



# **Pensamiento métrico como potenciador del pensamiento físico matemático en estudiantes de media**

**Juan Felipe Santamaría Gutiérrez**

Universidad Nacional de Colombia  
Facultad de Ciencias Exactas y Naturales  
Manizales, Colombia  
2024



# **Pensamiento métrico como potenciador del pensamiento físico matemático en estudiantes de media**

**Juan Felipe Santamaría Gutiérrez**

Tesis presentada como requisito parcial para optar al título de:  
**Magíster en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales**

Director:

**M.Sc Jaider Albeiro Figueroa Flórez**

Línea de Investigación:

**Educación**

Universidad Nacional de Colombia  
Facultad de Ciencias Exactas y Naturales  
Manizales, Colombia

2024



*Educar la mente sin educar el corazón no es educar en absoluto.*

*Daniel Goleman*

*Dedicado a la mujer que me enseñó a soñar, a luchar por mis metas y a nunca rendirme. A ti, madre querida, que siempre me inspiraste a ser mejor persona y a perseguir mis sueños con pasión. Tu amor incondicional, tu apoyo constante y tu sabiduría infinita fueron mi guía durante este camino.*

*Aunque ya no estés físicamente presente, tu espíritu vive en nuestros corazones y nos motiva a seguir adelante y continuar el legado que dejaste a tus hijos.*

*Gracias por ser la mejor madre que cualquier hijo podría desear.*

*“Te amo hasta el cielo ida y vuelta”.*



## Declaración de obra original

Yo declaro lo siguiente:

He leído el Acuerdo 035 de 2003 del Consejo Académico de la Universidad Nacional. «Reglamento sobre propiedad intelectual» y la Normatividad Nacional relacionada al respeto de los derechos de autor. Esta disertación representa mi trabajo original, excepto donde he reconocido las ideas, las palabras, o materiales de otros autores.

Cuando se han presentado ideas o palabras de otros autores en esta disertación, he realizado su respectivo reconocimiento aplicando correctamente los esquemas de citas y referencias bibliográficas en el estilo requerido.

He obtenido el permiso del autor o editor para incluir cualquier material con derechos de autor (por ejemplo, tablas, Figuras, instrumentos de encuesta o grandes porciones de texto).

Por último, he sometido esta disertación a la herramienta de integridad académica, definida por la universidad.

---

Nombre

Fecha DD/MM/AAAA

Fecha

## **Agradecimientos**

A mi familia, les agradezco por su amor incondicional, su apoyo constante y su aliento en los momentos difíciles. Su confianza en mí me motivó a seguir adelante y a perseguir mis sueños.

Mi más profundo agradecimiento a mi asesor de tesis, el magíster Jaider Albeiro Figueroa Flórez, por su invaluable apoyo, guía y paciencia durante todo el proceso. Sus consejos, sugerencias y conocimiento fueron fundamentales para el desarrollo y la culminación de este trabajo y totalmente enriquecedores para mi desarrollo académico, laboral y personal. Gracias por inspirarme a seguir aprendiendo y por mostrarme la pasión por la enseñanza.

A mis compañeros de clase, los “pre-magíster”: Cada uno aportó su talento, conocimiento y habilidades de manera excepcional. Me llevo un tesoro invaluable e inolvidable en forma de amistad y un profundo sentimiento de agradecimiento por haber compartido este camino con ustedes.

Al Liceo Arquidiocesano de Nuestra Señora (LANS), al padre rector Alberto Llanos Castaño y el coordinador académico Albeiro Toro García, infinitas gracias por su apoyo y por permitir la implementación de las actividades del trabajo de investigación. Gracias a los estudiantes de la promoción masculina 2023 y 2024 por su disposición hacia el aprendizaje y al desarrollo de todas las actividades propuestas.

Finalmente, quiero agradecer a todas las personas que de alguna manera me brindaron su apoyo y amistad durante todo este tiempo. Sus palabras de aliento y su compañía fueron incalculables para mí.



## Resumen

### **Pensamiento métrico como potenciador del pensamiento físico matemático en estudiantes de media**

La presente investigación tiene como objetivo principal explorar y analizar el desarrollo del pensamiento físico matemático y el pensamiento científico a través del pensamiento métrico en estudiantes de grado décimo y undécimo de la institución Liceo Arquidiocesano de Nuestra Señora (LANS), utilizando situaciones problemáticas contextualizadas en la mecánica clásica, con un enfoque interdisciplinario que integre conceptos de física y matemáticas. La investigación tiene un enfoque cualitativo con alcance descriptivo. El diseño metodológico se basa en la teoría de diseño educativo compuesto de cuatro fases: una revisión bibliográfica preliminar, el diseño y aplicación de las actividades de diagnóstico, afianzamiento y evaluación de la secuencia didáctica e intervención docente, la observación del entorno educativo y el análisis de resultados. Los resultados describen el nivel de desempeño mostrado por los estudiantes en los diferentes procesos del pensamiento físico matemático y el progreso mostrado en habilidades relacionadas con la identificación de variables involucradas un fenómeno físico, la formulación y validación de hipótesis, la representación de fenómenos en diferentes sistemas de representación semiótica, y la explicación de fenómenos físicos de acuerdo al comportamiento de sus variables y el análisis de modelos gráficos y algebraicos. En general, se evidencia un desarrollo significativo del pensamiento físico matemático y científico en los estudiantes participantes, así como una mejora en su actitud hacia el aprendizaje de las ciencias.

**Palabras clave:** pensamiento físico matemático, pensamiento métrico, experimentación, resolución de problemas, pensamiento científico, competencias, representación semiótica

## Abstract

### **Metric thinking as an enhancer of mathematical physical thinking in middle school students**

The main objective of this research is to explore and analyze the development of physical-mathematical and scientific thinking through metric thinking in tenth and eleventh grade students at the Liceo Arquidiocesano de Nuestra Señora (LANS) institution, using problem situations contextualized in classical mechanics, with an interdisciplinary approach that integrates concepts of physics and mathematics. The research has a qualitative approach with a descriptive scope. The methodological design is based on the educational design theory composed of four phases: a preliminary bibliographic review, the design and application of the diagnostic, reinforcement and evaluation activities of the didactic sequence and teaching intervention, the observation of the educational environment and the analysis of results. The results describe the level of performance shown by the students in the different processes of physical-mathematical thinking and the progress shown in skills related to the identification of variables involved in a physical phenomenon, the formulation and validation of hypotheses, the representation of phenomena in different semiotic representation systems, and the explanation of physical phenomena according to the behavior of their variables and the analysis of graphic and algebraic models. In general, there is evidence of a significant development of physical-mathematical and scientific thinking in the participating students, as well as an improvement in their attitude towards learning science.

**Keywords:** mathematical-physical thinking, metric thinking, metric thinking, experimentation, problem solving, scientific thinking, competences, semiotic representation.

# Contenido

	Pág.
<b>Resumen</b> .....	<b>IX</b>
<b>Lista de Figuras</b> .....	<b>XIV</b>
<b>Introducción</b> .....	<b>1</b>
<b>Capítulo 1 Horizonte del trabajo</b> .....	<b>5</b>
1.1 Descripción y planteamiento del problema .....	5
1.2 Justificación.....	8
1.3 Objetivos.....	10
1.3.1 Objetivo general.....	10
1.3.2 Objetivos específicos .....	10
<b>Capítulo 2 Marco referencial</b> .....	<b>11</b>
2.1 Marco de antecedentes .....	11
2.1.1 Formulación y resolución de problemas como estrategia potenciadora del pensamiento físico matemático en estudiantes del grado décimo .....	11
2.1.2 Diseño de una estrategia didáctica para la enseñanza del fenómeno eléctrico en el aula de forma experimental que favorezca la generación del pensamiento físico .....	12
2.1.3 ABP como estrategia didáctica para contribuir al proceso de enseñanza-aprendizaje de la física.....	13
2.1.4 Resolución de problemas basada en el análisis. Hacer del análisis y del razonamiento el foco de la enseñanza de la física .....	14
2.1.5 Los procesos de tratamiento y conversión de SRS en el estudio de algunos fenómenos físicos .....	15
2.1.6 Construcción de una exhibición interactiva del concepto de fuerza con estudiantes de grado noveno .....	16
2.1.7 Importancia de la experimentación en el proceso de enseñanza aprendizaje en los niveles de educación básica y bachillerato para potenciar el pensamiento crítico .....	17
2.1.8 La experimentación en ciencias naturales como estrategia de alfabetización científica.....	17
2.1.9 Desarrollo de procesos asociados al pensamiento métrico en el contexto de la metalistería en estudiantes de media técnica.....	18
2.1.10 Fortalecimiento de procesos asociados al pensamiento métrico a partir de la resolución de problemas en estudiantes de undécimo .....	19

2.2	Marco teórico.....	20
2.2.1	Teorías sobre Construcción del conocimiento.....	20
2.2.2	Pensamiento matemático.....	22
2.2.3	Resolución de problemas.....	25
2.2.4	Pensamiento físico matemático.....	27
2.2.5	Experimentación en el desarrollo del pensamiento físico matemático.....	28
2.3	Marco conceptual.....	30
2.3.1	Pensamiento matemático.....	30
2.3.2	Pensamiento métrico y los sistemas métricos o de medidas.....	30
2.3.3	Pensamiento científico.....	31
2.3.4	Competencias de Ciencias Naturales.....	31
2.3.5	Pensamiento físico matemático.....	32
2.3.6	Situación problema.....	33
2.3.7	Registros de representación semiótica.....	33
<b>Capítulo 3 Metodología.....</b>		<b>35</b>
3.1	Tipo de trabajo.....	35
3.2	Instrumentos metodológicos.....	37
3.2.1	Actividad diagnóstica.....	37
3.2.2	Actividad de afianzamiento.....	38
3.2.3	Actividad de evaluación o reto.....	39
3.3	Población.....	39
3.4	Fuentes de información.....	40
3.5	¿Cómo se analizarán los resultados?.....	40
<b>Capítulo 4 Resultados y discusión.....</b>		<b>45</b>
4.1	Actividad diagnóstica.....	45
4.1.1	Resultados del desempeño en el proceso 1.....	45
4.1.2	Resultados del desempeño en el proceso 2.....	54
4.1.3	Resultados del desempeño en el proceso 3.....	62
4.2	Primera intervención de aula.....	69
4.3	Actividad de afianzamiento.....	70
4.3.1	Resultados del desempeño en el proceso 1.....	71
4.3.2	Resultados del desempeño en el proceso 2.....	76
4.3.3	Resultados del desempeño en el proceso 3.....	84
4.4	Segunda actividad de intervención.....	93
4.5	Actividad final o reto.....	94
4.5.1	Resultados del desempeño en el proceso 1.....	95
4.5.2	Resultados del desempeño en el proceso 2.....	100
4.5.3	Resultados del desempeño en el proceso 3.....	105
<b>5 Conclusiones y recomendaciones.....</b>		<b>113</b>
5.1	Conclusiones.....	113
5.2	Recomendaciones.....	116
<b>Anexo A: Cronograma de actividades.....</b>		<b>119</b>
<b>Anexo B: Actividad 1: Prueba diagnóstica.....</b>		<b>121</b>

---

**Anexo C: Actividad 2: Afianzamiento .....123**

**Anexo D: Actividad 3: Evaluación.....125**

**Bibliografía .....127**

## Lista de Figuras

	Pág.
<b>Figura 4-1</b> Desarrollo de Proceso 1: Actividad diagnóstica.....	46
<b>Figura 4-2</b> Respuesta a la pregunta 1 de la actividad diagnóstica – Estudiante 45 .....	47
<b>Figura 4-3</b> Respuesta a la pregunta 1 de la actividad diagnóstica – Estudiante 46 .....	47
<b>Figura 4-4</b> Respuesta a la pregunta 1 de la actividad diagnóstica – Estudiante 69 .....	48
<b>Figura 4-5</b> Respuesta a la pregunta 4 de la actividad diagnóstica – Estudiante 14 .....	48
<b>Figura 4-6</b> Respuesta a la pregunta 4 de la actividad diagnóstica – Estudiante 35 .....	49
<b>Figura 4-7</b> Respuesta a la pregunta 4 de la actividad diagnóstica – Estudiante 48 .....	49
<b>Figura 4-8</b> Respuesta a la pregunta 6 de la actividad diagnóstica – Estudiante 18 .....	50
<b>Figura 4-9</b> Respuesta a la pregunta 7 de la actividad diagnóstica – Estudiante 38 .....	50
<b>Figura 4-10</b> Respuesta a la pregunta 8 de la actividad diagnóstica – Estudiante 43 .....	51
<b>Figura 4-11</b> Respuesta a la pregunta 8 de la actividad diagnóstica – Estudiante 9 .....	52
<b>Figura 4-12</b> Respuesta a la pregunta 8 de la actividad diagnóstica – Estudiante 24 .....	52
<b>Figura 4-13</b> Respuesta a la pregunta 8 de la actividad diagnóstica – Estudiante 90 .....	53
<b>Figura 4-14</b> Desarrollo del proceso 2: Actividad diagnóstica .....	55
<b>Figura 4-15</b> Respuesta a la pregunta 3 de la actividad diagnóstica – Estudiante 35 .....	56
<b>Figura 4-16</b> Respuesta a la pregunta 3 de la actividad diagnóstica – Estudiante 25 .....	56
<b>Figura 4-17</b> Respuesta a la pregunta 3 de la actividad diagnóstica – Estudiante 26 .....	56
<b>Figura 4-18</b> Respuesta a las preguntas 2 y 3 de la actividad diagnóstica – Estudiante 40 .....	57
<b>Figura 4-19</b> Respuesta a las preguntas 2 y 3 de la actividad diagnóstica – Estudiante 64 .....	58
<b>Figura 4-20</b> Respuesta a las preguntas 2 y 3 de la actividad diagnóstica – Estudiante 18 .....	58
<b>Figura 4-21</b> Respuesta a las preguntas 3 y 4 de la actividad diagnóstica – Estudiante 75 .....	59

