



UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

Obtención de la rugosidad a partir de imágenes obtenidas en un Microscopio Electrónico de Barrido

José Alfredo Gómez Mateus

Universidad Nacional de Colombia
Facultad de Ciencias, Departamento de Física
Bogotá, Colombia
2023

Obtención de la rugosidad a partir de imágenes obtenidas en un Microscopio Electrónico de Barrido

José Alfredo Gómez Mateus

Tesis de investigación presentada como requisito parcial para optar al título de:
Magister en Ciencias Física

Director:
Ph.D. John William Sandino del Busto

Línea de Investigación:
Microscopía Electrónica
Grupo de Investigación:
Grupo de Microscopía Electrónica

Universidad Nacional de Colombia
Facultad de Ciencias, Departamento de Física
Bogotá, Colombia
2023

A mi amada esposa

Agradecimientos

Al Dr. John William Sandino del Busto, del Departamento de Física, cuya dedicación, paciencia y dirección experta han sido fundamentales en el desarrollo de este trabajo. Su guía ha sido invaluable, y su apoyo constante, una fuente de inspiración.

A mi querida esposa, quien con su apoyo incondicional, su motivación constante y su fe en mis capacidades, me han impulsado a superar cada obstáculo y a no rendirme frente a las adversidades.

Mi familia merece un reconocimiento especial por su amor, apoyo y confianza inagotables. Su creencia en mis capacidades y su aliento en los momentos difíciles han sido una fuente constante de fuerza y determinación.

Extiendo mi gratitud a mis compañeros de la Universidad Nacional de Colombia, especialmente a Diego Galindo y Andrea Morato, compañeros del grupo de Microscopía Electrónica. Su camaradería, colaboración y amistad han enriquecido esta experiencia académica y personal. Agradezco profundamente a los profesores del grupo de Microscopía Electrónica y a todos los docentes de la Universidad Nacional de Colombia que han sido parte de mi formación académica tanto en el pregrado como en el posgrado. Su orientación experta, su pasión por el conocimiento y su compromiso con la excelencia han sido fundamentales en mi desarrollo profesional y personal. Mi reconocimiento a la Universidad Nacional de Colombia por brindarme la oportunidad de retomar y completar este proceso de maestría, que en un momento tuve que dejar en pausa por circunstancias laborales. Esta experiencia ha sido un hito importante en mi vida, y estoy profundamente agradecido por la oportunidad.

Finalmente, mi gratitud se extiende a todas aquellas personas que, de manera directa o indirecta, han contribuido a mi formación durante la maestría y en el desarrollo de este trabajo de grado. Aunque no pueda nombrarlas a todas individualmente, su influencia y apoyo han sido esenciales en mi camino.

A todos, mi más profundo agradecimiento.

Resumen

Obtención de la rugosidad a partir de imágenes obtenidas en un Microscopio Electrónico de Barrido

Esta investigación se enfoca en determinar la rugosidad superficial y su correlación con la dimensión fractal a partir de imágenes obtenidas mediante microscopía electrónica de barrido (SEM). Se empleó software libre para procesar imágenes y calcular parámetros de rugosidad y dimensión fractal en 3D. El estudio se centró en micrografías de una incisión en una lámina de aluminio, utilizando SIFT para detectar puntos característicos y el método de box counting para la dimensión fractal. Los resultados demostraron coherencia entre los perfiles de rugosidad medidos y los obtenidos mediante un perfilómetro, además de establecer correlaciones significativas entre la rugosidad promediada y la dimensión fractal. Este enfoque multidimensional proporciona una perspectiva más completa de la rugosidad, superando las limitaciones de las mediciones lineales y contribuyendo al entendimiento detallado de las superficies a nivel microscópico.

Palabras clave: Rugosidad, Microscopio Electrónico de Barrido, Reconstrucción en 3D, Algoritmos de Detección de Puntos Característicos, Nubes de Puntos, Dimensión Fractal.

Abstract

Determination of Roughness from Images Obtained with a Scanning Electron Microscope

This research focuses on determining surface roughness and its correlation with the fractal dimension from images obtained through Scanning Electron Microscopy (SEM). Open-source software was used to process images and calculate roughness parameters and fractal dimension in 3D. The study centered on micrographs of an incision in an aluminum sheet, using SIFT to detect characteristic points and the box counting method for fractal dimension. The results demonstrated coherence between the measured roughness profiles and those obtained by a profilometer, in addition to establishing significant correlations between averaged roughness and fractal dimension. This multidimensional approach provides a more comprehensive perspective on roughness, overcoming the limitations of linear measurements and contributing to a detailed understanding of surfaces at the microscopic level.

Keywords: Roughness, Scanning Electron Microscopy, 3D Reconstruction, Characteristic Point Detection Algorithms, Point Clouds, Fractal Dimension

.

Contenido

Agradecimientos	VII
Resumen	IX
Lista de figuras	XII
Lista de tablas	XV
1 Introducción	1
2 Marco Conceptual	4
2.1 Microscopio Electrónico de Barrido (SEM)	4
2.1.1 Óptica del Microscopio Electrónico de Barrido	5
2.2 Reconstrucción Estereoscópica 3D	8
2.3 Detección y descripción de puntos característicos o puntos claves (keypoints)	10
2.3.1 SIFT: Scale Invariant Feature Transform	14
2.3.2 ORB: Oriented FAST and Rotated BRIEF	16
2.3.3 Algoritmo KAZE	18
2.4 Nubes de puntos y reconstrucción de superficie	21
2.5 Estimación de la rugosidad de una superficie	23
2.5.1 Métodos de contacto	23
2.5.2 Métodos sin contacto	24
2.5.3 Rugosidad Media Aritmética (R_a)	25
2.5.4 Rugosidad Media Cuadrática (R_q)	26
2.5.5 Altura Máxima de Picos y Profundidad Máxima de los Valles (R_p y R_v)	26
2.5.6 Altura Máxima de Pico a Valle (R_t ó R_{pv})	26
2.6 Dimensión fractal	28
3 Metodología	31
3.1 Toma de micrografías	31
3.2 Procesamiento de imágenes	33
3.3 Reconstrucción en 3D	36
3.4 Determinación de la dimensión fractal	38

4	Resultados y análisis	41
4.1	Reconstrucción de la superficie en 3D a partir de las micrografías SEM . . .	41
4.2	Estimación de rugosidad	44
4.3	Estimación de la dimensión fractal	56
5	Conclusiones y recomendaciones	64
5.1	Conclusiones	64
5.2	Recomendaciones	65
	Bibliografía	68

Lista de figuras

2-1	Esquema de un microscopio electrónico de barrido (SEM) (ER: electrones retrodispersados, ES: electrones secundarios). Fuente: modificado de (Reimer, 1998).	5
2-2	(a) Representación gráfica de la distancia de trabajo (WD) de un microscopio electrónico de barrido (SEM), su profundidad de campo (DOF) y el eje óptico (OA). (b) Proyección ortográfica ideal de los haces de electrones. (c) Los efectos de perspectiva hacen que las imágenes tengan alteraciones y que la proyección se escale según la profundidad de los puntos de la muestra. Fuente: Modificado de (Töberg & Reithmeier, 2020).	7
2-3	La reconstrucción 3D basada en la visión estéreo se determina a partir de dos imágenes de un punto sobre un objeto. La posición espacial del punto se describe a partir de la intersección de los dos rayos proyectados, los cuales son calculados a partir de la geometría epipolar. Este proceso se conoce como <i>triangulación</i> Fuente: (Moons et al., 2009).	8
2-4	Geometría epipolar: (a) Los centros de las cámaras \mathbf{C} y \mathbf{C}' , el punto en el espacio tridimensional \mathbf{X} y sus proyecciones \mathbf{x} y \mathbf{x}' , se encuentran en un plano común π . (b) El punto en el espacio tridimensional \mathbf{X} , que se proyecta en \mathbf{x} estará proyectado en la línea epipolar l' en el segundo plano imagen. Fuente: modificado de (Hartley & Zisserman, 2003).	10
2-5	Imagen para detectar elementos característicos. Fuente: (OpenCV, 2021). . .	11
2-6	Imagen simple para describir el comportamiento de algunos elementos característicos en una imagen. Fuente: (OpenCV, 2021).	13
2-7	En cada nivel de escala, la imagen inicial se procesa con funciones gaussianas para generar varias imágenes. Estas imágenes se restan entre sí para obtener imágenes de Diferencia-de-Gaussianas. Luego, la imagen se reduce a la mitad y el proceso se repite. Fuente: modificado de (Lowe, 2004).	15

2-8	a) Los máximos y mínimos de las imágenes de las <i>DoG</i> se detectan comparando un píxel (marcado con X) con sus 26 vecinos en regiones de 3x3 píxeles en la escala actual y en las escalas adyacentes (marcados con círculos). b) El descriptor del punto clave es calculado a partir de la magnitud del gradiente y la orientación en cada punto de muestra en una región alrededor de la ubicación del punto clave de la imagen. Fuente: modificado de (Lowe, 2004).	16
2-9	Comparativa entre el espacio de escala generado por difusión gaussiana y el producido por difusión no lineal para distintos intervalos de tiempo de evolución t_i . En la primera fila se muestra el espacio de escala gaussiano, obtenido al convolucionar la imagen original con un kernel gaussiano incrementando σ . En la segunda fila, se muestra el espacio de escala resultante con la aplicación de difusión no lineal, empleando la función de conductividad g_3 . Fuente: (Alcantarilla et al., 2012).	20
2-10	Proceso de reconstrucción de una superficie en 3D: a partir de la nube de puntos de un objeto se ajusta localmente un plano por punto 3D para estimar las normales a la superficie. Finalmente, se procede a realizar la reconstrucción de la superficie para generar una malla triangular del objeto. Fuente: (Open3D, 2023).	22
2-11	Esquema método de perfilometría. Fuente: modificado de (Elcometer, 2022).	24
2-12	Visualización de los parámetros de rugosidad. R_a : rugosidad media aritmética. R_q : rugosidad media cuadrática. R_v profundidad máxima de los valles. R_t altura máxima de pico a valle. Fuente: modificado de (<i>Dektak 150 Profiler User's Manual</i> , 2007).	27
2-13	a) Construcción de la curva de Koch: en cada etapa, el tercio medio de cada intervalo se reemplaza por otros dos lados de un triángulo equilátero. b) La unión de estas curvas de Koch forma una isla de Kock o copo de nieve (Viper, Q., 2022). c) Esponja de Menger. d) Tetraedro de Sierpinski (Thäle & Freiberg, 2008).	30
3-1	Diagrama de flujo del proceso de trabajo	31
3-2	Equivalencia del movimiento de la cámara (a) y el movimiento del objeto (b) para un ángulo de rotación ϕ_Y ; (b) Proceso de inclinación eucéntrica con punto eucéntrico fijo (punto verde); (c) Ajuste de la rotación del escaneo que resulta en el paralelismo del eje de rotación y el eje y de la imagen. Fuente: Modificado de (Töberg & Reithmeier, 2020).	32
3-3	Relación geométrica para estimar la altura de cada punto característico a partir de su corrimiento entre dos imágenes bajo cierto ángulo de rotación θ .	34
3-4	Micrografías SEM y sus respectivas nubes de puntos generadas.	37

4-1	Micrografías SEM en cuatro diferentes muestras (comenzando por la primera fila): Sal triturada con morfología fragmentada, azúcar común granulada, sal común e incisión en lámina de aluminio. En las columnas 1 y 3 se exhiben pares estereoscópicos de las muestras capturadas desde ángulos simétricos, mientras que la columna 2 exhibe la imagen de referencia correspondiente a cada muestra. La columna 4 ilustra los emparejamientos o correspondencias de puntos claves detectados en los pares estereoscópicos.	42
4-2	Resultados del proceso de reconstrucción a partir de la micrografía SEM de la incisión sobre una lámina de aluminio.	44
4-3	Resultados perfilómetro para incisión sobre lámina de aluminio	45
4-4	Comparación de métodos de medición de rugosidad.	48
4-5	Esquema del proceso ejecutado por el programa construido para la determinación de los perfiles que permiten estimar los parámetros de rugosidad a partir de la micrografía SEM.	49
4-6	Correlación de parámetros de rugosidad para mediciones horizontales y verticales.	53
4-7	Análisis de la dimensión fractal del tetraedro de Sierpinski	57
4-8	Análisis de la dimensión fractal de la esponja de Menger	58
4-9	Determinación de la dimensión fractal sobre la superficie reconstruida en 3D por secciones sobre la imagen de referencia.	59
4-10	Resultados del proceso de reconstrucción a partir de la micrografía SEM de la incisión sobre una lámina de aluminio.	63

Lista de tablas

4-1	Comparación de tiempos computacionales y número de matches sin duplicados por algoritmo y tipo de muestra	43
4-2	Parámetros de rugosidad para cada perfil medido y sus promedios.	46
4-3	Resultados de parámetros de rugosidad promedio del perfilómetro y de la reconstrucción en 3D.	46
4-4	Datos de los parámetros de rugosidad por secciones sobre la muestra reconstruida en 3D	50
4-5	Datos de los parámetros de rugosidad por secciones sobre la muestra reconstruida en 3D y el valor de la dimensión fractal	60

1 Introducción

La microscopía electrónica de barrido (SEM) se ha consolidado como una herramienta esencial en el análisis de microestructuras en una amplia gama de disciplinas científicas y aplicaciones industriales. Esta técnica, que ha experimentado una evolución significativa desde su concepción, permite una observación detallada de las superficies a una escala microscópica, proporcionando perspectivas cruciales en campos tan diversos como la ciencia de materiales, la biomedicina y la ingeniería (Akhtar et al., 2018; Parker et al., 2022; Sun et al., 2023). La capacidad del SEM para revelar detalles intrincados de las superficies ha abierto nuevas vías para el análisis y la comprensión de propiedades materiales fundamentales. La exploración de las superficies a nivel microscópico ha sido un área de gran interés en la física y la ingeniería de materiales, dada su influencia crucial en las propiedades físicas y mecánicas de los materiales. En este contexto, la obtención y análisis de la rugosidad superficial emerge como un campo de estudio fundamental, no solo por su impacto en propiedades como la adhesión, la fricción y el desgaste, sino también por su papel en la innovación de materiales y tecnologías (Montakhabi et al., 2022; Sato et al., 1982). La presente investigación se centra en la obtención de parámetros de rugosidad a partir de imágenes estereoscópicas obtenidas mediante microscopía electrónica de barrido (SEM), una metodología que promete superar algunas de las limitaciones presentes en las técnicas convencionales mediante un enfoque no invasivo, versátil y eficiente.

La motivación para este estudio proviene de la necesidad de desarrollar métodos más avanzados y precisos para la caracterización de superficies, especialmente en contextos donde las técnicas tradicionales, como la utilización de perfilómetros, encuentran restricciones significativas. Esta investigación se inspira en los avances previos en la reconstrucción 3D de superficies utilizando SEM, donde técnicas como la fotogrametría y la estereoscopia han demostrado su eficacia para generar modelos detallados de superficies complejas (Gontard et al., 2017). La viabilidad de estas técnicas para la reconstrucción 3D ha sentado las bases para explorar nuevas dimensiones en la caracterización de la rugosidad superficial.

Desde la perspectiva del contacto mecánico hasta los modelos de fractales para describir superficies irregulares, las teorías que describen la relación entre la rugosidad superficial y las propiedades físicas y mecánicas de los materiales subrayan la complejidad y la impor-

tancia de una comprensión profunda de la rugosidad de superficies (Parsons et al., 2014; J. Wang et al., 2020). Al integrar estas teorías con métodos computacionales avanzados para el análisis de imágenes, esta investigación busca no solo avanzar en la comprensión teórica de la rugosidad, sino también en la aplicación práctica de estas teorías para la mejora de la caracterización de materiales.

La contribución de este estudio al campo de la física se extiende más allá del avance metodológico, abordando aplicaciones prácticas críticas y abriendo nuevas vías de investigación. La capacidad de medir la rugosidad en áreas con recorridos tanto horizontales como verticales, sin la limitación de métodos invasivos, es particularmente relevante para la caracterización de materiales donde la integridad superficial es primordial. Además, el uso de software libre en el procesamiento de imágenes y cálculos computacionales no solo asegura la accesibilidad y reproducibilidad de la técnica, sino que también destaca la adaptabilidad del enfoque a diferentes contextos de investigación y aplicaciones prácticas.

De igual forma, esta investigación busca brindar una serie de herramientas computacionales que proporcionen una comprensión más completa y detallada de la rugosidad superficial en tiempos de procesamiento más cortos y con un enfoque multidimensional, que no solo busca optimizar la obtención de los parámetros de rugosidad, sino también explorar las correlaciones entre dichos parámetros y su dimensión fractal.

La dimensión fractal, que ofrece una cuantificación de la complejidad geométrica y la autosemejanza de una superficie a diferentes escalas, proporciona una valiosa perspectiva adicional a los parámetros de rugosidad convencionales. Correlacionar la dimensión fractal con los parámetros de rugosidad amplía significativamente el entendimiento de la textura y estructura de las superficies, potenciando la capacidad para analizar cómo las variaciones en la rugosidad afectan las propiedades y el comportamiento de los materiales (Arasan et al., 2011; Odling, 1994; Y. Wang et al., 2022). Este enfoque enriquece la caracterización de las superficies, facilitando una evaluación más integral de sus propiedades físicas y potencialmente revelando nuevas relaciones entre la estructura superficial y su funcionalidad.

La tesis se estructura en cuatro secciones que cubren desde el marco conceptual del SEM y su óptica, pasando por la reconstrucción estereoscópica en 3D mediante la identificación, descripción y correlación de puntos característicos con algoritmos de detección de puntos de interés en imágenes de alta resolución, hasta la estimación de la rugosidad de una superficie y el estudio de su dimensión fractal. La metodología implementada en el proceso se construye desde la adquisición de imágenes en el SEM hasta la construcción en 3D de la superficie registrada, la estimación de la rugosidad y la dimensión fractal. El estudio concluye con un

análisis detallado de los resultados, la validación del método desarrollado para la medición de la dimensión fractal, y la búsqueda de correlaciones entre los parámetros de rugosidad y el valor de la dimensión fractal obtenido.

Este trabajo representa un esfuerzo para avanzar en la aplicación práctica y metodológica del SEM en la medición de rugosidad, proporcionando nuevas perspectivas y herramientas para la ciencia de materiales y la ingeniería. A través de una integración innovadora de técnicas de microscopía, procesamiento de imágenes y análisis de superficies, este estudio aspira a contribuir sustancialmente al campo de la microscopia electrónica, abriendo nuevas vías para futuras investigaciones y aplicaciones prácticas.

2 Marco Conceptual

En este capítulo se abordan los conceptos elementales para el análisis y la obtención de la rugosidad superficial utilizando imágenes de microscopía electrónica de barrido (SEM). Se profundiza en la aplicación de técnicas como la reconstrucción estereoscópica en 3D y la identificación precisa de puntos característicos, fundamentales para extraer con exactitud los desplazamientos y posteriores profundidades que generaran las nubes de puntos, las cuales sentarán la base para el proceso de reconstrucción detallada de las superficies estudiadas. Un aspecto central de este estudio es la incorporación del análisis de la dimensión fractal, que ofrece una perspectiva avanzada sobre la complejidad y variabilidad de las superficies reconstruidas. Este enfoque integrado es fundamental para poder establecer correlaciones significativas entre la rugosidad de una superficie y su dimensión fractal, proporcionando una visión detallada y cuantitativa de la textura superficial para aplicaciones tanto en el ámbito científico como en el industrial.

2.1. Microscopio Electrónico de Barrido (SEM)

El microscopio electrónico de barrido (SEM) es uno de los instrumentos más versátiles para el examen y análisis de la morfología de microestructuras y caracterización de materiales. En esencia, la técnica microscópica utilizada en dichos instrumentos se basa en la iluminación de una muestra con un haz de electrones en una cámara de vacío. Posteriormente unos detectores monitorean una variedad de señales resultantes de la interacción haz-muestra y un sistema de visualización construye una imagen a partir de la señal obtenida. Esta técnica permite aprovechar la naturaleza ondulatoria de los electrones expuesta por Louis de Broglie (1927), con la que, junto a avances en la corrección de aberraciones cromáticas y/o esféricas, es posible obtener resoluciones del orden de los angstroms (Goldstein et al., 2003). Es necesario conocer los principios básicos de la óptica de la luz para comprender los fundamentos de la microscopía electrónica.

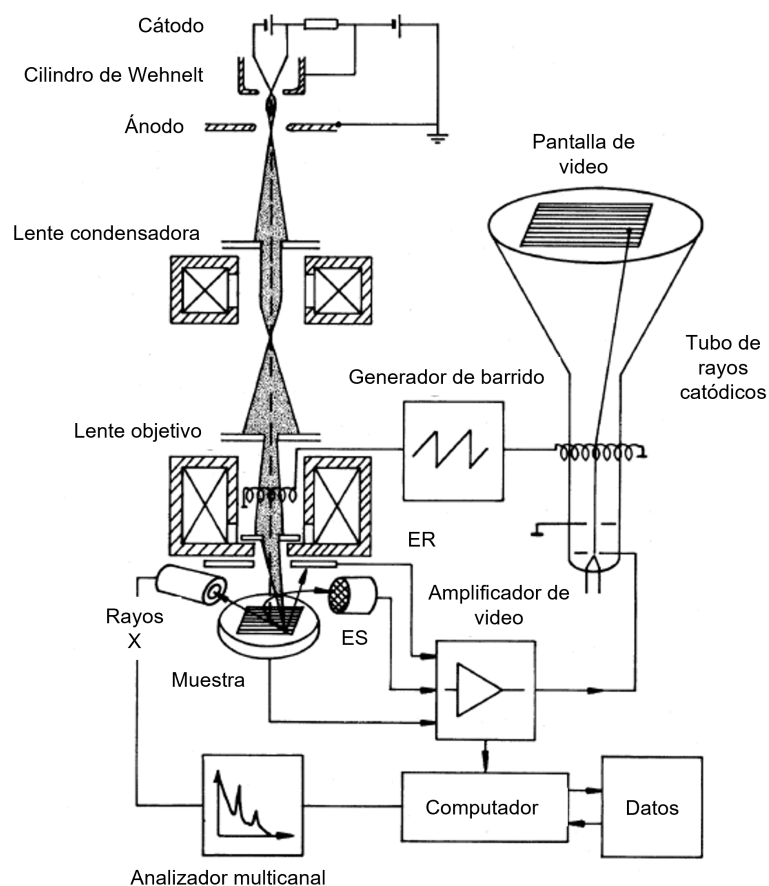


Figura 2-1: Esquema de un microscopio electrónico de barrido (SEM) (ER: electrones retrodispersados, ES: electrones secundarios). Fuente: modificado de (Reimer, 1998).

2.1.1. Óptica del Microscopio Electrónico de Barrido

El microscopio electrónico de barrido (SEM) constituye un avanzado sistema de magnificación que emplea un haz de electrones, emitidos por un filamento, focalizados en puntos de dimensión sumamente reducida sobre la muestra. La focalización se alcanza a través de una serie de lentes magnéticas y electrostáticas. Entre estas, se incluye un lente electrostático que desempeña una doble función, actuando tanto como mecanismo de aceleración como de enfoque. Además, el aparato integra sistemas especializados para la desviación y el barrido del haz, lo que facilita una exploración detallada de la superficie de la muestra. (Reimer, 1998).

Estos lentes magnéticos y electrostáticos son esenciales para enfocar el haz en la muestra y para lograr la ampliación deseada de la imagen. Sin embargo, las aberraciones ópticas introducidas por estos lentes representan una limitación en la magnificación alcanzable. Por

lo tanto, la calidad y resolución de la imagen final pueden verse afectadas más allá de cierto nivel de magnificación (Reimer, 1998).

El sistema de lentes condensadores en el SEM opera como un solo lente y tiene la función de proyectar la imagen del haz de electrones en la entrada del lente objetivo. Este sistema determina la resolución que se tendrá en la imagen del objeto y controla la cantidad de iluminación que entra en el lente objetivo y, por ende, la cantidad de electrones que alcanzan la muestra. La excitación de estos lentes afecta directamente la cantidad de corriente que llega al lente objetivo y, por lo tanto, la oscuridad o claridad de la imagen final. El lente objetivo es el componente final en la formación de la imagen en SEM. Determina principalmente la resolución y produce la imagen final del haz de electrones sobre el objeto, controlando su tamaño y forma. Las aberraciones ópticas introducidas por los lentes del microscopio son un factor crucial que afecta la resolución, y este efecto es especialmente notable en microscopios equipados con fuentes termoiónicas o de LaB6. La gestión cuidadosa de estas aberraciones es esencial para optimizar la calidad de la imagen (Reimer, 1998). Sin embargo, es importante destacar que el desafío de las aberraciones ópticas no se limita únicamente a estos tipos de fuentes. Incluso en los sistemas equipados con fuentes de emisión de campo (FEG), que son preferidas para aplicaciones de alta resolución debido a su menor envolvente de energía y mayor coherencia, la corrección eficaz de las aberraciones sigue siendo un aspecto fundamental para alcanzar la máxima resolución (El-Gomati et al., 2021). Por tanto, independientemente del tipo de fuente de electrones utilizada, la corrección de las aberraciones ópticas constituye el principal determinante de la capacidad de resolución del microscopio, y su adecuada gestión es vital para el aprovechamiento completo del potencial del instrumento (Reimer, 1998).

Una de las ventajas del SEM sobre los microscopios ópticos es su mayor profundidad de campo, lo que permite que una gran parte de la muestra a lo largo del eje z esté en foco. Esta característica es particularmente útil para la visualización detallada de estructuras tridimensionales complejas. La correcta alineación y ajuste de los lentes, junto con la gestión de las aberraciones ópticas, son esenciales para obtener imágenes de alta resolución y profundidad de campo, permitiendo así la visualización detallada de muestras inclusive a una escala nanométrica. Esta gestión de aberraciones incluye aspectos técnicos específicos en el SEM como el ajuste fino de los lentes electrostáticos y magnéticos, de tal manera que se puedan corregir distorsiones en la imagen. De igual forma, es importante aclarar que la resolución, que determina la capacidad para distinguir detalles finos, y la profundidad de campo, que describe el rango de enfoque a lo largo del eje de visión, son parámetros ópticos distintos. Aunque ambos influyen en la calidad de la imagen, su mejora requiere estrategias específicas y no siempre están directamente correlacionadas en el contexto de SEM (Goldstein et al., 2003).

En la microscopía electrónica de barrido, la implementación de un enfoque de proyección ortográfica ofrece ventajas significativas para la reconstrucción tridimensional de objetos a diferencia de las cámaras de perspectiva convencionales. Esta técnica se caracteriza por tratar los rayos del haz de electrones como paralelos, lo que resulta especialmente beneficioso en situaciones donde las variaciones de profundidad en la muestra son mínimas en comparación con su profundidad total (Töberg & Reithmeier, 2020).

La proyección ortográfica en SEM, al considerar los rayos de electrones casi paralelos debido a la distancia significativa de trabajo del instrumento, minimiza los efectos de perspectiva. Esta característica es crucial para obtener imágenes precisas y menos distorsionadas, ya que las variaciones en la profundidad de los puntos del objeto no alteran la imagen final. Este método permite que la representación de la muestra sea más fiel a su estructura real, evitando la alteración de la imagen cuando un objeto se mueve paralelamente al eje óptico (figura 2-2).

