado con el número de coordinación y las áreas de contacto. Esto puede explicarse por la facilidad del ensamble al reacomodamiento de las partículas y posterior reajuste en la transmisión de cargas a los demás granos del conjunto. La diversificación de formas permite que se alcancen mayores niveles de deformación sin que el ensamble granular alcance su esfuerzo de cedencia.

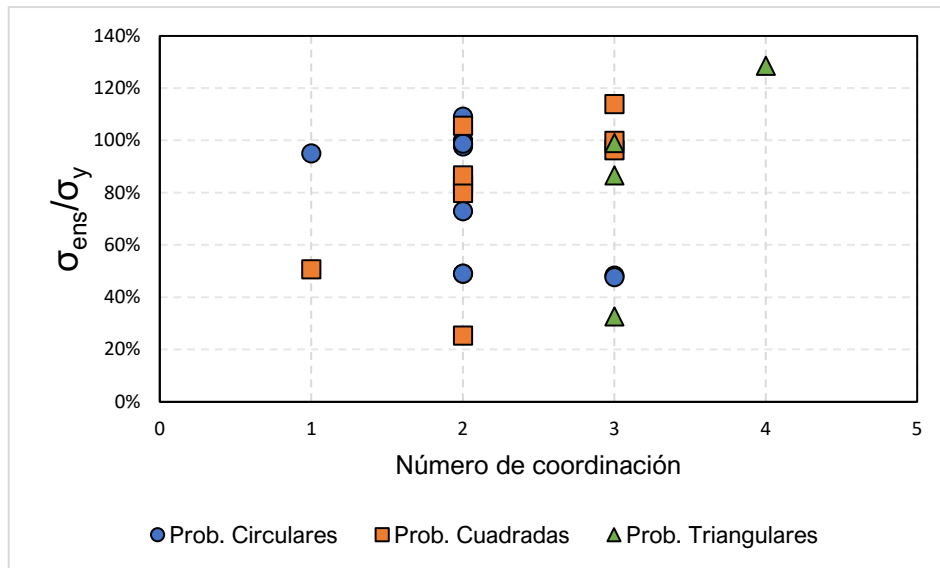
Figura 2-48: Relación entre esfuerzo de rotura en el ensamble σ_{ens} y esfuerzo de tracción σ_t para diferentes números de coordinación



Fuente: Propia

Una característica que se presentó en todos los ensambles granulares se relaciona con la presencia de una probeta que soportó un esfuerzo cercano al esfuerzo de cedencia del ensamble granular, indicando que la resistencia del conjunto se encuentra fuertemente controlada por esta partícula principalmente. La **Figura 2-49** muestra que la máxima relación determinada corresponde con el mayor número de coordinación que presentó la forma analizada. El dato de la forma circular con número de coordinación de 3 corresponde con el ensamble granular donde sus componentes fallaron aproximadamente con el mismo esfuerzo, explicado en el numeral 2.4.1.

Figura 2-49: Relación entre esfuerzo de rotura en el ensamble σ_{ens} y esfuerzo de cedencia σ_y para diferentes números de coordinación



Fuente: Propia

2.5 Mecanismos de rotura identificados

En este numeral se realiza el análisis de los mecanismos de rotura que se generaron en los diferentes procesos de carga a los ensambles granulares presentados en el numeral 2.3. Se identificaron las relaciones existentes entre los mecanismos de rotura y el esfuerzo de cedencia para cada ensamble granular, de acuerdo con los resultados obtenidos en el numeral 2.4 .

Los mecanismos de rotura identificados se separaron en dos categorías: *división* y *conminución*, de acuerdo con lo expuesto en el numeral 1.2.2. A continuación, se hace una breve explicación de cada modo de rotura:

1. Rotura por conminución: Hace referencia a la rotura local de las partículas por abrasión o corte, en la cual una parte de la partícula se separa del cuerpo principal y el grano tiende a redondearse.
2. Rotura por división: Hace referencia a una falla total de la partícula en la cual ésta se divide en dos partes, aproximadamente con volúmenes iguales o volúmenes de proporciones considerables respecto al volumen inicial de la partícula o espécimen. Esta falla se asocia a esfuerzos de tracción.

Es posible que las partículas presenten tanto uno como ambos modos de rotura, de acuerdo con las condiciones de contactos y esfuerzos aplicados en el ensamble granular. Los análisis se realizaron a partir de los registros de video tomados para cada proceso de carga, las curvas esfuerzo – deformación de cada ensamble y los registros fotográficos de las muestras en un estado *post-ensayo*.

2.5.1 Ensamblajes granulares con sujetos circulares

Los resultados de los ensayos realizados en los ensambles granulares conformados por sujetos o especímenes circulares se presentan en la **Figura 2-50**. Las grietas que se presentan corresponden, de manera mayoritaria, con roturas del tipo *división*, las cuales fueron generadas por la transmisión de cargas entre las probetas. Este modo de rotura se presentó en el plano de análisis y, además al revisar los especímenes después de finalizado el ensayo, las grietas se propagaron lo largo de las probetas de prueba, confirmando el tipo de rotura presentado (ver **Figura 2-51**). Este tipo de rotura se presentó

en ambos ensayos realizados y, además, se identificó que los especímenes que no presentaron falla en el plano de análisis, en efecto fallaron en el ensayo, pero la rotura no correspondió con un esfuerzo de tracción a lo largo del eje longitudinal de las probetas, sino que se localizó en el eje transversal de los especímenes, a lo largo de una zona de debilidad. La falla podría corresponder con un esfuerzo de flexión en las probetas, generado en el momento en que la partícula de apoyo falle, este soporte se pierde. Se encontraron probetas que presentaban en conjunto fallas por tracción y por flexión dentro del ensamble granular.

También se identifican partículas cuyo modo de rotura corresponden con *conminución*, aunque este tipo de rotura se presentó únicamente en algunos de los especímenes correspondientes al primer ensamble de formas circulares, por lo tanto, únicamente se analizó este ensayo.

Figura 2-50: Resultados de ensayos de compresión edométrica para sujetos circulares. Izq.: E.G. Cir. # 1 – Der: E.G. Cir. # 2



Fuente: Propia

Figura 2-51: Estado de probetas circulares después del ensayo



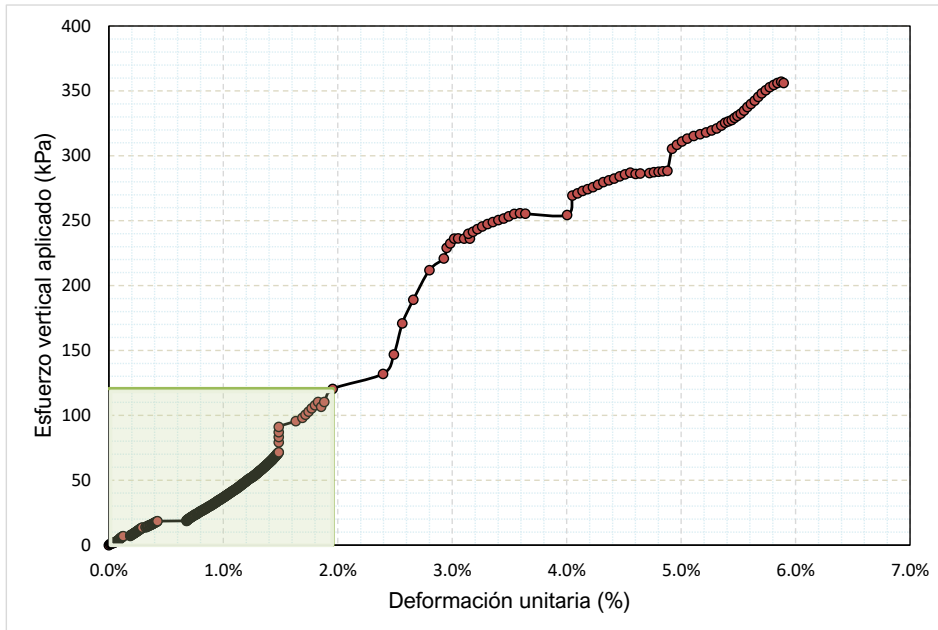
Fuente: Propia

Una vez determinado el esfuerzo de cedencia del ensamble granular de probetas circulares # 1, estimado en 147 kPa a un nivel de deformación del 2.49%, fue posible determinar los porcentajes de este esfuerzo que generan rotura de tipo conminución o de tipo división. De acuerdo con la revisión de los registros de video y su correspondencia con la curva esfuerzo – deformación del ensamble, además de los resultados presentados en el numeral 2.4.1, las fracturas de tipo conminución se presentaron hasta alcanzar un 81.6% del esfuerzo de cedencia, correspondiente con un esfuerzo del orden de 120 kPa, en un nivel de deformación del ensamble granular del 1.88%, y a partir de este umbral, las roturas en los especímenes correspondieron con grietas correspondientes con el modo de rotura de división. Aunque es un resultado ligeramente diferente a lo reportado por Nakata et al. (2001) y Tapias Camacho (2016), donde sus resultados indican que la rotura por conminución se desarrolla hasta alcanzar el esfuerzo de cedencia, es posible que los resultados diverjan en algún grado debido a las formas de las partículas ensayadas y la velocidad de carga.

Las fallas de rotura de tipo división generadas no corresponden precisamente con una rotura por la mitad del espécimen, sino que está condicionada por el número y tipo de contacto existente; algunas probetas desarrollaron múltiples fallas, dividiendo el espécimen en 3 o más partes, lo que indica que puede haber mecanismos de rotura compuestos, los cuales deben ser investigados con mayor profundidad.

La zona resaltada en color verde en la **Figura 2-52** muestra los niveles de deformación en los cuales se desarrollan fracturas de tipo conminución para este ensamble granular. Se recomienda realizar ensayos edométricos adicionales que permitan validar los resultados obtenidos.

Figura 2-52: Zona de esfuerzos donde se genera rotura tipo *conminución*



Fuente: Propia

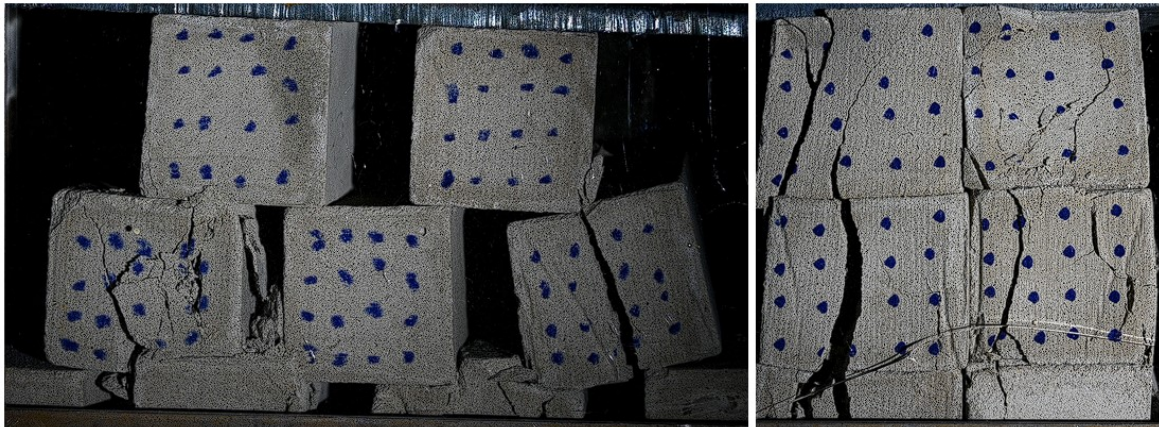
2.5.2 Ensamblados granulares con sujetos cuadrados

Los resultados de los ensayos realizados en los ensambles granulares conformados por sujetos cuadrados se presentan en la **Figura 2-53**. El tipo de rotura que prevaleció para esta forma corresponde con el modo *división*, donde la direccionalidad de la rotura fue predominantemente vertical. Para algunas probetas de ensayo, el modo de rotura presentó no una sino dos grietas de separación, mientras que otras presentaron inicialmente falla por conminución y posteriormente se generaron las grietas a tracción. Otro aspecto relevante del análisis de la rotura que sufrieron los especímenes es la persistencia de la rotura a profundidad; los resultados en el plano de análisis indican que se generaron principalmente grietas de tracción, pero al examinar los especímenes en un estado *post-ensayo*, es posible afirmar que la rotura es un proceso complejo que no obedece

Análisis de la rotura de gravas usando la técnica de análisis de imágenes DPIV141
teniendo en cuenta los efectos de forma

únicamente a un tipo o al otro, tal como es mostrado en la **Figura 2-54**, donde se observa que las probetas presentan rotura tanto de división como de conminución, indicando que se presentan efectos tridimensionales en los procesos de carga. Su análisis no es cubierto por el alcance de esta investigación.

Figura 2-53: Resultados de ensayos de compresión edométrica para sujetos circulares. Izq.: E.G. Cuad. #1– Der: E.G. Cuad. #2



Fuente: Propia

Figura 2-54: Estado de probetas cuadradas después del ensayo



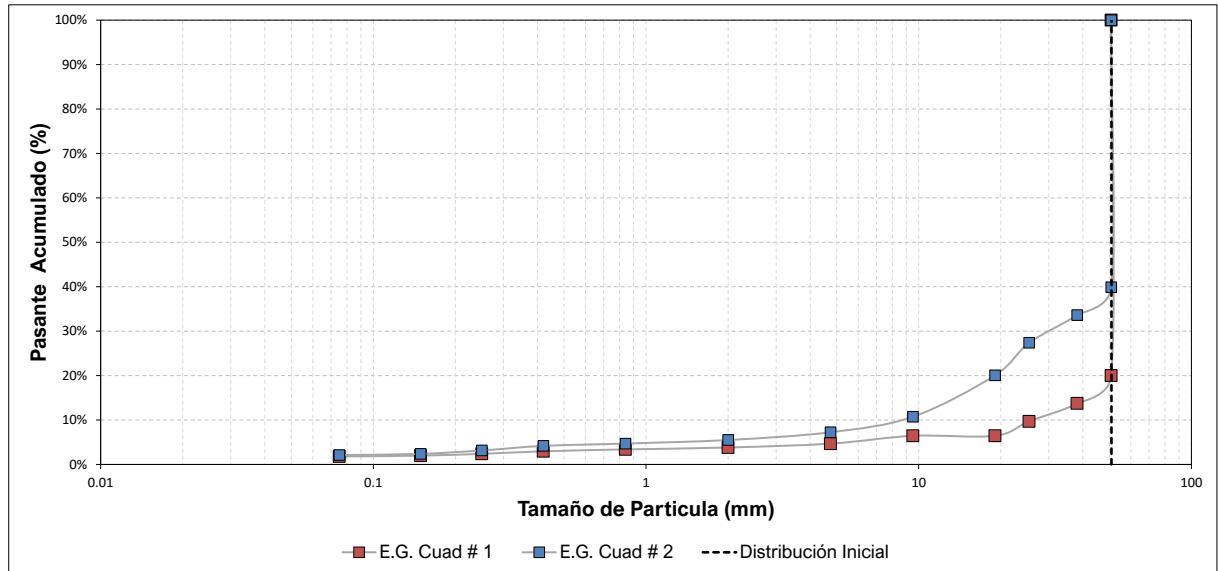
Fuente: Propia

Tomando como valor base los esfuerzos de cedencia de los ensambles granulares de formas cuadradas, las curvas esfuerzo -deformación correspondientes y su articulación con los registros de video, se establecieron los porcentajes de esfuerzo que generaron roturas de conminución y roturas de división. Para el primer y segundo ensamble granular con probetas cuadradas se determinaron los esfuerzos de cedencia correspondientes en 238 kPa y 501 kPa, respectivamente. Para el primer ensamble, la generación de rotura de tipo conminución se desarrolló hasta el 100% del esfuerzo de cedencia con un nivel de deformación del 3.6%, el cual fue el punto donde se generó la falla del espécimen que soportaba la probeta de prueba # 5 y casi de manera simultánea se generó una falla de tracción en el espécimen # 3; para el segundo ensamble granular se estableció que el porcentaje del esfuerzo de cedencia límite donde se generaban roturas de tracción correspondió con un 95% y un nivel de deformación del ensamble granular del 4.0%, correspondiendo con generación de grietas de conminución en el espécimen 4 y posteriormente la aparición de una grieta de tracción en el espécimen 3. Los resultados son similares a lo reportado por Nakata et al. (2001) y Tapias Camacho (2016).

Se realizaron ensayos granulométricos en estado *post-ensayo*, con el objetivo de cuantificar la generación de nuevas partículas en los ensambles granulares. Los resultados de estas pruebas de laboratorio que presenten una tendencia a “materiales pobremente gradados” se relacionan con la predominancia de roturas por tracción, donde las partículas varían teóricamente a una fracción entre $1/3$ y $1/2$ de su dimensión inicial; por otro lado, los resultados del ensayo donde se presente una tendencia a “materiales bien gradados” corresponden con ensayos donde prevalecieron las roturas tipo conminución, ya que estas pueden presentarse dividiendo las partículas en diferentes formas y tamaños. Los resultados de las pruebas granulométricas realizadas para esta forma se presentan en la **Figura 2-55**. Las curvas presentan, de manera general, el mismo comportamiento, en donde predominan los tamaños tipo *grava*, que superan el 90% del material, característicos de procesos de rotura tipo *división*. Para los ensambles granulares de formas cuadradas ensayados, se observa que el ensamble de sujetos cuadrados #1, el cual presentaba una menor relación de vacíos que el ensamble de sujetos cuadrados #2, generó una mayor distribución de tamaños de nuevos fragmentos, indicando que el proceso de rotura fue mayor. Aunque ambos ensambles granulares presentaron mayoritariamente fallas por división, las partículas del ensamble de sujetos cuadrados #1 tenían una menor superficie

de contacto y las grietas por conminución se desarrollaron hasta alcanzar el esfuerzo de cedencia del ensamble, mientras que la rotura por conminución del ensamble granular denso de formas cuadradas llegó hasta un 95% del esfuerzo de cedencia, explicando la ligera variación en las curvas granulométricas.

Figura 2-55: Curvas granulométricas estado *post-ensayo* – especímenes cuadrados

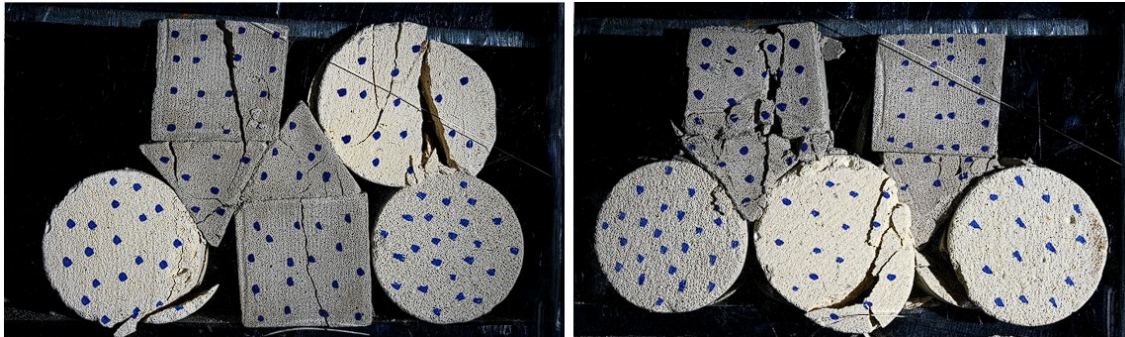


Fuente: Propia

2.5.3 Ensamblajes granulares con sujetos de formas diversas

Los resultados de los ensayos realizados en los ensambles granulares conformados por formas diversas se presentan en la **Figura 2-56**. En estos ensambles se aprecia una distribución heterogénea de las roturas, donde ni el modo de conminución o de división se encuentra asociado a una u otra forma. De acuerdo con los registros obtenidos en un estado *post-ensayo*, y que son mostrados en la **Figura 2-57**, los cuales muestran la propagación de las grietas en profundidad, las partículas fallaron en procesos complejos, generándose roturas tanto por conminución, división e incluso fallas por flexión, como consecuencia de la falla de las probetas de soporte.

Figura 2-56: Resultados de ensayos de compresión edométrica para sujetos circulares. Izq.: E.G. Div. #1– Der: E.G. Div. #2



Fuente: Propia

Figura 2-57: Estado de probetas de formas diversas después del ensayo



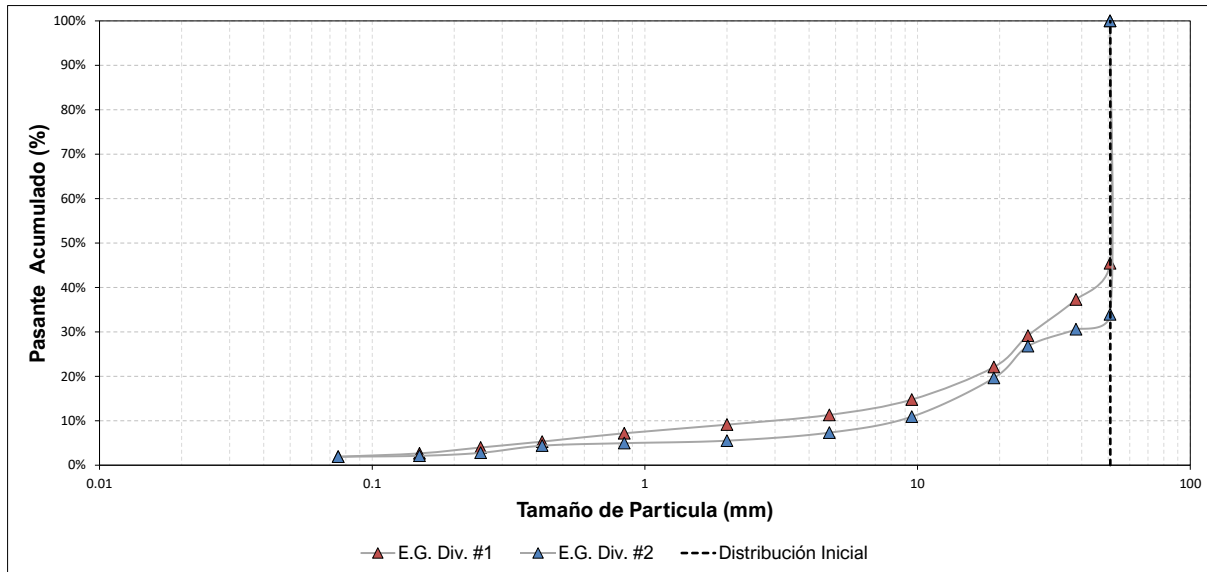
Fuente: Propia

A partir de los esfuerzos de cedencia de los ensambles granulares, determinados en el numeral 2.4.5 y numeral 2.4.6 para el ensamble granular con formas diversas 1 y formas diversas 2, respectivamente, la articulación de los registros de video de las pruebas de carga y el análisis de las curvas esfuerzo – deformación, fue posible determinar el rango de esfuerzos externos que generaron la rotura de los especímenes por conminución y por modo de división.

Para el primer ensamble, se determinó un esfuerzo de cedencia de 284 kPa, y a partir del análisis de los procesos de rotura se determinó que las grietas por conminución se desarrollaron hasta alcanzar un 100% del esfuerzo de cedencia, con un nivel de deformación del 3.9%. Para el segundo ensamble granular con formas diversas, se determinó un esfuerzo de cedencia de 310 kPa, mientras que la relación entre el esfuerzo externo aplicado en el cual ya no se generaron roturas por conminución y el esfuerzo de cedencia fue igualmente del 100% del esfuerzo de cedencia con una deformación asociada del 4.3%. Los resultados son similares a lo reportado por Nakata et al. (2001) y Tapias Camacho (2016). Es importante señalar que, para estos ensambles, también se presentaron grietas de división en el lapso ocurrido hasta llegar al esfuerzo de cedencia.

Se realizaron ensayos granulométricos en estado *post-ensayo*, con el objetivo de cuantificar la generación de nuevas partículas en los ensambles granulares. Los resultados para estos que presenten una tendencia a “materiales pobremente gradados” se relacionan con la predominancia de roturas por tracción, donde las partículas varían teóricamente a una fracción entre $1/3$ y $1/2$ de su dimensión inicial; por otro lado, los resultados del ensayo donde se presente una tendencia a “materiales bien gradados” corresponden con ensayos donde prevalecieron las roturas tipo conminución, ya que estas pueden presentarse dividiendo las partículas en diferentes formas y tamaños. Los resultados de las curvas granulométricas se presentan en la **Figura 2-58**. Las curvas presentan el mismo comportamiento, en donde predominan los tamaños tipo *grava*, que superan el 85% del material, característicos de procesos de rotura tipo *división*, aunque se cuenta con presencia de rotura tipo *conminución*. De acuerdo con la curva granulométrica, el ensamble granular de formas diversas #2 presentó una mayor generación de grietas por conminución, aunque la diferencia con respecto al ensamble granular de formas diversas #1 es mínima. Esto se debe a las características de los ensambles granulares, ya que compartían una velocidad de carga, relación de vacíos y disposición de especímenes similar, generando resultados similares en la generación de nuevas partículas para ambos ensambles.