---

<b>Figura 4-22</b> <i>Respuesta a las preguntas 3 y 4 de la actividad diagnóstica – Estudiante 90</i>	90
.....	60
<b>Figura 4-23</b> <i>Respuesta a la pregunta 6 de la actividad diagnóstica – Estudiante 79</i> .....	60
<b>Figura 4-24</b> <i>Respuesta a las preguntas 2,3 y 4 de la actividad diagnóstica – Estudiante 84</i>	84
.....	61
<b>Figura 4-25</b> <i>Respuesta a las preguntas 3 y 4 de la actividad diagnóstica – Estudiante 54</i>	54
.....	62
<b>Figura 4-26</b> <i>Respuesta a la pregunta 6 de la actividad diagnóstica – Estudiante 77</i> .....	62
<b>Figura 4-27</b> <i>Desarrollo de Proceso 3: Actividad Diagnóstica</i> .....	63
<b>Figura 4-28</b> <i>Respuesta a la pregunta 4 de la actividad diagnóstica – Estudiante 25</i> .....	63
<b>Figura 4-29</b> <i>Respuesta a la pregunta 7 de la actividad diagnóstica – Estudiante 29</i> .....	64
<b>Figura 4-30</b> <i>Respuesta a la pregunta 8 de la actividad diagnóstica – Estudiante 85</i> .....	64
<b>Figura 4-31</b> <i>Respuesta a la pregunta 4 de la actividad diagnóstica – Estudiante 47</i> .....	65
<b>Figura 4-32</b> <i>Respuesta a la pregunta 7 de la actividad diagnóstica – Estudiante 51</i> .....	65
<b>Figura 4-33</b> <i>Respuesta a la pregunta 6 de la actividad diagnóstica – Estudiante 73</i> .....	66
<b>Figura 4-34</b> <i>Respuesta a la pregunta 7 de la actividad diagnóstica – Estudiante 82</i> .....	67
<b>Figura 4-35</b> <i>Respuesta a las preguntas 3 y 4 de la actividad diagnóstica – Estudiante 67</i>	67
.....	67
<b>Figura 4-36</b> <i>Respuesta a las preguntas 3 y 4 de la actividad diagnóstica – Estudiante 72</i>	72
.....	68
<b>Figura 4-37</b> <i>Respuesta a las preguntas 3 y 4 de la actividad diagnóstica – Estudiante 77</i>	77
.....	68
<b>Figura 4-38</b> <i>Nivel de desarrollo de Procesos: Actividad Diagnóstica</i> .....	69
<b>Figura 4-39</b> <i>Respuesta a la pregunta 8 de la actividad de afianzamiento – Estudiante 17</i>	17
.....	71
<b>Figura 4-40</b> <i>Desarrollo del proceso 1: Actividad de afianzamiento</i> .....	72
<b>Figura 4-41</b> <i>Progreso en el desarrollo del proceso 1: Actividad de afianzamiento</i> .....	73
<b>Figura 4-42</b> <i>Respuesta a la pregunta 1 de la actividad de afianzamiento – Estudiante 13</i>	13
.....	74
<b>Figura 4-43</b> <i>Respuesta a la pregunta 1 de la actividad de afianzamiento – Estudiante 29</i>	29
.....	74
<b>Figura 4-44</b> <i>Respuesta a la pregunta 1 de la actividad de afianzamiento – Estudiante 28</i>	28
.....	74

<b>Figura 4-45</b> <i>Respuesta a la pregunta 5 de la actividad de afianzamiento – Estudiante 12</i>	75
<b>Figura 4-46</b> <i>Desarrollo de proceso 2: Actividad de afianzamiento</i>	77
<b>Figura 4-47</b> <i>Progreso en el desarrollo del proceso 2: Actividad de afianzamiento</i>	78
<b>Figura 4-48</b> <i>Respuesta a la pregunta 3 de la actividad de afianzamiento – Estudiante 60</i>	79
<b>Figura 4-49</b> <i>Respuesta a las pregunta 3 y 4 de la actividad de afianzamiento – Estudiante 69</i>	80
<b>Figura 4-50</b> <i>Respuesta a la pregunta 8 de la actividad de afianzamiento – Estudiante 13</i>	80
<b>Figura 4-51</b> <i>Respuesta a la pregunta 8 de la actividad de afianzamiento – Estudiante 63</i>	81
<b>Figura 4-52</b> <i>Respuesta a las preguntas 3, 4 y 5 de la actividad de afianzamiento – Estudiante 67</i>	82
<b>Figura 4-53</b> <i>Respuesta a la pregunta 2 de la actividad de afianzamiento – Estudiante 72</i>	83
<b>Figura 4-54</b> <i>Respuesta a las preguntas 3, 4 y 5 de la actividad de afianzamiento – Estudiante 91</i>	84
<b>Figura 4-55</b> <i>Desarrollo del proceso 3: Actividad de afianzamiento</i>	85
<b>Figura 4-56</b> <i>Progreso del desarrollo del proceso 3: Actividad de afianzamiento</i>	85
<b>Figura 4-57</b> <i>Respuesta a las preguntas 3 y 4 de la actividad de afianzamiento – Estudiante 43</i>	87
<b>Figura 4-58</b> <i>Respuesta a la pregunta 8 de la actividad de afianzamiento – Estudiante 85</i>	87
<b>Figura 4-59</b> <i>Respuesta a las preguntas 3, 4 y 5 de la actividad de afianzamiento – Estudiante 73</i>	88
<b>Figura 4-60</b> <i>Respuesta a la pregunta 4 de la actividad de afianzamiento – Estudiante 90</i>	89
<b>Figura 4-61</b> <i>Respuesta a la pregunta 6 de la actividad de afianzamiento – Estudiante 90</i>	89
<b>Figura 4-62</b> <i>Respuesta a la pregunta 8 de la actividad de afianzamiento – Estudiante 54</i>	90



<b>Figura 4-63</b> <i>Respuesta a las preguntas 2, 3, y 4 de la actividad de afianzamiento – Estudiante 77</i> .....	91
<b>Figura 4-64</b> <i>Nivel de desarrollo de procesos: Actividad de afianzamiento</i> .....	92
<b>Figura 4-65</b> <i>Progreso en el desarrollo de procesos: Actividad de afianzamiento VS Actividad diagnóstica</i> .....	93
<b>Figura 4-66</b> <i>Desarrollo de proceso 1: Actividad final</i> .....	95
<b>Figura 4-67</b> <i>Evolución en el desarrollo del proceso 1: Actividad final</i> .....	96
<b>Figura 4-68</b> <i>Respuesta a las preguntas 1 y 2 de la actividad final – Estudiante 26</i> .....	97
<b>Figura 4-69</b> <i>Respuesta a la pregunta 13 de la actividad final – Estudiante 31</i> .....	98
<b>Figura 4-70</b> <i>Desarrollo del proceso 2: Actividad final</i> .....	101
<b>Figura 4-71</b> <i>Evolución en el desarrollo del proceso 2: Actividad final</i> .....	101
<b>Figura 4-72</b> <i>Respuesta a la pregunta 10 de la actividad final – Estudiante 36</i> .....	102
<b>Figura 4-73</b> <i>Respuesta a la pregunta 6 de la actividad final – Estudiante 13</i> .....	103
<b>Figura 4-74</b> <i>Respuesta a las preguntas 6 y 7 de la actividad final – Estudiante 49</i> .....	104
<b>Figura 4-75</b> <i>Respuesta a la pregunta 13 de la actividad final – Estudiante 24</i> .....	105
<b>Figura 4-76</b> <i>Desarrollo de Proceso 1: Actividad Diagnóstica</i> .....	105
<b>Figura 4-77</b> <i>Evolución en el desarrollo del proceso 3: Actividad final</i> .....	106
<b>Figura 4-78</b> <i>Respuesta a la pregunta 13 de la actividad final – Estudiante 25</i> .....	107
<b>Figura 4-79</b> <i>Respuesta a las preguntas 11 y 12 de la actividad final – Estudiante 51</i> ...	108
<b>Figura 4-80</b> <i>Respuesta a la pregunta 8 de la actividad final – Estudiante 77</i> .....	109
<b>Figura 4-81</b> <i>Respuesta a las preguntas 4, 5, 6 y 7 de la actividad final – Estudiante 90</i> .....	110
<b>Figura 4-82</b> <i>Desarrollo de procesos: Actividad final</i> .....	111
<b>Figura 4-83</b> <i>Progreso en el desarrollo de procesos: Actividad de reto VS Actividad afianzamiento</i> .....	111
<b>Figura 4-84</b> <i>Progreso en el desarrollo de procesos: Actividad de reto VS Actividad diagnóstica</i> .....	112



## Introducción

La enseñanza de la física en las instituciones educativas suele estar limitada a la transmisión de conocimientos teóricos y fórmulas, sin que se establezca una conexión clara con la vida cotidiana de los estudiantes. Esta situación genera desinterés y desmotivación por la asignatura, relegándola a un segundo plano en la formación integral de los jóvenes.

Los procesos de enseñanza y aprendizaje en las ciencias naturales deben estar encaminados hacia el desarrollo de habilidades que permitan a los estudiantes explorar el mundo que les rodea, afrontando los retos de una sociedad influenciada por la ciencia y la tecnología de una manera crítica y lógica, racional y sistemática. Estas habilidades se enmarcan dentro del pensamiento científico. Este induce a las personas a formular preguntas, realizar observaciones, analizar datos, formular hipótesis y evaluar resultados. Por lo tanto, ayuda a tomar decisiones informadas y responsables basadas en la evidencia.

El pensamiento matemático, por su parte, proporciona las herramientas necesarias para modelar y cuantificar el entorno. Permite desarrollar habilidades como la lógica, la abstracción y la resolución de problemas. Además, el pensamiento métrico se refiere a la capacidad de comprender y utilizar las medidas para describir el mundo físico. Esto implica habilidades como la estimación, la medición y la comparación de cantidades.

El presente proyecto de investigación busca ampliar la visión de la enseñanza de la física, implementando estrategias didácticas que la relacionen con el entorno cotidiano de los estudiantes. De esta manera, se pretende fomentar el desarrollo del pensamiento crítico-reflexivo, la comprensión del mundo en el que se habita y los fenómenos que en él suceden.

La relevancia de este proyecto radica en su enfoque integrador y en el fortalecimiento de las habilidades individuales de cada estudiante. Se busca establecer un diálogo entre el conocimiento teórico de la física y la experiencia cotidiana de los estudiantes.

El objetivo fundamental de este trabajo es el desarrollo de habilidades que posibiliten en el estudiante el construir descripciones, explicaciones y predicciones sobre los fenómenos físicos que lo rodean. Este conjunto de habilidades comprende lo que se conoce como pensamiento físico matemático (Díaz Torres, 2021), y se basa en la estrecha relación que guardan el pensamiento matemático y el pensamiento científico, particularmente en el contexto de la física.

El pensamiento físico matemático se entiende como la “matematización” de la física, es decir, la explicación de fenómenos físicos desde la perspectiva del lenguaje matemático, se relacionan tres conjuntos de habilidades denominadas como procesos, que a su vez, derivan en subprocesos. Estos subprocesos caracterizan las tareas que un estudiante debería poner en manifiesto para evidenciar el desarrollo de cada proceso (Díaz Torres, 2021).

Cabe resaltar que dichos procesos de pensamiento físico matemático obedecen a los *Lineamientos Curriculares de Matemáticas* (Ministerio de Educación Nacional [MEN], 1998), a los *Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas, de Ciencias Naturales* (MEN, 2006) y a las Competencias de Ciencias Naturales establecidas por Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación (ICFES) (s. f.).

Se propone, de esta forma, una secuencia didáctica orientada al desarrollo de los procesos de pensamiento métrico de la matemática los cuales, a su vez, buscan potenciar el desarrollo de los procesos de pensamiento físico matemático. La secuencia didáctica propuesta se fundamenta en la resolución de problemas y la representación de fenómenos en diferentes tipos de representación semiótica y el diseño experimental.

Las situaciones problematizadoras se contextualizan en la mecánica clásica, particularmente en la explicación del movimiento de los cuerpos a través de las fuerzas

que se aplican sobre ellos. El análisis de estos fenómenos de la mecánica clásica de forma transversal desarrolla los procesos asociados al pensamiento físico matemático.

Este proyecto se dirige a los estudiantes del grado décimo y undécimo del Liceo Arquidiocesano de Nuestra Señora (LANS). Se ha elegido este grupo debido a que se encuentran en una etapa crucial de su formación, donde la orientación y el desarrollo de habilidades críticas son fundamentales para su futuro profesional y personal.

Este trabajo se estructura en cinco capítulos: El primer capítulo, el horizonte del trabajo, describe el planteamiento del problema central de la investigación contextualizada en el ámbito educativo, la justificación motiva la investigación y su importancia y los objetivos que se persiguen con la investigación; el segundo capítulo, el marco referencial, presenta la revisión de antecedentes relacionados con el tema de estudio, teorías y conceptos clave para fundamentar la definición del pensamiento físico matemático; el tercer capítulo describe la metodología, el enfoque y el alcance de la investigación especificando condiciones particulares, instrumentos y la forma en que se analizarán los resultados; el cuarto capítulo, muestra los resultados obtenidos para los diferentes niveles de desempeño del desarrollo del pensamiento físico matemático de los estudiantes de la población de estudio. Por último, en el quinto capítulo se sintetizan las conclusiones y los hallazgos encontrados en la investigación con la implementación de la secuencia didáctica y se sugieren algunas recomendaciones pertinentes para futuras intervenciones en el ámbito educativo y estudios en campos afines.



# Capítulo 1 Horizonte del trabajo

## 1.1 Descripción y planteamiento del problema

En la actualidad, la educación en Colombia enfrenta diversos desafíos, entre ellos la necesidad de impulsar el pensamiento científico en los estudiantes de nivel secundario. Existen organizaciones que, en materia educativa, generan políticas públicas con ánimo de mejorar los procesos de enseñanza y aprendizaje en estas áreas del conocimiento. El Programa para la Evaluación Internacional de Alumnos (más conocido como PISA, por sus siglas en inglés), promovido por la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE) permite evidenciar que los estudiantes colombianos, en comparación con estudiantes de países de la región presentan un rendimiento bajo en ciencias.

A nivel nacional las pruebas SABER 11° son uno de los puntos de referencia más importantes para evaluar la calidad de la educación de los estudiantes que terminan su ciclo de educación media (ICFES, 2023). Los resultados de las pruebas SABER 11° indican que la mayoría de los estudiantes tienen dificultades para comprender conceptos científicos y matemáticos, y aplicarlos en situaciones reales. Estas dificultades en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas y las ciencias suelen generar rechazo hacia las mismas, especialmente en los niveles de educación media, donde es común escuchar juicios referentes a que son las áreas más complejas, las más reprobadas o las más difíciles de comprender; llevándolos incluso a orientar su formación profesional en programas no STEM (Science, Technology, Engineering y Mathematics) donde la cantidad de contenidos matemáticos sea lo más baja posible.

Partiendo del hecho que el tema que ocupa este proyecto de investigación es la enseñanza de la física en los grados décimo y undécimo de la institución Liceo Arquidiocesano de Nuestra Señora (LANS), es menester mencionar aquí que la didáctica, encargada del estudio de las técnicas o métodos de la enseñanza será un pilar fundamental para otorgar

una nueva visión al proceso de enseñanza – aprendizaje de la disciplina de las ciencias, en este caso en particular de la física en el contexto de la mecánica clásica.

Ahora que la que la generación actual tiene nuevos intereses, se crea la necesidad de plantearse otras maneras de aplicar los conocimientos en física y otorgar a los estudiantes una visión más amplia sobre el conocimiento y sobre su aplicación en el entorno cotidiano, ya que uno de los puntos más sobresalientes para poder desarrollar una propuesta de innovación educativa es lograr mostrarles a los estudiantes que la física no es solo un cúmulo de conceptos, ecuaciones, cálculos y gráficas, sino que enmarca un conjunto de saberes y competencias que permiten darle una explicación a los fenómenos que ocurren en el mundo que los rodea desde una perspectiva científica.

Ubaque Brito (2009) afirma que:

En relación a su objeto la didáctica siempre se ha referido a los procesos de comprensión en torno al individuo como ser social. Es decir, su campo de acción está delimitado por un “objeto” a estudiar el cual consiste en analizar cada uno de los procesos que se forman en el individuo en el momento de la interacción con el conocimiento. (p. 20)

La motivación de este proyecto está en concordancia con la afirmación que hace la autora, ya que es obligación del maestro encontrar nuevos métodos para el proceso de enseñanza-aprendizaje de la física, relacionándola con los acontecimientos cotidianos y así impacte a la población estudiantil con una formación integral entre el conocimiento propio de la materia y su aplicación a la vida para entender los procesos y fenómenos que se dan por sentado en ella.