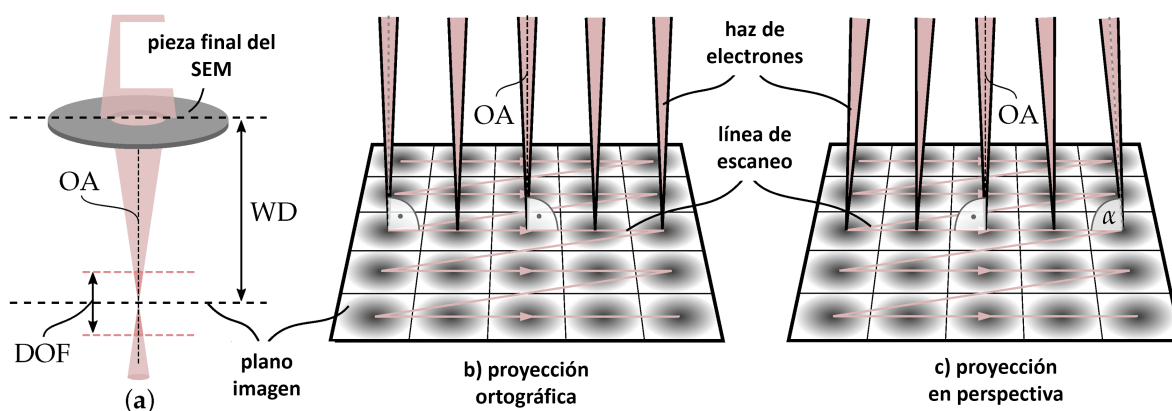


Figura 2-2: (a) Representación gráfica de la distancia de trabajo (WD) de un microscopio electrónico de barrido (SEM), su profundidad de campo (DOF) y el eje óptico (OA). (b) Proyección ortográfica ideal de los haces de electrones. (c) Los efectos de perspectiva hacen que las imágenes tengan alteraciones y que la proyección se escale según la profundidad de los puntos de la muestra. Fuente: Modificado de (Töberg & Reithmeier, 2020).

Para lograr una reconstrucción tridimensional detallada, los resultados obtenidos a través de este enfoque pueden transformarse al espacio euclidiano. Esto es esencial para un análisis más profundo y aplicaciones prácticas en diversas áreas de investigación y desarrollo tecnológico. La adaptación del proceso de imagen a las especificidades del SEM y las características particulares de la muestra mejora la precisión y la robustez del proceso de captura y su posterior

procesamiento para la reconstrucción tridimensional. Este enfoque simplifica la calibración y la estimación de parámetros tanto intrínsecos como extrínsecos de la cámara, evitando así la generación de parámetros mal condicionados y mejorando la estabilidad de los algoritmos aplicados.

2.2. Reconstrucción Estereoscópica 3D

La reconstrucción estereoscópica 3D es una técnica esencial en varios campos de la ciencia y la tecnología, abordando problemas fundamentales y ampliamente estudiados (Li et al., 2004; Ma & Liu, 2018). Esta técnica ha encontrado diversas aplicaciones que van desde el reconocimiento de objetos simples hasta la navegación robótica y misiones espaciales (Quan, 2010). Se basa en la adquisición de imágenes desde diferentes puntos de vista de una misma escena y estima un modelo 3D mediante la correspondencia de píxeles en estas imágenes, incorporando datos adicionales a las coordenadas bidimensionales para facilitar la reconstrucción tridimensional del objeto en términos de profundidad espacial. (Hartley & Zisserman, 2003).

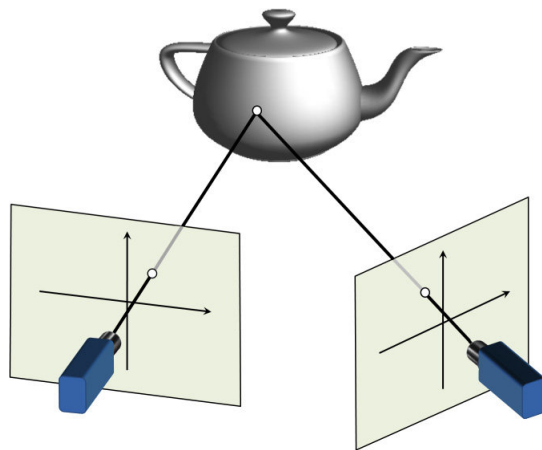


Figura 2-3: La reconstrucción 3D basada en la visión estereoscópica se determina a partir de dos imágenes de un punto sobre un objeto. La posición espacial del punto se describe a partir de la intersección de los dos rayos proyectados, los cuales son calculados a partir de la geometría epipolar. Este proceso se conoce como *triangulación*. Fuente: (Moons et al., 2009).

Este proceso se basa en la geometría epipolar, que describe las relaciones geométricas inherentes a la visión estereoscópica. Cuando dos cámaras ven una escena 3D desde dos posiciones distintas, la geometría epipolar establece una serie de relaciones entre los puntos 3D y sus proyecciones.

nes en las imágenes 2D. Estas relaciones generan restricciones entre los puntos de la imagen que son fundamentales para establecer correspondencias entre puntos en diferentes imágenes.

Para comprender mejor como se determina la geometría epipolar de una escena, consideremos la configuración básica mostrada en la Figura 2-4 a), donde dos cámaras toman imágenes de la misma escena. Si un punto \mathbf{X} en el espacio 3D se proyecta como un punto \mathbf{x} en un primer plano imagen, entonces cada punto \mathbf{x} tiene un correspondiente punto \mathbf{x}' en el segundo plano imagen o segunda vista. Estos puntos están relacionados por la geometría epipolar, la cual se puede describir mediante la matriz fundamental \mathbf{F} . Esta matriz no depende de la estructura de la escena. Sin embargo, se puede calcular a partir de las correspondencias de los puntos de la escena en las imágenes, en algunos casos sin necesidad de conocer los parámetros internos de las cámaras o la pose relativa entre ellas. La matriz fundamental expresa la restricción de que los puntos \mathbf{x} , \mathbf{x}' y los centros de las cámaras \mathbf{C} y \mathbf{C}' son coplanares. Por lo tanto, la relación entre los puntos y la matriz fundamental se describe por la ecuación de coplanaridad:

$$\mathbf{x}'^T \mathbf{F} \mathbf{x} = 0 \quad (2-1)$$

Esto implica que el punto \mathbf{x}' debe estar en la línea de intersección \mathbf{l}' del plano epipolar π con el plano de la segunda imagen. Esta línea \mathbf{l}' es la línea epipolar correspondiente al punto \mathbf{x} , y se puede obtener proyectando el rayo que pasa por \mathbf{x} y \mathbf{C} en la segunda imagen (Figura 2-4b). El punto en el espacio tridimensional \mathbf{X} , que se proyecta en \mathbf{x} , debe estar situado en este rayo, por lo que su proyección en la segunda vista debe encontrarse en \mathbf{l}' . Por otro lado, la expresión 2-1 es la base para establecer un conjunto de ecuaciones lineales para encontrar la matriz fundamental \mathbf{F} que se pueden resolver mediante métodos de descomposición en valores singulares.

Una vez obtenida la matriz fundamental, el siguiente paso es computar un par de matrices de cámara, \mathbf{P} y \mathbf{P}' , para las dos vistas. Estas matrices determinan el proceso de triangulación, el cual implica encontrar la posición 3D de un punto \mathbf{X}_i en el espacio, que se proyecta en los puntos \mathbf{x}_i y \mathbf{x}'_i en las dos imágenes. La triangulación se realiza resolviendo un conjunto de ecuaciones que relacionan estos puntos a través de las matrices de cámara:

$$\mathbf{x}_i = \mathbf{P} \mathbf{X}_i \quad (2-2)$$

$$\mathbf{x}'_i = \mathbf{P}' \mathbf{X}_i \quad (2-3)$$

La relación entre la matriz fundamental y las matrices de cámara, así como la solución de las ecuaciones para encontrar \mathbf{X}_i se desarrolla mediante la ejecución de diferentes métodos de optimización o algoritmos algebraicos que tienen en cuenta algunas condiciones o variaciones del sistema, como por ejemplo, si las cámaras están calibradas, si se tiene información sobre

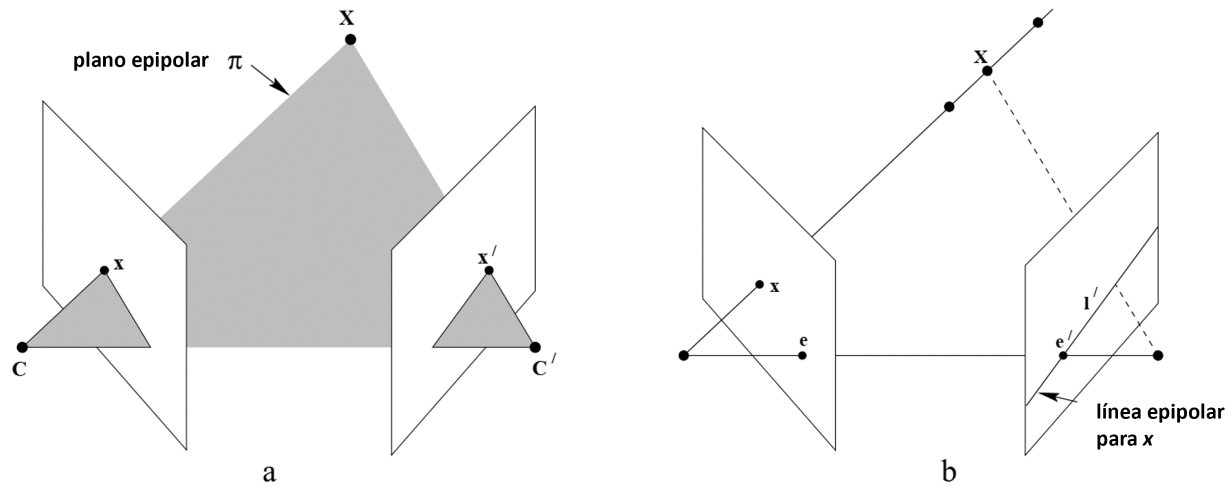


Figura 2-4: Geometría epipolar: (a) Los centros de las cámaras C y C' , el punto en el espacio tridimensional X y sus proyecciones x y x' , se encuentran en un plano común π . (b) El punto en el espacio tridimensional X , que se proyecta en x estará proyectado en la línea epipolar l' en el segundo plano imagen. Fuente: modificado de (Hartley & Zisserman, 2003).

el movimiento de la cámara, algunas restricciones de la escena o la calibración parcial de la cámara para obtener mejoras de la reconstrucción (Hartley & Zisserman, 2003).

Recientes avances en algoritmos de correspondencia estéreo, como los que incorporan aprendizaje profundo y técnicas de optimización, han mejorado significativamente la precisión y la eficiencia de la reconstrucción estéreo 3D. Estos desarrollos abren nuevas posibilidades para aplicaciones más complejas y realistas en campos como la realidad aumentada, la robótica y la planificación urbana (Luo et al., 2016).

2.3. Detección y descripción de puntos característicos o puntos claves (keypoints)

El emparejamiento de elementos característicos en imágenes no es sólo un pilar en el campo del procesamiento de imágenes y la visión por computadora, sino que también tiene aplicaciones profundas en el ámbito de la física, particularmente en el estudio de superficies a nivel microscópico mediante técnicas de microscopía electrónica de barrido (SEM) (Lin Chen & Heipke, 2021; Oho, 2002). La detección y el emparejamiento de puntos característicos en este contexto pueden ser cruciales para tareas como la reconstrucción tridimensional de la

topografía de la muestra o la comparación de diferentes condiciones de una misma muestra sometida a diferentes tratamientos.

La tarea de ensamblar un rompecabezas sirve como una analogía instructiva para abordar la detección y descripción de características particulares en imágenes de alta resolución, especialmente en el contexto de la microscopía electrónica de barrido (SEM). En el rompecabezas, cada pieza individual contiene características únicas que permiten su correcta colocación dentro del conjunto más grande. De manera similar, en la visión por computadora y el análisis de imágenes, se buscan patrones específicos o características únicas en las imágenes que pueden rastrearse y compararse de manera efectiva. Estos elementos son fundamentales para tareas como la alineación de múltiples imágenes en una sola o la creación de un modelo 3D a partir de una serie de imágenes bidimensionales. Aunque es complejo definir formalmente qué constituye una 'característica' en este contexto, la habilidad para identificar y alinear estas características es intrínseca en los sistemas de procesamiento de imágenes, similar a cómo está programado en la cognición humana para resolver rompecabezas. Esta exploración se desglosa en múltiples interrogantes, no obstante, puede ser encauzada de manera más precisa al planteamiento de la siguiente indagación: ¿Qué representan estas características distintivas en una imagen? (La respuesta debería ser discernible también para una computadora).



Figura 2-5: Imagen para detectar elementos característicos. Fuente: (OpenCV, 2021).

Es complicado determinar cómo los seres humanos identifican estas características, dado que esta habilidad ya está programada en nuestro cerebro. No obstante, al examinar algunas imágenes detenidamente en busca de diferentes patrones, descubrimos aspectos interesantes. Por ejemplo, consideremos la imagen mostrada en la figura 2-5. En la parte superior de la imagen se muestran seis pequeños cuadros con imágenes extraídas de la imagen original. Al plantearse la tarea de encontrar la ubicación exacta de estos parches en la imagen original podemos determinar que los parches **A** y **B** representan superficies planas y se extienden sobre un área considerable, lo que dificulta encontrar la ubicación exacta de estos parches. Por otro lado, los parches **C** y **D** son más sencillos de ubicar. Representan los bordes de un edificio. Se puede encontrar una ubicación aproximada, pero la ubicación exacta sigue siendo difícil. Esto se debe a que el patrón es el mismo en todos los puntos a lo largo del borde. Pero en el borde, el patrón cambia, lo que hace que un borde sea una característica mejor en comparación con una superficie plana, aunque no suficientemente buena (aunque es útil en rompecabezas para comparar la continuidad de los bordes). Finalmente, **E** y **F** son algunas esquinas del edificio, y pueden ser fácilmente encontradas. Esto se debe a que las esquinas, independientemente de donde se mueva el parche, serán fácilmente diferenciadas. Por lo tanto, pueden considerarse como características particulares destacadas (OpenCV, 2021).

Para apoyar esta idea y obtener una mejor comprensión, analicemos una imagen mucho más simple (figura 2-6). Al igual que en el caso anterior, el recuadro azul representa un área plana y es difícil de encontrar y rastrear. Dondequiera que se mueva el parche azul dentro de la misma sección verde, aparecerá lo mismo. El recuadro negro tiene un borde. Si se mueve en la dirección vertical (es decir, a lo largo del gradiente), éste cambia. Pero si se mueve de forma paralela a lo largo del borde verde, se verá igual. Finalmente para el recuadro rojo, resulta ser una esquina. Dondequiera que se mueva el parche, se verá diferente, lo que significa que es único. Por lo que, básicamente, las esquinas detectadas en una imagen se consideran características claves en el procesamiento de una imagen.

En imágenes más complejas, también los denominados *blobs* o regiones de una imagen que difieren significativamente en propiedades, como la intensidad o el color, en comparación con las áreas circundantes resultan ser características claves. En el contexto de procesamiento de imágenes y visión por computadora, los *blobs* son importantes porque pueden indicar regiones de interés dentro de una imagen, como objetos o partes de objetos (Moeslund, 2012). Algunos ejemplos de cómo se podrían identificar los *blobs* incluyen áreas de una imagen que son más brillantes o más oscuras que el fondo, o regiones de color diferente. En el análisis de imágenes, los *blobs* pueden ser utilizados para identificar y describir formas y objetos, lo que puede ser crucial para tareas como el seguimiento de objetos, la segmentación de imágenes, y la detección de características.

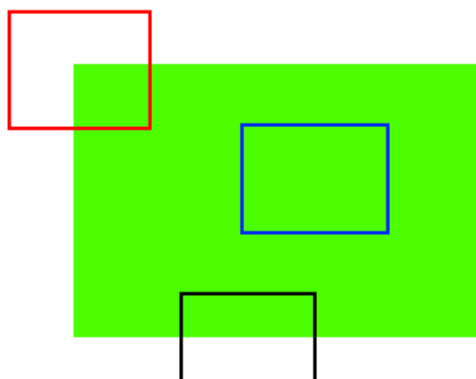


Figura 2-6: Imagen simple para describir el comportamiento de algunos elementos característicos en una imagen. Fuente: (OpenCV, 2021).

En términos de detección de características, mientras que las esquinas pueden proporcionar puntos de anclaje fuertes debido a su singularidad en términos de gradientes de intensidad en múltiples direcciones, los *blobs* proporcionan otro tipo de singularidad basada en la intensidad o el color en una región localizada. Incluir tanto esquinas como *blobs* en la detección de características puede proporcionar un conjunto robusto y diverso de puntos de referencia para análisis posteriores, como el emparejamiento de características entre imágenes diferentes o la reconstrucción tridimensional.

En esta modalidad de microscopía, se generan imágenes de alta resolución de la muestra estudiada, lo que plantea la necesidad de algoritmos eficientes para el análisis y comparación de estas imágenes. La siguiente sección se centra en ofrecer una comprensión profunda de algoritmos clave como SIFT, KAZE y ORB, los cuales se han mostrado efectivos no solo en tareas de visión por computadora, sino también en la interpretación y análisis de imágenes microscópicas. (El algoritmo SURF, una variante de SIFT que mejora los tiempos de cálculo en algunos procesos, no se ha utilizado en este estudio debido a que en la versión actual de OpenCV (que es la biblioteca de software utilizada para el procesamiento de imágenes en este trabajo) está clasificado como ‘no libre’ y no está disponible en la distribución estándar de la biblioteca.)¹

¹SURF, debido a su patente, se encuentra en el módulo ‘non-free’ de OpenCV, lo que limita su disponibilidad en la versión estándar de la biblioteca orientada a software libre (Forum, 2013). Por otro lado, la patente de SIFT (US6711293B1), que fue presentada el 8 de marzo de 1999 por David G. Lowe y asignada a la Universidad de Columbia Británica, expiró el 7 de marzo de 2020. A partir de las versiones 4.4.0 y 3.4.11 de OpenCV, SIFT se ha movido fuera del módulo “nonfree” xfeatures2d en el repositorio opencv_contrib y se encuentra en el módulo features2d dentro del repositorio principal para su uso sin restricciones (Forum, 2020)

2.3.1. SIFT: Scale Invariant Feature Transform

En el campo de la visión por computadora y el análisis de imágenes, el método SIFT (Scale-Invariant Feature Transform) ha emergido como una técnica fundamental y altamente eficaz. Desarrollado originalmente por David Lowe en 1999, SIFT es un algoritmo de detección y descripción de características locales en imágenes (Lowe, 1999). La principal fortaleza de SIFT radica en su capacidad para identificar y describir características de manera invariante a la escala y la rotación, así como su robustez frente a cambios moderados en la iluminación y la perspectiva. Estas cualidades lo hacen sumamente útil en una variedad de aplicaciones, incluyendo el reconocimiento de objetos, la navegación de robots, el mapeo 3D, la reconstrucción de escenas y el emparejamiento de imágenes en aplicaciones de realidad aumentada (Lowe, 2004). Dentro del contexto de esta investigación, SIFT juega un papel crucial al facilitar la identificación precisa y el seguimiento de puntos característicos a través de diversas vistas de una muestra, posibilitando así procesos complejos de reconstrucción tridimensional y análisis de imágenes.

El algoritmo SIFT es un método robusto para la extracción de características de una imagen. Este proceso se realiza en cuatro etapas principales: selección de extremos en el espacio-escala, localización de puntos característicos, asignación de orientación y descripción de los puntos claves (Lowe, 2004).

- **Selección de extremos en el espacio-escala:** Primero se identifican las ubicaciones candidatas para los puntos característicos que son procesados y examinados mediante la detección de ubicaciones o características invariantes al cambio de escala. El espacio de escala de una imagen se define como una función, $L(x, y, \sigma)$, formada al realizar una operación de convolución de una función gaussiana de escala variable, $G(x, y, \sigma)$, sobre una imagen de entrada, $I(x, y)$. La función gaussiana de escala variable se define por:

$$G(x, y, \sigma) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}}. \quad (2-4)$$

Y el espacio escala estaría dado por:

$$L(x, y, \sigma) = G(x, y, \sigma) * I(x, y), \quad (2-5)$$

Donde $*$ representa la operación de convolución en x e y .

- **Localización de puntos claves (keypoints):** Para detectar un punto clave estable en el espacio escala, se usa la diferencia de gaussianas en convolución con la imagen, lo cual se expresaría como:

$$D(x, y, \sigma) = (G(x, y, k\sigma) - G(x, y, \sigma)) * I(x, y) \quad (2-6)$$

$$= L(x, y, k\sigma) - L(x, y, \sigma). \quad (2-7)$$

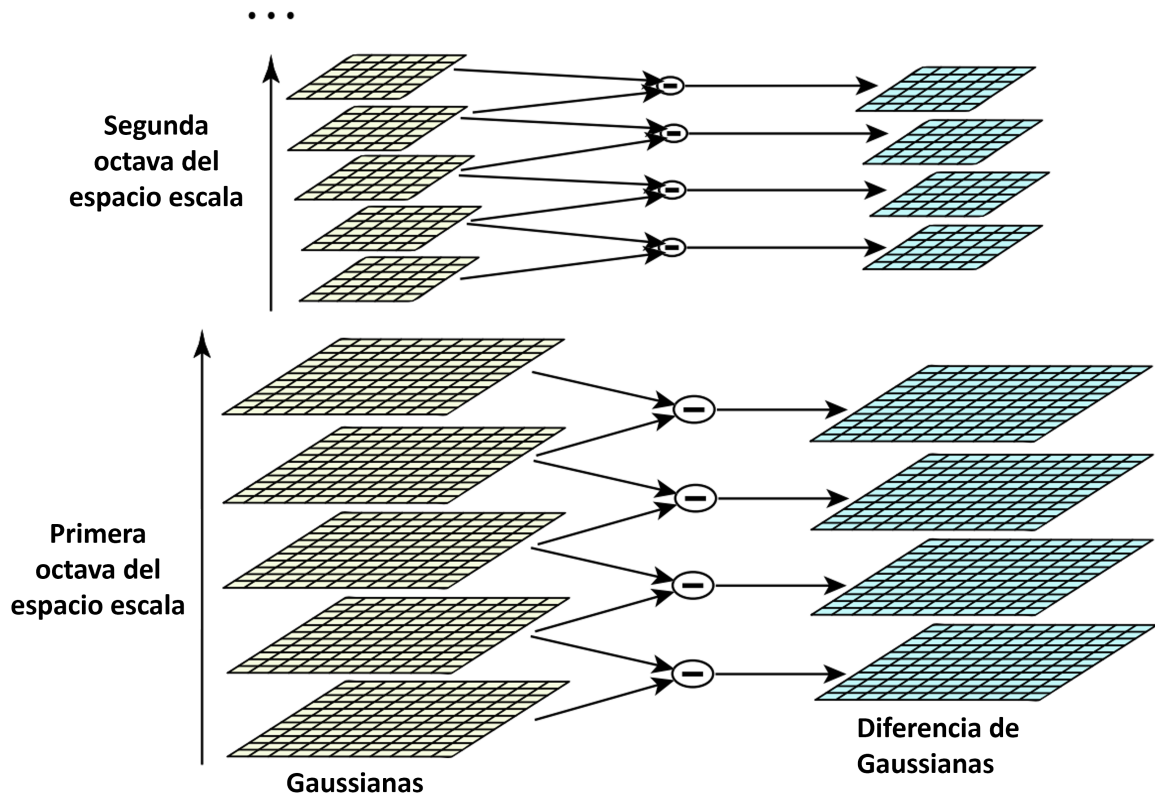


Figura 2-7: En cada nivel de escala, la imagen inicial se procesa con funciones gaussianas para generar varias imágenes. Estas imágenes se restan entre sí para obtener imágenes de Diferencia-de-Gaussianas. Luego, la imagen se reduce a la mitad y el proceso se repite. Fuente: modificado de (Lowe, 2004).

donde $L(x, y, \sigma)$ es la imagen convolucionada con un filtro Gaussiano de varianza σ , y k es un factor constante multiplicativo para el sigma. La Diferencia de Gaussianas (*DoG*) se calcula entre imágenes sucesivas para identificar posibles puntos de interés, que son puntos extremos en el espacio escala.

- **Refinamiento y asignación de orientación a los puntos característicos:** Una vez identificados los puntos extremos, SIFT realiza un refinamiento para determinar la ubicación y escala exactas de estos puntos característicos. Esto implica descartar puntos de bajo contraste y eliminar bordes, mejorando así la estabilidad y confiabilidad de las características detectadas. Para cada punto de interés, SIFT asigna una o más orientaciones basadas en gradientes locales de intensidad de imagen. Este paso garantiza la invarianza a la rotación, creando un histograma de gradientes orientados en la región alrededor del punto de interés.

- Descripción de puntos claves:** Finalmente, en torno a cada punto de interés, se crea un descriptor de características. Esto se logra dividiendo la región alrededor del punto en subregiones y acumulando un histograma de gradientes orientados en cada subregión. Estos histogramas forman el descriptor final del punto de interés, que es un vector de características invariante a la escala, la rotación y, en cierta medida, a los cambios de iluminación.

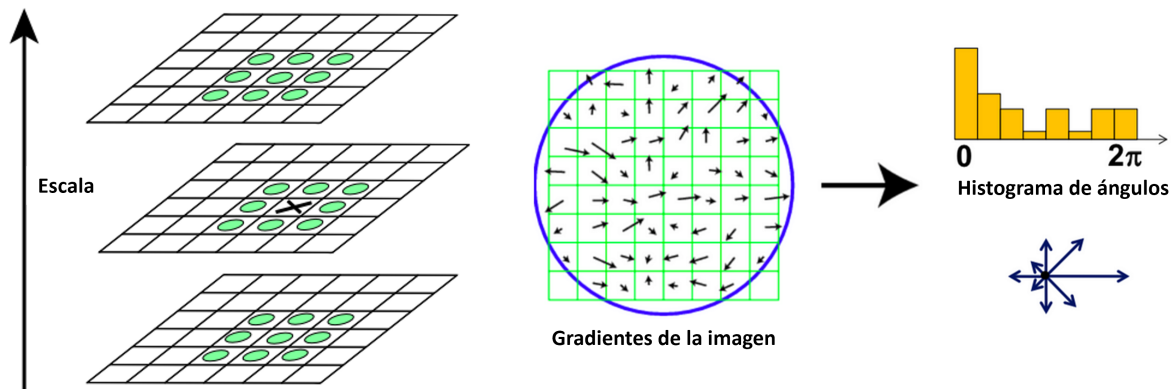


Figura 2-8: a) Los máximos y mínimos de las imágenes de las *DoG* se detectan comparando un píxel (marcado con **X**) con sus 26 vecinos en regiones de 3x3 píxeles en la escala actual y en las escalas adyacentes (marcados con círculos). b) El descriptor del punto clave es calculado a partir de la magnitud del gradiente y la orientación en cada punto de muestra en una región alrededor de la ubicación del punto clave de la imagen. Fuente: modificado de (Lowe, 2004).