Figura 2-58: Curvas granulométricas estado *post-ensayo* – especímenes de formas diversas



Fuente: Propia

2.5.4 Análisis de resultados

Se analizaron los modos de rotura de los diferentes ensayos realizados a los ensambles granulares presentados en numeral 2.3, a partir de los registros de video de cada prueba, el análisis de las curvas esfuerzo – deformación y los esfuerzos de cedencia determinados previamente. Se establecieron los porcentajes en los cuales se desarrollaron roturas de tipo *conminución*, referidas a aquellas grietas que “cortan” la partícula en sus bordes, generando nuevas partículas de menor tamaño y redondeando la partícula original. A partir de este umbral, se originaron grietas de tracción, las cuales dividen la partícula aproximadamente a la mitad (Tapias Camacho, 2016).

Para los ensambles granulares conformados por sujetos circulares, se obtuvo que las grietas por *conminución* se desarrollaron hasta alcanzar el 81.6% del esfuerzo de cedencia, con algunas fallas por flexión debido a la rotura de las probetas de soporte. Este tipo de rotura se presentó en esta forma debido a la disposición que tenían los ensambles granulares, donde los contactos entre partícula y partícula generaban una fuerza puntual que inicialmente generaba la grieta en el contacto y se propagaba hacia otro contacto o el

punto de aplicación de la fuerza. Aunque se esperaba que las grietas por división fracturaran los especímenes por la mitad, los resultados obtenidos mostraron que las grietas por tracción pueden presentarse en más de una ocasión, dividiendo el espécimen en 3 o más fragmentos. Esto puede deberse a la distribución de cargas puntuales que se transmiten, una redistribución de esfuerzos una vez las partículas se cargan y toman las fuerzas, efectos tridimensionales en la generación y transmisión de esfuerzos o a defectos propios del material. Este resultado es ligeramente diferente a lo reportado por Nakata et al. (2001) y Tapias Camacho (2016), posiblemente debido a las formas de las partículas que se usaron (arenas subangulosas y cubos de azúcar, respectivamente) y consideraciones propias de los ensayos.

Los resultados obtenidos para las partículas cuadradas indican que las grietas por conminución se generaron hasta alcanzar el valor de 97%, en promedio, del esfuerzo de cedencia, con un nivel de deformación del 4.0%, aunque con una predominancia de las grietas por división. Cabe resaltar que los ensambles granulares tenían densidades diferentes, pero la distribución y generación de grietas por conminución fueron similares para ambos ensayos, indicando que la forma de la partícula condiciona, hasta cierto punto, el modo de rotura. Al analizar la persistencia de la rotura presentada en el plano de análisis inicial, se muestra que la rotura es un proceso complejo, en la cual ni las grietas por división o conminución afectaban la totalidad de las partículas.

Por último, para los ensambles granulares confirmados por sujetos de prueba de diferentes formas, los análisis de las imágenes muestran que ni el modo de conminución o de división adquirió mayor relevancia en el proceso de fractura, ya que, de acuerdo con los análisis de la propagación, las partículas fallaron en procesos complejos en los que intervinieron esfuerzos de tracción, de corte e incluso de flexión en algunos especímenes. Se determinó que la generación de grietas por conminución se presentó hasta alcanzar el 100% del esfuerzo de cedencia para los ensambles granulares de formas diversas 1 y 2, respectivamente, con un nivel de deformación promedio de 4.0%. Un aspecto interesante corresponde con la generación de grietas de tracción en el rango de esfuerzos donde se generaron grietas por conminución, indicando que los estados de esfuerzos de cada componente del ensamble son particulares, por lo cual el rango de esfuerzos de generación de grietas debería adoptarse para cada partícula, o al menos, para cada forma.

La distribución de esfuerzos que generaron rotura de tipo conminución encontrados para los ensambles granulares de pruebas cuadradas y de formas diversas corresponden con los resultados presentados por Nakata et al. (2001) y Tapias Camacho (2016), ya que a diferencia de los ensambles granulares con sujetos circulares, se testearon formas similares.

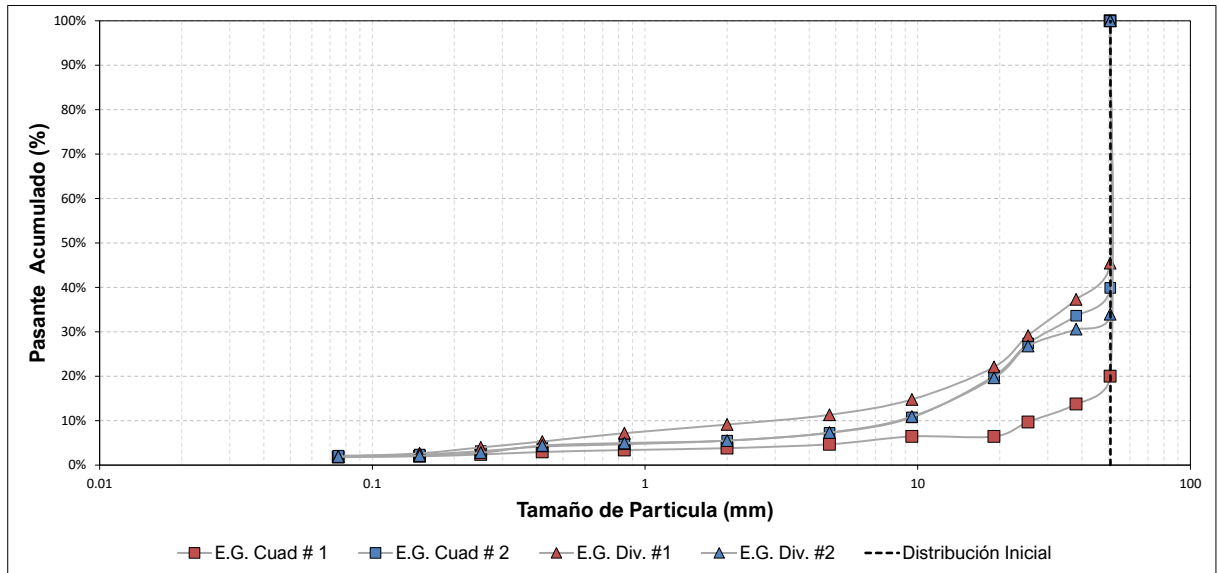
En los diferentes ensambles granulares se presentaron grietas por tracción que dividieron la partícula en varias secciones, lo cual es un indicador de que la generación de nuevas partículas no se detiene una vez se alcanza la rotura inicial de la partícula y que existe una redistribución de esfuerzos dentro del ensamble a medida que se van rompiendo sus componentes. La rotura inicial de la partícula condiciona la generación de material posteriormente; si la primera fractura corresponde con una grieta de tipo conminución, la partícula raíz seguirá cargada con el esfuerzo externo aplicado y posteriormente generará aún más partículas, mientras que, si la primera grieta corresponde a una fractura de división, la partícula generada no será cargada nuevamente y no generará nuevos tamaños dentro del arreglo.

La **Figura 2-59** muestra las curvas granulométricas obtenidas de las pruebas de carga realizadas a los ensambles granulares con sujetos cuadrados y de formas diversas. Se observa la predominancia de las grietas por división en las curvas, debido a que, al menos, el 70% del material se encontró en el tamaño generado al dividir la partícula en $1/2$ o $1/3$. Los ensambles granulares cuadrados presentaron una menor distribución de tamaños de material, indicativos de proceso de rotura por división; por otro lado, el ensamble granular con formas diversas 1 presentó una mayor cantidad de rotura por conminución con respecto a los otros conjuntos, posiblemente debido al arreglo realizado para este ensamble granular y al porcentaje del esfuerzo de cedencia del ensamble granular (100%) hasta donde se desarrollaron grietas por conminución, donde hubo una interacción entre los diferentes componentes del arreglo, mientras que para el ensamble granular de formas diversas 2, los contactos fueron más directos, entre las formas triangulares y formas cuadradas, y contactos laterales con las probetas circulares. Una particularidad correspondió con las curvas del ensamble granular de formas cuadradas # 2 y el ensamble granular de formas diversas 1, cuyo comportamiento fue prácticamente idéntico. Esta situación puede ser debido a que los contactos existentes entre ambos ensambles fueron

Análisis de la rotura de gravas usando la técnica de análisis de imágenes DPIV149
teniendo en cuenta los efectos de forma

muy similares, donde prevalecieron los contactos puntuales, así como una densidad del conjunto similar.

Figura 2-59: Curvas granulométricas obtenidas en estado *post-ensayos*.



Fuente: Propia

3. Análisis DPIV del comportamiento edométrico

Este capítulo se presentará la información concerniente al análisis de la rotura empleando la técnica de análisis de imágenes DPIV, en función de las formas y contactos, de acuerdo con los resultados obtenidos en el capítulo 2.

La obtención de las imágenes requeridas para la implementación de la Velocimetría de Partículas Digitales DPIV se realizó con base en los resultados expuestos por Támara Sáez (2022), donde se determinó que la descomposición de vídeos de alta resolución en sus fotogramas constituye un insumo de calidad para el análisis posterior. La investigación realizada por Támara Sáez (2022) se enmarcó en el proyecto de investigación “Estudio de la Rotura de Gravas usando la técnica de análisis de Imágenes DPIV”, realizado gracias a la convocatoria “Apoyo a Proyectos de Investigación y Creación Artística de la Sede Bogotá de la Universidad Nacional de Colombia – 2019”, en el cual también se encuentra este trabajo final de maestría, por lo cual las configuraciones necesarias de la cámara fotográfica, condiciones de iluminación, procedimientos de *post-proceso* y consideraciones finales fueron adoptadas para esta investigación.

3.1 Equipo digital empleado y características de grabación

Los ensayos realizados para los ensambles granulares presentados en el numeral 2.3 fueron grabados empleando una cámara digital *Nikon Z50*, cuyas características principales se presentan en la **Figura 3-1**. La cámara digital permite la toma continua de hasta 11 fotografías por segundo, durante un lapso de aproximadamente un minuto. Inicialmente se empleó este método de obtención de imágenes, pero rápidamente se descartó debido a que las imágenes adquiridas fueron insuficientes para registrar la

totalidad de los ensayos, tanto en duración como en registro. Como solución a este inconveniente, se optó por el uso de la descomposición de videos de alta calidad en los fotogramas de los videos tomados. Los videos tomados fueron grabados con una resolución de 3860 x 2160 pixeles, conocida como 4K, a 30 FPS (Cuadros por segundo, por su sigla en inglés, *frames per second*). Se empleó esta configuración ya que es la manera de obtener imágenes de la más alta calidad posible con este dispositivo. La principal ventaja del uso de videos de alta resolución consiste en que no hubo tiempo límites para los ensayos de rotura, permitiendo analizar de inicio a fin el proceso de fractura de los especímenes ensayados.

Figura 3-1: Características principales de cámara digital *Nikon Z50*

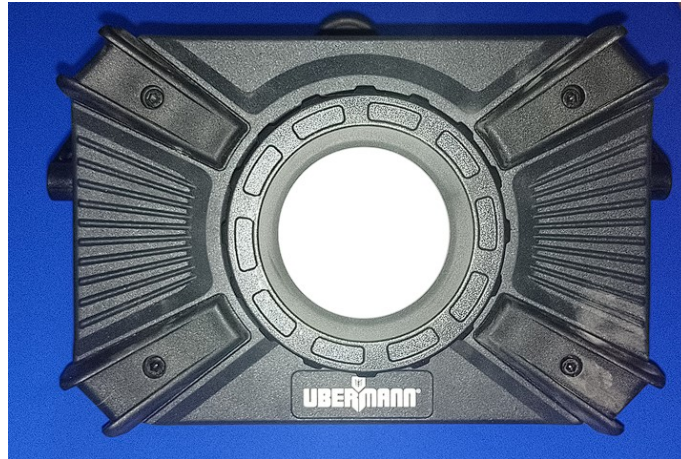
| Especificaciones NIKON Z50 | |
|-----------------------------------|--|
| Tamaño | 127 x 94 x 60 mm |
| Peso | 397 g |
| Sensor | APS-C (23.5 X 15,6 mm) |
| Megapíxeles | 21 megapíxeles |
| Tamaño máximo fotografía | 5568 x 3712 |
| Resolución destacada de grabación | 4K 30 fps - 1080 120 fps |
| Factor de recorte. | 1.5 |
| Objetivo incorporado | Para Full frame, 16 mm a 50 mm (16-50) |
| Modo Disparo continuo | 4, 6 y 11 fotografías por minuto |
| Valores ISO | Cámara: ISO 100 - 51200 Digital: Hasta 204800 |
| Velocidad de obturación | 1/4000 segundos |
| Conectividad | Bluetooth: Wifi: USB: HDMI tipo D |



Fuente: Támara Sáez (2022)

La iluminación se realizó empleando lámparas LED de alta luminosidad (ver **Figura 3-2**), las cuales alcanzan hasta los 1000 lúmenes, ubicadas de tal forma que la totalidad de las partículas fueran iluminadas adecuadamente. Teniendo en cuenta las recomendaciones brindadas por Baastiaans (1993) y Támara Sáez (2022), se buscó el menor ISO o sensibilidad a la luz, posible para reducir las posibles interferencias y ruido en las imágenes. Para este trabajo investigativo se empleó un ISO del orden de 1/200. Finalmente, para disminuir la manipulación de los equipos en el proceso de grabación, se hizo uso de disparador automático de la cámara y además se empleó un trípode convencional que permitió instalar el dispositivo en una posición fija, garantizando de esta manera que el plano de análisis no fuera alterado.

Figura 3-2: Lámpara LED de alta luminosidad



Fuente: Propia

La descomposición de los vídeos tomados se realizó empleando el software libre *Free Video to JPG Converter* (DIGITAL WAVE LTD, 2023), de acuerdo con las recomendaciones de Támara Sáez (2022), usando la metodología “Cada”, en el cual se determina cada cuantos fotogramas se hace la extracción de uno, dividiendo el vídeo en una cantidad determinada de *frames* escogida por el usuario. De esta manera, se evita la generación de imágenes excesiva que no aportan al análisis, pero si aumentan la carga computacional y, por lo tanto, el tiempo de procesamiento. Se empleó un factor de 10 para estos vídeos, lo cual se traduce en lo siguiente: cada 10 fotogramas, se recupera uno y éste es guardado, por lo cual el vídeo pasa de tener 30 FPS a tener 3 FPS, suficientes para los análisis PIV realizados (Ruiz Morales, 2014). Para la duración promedio de las pruebas, alrededor de 13 minutos, es una disminución del 90%, correspondiente a no procesar cerca de 20000 imágenes adicionales para cada uno de los análisis.

De acuerdo con las recomendaciones dadas por Ruiz Morales (2014), para realizar la metodología de Velocimetría de Imágenes Digitales se empleó el software libre PIVLab, el cual es un programa incorporado como *toolbox* en MATLAB (The MathWorks Inc., 1994-2023), que presenta diferentes ventajas tales como una interfaz amigable con los usuarios, rápida curva de aprendizaje, revisión y depuración de los vectores de velocidad obtenidos,

presentación de resultados claros, buena precisión en los resultados obtenidos, exactitud en la dirección y magnitud de las velocidades y opciones para el post-proceso (Támara Sáez, 2022).

PIVLab se desarrolló como la tesis doctoral de William Thielicke (2014), el cual ha venido en constante desarrollo en búsqueda de mejora en las rutinas y precisión de la metodología PIV. Las características particulares de este software *open-source* lo han llevado a ser uno de los softwares más empleados en investigaciones de los últimos 10 años, de acuerdo con datos de búsqueda en Google Scholar con más de mil citaciones al año según el blog dedicado al programa (Blog: PIVlab - Digital Particle Image Velocimetry Tool for MATLAB, 2022).

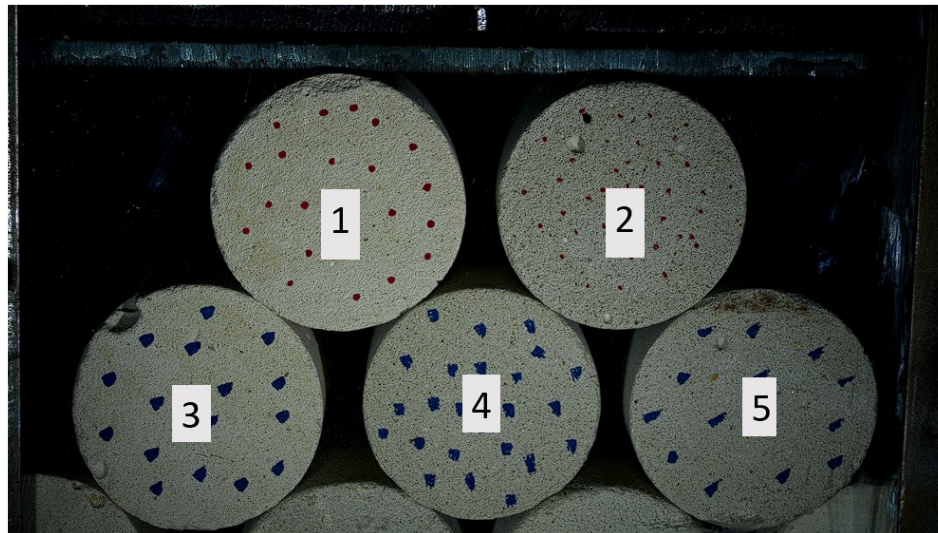
3.2 Análisis de la rotura mediante DPIV

A partir de los resultados obtenidos del numeral 2.4 , donde se establecieron los diferentes contactos presentes en los ensambles granulares y los modos de rotura asociados, analizados en el numeral 2.5, se analizaron los procesos de rotura para las siguientes condiciones:

1. Circulo – Circulo – división (DPIV # 1):

Esta condición se presentó en el segundo ensamble granular con formas circulares, en la interacción que se dio entre los especímenes 2 y 4, con la rotura del espécimen 2 (ver **Figura 3-3**).

Figura 3-3: Ensamble granular circulares 2 (E.G. Cir. # 2) – Inicio del ensayo

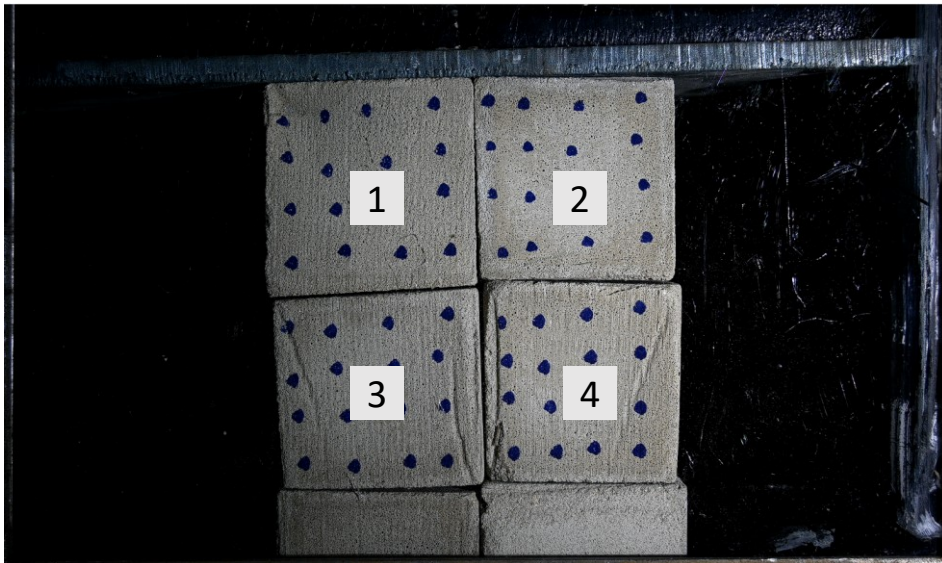


Fuente: Propia

2. Cuadrado – Cuadrado – conminución (DPIV # 2):

Esta condición se presentó en el segundo ensamble granular con formas cuadradas, en la interacción existente entre el espécimen 1 y el espécimen 3. Para este caso, el proceso de conminución se presentó en el espécimen 1 (ver **Figura 3-4**).

Figura 3-4: Ensamble granular cuadrados 2 (E.G. Cuad. # 2) – Inicio del ensayo

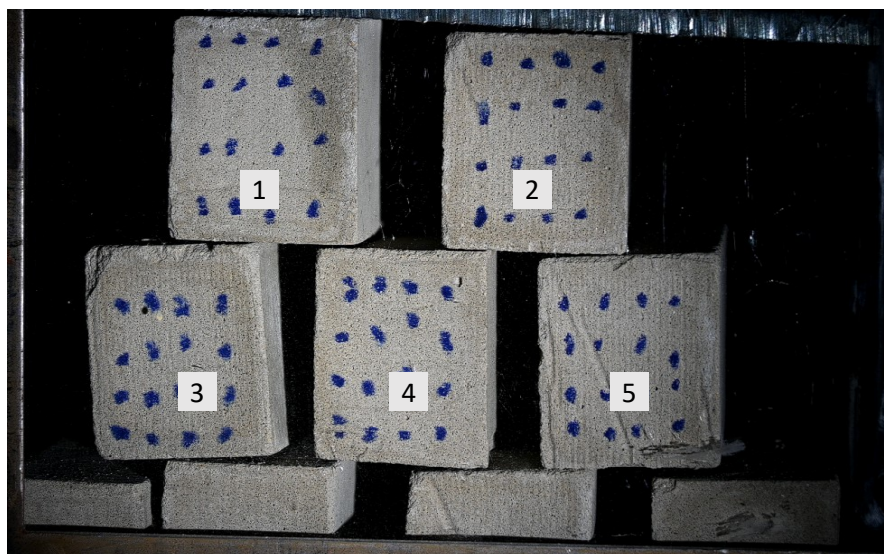


Fuente: Propia

3. Cuadrado – Cuadrado – división (DPIV # 3):

Esta condición se presentó en el primer ensamble granular con formas cuadradas, en la rotura del espécimen 5 al interactuar con el espécimen 2. El modo de rotura por división se desarrolló en el espécimen 5 (ver **Figura 3-5**).

Figura 3-5: Ensamble granular cuadrados 1 (E.G. Cuad. # 1) – Inicio del ensayo

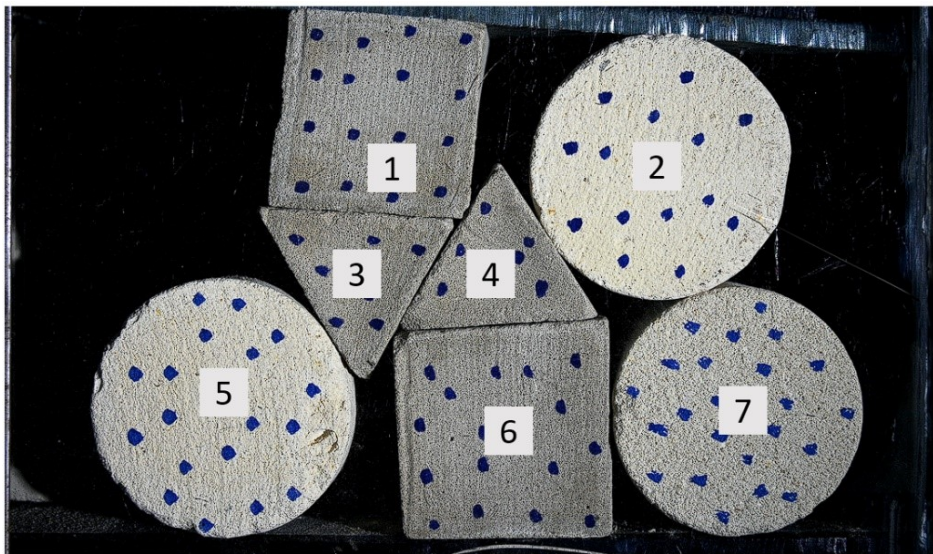


Fuente: Propia

4. Triangulo – Cuadrado – conminución (DPIV # 4):

Esta condición se presentó en el primer ensamble granular con formas diversas, al generarse este tipo de rotura en el espécimen 3 y su interacción con el espécimen 1. La conminución analizada hace referencia a la pérdida de material del espécimen 3 en una de sus esquinas (ver **Figura 3-6**).

Figura 3-6: Ensamble granular formas diversas 1 (E.G. Div. # 1) – Inicio del ensayo

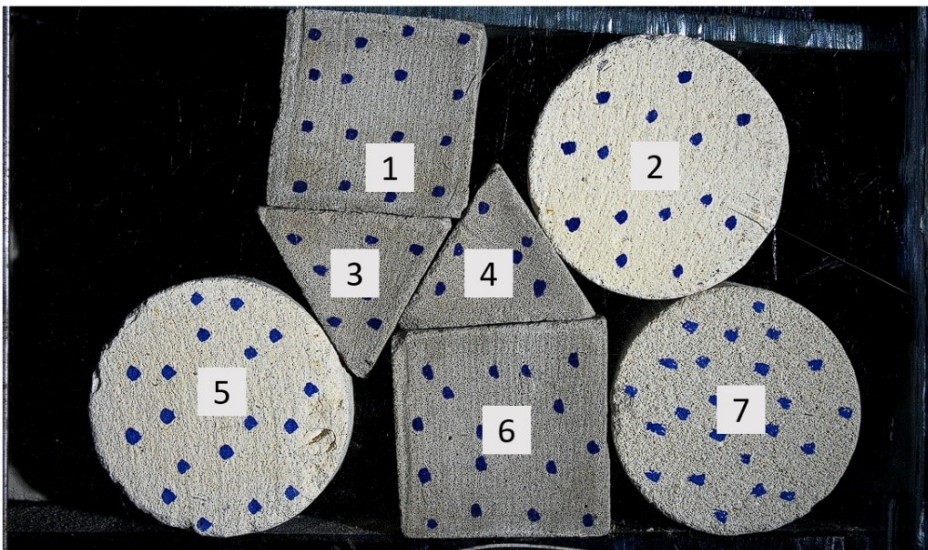


Fuente: Propia

5. Triangulo – Circulo – división (DPIV # 5):

Esta condición se presentó en el primer ensamble granular con formas diversas, al generarse este tipo de rotura en el espécimen 2 al estar en contacto lateral con el espécimen 4. El modo de rotura por división analizado se presentó en el espécimen 2 (ver **Figura 3-7**).