La problemática parte de la observación de los grados décimo y undécimo de la institución educativa LANS y su relación con la asignatura de la física, donde se ha podido evidenciar que los estudiantes restan importancia al conocimiento impartido en esta clase, pues reducen el aprendizaje de la física a la búsqueda de fórmulas que los lleven a un resultado, sin un análisis de la información o la comprensión de lo obtenido. Ellos piensan que, como



la física se enseña por medio de fórmulas, es suficiente aprendérselas para poder aprobar la materia.

Lo anterior conduce a que en los métodos tradicionales de enseñanza se considere competentes en física a aquellos estudiantes que puedan memorizar y mecanizar una serie de procedimientos algorítmicos propuestos por el docente en torno a la resolución de un ejercicio; de esta forma, se proponen ejercicios similares que puedan ser resueltos por los estudiantes que lograron dominar estos procedimientos. Esta visión tradicional de la enseñanza de la física se sufre sus propias falencias cuando estos mismos estudiantes se enfrentan a la resolución de nuevos problemas desde la perspectiva del análisis de las variables involucradas, las diferentes representaciones semióticas del problema, la modelización de los problemas o la explicación de fenómenos desde un punto de vista científico.

Finalmente, en el desarrollo de las secuencias didácticas propuestas para la asignatura se suelen omitir las etapas de experimentación: las prácticas experimentales o de laboratorio se llevan a cabo esporádicamente y no permiten el desarrollo de habilidades y competencias asociadas al pensamiento científico.

La labor docente no solo está en la transmisión de conocimiento, es por ello que la didáctica de la física apertura un nuevo camino donde no solo se tendrá en cuenta el conocimiento en sí mismo, sino que agrupa una serie de factores que pueden concluir con la trasposición del conocimiento a los fenómenos cotidianos, que hagan que el estudiante desarrolle una nueva visión de la asignatura, comprenda el trasfondo de los conceptos, leyes y modelos estudiados allí y su aplicación en el entorno cotidiano y científico.

El docente debe comprender los conocimientos previos y el entorno socio-cultural de sus estudiantes para poder amalgamar el lenguaje de la física, no se debe agotar solo en los conceptos técnicos, al tiempo que impulsa el propio pensamiento de los estudiantes, con cada explicación se debe originar cuestionamientos y pensamientos acerca de lo que se está estudiando.

De esta forma poco a poco los estudiantes dialogarán con los conocimientos adquiridos y la relación o aplicación que estos tienen en el mundo, al tiempo que van incrementando su

capacidad para dar respuesta a sus propias preguntas o al tiempo que comprenden los sucesos de la vida cotidiana y los pueden entender y explicar de una forma científica.

En este contexto, surge la siguiente pregunta clave: **¿Se puede fomentar el desarrollo del pensamiento científico y el pensamiento físico matemático utilizando el pensamiento métrico como mediador en los estudiantes de décimo y undécimo?**

## 1.2 Justificación

La importancia de desarrollar un proyecto como este establece la repercusión de la física en la vida de los estudiantes para entender todos los procesos en los que se ven inmersos en el día a día, al igual que genera la reflexión desde el punto de vista de los docentes y su proceder, por tanto, los impulsa a la creación de nuevas herramientas didácticas que potencien y mejoren el ejercicio de enseñanza-aprendizaje al tiempo que hacen partícipes activos a los estudiantes y las cosas que coexisten con ellos, esto hará que la disposición a la asignatura de física mejore.

Es de conocimiento común que la física, como asignatura, ocasiona distintos sentimientos entre los estudiantes, en su mayoría de rechazo al no comprender muy bien la importancia de esta para la vida tanto social como profesional. Como docente de la asignatura es relevante reflexionar sobre la forma en la que se ha venido impartiendo el conocimiento y cómo poder intervenir de manera adecuada en esta problemática, implementar diferentes modelos pedagógicos, lúdicos e innovar en propuestas didácticas para transmitir el conocimiento a la par que se va relacionando con el entorno cotidiano.

Por ello, es importante preguntarse desde lo curricular el “cómo enseñar”, si bien el currículo es la guía de los conocimientos que deben adquirir los estudiantes el cómo enseñarlo es la potestad del docente y es aquí donde se permite crear nuevas estrategias y nuevas formas de combinar el conocimiento con la aplicación práctica en el entorno cotidiano, permitiendo así el desarrollo del pensamiento crítico- reflexivo en los estudiantes y una mayor comprensión de los sucesos que ocurren a su alrededor.

---

Si no se realiza una investigación de esta clase se estará obviando la necesidad de transformar el sistema educativo colombiano y la forma en la que se ha impartido la asignatura por años, además se estaría perdiendo la oportunidad de reflexiones en los estudiantes, mediadas por el conocimiento adquirido y la aplicación del mismo a los fenómenos que acontecen en su diario vivir.

Con el presente proyecto, aparte de lo que ya se ha dicho, se busca lograr que los estudiantes desarrollen un interés genuino por comprender las cosas que pasan a su alrededor y que se apoyen en los conocimientos adquiridos en la asignatura de física para explicar y dar razón científica de cómo ocurren las cosas en el mundo.

Por tal motivo, partir de las inquietudes individuales de los estudiantes frente al mundo y cómo funciona este, da pie a que el docente pueda desarrollar estrategias didácticas en las que relacione constantemente el conocimiento de las leyes y fórmulas de la física con fenómenos cotidianos, para así captar la atención del estudiante y llevarlo a que fortalezcan su pensamiento e interpretación de lo que acontece en el mundo.

Según el Ministerio de Educación Nacional de Colombia, lo que se pretende en las aulas de clase es formar ciudadanos que no solo acumulen conocimientos sino que aprendan lo que es pertinente para la solución de conflictos en situaciones cotidianas, aquí se resalta la importancia de este proyecto, ya que si bien la física es una ciencia exacta, permite que los individuos se acerquen a ella con una disposición distinta a aprender las fórmulas que no sea solo para la evaluación, sino que les sirva para poder aplicarlas en las distintas situaciones cotidianas con las que se enfrenten.

Si bien ya se ha mencionado que los estudiantes tienen una concepción sesgada acerca de la asignatura donde indican que es difícil, que no entienden para qué tienen que aprender las leyes y las fórmulas si no las aplican en la vida, entre otras, este proyecto está orientado a cambiar en los estudiantes esta percepción; a que busquen la forma de relacionar su entorno cotidiano con la aplicación de las leyes y fórmulas de la física para que potencien su pensamiento y cuestionamientos acerca de los hechos que ocurren a diario y posibilite la capacidad reflexiva del estudiante.



## **Capítulo 2 Marco referencial**

### **2.1 Marco de antecedentes**

A continuación se presenta un análisis de algunas de las investigaciones previas que se han realizado sobre el desarrollo del pensamiento físico matemático y el pensamiento científico.

El análisis de los antecedentes se centra en la definición y conceptualización del pensamiento físico matemático y el pensamiento científico y la importancia de su desarrollo en los estudiantes de educación básica y media además de estrategias para promoverlo

#### **2.1.1 Formulación y resolución de problemas como estrategia potenciadora del pensamiento físico matemático en estudiantes del grado décimo**

Autor: Carlos Fernando Díaz Torres. Universidad Nacional de Colombia. Maestría en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales. Manizales, Colombia 2021.

El trabajo de maestría busca potenciar los procesos asociados al pensamiento físico matemático con enfoque en la formulación y resolución de problemas en el contexto de la mecánica clásica. El estudio fue realizado en estudiantes del grado décimo de la Institución Educativa Municipal Nacional de Pitalito, Huila.

La investigación es de tipo cualitativo y de carácter descriptivo. Se propone una secuencia didáctica dividida en cuatro fases: una prueba diagnóstica, un módulo de caída libre, un módulo de lanzamiento vertical y una prueba final. Durante cada fase se proponen actividades de experimentación, resolución y formulación de problemas. Se evaluó bajo rúbricas predefinidas, el desarrollo de los estudiantes en los diferentes procesos asociados a lo que caracterizó como pensamiento físico matemático.

Los resultados de Díaz Torres (2021) describen el desempeño mostrado por los estudiantes en cada uno de los procesos del pensamiento físico matemático que se sustentan en la identificación de variables, la formulación de hipótesis y diseño experimental. Se evidencia el fortalecimiento en la descripción del comportamiento de las variables en varios diferentes semióticos, la clasificación de los movimientos verticales a partir del comportamiento de las variables y la explicación de los fenómenos haciendo uso de conceptos y el comportamiento de las variables.

Este artículo proporciona una definición sólida sobre el pensamiento físico matemático, además de que establece una rúbrica base para medir el desempeño de los estudiantes en los diferentes procesos de desarrollo de dicho pensamiento.

### **2.1.2 Diseño de una estrategia didáctica para la enseñanza del fenómeno eléctrico en el aula de forma experimental que favorezca la generación del pensamiento físico**

Autor: Juan Felipe Mesa Jiménez. Universidad Nacional de Colombia. Maestría en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales. Medellín, Colombia 2022.

En este trabajo de maestría se implementa una propuesta metodológica basada en el diseño de una secuencia didáctica para la enseñanza de fenómenos eléctricos con un enfoque experimental de tal forma que facilite la generación del pensamiento físico, en los estudiantes de los grados décimo y undécimo de la institución educativa San Francisco de Asís sede el Carmen de la Venta.

La investigación es de tipo cualitativo explicativo desarrollado en cuatro fases: una fase diagnóstica, donde se recopila información sobre saberes previos y el estado actual en el desarrollo del pensamiento físico; el diseño del plan de acción, donde se desarrolla una secuencia didáctica apoyado en la teoría del aprendizaje significativo; una etapa de acción e intervención en el aula, en el cual se desarrollan actividades de tipo experimental y una fase de evaluación y reflexión, donde se analiza la información recopilada.

Los resultados reflexionan sobre el papel fundamental que desempeña la experimentación en la construcción del conocimiento científico, el desarrollo de competencias y habilidades

en los procesos de enseñanza y aprendizaje de la física orientados desde las discusiones de tipo epistemológico e histórico.

El trabajo de Mesa Giménez (2022) proporciona sugerencias para el diseño de actividades de enseñanza y aprendizaje que promuevan el uso efectivo de la experimentación. Además, suministra recomendaciones para el diseño de actividades que promuevan el desarrollo de las habilidades asociadas al pensamiento científico. Estas recomendaciones fueron utilizadas para diseñar las actividades de la secuencia didáctica que se utilizaron en la presente investigación.

### **2.1.3 ABP como estrategia didáctica para contribuir al proceso de enseñanza-aprendizaje de la física**

Autoras: Priscila Estefanía Deleg Sari, Lizbeth Paola Fajardo Tinizhañay. Universidad Nacional de Educación UNAE, Ecuador. Revista Iberoamericana de Investigación en Educación. 2023.

Esta investigación busca impulsar el proceso de enseñanza-aprendizaje de la física y la relación de los estudiantes con las ciencias naturales a través del Aprendizaje Basado en Problemas (ABP) como estrategia mediadora en estudiantes de primero de bachillerato de la Unidad Educativa Luis Cordero de la ciudad de Azogues, Ecuador.

La investigación integra el enfoque cuantitativo que pretende explicar y controlar con el enfoque cualitativo que se centra en el análisis de las acciones humanas. Se aplicó un pre test y un post test en 34 de los alumnos de bachillerato de acuerdo a los indicadores del Ministerio de Educación del Ecuador en el marco del movimiento rectilíneo uniforme y el movimiento rectilíneo uniformemente acelerado y se utilizó el ABP como estrategia didáctica mediadora ajustada a la asignatura de física y las necesidades de los estudiantes.

Se concluye de forma posterior al análisis de los resultados obtenidos y la síntesis de los referentes teóricos que la aplicación del ABP como estrategia didáctica constituye un avance en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la física. Además, reconoce al ABP como una metodología activa que permite al estudiante ser responsable de su propio aprendizaje y reflexiona sobre la necesidad de adaptar las estrategias pedagógicas a las

necesidades individuales de cada estudiante para alcanzar los logros propuestos por el currículo y los lineamientos nacionales.

El trabajo de Deleg Sari y Fajardo Tinizhañay (2023) evidencia el uso efectivo del ABP para promover el desarrollo del pensamiento físico en estudiantes de educación media y conseguir un progreso significativo en el desarrollo de las habilidades de comprensión conceptual, resolución de problemas, comunicación científica y trabajo colaborativo.

#### **2.1.4 Resolución de problemas basada en el análisis. Hacer del análisis y del razonamiento el foco de la enseñanza de la física**

Autores: J. Leonard William, William J. Gerace y Robert J. Dufresne. Scientific Reasoning Research Institute and Department of Physics. University of Massachusetts, Amherst, EEUU, 2002.

Este artículo reúne los resultados de diversas fuentes de investigación educativa para desarrollar un marco de pensamiento sobre la organización del conocimiento, el uso del mismo para la comunicación, la resolución y el razonamiento de problemas. Desarrolla una metodología didáctica denominada “resolución de problemas basada en el análisis” cuyo objetivo se centra en promover la comprensión conceptual y la capacidad de resolver problemas. Presenta una serie de objetivos para madurar el proceso de enseñanza y aprendizaje, resume los resultados pertinentes de cada objetivo y proporciona recomendaciones, estrategias didácticas y prácticas de aula para promover el alcance de los objetivos.

La resolución de problemas basada en el análisis se presenta como alternativa frente a las prácticas de aula que no se ajustan a las necesidades de los estudiantes, y aquellas que aparentemente no tienen en cuenta los conocimientos y habilidades particulares de los anteriores. Reconoce la importancia de la comprensión conceptual, el reconocimiento de los conceptos previos de los estudiantes y la representación de los fenómenos en las diferentes formas de representación (semióticas) para promover las habilidades de resolución de problemas y análisis de los estudiantes. Plantea un modelo de práctica de aula efectiva donde la comunicación es bilateral pero más enfocada en el sentido de los



estudiantes hacia el docente. Finalmente presenta la resolución de problemas basada en el análisis como una alternativa para recuperar el entusiasmo por aprender ciencias y abandonar las tendencias de los estudiantes para aprender sin entender.

El artículo de Leonard et al. (2002) proporciona un marco teórico firme para la enseñanza y el aprendizaje de la resolución de problemas en física, así como recomendaciones para el diseño de actividades de resolución de problemas que sean efectivas para promover el desarrollo del pensamiento físico matemático en los estudiantes.

### **2.1.5 Los procesos de tratamiento y conversión de SRS en el estudio de algunos fenómenos físicos**

Autor: Juan Carlos Salazar Torres. Universidad Nacional de Colombia. Maestría en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales. Manizales, Colombia 2022.

Esta tesis de maestría propone una estrategia didáctica para la enseñanza de la física en el marco de los movimientos de caída libre y movimiento parabólico enfocado en los procesos de tratamiento y conversión de los diferentes Sistemas de Representación Semiótica (SRS). El estudio se llevó a cabo con estudiantes de décimo y undécimo de la Institución Educativa Llanadas de la Merced, en el departamento de Caldas, Colombia.