Después de obtener el descriptor de cada punto clave, es posible obtener una correspondencia entre dos imágenes que se emparejan identificando las ubicaciones de sus puntos característicos. Este proceso permite la identificación y correspondencia precisa de dichos puntos entre diferentes imágenes, lo que es fundamental para la reconstrucción en 3D de una superficie fotografiada desde diferentes ángulos.

2.3.2. ORB: Oriented FAST and Rotated BRIEF

ORB (Oriented FAST and Rotated BRIEF) es un algoritmo diseñado para la detección y descripción de puntos característicos en imágenes, propuesto por Rublee et al. (Rublee et al., 2011) como una alternativa eficiente y robusta a algoritmos previos como SIFT y SURF. Este algoritmo combina las ventajas del detector de puntos claves FAST (Features from Accelerated Segment Test) y el descriptor BRIEF (Binary Robust Independent Elementary

Features), incorporando invarianza a la rotación y adaptabilidad a múltiples escalas. ORB utiliza FAST para detectar puntos claves de manera eficiente y luego selecciona los más robustos aplicando la medida de esquina de Harris, aportando así una caracterización más confiable de los puntos claves.

El método FAST (Rosten & Drummond, 2006) detecta puntos característicos evaluando la intensidad de los píxeles en un entorno circular. Este método de detección de puntos claves es más rápido pero carece de invariancia frente a cambios de escala y rotación y no proporciona una cuantificación de la orientación de los puntos detectados. Por otro lado, BRIEF (Calonder et al., 2010) describe los puntos característicos empleando un conjunto de pruebas binarias entre pares de píxeles, generando así un descriptor eficiente aunque susceptible a las variaciones de orientación.

ORB optimiza estos procedimientos anteriores para alcanzar la invariancia a la rotación y mejora su rendimiento. Inicialmente, ORB aplica FAST en distintas escalas de la imagen para identificar puntos clave, seleccionando posteriormente aquellos con mayor respuesta según la medida de esquina de Harris, una elección basada en la robustez de los puntos (Rublee et al., 2011). La orientación de cada punto clave se calcula mediante el centroide ponderado por la intensidad de la región circundante, generando un vector que determina la dirección del punto respecto a este centroide, como se describe en (Rosin, 1999). Esta técnica presume que la intensidad de una esquina no está equitativamente distribuida alrededor de su punto central y que se puede utilizar el vector de desplazamiento de la intensidad para establecer una orientación.

Los momentos de un área de imagen se calculan de la siguiente forma:

$$m_{pq} = \sum_{x,y} x^p y^q I(x, y), \quad (2-8)$$

Con estos momentos, es posible calcular el centroide de la imagen:

$$C = \left(\frac{m_{10}}{m_{00}}, \frac{m_{01}}{m_{00}} \right), \quad (2-9)$$

A partir de este centroide, se puede formar un vector que va desde el centro de la esquina hasta el centroide, \vec{OC} . La orientación del área se define entonces por el ángulo:

$$\theta = \text{atan2}(m_{01}, m_{10}), \quad (2-10)$$

donde *atan2* es la versión de la función arco tangente que tiene en cuenta el cuadrante del resultado. Aunque Rosin (Rosin, 1999) considera la intensidad de la esquina en términos de si es oscura o clara, para el propósito del método ORB, se puede omitir esta distinción ya que las medidas angulares son consistentes independientemente del tipo de esquina. Esta

orientación se utiliza después para rotar el patrón de pruebas binarias de BRIEF, con el fin de mantener la consistencia del descriptor frente a rotaciones de la imagen.

El descriptor BRIEF, que es una representación en forma de cadena de bits de un parche de imagen, se compone mediante una serie de pruebas de intensidad binaria. Si se considera un parche de imagen suavizada denotada como \mathbf{p} , una prueba binaria τ se puede especificar de la siguiente manera:

$$\tau(\mathbf{p}; \mathbf{x}, \mathbf{y}) = \begin{cases} 1 & \text{si } \mathbf{p}(\mathbf{x}) < \mathbf{p}(\mathbf{y}) \\ 0 & \text{si } \mathbf{p}(\mathbf{x}) \geq \mathbf{p}(\mathbf{y}) \end{cases} \quad (2-11)$$

Aquí, $\mathbf{p}(\mathbf{x})$ es la intensidad de \mathbf{p} en un punto \mathbf{x} . La característica se define como un vector de n pruebas binarias:

$$f_n(\mathbf{p}) = \sum_{i=1}^n 2^{i-1} \tau(\mathbf{p}; \mathbf{x}_i, \mathbf{y}_i) \quad (2-12)$$

ORB mejora el descriptor BRIEF original permitiendo la rotación de la operación de BRIEF de acuerdo con la orientación de los puntos claves. El descriptor mejorado llamado rBRIEF resulta de una selección exhaustiva de pruebas binarias que maximizan la varianza y minimizan la correlación entre ellas, logrando así un descriptor binario más discriminativo y eficaz (Rublee et al., 2011). ORB finaliza su proceso con una estrategia de búsqueda rápida basada en LSH (Locality Sensitive Hashing) para encontrar correspondencias entre puntos de diferentes imágenes, una etapa crítica para aplicaciones de correspondencia y seguimiento de puntos.

Las pruebas empíricas y los análisis de desempeño demuestran que ORB mantiene una precisión comparable a la de SIFT y SURF, con la ventaja añadida de una mayor eficiencia (Rublee et al., 2011). Esta combinación de factores convierte a ORB en una herramienta valiosa para los investigadores y desarrolladores en el campo de la visión por computadora.

2.3.3. Algoritmo KAZE

El algoritmo KAZE, denominado así por su principal autor Pablo Alcantarilla (Alcantarilla et al., 2012) en honor al padre del análisis del espacio escala Iijima (Weickert et al., 1999), es un algoritmo innovador de detección y descripción de características 2D en espacios de escala no lineales. Los enfoques anteriores detectan y describen características en diferentes niveles de escala, construyendo o aproximando el espacio de escala gaussiano de una imagen. El algoritmo KAZE detecta y describe puntos claves en un espacio de escala no lineal mediante el filtrado de difusión no lineal haciendo que: el desenfoque sea localmente adaptable a los datos de la imagen, se reduzca el ruido de la imagen conservando los límites de los objetos y se obtenga una mejor precisión de localización y distintividad. El espacio de escala no

lineal se construye utilizando técnicas eficientes de división de operadores aditivos (Additive Operator Splitting *AOS*) (Barash et al., 2001) y difusión de conductancia variable (Perona & Malik, 1990).

Para la elaboración del espacio de escala no lineal, el algoritmo adopta un enfoque similar al de SIFT, es decir, organizando el espacio de escala pero de manera logarítmica en octavas y niveles intermedios. Este método se caracteriza por preservar la resolución original de la imagen, omitiendo la disminución de muestreo común en cada nueva octava de SIFT. Cada octava y nivel se define por índices únicos o y s , y se vinculan a sus escalas correspondientes a través de la ecuación (Alcantarilla et al., 2012):

$$\sigma_i(o, s) = \sigma_0 2^{o + \frac{s}{8}}, \quad o \in [0, O - 1], s \in [0, S - 1], i \in [0, N], \quad (2-13)$$

donde σ_0 indica la escala base y N es el número total de filtros de imagen empleados. La conversión de niveles de escala discretos σ_i de unidades de píxeles a unidades temporales es imprescindible, ya que la filtración de difusión no lineal se define en términos temporales. Esta conversión es análoga al espacio de escala gaussiana, donde el filtrado de una imagen con una gaussiana de cierta desviación estándar σ (en píxeles) corresponde a filtrar la imagen durante un tiempo $t = \sigma^2/2$. La siguiente asignación formaliza esta conversión de escala a tiempo:

$$t_i = \frac{1}{2} \sigma_i^2, \quad i \in [0, N], \quad (2-14)$$

donde t_i representa las unidades de tiempo asociadas a las respectivas escalas. La relación $\sigma_i \rightarrow t_i$ se utiliza exclusivamente para definir los tiempos de evolución que permiten construir el espacio de escala no lineal en las imágenes filtradas en cada t_i . En este contexto, la imagen resultante no corresponde directamente con la convolución de la imagen original con una gaussiana de desviación estándar σ_i . Sin embargo, el esquema es compatible con el espacio de escala gaussiano, ya que es posible establecer las ecuaciones correspondientes al espacio gaussiano fijando la función de difusión g en 1, es decir, una función constante (Perona & Malik, 1990). Además, al evolucionar a través del espacio de escala no lineal, la función de conductividad tiende a ser constante para la mayoría de los píxeles de la imagen, exceptuando aquellos correspondientes a bordes de imagen significativos.

Al procesar una imagen de entrada, la primera operación es la convolución con un núcleo gaussiano con desviación estándar σ_0 para atenuar ruido y artefactos. A partir de esta imagen base, se calcula el histograma del gradiente de la imagen y se determina el parámetro de contraste k (Perona & Malik, 1990). Seguidamente, con el parámetro de contraste, es relativamente sencillo construir el espacio de escala no lineal en un formato iterativo utilizando los esquemas de *AOS* (Barash et al., 2001), que son absolutamente estables para cualquier

tamaño de paso, de la siguiente manera:

$$L^{i+1} = \left(I - (t_{i+1} - t_i) \sum_{l=1}^m A_l(L^i) \right)^{-1} L^i. \quad (2-15)$$

En la figura 2-9 se observa como el desenfoque gaussiano suaviza todas las estructuras por igual en la imagen, mientras que en el espacio de escala no lineal los bordes fuertes de la imagen se mantienen sin cambios.

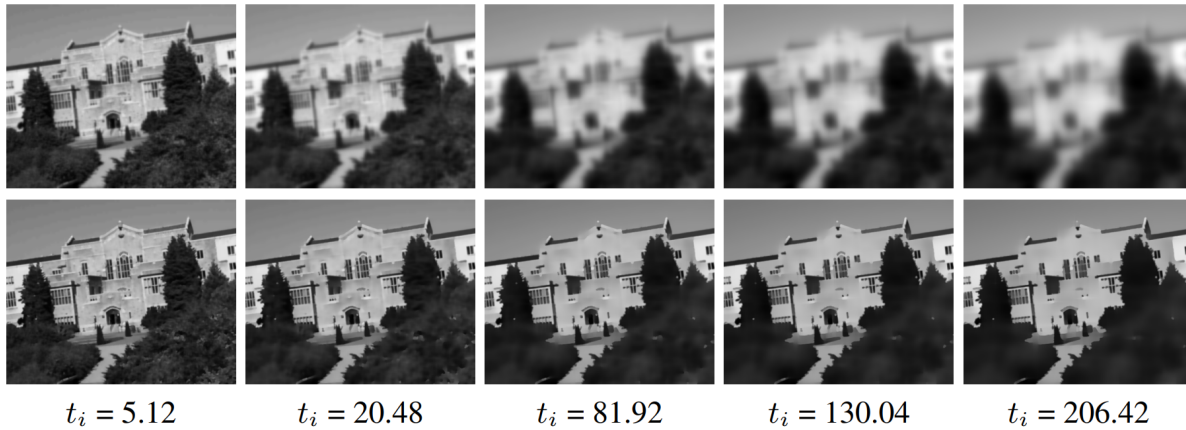


Figura 2-9: Comparativa entre el espacio de escala generado por difusión gaussiana y el producido por difusión no lineal para distintos intervalos de tiempo de evolución t_i . En la primera fila se muestra el espacio de escala gaussiano, obtenido al convolucionar la imagen original con un kernel gaussiano incrementando σ . En la segunda fila, se muestra el espacio de escala resultante con la aplicación de difusión no lineal, empleando la función de conductividad g_3 . Fuente: (Alcantarilla et al., 2012).

Posteriormente, para la detección de puntos de interés, se calcula la solución del determinante de la matriz Hessiana normalizada, en múltiples niveles de escala (Brown & Lowe, 2002):

$$L_{Hessiana} = \sigma^2(L_{xx}L_{yy} - L_{xy}^2), \quad (2-16)$$

donde (L_{xx}, L_{yy}) corresponden a las derivadas segundas horizontales y verticales, y L_{xy} es la derivativa cruzada de segundo orden. Con el conjunto de imágenes filtradas del espacio de escala no lineal L^i , se analiza la respuesta del detector a diferentes niveles de escala σ_i . Se buscan máximos en escala y ubicación espacial en todas las imágenes filtradas, exceptuando $i = 0$ y $i = N$. Finalmente, la posición del punto de interés se estima con precisión sub-píxel utilizando el método propuesto en (Lindeberg, 1998).

Para la descripción de los puntos claves el algoritmo KAZE realiza dos pasos principales de manera similar al desarrollado por el algoritmo SIFT: primero se estima la orientación dominante en la vecindad de un punto de interés para garantizar invariancia a la rotación mediante el análisis de respuestas de derivadas ponderadas por una función gaussiana dentro de un segmento circular. Finalmente, se obtiene un descriptor invariante a escala y rotación tomando derivadas de primer orden dentro de una cuadrícula y sumando las respuestas para formar un vector. Este vector es normalizado para asegurar invariancia al contraste.

Aunque calcular mediante KAZE los puntos claves tienen un costo computacional un poco más elevado que SIFT debido a la construcción del espacio de escala no lineal, los resultados revelan un avance en el rendimiento tanto en la detección como en la descripción en comparación con los métodos anteriores de vanguardia, sobre todo en imágenes con notables variaciones de textura y complejidad.

2.4. Nubes de puntos y reconstrucción de superficie

La reconstrucción tridimensional (3D) a partir de nubes de puntos representa un área fundamental en el campo de la visión por computadora y el procesamiento de imágenes. Este proceso involucra la transformación de un conjunto disperso de puntos en un modelo 3D continuo, proporcionando una representación detallada y precisa de la forma y la estructura del objeto en estudio. Las nubes de puntos o “point clouds” son colecciones de puntos en un espacio 3D que representan la superficie externa de objetos. Cada punto en la nube contiene información espacial (coordenadas X , Y , Z) y, a menudo, datos adicionales como color, normales de cada punto a la superficie e información acerca de vértices y bordes de una malla. Estos puntos pueden ser obtenidos mediante diversas técnicas de captura 3D, como la fotogrametría, escáneres láser 3D y sistemas de visión estereoscópica (Sarode, 2022).

Los datos de nubes de puntos se pueden recopilar en varios formatos, cada uno con características únicas. El formato PLY se destaca por su versatilidad y capacidad para almacenar no solo coordenadas 3D, sino también información de color, normales y vértices de mallas. Esto lo hace ideal para la reconstrucción de superficies, ya que proporciona un conjunto de datos más rico para procesar. Por otro lado, el formato STL, ampliamente utilizado en la impresión 3D, representa superficies mediante triángulos, pero carece de la capacidad de almacenar información de color. El formato OBJ es similar al PLY en términos de funcionalidad, pero es más complejo y se utiliza comúnmente en aplicaciones de gráficos. Por último, el formato XYZ es más simple, centrado en las coordenadas de los puntos, lo que lo hace adecuado para datos crudos de nubes de puntos. Entre estos, PLY es a menudo preferido para la reconstrucción de superficies debido a su equilibrio entre riqueza de datos y eficiencia

de procesamiento (Botsch et al., 2010).

Para transformar una nube de puntos no estructurada en una malla triangular, es esencial realizar una reconstrucción de la superficie. Existen diversos métodos para esta tarea entre los que se destacan el algoritmo “Alpha Shapes” (Edelsbrunner et al., 1983), “Ball Pivoting Algorithm” (BPA) (Bernardini et al., 1999) y la “Reconstrucción de Superficies de Poisson” (Kazhdan et al., 2006). Cada uno de estos métodos aborda el problema de una manera única. El algoritmo “Alpha Shapes” ofrece una aproximación generalizada del casco convexo con la capacidad de capturar tanto la estructura externa como las complejidades internas de los conjuntos de datos. La clave del algoritmo es el parámetro α , que puede ajustarse para controlar el nivel de detalle de la forma resultante. Este parámetro determina el “radio” conceptual alrededor de cada punto. Al variar α , el algoritmo decide qué puntos del conjunto están “conectados” y cuáles forman parte de huecos o espacios vacíos, permitiendo capturar tanto la estructura externa como las características internas del conjuntos de puntos.

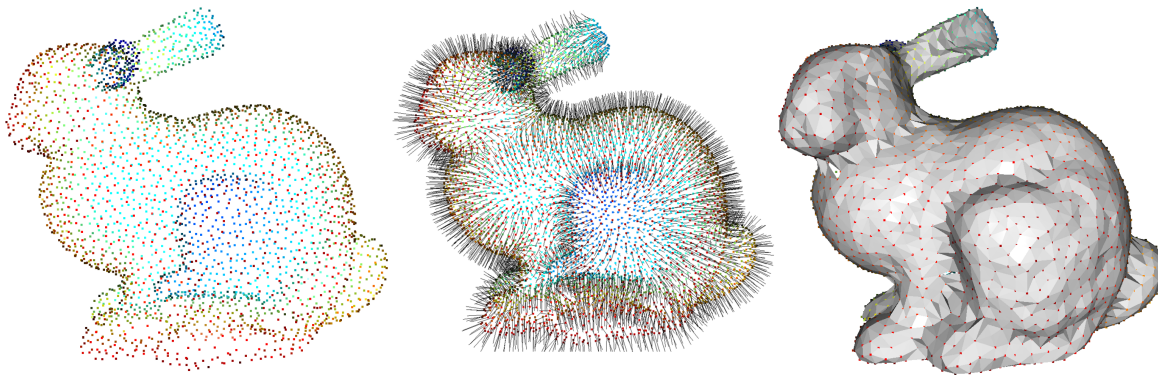


Figura 2-10: Proceso de reconstrucción de una superficie en 3D: a partir de la nube de puntos de un objeto se ajusta localmente un plano por punto 3D para estimar las normales a la superficie. Finalmente, se procede a realizar la reconstrucción de la superficie para generar una malla triangular del objeto. Fuente: (Open3D, 2023).

El algoritmo BPA es un método de reconstrucción de superficies que se relaciona con “Alpha Shapes”. BPA utiliza una esfera imaginaria de radio predefinido que “rueda” sobre una nube de puntos en 3D. La operación clave es el pivoteo de esta esfera alrededor de los bordes de los triángulos ya formados. Si la esfera toca tres puntos sin atravesarlos, se forma un triángulo. Este proceso continúa iterativamente, pivotando la esfera a lo largo de los bordes de los triángulos existentes y formando nuevos triángulos cada vez que la esfera encuentra tres puntos que cumplen con el criterio mencionado. El método acepta una lista de radios

como parámetro, que corresponden a los radios de las esferas individuales que se pivotan en la nube de puntos (Open3D, 2023). La eficiencia y efectividad de BPA dependen significativamente del radio de la esfera elegido, que determina la capacidad del algoritmo para capturar detalles finos de la superficie y llenar huecos en la nube de puntos. La figura **2-10** muestra los resultados del proceso de reconstrucción de una superficie aplicando este método.

El método de reconstrucción de superficies de Poisson, se destaca por su capacidad para generar superficies suaves y continuas, incluso en áreas donde la densidad de puntos es baja. Este método se distingue por su enfoque global, resolviendo una ecuación diferencial parcial que permite la creación de una superficie implícita, la cual interpola de manera efectiva los puntos de la nube. Una de las principales ventajas del método de Poisson es su capacidad para manejar datos ruidosos o incompletos, rellenando huecos y extrapolando superficies en áreas con escasa información (Kazhdan et al., 2006). Además, utiliza la orientación normal estimada de cada punto para formar un campo de gradiente, cuya solución lleva a la superficie más adecuada. Si bien es altamente efectivo para crear modelos 3D coherentes y visualmente detallados, este método puede requerir una considerable capacidad de cómputo, especialmente con nubes de puntos densas. La precisión en la estimación de las normales resulta crucial para la calidad del resultado, haciendo del algoritmo Poisson una opción robusta y versátil para la digitalización precisa de objetos reales para su análisis, manipulación y visualización en entornos virtuales.

2.5. Estimación de la rugosidad de una superficie

La medida del grado de rugosidad en las superficies es importante en múltiples aplicaciones industriales. En algunos casos se necesita que la superficie de un producto presente un mínimo de rugosidad, logrando así que se disminuya la fricción en el contacto entre dos superficies y se reduzca el desgaste y la corrosión de dichos materiales. Por otro lado, un alto índice de rugosidad dificultaría el deslizamiento entre dos superficies y facilitaría su agarre, permitiendo la sujeción de un objeto sin que éste deslice (Oliveira, 2005). El desarrollo de técnicas de medida de rugosidad basadas en métodos de no contacto para superficies han sido de amplio interés. Sin embargo, los equipos basados en técnicas de contacto siguen dominando las tareas de dicha medida.

2.5.1. Métodos de contacto

Perfilometría, microscopía de fuerza atómica (AFM) y probador de rugosidad de la superficie son los tres métodos más comunes para medir la topografía de la superficie (Mate, 2008). El principio de operación de estos métodos consiste en el barrido controlado de una punta

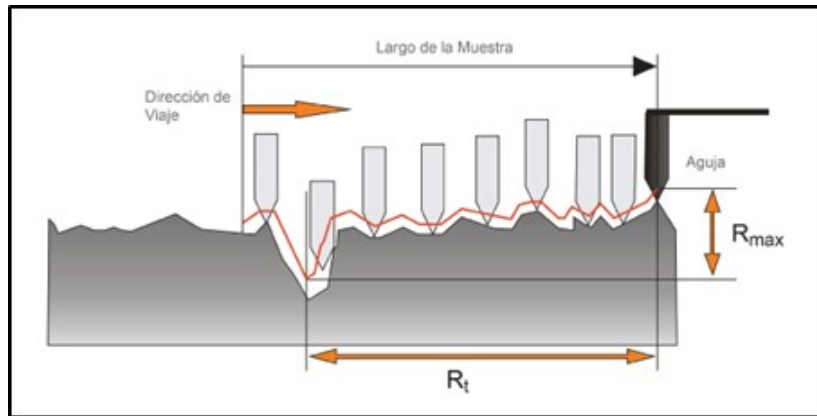


Figura 2-11: Esquema método de perfilometría. Fuente: modificado de (Elcometer, 2022).

fina se encuentra en contacto con la superficie a analizar. Las variaciones de alturas se convierten en señales eléctricas, registrando un perfil en la topografía de la superficie (Figura 2-11). Los datos de rugosidad de la superficie en 3D sólo se pueden obtener mediante el análisis computacional y la ejecución de múltiples escaneos sobre la muestra. Esta tarea toma mucho tiempo para obtener un resultado satisfactorio, puede producir microrayones sobre la superficie, y solo puede evaluar pequeñas áreas en un tiempo razonable.

2.5.2. Métodos sin contacto

En un método óptico un haz de láser se utiliza para iluminar la superficie bajo medición. La curva de distribución de la intensidad del haz reflejado por la superficie del material se puede ampliar con el aumento de rugosidad en la superficie. La rugosidad se puede evaluar a partir de la amplitud de la curva de intensidad de haz reflejado. Sin embargo, la resolución del método óptico queda limitado por la longitud de onda del haz empleado, generando una resolución horizontal entre 0,4 y 0,5 μm y una profundidad de foco alrededor de 1 μm , impidiendo la grabación de datos precisos en características físicas de orden submicrométrico, generando una medida principalmente cualitativa (Kayaalp et al., 1990).

Por otro lado, las imágenes obtenidas mediante SEM permiten determinar cierta información 3D con una resolución espacial y vertical del orden de los 50 nm (Bonetto et al., 2006). Implementando el método de reconstrucción 3D a partir de imágenes estereoscópicas obtenidas en un SEM se puede obtener una herramienta adecuada en el análisis de la superficie con capacidades para medir la morfología y la rugosidad de manera cuantitativa sin contacto.

Es relevante resaltar que la rugosidad es uno de los conceptos que se usan en la topografía para describir la irregularidad de las superficies (Rivera & Melo, 2001). Sin embargo, uno de los problemas que se presentan en la topografía es la cuantificación de la rugosidad debido

a que la superficie de los cuerpos es muy compleja. Por ejemplo, la composición química y la disposición atómica pueden ser muy diferentes en las superficies. Además, la rugosidad en la superficie se pueden ver de una manera diferente dependiendo de la escala. Una textura superficial suave y regular en una escala de longitud macroscópica puede ser aleatoria y muy rugosa en una escala microscópica (Mate, 2008). Por lo que la medida de la rugosidad debe abarcar irregularidades de la textura superficial que pueden incluir la presencia de crestas, valles y otras desviaciones de un plano idealmente liso.

Los métodos más usados en la industria para cuantificar la rugosidad se basan en el registro de un perfil de alturas tomado con instrumentos de contacto mencionados anteriormente tales como el rugosímetro o perfilómetro. A partir de estos datos se determinan parámetros propios de la distribución estadística de alturas del perfil o superficie analizada. Los parámetros de rugosidad más usados en ciencia e ingeniería se describen a continuación.

2.5.3. Rugosidad Media Aritmética (R_a)

La Rugosidad Media Aritmética, simbolizada como R_a , es el parámetro de rugosidad más reconocido y utilizado para el control de calidad en superficies. Esta medida estadística representa el promedio de las desviaciones absolutas de los puntos de una superficie respecto a su línea media, a lo largo de una longitud de muestreo determinada.

La importancia de R_a radica en su capacidad para proporcionar una cuantificación rápida y general de las variaciones de altura en una superficie, lo que permite una comparación efectiva entre distintas superficies. Al ser un valor promedio, R_a ofrece una vista general y no se ve excesivamente afectado por valores extremos puntuales, lo cual puede ser tanto una ventaja como una limitación, dependiendo del nivel de detalle que se requiera.

La fórmula matemática para calcular R_a en su forma discreta es la siguiente (Gadelmawla et al., 2002; Whitehouse, 2010):

$$R_a(z) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |z_i| \quad (2-17)$$

Donde n es el número total de puntos medidos en la superficie, y $|z_i|$ es el valor absoluto de la desviación de la altura del punto i respecto a la línea media. Esta fórmula implica que se toma la media de las desviaciones sin tener en cuenta si son positivas o negativas, lo que resulta en una medida de la magnitud de la rugosidad sin considerar la dirección de las irregularidades.

2.5.4. Rugosidad Media Cuadrática (R_q)

La rugosidad media cuadrática R_q , proporciona una representación estadística de la distribución de la altura superficial. Es análoga a la desviación estándar de las alturas superficiales y se expresa como (Gadelmawla et al., 2002; Whitehouse, 2010):

$$R_q(z) = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n z_i^2} \quad (2-18)$$

Este parámetro es particularmente sensible a la presencia de valores atípicos, como picos o valles extremos, ofreciendo así una perspectiva complementaria a R_a (Gadelmawla et al., 2002).

2.5.5. Altura Máxima de Picos y Profundidad Máxima de los Valles (R_p y R_v)

La altura máxima de picos (R_p) y la profundidad de valles (R_v) son medidas directas de las características más pronunciadas en un perfil superficial:

$$R_p(z) = \max z_i \quad \text{y} \quad R_v(z) = \min z_i \quad (2-19)$$

Estos parámetros son valiosos para aplicaciones donde la presión de contacto o la capacidad de retención de fluidos son una preocupación (Gadelmawla et al., 2002).