Figura 3-7: Ensamble granular formas diversas 1 (E.G. Div. # 1) – Inicio del ensayo



Fuente: Propia

El listado anterior contempla los diferentes contactos presentes en los ensambles granulares y los tipos de rotura identificados en el plano de análisis estudiado. Los análisis y características se enumeran en la **Tabla 3-1**.

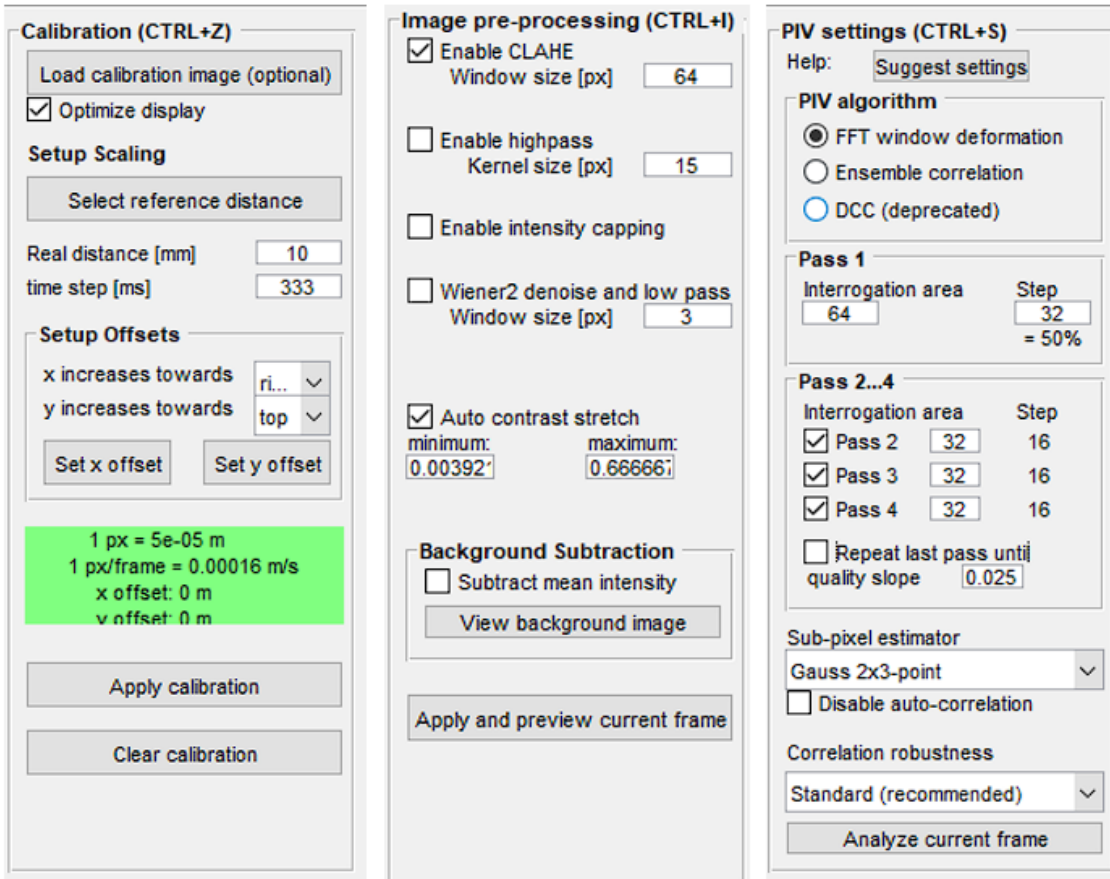
Tabla 3-1: Análisis DPIV realizados

| ID Análisis | Consideración |
|-------------|---|
| DPIV # 1 | Contacto Círculo – Círculo – Mecanismo de rotura división |
| DPIV # 2 | Contacto Cuadrado – Cuadrado – Mecanismo de rotura conminución |
| DPIV # 3 | Contacto Círculo – Círculo – Mecanismo de rotura división |
| DPIV # 4 | Contacto Triangulo – Cuadrado – Mecanismo de rotura conminución |
| DPIV # 5 | Contacto Triangulo – Círculo – Mecanismo de rotura división |

Fuente: Propia

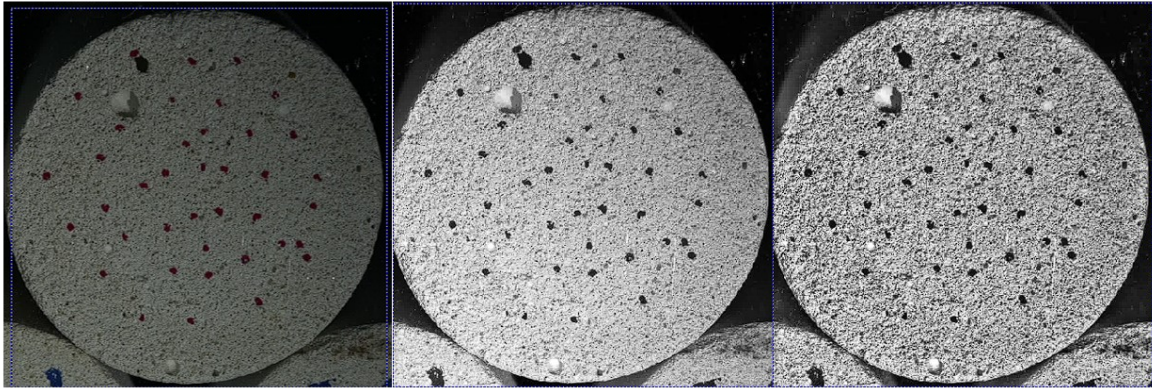
La **Figura 3-8** indica las configuraciones realizadas para el análisis DPIV de la rotura de los especímenes, en las cuales se establecieron los parámetros de calibración, con el uso de fotogramas que contenían instrumentos de medición. Además, siguiendo las recomendaciones dadas por Duan et al. (2018), se emplearon imágenes en escala de grises y se usó la metodología de la ecualización adaptativa de histograma de contraste limitado CLAHE, por sus siglas en inglés, lo cual supone una mejora en el contraste en función de la escala de grises inicial. Se empleó un valor de píxel igual al tamaño de la ventana de interrogación. Las diferencias entre emplear la imagen inicial, la imagen a escala de grises y el uso de la metodología CLAHE se presentan en la **Figura 3-9**. Finalmente, se optó por el uso de los algoritmos basados en la transformada rápida de Fourier para la definición de la función de Autocorrelación, los cuales son mejores en términos de tiempo y eficiencia computacional, de acuerdo con lo recomendado por Thielicke (2014) y lo enunciado en el numeral 1.1. Posteriormente, los vectores mostrados en color verde corresponden con vectores “reales”, los cuales se encuentran enlazados a algún trazador, mientras que los vectores naranjas corresponden con interpolaciones realizadas por el software.

Figura 3-8: Configuraciones del software PIVLab empleadas. Izq.: Calibración y pasos de tiempo estipulados. Centro: pre-procesamiento de imágenes. Der.: Configuración del algoritmo empleado y pasos en las ventanas de interrogación



Fuente: Propia

Figura 3-9: Aplicación del *Contrast Limited Adaptive Histogram Equalization* CLAHE a las fotografías. Izq.: Imagen inicial. Centro: Imagen sin CLAHE. Der.: Imagen con CLAHE



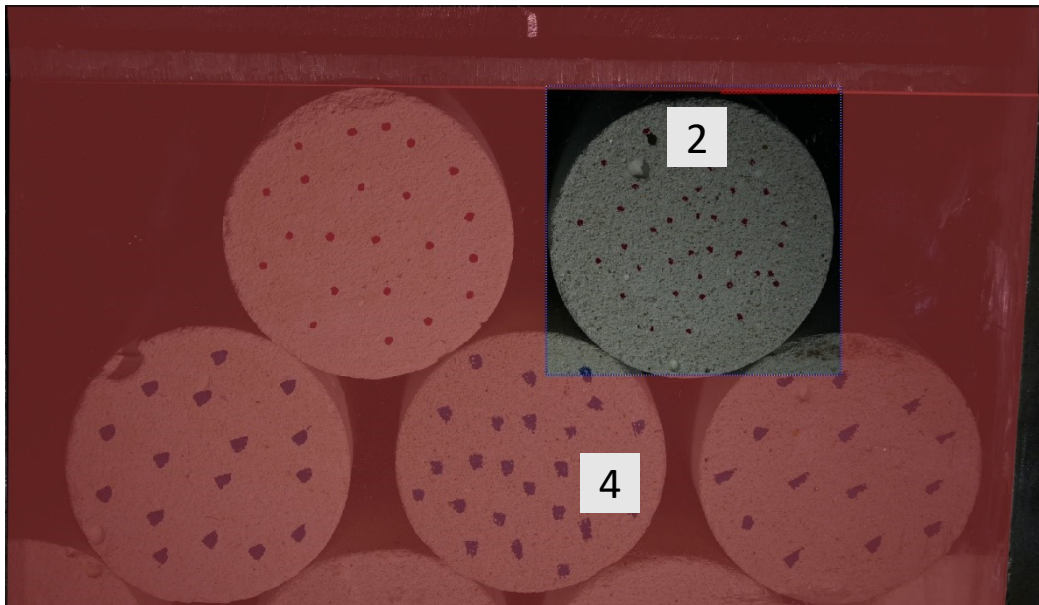
Fuente: Propia

3.2.1 Círculo – Círculo – División (DPIV#1)

El análisis correspondiente con el modo de rotura por división que se generó en un contacto entre formas *circulares-circulares*, se realizó a partir de la rotura exhibida por el espécimen 2 en contacto con el espécimen 4, en el ensamble granular de formas circulares 2 (E.G. Cir #2). Inicialmente 2154 imágenes fueron usadas para la aplicación de la metodología DPIV, donde se incluyó tanto la imagen de calibración como la totalidad del ensayo, pero posteriormente la cantidad de fotogramas se redujo a 950, considerándose suficientes para el análisis de rotura, ya que abarca el inicio del ensayo hasta la estabilización de la fractura del espécimen.

La ventana de interrogación determinada para este análisis y la máscara empleada, la cual es una zona definida por el usuario en la cual no se ejecuta la autocorrelación del DPIV, se muestran en la **Figura 3-10**. La zona fuera de la máscara corresponde con el espécimen 2, en el cual se desarrolló la grieta de división.

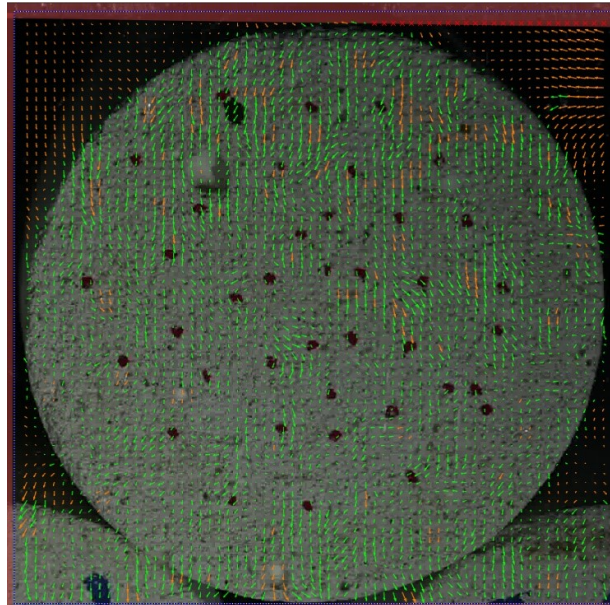
Figura 3-10: Ventana de interrogación y máscara para análisis Círculo – Círculo con rotura por división



Fuente: Propia

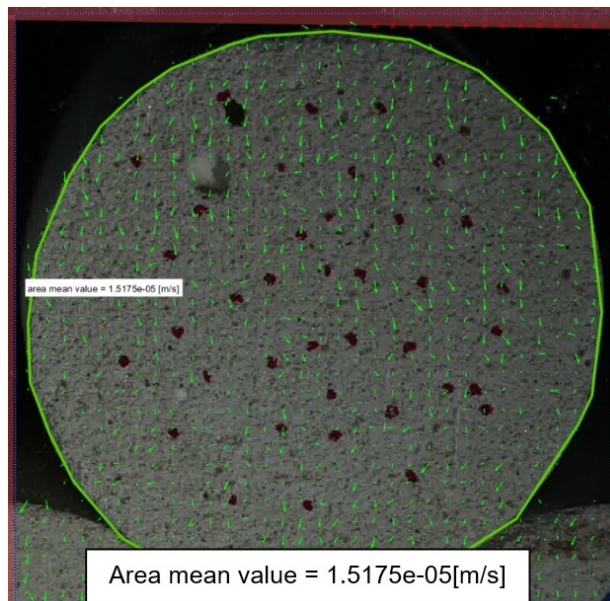
El inicio de la rotura del espécimen se identificó en el *frame* 636, donde se produce un cambio significativo de la velocidad y dirección de los vectores de velocidad que se estaban analizando. El fotograma 635 (ver **Figura 3-11**) muestra la dirección de los vectores de velocidad, los cuales se presentan de color verde y hacen referencia al rastreo de puntos reales de la partícula, los cuales dentro de la muestra se dirigen hacia “abajo”, indicando la dirección de la carga, mientras que los vectores determinados por fuera de la muestra, los cuales corresponden con vectores de velocidad interpolados y presentados en color naranja, se dirigen hacia arriba, indicando la dirección de avance del gato hidráulico de carga. La velocidad estimada del espécimen previo a la rotura se estimó en 1.5×10^{-5} m/s, la cual corresponde con el promedio de todos los valores de velocidad dentro de la partícula (ver **Figura 3-12**).

Figura 3-11: Dirección de vectores de velocidad en el fotograma 635, previo al inicio de la rotura



Fuente: Propia

Figura 3-12: Velocidad promedio de los vectores en la partícula estado pre-rotura

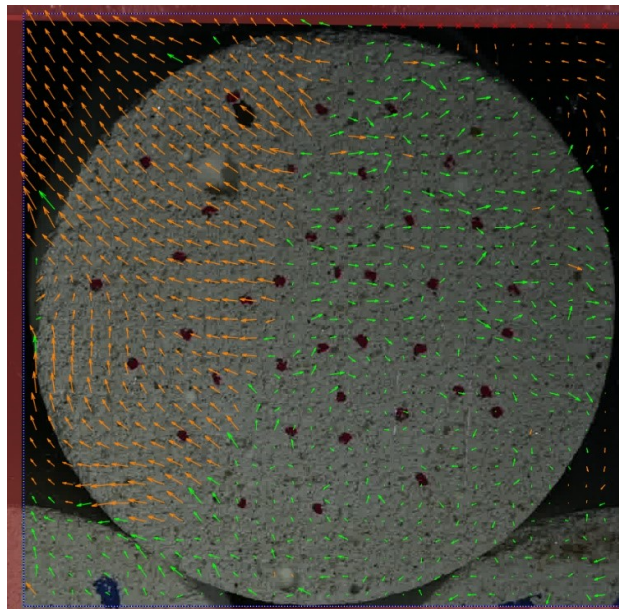


Fuente: Propia

La rotura se presenta en el espécimen como una divergencia de la dirección de los vectores de velocidad desde la zona de la grieta. La **Figura 3-13** presenta dos grupos de

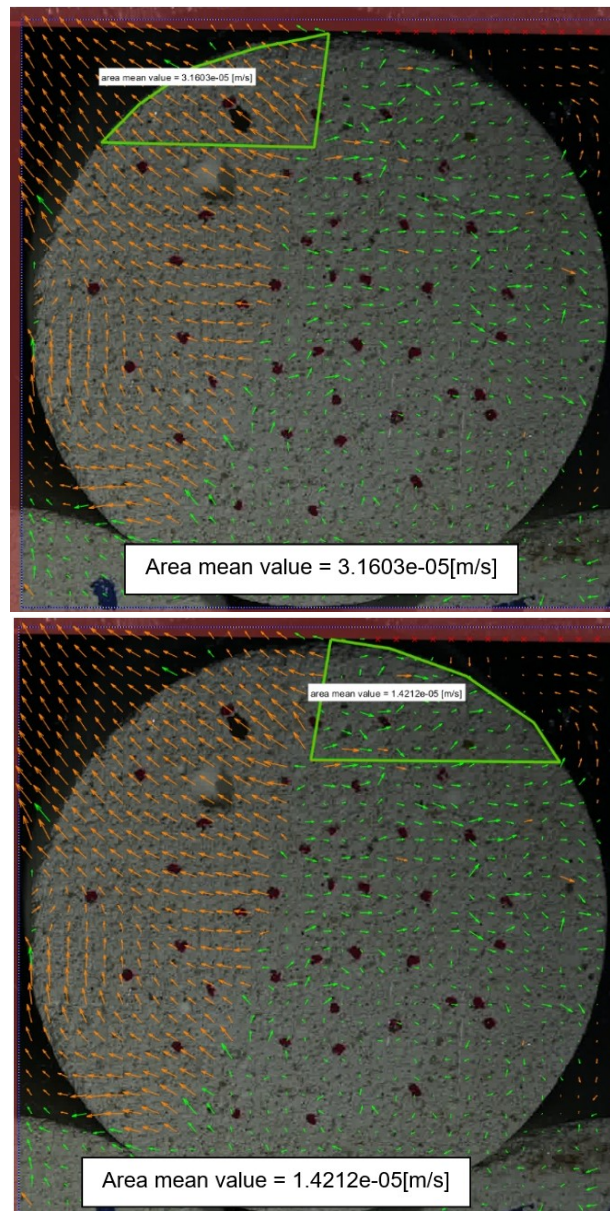
vectores con las siguientes características: los vectores color naranja corresponden con un bloque movilizado en el proceso de rotura, el cual adquiere mayor velocidad que su contraparte, presentándose también un cambio de dirección de los vectores de velocidad, mientras que el segundo grupo, el cual se encuentra representada por los vectores de color verde, indican la parte restante de la partícula original. La dirección del desplazamiento indica que la partícula se separa y se moviliza hacia la zona superior del ensamble granular, de acuerdo con la dirección del gato hidráulico. La zona superior de la partícula, desde donde inició el proceso de rotura presentó una velocidad de 3.2×10^{-5} m/s en el bloque movilizado mientras que la parte derecha de la partícula presentó una velocidad de movimiento de 1.4×10^{-5} m/s (ver **Figura 3-14**), la cual se encuentra relacionada con la velocidad propia del ensayo. Esto quiere decir que la velocidad de rotura se encuentra en el orden de 1.8×10^{-5} m/s. La diferencia de velocidades existente entre el bloque movilizado y el bloque inmóvil se presenta en la **Figura 3-15**.

Figura 3-13: Divergencia de vectores en la rotura



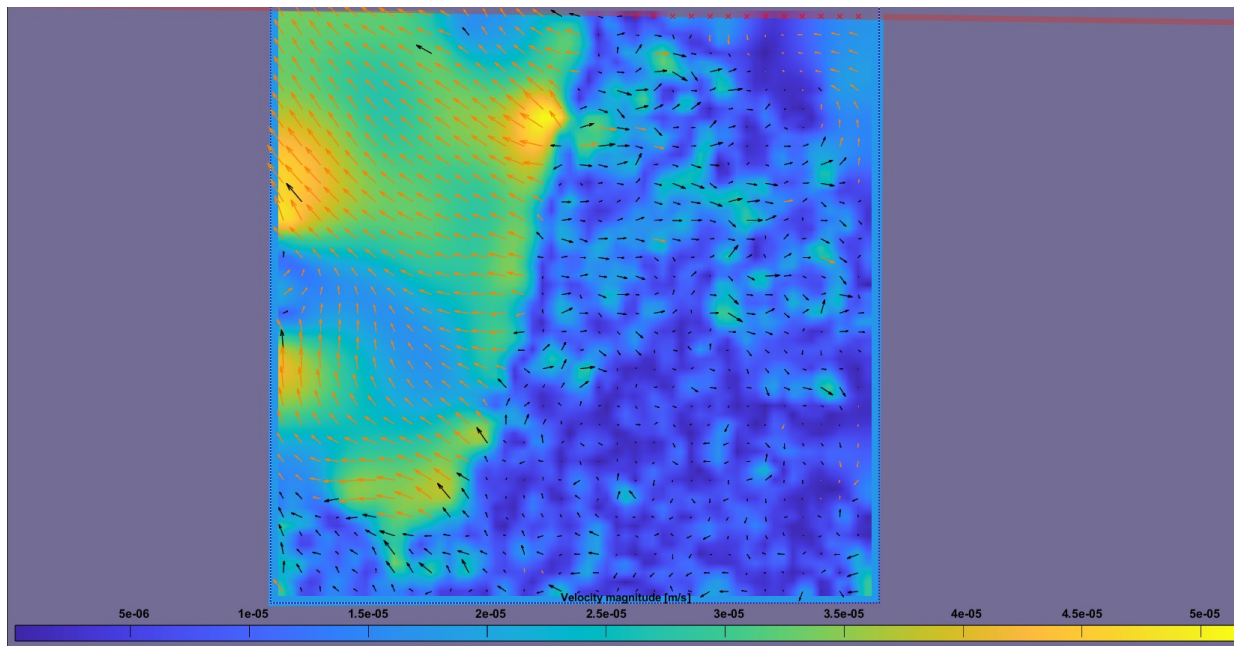
Fuente: Propia

Figura 3-14: Velocidades promedio en la zona de rotura. Arriba.: Bloque movilizado.
Abajo.: Bloque inmóvil



Fuente: Propia

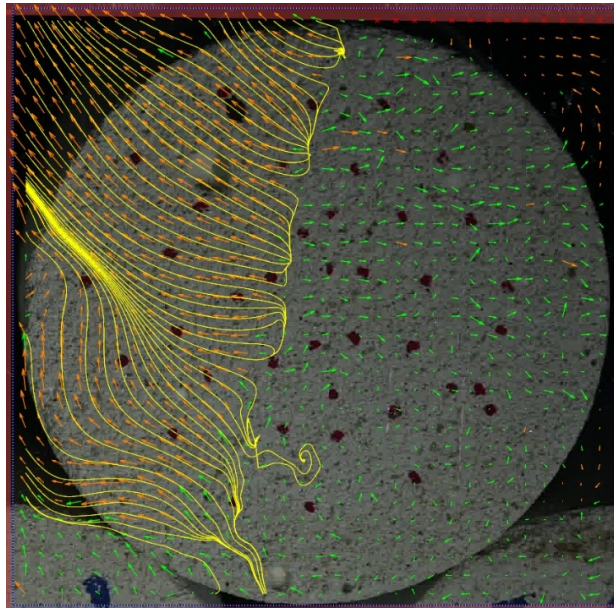
Figura 3-15 Variación de velocidades dentro de la partícula



Fuente: Propia

La **Figura 3-16** presenta las diferentes direcciones preferentes de los vectores de velocidad de la partícula en el momento de la falla. Se puede inferir que una vez la rotura se presenta, las partículas toman una dirección preferente, de acuerdo con el bloque de movilización donde se encuentre (móvil o inmóvil).

Figura 3-16: Dirección preferente de los vectores de velocidad – bloque movilizado

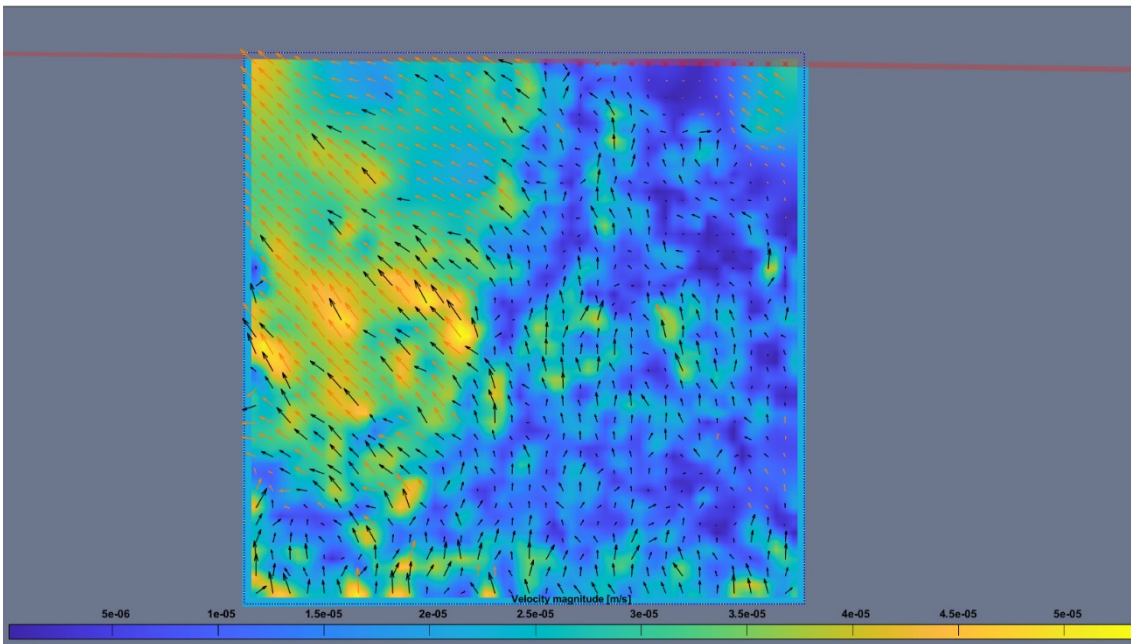


Fuente: Propia

De acuerdo con los resultados obtenidos, una vez se define el plano de falla, la dirección de las partículas es igualmente definida. En el *frame* mostrado en la **Figura 3-13**, la grieta se había empezado a desarrollar, pero aún no se encontraba completa, entendida completa cuando ésta alcanza una zona distal desde el punto de inicio; de igual manera, la dirección de los vectores ya había sido establecida. La **Figura 3-17** muestra el fotograma inmediatamente posterior al inicio de la fractura, en el cual se aprecia una disminución de la velocidad de desplazamiento, representada por la disminución en la longitud de los vectores, indicando que el proceso de fractura está completo. A partir de este momento, ambos bloques se desplazan a la misma velocidad, y no se aprecian nuevos procesos de rotura, tal como se observa en la **Figura 3-18** y **Figura 3-19**.