Se lleva a cabo un trabajo investigativo de tipo cualitativo de carácter descriptivo e interpretativo desarrollado en tres etapas: un pre test sobre conceptos básicos sobre los fenómenos físicos involucrados además de su posterior socialización y discusión; una segunda etapa de presentación sobre conversión y tratamiento de SRS, relación entre ecuaciones, variables involucradas y solución de problemas, además de la presentación del software Geogebra y su utilización en la solución de fenómenos físicos; finalmente, una evaluación, donde se presenta una guía metodológica para ser abordada a través del programa en la cual los estudiantes deban realizar diferentes tratamientos y conversiones de SRS para dar solución a problemas físicos.

Se obtuvo como resultado una mejora en la interpretación, recepción y apropiación del conocimiento por parte de los estudiantes en los que fue aplicado y se concluye de tal forma que el trabajo desde el punto de vista del tratamiento y la conversión de diferentes

sistemas de representación semiótica representa una forma eficaz y sencilla de alcanzar los logros propuestos en la asignatura.

El trabajo de Salazar Torres (2022) proporciona evidencia empírica del uso efectivo de los procesos de tratamiento y conversión de SRS para promover el desarrollo del pensamiento físico matemático en estudiantes de educación media. Los estudiantes que participaron en la estrategia didáctica propuesta mostraron un progreso significativo en la identificación de variables relevantes, construcción de modelos y explicación de fenómenos naturales.

### **2.1.6 Construcción de una exhibición interactiva del concepto de fuerza con estudiantes de grado noveno**

Autora: Helena Prieto Neira. Universidad Nacional de Colombia. Maestría en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales. Bogotá, Colombia 2020.

Este trabajo de maestría describe el diseño, implementación y evaluación de una propuesta didáctica para la enseñanza de la física en el marco del concepto fuerza y las leyes de Newton a través de la construcción de una exhibición interactiva. Las unidades didácticas se desarrollaron con base en las teorías del constructivismo, el aprendizaje colaborativo, el aprendizaje por descubrimiento y la experimentación. La propuesta se lleva a cabo en un grupo de 17 estudiantes de grado noveno de la Institución Educativa José Antonio Galán de Bosa, Bogotá.

La propuesta se lleva a cabo en 3 fases: En la primera, se establecieron los contenidos para las cinco unidades didácticas, que se trabajaron con los estudiantes de grado noveno. A estos, se les enseñó el concepto de fuerza desde un punto de vista cualitativo mediante experiencias lúdicas e inmersivas. En la siguiente fase, los estudiantes construyeron seis estaciones para explicar a sus compañeros de sexto, séptimo y octavo el concepto de fuerza y las leyes del movimiento. La última fase, evaluaron las experiencias y los resultados obtenidos.

Como resultado se encontró un aprendizaje significativo y una alta apropiación de los conceptos de fuerza, y su influencia en el movimiento en los estudiantes. Adicionalmente,

se evidenció un fortalecimiento en el trabajo en equipo y en la adquisición de competencias a nivel académico.

El estudio de Prieto Neira (2020) proporciona unas recomendaciones para el diseño de actividades donde se prioriza la participación del estudiante como constructor de su propio conocimiento y así promover el desarrollo de las habilidades asociadas al pensamiento científico.

### **2.1.7 Importancia de la experimentación en el proceso de enseñanza aprendizaje en los niveles de educación básica y bachillerato para potenciar el pensamiento crítico**

Autores: Jorge G. Silva Mesias, Jessica E. Coello Bone, Carolina M. Loja Loja, Gabriela F. Serrano Ortega y Bethy M. Castillo Pindo. *Ciencia Latina – Revista Científica Multidisciplinar*. Mayo-Junio, 2023, Volumen 7, Número 3. Ecuador

Este artículo busca describir la importancia del enfoque experimental en los procesos de enseñanza de las ciencias naturales en la educación básica y bachillerato.

El artículo realiza una investigación mediante una revisión documental con enfoque cualitativo de tipo descriptivo. El análisis de la información se divide en tres categorías: experimentación, enseñanza de las ciencias naturales y experimentación en la enseñanza de las ciencias naturales.

Entre sus resultados Silva Mesias et al. (2023) destacan el impacto positivo de la experimentación con enfoque en el método científico en la enseñanza de las Ciencias Naturales, el desarrollo de habilidades en investigación, formulación y evaluación de hipótesis y el fortalecimiento del pensamiento crítico en los estudiantes.

### **2.1.8 La experimentación en ciencias naturales como estrategia de alfabetización científica**

Autor: Juan Carlos Roberto Neira Morales. Universidad Católica del Maule. Talca, Chile. 2021

Este estudio busca realizar una revisión documental del estado actual en la enseñanza de las ciencias naturales enfocada en las actividades de experimentación como una estrategia de alfabetización científica en etapas escolares.

Con la información presentada Neira Morales (2021) muestra cómo la experimentación permite al estudiante establecer una relación estrecha con la actividad científica, de tal forma que puede establecer conexiones y poner en práctica sus conocimientos, habilidades y competencias investigativas. Además, describe la trascendencia de la experimentación como catalizador para despertar el interés en las ciencias, y como puente para el desarrollo de las buenas prácticas escolares, el desarrollo del pensamiento crítico y la permanencia del enfoque indagatorio en la formación escolar de los estudiantes y la promoción de mejora de condiciones pedagógicas escolares.

### **2.1.9 Desarrollo de procesos asociados al pensamiento métrico en el contexto de la metalistería en estudiantes de media técnica**

Autor: Jesús David Moreno Amador. Universidad Nacional de Colombia. 2023

En este trabajo tiene como objetivo fortalecer los procesos asociados al pensamiento métrico de la matemática con base en la solución de problemas en el contexto de la metalistería con 27 estudiantes de grado décimo y undécimo del Instituto Técnico Francisco José de Caldas, en Manizales, Colombia.

La investigación es de tipo cualitativo con un enfoque descriptivo. La metodología del trabajo se apoya en la teoría basada en el diseño y se puede dividir en tres etapas: la primera, de diagnóstico donde se recopila información sobre los conocimientos previos de los estudiantes en cuanto al concepto de medida y problemas de medida en la metalistería; la segunda, de intervención o afianzamiento, donde se realizan actividades de construcción de estructuras soltadas dentro del taller de metalistería y la tercera; por último, la evaluación o reto, donde se desarrolla por parte de los estudiantes un proyecto de metalistería.

Los resultados de Moreno Amador (2023) muestran el desarrollo de los estudiantes en los procesos asociados al pensamiento métrico, tales como el uso comprensivo de la medida,

el refinamiento de los procesos de medición, la optimización de los instrumentos de medición, la perspectiva crítica sobre el trasfondo social de la medida, la capacidad plantear y resolver problemas, entre otros.

Este trabajo entrega aportes importantes a la investigación en el marco del pensamiento métrico, en donde la experimentación juega un papel fundamental en el desarrollo de habilidades asociadas los procesos de medición que son menester tanto del pensamiento matemático como del pensamiento científico.

### **2.1.10 Fortalecimiento de procesos asociados al pensamiento métrico a partir de la resolución de problemas en estudiantes de undécimo**

Autor: Ferney Embus Galindo. Universidad Nacional de Colombia. 2023

Esta tesis tiene como objetivo el contribuir en el fortalecimiento de procesos asociados al pensamiento métrico en 33 estudiantes de grado undécimo de la Institución Educativa Departamental Miguel Samper Agudelo de Guaduas, Cundinamarca a través del planteamiento de una serie de actividades basadas en la resolución de problemas.

El trabajo es de naturaleza cualitativa con un enfoque descriptivo. El diseño metodológico se desarrolla en cuatro fases: Dos actividades diagnósticas para evaluar los conocimientos previos respecto a los procesos del pensamiento métrico y determinar aspectos de diseño de las actividades posteriores y dos actividades de avance, donde se contrasta el nivel de avance de los estudiantes en los procesos mencionados por medio de situaciones problemáticas en diferentes contextos que requieren la aproximación a las medidas de perímetro, área y volumen.

Entre los resultados alcanzados por Embus Galindo (2023) se destacan avances en el desarrollo de los procesos asociados al pensamiento métrico: el acercamiento comprensivo hacia la magnitud, optimización de procesos y refinamiento de los instrumentos de medición, perspectiva crítica de la medida y del trasfondo social de la medición, entre otros.

De este estudio se tienen en consideración las pautas metodológicas bajo las cuales se busca un progreso en el pensamiento métrico basado en la resolución de problemas, los cuales denotan un punto de referencia para la presente investigación.

## **2.2 Marco teórico**

El pensamiento físico matemático es la capacidad de comprender y explicar los fenómenos físicos desde una perspectiva de habilidades asociadas al quehacer matemático. Enmarca una serie de habilidades importantes para el éxito académico y profesional, ya que son necesarias para comprender las ciencias naturales, la ingeniería y la tecnología.

El desarrollo del pensamiento físico puede verse influenciado por diversos factores. El objetivo de este marco teórico es proporcionar una revisión de la literatura sobre el desarrollo del pensamiento físico matemático y la relación con sus tópicos. Esta revisión se centrará en explorar conceptos y habilidades asociados al pensamiento físico matemático, los factores que influyen en su desarrollo y las estrategias de enseñanza y aprendizaje que lo promueven.

### **2.2.1 Teorías sobre Construcción del conocimiento**

#### **Constructivismo social**

El constructivismo social de Vygotski (1978/2009), es una teoría del aprendizaje que enfatiza el papel de la interacción social en el desarrollo del conocimiento. Sostiene que el aprendizaje ocurre a través de un proceso de construcción social en el que los estudiantes interactúan con sus compañeros y con los adultos para adquirir nuevas ideas y conceptos.

Cubero Pérez (2010) define el constructivismo desde una perspectiva epistemológica, puesto que busca comprender y explicar la naturaleza y el origen del conocimiento. El aprendizaje es un proceso continuo que se desarrolla a través de la interacción con el entorno.

Flórez Ochoa (1994) identifica que el constructivismo social aplicado a un entorno educativo propone el máximo desarrollo de las capacidades e intereses del estudiante. De esta forma, se generaliza el conocimiento como una experiencia compartida en lugar de

individual. La interacción posibilita la generación de nuevos rasgos y caracteres, esto a su vez, implica una relación recíproca entre el individuo y su contexto.

Ernest (1991/2004) describe el conocimiento matemático como una construcción social basado en tres fundamentos: el primero, que la base del conocimiento matemático es el conocimiento lingüístico siendo el lenguaje es una construcción social; segundo, que se requieren procesos sociales interpersonales para convertir el conocimiento matemático subjetivo, en conocimiento matemático objetivo aceptado y tercero, que la objetividad misma se entenderá como una construcción social.

Los estudiantes no son receptores pasivos de conocimiento, sino que participan activamente en su construcción. El papel del docente es crear un ambiente de aprendizaje que promueva la interacción social y el intercambio de ideas.

### **Teoría Socioepistemológica de la Matemática**

La Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa (TSME) es una teoría del aprendizaje matemático que se ocupa de la construcción social del conocimiento matemático y el de su difusión institucional (Cantoral et al., 2006). Muestra la relevancia en la construcción del conocimiento matemático que tiene la práctica social.

La teoría Socioepistemológica sostiene que el conocimiento matemático emerge desde cuatro contextos fundamentales: el cognitivo, en donde se organizan todos los procesos mentales asociados al conocimiento del individuo; didáctico, referente a la forma en que se recrean, se representan, se simulan y se comprenden los fenómenos; epistemológico, que involucra la fundamentación y el origen de los conceptos; y social, donde el ser construye el conocimiento con base en el medio donde se desarrolla e interactúa (Cantoral et al., 2014).

Se vislumbran, de esta manera, tres elementos fundamentales en la socioepistemología:

1. El aula extendida, que reemplaza la idea del aprendizaje como adquisición por una noción práctica, donde el individuo participa como parte de un colectivo en un entorno vivencial concreto.

2. El saber en tanto conocimiento en uso, entendido como la consolidación del saber una vez que el conocimiento se ha puesto en uso.
3. Una visión crítica, solidaria y humanista de la sociedad del conocimiento. (Cantoral et al., 2014, p. 112)

En el contexto del pensamiento físico matemático, las actividades de enseñanza y aprendizaje deberían entonces fomentar la interacción social entre los estudiantes, proporcionar oportunidades para que los estudiantes construyan su propio conocimiento y enfocarse en la resolución de problemas y en la aplicación de las matemáticas al mundo real. Esto puede hacerse a través de actividades que involucren trabajo en equipo, discusiones, resolución de problemas, experimentación e inmersión en problemas de la vida cotidiana.

### **2.2.2 Pensamiento matemático**

La concepción actual del pensamiento matemático va más allá de la capacidad de realizar cálculos o manipular fórmulas; es una capacidad cognitiva compleja que permite a las personas adquirir habilidades esenciales para el éxito en la escuela, el trabajo y la vida cotidiana. El pensamiento matemático se convierte entonces en un aspecto crucial en la formación de ciudadanos competentes y cualificados en una sociedad cada vez más globalizada y tecnológica.

Los *Lineamientos Curriculares de Matemáticas* (MEN, 1998) reconocen que el pensamiento lógico y la preparación para la ciencia y la tecnología no son menesteres exclusivos de las matemáticas, por el contrario, corresponden a todas las áreas de la Educación Básica y Media en tanto que estas prioricen factores tales como la necesidad de una educación básica de calidad para todos los ciudadanos, el valor social ampliado de la formación matemática y el papel de las matemáticas en la consolidación de los valores democráticos.

Los *Estándares Básicos de Competencias* (MEN, 2006) del mismo modo que los *Lineamientos Curriculares de Matemáticas* (MEN, 1998) plantean que los estudiantes deben desarrollar los siguientes procesos de actividad matemática:



1. **Formulación, tratamiento y resolución de problemas:** Se trata de la capacidad de identificar un problema, comprenderlo, desarrollar un plan para resolverlo y aplicar ese plan para encontrar una solución. Los estudiantes que resuelven problemas matemáticos desarrollan confianza, curiosidad, comunicación y pensamiento crítico.
2. **Modelación:** Es el proceso de representar un fenómeno mediante un modelo. El modelo puede de representarse mentalmente, gestualmente, gráficamente o por medio de símbolos aritméticos o algebraicos, de tal manera que simplifiquen una situación y permitan llegar a la solución de un problema.
3. **Razonamiento:** Es la capacidad de usar la lógica para ordenar ideas y llegar a conclusiones válidas. Es una habilidad esencial para el pensamiento matemático, que debe estar ligada a todas las actividades matemáticas.
4. **Comunicación:** Es la capacidad de expresar ideas matemáticas de manera clara y concisa, tanto de forma oral como escrita. Duval (1995) describió estas formas como registros de representación semiótica, que pueden ser orales, escritos, pictóricos, algebraicos, etc.
5. **Formulación, comparación y ejercitación de procedimientos:** Se entiende como la capacidad de desarrollar, comparar, modificar y ejecutar procedimientos algorítmicos, de tal forma que la práctica en ellos aumente la velocidad y eficacia al aplicarlos sin que esto afecte su comprensión. Permite automatizar tareas matemáticas y mejorar nuestra eficiencia. (MEN, 2006, pp. 52-55)

Estos procesos invitan al enriquecimiento de los currículos educativos en la búsqueda de la formación enfocada en competencias, en pensamientos antes que temáticas. De esta manera, los *Lineamientos curriculares* y los *Estándares Básicos de Competencias* (MEN, 1998; 2006) enmarcan el ser “matemáticamente competente” en el pensamiento lógico, considerado como factor transversal y presente en todos los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas y el pensamiento matemático que se divide en cinco subprocesos:

1. **Pensamiento numérico y sistemas numéricos:** es la capacidad de comprender y usar los números, las operaciones y los sistemas numéricos. Incluye habilidades como contar, sumar, restar, multiplicar, dividir, comparar, ordenar, estimar,

aproximar, redondear, leer y escribir números en diferentes formatos. Además, el uso de estrategias para el manejo de números y operaciones.