2.5.6. Altura Máxima de Pico a Valle (R_t ó R_{pv})

Mientras que parámetros individuales de rugosidad como R_a , R_q , R_p y R_v proporcionan información significativa, una combinación de estas medidas puede ofrecer una comprensión más completa de la topografía de la superficie. Por ejemplo, la altura máxima de pico a valle R_t toman en cuenta los extremos del perfil superficial y son cruciales para caracterizar la resistencia al desgaste y la capacidad de soporte de carga de un material (Gadelmawla et al., 2002; Whitehouse, 2010).

$$R_t(z) = R_{pv}(z) = R_p(z) + R_v(z) \quad (2-20)$$

Además de las medidas estándar de rugosidad, existen otros parámetros que pueden ser necesarios para describir con precisión la topografía superficial en aplicaciones específicas. La rugosidad máxima (R_{max}), el promedio de la altura máxima de los cinco picos más altos (R_{pm}) y el promedio de la profundidad máxima de los cinco valles más profundos (R_{vm}) son ejemplos de tales parámetros. Estos pueden proporcionar más detalles de irregularidades y

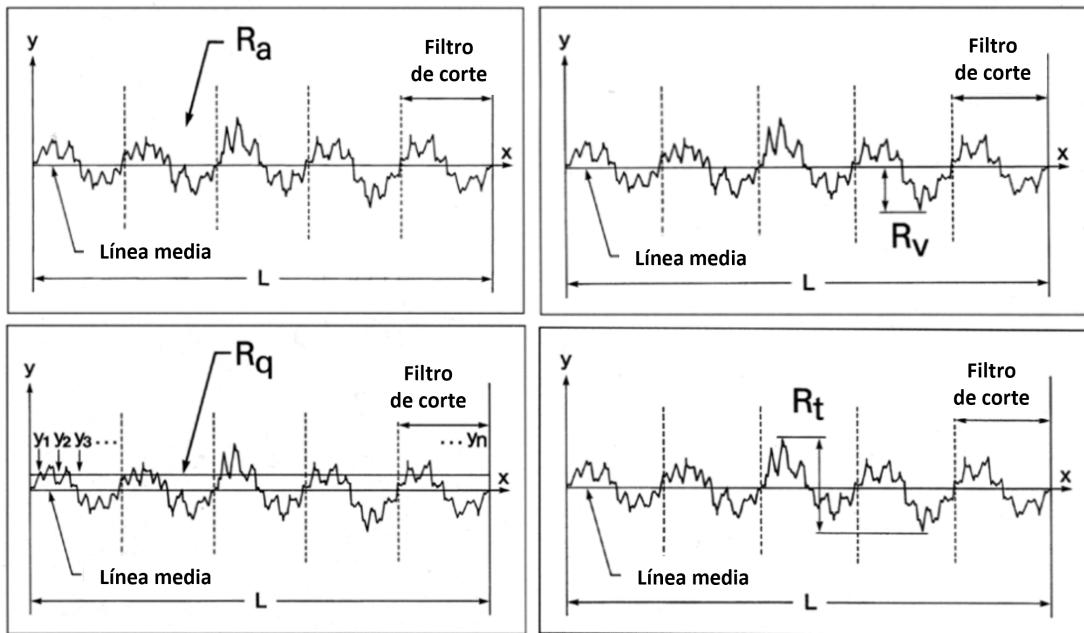


Figura 2-12: Visualización de los parámetros de rugosidad. R_a : rugosidad media aritmética. R_q : rugosidad media cuadrática. R_v profundidad máxima de los valles. R_t altura máxima de pico a valle. Fuente: modificado de (*Dektak 150 Profiler User's Manual*, 2007).

pueden ser esenciales para determinar la adherencia de los recubrimientos o la calidad de sellado en las interfaces (Gadelmawla et al., 2002).

En efecto, la rugosidad superficial es una característica multifacética que no puede ser capturada completamente por un solo parámetro. La combinación de múltiples medidas de rugosidad es necesaria para obtener una comprensión integral de las características de la superficie y su impacto en la funcionalidad del material. Por lo tanto, la elección de los parámetros de rugosidad debe basarse en el propósito específico de la evaluación y en las demandas del entorno de aplicación. Sin embargo, incluso la combinación de distintos parámetros tradicionales puede resultar insuficiente para describir la complejidad y variabilidad inherentes a las superficies reales, especialmente cuando se observan a escalas nanométricas. En este contexto, la dimensión fractal puede emerger como una herramienta analítica adicional que, a través de su enfoque en la autosemejanza y la variabilidad a diferentes escalas, ofrece un valioso marco cuantitativo para evaluar la complejidad superficial. Este enfoque proporciona un parámetro adicional en la evaluación de la rugosidad, complementando los métodos tradicionales y ofreciendo una perspectiva más integral de la textura de la superficie que puede

ser crucial en aplicaciones donde la topografía a nanoescala juega un papel determinante en el desempeño del material (Majumdar & Bhushan, 1990).

2.6. Dimensión fractal

En la ciencia de superficies, el concepto de fractalidad se utiliza cada vez más para relacionar las características superficiales con propiedades funcionales (Pfeifer, 1988). Las superficies nominalmente planas suelen exhibir características auto-afines en múltiples escalas. Aunque el descriptor más común es la rugosidad media de la superficie (R_a), otros descriptores como la pendiente media y la rugosidad media cuadrática (R_q) también son utilizados. Sin embargo, muchos fenómenos físicos superficiales no se interpretan fácilmente con estos descriptores, por lo que la dimensión fractal se aplica cada vez más para establecer correlaciones entre la estructura de la superficie, en términos de comportamiento a escala, y su rendimiento (Milanese et al., 2019). Las dimensiones fractales de las superficies se han empleado para explicar y comprender mejor fenómenos en áreas de mecánica de contacto (Zhai et al., 2017), comportamiento friccional (Hanaor et al., 2016), resistencia de contacto eléctrico (Chongpu et al., 2017) y óxidos conductores transparentes (Kalvani et al., 2019).

La dimensión fractal es un concepto matemático que describe la complejidad de un objeto geométrico de manera más precisa que las dimensiones euclidianas convencionales (Mandelbrot, 1983). Matemáticamente, la dimensión fractal, denotada como D , se puede entender a través del principio de autosimilitud, que implica que el objeto se parece a una parte de sí mismo. Un enfoque común para calcular D es el método de conteo de cajas (box-counting), definido por la relación:

$$D = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{\log N(\epsilon)}{\log(1/\epsilon)}$$

Donde ϵ es el tamaño de la caja y $N(\epsilon)$ es el número mínimo de cajas de tamaño ϵ necesarias para cubrir completamente el objeto. Este límite, cuando ϵ tiende a cero, proporciona una medida de cómo la cantidad de detalle en el objeto cambia con la escala.

El método de conteo de cajas, también conocido como dimensión de Minkowski-Bouligand o dimensión de Kolmogorov, se aplica a la caracterización de objetos fractales. Para superficies en 3d, la idea básica considera la relación entre el número de cubos $N(s)$ necesarios para cubrir un objeto y el tamaño s de estos cubos. Para objetos fractales, la relación es $N(s) \propto 1/s^D$. Si $N(s)$ se calcula para un rango de s , debería existir una relación lineal entre $\log(N(s))$ y $\log(1/s)$, siendo la pendiente la estimación de la dimensión fractal. La ausencia

de una relación lineal implica que el objeto no es fractal o que podría ser multifractal.

En tres dimensiones se cuenta el número de cubos $N(s)$ de lado s requeridos para cubrir un objeto 3D. La dimensión fractal es la pendiente de $\log(N(s))$ frente a $\log(1/s)$. Uno de los retos es decidir cómo se prepararán y presentarán los datos al software para la estimación de la dimensión fractal.

Una forma de comprender mejor como funciona la dimensión fractal es mediante el análisis de la Curva de Koch (Vanderbilt University, s.f.). La dimensión fractal de la Curva de Koch se obtiene considerando su construcción iterativa y cómo cambia la longitud con cada iteración. Partiendo de un segmento rectilíneo dividido en tres partes iguales, el segmento central se reemplaza por dos segmentos de igual longitud formando un triángulo equilátero. Con cada iteración, la longitud de la curva se multiplica por $4/3$ (figura **2-13 a**). Repitiendo indefinidamente el proceso obtenemos una curva de longitud infinita, ya que en cada etapa su longitud se multiplica por $4/3$. La iteración indefinida nos proporciona la isla de Koch o Copo de Nieve (figura **2-13 b**). Como cada parte se deduce del todo como una homotecia de razón $1/3$, si a la unidad le aplicamos una homotecia de razón $1/3$ y salen cuatro partes iguales, luego:

$$D = \frac{\log N}{\log \frac{1}{r}} = \frac{\log 4}{\log \frac{1}{3}} = \frac{0,602060}{-0,477121} \approx 1,261894 \quad (2-21)$$

Para casos tridimensionales, como por ejemplo la esponja de Menger (Weisstein, 2023), la dimensión fractal se determina como $\frac{\log(20)}{\log(3)} = 2,7268$, valor que corresponde tanto a la dimensión del volumen como a la de la superficie del fractal (figura **2-13 c**). El tetraedro de Sierpinski tiene una dimensión fractal igual a $\frac{\log(4)}{\log(2)} = 2$. Antes de utilizar cualquier estimador de dimensión fractal en datos cuya dimensión fractal es desconocida, es fundamental validar el algoritmo con objetos de dimensión fractal conocida como los que se mencionaron anteriormente.

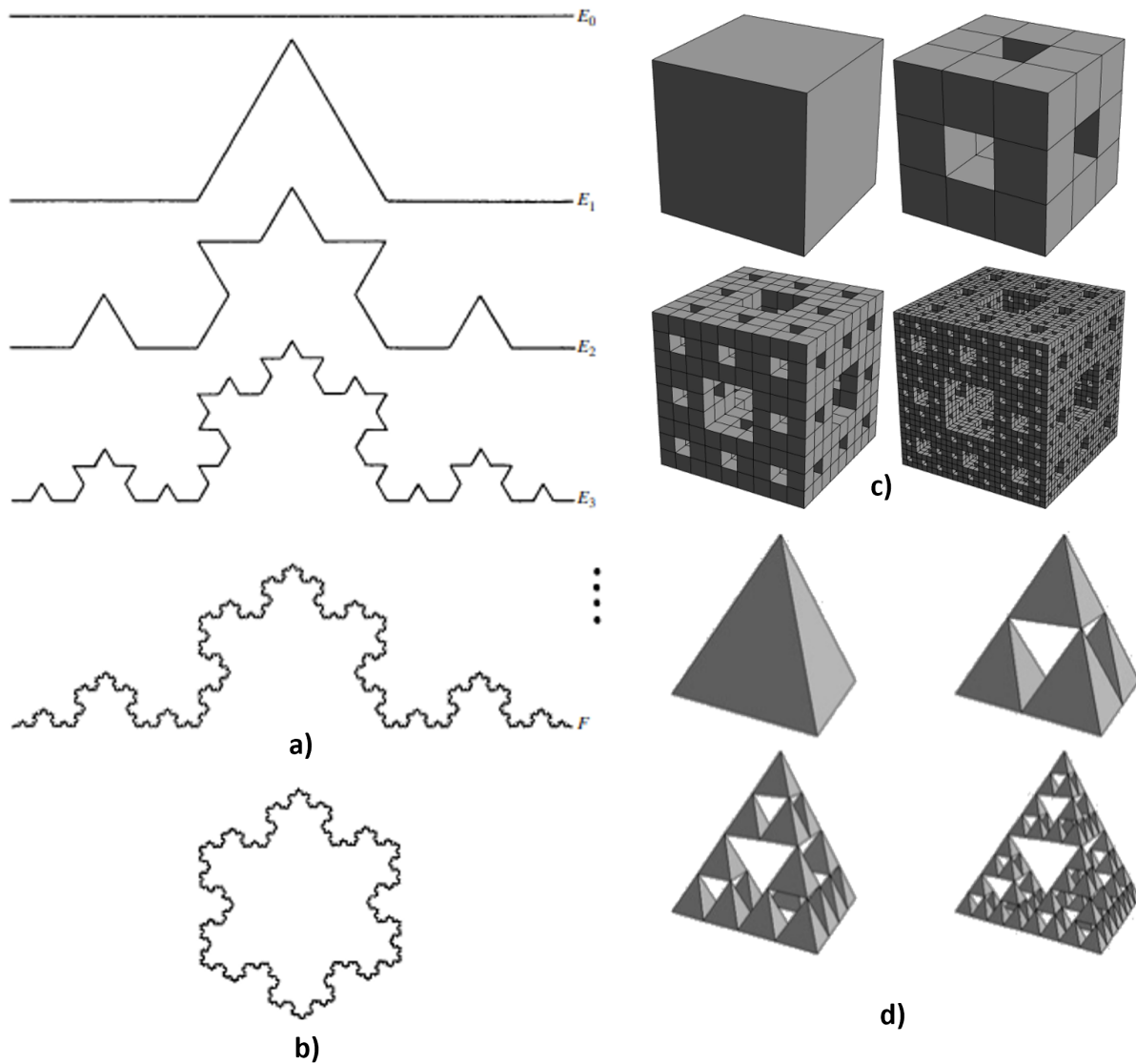


Figura 2-13: a) Construcción de la curva de Koch: en cada etapa, el tercio medio de cada intervalo se reemplaza por otros dos lados de un triángulo equilátero. b) La unión de estas curvas de Koch forma una isla de Kock o copo de nieve (Viper, Q., 2022). c) Esponja de Menger. d) Tetraedro de Sierpinski (Thäle & Freiberg, 2008).

3 Metodología

Este capítulo detalla la metodología experimental adoptada para la reconstrucción tridimensional de superficies, evaluación de rugosidad y cálculo de la dimensión fractal a partir de imágenes obtenidas mediante un Microscopio Electrónico de Barrido (SEM). El desarrollo del trabajo se basa en el uso de software libre para el procesamiento de imágenes y cálculos computacionales, buscando un equilibrio estratégico entre la eficiencia computacional y obtención de datos de la mejor calidad posible. En este contexto, la alineación precisa de las imágenes se convierte en un paso fundamental, preparando el terreno para un análisis detallado y comparativo entre los algoritmos de detección de puntos característicos, para proceder con la construcción de nubes de puntos y reconstrucción de las superficies estudiadas. Posteriormente se brinda una descripción detallada del proceso empleado para calcular la dimensión fractal de las superficies, incluyendo un procedimiento de validación que asegura la fiabilidad de los resultados. El siguiente diagrama muestra de manera consolidada el proceso de la metodología desarrollada:

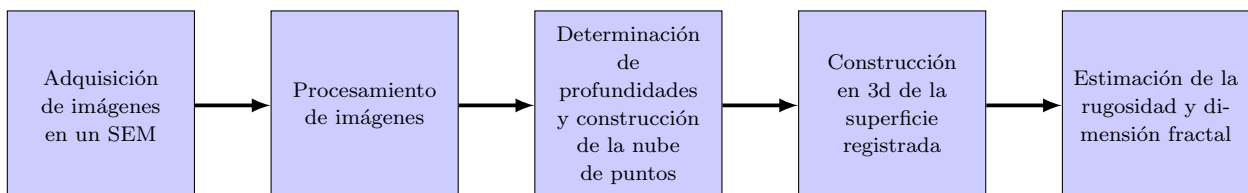


Figura 3-1: Diagrama de flujo del proceso de trabajo

3.1. Toma de micrografías

El proceso para reconstruir en 3D utilizando imágenes estereoscópicas se basa en analizar las diferencias de posición (o desplazamiento en píxeles) de elementos específicos en la muestra entre dos imágenes, las cuales se capturan variando los ángulos de inclinación de dicha muestra (Henao-Londoño et al., 2018).

En el contexto del SEM, las imágenes resultan de un barrido lineal de un haz de electrones enfocado sobre la muestra, durante el cual se recogen señales derivadas de la interacción entre el haz de electrones y la muestra. Este procedimiento se apoya en dos técnicas primarias

para obtener imágenes: la captura de electrones secundarios y electrones retrodispersados (Koga et al., 2021). Los electrones secundarios son a menudo la opción preferida, ya que emiten desde una profundidad inferior a 10 nm de la superficie, proporcionando imágenes con una relación señal-ruido superior y potencialmente una resolución más elevada. Como se mencionó anteriormente, la técnica implica observar la muestra desde dos ángulos distintos, lo cual es equivalente a rotar la muestra un ángulo ϕ_Y entre dos tomas desde una misma posición (figura 3-2 a) y b)). Este método es el habitual en SEM para lograr la reconstrucción estereoscópica. Se requiere inclinar ligeramente la muestra para capturar un par de imágenes estereoscópicas, asegurándose de abarcar la misma zona de interés en ambos registros.

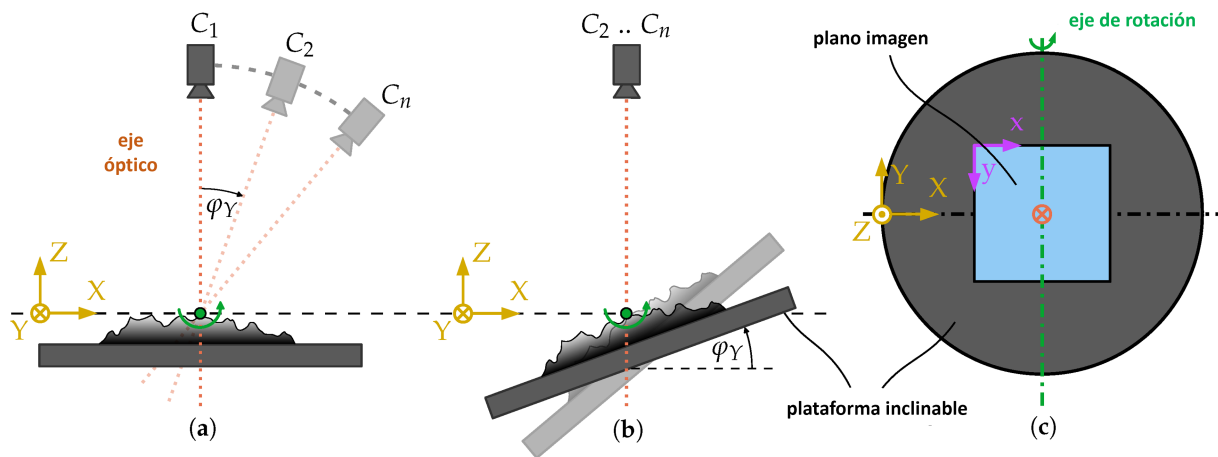


Figura 3-2: Equivalencia del movimiento de la cámara (a) y el movimiento del objeto (b) para un ángulo de rotación ϕ_Y ; (b) Proceso de inclinación eucéntrica con punto eucéntrico fijo (punto verde); (c) Ajuste de la rotación del escaneo que resulta en el paralelismo del eje de rotación y el eje y de la imagen. Fuente: Modificado de (Töberg & Reithmeier, 2020).

Para la realización de este trabajo, las micrografías se capturaron utilizando un SEM Tescan Vega 3, equipado con una plataforma para la muestra que permite movimientos manuales en cinco ejes (x , y , z , inclinación y rotación). Para simplificar los cálculos, es imperativo tomar ambas imágenes con una inclinación idéntica pero en direcciones opuestas. Además, la imagen debe ser obtenida en la posición eucéntrica y con el centro de la imagen como centro de referencia. La altura eucéntrica es la posición donde la imagen de la muestra no se mueve cuando la muestra está inclinada determinado ángulo ϕ_Y (figura 3-2 b)).

De igual forma, para la toma de muestras de este estudio, se utilizó el SEM configurado en su modo de operación: RESOLUCIÓN. Este modo se caracteriza por ofrecer imágenes de

alta resolución, aunque con una menor profundidad de enfoque (TESCAN a.s., 2014). Un aspecto clave de este modo es que el punto de pivote del barrido y los desplazamientos de la imagen eléctrica se sitúan próximos al plano principal del lente objetivo. Tal alineación optimiza significativamente el funcionamiento del SEM, ya que esta cercanía garantiza un manejo más eficiente del haz de electrones, resultando en imágenes de mayor calidad, con menor distorsión y un enfoque más preciso. Esta configuración es crucial, pues mejora sustancialmente la precisión y claridad de las imágenes capturadas, al optimizar la manera en que la imagen se forma y se proyecta en el detector. Además, el centrado del lente objetivo se logra mediante una inclinación controlada del haz de electrones central, evitando así cualquier desplazamiento no deseado de la imagen. Este arreglo garantiza que el modo RESOLUCIÓN proporcione la más alta resolución posible en las imágenes obtenidas, esenciales para la identificación precisa de puntos característicos y su correspondiente emparejamiento en micrografías tomadas desde distintos ángulos de la misma superficie. Esta capacidad es crucial para análisis detallados y la reconstrucción tridimensional precisa de la superficie de la muestra.

3.2. Procesamiento de imágenes

Uno de los objetivos fundamentales de este trabajo es la utilización de software libre, particularmente Python, debido a su versatilidad y robustez en el procesamiento de imágenes y análisis de datos. Python (Shet & Picard, 2005) es un lenguaje de programación adecuado para la manipulación de imágenes y la reconstrucción 3D gracias a su amplia biblioteca de herramientas y su propiedad de ejecutarse en la mayoría de sistemas computacionales. Entre las librerías esenciales de Python para este proyecto se encuentran Matplotlib, NumPy, Math y Plotly, pero destacan especialmente OpenCV y Open3D por sus funciones particulares en el tratamiento de imágenes y superficies. OpenCV (Bradski & Kaehler, 2008), es crucial para la lectura de imágenes y la identificación de puntos característicos y descriptores a través de algoritmos como SIFT, ORB y KAZE. Estos algoritmos permiten determinar coincidencias (emparejamientos) entre múltiples imágenes, un paso esencial en la reconstrucción 3D. Posteriormente, los datos procesados se utilizan para generar nubes de puntos (pointclouds), cálculo de normales y la creación de superficies 3D mediante Open3D (Zhou et al., 2018)

Conforme a los parámetros definidos en la sección 3.1 para la captura de muestras mediante un SEM, el proceso inicial implica la toma y correcta alineación de un par de imágenes estereoscópicas. Estas consisten en una imagen girada un ángulo $\theta/2$ y otra girada un ángulo $-\theta/2$. La imagen correspondiente al ángulo $\theta = 0$ se utilizará como imagen de referencia y deberá estar alineada de manera horizontal con las otras dos imágenes. En esta, se identificarán los puntos característicos y se calcularán las respectivas alturas o profundidades. Como

se ilustra en la figura 3-3, para un punto característico que se observa en ambas imágenes y presenta un desplazamiento de Δx , la altura o profundidad z de dicho punto se determinará mediante la siguiente relación:

$$z = \frac{\Delta x/2}{\cos(90 - \theta/2)} \quad (3-1)$$

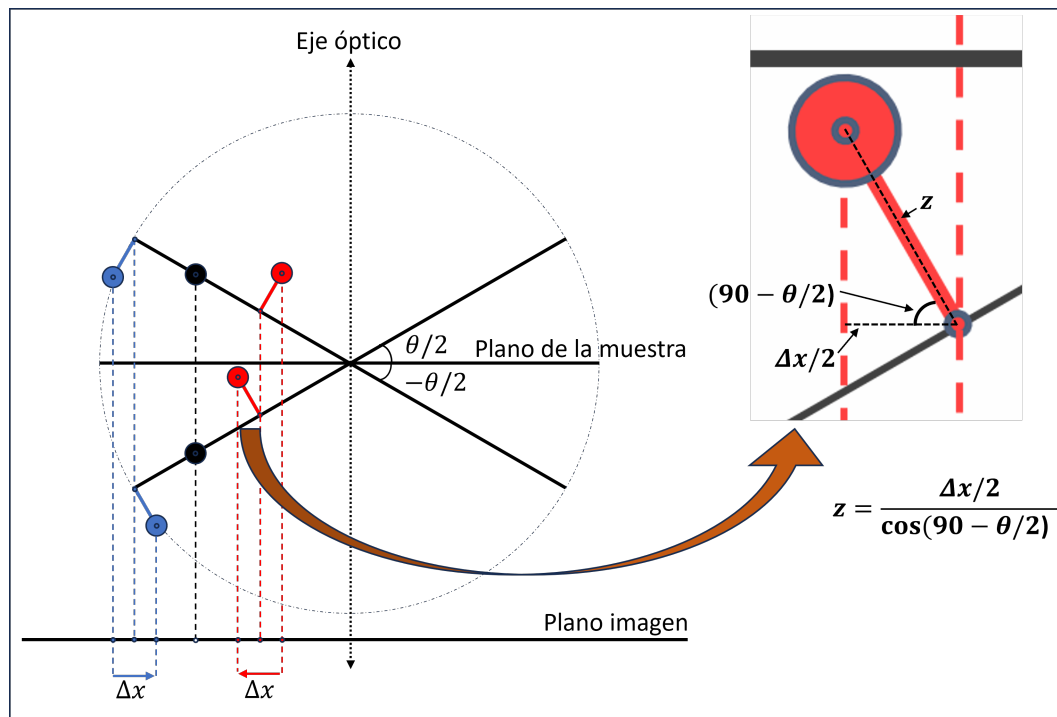


Figura 3-3: Relación geométrica para estimar la altura de cada punto característico a partir de su corrimiento entre dos imágenes bajo cierto ángulo de rotación θ .

Esta fórmula proporciona una medida cuantitativa, determinando si cada punto característico identificado en el plano de la muestra se encuentra en elevación ($z > 0$) o en depresión ($z < 0$). Es esencial que los puntos característicos detectados en ambas imágenes estereoscópicas sean también identificados en la imagen de referencia ($\theta = 0$) y que las tres imágenes se encuentren alineadas respecto al eje vertical y . Esto es de suma importancia, ya que la altura (z) de estos puntos se calcula y registra en relación a la matriz espacial establecida en esta imagen de referencia. De este modo, se asegura una correspondencia precisa entre las alturas calculadas y su ubicación espacial en la muestra.

Tras establecer el método para calcular las alturas de los puntos capturados en las imágenes, el paso siguiente consiste en seleccionar el algoritmo más adecuado para la detección y

descripción de puntos característicos. Este algoritmo debe ser capaz de maximizar tanto la cantidad de puntos clave (keypoints) como la precisión de las correspondencias entre imágenes (matches) a un costo computacional moderado. Para cada tipo de muestra, se utilizaron conjuntos de tres imágenes alineadas. Estos conjuntos se compusieron de imágenes capturadas en diferentes ángulos: dos imágenes tenían ángulos de 10 y -10 grados, otras dos de 5 y -5 grados, y otras dos de 3 y -3 grados, siempre incluyendo en cada conjunto la imagen con ángulo $\theta = 0$ como punto de referencia. Esto resultó en un total de siete imágenes en cada proceso. La elección de ángulos no superiores a 10 grados a cada lado se realizó para evitar la pérdida significativa de la región o superficie escaneada de la muestra, asegurando así una representación más precisa y detallada en la reconstrucción de la muestra sin recurrir a un excesivo número de pares estereoscópicos.

Al optimizar la detección de puntos característicos en imágenes estereoscópicas, ciertos parámetros de los algoritmos ORB, KAZE y SIFT en OpenCV demostraron tener un impacto significativo en el proceso (Team, 2023):

▪ **En SIFT:**

- *contrastThreshold* y *edgeThreshold*: El *contrastThreshold* afecta la capacidad del algoritmo para discernir puntos clave en áreas de bajo contraste, mientras que *edgeThreshold* influye en la detección de puntos en los bordes. Una configuración adecuada de estos parámetros es vital para identificar puntos característicos tanto en superficies planas como en bordes y relieves.
- *sigma*: Este parámetro determina el nivel de suavizado aplicado a las imágenes antes de la detección de puntos clave. Un *sigma* mayor puede ayudar a resaltar puntos característicos en superficies con texturas más suaves o sutiles.