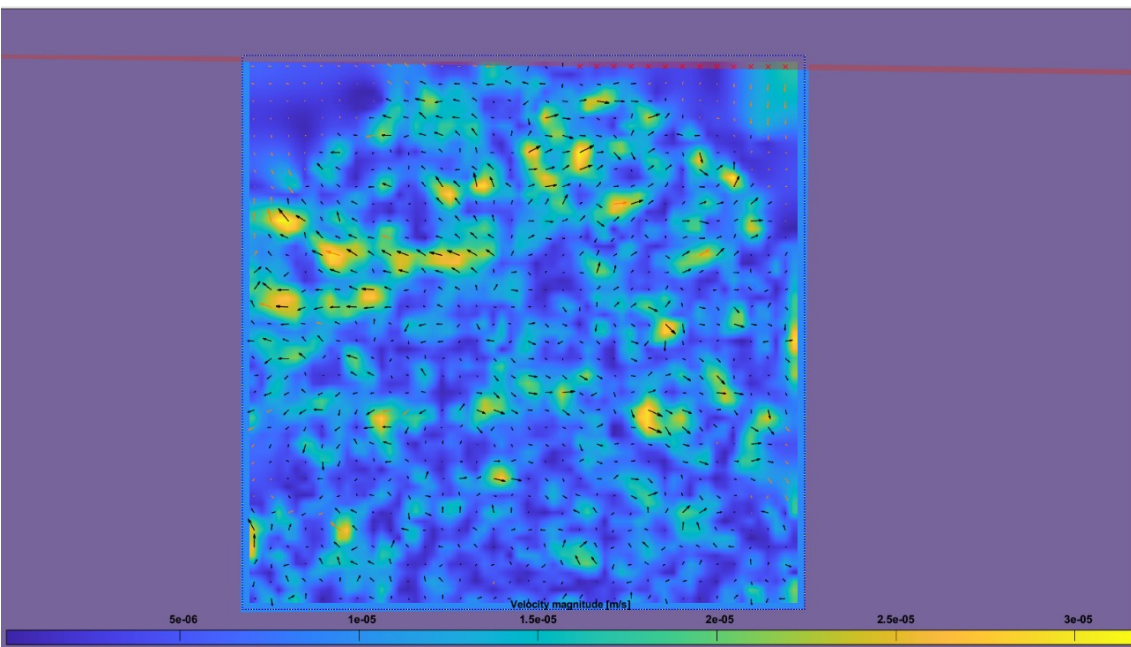
Los resultados indican que el mecanismo de rotura se presenta de acuerdo con el tipo de contacto que transmite el esfuerzo y con el área de contacto existente entre las partículas adyacentes; para este caso, el contacto entre los especímenes era muy pequeño, por lo cual se presenta un mayor esfuerzo en esta zona y direccionó la grieta hacia el espécimen 4.

Figura 3-17: Vectores de velocidad en el *frame* 637



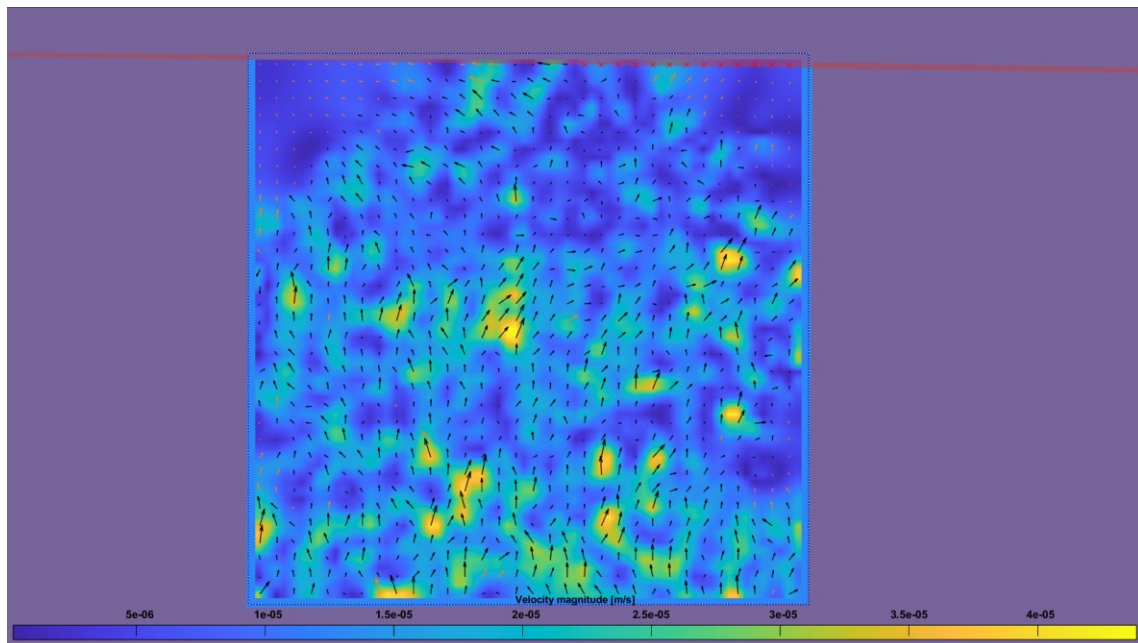
Fuente: Propia

Figura 3-18: Vectores de velocidad en el *frame* 639



Fuente: Propia

Figura 3-19: Vectores de velocidad en el *frame* 643



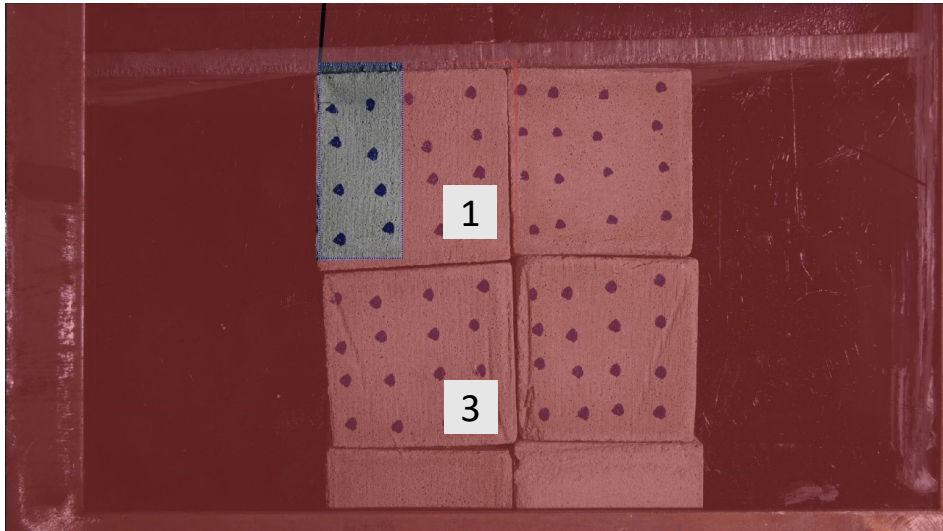
Fuente: Propia

3.2.2 Cuadrado – Cuadrado – Conminución (DPIV#2)

El análisis correspondiente con el modo de rotura por conminución que se generó en un contacto entre formas cuadradas (*cuadradas-cuadradas*), se realizó a partir de la rotura exhibida por el espécimen 1 en contacto con el espécimen 3, en el ensamble granular de formas cuadradas 2 (E.G. Cuad #2). Para este análisis se emplearon 1050 imágenes, que abarcaron desde el inicio del ensayo hasta la estabilización de la rotura analizada. El fotograma donde se identificó el inicio de la grieta correspondió con el *frame* 839.

La ventana de interrogación determinada para este análisis y la máscara empleada, la cual es una zona definida por el usuario en la cual no se ejecuta la autocorrelación del DPIV, se muestran en la **Figura 3-20**. La zona fuera de la máscara corresponde con el espécimen 1, en el cual se desarrolló la grieta por conminución, específicamente.

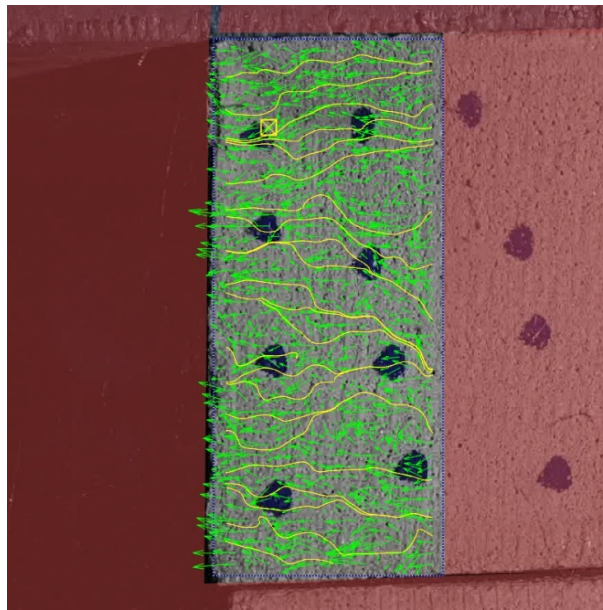
Figura 3-20: Ventana de interrogación y máscara para análisis Cuadrado – Cuadrado con rotura por conminución



Fuente: Propia

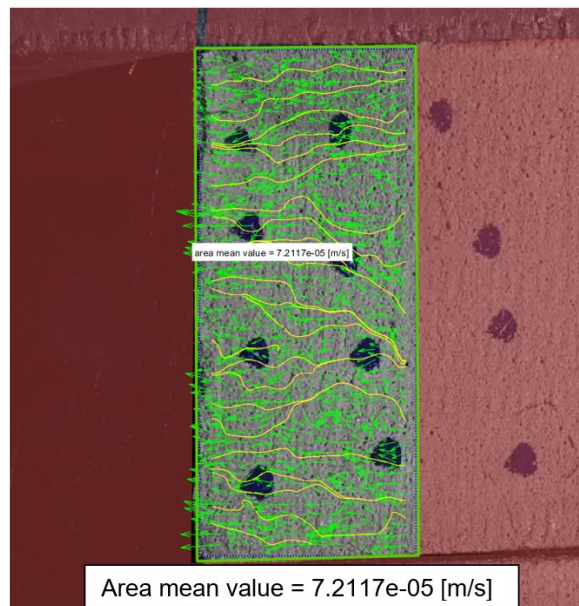
Previamente, en el fotograma 838, se evidencia que los vectores presentaban una misma dirección de movimiento preferente, (ver **Figura 3-21**) cuya orientación indican un desplazamiento de la zona derecha de la ventana de interrogación a la zona izquierda. Su dirección indica que el proceso de rotura había iniciado, dando la dirección de movilización del fragmento generado aun sin falla manifiesta. La velocidad estimada del espécimen previo a la rotura se estimó en 7.2×10^{-5} m/s (ver **Figura 3-22**), relacionada con el movimiento del gato hidráulico en el proceso de carga. Las líneas amarillas en la figura corresponden con la dirección preferente de los vectores.

Figura 3-21: Dirección de vectores en el fotograma 635, previo al inicio de la rotura



Fuente: Propia

Figura 3-22: Velocidad promedio de los vectores en la partícula estado pre-rotura

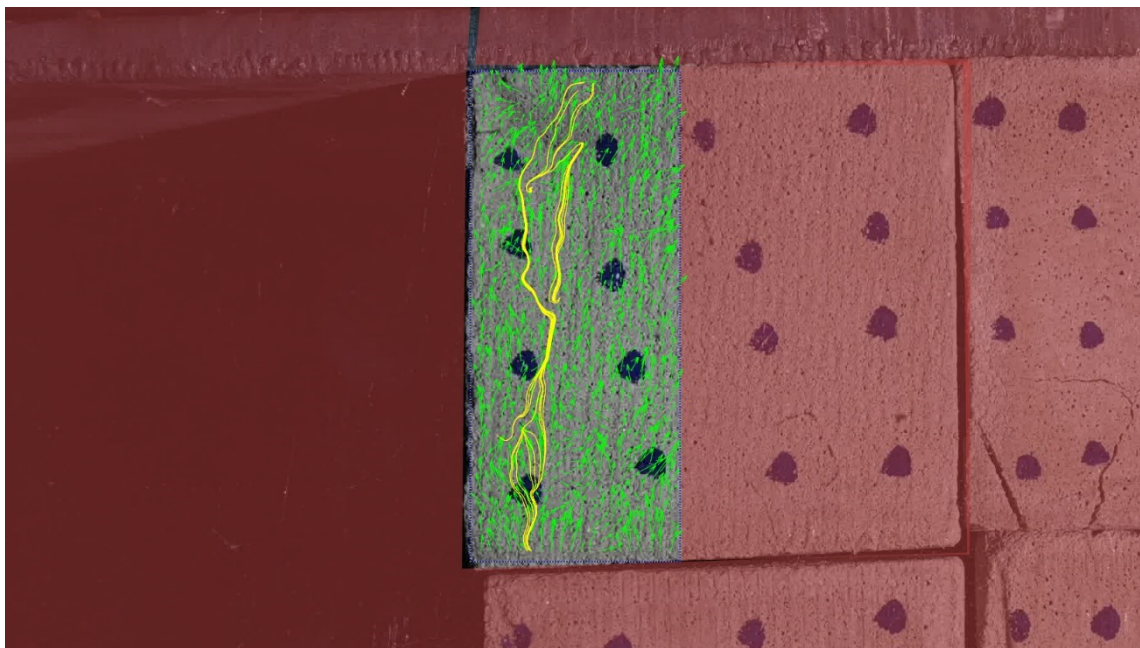


Fuente: Propia

El inicio de la rotura del espécimen se identificó en el *frame* 839, donde los vectores presentan un comportamiento preferente, con un punto en común en el sentido de la grieta

generada. Se observa que los vectores presentan una ligera divergencia en la zona de la grieta, indicada en la **Figura 3-23** con las líneas amarillas, las cuales presentan gráficamente la tendencia de dirección de los vectores de velocidad de los puntos rastreados en el análisis DPIV. Es importante resaltar que la grieta no se ha presentado pero los puntos del material ya conocen la dirección de desplazamiento, tal como se muestra en la figura referenciado.

Figura 3-23: Dirección preferente de vectores - contacto cuadrado – cuadrado – rotura por conminución.



Fuente: Propia

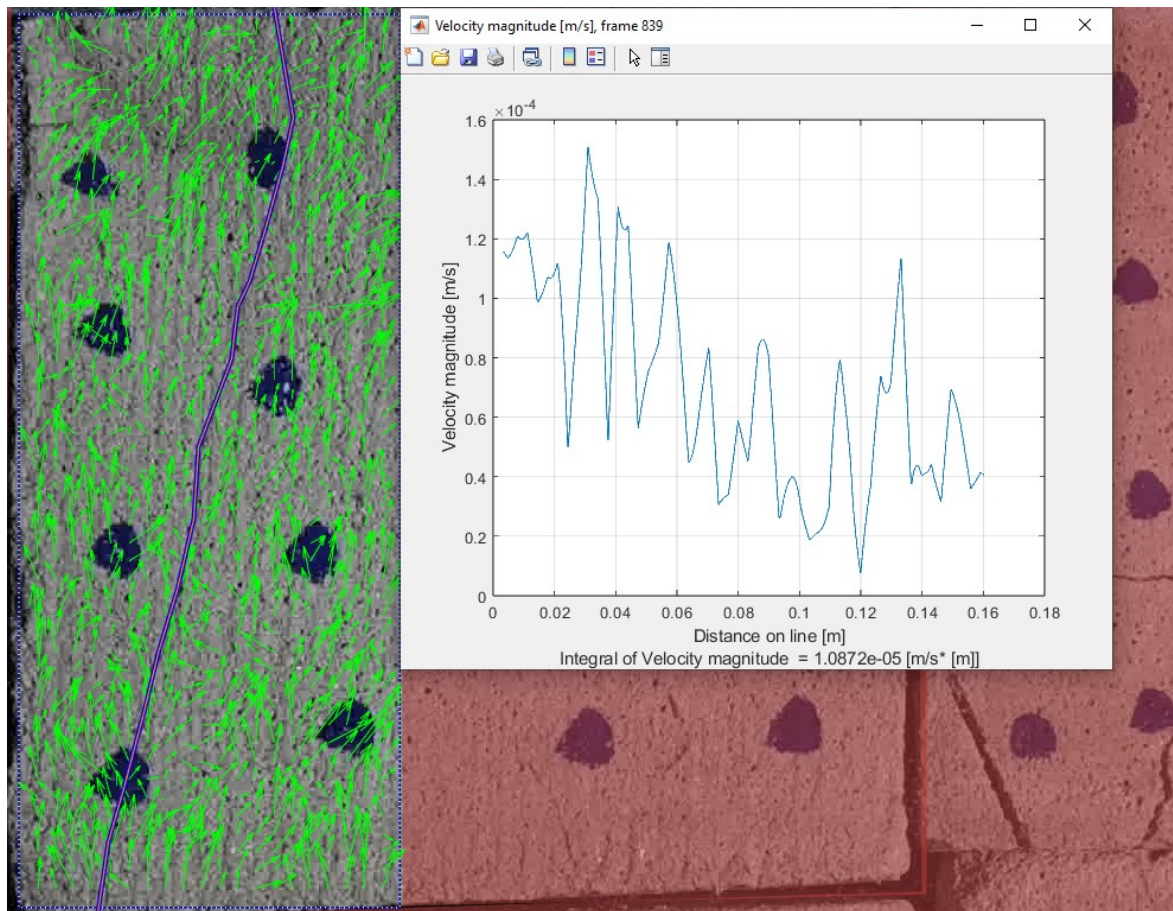
La rotura se presenta en el espécimen como una divergencia de la dirección de los vectores de velocidad desde la zona de rotura. Una vez iniciada, los vectores presentan el mismo comportamiento para las zonas generadas. En la siguiente secuencia de figuras se realizó la captura de la velocidad a lo largo de la grieta, para diferentes fotogramas de análisis, los cuales son: fotograma de inicio de rotura (**Figura 3-24**), fotograma de análisis en el primer tercio de la rotura (**Figura 3-25**), fotograma de análisis en el segundo tercio de la rotura (**Figura 3-26**), fotograma final del análisis DPIV (**Figura 3-27**). El eje de las abscisas de los análisis corresponde con la longitud recorrida a través de la grieta, en

metros, mientras que las ordenadas corresponden con la magnitud de la velocidad para cada punto. Este ejercicio se realizó para cada uno de los fotogramas analizados.

Es posible observar el desplazamiento del pico de velocidad a lo largo de la rotura, teniendo en cuenta que la línea de análisis se construyó con la misma dirección que la grieta (de abajo hacia arriba), se puede inferir que la velocidad de rotura presenta un desplazamiento a lo largo de la grieta, a medida que ésta se va generando. Se estimaron velocidades entre 1.4×10^{-4} m/s y 1.8×10^{-4} m/s en el momento de la rotura, de acuerdo con las magnitudes de velocidad determinadas para cada *frame*. Una vez finalizado el proceso de rotura, se observa que la magnitud de la velocidad retoma nuevamente la velocidad asociada al proceso de carga del ensamble granular.

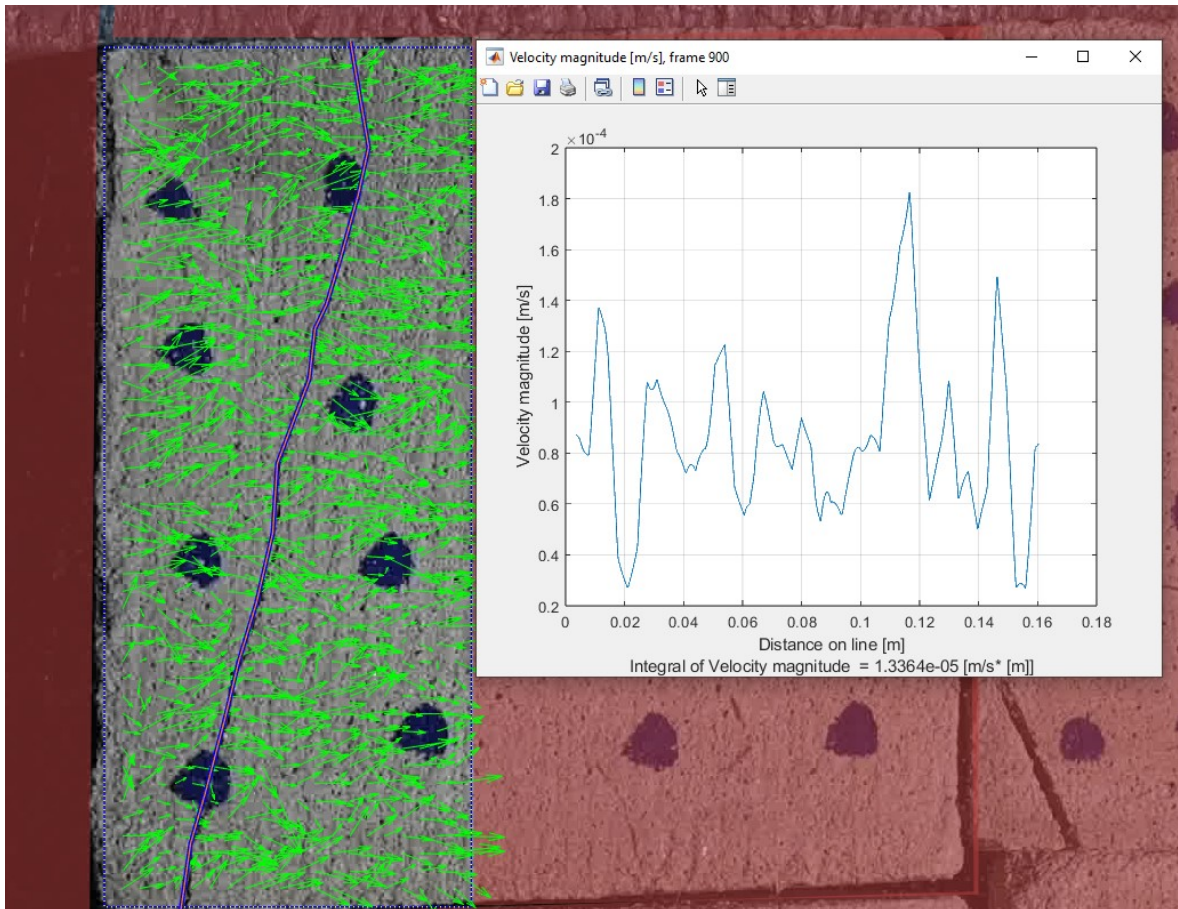
De acuerdo con los resultados obtenidos, una distribución de esfuerzos de menor intensidad generada por una mayor área de contacto entre las partículas facilita la generación de grietas de conminución, ya que rompen las zonas débiles y más distales de las partículas, pero no logran alcanzar los esfuerzos de tracción generadores de rotura por división.