2. **Pensamiento espacial y sistemas geométricos:** es la habilidad de comprender, construir y manipular las representaciones mentales de los objetos del espacio, sus relaciones, transformaciones y representaciones. Incluye habilidades como visualizar objetos y formas, imaginar cómo se moverán los objetos, comprender las relaciones entre los objetos, usar modelos espaciales, interpretar diagramas y planos.
3. **Pensamiento métrico y sistemas de medidas:** Es la comprensión general que tiene una persona sobre las magnitudes y las cantidades, su medición y el uso flexible de los sistemas métricos o de medidas en diferentes situaciones. Incluye habilidades como la medición de magnitudes, el uso y conversión de diferentes unidades de medida, hacer estimaciones y aproximaciones.
4. **Pensamiento variacional y sistemas algebraicos:** Este tipo de pensamiento tiene que ver con el reconocimiento, la percepción, la identificación y la caracterización de la variación y el cambio en diferentes contextos, así como con su descripción, modelación y representación en distintos sistemas o registros simbólicos, ya sean verbales, icónicos, gráficos o algebraicos. Incluye habilidades como identificar patrones, hacer predicciones, resolver problemas que involucran cambio, usar modelos matemáticos para representar el cambio.
5. **Pensamiento aleatorio y sistemas de datos:** Ayuda a tomar decisiones en situaciones de incertidumbre, de azar, de riesgo o de ambigüedad por falta de información confiable, en las que no es posible predecir con seguridad lo que va a pasar. El pensamiento aleatorio se apoya directamente en conceptos y procedimientos de la teoría de probabilidades y de la estadística inferencial, e indirectamente en la estadística descriptiva y en la combinatoria. Ayuda a buscar soluciones razonables a problemas en los que no hay una solución clara y segura, abordándolos con un espíritu de exploración y de investigación mediante la construcción de modelos de fenómenos físicos, sociales o de juegos de azar y la utilización de estrategias como a exploración de sistemas de datos, la simulación de experimentos y realización de conteos. (MEN, 2006, pp. 58-66)

Cabe destacar que la estimación de las magnitudes, la apreciación de los rangos donde se encuentran, sus estimaciones y aproximaciones trascienden el campo de los sistemas métricos. Algunas magnitudes guardan relación con aspectos claves de la vida social, como por ejemplo, los servicios públicos, sus procesos de medición y facturación y las unidades respectivas. De esta manera, el pensamiento métrico está estrechamente relacionado con las disciplinas científicas naturales y sociales y con las competencias ciudadanas, en particular, con lo que al cuidado del medio ambiente se refiere (MEN, 2006).

Por lo anterior, se resalta la importancia del pensamiento métrico en el análisis de fenómenos físicos, donde el tratamiento de las magnitudes y los procesos de medición son la base en la que se sustentan los procesos de cada pensamiento. El pensamiento variacional requiere una identificación previa de variables y por consiguiente, un reconocimiento de las medidas y cantidades asociadas y sus relaciones entre sí.

Las secuencias didácticas en clase de física deben proyectarse a partir de situaciones problema. En ellas, el estudiante debe realizar un análisis de las magnitudes y unidades involucradas para posteriormente estudiar a través de los diferentes registros de representación semiótica el modelamiento del fenómeno físico y relacionar de esta forma las diferentes variables e identificar posibles formas de solución.

### **2.2.3 Resolución de problemas**

Pólya (1945/1989) plantea un problema como la búsqueda de una acción apropiada para lograr un objetivo, pero que su alcance no se dé de manera inmediata. Al respecto, Mancera (2000), considera un problema como una situación que hacer pensar al estudiante y que se propone con el objetivo de adquirir un concepto nuevo.

Desde una perspectiva educativa, los problemas se consideran medios para desarrollar el pensamiento matemático (Mason et al., 2010). En este sentido, Schoenfeld (1992) plantea que pensar matemáticamente implica investigar soluciones en lugar de memorizar procedimientos, explorar patrones a diferencia de memorizar fórmulas y formular conjeturas a cambio de hacer ejercicios. Estas implicaciones se consideran fundamentales y necesarios para resolver problemas.

La resolución de problemas debe ser el eje central del proceso de enseñanza, no solo en la matemática, si no también, en otras asignaturas. De este modo, la resolución de problemas no hace parte del currículo, en su lugar, opera de forma transversal con este.

Para Morales Bueno y Landa Fitzgerald (2004), el Aprendizaje Basado en Problemas (ABP) es una estrategia de enseñanza - aprendizaje en el cual, a partir de un problema, en la que un equipo de estudiantes se reúne para buscarle solución. El ABP busca usar problemas como punto de partida para la adquisición y apropiación de los nuevos conocimientos. Mosquera Ibarguen (2018) identifica características en esta estrategia, características propias del constructivismo: el estudiante es responsable de su propio aprendizaje, tiene autonomía en su ritmo de estudio, el papel del docente como guía y como facilitador, entre otras.

Mosquera Ibarguen (2018) destaca que en la resolución de problemas en el contexto de la física se caracterizan tres dimensiones fundamentales: la información teórica, en donde el estudiante debe tener claro los conceptos, las leyes y teoremas; los procedimientos, el estudiante debe tener un manejo mínimo de operaciones matemáticas, manipulación de variables e interpretación de gráficas; por último, la actitud del estudiante, la disposición del estudiante por aprender da sentido a las dimensiones anteriores.

Brousseau (1998/2007), propone que una situación didáctica es un conjunto de relaciones entre un sujeto que aprende, un objeto de conocimiento, y un medio didáctico. La resolución de problemas se puede considerar una situación didáctica: el sujeto debe actuar para resolver un problema y para ello, debe utilizar sus conocimientos y habilidades.

En contraste al pensamiento físico matemático, Silver (1994) señala que la resolución de problemas físicos requiere: una comprensión de las ecuaciones y fórmulas matemáticas para modelar fenómenos físicos; la capacidad de interpretación de datos para evaluar el comportamiento de los fenómenos e identificar tendencias y patrones; y la capacidad de pensar críticamente para identificar datos relevantes y soluciones adecuadas.

En este sentido, el docente debe proponer situaciones didácticas que sean lo suficientemente desafiantes para estimular el pensamiento reflexivo y exploratorio, pero al

mismo tiempo, deben estar adaptadas al nivel de desarrollo del estudiante. Deben promover el trabajo colaborativo y plantear situaciones con problemas retadores que tengan en cuenta el contexto social de los sujetos de aprendizaje. Las situaciones problemáticas se convierten en un factor detonante de la actividad cognitiva de los estudiantes, los inducen a poner a prueba sus conocimientos y a proponer nuevas soluciones y formas de validación (Moreno y Waldegg, 2002).

#### **2.2.4 Pensamiento físico matemático**

El pensamiento científico se comprende como los procesos de pensamiento utilizados en las ciencias: procesos cognitivos que implican generación de teorías, diseño de experimentos, comprobación de hipótesis y datos (Tamayo, 2012).

El conocimiento científico parte de un interés natural del ser humano por comprenderse a sí mismo y al mundo que lo rodea: conocerse a sí mismo, su cuerpo, su relación con los demás y los fenómenos que observa (MEN, 2006). El conocimiento científico es crítico y analítico, se establecen predicciones a partir de la intuición, la observación y las experiencias previas (Karam y Pietracola, 2009).

Sin embargo, la actividad científica se desarrolla principalmente en un la práctica social, pues implica un proceso colectivo en el que se conforman equipos de investigación que siguen determinadas líneas de trabajo aceptadas por la comunidad científica (MEN, 2006).

Es por esto por lo que Gil Angel (2016) sostiene que en la didáctica de la física, el estudiante debe adquirir habilidades propias del pensamiento científico. El estudiante científicamente competente debe: enfrentarse a preguntas, hipótesis y posibles soluciones, ser un lector y un participante en lugar de ser un oyente, a buscar formas adecuadas de encontrar las respuestas, separar lo concreto de lo abstracto, adquirir conocimiento y ponerlo en práctica.

Aragón y Marín Santamaría (2010) definen, por lo tanto, el pensamiento físico matemático como el conjunto de habilidades que permiten construir explicaciones adecuadas de los fenómenos naturales, entre las cuales se pueden resaltar: “comparar, describir, analizar, sintetizar, abstraer, modelar” (p. 2).

El análisis de fenómenos naturales desde la perspectiva del pensamiento físico matemático implica recurrir a estrategias y procedimientos que involucran elementos de razonamiento cuantitativo, lógico y causal (Karam y Pietracola, 2009).

El pensamiento físico matemático se establece a partir de una visualización matemática de la física, lo cual consiste en usar el carácter deductivo de las matemáticas y sus abstracciones para describir el mundo físico y sus conceptos (Redish, 2006).

Las matemáticas toman el papel de lenguaje para describir y analizar los fenómenos físicos. El estudiante debe desarrollar habilidades que le permitan comprender el mundo físico a través de las matemáticas; por tanto, se hace relevante la capacidad de construir modelos, identificación de variables, interpretación de múltiples sistemas de representación (Karam y Pietracola, 2009) que son propias del pensamiento matemático.

Por consiguiente, se acepta que el desarrollo del pensamiento físico matemático y el pensamiento científico están estrechamente ligados al progreso del pensamiento matemático. Se tiene en cuenta la relevancia del pensamiento métrico como objeto mediador y detonante del pensamiento físico matemático, toda vez que un correcto manejo de las magnitudes, los procesos de medición, los sistemas de medida y la relación entre las variables son el punto de partida para el modelado de fenómenos físicos y la solución de problemas; actividades propias de los otros procesos del pensamiento variacional y en general, de los demás procesos del pensamiento matemático.

Díaz Torres (2021) visualiza la formulación y resolución de problemas como un proceso coherente, transversal y concurrente al pensamiento físico matemático. Permite que el estudiante analice los fenómenos naturales a la par que plantea interrogantes, crea hipótesis y las verifica a partir de la experimentación, utiliza modelos matemáticos para realizar predicciones y generalizar resultados.

### **2.2.5 Experimentación en el desarrollo del pensamiento físico matemático**

La experimentación ha estado de la mano de la investigación científica a lo largo de la historia. Un experimento implica llevar a cabo una serie de procedimientos que permitan

confirmar la veracidad de hipótesis sobre un hecho o un fenómeno (Briceño et al., 2019). A partir de la experimentación se pueden identificar relaciones causales para un fenómeno o verificar hipótesis sobre él.

En el contexto de los procesos de enseñanza-aprendizaje en las ciencias, se acepta la experimentación como un proceso fundamental en la adquisición de aprendizajes significativos (Quiroz-Tuarez y Zambrano-Montes, 2021). Sin embargo, la falta de su aplicación de la experimentación en el ámbito educativo puede ser un factor determinante al momento de alcanzar habilidades del pensamiento científico: la observación, manipulación, comprobación y abstracción.

En relación a lo anterior, Morcillo Molina (2015), destaca las falencias en la aplicación de la experimentación dentro del aula. Esto causa una perspectiva desfavorable y tergiversada sobre las ciencias, las prácticas experimentales se suelen presentar a los estudiantes como recetas de cocina: metódicas y rígidas.

La experimentación promueve a los estudiantes la capacidad de formular hipótesis, indagar por medio de la investigación y encontrar respuestas a los interrogantes planteados (Puig Gutiérrez et al., 2020). Es propia del ser humano la necesidad de exploración por medio de sus sentidos debido a que le permiten obtener un acercamiento a aquello que desconoce, es una necesidad de aprendizaje. Por lo cual, es imprescindible que sea implementado en las diferentes aulas de clase y explotar el hecho de que la experimentación es una necesidad para los más pequeños.

La enseñanza de las ciencias naturales cobra relevancia al fomentar el desarrollo del pensamiento científico. Los estudiantes aprenden mejor cuando exploran su entorno, Por su parte, según Jaramillo (2019) “los estudiantes aprenden mejor cuando exploran sus entornos de aprendizaje, experimentan, infieren, deducen, en lugar de escuchar de manera pasiva a sus docentes” (p. 213).

## 2.3 Marco conceptual

En el contexto de la educación colombiana, el pensamiento físico matemático cobra especial relevancia, puesto que no es desconocido el gran potencial que existe en el desarrollo de la ciencia y la tecnología en el país.

Esta sección del documento busca proporcionar una base conceptual sólida para dar claridad sobre algunos aspectos fundamentales sobre los cuales se desenvuelve la presente investigación y comprender mejor sus hallazgos e implicaciones para el desarrollo educativo del país.

### 2.3.1 Pensamiento matemático

El pensamiento matemático se define como el conjunto de conocimientos y habilidades que se espera que adquieran los estudiantes a lo largo de su proceso formativo (MEN, 1998). Este se clasifica en cinco tipos: numérico, espacial, aleatorio, variacional y métrico; siendo este último de especial interés en este estudio.

Los *Lineamientos curriculares* (MEN, 1998) destacan que existen elementos conceptuales comunes que permiten que diferentes situaciones problema o fenomenológicas puedan asociarse simultáneamente a varios tipos de pensamiento.

### 2.3.2 Pensamiento métrico y los sistemas métricos o de medidas

Se refiere a la comprensión del estudiante en torno a las magnitudes y las cantidades, a los procesos de medición y el uso de los sistemas métricos en diferentes situaciones y la comprensión de su trasfondo social. Los lineamientos curriculares (MEN, 1998) destacan los procesos relacionados al pensamiento métrico tal y como sigue:

- Construcción de los conceptos de cada magnitud.
- La comprensión de los procesos de conservación de magnitudes.
- La estimación de la medida de cantidades de distintas magnitudes y los aspectos del proceso de “capturar lo continuo con lo discreto”.
- La apreciación del rango de las magnitudes.



- La selección de unidades de medida, de patrones y de instrumentos y procesos de medición.
- La diferencia entre la unidad y los patrones de medición.
- La asignación numérica.
- El papel del trasfondo social de la medición. (p. [5])

Cabe resaltar que el pensamiento métrico no es excluyente de las matemáticas, en cambio se expande a través de las ciencias naturales y sociales (MEN, 1998). En relación a lo anterior, el pensamiento métrico se entiende como un factor fundamental en el estudio y la descripción de los fenómenos naturales.

### **2.3.3 Pensamiento científico**

En los *Estándares Básicos de Competencias en Ciencias Sociales y Naturales*, el MEN (2006), define el pensamiento científico como las habilidades del quehacer científico que brindan las herramientas necesarias para comprender nuestro entorno con una mirada más allá de la cotidianidad. Pensar científicamente implica la capacidad de pensar crítica y analíticamente (MEN, 2006).