▪ **En ORB:**

- *edgeThreshold* y *patchSize*: Estos parámetros determinan la sensibilidad del algoritmo en los bordes de las partículas. Un *edgeThreshold* y *patchSize* menores permiten detectar puntos más finos y detallados en los bordes, lo que es crucial para capturar la textura y la forma de las partículas.
- *fastThreshold*: Afecta la rapidez con la que el algoritmo identifica puntos clave. Un *fastThreshold* más bajo mejora la sensibilidad en la detección de puntos sutiles, permitiendo capturar detalles más finos en áreas con contrastes bajos a un tiempo computacional más elevado.

■ **En KAZE:**

- *nOctaves* y *nOctaveLayers*: Estos parámetros influyen en la profundidad y detalle con los que el algoritmo analiza la imagen. Un mayor número de *nOctaves* y *nOctaveLayers* aumenta la capacidad del algoritmo para detectar puntos en diferentes escalas y profundidades, lo cual es esencial para imágenes con variaciones de textura.
- *threshold*: Este parámetro controla la sensibilidad en la detección de puntos clave. Un *threshold* bajo permite identificar puntos característicos más sutiles, mejorando la precisión en la reconstrucción tridimensional de superficies con texturas finas.

El manejo cuidadoso de estos parámetros en los algoritmos permite una detección de puntos característicos más rica y detallada, lo que es fundamental para una reconstrucción tridimensional más precisa y para capturar la complejidad de las superficies estudiadas en las imágenes estereoscópicas. Por lo que el siguiente paso es realizar una comparativa exhaustiva entre los métodos ORB, KAZE y SIFT, con el objetivo primordial de identificar el algoritmo más eficiente para la detección de la mayor cantidad y calidad de puntos característicos en las muestras SEM. Esta comparativa se centró en la iteración de parámetros clave, ajustándolos meticulosamente para optimizar la detección de puntos tanto en los bordes como en las áreas internas de las partículas o pequeñas superficies acotadas. Inicialmente, se iteraron los parámetros sin restricciones en cuanto al costo computacional, buscando establecer el mejor rango de parámetros para ejecutar un mínimo de diez iteraciones en el procesamiento final.

3.3. Reconstrucción en 3D

Tras la selección e implementación del algoritmo óptimo para identificar los matches, se procede a determinar el desplazamiento de cada keypoint entre imágenes estereoscópicas. La medida de estos desplazamientos facilita el cálculo de la profundidad según la ecuación 3-1 mencionada anteriormente. Cada keypoint, identificado en la imagen de referencia, se enriquece con una tercera dimensión en su matriz correspondiente con la profundidad o altura obtenida. A continuación, mediante la biblioteca Open3D, se genera el archivo de nubes de puntos (point clouds) empleando las coordenadas x , y y z de todos los puntos claves obtenidos en el procesamiento de las imágenes. Este archivo se procesa en varias iteraciones para corregir valores atípicos, culminando en la creación del archivo en formato PLY, necesario para iniciar la reconstrucción de una malla tridimensional. Algunos de los resultados se muestran en la figura (3-4).

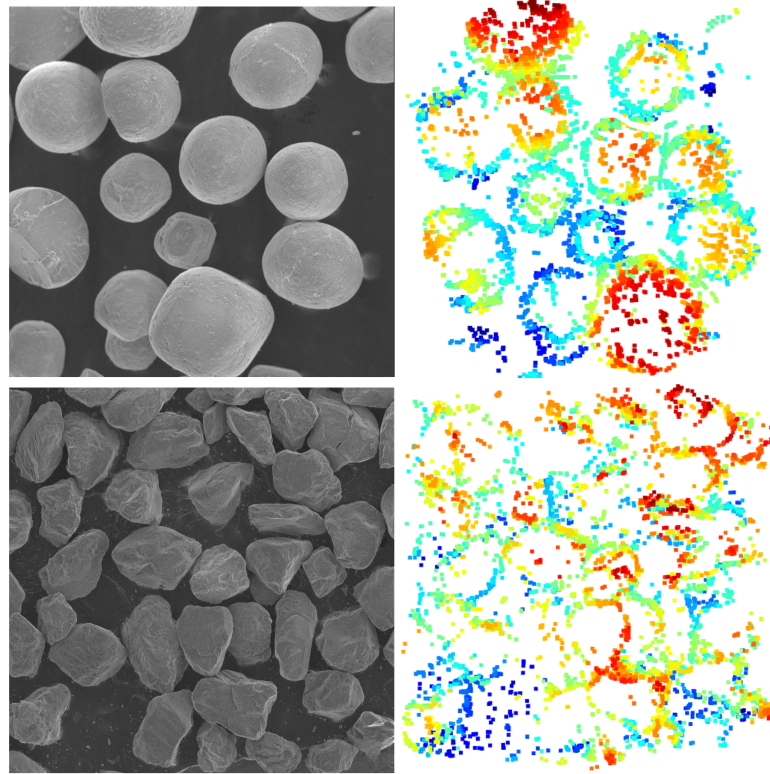


Figura 3-4: Micrografías SEM y sus respectivas nubes de puntos generadas.

A partir del archivo PLY generado por el programa, que contiene la nube de puntos, se inicia el proceso de reconstrucción 3D utilizando la biblioteca Open3D. Dentro de este proceso, se llevan a cabo dos operaciones técnicas específicas. La primera de ellas es el cálculo de normales de la nube de puntos, en donde se asigna a cada punto una orientación específica en el espacio, lo que contribuye directamente a definir la estructura superficial de la nube. Esta orientación de los puntos es fundamental para determinar su disposición espacial, y juega un papel esencial en la fase de reconstrucción de la superficie que se lleva a cabo posteriormente.

La segunda operación es la reconstrucción de la superficie mediante el método de Poisson. Este algoritmo trabaja generando una malla tridimensional a partir de la nube de puntos utilizando las normales previamente calculadas. El método de Poisson es efectivo para modelar superficies a partir de nubes de puntos dispersos, ya que crea una superficie suave que pasa necesariamente por los puntos calculados, asegurando la coherencia y continuidad de la malla tridimensional. Además, se recalculan las normales de los vértices de la malla generada para mejorar la representación y precisión del modelo 3D. Estos procedimientos son fundamentales para una construcción más detallada y precisa de la superficie en el modelo

tridimensional para la posterior estimación de la rugosidad.

Finalmente, el programa se diseña con la versatilidad de seleccionar áreas de interés específicas en la imagen de referencia para un análisis detallado. Esta característica permite identificar y examinar regiones de interés (ROI's) en la superficie, posibilitando un enfoque concentrado en áreas particulares para el cálculo de parámetros de rugosidad y la determinación de la dimensión fractal. Esta metodología, apoyada en las capacidades de Python y sus bibliotecas, habilita un análisis segmentado de superficies en diferentes áreas de una misma muestra. Facilita, además, la comparación de valores en los parámetros de rugosidad y su relación con la dimensión fractal, brindando así una comprensión más profunda y matizada de las características superficiales. Los resultados de estos estudios se presentan en la siguiente sección.

3.4. Determinación de la dimensión fractal

La dimensión fractal de una superficie tridimensional se puede determinar eficazmente mediante el método de *box counting* (conteo de cajas), una técnica reconocida y documentada en numerosos estudios (Nayak et al., 2019). En esta metodología, descrita en la sección 2.6, un objeto fractal se cubre con una red de cajas ajustando un factor de reducción s y se registra el número $N(s)$ de estas cajas necesarias para cubrir completamente la superficie del objeto. Estos datos, representados en un gráfico logarítmico de $N(s)$ vs $1/s$, permiten la construcción de una curva cuya pendiente, obtenida mediante un ajuste lineal, proporciona el valor cuantitativo de la dimensión fractal. Esta dimensión es un indicador clave para caracterizar la complejidad y la irregularidad de la superficie analizada.

Sin embargo, para implementar el método de conteo de cajas computacional a la superficie 3D reconstruida, se hace necesario validar el algoritmo con objetos que tengan una dimensión fractal teórica conocida. Para ello se reconstruyen dos objetos fractales bastante conocidos como los son el tetraedro de Sierpinski y la esponja de Menger, también señalados en la figura (2-13).

La dimensión fractal del Tetraedro de Sierpinski se puede calcular utilizando la definición de dimensión fractal de Hausdorff-Besicovitch (Błachowski & Ruebenbauer, 2009). Este fractal es una extensión tridimensional del más conocido triángulo de Sierpinski. La dimensión fractal D de un objeto autosemejante como el Tetraedro de Sierpinski, se determina mediante la fórmula:

$$D = \frac{\log(N)}{\log(s)} \quad (3-2)$$

Donde N es el número de piezas autosemejantes en cada iteración y s es el factor de escala.

En el caso del Tetraedro de Sierpinski en cada iteración, el tetraedro se divide en 4 tetraedros más pequeños (cada uno de los cuales es una copia a escala del original), por lo que $N = 4$. Cada uno de estos tetraedros más pequeños es la mitad del tamaño del original en cada dimensión, por lo que el factor de escala es $s = 2$. Por lo tanto, la dimensión fractal D del tetraedro de Sierpinski es:

$$D = \frac{\log(4)}{\log(2)} = 2$$

Este resultado es interesante porque, a pesar de ser un objeto tridimensional, su dimensión fractal indica que no llena completamente un espacio tridimensional, característica típica de los fractales.

Por otro lado, la esponja de Menger es un objeto mucho más complejo que se puede construir iterativamente de la siguiente manera:

- **Inicio con un Cubo:** Se comienza con un cubo (3D).
- **Proceso Iterativo:** En cada iteración, el cubo se divide en 27 cubos más pequeños (3x3x3), de los cuales se eliminan el cubo central de cada cara y el cubo central del cubo más grande, dejando 20 cubos más pequeños.
- **Repetición:** Este proceso se repite para cada uno de los cubos más pequeños restantes.

Al igual que con el tetraedro de Sierpinski, la dimensión fractal D para la esponja de Menger se calcula mediante la fórmula de la ecuación (3-2), reemplazando N con el número de piezas auto-similares en cada iteración, es decir, $N = 20$ y con s como el factor de escala. Aquí, cada ‘nueva’ pieza es 1/3 del tamaño de la pieza de la iteración anterior, así que $s = 3$. Por lo tanto, la dimensión fractal de la esponja de Menger es (Błachowski & Ruebenbauer, 2009):

$$D = \frac{\log(20)}{\log(3)} \approx 2,726833$$

Esta dimensión fractal, que es un número no entero, refleja la complejidad y la naturaleza auto-similar del fractal. Además, este valor muestra que aunque la esponja de Menger se construye en un espacio tridimensional, no llena completamente ese espacio de la misma manera que lo haría un objeto tridimensional sólido y regular. La dimensión fractal superior a 2 pero menor que 3 refleja esta naturaleza parcialmente llena y altamente porosa del fractal.

Con estos datos conocidos se procede a reconstruir los objetos 3D en Python a partir de los algoritmos mencionados y se ejecuta el siguiente método para determinar los datos necesarios que se requieren para reconstruir la gráfica logarítmica de $N(s)$ vs $1/s$ y obtener la dimensión fractal del objeto analizado:

- Se define una función que toma como argumento una matriz con las coordenadas de los puntos del sólido.
- Se calculan los puntos mínimos y máximos para cada dimensión (x, y, z) del conjunto de puntos. Esto ayuda a entender el rango espacial que ocupan los puntos.
- Mediante una escala geométrica, se establece una serie de tamaños de cajas (s), variando desde un máximo hasta un mínimo determinado por el usuario. Estos tamaños específicos se emplearán en el proceso de conteo de cajas. Para ello, se inicializa una lista que servirá para registrar el número de cajas contadas en cada tamaño establecido.
- Luego se crea una iteración por cada tamaño de caja (s) en la que primero se construye una cuadrícula de cajas en el espacio 3D, se calculan cuántas cajas caben en cada dimensión y se genera una cuadrícula de índices. Cada índice se escala y traslada para representar la posición de cada caja en el espacio.
- Para cada caja en la cuadrícula, se contabiliza si contiene al menos un punto del objeto ingresado. Esto se hace comprobando si algún punto está dentro de los límites de la caja. El conteo total para cada tamaño de caja se añade a la lista construida anteriormente.
- Se convierten los inversos de los tamaños de las cajas ($1/s$) y los conteos correspondientes (N) a su logaritmo natural y luego se ejecuta un ajuste a una línea recta con estos datos logarítmicos usando regresión lineal.
- Finalmente se estima la dimensión fractal como la pendiente de la línea ajustada.

Es importante destacar que este es un método aproximado y sus resultados pueden variar dependiendo de la distribución y las características del conjunto de puntos analizados. La precisión de la estimación depende de la calidad y la densidad de los puntos en el conjunto. Además, el método es sensible a la elección de algunos parámetros, como el rango y número de tamaños de caja, por lo que ajustar estos parámetros de manera manual siempre será necesario para obtener resultados más precisos en diferentes conjuntos de datos.

4 Resultados y análisis

En este capítulo se hace una presentación y análisis de los resultados obtenidos de la reconstrucción tridimensional de superficies a partir de imágenes SEM. Se examinan detalladamente los métodos empleados para la reconstrucción en 3D, incluyendo la identificación de puntos clave y la generación de nubes de puntos. Este capítulo también profundiza en la estimación de la rugosidad superficial, destacando el uso de algoritmos computacionales óptimos y técnicas de procesamiento de imágenes. Un aspecto importante es la validación del algoritmo de conteo de cajas para la estimación de la dimensión fractal, proporcionando una comprensión más profunda de la textura y morfología de las superficies analizadas. Estos resultados son fundamentales para el avance en el campo de la metrología de superficies y ofrecen una base para futuras investigaciones en áreas relacionadas.

4.1. Reconstrucción de la superficie en 3D a partir de las micrografías SEM

Para poder calcular los corrimientos entre los emparejamientos a partir de los puntos claves detectados que han rotado un determinado ángulo, y así utilizar la ecuación (3-1) para determinar la profundidad o altura de cada punto sobre la imagen de referencia (ángulo $\theta = 0$), se evaluaron los algoritmos de detección de keypoints ORB, SIFT y KAZE. El objetivo es identificar el método óptimo en términos de calidad y tiempo computacional para la detección de matches. Este análisis se realizó en cuatro tipos de muestras, descritas en la figura (4-1). Como se mencionó en la anterior sección, cada tipo de muestra se examinó con tres imágenes alineadas, capturadas en ángulos de 10 y -10 grados, 5 y -5 grados, y 3 y -3 grados, incluyendo siempre la imagen con ángulo $\theta = 0$ como referencia. Esto implicó el análisis de siete imágenes por proceso.

Durante las diez iteraciones realizadas para identificar puntos característicos en los pares estereoscópicos, se adoptó un criterio de reciprocidad para la selección de puntos clave. Este criterio implicó seleccionar únicamente aquellos puntos que se mantenían consistentes entre cada imagen del par estereoscópico y la imagen de referencia. Para cada algoritmo (ORB, KAZE y SIFT), se registró el número matches únicos detectados en los conjuntos es-

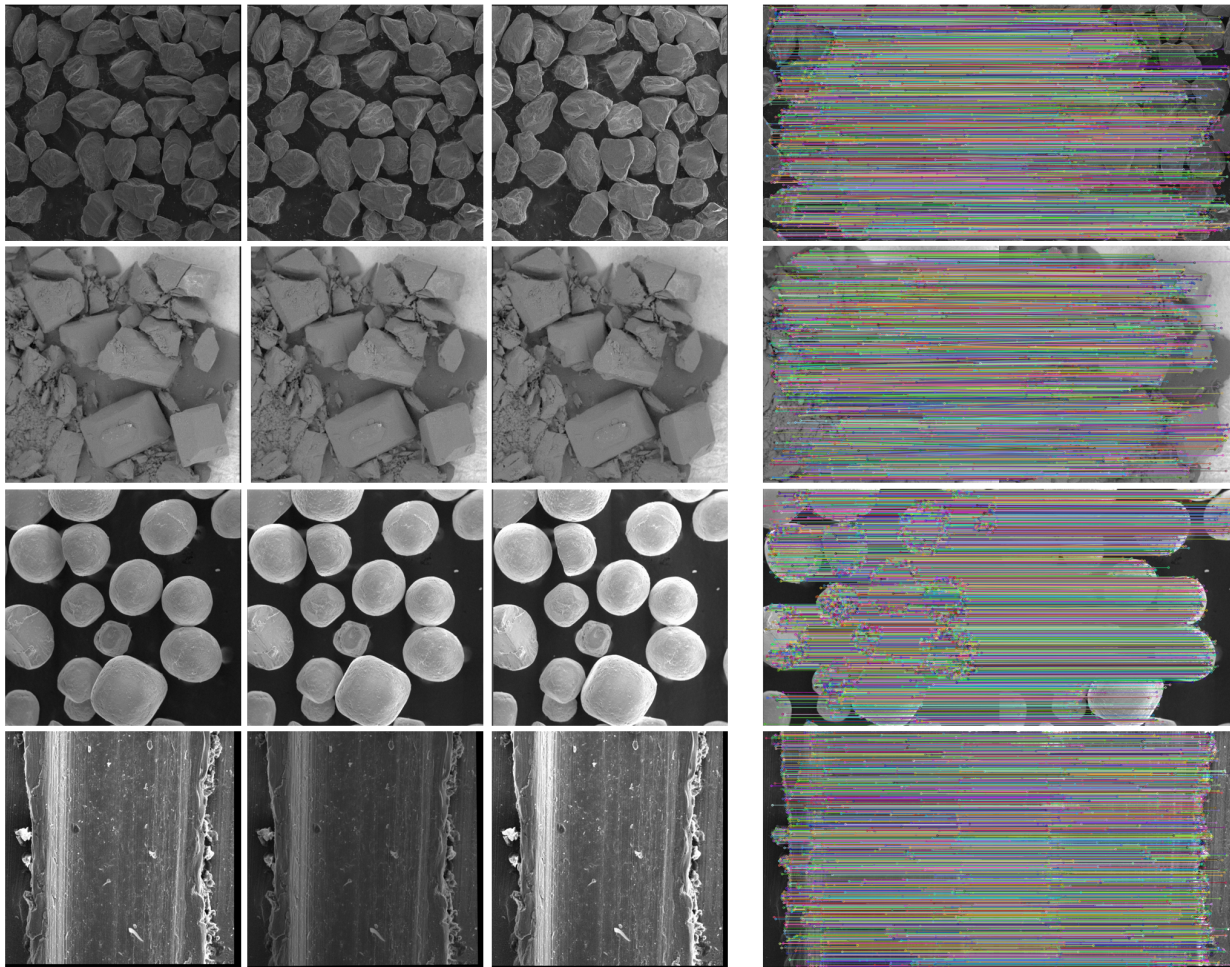


Figura 4-1: Micrografías SEM en cuatro diferentes muestras (comenzando por la primera fila): Sal triturada con morfología fragmentada, azúcar común granulada, sal común e incisión en lámina de aluminio. En las columnas 1 y 3 se exhiben pares estereoscópicos de las muestras capturadas desde ángulos simétricos, mientras que la columna 2 exhibe la imagen de referencia correspondiente a cada muestra. La columna 4 ilustra los emparejamientos o correspondencias de puntos claves detectados en los pares estereoscópicos.

tereoscópicos y el tiempo computacional requerido para ejecutar todo el proceso mencionado.

Los resultados obtenidos de la tabla 4-1 revelan que, entre los algoritmos examinados, ORB registra los tiempos de procesamiento más breves, aunque esto se acompaña de la menor cantidad de correspondencias efectivas (matches). En contraste, SIFT, si bien incurre en

Tipo de muestra	Algoritmo	Tiempo computacional (min)	Matches sin duplicados
Sal triturada	SIFT	4,27	15395
	ORB	0,86	4005
	KAZE	392,29	16487
Azúcar común	SIFT	4,23	24892
	ORB	1,33	9508
	KAZE	322,12	26132
Sal común	SIFT	4,22	26443
	ORB	1,26	9235
	KAZE	382,34	27321
Incisión en lámina de aluminio	SIFT	5,52	45253
	ORB	2,47	16480
	KAZE	482,23	46113

Tabla 4-1: Comparación de tiempos computacionales y número de matches sin duplicados por algoritmo y tipo de muestra

tiempos de procesamiento ligeramente superiores en comparación con ORB, logra un incremento sustancial en el número de matches. Por otro lado, KAZE exhibe un crecimiento en la detección de puntos que oscila entre 860 y 1240 unidades adicionales en comparación con SIFT, pero con un notable incremento en el tiempo de procesamiento. Este incremento en el desempeño de KAZE puede atribuirse a su metodología más sofisticada para la detección de puntos característicos, que incluye cálculos intensivos debido al empleo de filtros no lineales y variaciones en la escala. Estas técnicas avanzadas, aunque generan una detección de puntos más precisa y detallada, demandan un alto esfuerzo computacional, especialmente en el amplio rango de iteraciones utilizados en sus parámetros. Con base en una evaluación de la relación entre el número de matches obtenidos y su costo computacional, se decide utilizar el algoritmo SIFT para el desarrollo de este trabajo, dada su eficiencia en lograr un equilibrio óptimo entre identificación de puntos característicos y tiempo de procesamiento.

El proceso de reconstrucción se inicia con un examen detallado de muestras con material particulado. Este estudio surge de la necesidad de abordar las limitaciones inherentes a los métodos de contacto para la medición de rugosidad en muestras con partículas libres, las cuales son inapropiadas para estos métodos debido a su tendencia a desplazarse o alterarse bajo procesos de contacto. Sin embargo, la carencia de una base de datos sólida, similar a la que provee un perfilómetro para otras muestras, dificulta la validación de los datos experimentales obtenidos de material particulado. Este desafío se acentúa en materiales con alta

densidad de partículas, en donde es necesario ajustar finamente las iteraciones del proceso para incrementar la cantidad de matches que permitan generar una nube de puntos más densa. Por lo que de forma paralela, se incluyó en el análisis registros de una lámina de aluminio con una serie de incisiones aleatorias. La decisión de enfocar la reconstrucción 3D y el estudio de la rugosidad en esta última muestra fue motivada por la oportunidad de ser revisada por el perfilómetro de la universidad, permitiendo así la obtención de datos verificables y fiables. Además, la variabilidad de la rugosidad en diferentes secciones de la muestra ofrece una oportunidad interesante para realizar un estudio comparativo y exhaustivo con la dimensión fractal de la superficie.

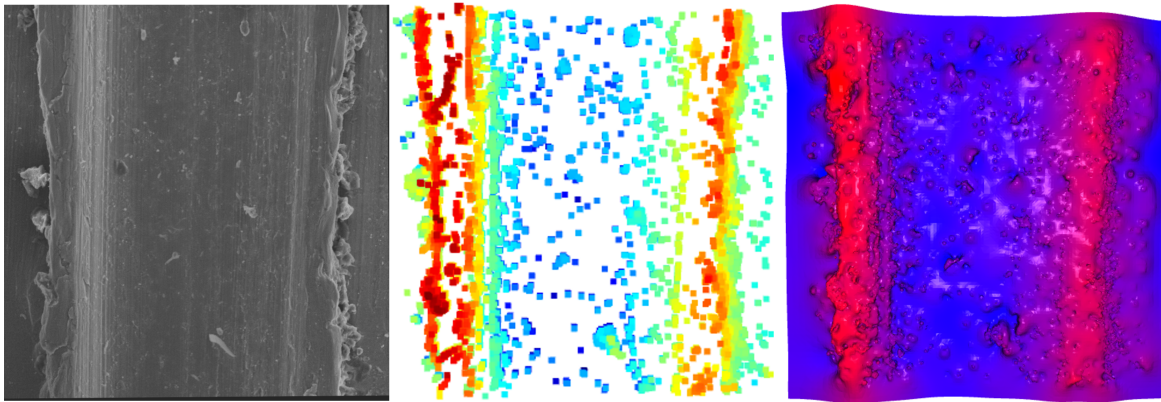


Figura 4-2: Resultados del proceso de reconstrucción a partir de la micrografía SEM de la incisión sobre una lámina de aluminio.

Utilizando SIFT, se identifican los puntos clave y correspondencias entre pares estereoscópicos. Se calculan los desplazamientos y se determinan las alturas o profundidades correlacionadas con los ángulos rotacionales de la muestra. Los datos obtenidos se organizan en una matriz que asocia coordenadas x, y, z a cada punto clave en la imagen de referencia. A partir de esta matriz, se elabora el archivo PLY que contiene la nube de puntos, sobre la cual se estiman las normales y se construye la malla triangular empleando el método de Poisson. La figura (4-2) ilustra el resultado final del proceso de reconstrucción tridimensional basado en la micrografía SEM de referencia.

4.2. Estimación de rugosidad

Los datos obtenidos por el perfilómetro Veeco-Dektak-150 de la Universidad Nacional de Colombia se procesaron en Python y sus librerías de análisis de datos con el ánimo de

obtener una mayor versatilidad en el examen de regiones de interés para enfoque concentrado en intervalos particulares del perfil registrado. El registro del perfil se ejecutó sobre varios pasos lineales en la superficie transversal a la incisión, los resultados son mostrados en la figura (4-3).