Figura 3-24: Distribución de velocidad en el fotograma 839



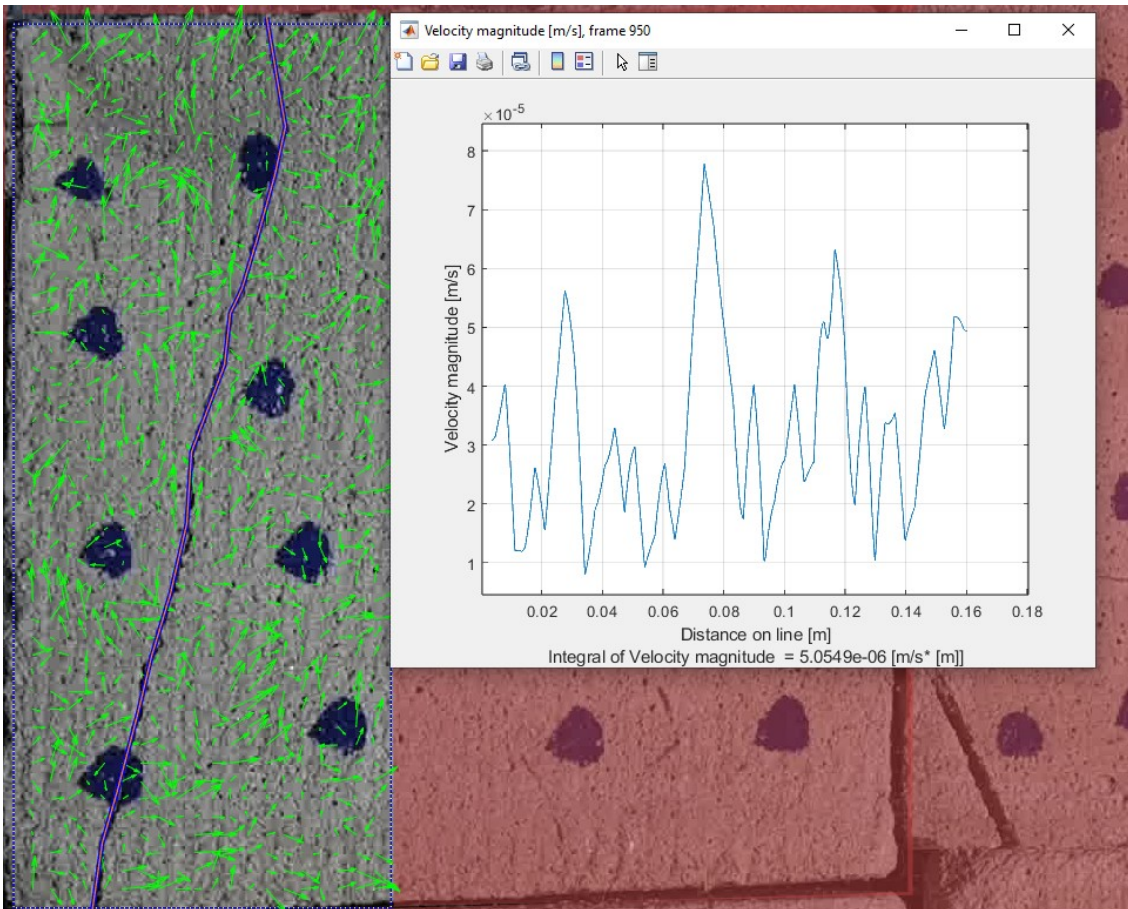
Fuente: Propia

Figura 3-25: Distribución de velocidad en el fotograma 900



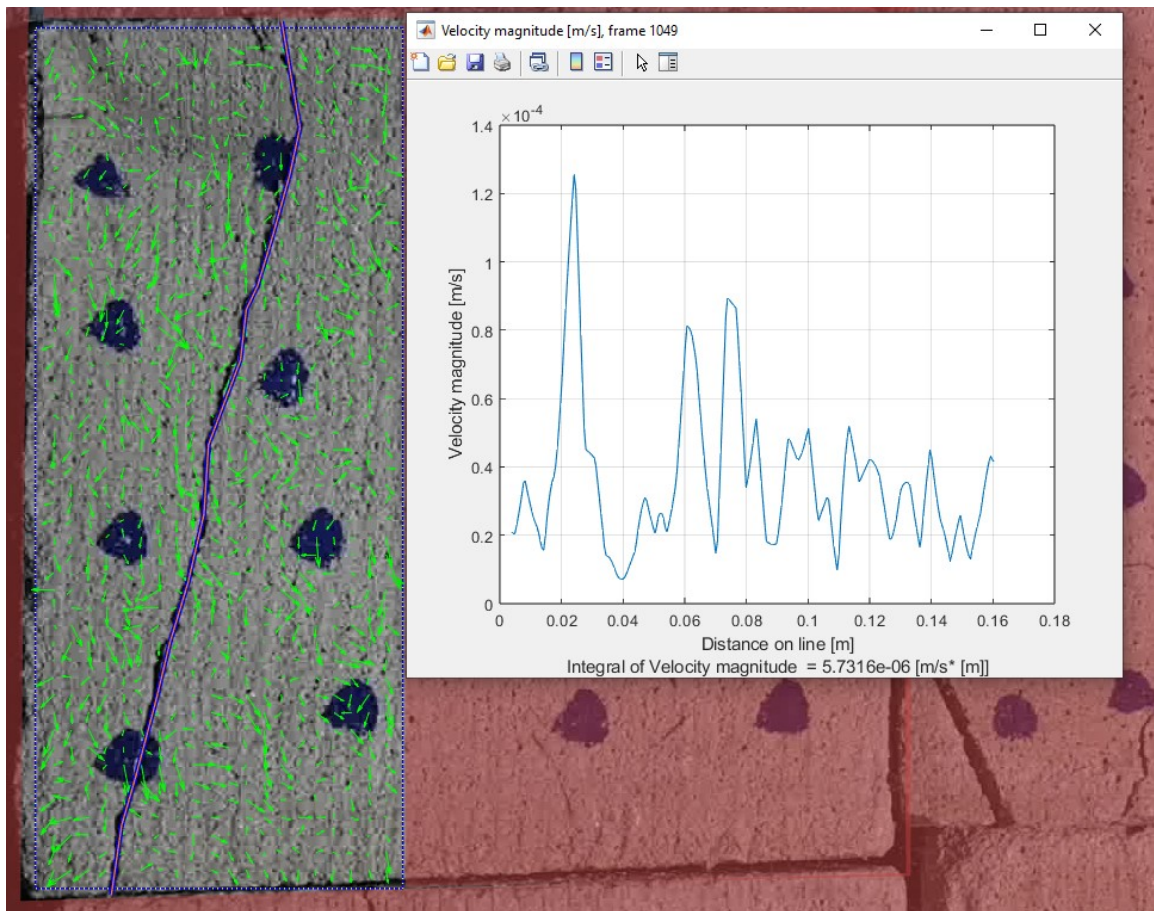
Fuente: Propia

Figura 3-26: Distribución de velocidad en el fotograma 950



Fuente: Propia

Figura 3-27: Distribución de velocidad en el fotograma 1049



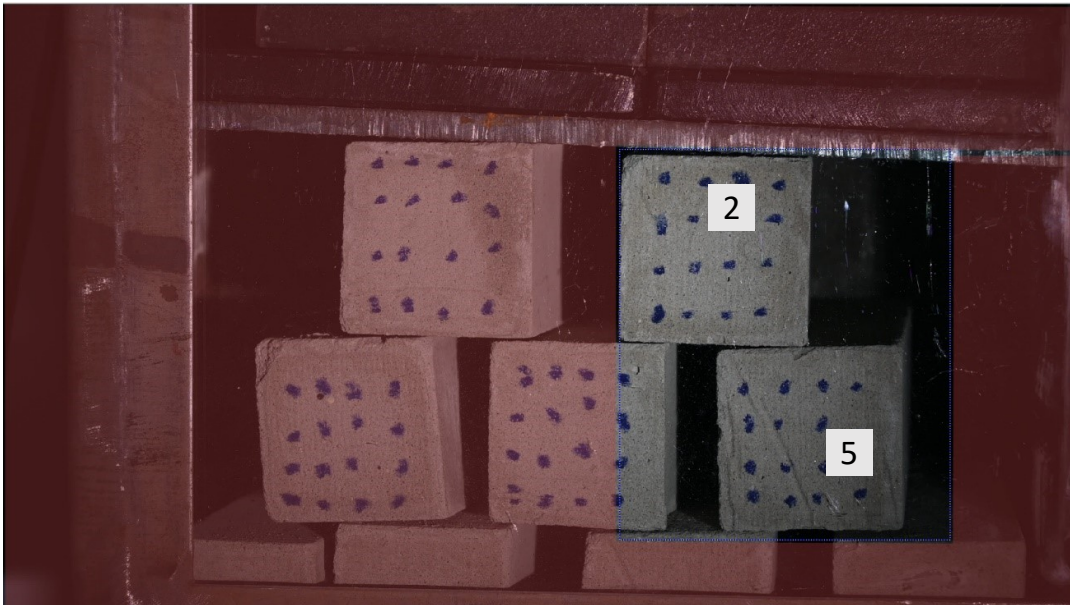
Fuente: Propia

3.2.3 Cuadrado – Cuadrado – División (DPIV#3)

El análisis correspondiente con el modo de rotura por división que se generó en un contacto entre formas *cuadradas-cuadradas* se realizó a partir de la rotura exhibida por el espécimen 5 en contacto con el espécimen 2, en el ensamble granular de formas circulares 1 (E.G. Cuad. #1). Se emplearon 1520 imágenes en la ejecución de la metodología DPIV, donde se incluyó tanto la imagen de calibración como la totalidad del ensayo, abarcando completamente el ensayo desde su inicio hasta la estabilización de la fractura del espécimen.

La ventana de interrogación determinada para este análisis y la máscara empleada, la cual es una zona definida por el usuario en la cual no se ejecuta la autocorrelación del DPIV, se muestran en la **Figura 3-28**.

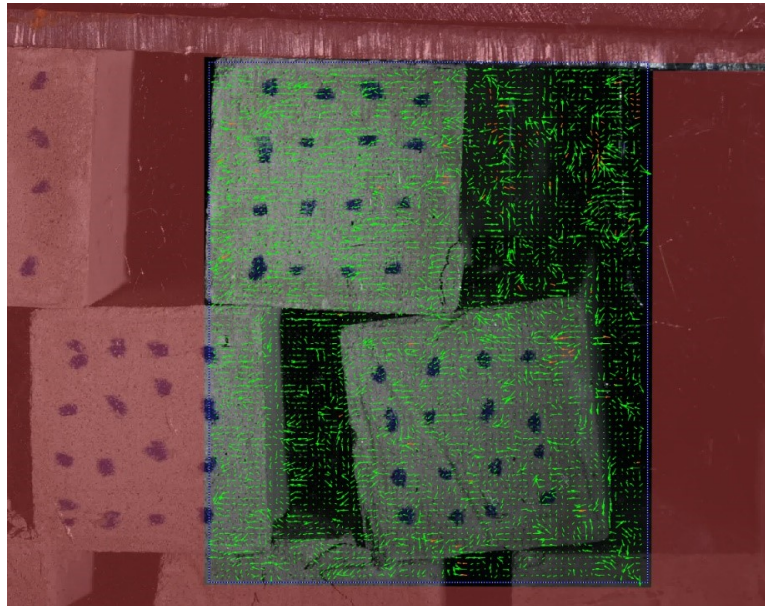
Figura 3-28: Ventana de interrogación y máscara para análisis Cuadrado – Cuadrado con rotura por división



Fuente: Propia

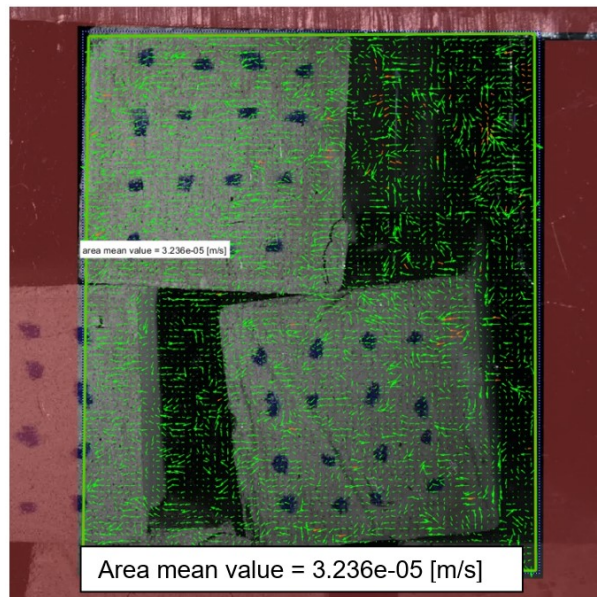
El inicio de la rotura del espécimen se identificó en el *frame* 1484, donde se produce un cambio significativo de la velocidad y dirección de los vectores de velocidad que se estaban analizando. El fotograma 1483 (ver **Figura 3-29**) muestra la dirección de los vectores de velocidad, los cuales dentro de la muestra presentan un comportamiento similar en toda la extensión del área de análisis, mostrando el proceso de carga de los especímenes. La velocidad estimada del espécimen previo a la rotura se estimó en 3.24×10^{-5} m/s (ver **Figura 3-30**), la cual se encuentra relacionada con la velocidad del proceso de carga del ensamble granular.

Figura 3-29: Dirección de vectores de velocidad en el fotograma 1483, previo al inicio de la rotura



Fuente: Propia

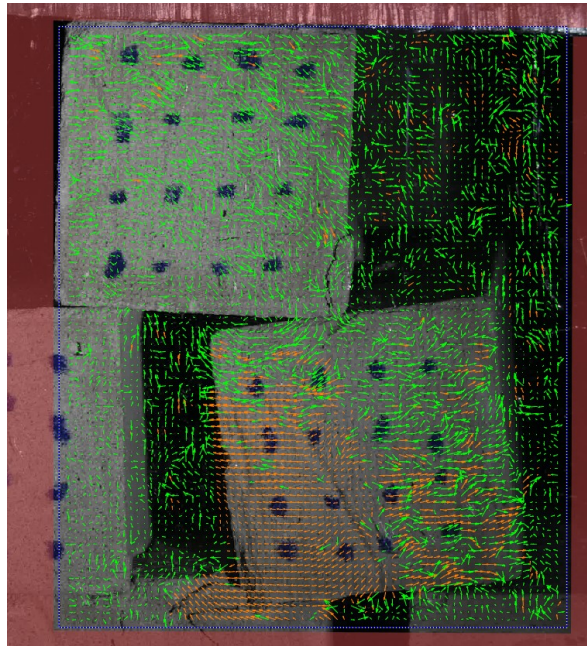
Figura 3-30: Velocidad promedio de los vectores en la partícula estado pre-rotura



Fuente: Propia

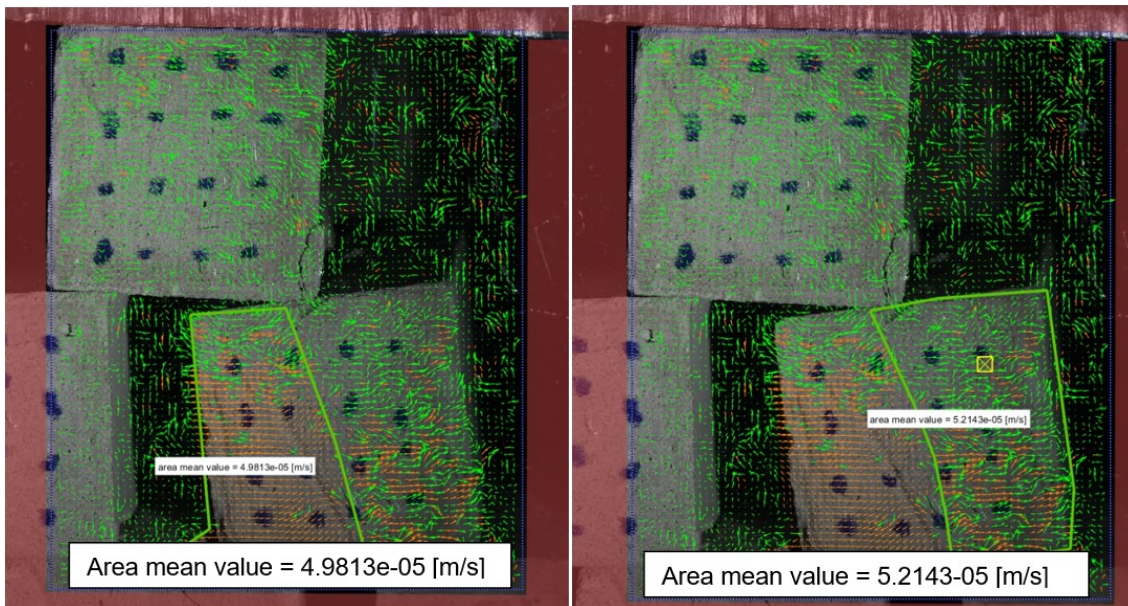
La rotura se presenta en el espécimen como una divergencia de la dirección de los vectores de velocidad desde la zona de rotura. La **Figura 3-31** presenta dos grupos de vectores con las siguientes características: los vectores color naranja corresponden con uno de los bloques movilizados en el proceso de rotura, el cual, para este caso de análisis, desarrolló una velocidad de 4.9×10^{-5} m/s en promedio, donde los vectores en la zona superior del espécimen presentan una mayor longitud, indicando que su magnitud es mayor en comparación con la zona inferior; por otro lado, el bloque movilizado de la zona derecha de la partícula presentó una velocidad promedio de 5.2×10^{-5} m/s. A diferencia del bloque movilizado de la zona izquierda, el bloque en el sector destral presentó menor variación en los vectores de velocidad. La determinación de las magnitudes promedio de velocidad para ambos bloques movilizados se presentan en la **Figura 3-32**, mientras que la **Figura 3-33** presenta la variación de las velocidades en todo el espécimen de análisis. Los resultados indican que el mecanismo de rotura se presenta de acuerdo con el tipo de contacto que transmite el esfuerzo y con el área de contacto existente entre las partículas adyacentes; para este caso, el contacto entre los especímenes era muy pequeño, ubicándose específicamente en la esquina del espécimen, por lo cual se presentó un mayor esfuerzo en esta zona y direccionó la grieta hacia el espécimen 5.

Figura 3-31: Divergencia de vectores de velocidad en la rotura



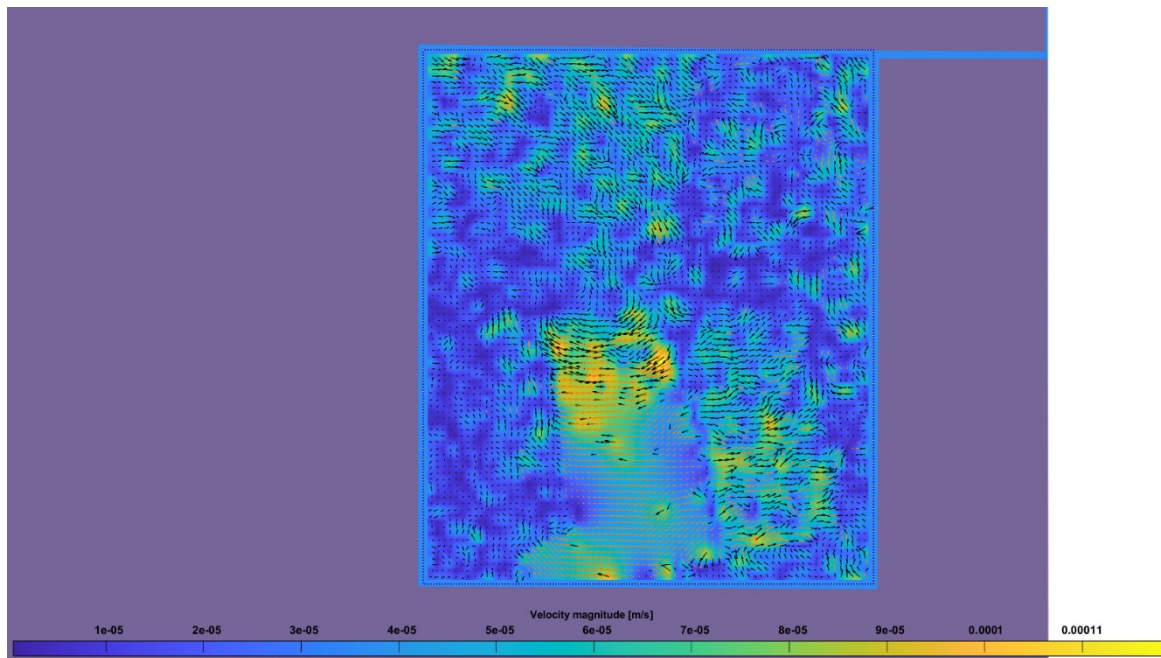
Fuente: Propia

Figura 3-32: Velocidades promedio en la zona de rotura. Izq.: Bloque movilizado Der.: Bloque movilizado derecho



Fuente: Propia

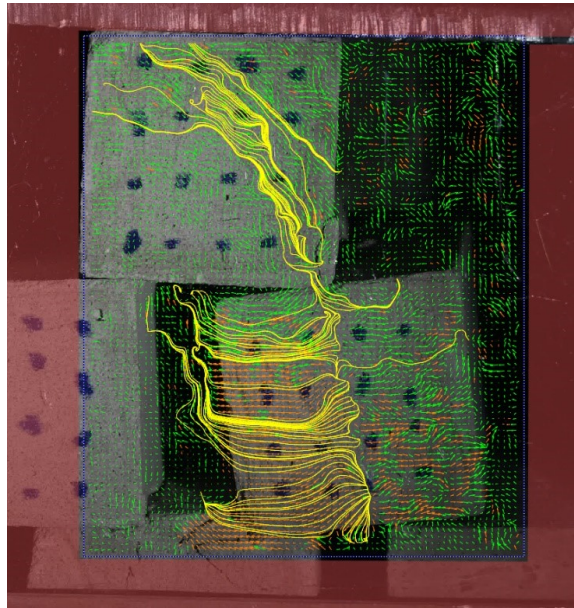
Figura 3-33 Variación de velocidades dentro de la partícula



Fuente: Propia

La **Figura 3-34** presenta las diferentes direcciones preferentes de los vectores de velocidad de la partícula en el momento de la falla. Se puede inferir que una vez la rotura se presenta, las partículas toman una dirección preferente, de acuerdo con el bloque de movilización donde se encuentre. Se observa igualmente que la dirección de los vectores de velocidad se viene desarrollando desde el contacto con el espécimen superior, en el cual todos se dirigen hacia el punto de contacto y seguidamente se extienden hacia alguno de los bloques movilizados en la partícula que sufre la rotura.

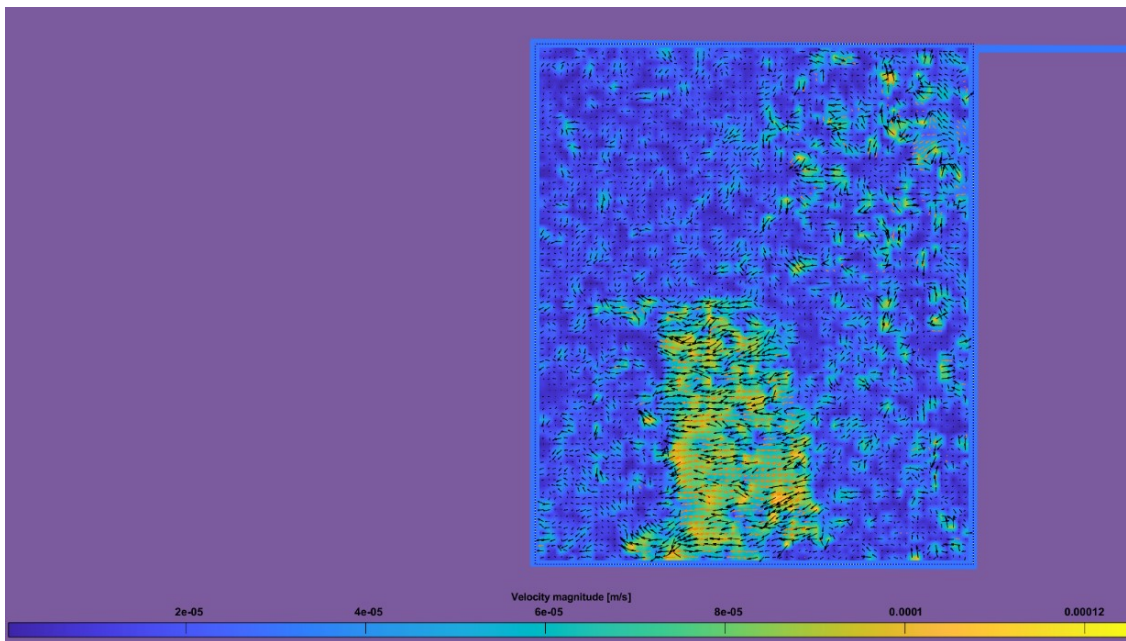
Figura 3-34: Dirección preferente de los vectores de velocidad – bloque movilizado



Fuente: Propia

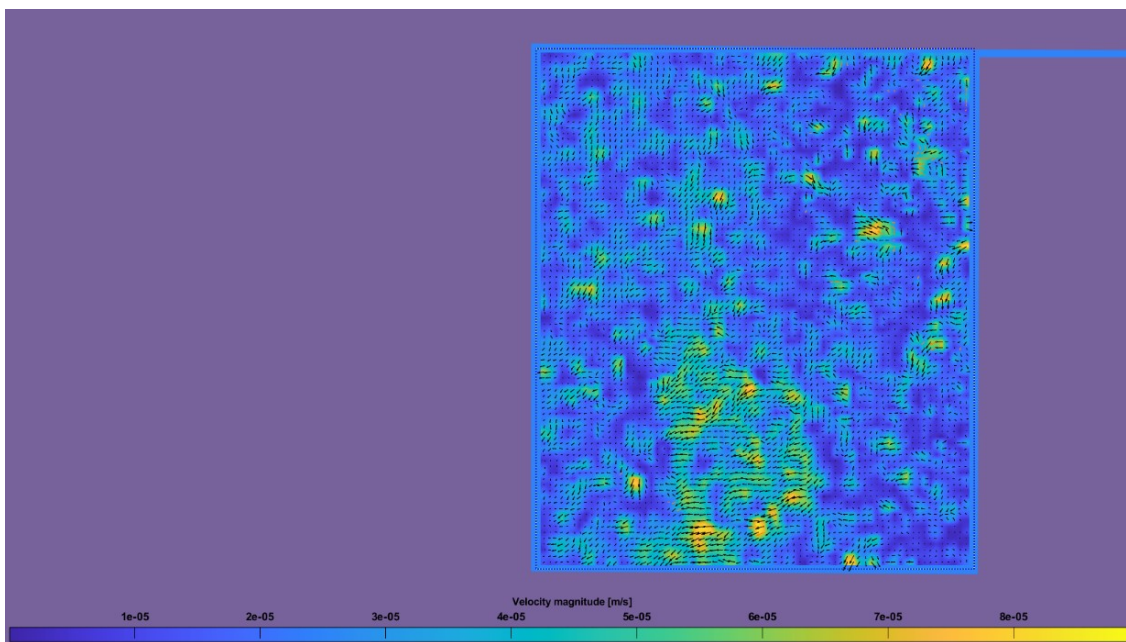
De acuerdo con los resultados obtenidos, una vez se define el plano de falla, la dirección de las partículas es igualmente definida. En el *frame* mostrado en la **Figura 3-31**, la grieta se había empezado a desarrollar, pero aún no se encontraba completa, entendida como completa cuando ésta alcanza una zona distal desde el punto de inicio; de igual manera, la dirección de los vectores ya había sido establecida. La **Figura 3-35** muestra el fotograma inmediatamente posterior al inicio de la fractura, en el cual se aprecia una disminución de la velocidad de desplazamiento, representada por la disminución en la longitud de los vectores, indicando que el proceso de fractura está completo. A partir de este momento, ambos bloques se desplazan a la misma velocidad, y no se aprecian nuevos procesos de rotura, tal como se observa en la **Figura 3-36** y **Figura 3-37**.