Algunas habilidades asociadas a este pensamiento son: “formularse preguntas, plantear hipótesis, buscar evidencias, analizar la información, ser rigurosos en los procedimientos, comunicar ideas, argumentar con sustento sus planteamientos, trabajar en equipo y ser reflexivos” (MEN, 2006, p. 105).

### **2.3.4 Competencias de Ciencias Naturales**

En concordancia con los lineamientos del MEN (1998), las cualidades y destrezas asociadas al pensamiento científico se determinan con base en competencias: habilidades que debe desarrollar todo estudiante a lo largo de su formación educativa.

Estas competencias denotan la capacidad del estudiante para comprender y usar conceptos propios de las ciencias naturales y aplicarlos en la resolución de problemas, a la par que les permiten valorar de forma crítica el conocimiento y sus consecuencias en la sociedad y el entorno (ICFES, s. f.). Las competencias asociadas a las ciencias naturales son:

- **Uso comprensivo del conocimiento científico:** se refiere a la capacidad de identificar, comprender y usar conceptos, teorías y modelos propios de las ciencias naturales en la resolución de problemas.
- **Indagación:** denota la capacidad para proponer preguntas, establecer hipótesis, proponer procedimientos adecuados para validarlos y seleccionar e interpretar correctamente la información suministrada.
- **Explicación de fenómenos:** la capacidad de crear y analizar modelos a partir de observación para realizar explicaciones y predicciones en torno a un fenómeno natural. (ICFES, s. f., Infografía)

### 2.3.5 Pensamiento físico matemático

El pensamiento físico matemático se define como el conjunto de habilidades propias de las ciencias naturales y las matemáticas que permiten construir explicaciones adecuadas de los fenómenos naturales. Entre estas habilidades se pueden encontrar: “comparar, describir, analizar, sintetizar, abstraer, modelar” (Aragón y Marín Santamaría, 2010, p. 2).

Si bien, los cinco tipos de pensamiento matemático intervienen en la descripción de los fenómenos naturales, se considera particularmente importante el pensamiento métrico. Díaz Torres (2021) propone una serie de procesos y subprocesos asociados al pensamiento físico matemático:

1. Identificación de variables en un sistema físico y la forma en que se relacionan, a partir de la observación y experimentación.
  - a. Reconoce las variables involucradas en un fenómeno físico y posibles dependencias entre ellas.
  - b. Formula preguntas a partir de la observación de un fenómeno, propone hipótesis e idea métodos experimentales para verificarlas.
  - c. Diseña experimentos que le permitan identificar la relación entre variables, eligiendo instrumentos adecuados y registrando la información pertinente.
2. Construcción de modelos en múltiples sistemas de representación semiótica que permitan la descripción y predicción de fenómenos físicos.

- a. Muestra la variación de las magnitudes físicas en diferentes sistemas de representación (figura, esquema, algebraica, tabular y fenomenológica) y comunica hipótesis o resultados a partir de estas representaciones.
  - b. Identifica las estructuras matemáticas adecuadas para solucionar un problema, argumentando su pertinencia a partir del comportamiento de las variables. Y realiza los tratamientos necesarios dentro de un mismo registro semiótico.
  - c. Construye modelos gráficos o algebraicos que le permitan realizar predicciones sobre un fenómeno físico.
3. Explicación de fenómenos naturales a partir del comportamiento de las variables.
    - a. Clasifica los fenómenos naturales de acuerdo al comportamiento de sus variables.
    - b. Construye explicaciones de los fenómenos naturales desde un lenguaje matemático, relacionando el comportamiento de las variables con los conceptos y leyes físicas. (p. 31)

### **2.3.6 Situación problema**

La situación problema es el detonante de la actividad cognitiva del estudiante. Representa el punto de partida de las situaciones didácticas (Moreno Amella y Waldegg, 2002).

Una situación problema adecuadamente propuesta debe involucrar los conceptos que se van a aprender pero también debe permitir la utilización de los conocimientos anteriores; debe ser lo suficientemente retador para llevar al estudiante a poner en duda sus conocimientos pero, simultáneamente, ser accesible para él;

En resumen, una situación problema conlleva hacer pensar al estudiante y sintetizar un conjunto de elementos cognitivos y conceptuales previos que le permitan adquirir un concepto nuevo.

### **2.3.7 Registros de representación semiótica**

Se refiere al conjunto de formas simbólicas con que se puede representar y expresar un objeto matemático. La capacidad del individuo de construir y utilizar estas

representaciones, transformar y realizar tratamientos dentro de un mismo registro y convertir de un tipo de registro a otro facilitan la construcción de modelos más completos y robustos y permiten visualizar posibles formas de dar solución a una situación problema.

El Ministerio de Educación Nacional (1998) expone algunos tipos de representaciones entre los cuales, en el contexto de la mecánica clásica, cabe resaltar:

- **Registro verbal:** Descripciones escritas u orales en torno al comportamiento de las variables de un fenómeno físico.
- **Registro pictórico:** radica en el uso de esquemas o representaciones gráficas para describir un fenómeno y detallar las relaciones entre las variables involucradas en él.
- **Registro algebraico:** consiste en el uso de expresiones algebraicas para representar la relación entre las variables.
- **Registro Tabular:** se refiere a los pares de datos que podrían representarse en una tabla de datos, al evaluar una función para diferentes valores de su dominio.
- **Registro cartesiano:** construcción sobre un plano cartesiano, proveniente de tablas de datos o el análisis del comportamiento de las variables de un fenómeno.
- **Registro fenomenológico:** representación de tipo experimental donde se pone en manifiesto el comportamiento de las variables.

## Capítulo 3 Metodología

### 3.1 Tipo de trabajo

Este trabajo corresponde a una investigación de enfoque cualitativo de alcance descriptivo. El enfoque cualitativo se justifica en tanto la variable de estudio es el nivel de desarrollo del pensamiento físico matemático en los estudiantes, tal como lo describen los procesos planteados por Díaz Torres (2021):

1. Identificación de variables en un sistema físico y la forma en que se relacionan, a partir de la observación y experimentación.
  2. Construcción de modelos en múltiples sistemas de representación semiótica que permitan la descripción y predicción de fenómenos físicos.
  3. Explicación de fenómenos naturales a partir del comportamiento de las variables.
- (p. 41)

El enfoque cualitativo busca comprender la perspectiva de los participantes acerca de los fenómenos que los rodean, profundizar en sus experiencias, perspectivas, opiniones y significados, es decir, la forma en que los participantes perciben subjetivamente su realidad (Hernández Sampieri et al., 2014).

Los estudios descriptivos buscan especificar las propiedades, las características y rasgos fundamentales de un fenómeno que se someta a un análisis. Buscan medir o recoger información sobre los conceptos o las variables a las que se refieren (Hernández Sampieri et al., 2014). En este caso, se busca hacer un acercamiento al pensamiento métrico como mediador para manifestar el desarrollo del pensamiento físico matemático.

El diseño metodológico se basa en la teoría de diseño educativo (McKenney y Reeves, 2012; Cobb et al., 2017) que consta de cuatro fases: una revisión bibliográfica preliminar,

el diseño de las actividades de la secuencia didáctica e intervención, observación del entorno educativo y el análisis de los resultados obtenidos.

En la fase de revisión bibliográfica preliminar, se examina la literatura sobre pensamiento físico matemático para desarrollar una teoría sobre este concepto. Esta teoría se utilizará como punto de partida para diseñar las actividades de intervención.

La Teoría de Diseño educativo abarca una estirpe de enfoques que buscan alcanzar los objetivos duales de la teoría y la práctica simultáneamente, incluso de manera sinérgica: desarrollar la comprensión teórica que al mismo tiempo sea útil para diseñar e implementar las intervenciones en la práctica (McKenney y Reeves, 2012)

Las actividades de la secuencia didáctica se dividirán en tres tipos: actividad diagnóstica o inicial, actividad de afianzamiento y actividad de evaluación o reto. Las actividades se diseñarán de manera que permitan a los estudiantes evidenciar y potenciar el desarrollo de los procesos asociados al pensamiento físico matemático planteados por Díaz Torres (2021).

Entre las características de la Teoría del Diseño Educativo se resaltan la naturaleza intervencionista de la metodología y que implica ciclos iterativos de diseño y análisis (Cobb et al., 2017). En la fase de observación del entorno educativo durante la intervención, se registrará la interacción de los estudiantes con las actividades. Esta información se utilizará para ajustar el contenido de las actividades subsecuentes y retroalimentar la teoría sobre el pensamiento físico matemático.

Durante el análisis de resultados, se busca constatar el desarrollo del pensamiento físico matemático a través del progreso en el pensamiento métrico. Los estudios de Diseño Educativo apuntan a la generalización; su intención no es solo investigar el proceso educativo o aumentar la capacidad de mejora de la instrucción escolar. También busca generalizar un conjunto particular de resultados a una clase más amplia de fenómenos (Cobb et al., 2017).

## 3.2 Instrumentos metodológicos

Las actividades de intervención se diseñan a partir del objetivo de desarrollar los procesos del pensamiento físico matemático. Estos procesos actúan en sinergia con los procesos asociados al pensamiento variacional y el pensamiento métrico de las matemáticas pero particularmente el último, toda vez que se destaca como fundamental y mediador del primero.

Las secuencias didácticas propuestas en las actividades se diseñan a partir situaciones problematizadoras en el contexto de la mecánica clásica, conformadas por preguntas orientadas a poner en manifiesto el desarrollo de los procesos relacionados con el pensamiento físico matemático; algunas preguntas enfatizan en uno solo de los procesos, otras se enfocan de forma simultánea en varios de ellos.

De esta forma se realizan actividades orientadas a la medición de variables, la representación en diferentes registros de representación semiótica, diseño de experimentos, pruebas de hipótesis, modelación, predicción, formulación y resolución de problemas.

En el Liceo Arquidiocesano de Nuestra Señora LANS la intensidad horaria de la asignatura es de cinco horas semanales; esto permite que las actividades se desarrollen dentro del aula de forma presencial, facilitando la intervención del docente y la observación del entorno educativo y usar estas observaciones para retroalimentar la teoría, detectar posibles mejoras en el diseño e implementación de las actividades siguientes y llevarlas a cabo. En el Anexo A se presenta el cronograma de actividades y los tiempos estimados para su ejecución.

La secuencia didáctica durante la fase de actividades de intervención se divide en tres tipos:

### 3.2.1 Actividad diagnóstica

Siendo una actividad diagnóstica, se busca caracterizar el nivel de desarrollo en los procesos del pensamiento matemático que han alcanzado los estudiantes sin que se haya realizado intervención docente previa. Para ello, se les aplica una prueba escrita que

consta de ocho preguntas, que giran en torno a una situación problematizadora. Las preguntas involucran uno o varios procesos simultáneamente.

La situación problematizadora se ubica en el contexto de la mecánica clásica, particularmente en el análisis de movimiento basado en las leyes de Newton (ver Anexo B). La elección del contenido temático de la prueba se determinó con base en los temas abordados en clase de acuerdo a la malla curricular de la asignatura al momento de la prueba.

La prueba es de carácter individual, donde la intervención docente es mínima y limitada a auxiliar en la interpretación de las preguntas. El tiempo estimado es de una hora y media y se espera que, al finalizar la actividad, se realice una actividad posterior de intervención docente donde se realice una retroalimentación a partir de las observaciones en la ejecución de la actividad y el desempeño de los estudiantes.

### **3.2.2 Actividad de afianzamiento**

La actividad también se refiere al análisis de movimiento basado en las leyes de Newton (ver Anexo C). La situación problematizadora busca familiarizar al estudiante con los contenidos abarcados en la actividad anterior y su posterior retroalimentación, con un nivel de dificultad moderadamente superior y atendiendo a las observaciones realizadas en ella al momento de rediseñar y adaptar el contenido de la actividad.

La prueba sigue siendo de carácter individual, sin embargo, durante períodos establecidos previamente, se permite la comunicación abierta entre los estudiantes y durante la actividad la participación del docente es con fines de acompañamiento.

La actividad de afianzamiento consta de ocho preguntas, que abarcan todos los procesos del pensamiento físico matemático pero especialmente enfocado en la identificación de las variables involucradas y la creación de modelos en diferentes registros de representación semiótica para realizar predicciones del fenómeno físico involucrado y proponer diversas formas de solución del problema. El tiempo estimado para la prueba es de una hora y media.



Adicionalmente, también se realiza una nueva actividad de intervención docente, en la cual se realiza una retroalimentación de la actividad y se exploran las formas en que se pueden realizar predicciones y encontrar relación entre las variables apoyándose en los diferentes modelos del fenómeno propuesto.

### **3.2.3 Actividad de evaluación o reto**

Esta actividad sintetiza los objetivos planteados en las actividades anteriores, de tal manera que evalúa el desarrollo alcanzado por los estudiantes al culminar la secuencia didáctica. Se asemeja a las pruebas anteriores en su estructura y el contexto temático pero superior en su grado de dificultad. Adicionalmente se rediseña acatando las observaciones evidenciadas en la aplicación de las pruebas anteriores.

El tiempo estipulado para el desarrollo de la actividad es de dos horas. Del mismo modo que en la prueba de afianzamiento, se mantiene la modalidad individual pero con pertinentes espacios de comunicación entre los estudiantes. Por tener un carácter evaluativo, la intervención del docente es con fines de interpretación y acompañamiento necesario.

Las trece preguntas de la actividad buscan identificar con la mayor claridad posible el desarrollo en los procesos y subprocesos del pensamiento físico matemático mediante el planteamiento de una situación problematizadora que, si bien es distinta a las anteriores, conserva el contexto temático con el cual los estudiantes ya se encuentran familiarizados. De este modo, se permite evidenciar el desarrollo de los procesos sin que el dominio de los conceptos y las temáticas curriculares se conviertan en un obstáculo para el análisis de los resultados.

## **3.3 Población**

Se implementa la secuencia didáctica propuesta en el grado décimo y undécimo del Liceo Arquidiocesano de Nuestra Señora LANS Masculino ubicado en el sector urbano de la ciudad de Manizales, Caldas. La institución es de carácter no oficial y aplica el modelo pedagógico Escuela Nueva. El desempeño académico de sus estudiantes y los resultados en las pruebas de Estado la posicionan como una de las mejores instituciones educativas a nivel departamental.

La población estudiada consta de 92 participantes: 48 del grado décimo y 48 del grado undécimo. Todos pertenecen al sector urbano de la ciudad y en su mayoría son de estrato medio. Sus edades oscilan entre los 15 y 17 años para los estudiantes de grado décimo y entre los 17 y 18 para los estudiantes de grado undécimo.

### **3.4 Fuentes de información**

Con el objetivo de determinar el desarrollo de los procesos asociados al pensamiento físico matemático, se usará la producción escrita de la población de estudio realizada en las actividades de diagnóstico, afianzamiento y evaluación. Adicionalmente, se tienen datos proporcionados por el docente investigador en las observaciones del entorno educativo durante la ejecución de las actividades.