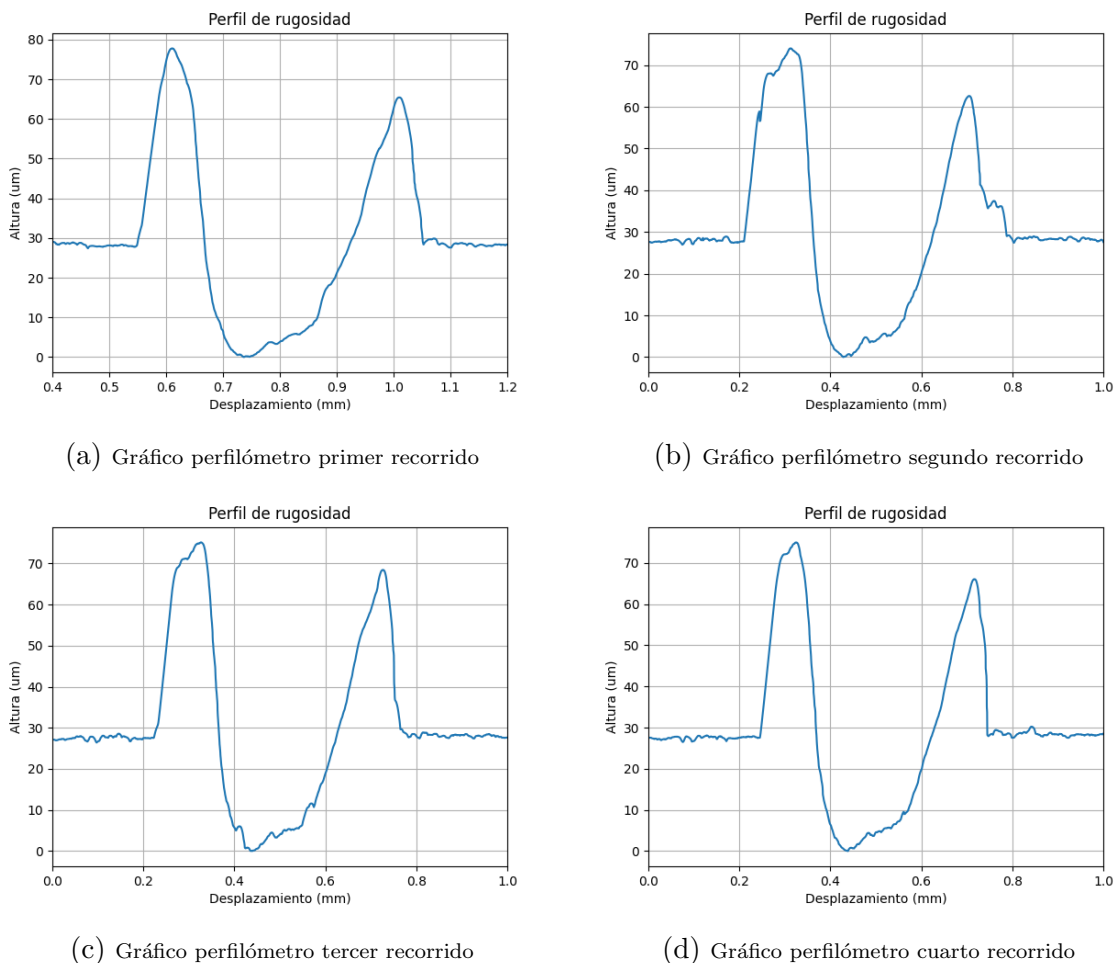


Figura 4-3: Resultados perfilómetro para incisión sobre lámina de aluminio

Aunque los registros del perfilómetro reflejan perfiles lineales y no análisis en áreas superficiales, estos datos proporcionan una referencia valiosa para estimar la altura y anchura de la incisión sobre la lámina de aluminio evaluada mediante microscopía electrónica de barrido. A partir del análisis gráfico se deduce que la profundidad de la incisión se aproxima a los $28 \mu\text{m}$, mientras que el material acumulado adyacente varía en altura de 37 a $50 \mu\text{m}$. Además, la perturbación superficial se extiende a lo largo del eje horizontal en aproximadamente $510 \mu\text{m}$. Los parámetros de rugosidad obtenidos para estos perfiles se detallan en la tabla (4-

Recorrido	R_a (μm)	R_q (μm)	R_v (μm)	R_p (μm)	R_{pv} (μm)
Perfil 1	17.122	21.846	-30.196	47.601	77.798
Perfil 2	17.559	21.812	-31.475	42.545	74.020
Perfil 3	17.438	21.945	-31.352	43.783	75.135
Perfil 4	17.571	22.070	-30.411	44.608	75.019
Promedio	17.422	21.918	-30.858	44.633	75.493

Tabla 4-2: Parámetros de rugosidad para cada perfil medido y sus promedios.

2). Aunque estas estimaciones preliminares son importantes para verificar la consistencia dimensional de la reconstrucción en 3D de la superficie, el análisis de áreas proporciona una comprensión mucho más rica y detallada de la topografía de la superficie. Mientras que el perfilómetro se limita a una línea, el análisis de áreas permite examinar la consistencia y variación de la rugosidad a lo largo de múltiples direcciones y en segmentos específicos de la superficie. Esto es particularmente útil cuando se estudian características como las incisiones, que pueden tener una orientación y un impacto en la rugosidad que varía con la dirección.

Recorrido	R_a (μm)	R_q (μm)	R_v (μm)	R_p (μm)	R_{pv} (μm)
Promedio perfilómetro	17.422	21.918	-30.858	44.633	75.494
Reconstrucción en 3D	18.537	21.089	-40.798	44.172	84.970

Tabla 4-3: Resultados de parámetros de rugosidad promedio del perfilómetro y de la reconstrucción en 3D.

La tabla (4-3) muestra la comparación entre los parámetros de rugosidad obtenidos mediante perfilometría y los correspondientes a una región adyacente en la reconstrucción 3D. A partir de estos datos, es posible realizar una comparación analítica entre los valores promedio obtenidos del perfilómetro y los de la sección de área de la reconstrucción en 3D. Por lo que se procede a realizar pruebas estadísticas, como un test de t para muestras relacionadas y un análisis de correlación para evaluar la significancia estadística de las diferencias entre los conjuntos de datos (Minitab, 2021). Además, se construyen gráficos de dispersión y un diagrama de Bland-Altman (Bland-Altman Plot) para visualizar la relación entre los datos mencionados¹. Con estos análisis es posible observar las diferencias entre estos dos conjuntos

¹El diagrama de Bland-Altman es una herramienta estadística ampliamente utilizada para evaluar la concordancia entre dos métodos de medición experimental. Proporciona una representación gráfica de las diferencias entre las mediciones de los dos métodos contra el promedio de estas, permitiendo identificar sistemáticamente cualquier sesgo entre los métodos y evaluar la consistencia de estas diferencias a lo largo del rango de mediciones (Bland & Altman, 1986). Este enfoque es particularmente útil en estudios

de datos para ver cuán cercanos son los valores y discutir posibles razones para las diferencias observadas.

▪ **Análisis estadístico y gráfico**

1. **Test de t para muestras emparejadas:** Se llevó a cabo un test de t de Student para muestras relacionadas (también conocido como emparejadas) para comparar las medias de los parámetros de rugosidad entre los datos del perfilómetro y los de la reconstrucción en 3D. El valor p obtenido fue de 0,969, lo que indica que no hay diferencias estadísticamente significativas entre las medias de los dos conjuntos de datos.
2. **Correlación de Pearson:** La correlación de Pearson tiene un valor de 0,999, con un valor p aproximado a $5,33 \times 10^{-5}$, lo cual indica una correlación muy fuerte y significativa entre las mediciones de rugosidad del perfilómetro y de la reconstrucción en 3D, por lo que los valores de rugosidad medidos son muy similares en términos de tendencia.
3. **Gráfico de dispersión:** En el gráfico de dispersión (figura 4-4a), los puntos parecen alinearse cerca de una línea dependiente que indicaría una correlación perfecta, lo cual es consistente con el alto valor de correlación de Pearson encontrado.
4. **Diagrama Bland-Altman:** En el diagrama de Bland-Altman (figura 4-4b), la mayoría de los puntos se encuentran dentro de los límites de acuerdo, que se definen como la media de las diferencias $\pm 1,96$ veces la desviación estándar de las diferencias. Esto sugiere que, a pesar de las diferencias absolutas en las mediciones entre los dos métodos, estas no son significativas y los dos métodos están en concordancia.

Estos análisis sugieren que la reconstrucción en 3D proporciona mediciones de rugosidad que están en gran acuerdo con los valores promedio obtenidos del perfilómetro, tanto en términos de magnitud como de correlación entre las mediciones. Esto apoya la validez de la reconstrucción en 3D para medir los parámetros de rugosidad en la dirección de los perfiles analizados.

Se procede por lo tanto a realizar un análisis para interpretar los datos obtenidos y su relación con las características visuales de la muestra estudiada. Inicialmente se identifica la

como el presente, donde es esencial comparar las mediciones de rugosidad superficial obtenidas por perfilometría con aquellas derivadas de reconstrucciones 3D, para asegurar la validez y la reproducibilidad de los resultados experimentales

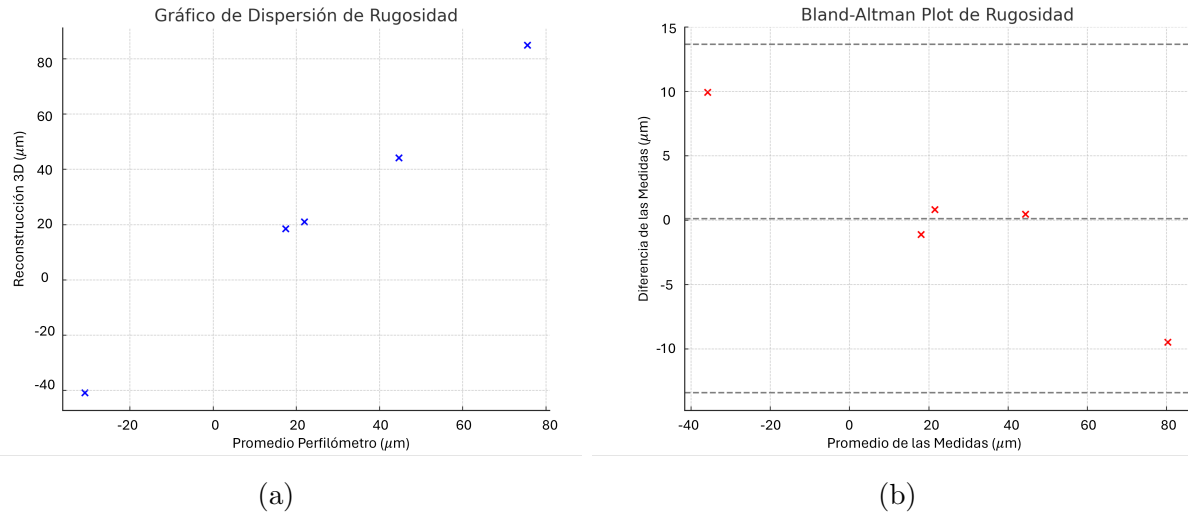


Figura 4-4: Comparación de métodos de medición de rugosidad.

uniformidad y dirección de las incisión, así como patrones en la distribución de las asperezas. Esta observación es un paso inicial para comprender la morfología general de la superficie. Continuando con el análisis de los datos obtenidos, se hace una comparación entre la rugosidad media (R_a) en secciones horizontales y verticales. Esta comparativa revela diferencias en la textura superficial, proporcionando una base para entender la variabilidad en la rugosidad. Además, se examinan los valores de la rugosidad media cuadrática (R_q), que indican la variabilidad general de la superficie. Los valores extremos R_v (profundidad de valles) y R_p (altura de picos) se analizan para evaluar la amplitud de las irregularidades superficiales. El valor de R_t o R_{pv} , que indica la diferencia total entre picos y valles, permite entender la topografía tridimensional de la incisión.

Posteriormente, se correlacionan estos datos con las reconstrucciones tridimensionales. El objetivo es determinar si las mediciones de rugosidad concuerdan con la forma observada en las reconstrucciones 3D, especialmente para verificar si estas mediciones reflejan fielmente la topografía de una incisión hecha con un elemento cortopunzante.

El proceso que se ejecuta en el programa construido para obtener la rugosidad de una sección de la micrografía SEM se señala en la figura (4-5). La versatilidad del programa permite seleccionar cualquier área de interés (ROI) dentro de la imagen de referencia. Posteriormente, se guarda la sección escogida en una nueva imagen y el fragmento de la superficie en 3D en formato PLY. A partir de esta matriz con las coordenadas de los puntos que forman la superficie se procede a construir una serie de perfiles que dan cuenta de la forma de la superficie. Finalmente se calculan todos los parámetros de rugosidad sobre estos perfiles para brindar un promedio de los resultados.

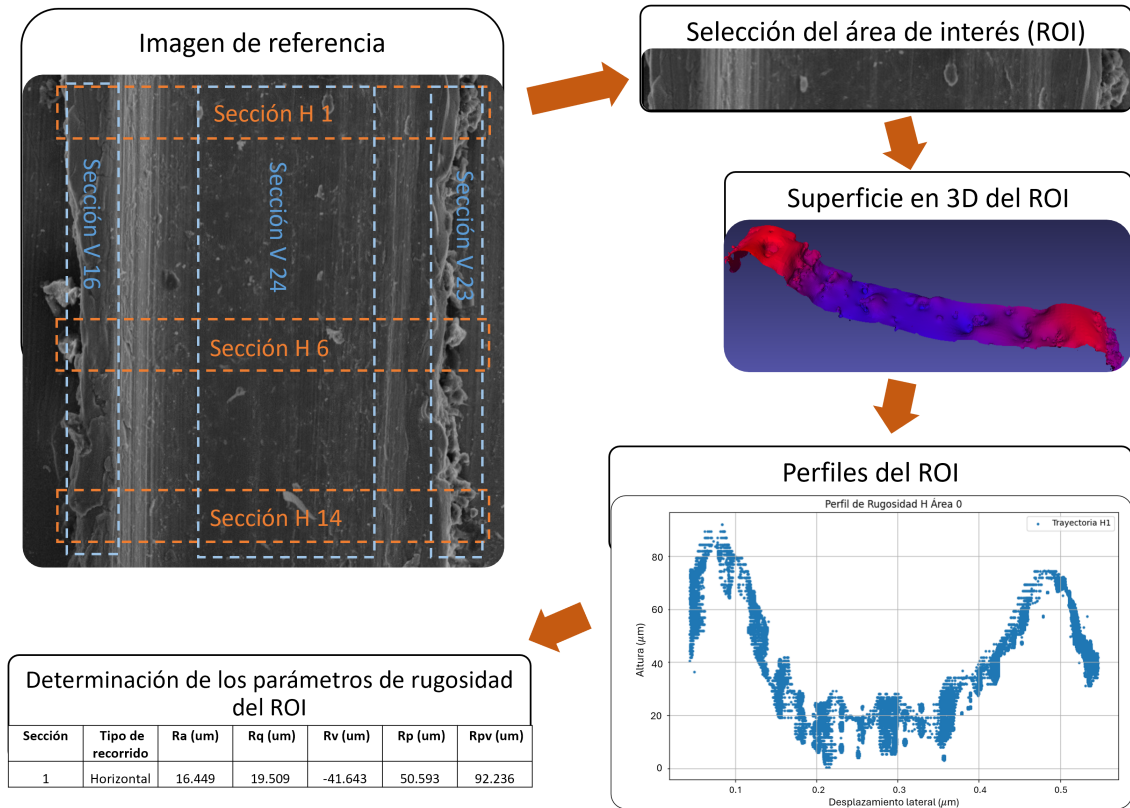


Figura 4-5: Esquema del proceso ejecutado por el programa construido para la determinación de los perfiles que permiten estimar los parámetros de rugosidad a partir de la micrografía SEM.

La micrografía SEM de la incisión realizada en la lámina de aluminio muestra una orientación vertical y central, extendiéndose de abajo hacia arriba. Se observan pequeñas asperezas distribuidas aleatoriamente a lo largo de la trayectoria de la incisión. Además, es notable la acumulación de material a lo largo de los bordes de la incisión, lo cual es un detalle de especial interés para estudio en esta muestra. En la figura (4-5), se marcan algunas de las secciones horizontales como verticales analizadas. Las secciones horizontales se extienden de arriba hacia abajo, mientras que las verticales van de izquierda a derecha. Por último se incluye la sección 24 que cubre toda el área central de la incisión para un análisis más completo. Los datos obtenidos se registran en la tabla 4-4, los cuales se encuentran distribuidos por secciones, con las coordenadas mínimas y máximas de cada área sobre la imagen de referencia en píxeles ($x_{\text{mín}}-x_{\text{máx}}$, $y_{\text{mín}}-y_{\text{máx}}$) y el tipo de recorrido (horizontal ‘H’ o vertical ‘V’).

Al realizar un análisis descriptivo inicial para entender las distribuciones de los valores de rugosidad, centrando la atención en R_a y R_q como medidas primarias de rugosidad. Luego

Sección	$x_{\text{mín}}$ (px)	$x_{\text{máx}}$ (px)	$y_{\text{mín}}$ (px)	$y_{\text{máx}}$ (px)	Tipo de recorrido	R_a (μm)	R_q (μm)	R_v (μm)	R_p (μm)	R_{pv} (μm)
1	54.00	705.00	684.00	765.00	H	16.449	19.509	-41.643	50.593	92.236
2	62.00	683.99	617.00	693.00	H	17.139	20.489	-41.628	54.593	96.221
3	68.01	680.00	544.00	621.99	H	16.793	19.944	-40.197	45.170	85.367
4	76.01	661.96	464.01	542.00	H	18.537	21.089	-40.798	44.172	84.970
5	88.00	662.00	395.00	465.00	H	16.631	19.495	-44.190	52.227	96.416
6	17.97	710.98	308.00	397.00	H	14.470	17.540	-43.698	45.397	89.095
7	3.48	743.95	315.00	391.00	H	13.973	17.118	-43.042	46.053	89.095
8	3.48	744.42	351.00	384.98	H	14.597	17.458	-43.321	45.774	89.095
9	98.10	640.99	341.00	390.00	H	15.060	18.202	-40.056	48.994	89.050
10	85.00	652.99	305.00	393.00	H	16.031	18.992	-42.704	46.391	89.095
11	90.00	664.00	236.00	310.00	H	15.818	19.271	-51.683	39.090	90.774
12	80.01	660.99	168.00	245.00	H	16.797	20.221	-48.083	38.785	86.868
13	75.01	666.99	106.00	170.98	H	15.994	19.180	-44.563	41.034	85.597
14	74.04	667.99	67.02	124.00	H	15.400	18.872	-44.729	39.673	84.402
15	80.04	671.00	9.06	71.99	H	15.602	18.669	-48.031	39.161	87.192
16	73.00	149.00	7.77	764.00	V	10.122	11.932	-64.746	30.980	95.727
17	139.00	213.00	8.12	766.84	V	12.663	15.355	-41.030	38.975	80.005
18	206.00	278.99	7.74	763.98	V	7.439	8.892	-22.505	34.901	57.406
19	284.00	349.99	10.11	763.25	V	5.798	7.137	-23.777	15.305	39.082
20	355.00	436.99	12.03	763.25	V	6.342	8.222	-25.637	32.048	57.685
21	441.00	518.00	10.12	760.00	V	6.525	8.129	-24.093	29.240	53.333
22	517.00	597.99	11.00	761.85	V	7.063	8.680	-26.547	26.973	53.519
23	594.00	679.00	11.15	765.86	V	9.190	10.658	-28.108	24.796	52.904
24	268.01	524.00	14.03	764.85	V	7.551	9.481	-30.130	33.982	64.112

Tabla 4-4: Datos de los parámetros de rugosidad por secciones sobre la muestra reconstruida en 3D

se procede a analizar las diferencias entre los recorridos horizontales y verticales.

Un análisis descriptivo de los datos expuestos en la tabla (4-4) de las secciones sobre la muestra reconstruida revelan diferencias significativas entre las medidas de rugosidad horizontal y vertical sobre la incisión en la lámina de aluminio. Aquí hay un resumen de las estadísticas descriptivas:

Para las medidas de rugosidad global (tanto horizontales como verticales), los valores medios son:

- R_a (Rugosidad media aritmética): 12,999 μm
- R_q (Rugosidad media cuadrática): 15,606 μm

Para las medidas horizontales, los valores medios son:

- R_a : 15,953 μm
- R_q : 19,070 μm

Para las medidas verticales, los valores medios son:

- $R_a : 8,077 \mu\text{m}$
- $R_q : 9,832 \mu\text{m}$

Esto indica que la rugosidad media aritmética y la rugosidad media cuadrática son significativamente mayores en las secciones horizontales que en las verticales. Esta diferencia refleja la naturaleza del proceso de incisión. El siguiente paso es realizar una prueba estadística para determinar si las diferencias entre los valores de rugosidad horizontal y vertical son estadísticamente significativas. Para ello se usan la prueba t de Student junto con el valor p de la prueba ANOVA para determinar la significancia estadística dependiendo de la distribución de los datos (Minitab, 2021).

Para este caso se realizan dos pruebas t, uno para la rugosidad media aritmética R_a y otro para la rugosidad media cuadrática R_q entre los valores horizontales y verticales:

1. Para R_a (Rugosidad media aritmética):
 - El valor de t es 9,91, lo que indica la magnitud de la diferencia entre las medias en términos de la desviación estándar combinada.
 - El valor p es aproximadamente $9,32 \times 10^{-7}$, lo que es significativamente menor que el umbral comúnmente aceptado de 0,05 para determinar la significancia estadística.
2. Para R_q (Rugosidad media cuadrática):
 - El valor de t es 10,39, que también refleja una gran diferencia entre las medias.
 - El valor p es aproximadamente $1,11 \times 10^{-6}$, que al igual que para R_a , es mucho menor que el umbral de 0.05.

Estos resultados indican que las diferencias en los valores de R_a y R_q entre las mediciones horizontales y verticales son estadísticamente significativas. Esto determina que es muy improbable que estas diferencias sean el resultado de la variabilidad aleatoria; más bien, apuntan a una característica inherente al proceso de incisión bajo el contexto de la superficie analizada.

El siguiente análisis relevante es examinar la distribución espacial y la magnitud de las rugosidades para entender cómo la incisión afecta la topografía en diferentes direcciones (horizontal y vertical). Este paso es importante para validar la reconstrucción 3D ejecutada ya que permitirá comprender mejor la variación de la altura de la superficie en diferentes secciones.

Para este propósito, el análisis de los parámetros R_v (profundidad máxima del valle) y R_p (altura máxima del pico) será muy útil para extraer conclusiones de su relación con la incisión y el impacto que tienen en la rugosidad superficial de la muestra.

Para las mediciones horizontales:

- R_v tiene un valor medio de $-43,891 \mu\text{m}$.
- R_p tiene un valor medio de $45,140 \mu\text{m}$.
- La diferencia media entre R_v y $R_p = R_{pv}$ es $89,032 \mu\text{m}$.

Para las mediciones verticales:

- R_v tiene un valor medio de $-31,841 \mu\text{m}$.
- R_p tiene un valor medio de $29,689 \mu\text{m}$.
- La diferencia media entre R_v y $R_p = R_{pv}$ es $61,530 \mu\text{m}$.

La diferencia en los valores medios de R_v y R_p entre las mediciones horizontales y verticales sugiere que las incisiones son más profundas y los picos más altos en las secciones horizontales. Esto implica que la orientación de la incisión respecto al plano de la lámina de aluminio determina la conformación de la topografía superficial.

La magnitud de R_{pv} (diferencia entre la altura máxima del pico y la profundidad máxima del valle) es particularmente relevante porque proporciona una medida directa de la variabilidad vertical de la topografía de la superficie. Un R_{pv} mayor en las mediciones horizontales sugiere una variabilidad vertical más significativa en estas áreas, lo que podría influir en la interacción de la superficie con la luz y otros materiales, así como en las propiedades mecánicas de la lámina.

Estos hallazgos son fundamentales para la reconstrucción 3D de la superficie, ya que indican que la rugosidad no es uniforme en todas las direcciones y que debe tenerse en cuenta la anisotropía de la incisión al modelar la superficie ².

El siguiente paso es el análisis de la correlación entre los parámetros de rugosidad, ya que proporcionan una comprensión más profunda de las características topográficas de la incisión en la lámina de aluminio y cómo estas podrían afectar las propiedades y el comportamiento físico de la superficie. La figura (4-6) proporciona una representación gráfica de algunas de las correlaciones entre estos parámetros para las mediciones horizontales y verticales.

²La anisotropía es la propiedad de la materia según la cual algunas propiedades físicas varían según la dirección en que se examinan. En el caso de la incisión en la lámina de aluminio, la anisotropía se refiere a que la rugosidad de la superficie no es la misma en las direcciones horizontal y vertical, sino que depende de la orientación de la incisión. Esto significa que la superficie tiene características diferentes en cada dirección, lo que puede afectar su comportamiento físico y su interacción con otros procesos. Por lo tanto, la anisotropía de la incisión debe tenerse en cuenta al reconstruir la superficie en 3D, para que el modelo sea lo más fiel posible a la realidad (Liu et al., 2019)

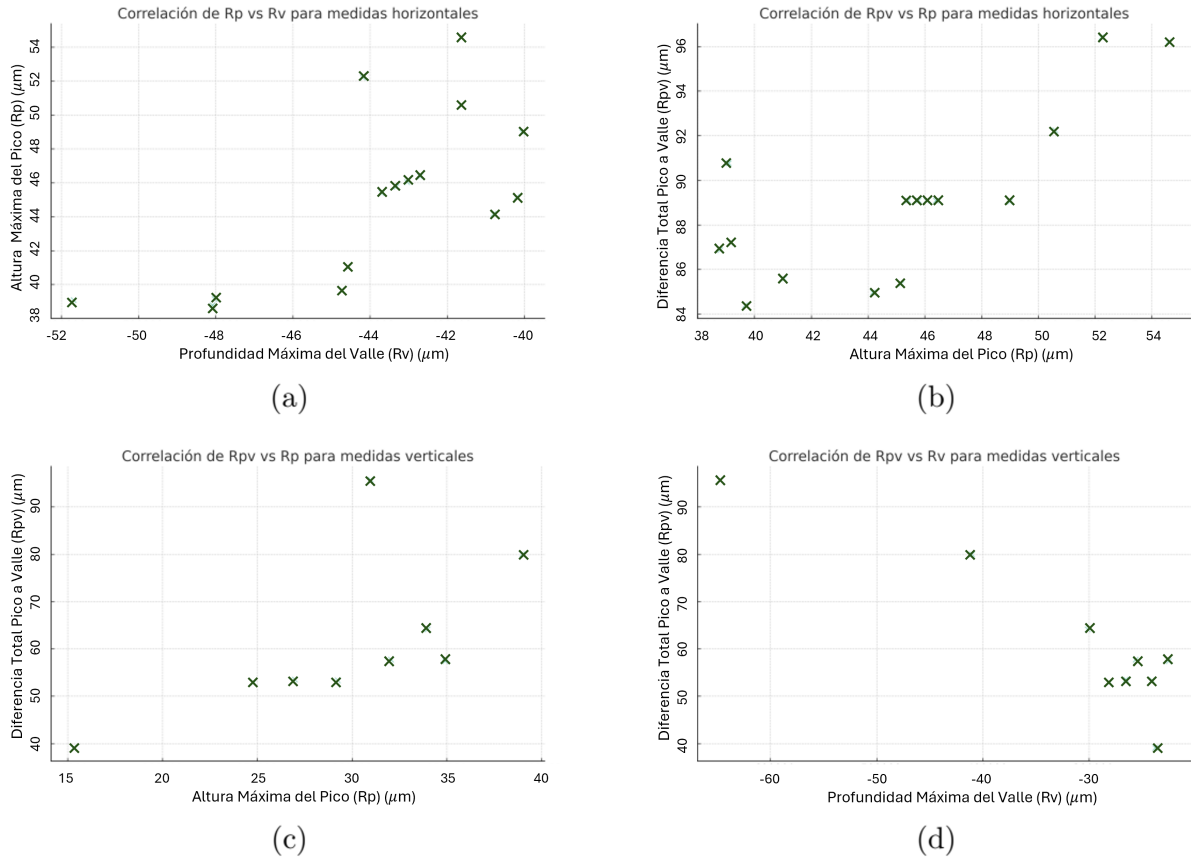


Figura 4-6: Correlación de parámetros de rugosidad para mediciones horizontales y verticales.

Puesto que a partir de las gráficas se puede establecer que la correlación no es propiamente lineal y parece ser más compleja, se hace uso de los coeficientes de correlación de Spearman y Kendall(Tau) mediante el uso de las funciones ‘spearmanr’ y ‘kendalltau’ del paquete scipy.stats en Python. El coeficiente de correlación de Spearman no asume una relación lineal y es más adecuado para identificar relaciones monotónicas, es decir, relaciones en las que los datos tienden a aumentar o disminuir juntos pero no necesariamente a una tasa constante (QuestionPro, 2020). Este método es útil cuando los datos pueden tener una relación no lineal o cuando están ordenados pero no necesariamente de forma proporcional. De igual forma, el coeficiente de correlación de Kendall (Tau) es otro método no paramétrico que mide la fuerza de la asociación entre dos variables. Es similar al coeficiente de Spearman pero generalmente tiene una interpretación más intuitiva en términos de la concordancia entre pares de observaciones (Datatab, 2021).