Figura 3-35: Vectores de velocidad en el *frame* 1485



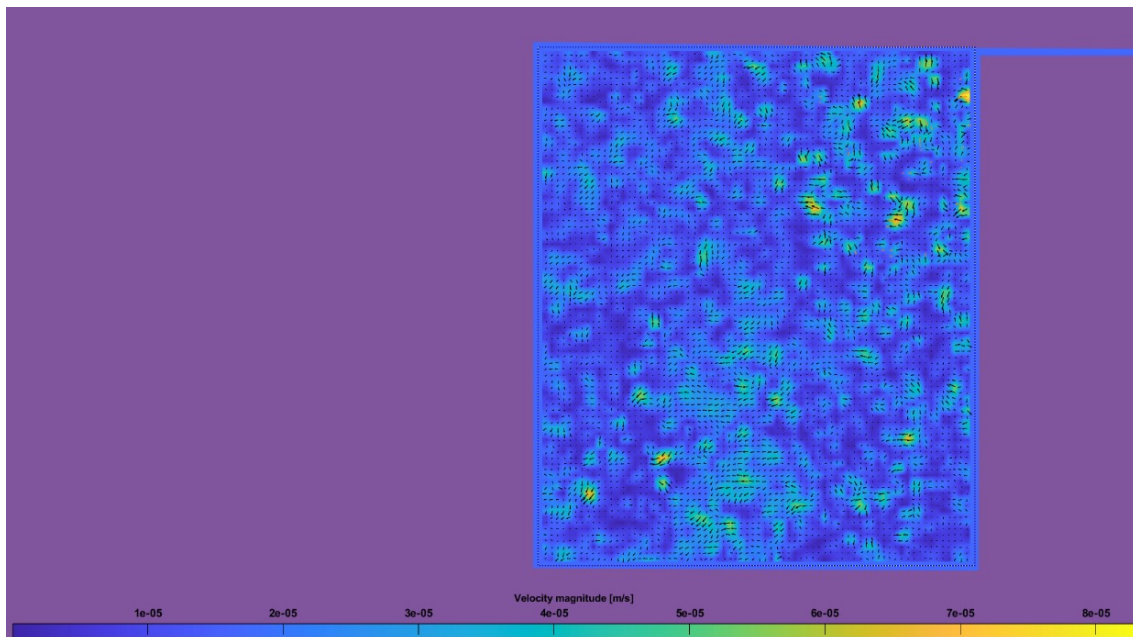
Fuente: Propia

Figura 3-36: Vectores de velocidad en el *frame* 1490



Fuente: Propia

Figura 3-37: Vectores de velocidad en el *frame* 1519



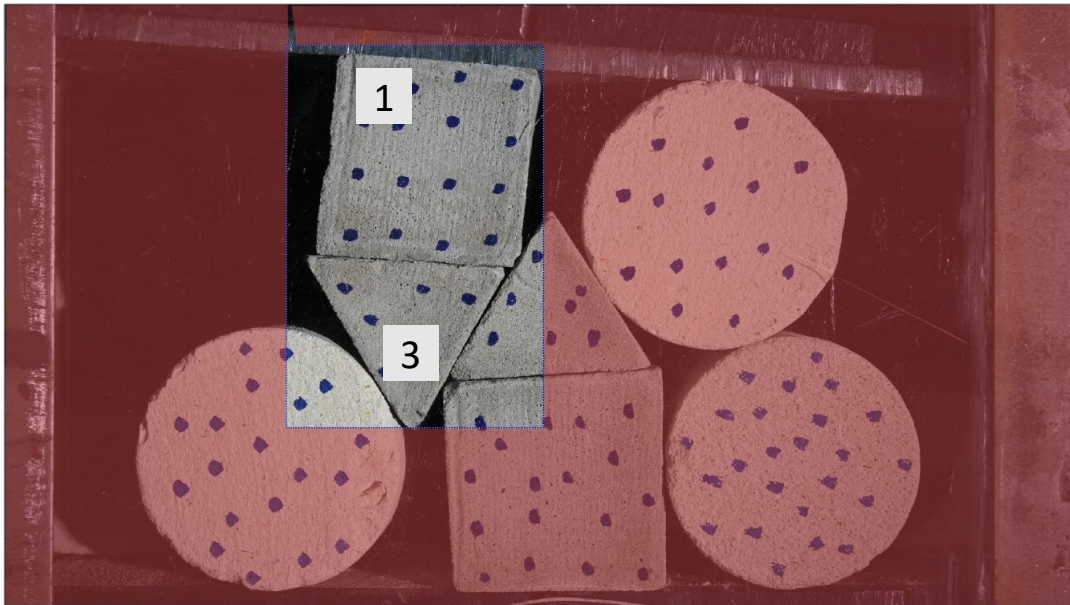
Fuente: Propia

3.2.4 Triangulo – Cuadrado – Conminución (DPIV#4)

El análisis correspondiente con el modo de rotura por conminución que se presentó en el contacto formado por una espécimen triangular y un espécimen cuadrado, fue identificado en el primer ensamble granular de formas diversas (E.G Div #1), específicamente en el contacto entre el espécimen 1 (forma cuadrada) y el espécimen 3 (forma triangular). Para este análisis se emplearon 1200 imágenes, las cuales corresponden desde el proceso de carga del ensamble granular hasta la finalización de la formación de la grieta. El fotograma donde se identificó el inicio de la grieta correspondió con el *frame* 700.

La ventana de interrogación determinada para este análisis y la máscara empleada, la cual es una zona definida por el usuario en la cual no se ejecuta la autocorrelación del DPIV, se muestran en la **Figura 3-38**. La zona fuera de la máscara corresponde con el espécimen 1, en el cual se desarrolló la grieta por conminución, específicamente.

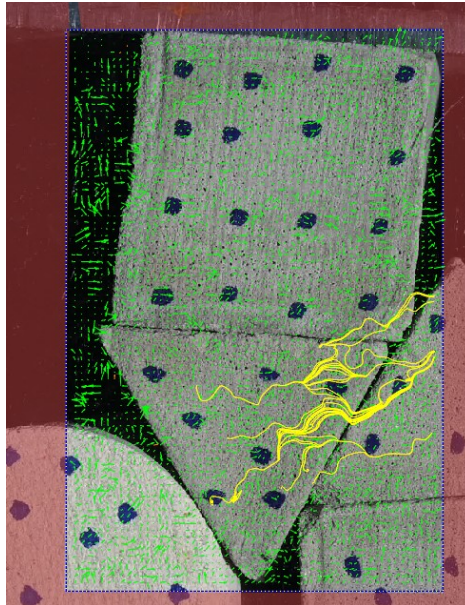
Figura 3-38: Ventana de interrogación y máscara para análisis Triangulo – Cuadrado con rotura por conminución



Fuente: Propia

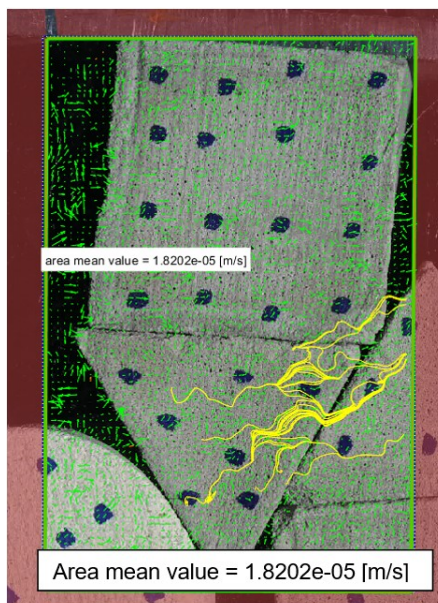
Previamente al inicio de la rotura, en el fotograma 699, se analizó la dirección preferente de los vectores de velocidad. Es posible observar que dichos vectores se divergen en, donde posteriormente, se presenta la grieta, indicando la zona de rotura y la dirección de movimiento que adquieren cada nueva partícula generada (ver **Figura 3-39**). La velocidad estimada del espécimen previo a la rotura se estimó en 1.8×10^{-5} m/s (ver **Figura 3-40**), relacionada con el movimiento del gato hidráulico en el proceso de carga.

Figura 3-39: Dirección de vectores de velocidad en el fotograma 699, previo al inicio de la rotura



Fuente: Propia

Figura 3-40: Velocidad promedio de los vectores en la partícula estado pre-rotura



Fuente: Propia

Los análisis DPIV efectuados para este mecanismo de rotura no arrojaron información suficiente con respecto a la magnitud y dirección de las partículas, debido a que, al ser pequeñas en comparación con todo el ensamble granular, el software no logró reconocer la variación de la velocidad en el punto divergente que se convierte la grieta, pero sí fue posible analizar la variación de la velocidad de propagación de la grieta a lo largo de su longitud, ya que ésta sí se mostró en el plano de análisis de la sección transparente del ensamble edométrico, y posteriormente fue posible reproducirla para realizar los análisis DPIV.

En la siguiente secuencia de figuras se realizó la captura de la velocidad en la grieta, para diferentes fotogramas de análisis, los cuales son: fotograma de inicio de rotura (**Figura 3-41**), fotograma de análisis en el primer tercio de la rotura (**Figura 3-42**), fotograma de estabilización temporal de la grieta (**Figura 3-43**), fotograma de análisis en el segundo tercio de la rotura (**Figura 3-44**), fotograma final del análisis DPIV (**Figura 3-45**).

El sentido del análisis de propagación de la grieta inició desde la zona superior del espécimen, en el contacto con el espécimen 1 del ensamble granular y se fue desarrollando hacia el costado inferior, específicamente en el contacto con el espécimen triangular adyacente. El eje de las abscisas de los análisis corresponde con la longitud recorrida a través de la grieta, en metros, mientras que las ordenadas corresponden con la magnitud de la velocidad para cada punto. Este ejercicio se realizó para cada uno de los fotogramas analizados.

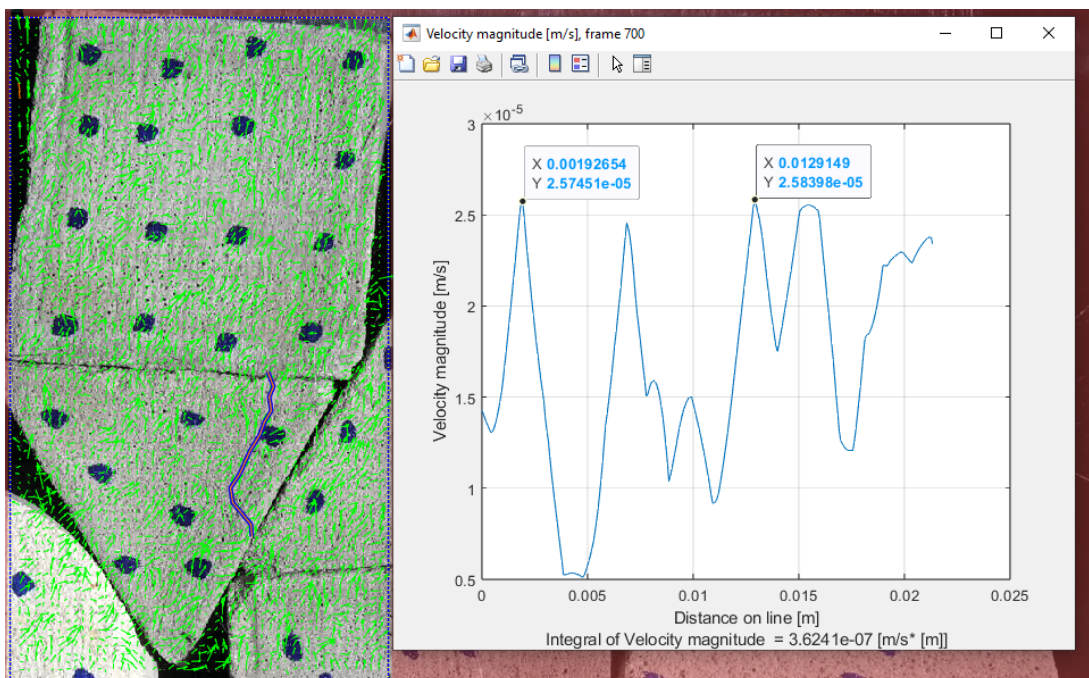
En la primera imagen referenciada, se observa la presencia de varios picos de velocidad, los cuales presentaron una velocidad de aproximadamente 2.5×10^{-5} m/s. Esta velocidad es ligeramente superior a la velocidad del conjunto y del ensayo, presentada previamente en la **Figura 3-40**, indicando las zonas de rotura; las zonas de rotura, para este caso, no correspondieron únicamente con la parte superior del espécimen, sino que el material presenta varios puntos donde puede iniciar la rotura.

Una vez inició la propagación de la grieta, se observa que la velocidad de rotura se encuentra en el orden de 3.0×10^{-5} m/s, de acuerdo con la **Figura 3-42**. En la revisión de la secuencia de fotogramas se observa que la propagación presenta una dirección desde

la zona superior del espécimen hacia la zona inferior, pero el análisis de imágenes realizado indica que ésta se presentó simultáneamente en diferentes zonas del testigo de prueba. La separación del material en diferentes zonas ayuda y allana la ruta de la grieta, reforzando la hipótesis de que el material “conoce” por donde se romperá, incluso antes de iniciado el proceso de rotura.

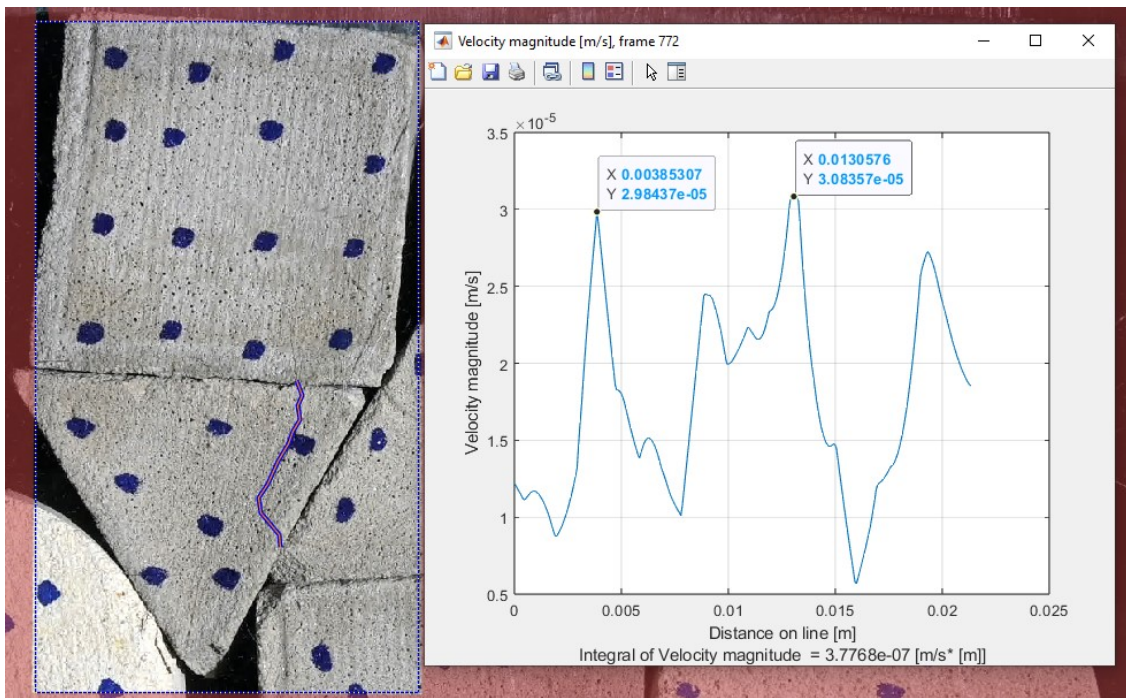
El *frame* presentado en la **Figura 3-43** indica que el proceso de rotura no es continuo una vez éste inicia, ya que la velocidad máxima que presentó la grieta en este momento corresponde con una magnitud de velocidad similar a la velocidad de inicio de rotura, mostrada en la **Figura 3-41**. Una vez superado este proceso, la grieta continúa abriéndose camino en la partícula, con picos de hasta 6.5×10^{-5} m/s (ver **Figura 3-44**). **Figura 3-44**). Finalmente, en la **Figura 3-45**, se observa que, finalizado el proceso de rotura, el ensamble granular y la partícula fallada se desplazan a la misma velocidad que se encontraba previo al inicio de la propagación de la grieta.

Figura 3-41: Distribución de velocidad en el fotograma 700



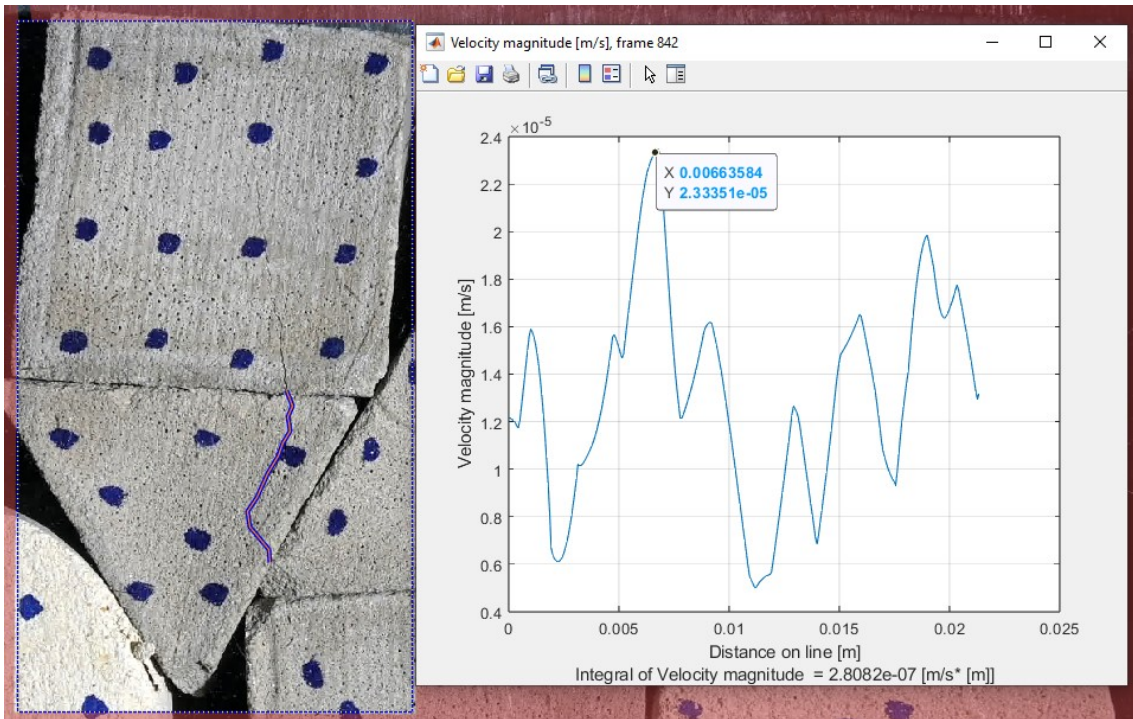
Fuente: Propia

Figura 3-42: Distribución de velocidad en el fotograma 772



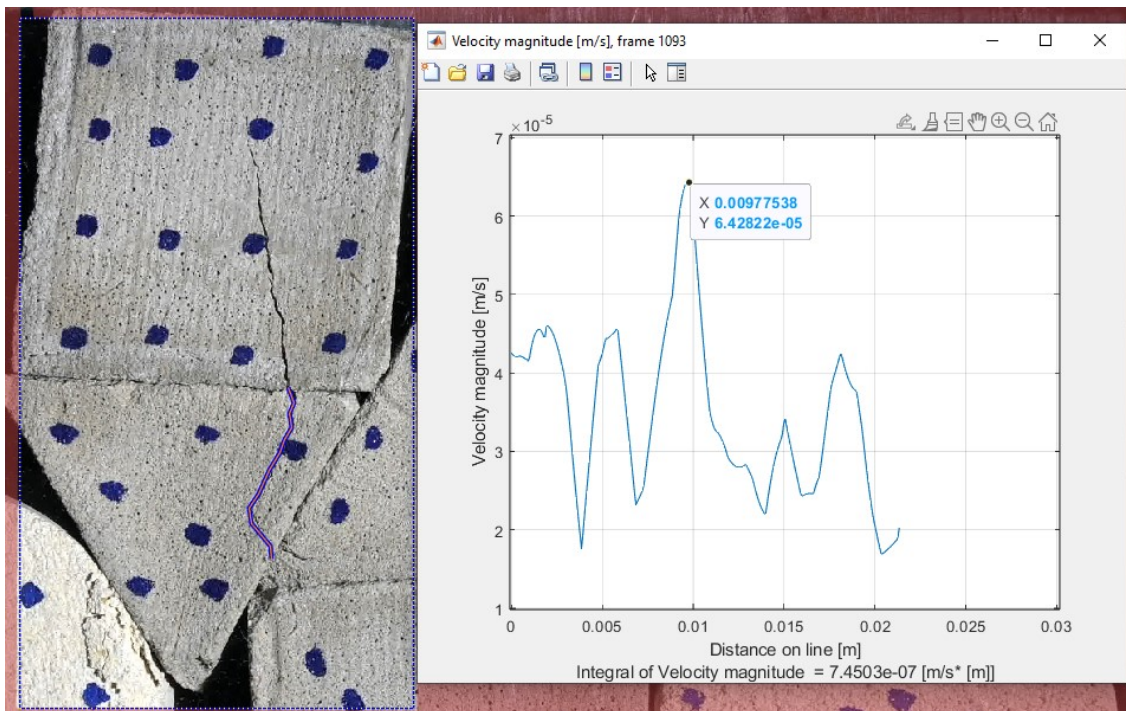
Fuente: Propia

Figura 3-43: Distribución de velocidad en el fotograma 950



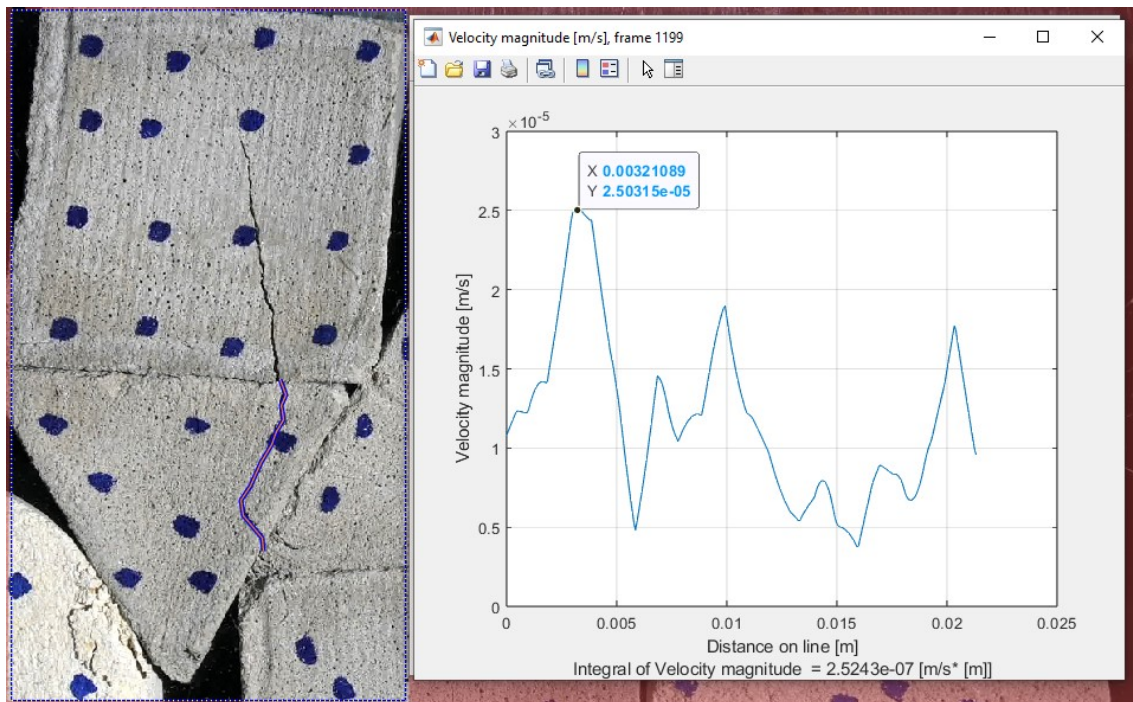
Fuente: Propia

Figura 3-44: Distribución de velocidad en el fotograma 1093



Fuente: Propia

Figura 3-45: Distribución de velocidad en el fotograma 1199



Fuente: Propia

3.2.5 Triangulo – Circulo – División (DPIV#5)

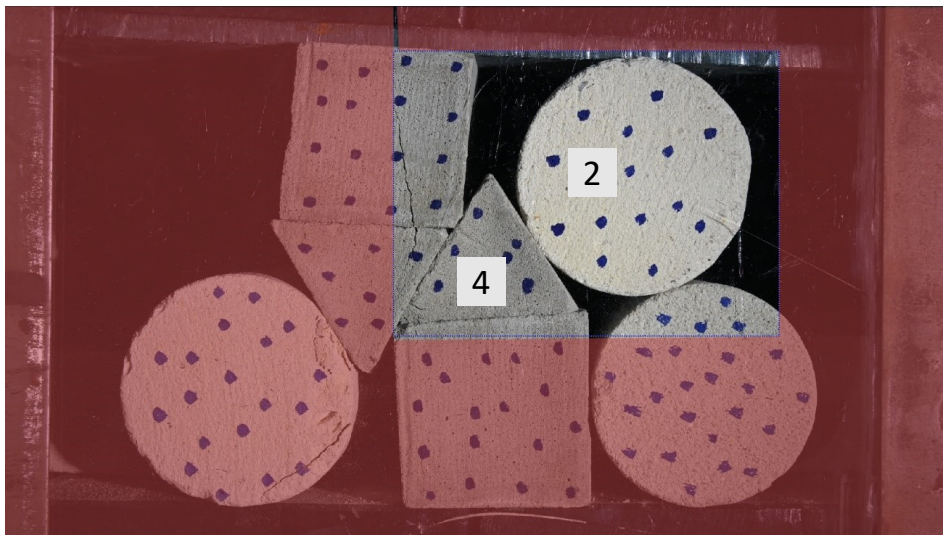
La evaluación del modo de rotura por división que se generó entre un espécimen circular y uno triangular se realizó a partir de los resultados obtenidos en el ensamble granular de formas diversas 1 (E.G. Div. # 1). Este mecanismo de rotura se desarrolló en el espécimen 2, con una dirección de fractura hacia el espécimen 4, así como un segundo plano de rotura, el cual se presentó de manera súbita en la partícula.