### **3.5 ¿Cómo se analizarán los resultados?**

Díaz Torres (2021) establece una serie de procesos asociados al pensamiento físico matemático; estos se definen como las principales habilidades que al final de grado décimo se espera desarrollar en el estudiante. Para cada proceso, se determinan además algunos subprocesos que se refieren a los desempeños que se deben cumplir. Los procesos y sus respectivos subprocesos se enuncian a continuación:

- 1. Identificación de variables en un sistema físico y la forma en que se relacionan, a partir de la observación y experimentación.**
  - a. Reconoce las variables involucradas en un fenómeno físico y posibles dependencias entre ellas.
  - b. Formula preguntas a partir de la observación de un fenómeno, propone hipótesis e idea métodos experimentales para verificarlas.
  - c. Diseña experimentos que le permitan identificar la relación entre variables, eligiendo instrumentos adecuados y registrando la información pertinente.

**2. Construcción de modelos en múltiples sistemas de representación semiótica que permitan la descripción y predicción de fenómenos físicos.**

- a. Muestra la variación de las magnitudes físicas en diferentes sistemas de representación (gráfica, esquema, algebraica, tabular y fenomenológica) y comunica hipótesis o resultados a partir de estas representaciones.
- b. Identifica las estructuras matemáticas adecuadas para solucionar un problema, argumentando su pertinencia a partir del comportamiento de las variables. Y realiza los tratamientos necesarios dentro de un mismo registro semiótico.
- c. Construye modelos gráficos o algebraicos que le permitan realizar predicciones sobre un fenómeno físico.

**3. Explicación de fenómenos naturales a partir del comportamiento de las variables.**

- a. Clasifica los fenómenos naturales de acuerdo al comportamiento de sus variables.
- b. Construye explicaciones de los fenómenos naturales desde un lenguaje matemático, relacionando el comportamiento de las variables con los conceptos y leyes físicas. (Díaz Torres, 2021, pp. 45-46)

Para el análisis del desempeño de los estudiantes en los diferentes procesos y subprocesos del pensamiento físico matemático, se establece una clasificación por grupos de desarrollo. La clasificación corresponde a una adaptación de la rúbrica planteada por Díaz Torres (2021) para la clasificación de la población de acuerdo al nivel de desarrollo de las habilidades que son variable de estudio.

En estos grupos, se caracteriza el rendimiento en las habilidades asociadas en los procesos desde el grupo 1, conformado por estudiantes que no evidencian de las habilidades relacionadas a los procesos, hasta el grupo 5, que se asocia a la completa ejecución y demostración de estas. La naturaleza numérica y ascendente de la caracterización de los grupos es un indicador de la demostración de habilidades ausentes en un grupo anterior.

Es importante aclarar que, al establecer una escala de niveles, no se pretende cambiar la naturaleza cualitativa de la investigación. Se busca facilitar la comparación y el análisis de los resultados, toda vez que se trata de sintetizar las posibles expresiones del desarrollo

de los procesos del pensamiento físico matemático y proporcionar una herramienta de caracterización más detallada para los avances en los mismos.

A continuación se presenta la caracterización por niveles para el desarrollo de los procesos mencionados:

**Proceso 1: Identificación de variables en un sistema físico y la forma en que se relacionan, a partir de la observación y experimentación.**

**Nivel 1:** No reconoce las variables presentes en un fenómeno físico.

**Nivel 2:** Reconoce algunas variables presentes en un fenómeno físico.

**Nivel 3:** Reconoce las variables involucradas en un fenómeno físico, se formula preguntas y plantea hipótesis sobre su posible relación.

**Nivel 4:** Reconoce las variables involucradas en un fenómeno físico, se formula preguntas y plantea hipótesis sobre su posible relación y propone con poca claridad experimentos que permitan identificar la relación entre las variables.

**Nivel 5:** Reconoce las variables involucradas en un fenómeno físico y aplicando el método científico determina la relación entre las variables.

**Proceso 2: Construcción de modelos en múltiples sistemas de representación semiótica que permitan la descripción y predicción de fenómenos físicos.**

**Nivel 1:** No representa fenómenos físicos en ningún registro de representación semiótica.

**Nivel 2:** Representa los fenómenos físicos en algún registro adecuado de representación semiótica.

**Nivel 3:** Representa en varios registros semióticos la relación entre variables de un fenómeno físico comunicando la pertinencia de los mismos.

**Nivel 4:** Representa en varios registros semióticos la relación entre las variables, argumenta adecuadamente la pertinencia de los mismos e identificando las estructuras matemáticas que modelan las variables de estudio.

**Nivel 5:** Representa los fenómenos físicos en distintos tipos de representación semiótica, elabora descripciones y predicciones sobre los mismos argumentando su pertinencia.

**Proceso 3: Explicación de fenómenos naturales a partir del comportamiento de las variables.**

**Nivel 1:** No logra identificar los conceptos asociados a un fenómeno natural.

**Nivel 2:** Identifica algunos conceptos asociados a un fenómeno natural.

**Nivel 3:** Identifica los conceptos asociados a un fenómeno natural y los clasifica con dificultad de acuerdo al comportamiento de las variables.

**Nivel 4:** Clasifica los fenómenos naturales de acuerdo al comportamiento de sus variables, construye con poca claridad explicaciones de un fenómeno a partir de un modelo matemático relacionando los conceptos y leyes físicas involucradas

**Nivel 5:** Explica fenómenos naturales a partir del comportamiento de sus variables asociando a modelos, leyes físicas y conceptos relacionados. (Díaz Torres, 2021)



## **Capítulo 4 Resultados y discusión**

Los resultados descritos en este capítulo corresponden a lo reportado a través de la producción escrita y las observaciones de aula a través de cada tipo de actividades realizadas durante la fase de aplicación de la secuencia didáctica. El análisis de los resultados se efectuó a partir del nivel de desarrollo de los procesos del pensamiento físico matemático. Para ello, se definió una distribución de cinco niveles asociados a cada proceso del pensamiento cuya rúbrica de caracterización se describió en el capítulo anterior.

### **4.1 Actividad diagnóstica**

Durante la aplicación de la actividad diagnóstica dentro del aula es pertinente destacar algunas dificultades que tuvieron los estudiantes en el momento de desarrollarla, relacionadas con el desconocimiento de términos como “modelar”, o la falta de familiarización con vocablos técnicos propios de las ciencias. Preguntas dirigidas al profesor como, “¿qué significa variable?”, “¿a qué se refiere con modelo?”, fueron el común denominador durante la fase diagnóstica, por lo que se hizo necesaria su intervención para ayudarles en sus interrogantes, dudas, y el uso correcto del vocabulario estadístico.

#### **4.1.1 Resultados del desempeño en el proceso 1**

El primer proceso del pensamiento físico matemático hace referencia a la identificación y relación de variables involucradas en un fenómeno físico. Para el desarrollo de este proceso, el estudiante debe adquirir habilidades que le permitan reconocer las variables que actúan en un sistema físico, formular preguntas e hipótesis sobre la forma en que estas variables se relacionan y plantear experimentos adecuados que le permitan verificar las hipótesis planteadas.

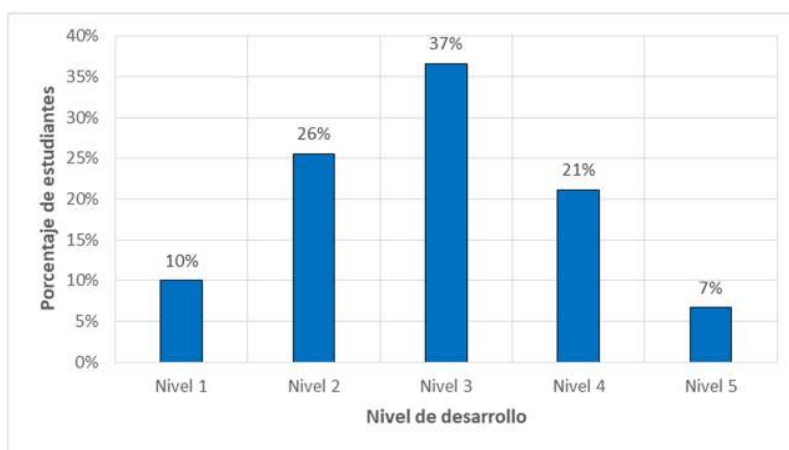
En este proceso, la mayor parte de los estudiantes fueron clasificados en el nivel 3 de desarrollo. Mayoritariamente, los estudiantes tuvieron la capacidad de identificar las variables presentes en el fenómeno físico descrito en la situación problematizadora y establecer hipótesis sobre la relación que guardaban entre sí.

Sin embargo, se presentaron falencias evidentes frente al diseño de experimentos y la validación de las hipótesis propuestas, en consecuencia, se proponen estos aspectos como eje central para abordar en una de las fases de intervención.

Finalmente, solo un 7% de los estudiantes alcanzó un nivel superior de desarrollo en este proceso, en contraste al 10% que se ubicó en el nivel inferior. En la Figura 4-1 se detalla la distribución de los estudiantes en relación a los niveles de desarrollo del proceso 1 del pensamiento físico matemático y, a continuación, se realiza una descripción de algunos aspectos particularmente relevantes encontrados en cada nivel de desarrollo.

**Figura 4-1**

*Desarrollo de Proceso 1: Actividad diagnóstica*



**Fuente:** Elaboración propia.

**Nivel 1: No reconoce las variables presentes en un fenómeno físico.**

En este nivel se ubica el 10% de la población que corresponde a estudiantes que no logran identificar las variables presentes en la situación problematizadora planteada o que



realizan una caracterización no adecuada de las mismas. Debido a esto, no pueden establecer relaciones entre las variables anteriormente mencionadas o proponer experimentos que les permitan encontrarlas.

En la Figura 4-2 se observa un estudiante que, al preguntarle sobre las variables físicas involucradas en la situación y las unidades adecuadas para medir dichas variables, confunde el concepto de variable y menciona el tipo de movimiento involucrado.

### Figura 4-2

*Respuesta a la pregunta 1 de la actividad diagnóstica – Estudiante 45*

1. ¿Cuáles son las variables físicas involucradas en esta situación, en qué unidades sería apropiado medirlas?

Movimiento rectilíneo uniforme  
 velocidad

**Fuente:** Elaboración de estudiante.

Otros estudiantes en cambio describen unidades para medir las variables involucradas pero no identifican la magnitud a la cual se relacionan (Figura 4-3).

### Figura 4-3

*Respuesta a la pregunta 1 de la actividad diagnóstica – Estudiante 46*

1. ¿Cuáles son las variables físicas involucradas en esta situación, en qué unidades sería apropiado medirlas?

SEERÁ APROPIADO MEDIRLA CON  
 LAS UNIDADES SIGUIENTES:

m/s

**Fuente:** Elaboración de estudiante.

Algunos estudiantes trastocan los conceptos de unidad y ecuación, de esta forma, al pedirles que identifiquen las unidades adecuadas para medir las variables, describen ecuaciones para encontrarlas, como se muestra en la Figura 4-4.

#### Figura 4-4

Respuesta a la pregunta 1 de la actividad diagnóstica – Estudiante 69

1. ¿Cuáles son las variables físicas involucradas en esta situación, en qué unidades sería apropiado medirlas?

Fricción =  $\mu \cdot N$   
vel =  $x \cdot T$

Fuente: Elaboración de estudiante.

#### Nivel 2: Reconoce algunas variables presentes en un fenómeno físico.

En este nivel se halla el 26% de los estudiantes. Entre ellos, se encuentran algunos que, a pesar de que pueden identificar variables presentes en el fenómeno descrito, no logran identificar posibles formas en que se relacionan. En la Figura 4-5 se observa a un estudiante que no encuentra una relación adecuada entre la fuerza aplicada y la velocidad a la que se mueve el objeto.

#### Figura 4-5

Respuesta a la pregunta 4 de la actividad diagnóstica – Estudiante 14

4. ¿Por qué el niño y el trineo se mueven a velocidad constante a pesar de que el niño está aplicando una fuerza constante?

R// Porque el niño tiene que seguir la misma  
velocidad para no dejar ir el trineo

Fuente: Elaboración de estudiante.

En la Figura 4-6 se identifica a un estudiante que no relaciona las variables que se le proponen y, en cambio, establece relaciones de causalidad incongruentes para el fenómeno de estudio.

**Figura 4-6**

*Respuesta a la pregunta 4 de la actividad diagnóstica – Estudiante 35*

4. ¿Por qué el niño y el trineo se mueven a velocidad constante a pesar de que el niño está aplicando una fuerza constante? *R/ Porque el rozamiento no afecta mucho en el hielo, por eso*

**Fuente:** Elaboración de estudiante.

Adicionalmente, hay estudiantes que identificaron las variables involucradas, pero evidencian falencias conceptuales que les impiden encontrar la relación entre las mismas. El estudiante expuesto en la Figura 4-7 inserta atributos de un movimiento donde la velocidad varía dentro un movimiento a velocidad constante.

**Figura 4-7**

*Respuesta a la pregunta 4 de la actividad diagnóstica – Estudiante 48*

4. ¿Por qué el niño y el trineo se mueven a velocidad constante a pesar de que el niño está aplicando una fuerza constante?  
*Porque la fuerza de rozamiento hace que disminuya un poco la velocidad pero lo mantiene constante*

**Fuente:** Elaboración de estudiante.

**Nivel 3: Reconoce las variables involucradas en un fenómeno físico, se formula preguntas y plantea hipótesis sobre su posible relación.**

El nivel 3 abarca al 37% de los estudiantes. Se refiere a los estudiantes que, además de identificar las variables involucradas en el fenómeno de estudio, al igual que el nivel anterior, plantean hipótesis adecuadas o congruentes sobre la posible relación entre las variables.

Algunos estudiantes formularon hipótesis adecuadas sobre la relación entre variables como la fuerza de rozamiento y la velocidad del objeto (Figura 4-8).

### Figura 4-8

*Respuesta a la pregunta 6 de la actividad diagnóstica – Estudiante 18*

6. ¿Cómo cambiaría la situación si la nieve se volviera más pesada y difícil de empujar?  
Identifica cómo esto afectaría las variables involucradas.

El niño tendría que aplicar una fuerza superior a la fricción entre el trineo y la nieve para así lograr moverlo.

**Fuente:** Elaboración de estudiante.

El estudiante mostrado en la Figura 4-9 identifica correctamente la forma en que una fuerza afecta el movimiento.

### Figura 4-9

*Respuesta a la pregunta 7 de la actividad diagnóstica – Estudiante 38*

7. Si el niño dejara de aplicar la fuerza, ¿qué ocurriría con el trineo?

el trineo empezaría a desacelerar gracias al rozamiento de la nieve hasta parar

**Fuente:** Elaboración de estudiante.

Sin embargo, la falencia más destacada de los estudiantes durante la prueba diagnóstica se presentó en el diseño de experimentos para comprobar sus hipótesis. Los estudiantes mostrados anteriormente (Figuras 4-8 y 4-9) no manifiestan formas experimentales para comprobar sus hipótesis. La mayor parte de las propuestas experimentales no eran congruentes con la situación planteada o guardaban una mayor semejanza a un ejercicio o problema propuesto en clase que al diseño de un experimento (Figura 4-10).

Figura 4-10

Respuesta a la pregunta 8 de la actividad diagnóstica – Estudiante 43

8. Diseña un experimento en el cual puedas determinar a qué velocidad se mueve el niño y cuánto vale la resistencia de la nieve con el trineo. Incluye todos los detalles que consideres pertinentes (instrumentos, medidas, procesos).

$$\begin{array}{l}
 W. \text{ trineo: } 12 \text{ kg} \\
 \mu: 0,4 \\
 W. \text{ niño: } 45 \text{ kg} \\
 F. \text{ aplicada: } 200 \text{ New} \\
 x: 3000 \text{ mts} \\
 t: 20 \text{ mins}
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 v: x \div t = \\
 3000 \div 1200 = 2,5 \text{ m/s}
 \end{array}$$

Fuente: Elaboración de estudiante.