En las medidas horizontales, primero se analiza la correlación entre R_v y R_p (figura 4-6a):

- Coeficiente de Spearman: 0.66 (p-valor = 0.0073)
- Coeficiente de Kendall: 0.56 (p-valor = 0.0029)

Estos resultados indican una correlación positiva moderada a fuerte entre R_v y R_p . La significancia estadística (p-valor menor que 0.05) confirma que es probable que esta correlación no se deba al azar. Esto sugiere que, en general, a medida que la profundidad del valle aumenta, también lo hace la altura del pico. Este resultado es coherente con la idea de que la incisión vertical produce una topografía en la que los valles profundos están asociados con acumulaciones de material en los bordes.

Para la correlación entre R_v y R_{pv} :

- Coeficiente de Spearman: 0.004 (p-valor = 0.9898)
- Coeficiente de Kendall: 0.029 (p-valor = 0.8807)

Los coeficientes de Spearman y Kendall para la correlación entre R_v y R_{pv} son cercanos a cero y no son estadísticamente significativos, lo que indica que no hay una relación monotónica entre la profundidad del valle y la variabilidad total de la superficie. Esto significa que la profundidad de las incisiones no necesariamente se traduce directamente en una mayor variabilidad de la rugosidad medida de pico a valle. Esto podría reflejar que la reconstrucción en 3D capta una gama más amplia de variaciones topográficas que no están simplemente ligadas a la profundidad de las incisiones.

Para la correlación entre R_p y R_{pv} (figura 4-6b):

- Coeficiente de Spearman: 0.64 (p-valor = 0.0099)
- Coeficiente de Kendall: 0.48 (p-valor = 0.0142)

Ambos coeficientes indican una correlación positiva moderada a fuerte entre la altura del pico y la diferencia total de pico a valle en las mediciones horizontales, lo que sugiere que a medida que la altura del pico aumenta, también lo hace la diferencia total de pico a valle. Esto tiene sentido ya que R_{pv} incluye la altura del pico como parte de su cálculo. De igual forma, los p-valores indican que esta correlación es estadísticamente significativa, lo que sugiere que es una relación real y no una casualidad en este conjunto de datos. La relación entre R_p y R_{pv} muestra que las incisiones más pronunciadas (con picos más altos) también tienen una mayor variabilidad total en la superficie. Al igual que el resultado obtenido en la correlación entre R_v y R_p , este hallazgo es consistente con el comportamiento esperado de

una incisión transversal a la lectura horizontal de la muestra, donde el material se acumula a los lados de la incisión, pero también muestra que, al compararlo con la correlación entre R_v y R_{pv} , que el material acumulado a los lados tiene mayor impacto en la rugosidad de la superficie que la profundidad de la incisión.

Ahora para las medidas verticales, se analiza la correlación entre R_v y R_p :

- Coeficiente de Spearman: -0.23 (p-valor = 0.546)
- Coeficiente de Kendall: -0.17 (p-valor = 0.612)

Los coeficientes de correlación de Spearman y Kendall indican una débil correlación negativa entre R_v y R_p en las medidas verticales, y los p-valores sugieren que esta correlación no es estadísticamente significativa. La falta de una correlación fuerte implica que no existe una relación directa y consistente entre la profundidad de la incisión y la altura de la acumulación de material. Esta observación sugiere que la textura y topografía de la superficie a lo largo de la incisión son complejas y no se describen adecuadamente mediante una relación lineal o monotónica entre la profundidad del valle y la altura del pico. Esto es muy coherente con el hecho de se está realizando un análisis en recorridos verticales, es decir, en desplazamientos paralelos al de la incisión. Por tanto se destaca la necesidad de utilizar métodos de análisis por áreas para una comprensión integral de la topografía de la superficie. Además, la variabilidad en las características de la incisión a lo largo de su longitud podría ser clave para entender cómo se modifican propiedades superficiales como la adhesión o la fricción en diferentes puntos de la incisión.

Para la correlación entre R_{pv} y R_v (figura 4-6d):

- Coeficiente de Spearman: -0.68 (p-valor = 0.0424)
- Coeficiente de Kendall: -0.56 (p-valor = 0.0446)

Ambos coeficientes de correlación muestran una correlación negativa moderada entre R_{pv} y R_v para las medidas verticales. La significancia estadística (p-valor menor que 0.05) sugiere que esta correlación es probablemente genuina y no un resultado del azar. En el contexto de las mediciones verticales, que son lecturas a lo largo de la incisión, esta correlación negativa podría indicar que en las áreas donde la incisión es más profunda (mayor R_v), la variabilidad total de la superficie (R_{pv}) tiende a ser menor. Esto podría sugerir que las incisiones más profundas no están acompañadas de una acumulación significativa de material en dirección vertical y/o que la incisión produce una superficie relativamente más uniforme.

Finalmente, para la correlación entre R_{pv} y R_p se obtiene (figura 4-6c):

- Coeficiente de Spearman: 0.77 (p-valor = 0.0159)

- Coeficiente de Kendall: 0.61 (p-valor = 0.0247)

Tanto el coeficiente de Spearman como el de Kendall indican una correlación positiva fuerte entre R_{pv} y R_p en las medidas verticales. La significancia estadística (p-valor menor que 0.05) sugiere que esta correlación es probablemente genuina y no un resultado del azar. En el contexto de lecturas a lo largo de la incisión, esta correlación positiva fuerte podría indicar que en las áreas donde los picos son más altos, también hay una mayor variabilidad total de la superficie (R_{pv}). Esto podría sugerir que existen puntos donde hay existencia de protuberancias o acumulaciones puntuales de material sobre el trazo de la incisión.

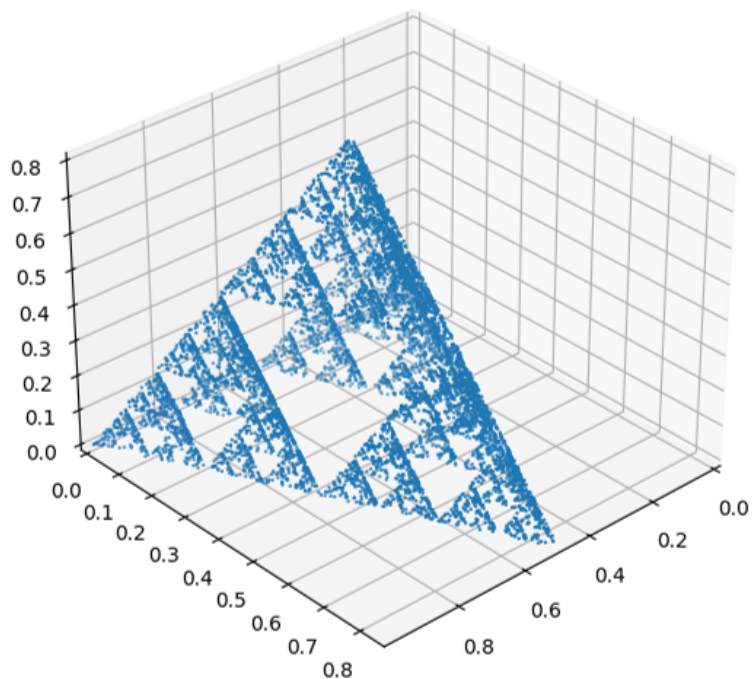
La calidad de la reconstrucción en 3D queda validada por los resultados obtenidos, demostrando efectivamente la captura de la relación entre los parámetros de rugosidad y las características de superficies modificadas o deformadas. La utilidad de esta reconstrucción trasciende la capacidad del perfilómetro lineal, proporcionando una visión más exhaustiva y detallada de la topografía superficial. A diferencia de las mediciones lineales, la reconstrucción en 3D revela con mayor precisión las variaciones intrincadas que se presentan en procesos como las incisiones en superficies. Este avance supone un paso significativo en el análisis de superficies, ofreciendo un entendimiento más profundo de sus complejidades y permitiendo una evaluación más precisa de sus características.

4.3. Estimación de la dimensión fractal

Para validar el algoritmo de conteo de cajas presentado en la sección anterior, el cual estima la dimensión fractal de objetos tridimensionales, se ha aplicado dicho método a un conjunto de puntos que representan el tetraedro de Sierpinski. Los resultados obtenidos, incluyendo el conteo de cajas N , los tamaños de caja s , y las gráficas correspondientes, se ilustran en la Figura (4-7).

En el análisis expuesto en la figura 4-7, la pendiente resultante del ajuste lineal, y en consecuencia la dimensión fractal estimada para el tetraedro de Sierpinski, es de 2,04. Este valor concuerda estrechamente con el teórico, que es de 2, validando así la efectividad del algoritmo de conteo de cajas. Posteriormente se aplica el mismo procedimiento al análisis de la esponja de Menger, un objeto de mayor complejidad, lo que supondrá un riguroso test para el algoritmo implementado. Los resultados son mostrados en la figura (4-8)

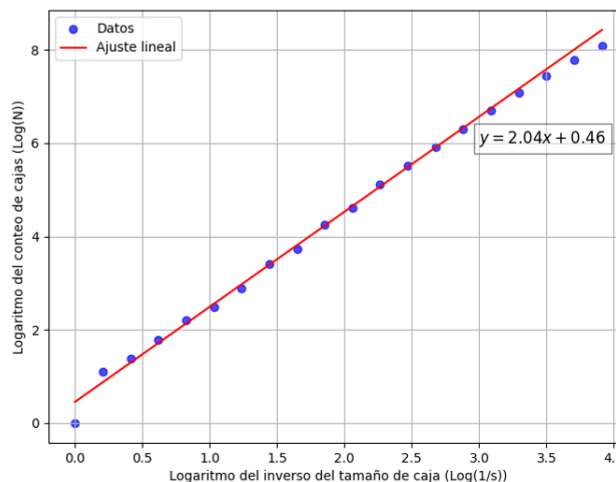
Los resultados obtenidos son satisfactorios y confirman la efectividad del método computacional de box counting para el análisis de superficies en el cálculo de la dimensión fractal. Este resultado abre el camino para aplicar el algoritmo a las superficies examinadas previamente, con el objetivo de explorar primeramente la correlación entre la dimensión fractal y los parámetros de rugosidad. Los resultados obtenidos para la determinación de la dimensión



(a) Tetraedro de Sierpinski con 1000 iteraciones

s	N(s)	$\log(1/s)$	$\log(N(s))$
0.8139	3	0.2059	1.0986
0.6625	4	0.4118	1.3863
0.5392	6	0.6177	1.7918
0.4389	9	0.8236	2.1972
0.3572	12	1.0295	2.4849
0.2907	18	1.2354	2.8904
0.2366	30	1.4413	3.4012
0.1926	42	1.6472	3.7377
0.1568	71	1.8531	4.2627
0.1276	101	2.0590	4.6151
0.1038	168	2.2649	5.1240
0.0845	248	2.4708	5.5134
0.0688	373	2.6766	5.9216
0.0560	549	2.8825	6.3081
0.0456	816	3.0884	6.7044
0.0371	1180	3.2943	7.0733
0.0302	1715	3.5002	7.4472

(b) Datos tetraedro de Sierpinski

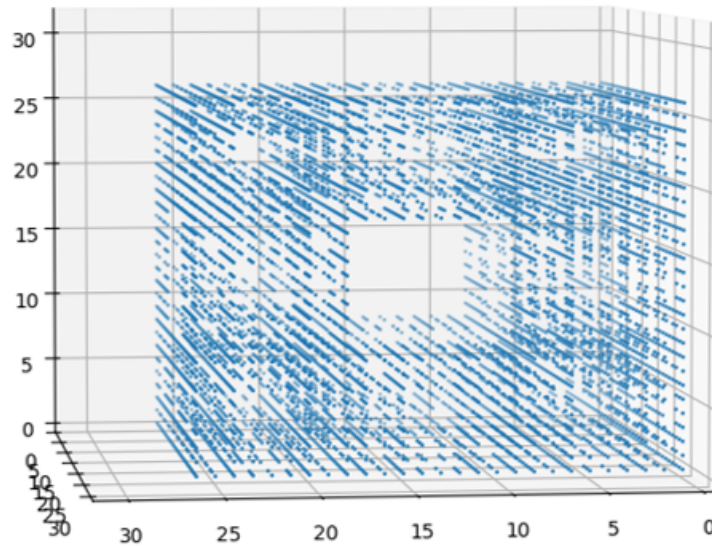


(c) Gráfica de datos con ajuste lineal

Figura 4-7: Análisis de la dimensión fractal del tetraedro de Sierpinski

fractal sobre las secciones marcadas en la imagen de referencia (figura 4-5) se muestran en la figura (4-9). De igual forma, todos los cálculos de las dimensiones fractales para todas las secciones estudiadas se presentan en la tabla (4-5.)

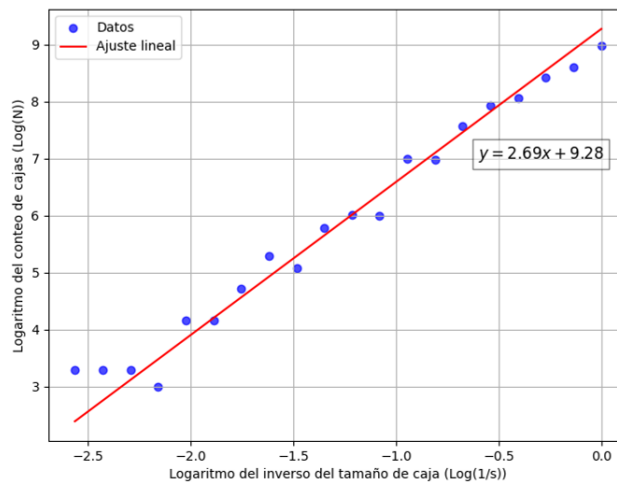
El estudio de las correlaciones entre los parámetros de rugosidad y la dimensión fractal ahora



(a) Esponja de Menger con 8000 puntos

s	N(s)	$\log(1/s)$	$\log(N(s))$
13	27	-2.5649	3.2958
11.3583	27	-2.4300	3.2958
9.9240	27	-2.2950	3.2958
8.6708	20	-2.1600	2.9957
7.5758	64	-2.0250	4.1589
6.6191	64	-1.8900	4.1589
5.7832	112	-1.7550	4.7185
5.0529	200	-1.6200	5.2983
4.4148	160	-1.4850	5.0752
3.8573	324	-1.3500	5.7807
3.3702	410	-1.2150	6.0162
2.9446	400	-1.0800	5.9915
2.5728	1099	-0.9450	7.0022
2.2479	1080	-0.8100	6.9847
1.9640	1952	-0.6750	7.5766
1.7160	2768	-0.5400	7.9259
1.4993	3200	-0.4050	8.0709
1.3100	4592	-0.2700	8.4321
1.1445	5504	-0.1350	8.6132
1.0000	8000	0.0000	8.9872

(b) Datos esponja de Menger



(c) Gráfica de datos con ajuste lineal

Figura 4-8: Análisis de la dimensión fractal de la esponja de Menger

incluye el factor de correlación de Pearson, que muestra la posible existencia de una correlación lineal (valores cercanos a ± 1). Los resultados revelan varias tendencias y consideraciones importantes para el respectivo análisis:

- **Correlaciones para recorridos horizontales (H):**

- R_a (Rugosidad media aritmética):

- Pearson: -0.091 (p=0.746)

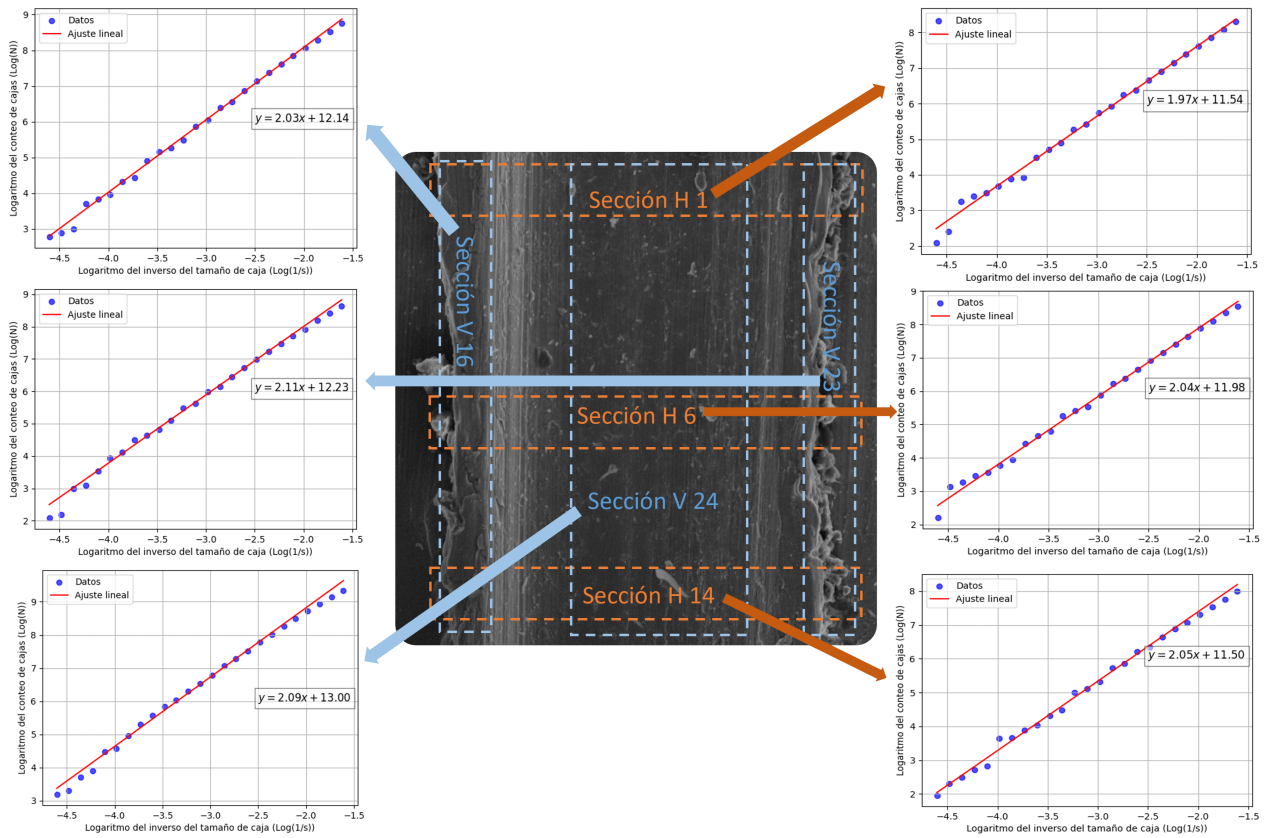


Figura 4-9: Determinación de la dimensión fractal sobre la superficie reconstruida en 3D por secciones sobre la imagen de referencia.

- Spearman: -0.136 (p=0.629)
- Kendall: -0.115 (p=0.552)

La correlación entre R_a y la dimensión fractal es negativa en todos los casos, aunque los valores de p no indican una correlación estadísticamente significativa. Esto sugiere que no hay una relación lineal o monótona fuerte entre R_a y la dimensión fractal en los recorridos horizontales.

● R_q (Rugosidad media cuadrática):

- Pearson: -0.073 (p=0.795)
- Spearman: -0.147 (p=0.602)
- Kendall: -0.115 (p=0.552)

Al igual que con R_a , no hay evidencia de una relación fuerte y estadísticamente significativa entre R_q y la dimensión fractal en recorridos horizontales.

Sección	Tipo de recorrido	R_a μm	R_q μm	R_v μm	R_p μm	R_{pv} μm	Dimensión Fractal
1	H	16.449	19.509	-41.643	50.593	92.236	1.966
2	H	17.139	20.489	-41.628	54.593	96.221	1.950
3	H	16.793	19.944	-40.197	45.177	85.537	2.015
4	H	18.537	21.088	-40.798	44.427	84.507	1.987
5	H	16.631	19.495	-44.190	52.227	96.416	1.920
6	H	14.470	17.540	-43.370	45.540	89.090	2.043
7	H	13.972	17.121	-43.041	46.110	89.090	1.954
8	H	14.597	17.457	-43.321	45.587	89.090	1.920
9	H	15.060	18.202	-40.016	48.990	89.090	2.050
10	H	16.030	18.992	-42.703	46.390	89.090	2.047
11	H	15.821	19.270	-51.683	39.919	90.776	1.908
12	H	16.798	20.222	-48.188	38.878	86.867	1.990
13	H	15.994	19.180	-44.466	41.103	85.560	2.027
14	H	15.400	18.887	-44.473	39.977	84.440	2.053
15	H	15.600	18.667	-48.803	39.260	87.192	1.986
16	V	10.122	11.932	-64.751	31.083	95.733	2.028
17	V	12.662	15.366	-41.034	38.977	80.000	2.105
18	V	7.445	8.922	-22.501	34.900	57.400	2.127
19	V	5.798	7.139	-23.781	15.300	39.100	2.009
20	V	6.342	8.222	-25.564	32.040	57.680	2.016
21	V	6.531	8.133	-24.190	29.240	53.330	2.094
22	V	7.135	8.678	-26.555	27.070	53.520	1.966
23	V	9.190	10.665	-28.111	24.480	52.909	2.113
24	V	7.551	9.481	-30.130	33.980	64.121	2.091

Tabla 4-5: Datos de los parámetros de rugosidad por secciones sobre la muestra reconstruida en 3D y el valor de la dimensión fractal

• R_v (Profundidad máxima de los valles):

- Pearson: 0.339 (p=0.217)
- Spearman: 0.204 (p=0.466)
- Kendall: 0.191 (p=0.322)

Aunque la correlación de Pearson muestra una relación moderada positiva, la falta de significancia estadística sugiere cautela al interpretar estos resultados.

• R_p (Altura máxima de picos):

- Pearson: -0.210 (p=0.452)
- Spearman: -0.152 (p=0.589)
- Kendall: -0.077 (p=0.692)

La correlación negativa indica que a medida que R_p aumenta, la dimensión fractal tiende a disminuir, aunque la relación no es fuerte ni estadísticamente significativa.

- R_{pv} (**Altura máxima pico a valle**):

- Pearson: -0.581 (p=0.023)
- Spearman: -0.641 (p=0.010)
- Kendall: -0.473 (p=0.016)

La correlación de R_{pv} con la dimensión fractal es la más evidente y estadísticamente significativa de todos los parámetros analizados en los recorridos horizontales. Estos valores indican una relación negativa: a medida que R_{pv} aumenta, la dimensión fractal tiende a disminuir, aunque la relación no es muy fuerte en términos generales.

- **Correlaciones para recorridos verticales (V):**

- R_a (**Rugosidad media aritmética**):

- Pearson: 0.376 (p=0.319)
- Spearman: 0.517 (p=0.154)
- Kendall: 0.333 (p=0.260)

Aunque las correlaciones son positivas, la falta de significancia estadística sugiere que no se puede afirmar con certeza una relación fuerte entre R_a y la dimensión fractal en los recorridos verticales.

- R_q (**Rugosidad media cuadrática**):

- Pearson: 0.358 (p=0.344)
- Spearman: 0.467 (p=0.205)
- Kendall: 0.278 (p=0.358)

Similar a R_a , R_q muestra una correlación positiva, pero no estadísticamente significativa, con la dimensión fractal.

- R_v (**Profundidad máxima de los valles**):

- Pearson: 0.097 (p=0.804)
- Spearman: 0.033 (p=0.932)
- Kendall: 0.056 (p=0.919)

No hay evidencia de una relación significativa entre R_v y la dimensión fractal en los recorridos verticales.

- R_p (**Altura máxima de picos**):

- Pearson: 0.471 (p=0.201)

- Spearman: 0.467 (p=0.205)
- Kendall: 0.333 (p=0.260)

Aunque la correlación de Pearson indica una relación positiva moderada, la falta de significancia estadística impide hacer afirmaciones firmes sobre la relación entre R_p y la dimensión fractal.

• R_{pv} (**Altura máxima pico a valle**):

- Pearson: 0.114 (p=0.770)
- Spearman: 0.083 (p=0.831)
- Kendall: 0.056 (p=0.919)

La correlación de R_{pv} con la dimensión fractal es débil y no estadísticamente significativa en los recorridos verticales.

En el análisis horizontal, la altura máxima pico a valle (R_{pv}) es el único parámetro de rugosidad que muestra correlación con la dimensión fractal entre todos los parámetros horizontales, sin embargo, esta correlación es débil y no proporciona una certeza clara sobre su relación con la complejidad fractal medida. Por otro lado, en la orientación vertical, no se encuentran correlaciones significativas entre los parámetros de rugosidad y la dimensión fractal. Esto sugiere que en dicha dirección, la dimensión fractal puede no estar influenciada considerablemente por las medidas convencionales de rugosidad, o que la relación entre estas variables no es lineal o monótona.

La relación entre los parámetros de rugosidad y la dimensión fractal de una superficie es compleja y puede variar según el tipo de superficie y el método de medición utilizado. En general, la falta de correlación significativa entre estos parámetros podría deberse a varias razones:

- Naturaleza multidimensional de la rugosidad: Los parámetros de rugosidad son, en este caso, medidas unidimensionales que pueden no capturar completamente la complejidad tridimensional de una superficie que es inherente en la dimensión fractal.
- Diferentes propiedades físicas: La rugosidad se refiere a variaciones en la altura de la superficie, mientras que la dimensión fractal es una medida de la complejidad geométrica que puede no estar directamente relacionada con la altura.

Teniendo estos aspectos presentes y aprovechando la versatilidad del programa para medir la rugosidad en ambas direcciones, se procede a realizar el cálculo de los parámetros de rugosidad promedio con la lectura en ambas direcciones (horizontal y vertical) sobre la superficie y se compara nuevamente con la dimensión fractal de la misma área. Algunos de los resultados se muestran en la figura (4-10).