Este análisis empleó un total de 1200 imágenes del ensayo, las cuales abarcaron completamente la prueba realizada, desde el inicio del proceso de carga hasta la estabilización de las grietas.

La ventana de interrogación determinada para este análisis y la máscara empleada, la cual es una zona definida por el usuario en la cual no se ejecuta la autocorrelación del DPIV,

se muestran en la **Figura 3-46**. La zona fuera de la máscara corresponde con el espécimen 2, en el cual se desarrollaron las grietas de división.

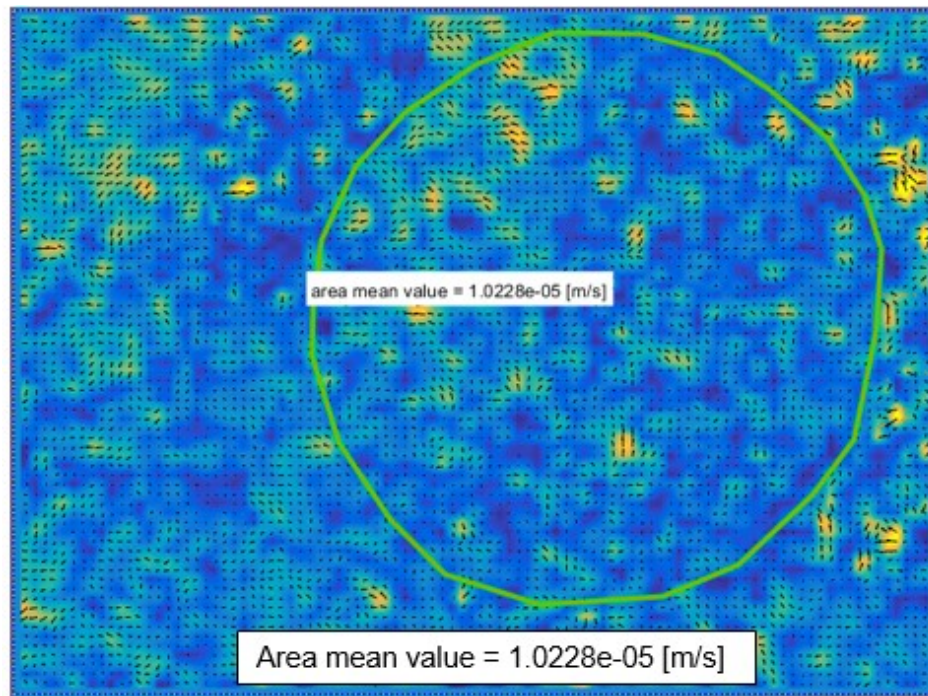
Figura 3-46: Ventana de interrogación y máscara para análisis Triángulo – Círculo con rotura por división



Fuente: Propia

El inicio de la primera rotura del espécimen se identificó en el *frame* 1086. La dirección de los vectores indica una ligera divergencia centrada en la zona de fractura, la cual se muestra con mayor claridad al evaluar la magnitud del campo de velocidades. La velocidad del espécimen previo a la falla se estimó en 1.0×10^{-5} m/s, tal como se muestra en la **Figura 3-47**. Se observa que los vectores de la zona superior, por donde se identificó el inicio de la falla del espécimen circular 2, presentaron una longitud mayor, indicando mayor velocidad en esta zona, direccionados hacia el espécimen 4.

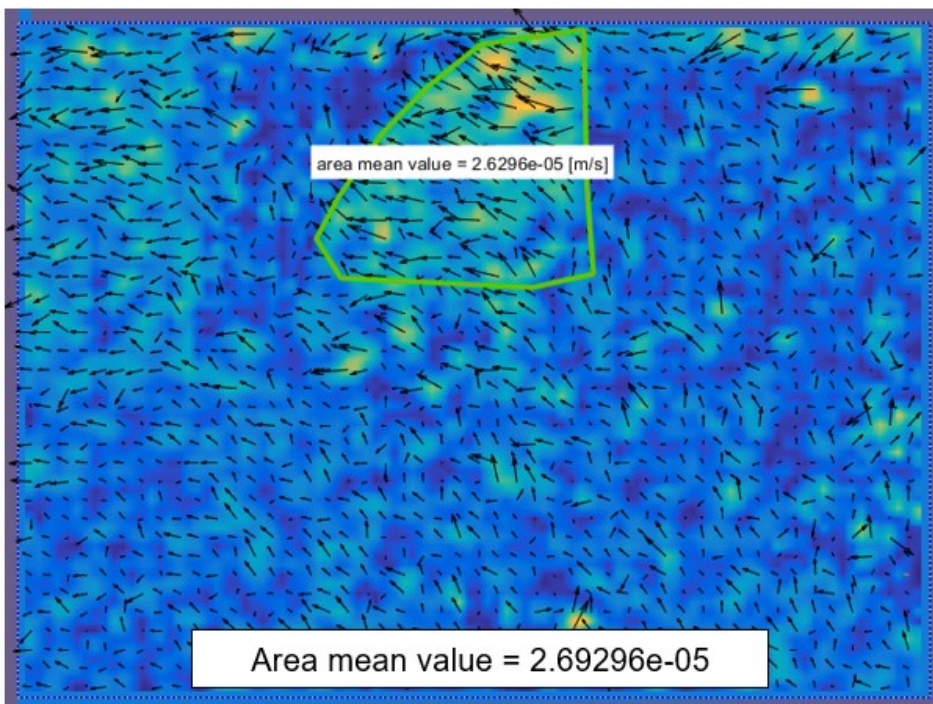
Figura 3-47: Magnitud de velocidad en el *frame* 1086



Fuente: Propia

En el fotograma siguiente, mostrado en la **Figura 3-48**, la velocidad de la zona superior aumentó a 2.6×10^{-5} m/s, completamente localizada en la zona de rotura, mostrando que el bloque movilizado correspondió con la parte izquierda del espécimen. La dirección de los vectores también muestra un desplazamiento horizontal de esta zona, indicando claramente la separación del bloque desde el plano de la grieta.

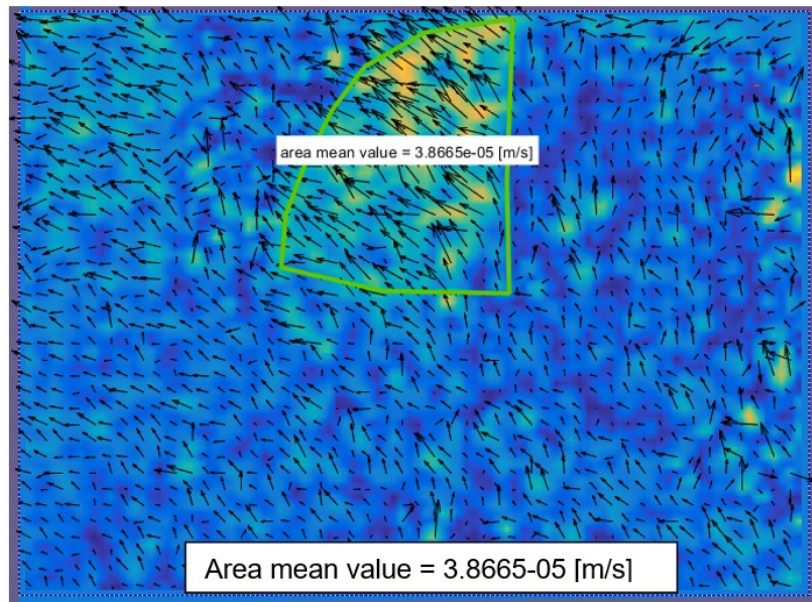
Figura 3-48: Magnitud de velocidad en el *frame* 1087



Fuente: Propia

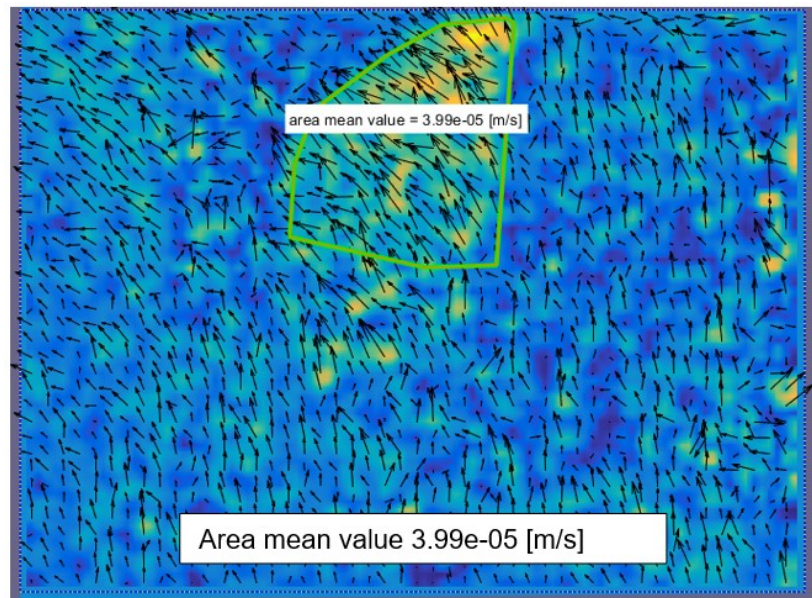
El fotograma 1088 y el fotograma 1089, presentados en la **Figura 3-49** y **Figura 3-50** respectivamente, muestran el incremento en la velocidad de desplazamiento del bloque movilizado generado en el proceso de rotura. Se alcanzó una velocidad de 4.0×10^{-5} m/s en promedio para el área que se movía. Es importante notar que el área que muestra desplazamiento no corresponde con la totalidad del bloque que se separó, lo cual puede ser indicativo que el proceso de movimiento sucede en diferentes etapas, de acuerdo con las condiciones de esfuerzos y resistencia de los materiales. La direccionalidad de la grieta indica que la rotura se desplaza hacia el espécimen triangular en contacto con la probeta sujeta de rotura; como se ha venido mostrando, la falla de este espécimen ocurrió desde la zona de carga y se direccionó hacia el espécimen 4

Figura 3-49: Magnitud de la velocidad en el *frame* 1088



Fuente: Propia

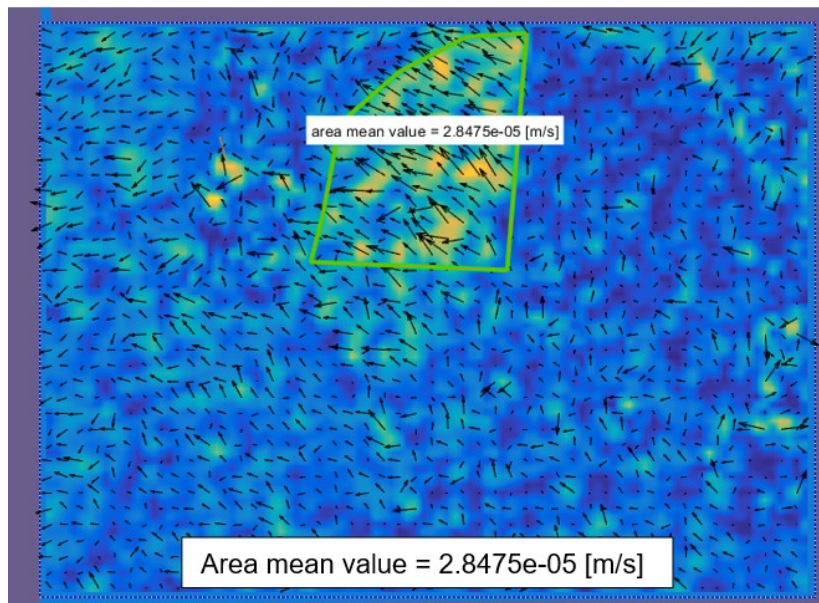
Figura 3-50: Magnitud de la velocidad en el *frame* 1089



Fuente: Propia

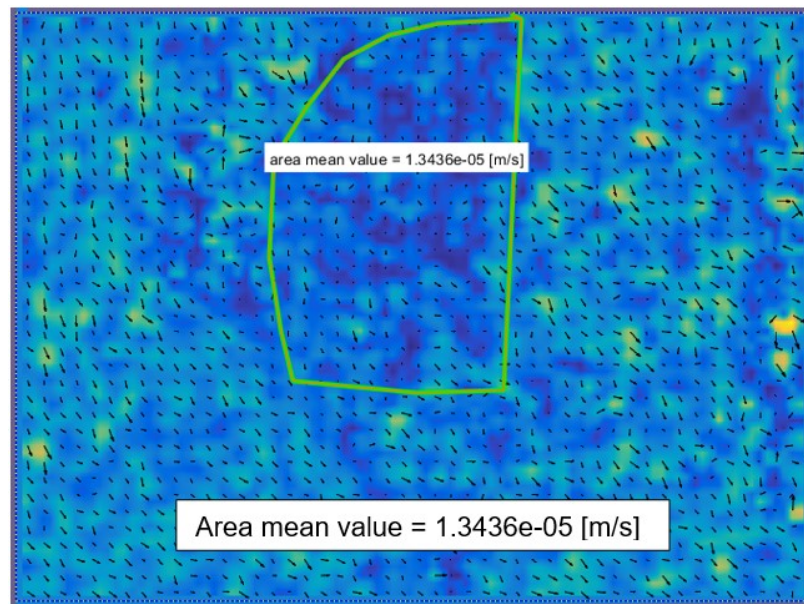
Finalmente, en la **Figura 3-51** y la **Figura 3-52** se observa la estabilización del proceso de rotura de esta primera grieta, con una disminución en la magnitud de velocidad de desplazamiento del bloque movilizado, y posteriormente, se muestra que el fragmento generado se desplaza a una menor velocidad con respecto al conjunto de partículas del ensayo, indicando que éste ya no hace parte del proceso de carga del ensamble granular.

Figura 3-51: Magnitud de la velocidad en el *frame* 1091



Fuente: Propia

Figura 3-52: Magnitud de la velocidad en el *frame* 1094

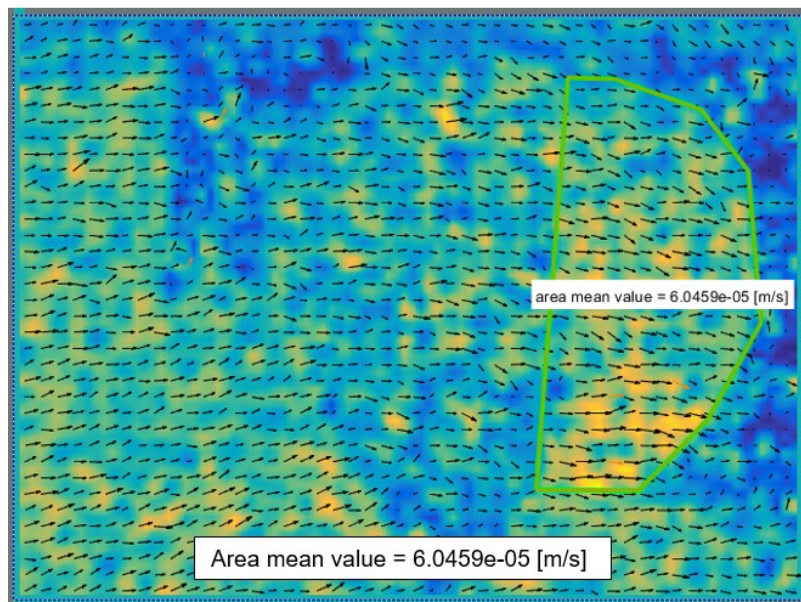


Fuente: Propia

Los resultados indican que el mecanismo de rotura se presenta de acuerdo con el tipo de contacto que transmite el esfuerzo y con el área de contacto existente entre las partículas adyacentes; para este caso, el contacto entre el espécimen circular y el espécimen triangular era muy pequeño, por lo cual se presenta un mayor esfuerzo en esta zona y direccionó la grieta hacia el espécimen 4.

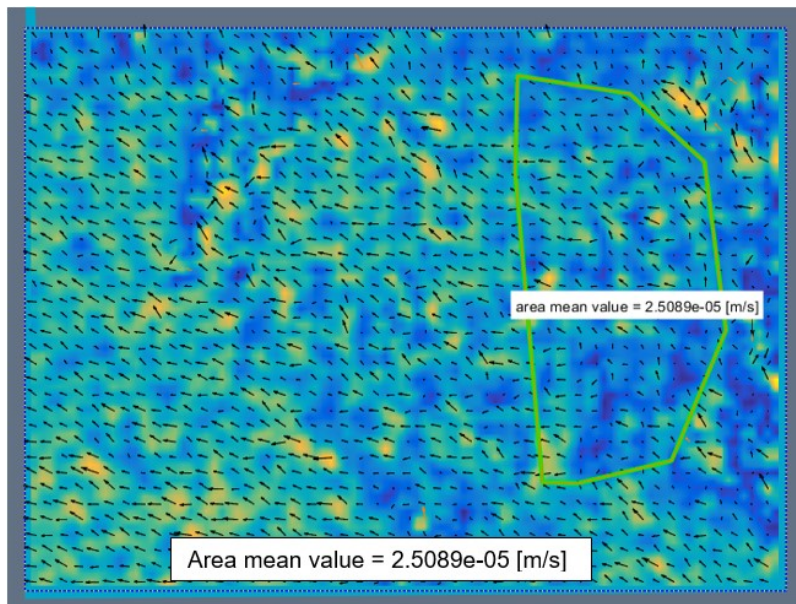
La segunda grieta se presentó de manera súbita en el *frame* 1193, el cual es mostrado en la **Figura 3-53**. Se observa un incremento de la magnitud de la velocidad de la partícula hasta llegar aproximadamente a los 6.0×10^{-5} m/s; la figura muestra claramente el contorno de este nuevo bloque generado, mientras que los fotogramas subsiguientes, mostrados en la **Figura 3-54** y posteriormente en la **Figura 3-55**, indican que la estabilización de la grieta sucedió casi a la misma velocidad de la propagación de la rotura que generó este fragmento.

Figura 3-53: Magnitud de la velocidad en el *frame* 1193



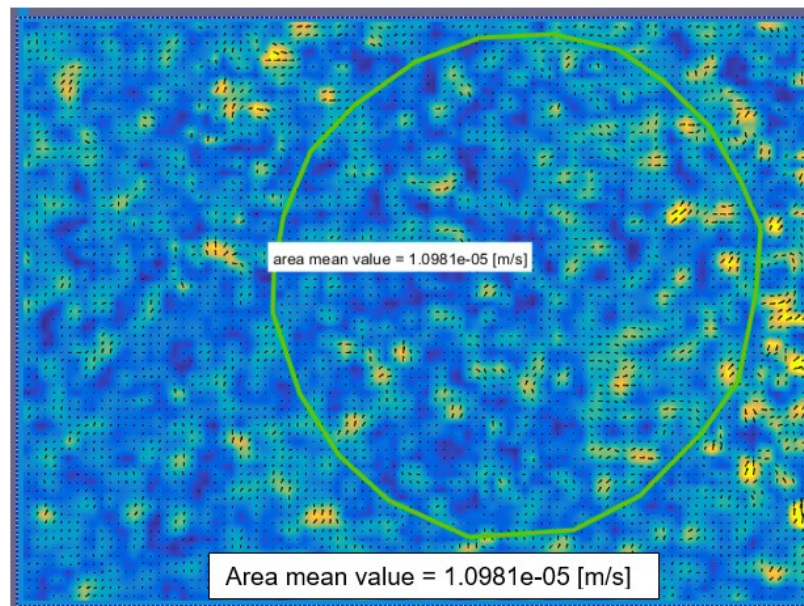
Fuente: Propia

Figura 3-54: Magnitud de la velocidad en el *frame* 1194



Fuente: Propia

Figura 3-55: Magnitud de la velocidad en el *frame* 1200



Fuente: Propia

3.2.6 Análisis de resultados

En este numeral, se presentaron los resultados de la aplicación de técnica de análisis de imágenes DPIV en diferentes procesos de generación de rotura para los mecanismos de falla de conminución y división, determinados a partir de los resultados obtenidos en el numeral 2.5.

Los resultados indican que previo a la generación de la grieta, independiente del tipo de rotura presentado, la zona de falla se encuentra definida. Este plano de rotura se relaciona con los puntos de aplicación y contacto entre los especímenes que hacen parte del ensamble granular. Se determinó que las fracturas inician en un punto de contacto entre partículas y se desarrollan hasta alcanzar una zona de debilidad del material o un sector sometido a mayor esfuerzo dentro de la masa del espécimen, como son los contactos, siguiendo las cadenas de fuerza del ensamble granular que transmiten las fuerzas y esfuerzos de una partícula a otra.

Los resultados indican que el mecanismo de rotura se encuentra condicionado por el tipo de contacto existente entre los especímenes del ensamble granular y su relación con la

cadena de carga, la transmisión de fuerzas y el área de contacto entre las partículas. Para el caso de rotura por división, este tipo se identificó cuando se generaron contactos con áreas muy pequeñas, lo cual genera un mayor esfuerzo dentro de la partícula y su vez direcciona la grieta generada; por el contrario, una mayor área de contacto se relacionó con la generación de grietas por comunicación por razones similares a las previamente dadas. Un área mayor distribuye de mejor manera los esfuerzos entre partículas, lo cual no direcciona la grieta, sino que separa las zonas de mayor vulnerabilidad de la partículas, como son las zonas distales de la misma.

Para el mecanismo de conminución se observó que una vez definida la velocidad de rotura del material, la cual se encuentra controlada por la velocidad de aplicación del esfuerzo y las irregularidades propias de cada espécimen, esta velocidad se va “moviendo” a lo largo del plano de falla, separando el material en su paso, y al alcanzar la zona distal de la grieta, los fragmentos retoman la velocidad a la cual se encontraban previo el proceso de rotura.

El proceso de rotura ocurre tanto en las zonas de contacto como en una zona dentro de la partícula, pero su activación se encontró inequívocamente en una zona de contacto. Esto puede deberse a que, inicialmente la distribución de esfuerzos dentro de la partícula se mantiene relativamente uniforme, pero a medida que el proceso de carga continúa, las zonas de mayor esfuerzo correspondientes con los puntos de aplicación o de transferencia de carga alcanzan la rotura antes que las áreas internas de los testigos, indicando a su vez que la velocidad de rotura es propia del testigo, pero el desencadenamiento de la rotura sí es influenciada por las zonas de transferencia. El proceso de rotura se encuentra asociado principalmente a los esfuerzos de corte que se desarrollan en los testigos.