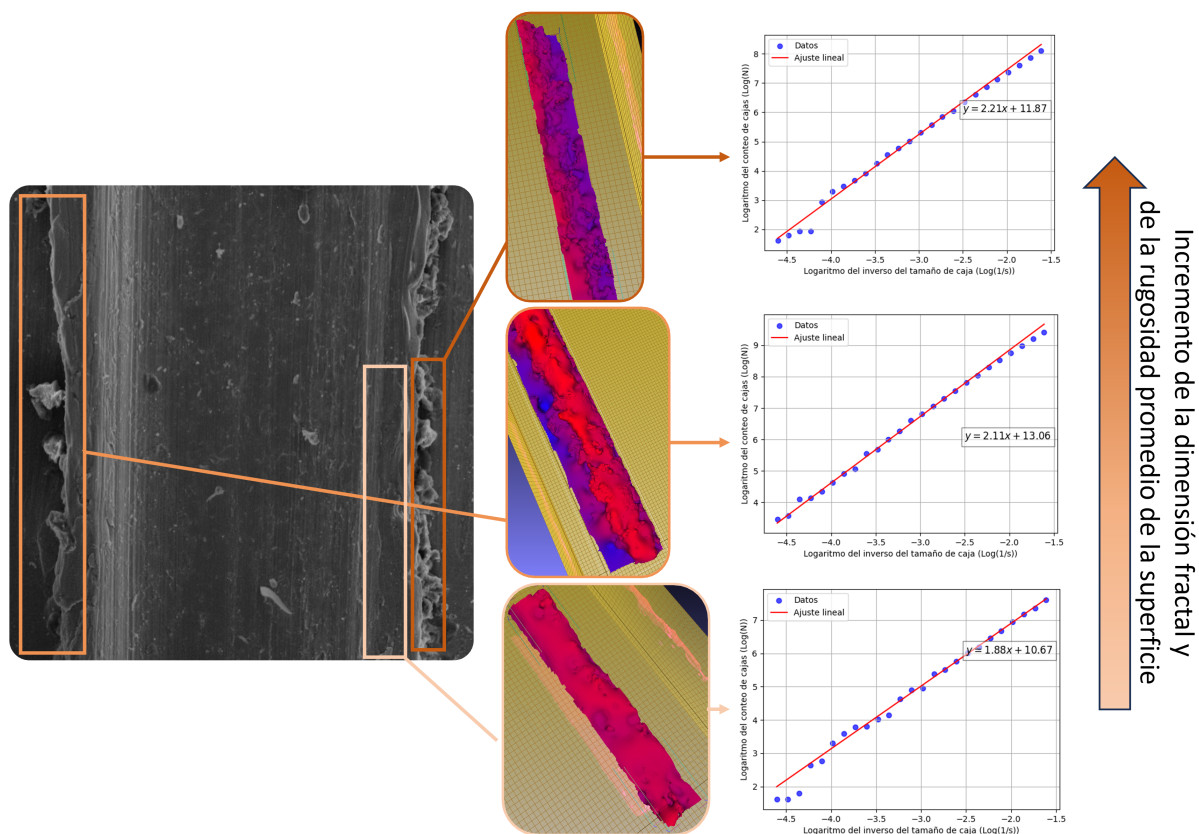


Figura 4-10: Resultados del proceso de reconstrucción a partir de la micrografía SEM de la incisión sobre una lámina de aluminio.

En comparación con los análisis anteriores donde los parámetros de rugosidad se midieron por separado en recorridos horizontales y verticales y no mostraron correlación, estos resultados indican que cuando se mide la rugosidad por áreas, hay una relación más clara con la dimensión fractal, especialmente en términos de la altura de los picos y la rugosidad promedio. Esto sugiere que el enfoque de medición de los parámetros de rugosidad por áreas proporciona una mejor representación de la complejidad de la superficie.

La medición de la dimensión fractal en superficies reconstruidas 3D aporta información valiosa sobre la complejidad y la heterogeneidad de la superficie a un nivel que no se puede capturar con medidas de rugosidad unidimensionales. Aunque su valor se puede comparar bajo ciertas condiciones con los parámetros de rugosidad en una superficie, este método podría compararse con otras técnicas de caracterización de superficies para evaluar su eficacia en diferentes tipos de materiales o condiciones de superficie.

5 Conclusiones y recomendaciones

5.1. Conclusiones

El trabajo ha abordado de manera rigurosa el desafío de determinar la rugosidad superficial a partir de imágenes obtenidas mediante microscopía electrónica de barrido (SEM), incurriendo en el campo del procesamiento de imágenes y la metrología de superficies. A través de un enfoque integrado que combina técnicas avanzadas de procesamiento de imágenes con análisis geométrico, este estudio ha aportado significativamente al entendimiento detallado de las superficies a nivel microscópico.

La investigación ha trascendido las metodologías convencionales, demostrando la viabilidad y la superioridad de un enfoque multidimensional en la caracterización de la rugosidad. Mediante la implementación de técnicas de procesamiento de imágenes en Python y la evaluación rigurosa de algoritmos como SIFT, se ha logrado una reconstrucción en 3D de alta precisión de una incisión en una lámina de aluminio. Este logro no solo representa un avance técnico sino también un salto conceptual en el análisis de la rugosidad, proporcionando una perspectiva más completa que va más allá de las mediciones lineales.

La elección del algoritmo SIFT, tras evaluar diversas metodologías, demostró ser un método particularmente efectivo, logrando un balance óptimo entre precisión y eficiencia. Este algoritmo ha sido fundamental para capturar con fidelidad la topografía de la superficie estudiada, permitiendo una evaluación detallada de la rugosidad mediante recorridos horizontales, verticales y combinados. Esta metodología supera las restricciones de los enfoques unidimensionales convencionales. Además, la iteración cuidadosa de los parámetros del algoritmo, con el objetivo de incrementar la captura de puntos característicos, ha sido crucial para mejorar significativamente la calidad de la reconstrucción 3D. La comparación con datos obtenidos por perfilometría ha validado este enfoque, confirmando su relevancia y aplicabilidad en el análisis de superficies.

Adicionalmente, este trabajo ha explorado la dimensión fractal como una métrica innovadora para la complejidad de la superficie. La implementación del método de box counting para la determinación de la dimensión fractal en superficies reconstruidas en 3D ha abierto

una nueva ventana para comprender la naturaleza intrincada de la rugosidad a un nivel más profundo. Los resultados obtenidos han establecido correlaciones significativas entre la rugosidad promediada y la dimensión fractal, resaltando la relevancia de las mediciones fractales en el análisis de la rugosidad y sugiriendo una relación más compleja y matizada entre la topografía de la superficie y sus propiedades físicas.

Este estudio ha cumplido con éxito su objetivo principal de desarrollar una metodología robusta y precisa para la determinación de la rugosidad a partir de imágenes SEM, utilizando la dimensión fractal como una herramienta clave. Los avances logrados en este trabajo no solo enriquecen el campo de la metrología de superficies sino que también establecen un precedente para futuras investigaciones. La metodología propuesta promete tener una amplia gama de aplicaciones, desde la ingeniería de materiales hasta la nanotecnología, y podría ser crucial en el desarrollo de nuevos materiales y procesos industriales. Al expandir las fronteras del análisis de superficies, este estudio no solo ha aportado al conocimiento académico, sino que también ha establecido un nuevo estándar en la precisión y comprensión de las mediciones de rugosidad a nivel microscópico.

Finalmente, esta investigación ha demostrado que la combinación de técnicas avanzadas de procesamiento de imágenes y análisis geométrico puede proporcionar una comprensión más completa y matizada de las propiedades de las superficies. Además, los hallazgos de esta tesis abren el camino para futuras investigaciones que puedan explorar más a fondo las relaciones entre la rugosidad superficial, la dimensión fractal y las propiedades físicas de los materiales, contribuyendo así a un mejor entendimiento y aplicación práctica en diversas áreas científicas y tecnológicas.

5.2. Recomendaciones

Uso de diferentes magnificaciones en SEM: Una de las ventajas del SEM es la capacidad de usar diferentes magnificaciones, lo que permite un análisis detallado de las superficies a diferentes escalas. En investigaciones futuras, esta característica podría ser explotada para obtener un entendimiento más profundo de cómo la rugosidad y la dimensión fractal varían con el cambio en la escala de observación. Esto sería particularmente útil para estudiar superficies con heterogeneidades a múltiples escalas, como materiales compuestos o superficies biológicas. La capacidad de analizar la misma muestra bajo diferentes aumentos podría revelar detalles cruciales que son invisibles a una sola escala, proporcionando una comprensión más completa de las características de la superficie.

Aplicaciones prácticas de las nubes de puntos: Las nubes de puntos obtenidas de las imágenes SEM ofrecen un vasto potencial para futuras aplicaciones. Por ejemplo, en la ingeniería biomédica, estos datos podrían utilizarse para modelar superficies de implantes con rugosidades específicas que promuevan la osteointegración. En la industria aeroespacial, las nubes de puntos podrían ayudar en el análisis detallado de la resistencia al desgaste y la fatiga de los materiales. Además, estas técnicas podrían ser valiosas en la conservación de patrimonio cultural, donde la evaluación no invasiva y detallada de los objetos es esencial. En la tecnología de semiconductores, la manipulación precisa de la rugosidad superficial a nivel microscópico podría mejorar significativamente el rendimiento y la fiabilidad de los componentes electrónicos.

Exploración de nuevas aplicaciones de materiales y análisis de superficies: Se sugiere aplicar la metodología desarrollada en esta tesis a una variedad de materiales, incluyendo metales blandos, polímeros y materiales compuestos, para entender mejor cómo varían la rugosidad y la dimensión fractal entre diferentes tipos de materiales. Además, el análisis de superficies dañadas o desgastadas, como las sometidas a corrosión o daño mecánico, podría proporcionar información valiosa en campos como la ingeniería de materiales y la metalurgia. Esto también podría extenderse al análisis de partículas en suspensión o sedimentos, que sería de gran utilidad en disciplinas como la geología y la oceanografía.

Superación de limitaciones actuales y avances metodológicos: Una futura línea de investigación podría centrarse en superar las limitaciones actuales del SEM en materiales particulados, posiblemente mediante la mejora de los algoritmos de detección de puntos característicos o la implementación de nuevas técnicas de procesamiento de imágenes. La adopción de tecnologías emergentes como la inteligencia artificial podría revolucionar la forma en que se procesan y analizan las imágenes SEM. Además, el uso de imágenes de retrodispersión electrónica (BSE) podría complementar los datos del SEM, ofreciendo una perspectiva más rica y detallada de la composición y estructura de las superficies.

Condiciones sobre el tipo de muestra que se desea reconstruir: Es importante destacar una particularidad inherente al método utilizado para la reconstrucción 3D y medición de la rugosidad. Aunque este enfoque ofrece la flexibilidad de analizar la rugosidad de forma localizada mediante la selección de áreas específicas de interés, enfrenta ciertas restricciones con muestras que presentan uniformidad extrema en sus patrones superficiales o carecen de deformidades distintivas. La eficacia del algoritmo empleado depende críticamente de la identificación de puntos característicos en la imagen; en ausencia de estos, la capacidad del algoritmo para realizar una reconstrucción precisa se ve comprometida. Como solución a esta limitación, se contempla la posibilidad de introducir elementos artificiales que no modifiquen

significativamente la rugosidad inherente de la superficie, tales como impurezas controladas o marcadores específicos. Estos elementos tienen como objetivo facilitar la detección de puntos característicos únicos, permitiendo así un seguimiento efectivo de los desplazamientos de estos puntos al capturar la muestra desde distintos ángulos en torno al eje eucéntrico. Esta adaptación metodológica se propone como una vía para preservar la integridad de la medición de la rugosidad, a la vez que se amplía el espectro de aplicabilidad del método a una gama más amplia de muestras.

Bibliografía

- Akhtar, K., Khan, S. A., Khan, S. B. K., & Asiri, A. M. (2018). Scanning Electron Microscopy: Principle and Applications in Nanomaterials Characterization. Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-319-92955-2_4
- Alcantarilla, P. F., Bartoli, A., & Davison, A. J. (2012). KAZE Features. *Eur. Conf. on Computer Vision (ECCV)*.
- Arasan, S., Akbulut, S., & Hasiloglu, A. S. (2011). The relationship between the fractal dimension and shape properties of particles. *KSCE Journal of Civil Engineering*, 15(7), 1219-1225. <https://doi.org/10.1007/s12205-011-1310-x>
- Barash, D., Israeli, M., & Kimmel, R. (2001). An Accurate Operator Splitting Scheme for Nonlinear Diffusion Filtering. En M. Kerckhove (Ed.), *Scale-Space and Morphology in Computer Vision* (pp. 281-289, Vol. 2106). Springer. https://doi.org/10.1007/3-540-47778-0_25
- Bernardini, F., Mittleman, J., Rushmeier, H., Silva, C., & Taubin, G. (1999). The ball-pivoting algorithm for surface reconstruction. *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics*, 5(4), 349-359.
- Błachowski, A., & Ruebenbauer, K. (2009). Roughness method to estimate fractal dimension. *Acta Physica Polonica A*, 115(3), 636-640.
- Bland, J. M., & Altman, D. G. (1986). Statistical methods for assessing agreement between two methods of clinical measurement. *Lancet*, 327(8476), 307-310. [https://doi.org/10.1016/S0140-6736\(86\)90837-8](https://doi.org/10.1016/S0140-6736(86)90837-8)
- Bonetto, R. D., Ladaga, J. L., & Ponz, E. (2006). Measuring Surface Topography by Scanning Electron Microscopy. II. Analysis of Three Estimators of Surface Roughness in Second Dimension and Third Dimension. *Microscopy and Microanalysis*, 12, 178-186.
- Botsch, M., Kobbelt, L., Pauly, M., Alliez, P., & Lévy, B. (2010). *Polygon Mesh Processing*. A K Peters/CRC Press.
- Bradski, G., & Kaehler, A. (2008). *Learning OpenCV: Computer vision with the OpenCV library*. O'Reilly Media, Inc.
- Brown, M., & Lowe, D. G. (2002). Invariant features from interest point groups. *British Machine Vision Conference*.
- Calonder, M., Lepetit, V., Strecha, C., & Fua, P. (2010). BRIEF: Binary Robust Independent Elementary Features. *European conference on computer vision*, 778-792.

- Chongpu, Z., Hanaor, D., Proust, G., & Gan, Y. (2017). Stress-Dependent Electrical Contact Resistance at Fractal Rough Surfaces. *Journal of Engineering Mechanics*, 143(3), B4015001. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)EM.1943-7889.0000967](https://doi.org/10.1061/(ASCE)EM.1943-7889.0000967)
- Datatab. (2021). Tutorial: Kendall's Tau. Consultado el 8 de diciembre de 2023, desde <https://datatab.es/tutorial/kendalls-tau>
- Dektak 150 Profiler User's Manual* [Available from Veeco Instruments Inc., (www.veeco.com)]. (2007). Veeco Instruments Inc. Plainview, NY.
- Edelsbrunner, H., Kirkpatrick, D. G., & Seidel, R. (1983). On the shape of a set of points in the plane. *IEEE Transactions on Information Theory*, 29(4), 551-559.
- Elcometer. (2022). Rugosímetro MarSurf PS1 Elcometer 7061 [Último acceso: 2023-04-04]. <http://www.elcometer.com/es/inspeccion-revestimientos/limpieza-de-superficie-perfil-de-la-superficie/rugosidad-de-la-superficie/rugosimetro-marsurf-ps1-elcometer-7061.html>
- El-Gomati, M. M., Wells, T., Zha, X., Sykes, R., Russo, C. J., Henderson, R., & McMullan, G. (2021). 100 keV vacuum sealed field emission gun for high resolution electron microscopy. *Journal of Vacuum Science & Technology B*, 39(6), 062804. <https://doi.org/10.1116/6.0001275>
- Forum, O. Q. (2013, agosto). Is SURF algorithm used in OPENCV patented? <https://answers.opencv.org/question/18259/is-surf-algorithm-used-in-opencv-patented/>
- Forum, O. Q. (2020, noviembre). Expired US patent on SIFT. <https://answers.opencv.org/question/238447/expired-us-patent-on-sift/>
- Gadelmawla, E., Koura, M., Maksoud, T., Elewa, I., & Soliman, H. (2002). Roughness parameters. *Journal of Materials Processing Technology*, 123(1), 133-145. [https://doi.org/https://doi.org/10.1016/S0924-0136\(02\)00060-2](https://doi.org/https://doi.org/10.1016/S0924-0136(02)00060-2)
- Goldstein, J. I., Newbury, D. E., Joy, D. C., Lyman, C. E., Echlin, P., Lifshin, E., Sawyer, L., & Michael, J. R. (2003). *Scanning Electron Microscopy and X-Ray Microanalysis*. Springer.
- Gontard, L., López-Castro, J., González-Rovira, L., Vázquez-Martínez, J., Varela-Feria, F., Marcos, M., & Calvino, J. (2017). Assessment of engineered surfaces roughness by high-resolution 3D SEM photogrammetry. *Ultramicroscopy*, 177, 106-114. <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.ultramic.2017.03.007>
- Hanaor, D., Gan, Y., & Einav, I. (2016). Static friction at fractal interfaces. *Tribology International*, 93, 229-238. <https://doi.org/10.1016/j.triboint.2015.09.016>
- Hartley, R., & Zisserman, A. (2003). *Multiple View Geometry in Computer Vision*. Cambridge University Press.
- Henao-Londoño, J. C., Riaño-Rojas, J. C., Gómez-Mendoza, J. B., & Restrepo-Parra, E. (2018). 3D Stereo Reconstruction of SEM Images. *Modern Applied Science*, 12(12), 57. <https://doi.org/10.5539/mas.v12n12p57>

- Kalvani, P. R., Jahangiri, A. R., Shapouri, S., Sari, A., & Jalili, Y. S. (2019). Multimode AFM analysis of aluminum-doped zinc oxide thin films sputtered under various substrate temperatures for optoelectronic applications. *Superlattices and Microstructures*, *132*, 106173. <https://doi.org/10.1016/j.spmi.2019.106173>
- Kayaalp, A., Rao, A. R., & Jain, R. (1990). Scanning Electron Microscope-Based Stereo Analysis. *Machine Vision and Applications*, *3*, 231-246.
- Kazhdan, M., Bolitho, M., & Hoppe, H. (2006). Poisson surface reconstruction. *Proceedings of the fourth Eurographics symposium on Geometry processing*, *7*.
- Koga, D., Kusumi, S., Shibata, H., & Watanabe, M. (2021). Applications of Scanning Electron Microscopy Using Secondary and Backscattered Electron Signals in Neural Structure. *Frontiers in Neuroanatomy*, *15*. <https://doi.org/10.3389/fnana.2021.647428>
- Li, Y., Shum, H.-Y., Tang, C.-K., & Szeliski, R. (2004). Stereo reconstruction from multiperspective panoramas. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, *26*(1), 45-62. <https://doi.org/10.1109/TPAMI.2004.1261078>
- Lin Chen, F. R., & Heipke, C. (2021). Feature detection and description for image matching: from hand-crafted design to deep learning. *Geo-spatial Information Science*, *24*(1), 58-74. <https://doi.org/10.1080/10095020.2020.1843376>
- Lindeberg, T. (1998). Feature detection with automatic scale selection. *International Journal of Computer Vision*, *30*(2), 77-116.
- Liu, Z., Wang, Y., Chen, J., Li, X., & Zhang, Z. (2019). Anisotropy of surface roughness of metals. *Applied Surface Science*, *479*, 796-805. <https://doi.org/10.1016/j.apsusc.2019.02.163>
- Lowe, D. G. (1999). Object recognition from local scale-invariant features. *Proceedings of the seventh IEEE international conference on computer vision*, *2*, 1150-1157.
- Lowe, D. G. (2004). Distinctive image features from scale-invariant keypoints. *International journal of computer vision*, *60*(2), 91-110.
- Luo, W., Schwing, A. G., & Urtasun, R. (2016). Efficient Deep Learning for Stereo Matching. *Proceedings of the IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*, 5695-5703.
- Ma, Z., & Liu, S. (2018). A review of 3D reconstruction techniques in civil engineering and their applications. *Advanced Engineering Informatics*, *37*, 163-174. <https://doi.org/10.1016/j.aei.2018.05.005>
- Majumdar, A., & Bhushan, B. (1990). *Fractal Characterization and Simulation of Rough Surfaces*. American Society of Mechanical Engineers.
- Mandelbrot, B. (1983). *The Fractal Geometry of Nature*. Henry Holt; Company. <https://books.google.com.co/books?id=0R2LkE3N7-oC>
- Mate, C. M. (2008). *Tribology on the Small Scale: Mesoscopic Physics and Nanotechnology*. Oxford University Press.

- Milanese, E., Brink, T., Aghababaei, R., & Molinari, J.-F. (2019). Emergence of self-affine surfaces during adhesive wear. *Nature Communications*, *10*(1), 1116. <https://doi.org/10.1038/s41467-019-09127-8>
- Minitab. (2021). Estadísticos y gráficas para t de 1 muestra. Consultado el 8 de diciembre de 2023, desde <https://support.minitab.com/es-mx/minitab/21/help-and-how-to/statistics/basic-statistics/how-to/1-sample-t/interpret-the-results/all-statistics-and-graphs/>
- Moeslund, T. B. (2012). BLOB Analysis. En *Introduction to Video and Image Processing: Building Real Systems and Applications* (pp. 103-115). Springer London. https://doi.org/10.1007/978-1-4471-2503-7_7
- Montakhabi, F., Poursaeidi, E., Rahimi, J., & Sigaroodi, M. R. J. (2022). Investigation of the effect of BC layer surface roughness and TC layer porosity on stress values in plasma sprayed coatings based on SEM images. *Materials Today Communications*, *33*, 104737. <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.mtcomm.2022.104737>
- Moons, T., Van Gool, L., & Vergauwen, M. (2009). 3D Reconstruction from Multiple Images: Part 1 - Principles. *Foundations and Trends in Computer Graphics and Vision*, *4*, 287-404.
- Nayak, S. R., Mishra, J., & Palai, G. (2019). Analysing roughness of surface through fractal dimension: A review. *Image and Vision Computing*, *89*, 21-34. <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.imavis.2019.06.015>
- Odling, N. E. (1994). Natural fracture profiles, fractal dimension and joint roughness coefficients. *Rock Mechanics and Rock Engineering*, *27*(3), 135-153. <https://doi.org/10.1007/BF01020307>
- Oho, E. (2002). Digital image-processing technology useful for scanning electron microscopy and its practical applications. En P. W. Hawkes (Ed.), *Electron Microscopy and Holography II* (pp. 251-IV, Vol. 122). Elsevier. [https://doi.org/https://doi.org/10.1016/S1076-5670\(02\)80054-4](https://doi.org/https://doi.org/10.1016/S1076-5670(02)80054-4)
- Oliveira, S. M. (2005). *Analysis of Surface Roughness and Models of Mechanical Contacts* [Tesis de grado]. Universita di Pisa.
- Open3D. (2023). Surface Reconstruction. http://www.open3d.org/docs/release/tutorial/geometry/surface_reconstruction.html
- OpenCV. (2021). *Understanding Features* [Consultado el 15 de Octubre de 2022]. https://docs.opencv.org/3.4/df/d54/tutorial_py_features_meaning.html
- Parker, K. A., Ribet, S., Kimmel, B. R., dos Reis, R., Mrksich, M., & Dravid, V. P. (2022). Scanning Transmission Electron Microscopy in a Scanning Electron Microscope for the High-Throughput Imaging of Biological Assemblies. *Biomacromolecules*, *23*(8), 3235-3242. <https://doi.org/https://doi.org/10.1021/acs.biomac.2c00323>

- Parsons, D. F., Walsh, R. B., & Craig, V. S. J. (2014). Surface forces: Surface roughness in theory and experiment. *Journal of Chemical Physics*, *140*(16), 164701. <https://doi.org/10.1063/1.4871412>
- Perona, P., & Malik, J. (1990). Scale-space and edge detection using anisotropic diffusion. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, *12*(7), 629-639.
- Pfeifer, P. (1988). Fractals in Surface Science: Scattering and Thermodynamics of Adsorbed Films. En R. Vanselow & R. Howe (Eds.), *Chemistry and Physics of Solid Surfaces VII* (pp. 283-305, Vol. 10). Springer Berlin Heidelberg. https://doi.org/10.1007/978-3-642-73902-6_10
- Quan, L. (2010). *Image-based modeling*. Springer Science & Business Media.
- QuestionPro. (2020). Coeficiente de correlación de Spearman: ¿Qué es y cómo se calcula? Consultado el 8 de diciembre de 2023, desde <https://www.questionpro.com/blog/es/coeficiente-de-correlacion-de-spearman/>
- Reimer, L. (1998). *Scanning Electron Microscopy: Physics of Image Formation and Microanalysis*. Springer.
- Rivera, M. H., & Melo, M. E. R. (2001). La rugosidad de las superficies: Topometría. *Ingenierías*, *4*, 27-33.
- Rosin, P. L. (1999). Measuring corner properties. *Computer Vision and Image Understanding*, *73*(2), 291-307.
- Rosten, E., & Drummond, T. (2006). Machine learning for high-speed corner detection. *European conference on computer vision*, 430-443.
- Rublee, E., Rabaud, V., Konolige, K., & Bradski, G. (2011). ORB: an efficient alternative to SIFT or SURF. *in Proc. of the IEEE International Conf. on Computer Vision (ICCV)*.
- Sarode, V. (2022). What Are Point Clouds? <https://medium.com/analytics-vidhya/what-are-point-clouds-3655d565e142>
- Sato, H., O-Hori, M., & Nakayama, K. (1982). Surface Roughness Measurement by Scanning Electron Microscope. *CIRP Annals*, *31*(1), 457-462. [https://doi.org/https://doi.org/10.1016/S0007-8506\(07\)63347-2](https://doi.org/https://doi.org/10.1016/S0007-8506(07)63347-2)
- Shet, V., & Picard, R. W. (2005). Python for scientific computing. *Computing in Science & Engineering*, *7*(3), 10-20.
- Sun, T., Li, Y., Liu, Y., Deng, B., Liao, C., & Zhu, Y. (2023). Advanced scanning electron microscopy and microanalysis: Applications to nanomaterials. En Y. Yin, Y. Lu & Y. Xia (Eds.), *Encyclopedia of Nanomaterials (First Edition)* (First Edition, pp. 183-209). Elsevier. <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/B978-0-12-822425-0.00104-4>
- Team, O. (2023). Feature Detection and Description. https://docs.opencv.org/4.x/d5/d51/group_features2d_main.html

- TESCAN a.s. (2014). *Scanning Electron Microscope: Instructions for Use*. TESCAN. https://www.csuchico.edu/sem/_assets/documents/vega-manual-2014.pdf
- Thäle, C., & Freiberg, U. (2008). A Markov Chain Algorithm for Determining Crossing Times Through Nested Graphs. *Discrete Mathematics & Theoretical Computer Science*.
- Töberg, S., & Reithmeier, E. (2020). Quantitative 3D Reconstruction from Scanning Electron Microscope Images Based on Affine Camera Models. *Sensors*, 20(12), 3598. <https://doi.org/10.3390/s20123598>
- Vanderbilt University. (s.f.). The Hausdorff Dimension [Accessed: Fecha de acceso].
- Viper, Q. (2022). Making Fractal Shapes with Python [Online; accessed DD Month YYYY].
- Wang, J., Wu, Y., Cao, Y., et al. (2020). Influence of surface roughness on contact angle hysteresis and spreading work. *Colloid and Polymer Science*, 298, 1107-1112. <https://doi.org/10.1007/s00396-020-04680-x>
- Wang, Y., Liu, R., Ji, H., Li, S., Yu, L., & Feng, X. (2022). Correlating mechanical properties to fractal dimensions of shales under uniaxial compression tests. *Environmental Earth Sciences*, 82(1), 2. <https://doi.org/10.1007/s12665-022-10642-z>
- Weickert, J., Ishikawa, S., & Imiya, A. (1999). Linear scale-space has first been proposed in Japan. *Journal of Mathematical Imaging and Vision*, 10.
- Weisstein, E. W. (2023). Menger Sponge.
- Whitehouse, D. J. (2010). *Surfaces and their Measurement*. Butterworth-Heinemann. <https://www.elsevier.com/books/surfaces-and-their-measurement/whitehouse/978-1-4377-3465-6>
- Zhai, C., Hanaor, D., & Gan, Y. (2017). Contact stiffness of multiscale surfaces by truncation analysis. *International Journal of Mechanical Sciences*, 131. <https://doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2017.07.018>
- Zhou, Q.-Y., Park, J., & Koltun, V. (2018). Open3D: A Modern Library for 3D Data Processing. *arXiv:1801.09847*.