Para el mecanismo de división, se encontró que la zona de divergencia de vectores corresponde claramente con el plano por el cual se desarrolla la grieta. La presencia de un bloque movilizado y otro inmóvil, o con menor velocidad que su contraparte, se repitió en los diferentes ensayos analizados. La definición del bloque movilizado o inmóvil fue indiferente del punto de aplicación de la carga o del contacto, aunque la falla por división siempre fue generada desde un punto de transferencia de carga hacia otro; esto corresponde con procesos de tracción de los testigos de prueba, generando la separación de los bloques y su desplazamiento en direcciones contrarias. Una vez terminado el

Análisis de la rotura de gravas usando la técnica de análisis de imágenes DPIV203
teniendo en cuenta los efectos de forma

proceso de rotura, el fragmento generado deja de recibir carga, ya su vez el fragmento generador pueda generar a su vez nuevos fragmentos posteriormente; los procesos de rotura posteriores son súbitos, aunque los órdenes de magnitud de la velocidad de rotura se mantienen, ya que este parámetro es propio para cada testigo.

3.3 Esfuerzos de cada partícula

Los análisis de rotura en los cuales se intenta determinar el estado de esfuerzos de las partículas que componen los ensambles granulares de manera individual, tanto en modelos numéricos como teóricos, implementan en sus soluciones diferentes alternativas, abarcando desde hipótesis de continuidad en los materiales hasta la separación de fuerzas que aglomeran partículas que simulan los componentes de los ensambles granulares, pero su determinación en modelos físicos aún no se ha logrado.

Dentro del marco de esta investigación, la determinación de los esfuerzos a los cuales se encontraban sometidos cada una de las partículas que conformaron los ensambles granulares testeados se abordó desde diferentes ángulos, los cuales incluyeron una primera aproximación considerando el ensamble granular como un medio continuo hasta la integración de modelos numéricos calibrados a partir de los resultados de los ensayos físicos realizados, sin obtener resultados congruentes.

Los resultados obtenidos por Támara Sáez (2022) daban luces acerca del uso de la metodología DPIV en la determinación del estado de esfuerzos a partir del registro de las deformaciones, aunque limitado a una partícula. El uso de esta metodología se volvió inviable a raíz de los múltiples análisis simultáneos que conlleva.

De acuerdo con las investigaciones realizadas por Bagi ((1996a); (1996b); (2004)), los diferentes dominios en los cuales se enmarcan los esfuerzos de un ensamble granular y sus deformaciones, en otro dominio particular, no permiten asociarse entre ellos y por lo tanto, actualmente, no es posible determinar un estado a partir del registro del otro.

Para el caso de este trabajo investigativo, se considera que es requerido abordar esta temática desde otro punto de vista, el cual no se encuentra dentro del alcance de esta investigación.

4. Conclusiones y recomendaciones

4.1 Conclusiones

Este trabajo de maestría se realizó dentro del marco del proyecto de investigación “Estudio de la Rotura de Gravas usando la técnica de análisis de Imágenes DPIV”, realizado gracias a la convocatoria “*Apoyo a Proyectos de Investigación y Creación Artística de la Sede Bogotá de la Universidad Nacional de Colombia – 2019*”.

Este documento ha abordado el análisis de la rotura en sujetos de tamaño grava, de acuerdo con el Sistema Unificado de Clasificación de Suelos UCSC (*Unified Soil Classification System*), por sus siglas en inglés (ASTM, 2020), fabricados empleando material de adhesivo para cerámicas, comúnmente conocido como *pegante cerámico*.

Cuando las partículas son arregladas en conjuntos dan origen a los ensambles granulares; estos fueron ensayados dentro de una caja diseñada y construida en este trabajo de maestría específicamente para que los procesos de carga se realizaran de manera edométrica, empleando la máquina de carga Humboldt HM-3000. Cada uno de los ensambles granulares ensayados fue grabado mediante el uso de una cámara digital Nikon Z50; la acción en conjunto entre los elementos de carga (banco de pruebas, deformímetro LDVT y celda de carga) y registro (cámara digital) se denominó ensamble edométrico.

Se realizaron 6 procesos de carga para 6 ensambles granulares con las siguientes características: 2 ensambles granulares conformados por partículas circulares, con variación en el tiempo de carga, 2 ensambles granulares conformados por partículas cuadradas con variación en la densidad y 2 ensambles granulares conformados por una

mezcla entre partículas circulares, cuadradas y triangulares con variación entre la densidad de los ensambles granulares.

Los resultados indican que los ensambles granulares circulares no presentan gran variación en sus resistencias al evaluar distintas velocidades. La velocidad de carga influye en los procesos de acomodación de las partículas en el proceso de carga, lo que conlleva a una gráfica de esfuerzo – deformación con una menor variación en su pendiente. Los resultados dan indicios de una condición de esfuerzos relativamente constante dentro del ensamble granular, al presentarse la falla de los elementos en niveles similares de esfuerzos externos aplicados. Se encontró que el número de coordinación presenta influencia en la resistencia exhibida por cada espécimen, confirmando las hipótesis que entre mayor sea dicho número, mayor será la resistencia adquirida de la partícula. Se estableció que el tipo de mecanismo de falla se encuentra relacionado con el tipo de contacto existente entre las partículas.

Para los ensambles granulares conformados por cuadrados, se obtuvo que el mecanismo de falla predominante fue la división, desarrollada desde una zona de concentración de esfuerzos que se genera en las inmediaciones de los contactos entre partículas. Esta forma de partícula presentó gran incremento en su resistencia con respecto a su resistencia individual, así como una relación directamente proporcional entre el número de coordinación y el esfuerzo máximo que soportó cada partícula. Se introdujo el concepto de "contacto efectivo".

Para el caso de las partículas triangulares, se observa que su comportamiento mecánico depende de su posición dentro del ensamble granular y el tipo de contacto con las partículas vecinas. No se observó una tendencia en cuanto a la generación de la rotura para esta partícula, ya que se presentaron distintos puntos de inicio, tanto en algún contacto con otro espécimen como aproximadamente un punto intermedio dentro de la misma.

Al normalizar los esfuerzos máximos externos para cada ensamble granular con la resistencia a la tracción de cada forma en particular, fue posible observar que las partículas circulares obtuvieron la menor resistencia adquirida en el ensamble granular, en contraste

con las formas cuadradas que exhibieron el mejor comportamiento mecánico de las formas analizadas. El grado de empaquetamiento también presenta una afectación directa en los resultados, ya que para ensambles granulares de densidades similares, el comportamiento de la curva esfuerzo – deformación fue muy similar. La diversificación de formas aumenta los niveles de deformación en la falla para los ensambles granulares.

Los mecanismos de falla de los especímenes cargados fueron analizados a partir del registro en video de cada una de las pruebas realizadas a los ensambles granulares; para los ensambles granulares conformados por sujetos circulares se obtuvo que al alcanzar el 81.6% de esfuerzo de cedencia determinado, los mecanismos de rotura prevalecientes pasaron de conminución a división. Se considera que este comportamiento es causado por la disposición y contactos entre partículas, generando una fuerza puntual en los especímenes que posteriormente se propagaba por la probeta. Se encontró que el mecanismo de falla por división no divide a las partículas únicamente por la mitad, sino que es posible que una partícula raíz genere tres o más fragmentos en el mismo proceso de carga.

Para el caso de los ensambles granulares de formas cuadradas, se determinó que hasta alcanzar el 95% del esfuerzo de cedencia se inició el proceso de generación de grietas asociadas al mecanismo de falla por división, con baja influencia de la densidad del ensamble granular, ya que los resultados fueron similares para ambas condiciones de empaquetamiento, indicando que la forma de partícula condiciona el tipo de rotura presentada.

Para los ensambles granulares de formas diversas, no se determinó un mecanismo de falla imperante, debido a la presencia de distintos tipos de esfuerzo, incluyéndose esfuerzos de tracción, esfuerzos de corte e inclusive esfuerzos de flexión, que se desarrollaron en procesos complejos. La zona de transición entre la rotura por conminución y por división se estableció en el 100% del esfuerzo de cedencia determinado para cada ensamble granular, para niveles de deformación de aproximadamente el 4.0%. Se encontró que se generaron simultáneamente grietas por conminución y por división en distintas partículas, indicando que los estados de esfuerzos no son uniformes y se deben abordar partícula a partícula, o forma por forma.

En los diferentes ensambles granulares analizados, se presentaron grietas por tracción que dividieron la partícula en varias secciones, lo cual indica que la generación de nuevos fragmentos no se detiene una vez se alcanza la rotura inicial de la partícula y que existe una redistribución de esfuerzos dentro del ensamble a medida que se van rompiendo sus componentes. La rotura inicial de la partícula condiciona la generación de material posteriormente; si la primera fractura corresponde con una grieta de tipo conminución, la partícula raíz seguirá cargada con el esfuerzo externo aplicado y posteriormente generará aún más partículas, mientras que, si la primera grieta corresponde a una fractura de división, la partícula generada no será cargada nuevamente y no generará nuevos tamaños dentro del arreglo.

Se aplicó la metodología de velocimetría de partículas con imágenes digitales a algunos ensambles granulares de interés, donde se identificaron los mecanismos de rotura, los tipos de contacto presentes y la interacción de las formas en los procesos de carga.

Se encontró que el tipo de mecanismo de rotura se encuentra condicionado por el tipo de contacto existente, es decir, por la forma entre especímenes adyacentes y en contacto dentro del ensamble granular. Para el caso de rotura por división, este tipo se identificó cuando se generaron contactos con áreas muy pequeñas, lo cual genera un mayor esfuerzo dentro de la partícula y su vez direcciona la grieta generada; por el contrario, una mayor área de contacto se relacionó con la generación de grietas por conminución ya que, un área mayor distribuye de mejor manera los esfuerzos entre partículas, lo cual no direcciona la grieta sino que separa las zonas de mayor vulnerabilidad de las partículas, como son las zonas distales de la misma.

Se encontró que el plano de falla es definido previo a la ocurrencia de la rotura, independiente del mecanismo de rotura que se genera. El plano de falla se encuentra relacionado con los puntos de aplicación de las fuerzas y contactos entre las partículas que conforman el ensamble granular. Para los análisis realizados, la grieta inició desde un punto de contacto entre las partículas y se desarrolló a una zona de debilidad mecánica o un sector sometido a mayor esfuerzo dentro de la masa del espécimen; las trayectorias de

las grietas corresponden con las trayectorias de las cadenas de carga del ensamble granular por la cual se transmiten las fuerzas y esfuerzos de una partícula a otra.

Para el mecanismo de conminución se determinó que la velocidad de rotura se encuentra controlada por la velocidad de aplicación del esfuerzo y las irregularidades propias de cada uno de los componentes del ensamble granular. Una vez determinada la velocidad de rotura del espécimen, ésta se va “moviendo” a lo largo del plano de falla previamente definido, separando el material a su paso, y una vez el proceso de rotura finaliza al alcanzar la zona distal de la grieta, los fragmentos generados retoman la velocidad previa al proceso de rotura.

El proceso de rotura ocurre tanto en las zonas de contacto como en las zonas internas de las partículas, pero el punto inicial de la grieta se determinó en una zona de contacto, correspondiente con las zonas de mayor esfuerzo de la partícula. La velocidad de rotura es propia para cada uno de los componentes, pero el desencadenamiento de la grieta se encuentra estrechamente relacionado con las zonas de transferencia de esfuerzos que se generan en los procesos de carga. Los procesos de rotura se encuentran asociados principalmente a esfuerzos de corte desarrollados dentro de cada uno de los especímenes.

El análisis de imágenes realizado al mecanismo de rotura por división determinó que la zona de divergencia de vectores encontrada correspondió inequívocamente al plano de falla por el cual se desarrolla la grieta. El proceso de rotura genera dos bloques: bloque movilizado y bloque inmóvil, o con menor velocidad que su contraparte. Al igual que en el mecanismo de rotura por conminución, la grieta se desarrolló desde un punto de contacto con otra partícula, lo que generó un esfuerzo de tracción en el espécimen al transmitirse la carga de manera puntual. La definición del bloque movilizado y bloque inmóvil fue independiente del punto de aplicación o contacto. Adicionalmente se encontró que, al ocurrir la falla, uno de los fragmentos generados deja de recibir carga, mientras que el otro fragmento puede seguir recibiendo cargas y posteriormente volver a fracturarse. Para esta segunda fractura, se determinó que es un proceso súbito pero los órdenes de magnitud de la velocidad de rotura se mantienen, a raíz que este parámetro es propio para cada partícula.

Se debe tener en cuenta que, aunque se procuró que las partículas ensayadas presentaran características físicas y mecánicas similares, no se logró que la variación fuese menor a la obtenida, de acuerdo con lo descrito en el numeral 2.1, a raíz de los métodos de fabricación empleados. Los resultados obtenidos, especialmente en las probetas triangulares, podrían variar al presentarse un ensamble con propiedades mecánicas con mayor homogeneidad.

La rotura de partículas en obras geotécnicas que empleen ensambles granulares es un proceso inherente a su uso; las deformaciones asociadas a estas obras de ingeniería se producen principalmente por la reacomodación de las partículas al romperse, desencadenando deformaciones considerables en la infraestructura.

4.2 Recomendaciones

La investigación geotécnica empleando la Velocimetría de Partículas con Imágenes digitales DPIV aun presenta grandes campos de desarrollo. Para ampliar el espectro de investigaciones, y a partir de la experiencia adquirida en el proceso investigativo de este documento, se presentan las siguientes recomendaciones:

1. Realizar una nueva serie de ensayos edométricos que permitan ajustar y ampliar los resultados presentados en este documento, incluyendo nuevas formas, diferentes densidades de ensambles granulares, velocidades de carga y diferentes materiales.
2. Emplear materiales naturales en los procesos de carga y analizar su respuesta mecánica, con principal interés en las velocidades de propagación de la rotura y los mecanismos de falla asociados a las formas testeadas.
3. Introducir efectos térmicos y cambios en las condiciones de succión en las pruebas a ejecutar, determinando la influencia que presentan estas dos variables en la respuesta mecánica de los ensambles granulares y sus partículas composicionales.
4. Realizar análisis DPIV enfocados en los análisis del mecanismo de conminución, donde se permita obtener información de mejor calidad y entender de mejor manera este mecanismo de falla.

5. Desarrollar software que permita analizar simultáneamente, pero de manera individual, las partículas que conforman los ensambles granulares.
6. Desarrollar nuevos equipos en los cuales se permita visualizar la totalidad de los componentes del ensamble granular y analizar de mejor manera la interacción entre ellos.
7. Realizar investigaciones empleando la Velocimetría de Partículas con Imágenes en otros temas de interés geotécnico en el laboratorio, como las respuestas del suelo bajo diferentes tipos de cimentación, el análisis de excavaciones en materiales granulares y cohesivos, condiciones de flujo y drenaje, entre otros.
8. Emplear diferentes técnicas de análisis de imágenes, como la *Digital Image Correlation* DIC, por sus siglas en inglés, para lograr evaluar los esfuerzos internos de cada partícula en un proceso de carga realizado en un modelo físico.
9. Realizar una integración entre los modelos físicos de los ensambles granulares y los modelos numéricos que simulan la rotura, cuyos resultados se compaginen y permitan dar avances de manera simultánea en ambos campos de investigación.
10. Desarrollar métodos que permitan garantizar una fabricación de sujetos de prueba estandarizados, que presenten un nivel de homogeneidad alto, específicamente en términos de propiedades físicas y mecánicas.
11. Evaluar la influencia de la fricción intergranular y el efecto de presiones de poros en la generación y tipo de falla para diferentes formas y tipos de contacto.
12. Desarrollar algoritmos de inteligencia artificial en los análisis de imágenes mediante DPIV, que permitan identificar y caracterizar de mejor manera los mecanismos de rotura que se presenten.
13. Realizar ensayos similares donde se logre variar el tamaño de las partículas y evaluar la influencia del tamaño y factor de escala.

5. Bibliografía

- Adrian, R. J. (1988). Statistical properties of particle image velocimetry measurements in turbulent flow. *4th International Symposia on Laser Techniques to Fluid Mechanics*, 11-14.
- Adrian, R. J. (2005). Twenty years of Particle Image Velocimetry. *Experiments in Fluids*, 159-169. <https://doi.org/10.1007/s00348-005-0991-7>
- Agüí, J., & Jiménez, J. (1987). On the performance of Particle Tracking. *J Fluid Mech*, 447-468. <https://doi.org/10.1017/S0022112087003252>
- Alonso, E., & Oldecop, L. (2007). Theoretical investigation of the time-dependent behaviour of rockfill. *Géotechnique*, 289-301.
- André, M. A., & Bardet, P. M. (2015). Interfacial shear stress measurement using high spatial resolution multiphase PIV. *Exp Fluids*. <https://doi.org/10.1007/s00348-015-2006-7>
- Ansys® Academic Research Mechanical. (2023). *Ansys*. <https://www.ansys.com/>
- ASTM. (2020). Standard Practice for Classification of Soils for Engineering Purposes (Unified Soil Classification System). En ASTM.
- Baastiaans, R. (1993). Cross-correlation PIV: Theory, implementation and accuracy. *Technische Universiteit Eindhoven Reports*.
- Bagi, K. (1996a). Geometrical modelling of granular assemblies. *Acta Technica Academiae Scientiarum Hungaricae*, 1-16.
- Bagi, K. (1996b). Stress and strain in granular assemblies. *Mechanics of Materials*, 165-177.
- Bagi, K. (1999). Microstructural Stress Tensor of Granular Assemblies With Volume Forces. *Journal of Applied Mechanics*, 934-936.
- Bagi, K. (2004). Granular mechanics special issue. *International Journal of Solids and Structures*, 5761-5762.

- Bourke, P. (August de 1996). *Cross Correlation - Autocorrelation - 2D Pattern Identification*.
<http://paulbourke.net/miscellaneous/correlate/>
- Bracewell, R. (1999). *The Fourier Transform and Its Applications, 3rd edition*. New York:
McGraw Hill.
- Bridgwater, J. (2007). Particle Breakage due to Bulk Shear. En *Handbook of Powder
Technology* (págs. 87-117). Cambridge.
- Brossard, C., Monnier, J., Barricau, P., Vaandernoot, F., Le Sant, Y., Champagnat, F., &
Le Besnerais, G. (2009). Principles and Applications of Particle Image Velocimetry.
AerospaceLab, 1-11.
- DIGITAL WAVE LTD. (2023). *Free Video to JPG Converter*. DVDVideoSoft:
<https://www.dvdvideosoft.com/es/products/dvd/Free-Video-to-JPG-Converter.htm>
- Duan, X.-f., Wang, Y.-z., & Yuan, X.-m. (2018). State-of-Art Review of Particle Image
Velocimetry (PIV) in Geotechnical Engineering. *2018 International Conference on
Applied Mechanics, Mathematics, Modeling and Simulation (AMMMS 2018)*.
- Forliti, D., Strykowski, P., & Debatin, K. (2000). Bias and precision errors of digital particle
image velocimetry. *Experiments Of Fluids*, 436-447.
- Gollin, D., Brevis, W., Bowman, E. T., & Shepley, P. (2017). Performance of PIV and PTV
for granular flow measurements. *Granular Matter*. <https://doi.org/10.1007/s10035-017-0730-9>
- Hecht, E., & Zajac, A. (2001). *Optics*. Massachusetts: Addison-Wesley Pub. Company.
- Hiramatsu, Y., & Oka, Y. (1966). Determination of the tensile strength of rock by a
compression test of an irregular test piece. *International Journal of Rock Mechanics
and Mining Sciences*, 89-90.
- Instituto Nacional de Vías - INVIAS. (2012). *Manual de Normas de Ensayo de Materiales
para Carreteras*.
- Kim, J., Woo, S. I., & Chung, C.-K. (2018). Assessment of Non-uniform Deformation
During Consolidation with Lateral Drainage using Particle Image Velocimetry (PIV).
KSCE Journal of Civil Engineering, 520-531.
- Kwan, J., Sun, W., Lam, C., & Koo, R. (2016). Recent advances in landslide risk
management measures in Hong Kong. *Landslides and Engineered Slopes.
Experience, Theory and Practice: Proceedings of the 12th International Symposium
on Landslides*. Napoles, Italia.

- Liang, C., Liu, J., Wu, Y., Chen, Z., Luo, R., Zheng, J., & Meng, Y. (2022). Experimental Study on Soil Deformation during Sammler Penetration. *KSCE Journal of Civil Engineering*, 1080-1088.
- Manso, J., Marcelino, J., & Caldeira, L. (2018). Crushing and oedometer compression of rockfill using DEM. *Computers and Geotechnics*, 11-22.
- Nakata, Y., Hyodo, M., Hyde, A., Kato, Y., & Murata, H. (2001). Microscopic particle crushing of sand subjected to high pressure one-dimensional compression. *Soils Found.*, 69-82.
- Pereria, R. A., Gomes, F. C., Braga Júnior, R. A., & Rivera, F. P. (2018). Analysis of elasticity in woods submitted to the static bending test using the Particle Image Velocimetry (PIV) technique. *Engenharia Agrícola, Jaboticabal*, v. 38, 159-165.
- Pereria, R. A., Gomes, F. C., Braga Júnior, R. A., & Rivera, F. P. (2019). Displacement measurement in sawn wood and wood panel beams using Particle Image Velocimetry. *CERNE*, 110-118. <https://doi.org/10.1590/010477602014925012619>
- Prasad, A. K. (2000). Particle Image Velocimetry. *Current Science*, 79, 51-60.
- RAE. (2023). *Diccionario de la lengua española*. <https://dle.rae.es/>
- Raffel, M., Willert, C., Scarano, F., Kähler, C., Wereley, S., & Kompenhans, J. (2017). *Particle Image Velocimetry A Practical Guide*. Göttingen, Germany: Springer International Publishing AG.
- Ruiz Morales, A. E. (2014). *Evaluación del PIV como método de medida en geotecnia [Tesis de maestría, Universitat Politècnica de Catalunya]*. Repositorio institucional: Màsters oficials - Màster universitari en Enginyeria del Terreny i Enginyeria Sísmica. <http://hdl.handle.net/2099.1/25452>
- Russell, A., & Wood, D. (2009). Point load tests and strength measurements for brittle spheres. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 272-280.
- Scharnowski, S., Hain, R., & Kähler, C. J. (2012). Reynolds stress estimation up to single-pixel resolution using PIV-measurements. *Exp Fluids - Springer*, 985-1002. <https://doi.org/10.1007/s00348-011-1184-1>
- SEA. (2023). *Sociedad Española de Astronomía*. Sociedad Española de Astronomía: <https://www.sea-astronomia.es/>

- Slominski, C., Niedostatkiewicz, M., & Tejchman, J. (2007). Application of Particle Image Velocimetry (PIV) for deformation measurement during granular silo flow. *Powder Technology*, 1-18.
- Sukkarak, R., Jongpradist, P., & Pramthawee, P. (2019). A modified valley shape factor for the estimation of rockfill dam settlement. *Computers And Geotechnics*, 244-256.
- Támara Sáez, R. A. (2022). *Evaluación comparativa entre técnica PIV y Métodos convencionales en la obtención de parámetros elásticos de materiales [Trabajo final de grado]*. Universidad Nacional de Colombia.
- Tapias Camacho, M. A. (2016). *Particle model for crushable aggregates which includes size, time and relative humidity effects [Tesis doctoral, Universitat Politècnica de Catalunya]*. Repositorio institucional: TDX (Tesis Doctorals en Xarxa). <https://doi.org/10.5821/dissertation-2117-106495>
- Tavares, L. M. (2007). Breakage of Single Particles: Quasi-static. En *Handbook of Powder Technology* (págs. 3-68). Rio de Janeiro.
- The MathWorks Inc. (1994-2023). MATLAB. Natick, Massachusetts, EEUU.
- Thielicke, W. (2014). The Flapping Flights of Birds. Phd Thesis. *Rijksuniversiteit Groningen*.
- Thielicke, W. (01 de 06 de 2022). *Blog: PIVlab - Digital Particle Image Velocimetry Tool for MATLAB*. PIVlab is becoming popular: <https://pivlab.blogspot.com/2022/06/pivlab-is-becoming-super-popular.html>
- Thielicke, W., & Sonntag, R. (2021). Particle Image Velocimetry for MATLAB: Accuracy and enhanced algorithms in PIVlab. *Journal of Open Research Software*, Vol 9, 9. <https://doi.org/10.5334/jors.334>
- Toxement. (2022). *Toxement - Pegante Cerámico estándar*. <https://www.toxement.com.co/media/6319/pegante-ceramico-estandar-1.pdf>
- White, D., Take, W., & Bolton, M. (2001). Measuring soil deformation in geotechnical models using digital images and PIV analysis. *10th International Conference on Computer Methods and Advances in Geomechanics*, 997-1002.
- Xiao, Y., Meng, M., Daoudaji, A., Chen, Q., Zhijun, W., & Jiang, X. (2018). Effects of particle size on crushing and deformation behaviors of rockfill materials. *Geoscience Frontiers*.
- Xu, L., Chen, H.-b., Chen, F.-q., Lin, Y.-j., & Lin, C. (2022). An experimental study of the active failure mechanism of narrow backfills installed behind rigid retaining walls

conducted using Geo-PIV. *Acta Geotechnica*. <https://doi.org/10.1007/s11440-021-01438-9>

Zhang, B., Zhang, J., & Sun, G. (2015). Deformation and shear strength of rockfill materials composed of soft siltstones subjected to stress, cyclical drying/wetting and temperature variations. *Engineering Geology*, 87-97.

Zhou, W., Hua, J., Chang, X., & Zhou, C. (2010). Settlement analysis of the Shuibuya concrete-face rockfill dam. *Computers And Geotechnics*, 269-280.