**Nivel 4: Reconoce las variables involucradas en un fenómeno físico, se formula preguntas y plantea hipótesis sobre su posible relación y propone con poca claridad experimentos que permitan identificar la relación entre las variables.**

En contraste a los diseños experimentales propuestos por los estudiantes clasificados en el nivel anterior, el 21% de los estudiantes realiza propuestas experimentales más adecuadas para medir las variables del fenómeno o validar en la veracidad de sus hipótesis. Sin embargo, los experimentos planteados carecen de claridad en la metodología, no especifican los instrumentos o no verifican la forma en que el experimento otorga validez a las hipótesis.

El experimento planteado por el estudiante en la Figura 4-11 omite detalles sobre la metodología con la cual busca encontrar la velocidad del trineo, y no especifica algún método para verificar que el movimiento es uniforme.

**Figura 4-11**

*Respuesta a la pregunta 8 de la actividad diagnóstica – Estudiante 9*

8. Diseña un experimento en el cual puedas determinar a qué velocidad se mueve el niño y cuánto vale la resistencia de la nieve con el trineo. Incluye todos los detalles que consideres pertinentes (instrumentos, medidas, procesos).

Instrumentos: Cronometro y un metro

Medidas: Medir duración del movimiento y medir distancia recorrida. Saber fricción de la nieve

Proceso: Hacer que el niño mueva el trineo hasta cierta distancia, cronometrar el tiempo que tarda hasta llegar hasta el otro punto, para que así con esos datos se puedan aplicar las fórmulas y encontrar más datos del experimento

**Fuente:** Elaboración de estudiante.

El estudiante E24 (Figura 4-12) diseña un experimento para calcular el coeficiente de fricción en lugar de la fuerza de rozamiento. Además, el experimento planteado para encontrar la velocidad del trineo carece de un método para comprobar que se mueve a velocidad constante.

**Figura 4-12**

*Respuesta a la pregunta 8 de la actividad diagnóstica – Estudiante 24*

8. Diseña un experimento en el cual puedas determinar a qué velocidad se mueve el niño y cuánto vale la resistencia de la nieve con el trineo. Incluye todos los detalles que consideres pertinentes (instrumentos, medidas, procesos).

1) Calcular  $\mu$  (el coeficiente de rozamiento) entre el trineo y la nieve, resbalando uno sobre otro, midiendo el ángulo con el que cae y a partir de ahí calcular  $\mu$   
2) teniendo esos cálculos pedirle al niño que se desplace 10 m, / con un cronómetro medir el tiempo que se tarda en recorrerlos, como es velocidad constante se aplica la fórmula  $v = \frac{x}{t}$  para determinar cuántos m/s recorre el niño  
3) Si se quiere la velocidad en un plano totalmente liso se hace el mismo proceso, pero sin calcular  $\mu$

**Fuente:** Elaboración de estudiante.

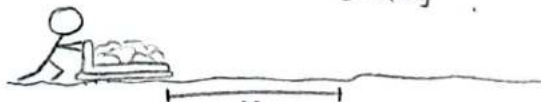
Finalmente, algunos estudiantes (Figura 4-13) plantean un diseño experimental adecuado para medir la velocidad y la fuerza de rozamiento del fenómeno pero no indican los instrumentos con los cuales podrían realizar las mediciones pertinentes.

### Figura 4-13

Respuesta a la pregunta 8 de la actividad diagnóstica – Estudiante 90

8. Diseña un experimento en el cual puedas determinar a qué velocidad se mueve el niño y cuánto vale la resistencia de la nieve con el trineo. Incluye todos los detalles que consideres pertinentes (instrumentos, medidas, procesos).

(R)



• Para hallar la velocidad, podríamos colocar el cuánto recorre el niño en 1 seg, entonces con este dato se usaría la fórmula.

$$V = \frac{x}{t} = \frac{x}{1 \text{ seg}} \rightarrow \text{lo que recorrió}$$

↓  
Velocidad constante

• Para hallar la resistencia, usaríamos la sumatoria de fuerzas y despejamos

$$\Sigma F = F - F_r = 0$$

$$F = F_r$$

Entonces la fuerza que haga el niño será la misma que haga la resistencia.

Fuente: Elaboración de estudiante.

**Nivel 5: Reconoce las variables involucradas en un fenómeno físico y aplicando el método científico determina la relación entre las variables.**

Un pequeño porcentaje (7%) de los estudiantes, haciendo uso del método científico lograron establecer posibles relaciones entre las variables asociadas al fenómeno físico de la situación problema. Bajo la premisa inicial de que el movimiento del trineo era de velocidad uniforme, diseñaron experimentos donde, a través de la medición de variables, pueden calcular la velocidad del trineo y la fuerza de fricción de este con la nieve. A continuación se muestra la transcripción del diseño experimental expuesto por uno de los estudiantes clasificados en el nivel 5 (E77).

E77:

*Para medir la velocidad, usaría un metro y un cronómetro, con el metro mediría ciertas distancias y con el cronómetro mediría lo que se demoró el niño en recorrerlas y con la fórmula  $v=x/t$  tendría su velocidad ya que es constante.*

*Para medir la resistencia con la nieve, mediría con un dinamómetro la fuerza que hace el niño para mover el trineo porque esta es equivalente a la fricción, luego mediría la masa del trineo con una pesa y sacar así su peso y por ende su normal.*

*Para sacar el coeficiente de rozamiento de la nieve se puede despejar de la fórmula del rozamiento  $\mu=Fr/N$ .*

#### **4.1.2 Resultados del desempeño en el proceso 2**

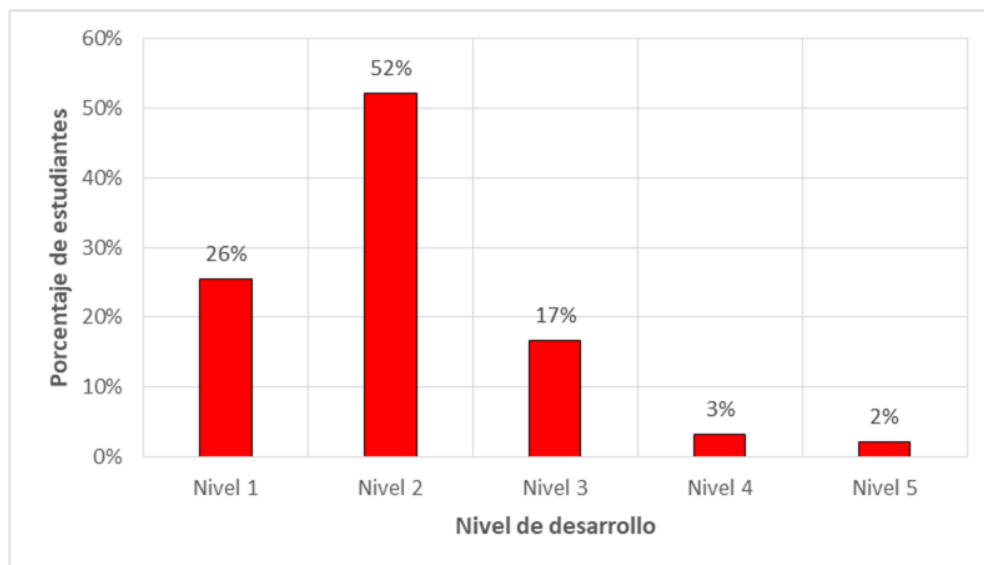
El segundo proceso del pensamiento físico matemático se asocia a la modelación: una habilidad inherente al pensamiento matemático. La construcción de modelos en diferentes sistemas de representación semiótica es el punto de partida para la descripción de fenómenos naturales y la predicción de estos.

Se encontró que más de la mitad de los estudiantes realizan la representación de la situación problema en algún registro semiótico adecuado (Figura 4-14). Sin embargo, presentaron falencias en la comunicación y argumentación de su pertenencia. En ocasiones, los registros semióticos no guardaban una relación entre sí o eran inadecuados.



**Figura 4-14**

*Desarrollo del proceso 2: Actividad diagnóstica*



**Fuente:** Elaboración propia.

Los estudiantes, en general, desconocen o manejan parcialmente algunos métodos de tratamiento de los registros semióticos como por ejemplo, despejar una variable de una ecuación, identificar relaciones de proporcionalidad en una expresión matemática o transformar un registro semiótico en otro. Esto les impide realizar correctamente las descripciones o predicciones del fenómeno que podrían surgir a partir del análisis de los modelos construidos.

**Nivel 1: No representa fenómenos físicos en ningún registro de representación semiótica.**

En este grupo se ubica el 26% de los educandos. Estos se clasifican en este grupo dado que no representan la situación estudiada en algún registro de representación semiótica adecuado o la representación realizada no guarda coherencia con el fenómeno descrito en la situación problema.

En la Figura 4-15, se presenta un modelo algebraico que no es coherente a la situación presentada.

**Figura 4-15**

*Respuesta a la pregunta 3 de la actividad diagnóstica – Estudiante 35*

3. Crea un modelo que explique cómo las fuerzas se equilibran para mantener la velocidad constante.

$$V = F$$

$$m \cdot a = N$$

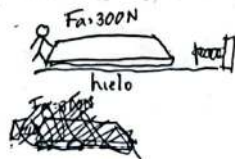
**Fuente:** Elaboración de estudiante.

Algunos estudiantes emplearon registros pictóricos para modelar la situación problema pero no eran congruentes con el fenómeno descrito o no permiten explicar la forma en que se relacionan las variables involucradas. (Figuras 4-16 y 4-17).

**Figura 4-16**

*Respuesta a la pregunta 3 de la actividad diagnóstica – Estudiante 25*

3. Crea un modelo que explique cómo las fuerzas se equilibran para mantener la velocidad constante.



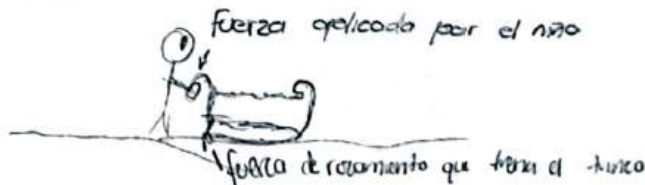
esto lo que hace es que el niño pone una fuerza y el resorte absorbe toda esta fuerza haciendo que el objeto quede estático o sea en equilibrio

**Fuente:** Elaboración de estudiante.

**Figura 4-17**

*Respuesta a la pregunta 3 de la actividad diagnóstica – Estudiante 26*

3. Crea un modelo que explique cómo las fuerzas se equilibran para mantener la velocidad constante.



**Fuente:** Elaboración de estudiante.

**Nivel 2: Representa los fenómenos físicos en algún registro adecuado de representación semiótica.**

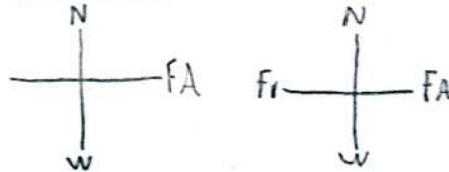
En este nivel se localiza el 52% de la población estudiada. Algunos estudiantes realizaron una representación adecuada del fenómeno en algún registro semiótico, pero presentaron falencias al momento de realizar conversiones a otro tipo de registro.

El estudiante mostrado en la Figura 4-18 realiza la representación de la figura correcta de la situación pero no logra convertirla en una representación algebraica equivalente.

**Figura 4-18**

*Respuesta a las preguntas 2 y 3 de la actividad diagnóstica – Estudiante 40*

2. Dibuja un diagrama de cuerpo libre para el niño y el trineo y representa las fuerzas que actúan sobre ellos.



3. Crea un modelo que explique cómo las fuerzas se equilibran para mantener la velocidad constante.



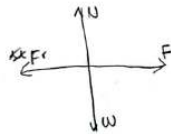
**Fuente:** Elaboración de estudiante.

En la Figura 4-19 se muestra un estudiante que realiza correctamente una figura de las fuerzas involucradas pero el modelo algebraico planteado a partir de esta no es coherente.

**Figura 4-19**

*Respuesta a las preguntas 2 y 3 de la actividad diagnóstica – Estudiante 64*

2. Dibuja un diagrama de cuerpo libre para el niño y el trineo y representa las fuerzas que actúan sobre ellos.



3. Crea un modelo que explique cómo las fuerzas se equilibran para mantener la velocidad constante.

$$V_i = V_f \quad Q = \emptyset$$

**Fuente:** Elaboración de estudiante.

**Nivel 3: Representa en varios registros semióticos la relación entre variables de un fenómeno físico comunicando la pertinencia de los mismos.**

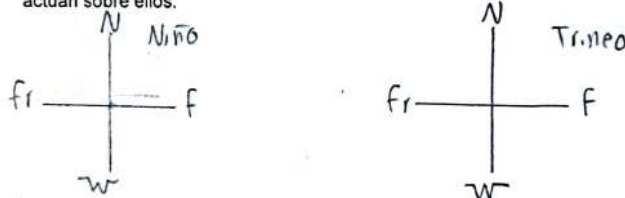
El nivel 3 es conformado por los estudiantes que adecuadamente representaron el fenómeno estudiado en diferentes registros semióticos coherentes entre sí. En este grupo se encuentra el 17% de la población.

En la Figura 4-20 se muestra una representación consistente de las fuerzas que actúan sobre el trineo y una conversión congruente hacia un registro algebraico.

**Figura 4-20**

*Respuesta a las preguntas 2 y 3 de la actividad diagnóstica – Estudiante 18*

2. Dibuja un diagrama de cuerpo libre para el niño y el trineo y representa las fuerzas que actúan sobre ellos.



3. Crea un modelo que explique cómo las fuerzas se equilibran para mantener la velocidad constante.

$$\sum f_x = F - fr = 0$$

$$\sum f_y = N - W = 0$$

**Fuente:** Elaboración de estudiante.

A pesar de que las representaciones son correctas y los modelos algebraicos son coherentes, los estudiantes clasificados en este nivel no perciben los modelos matemáticos intrínsecos a estas. Las descripciones de los fenómenos no se basan en el tratamiento de los modelos construidos, más bien, son de naturaleza hipotética.

Esto quiere decir que algunos estudiantes crearon modelos algebraicos pertinentes a la situación planteada, pero no se tuvieron en cuenta a la hora de realizar las descripciones del fenómeno. Las descripciones se realizaron con base en hipótesis o conceptos preconcebidos de los estudiantes (Figura 4-21).

### Figura 4-21

*Respuesta a las preguntas 3 y 4 de la actividad diagnóstica – Estudiante 75*

3. Crea un modelo que explique cómo las fuerzas se equilibran para mantener la velocidad constante.

$$F_x = F = R$$

$$F_y = N = W$$

4. ¿Por qué el niño y el trineo se mueven a velocidad constante a pesar de que el niño está aplicando una fuerza constante?

R/ Debido a que la fricción con la nieve frena el trineo a pesar de la fuerza aplicada por el niño, también aplica el factor de que el trineo está lleno de juguetes y esto también impide que el niño pueda mover muy rápido el trineo

**Fuente:** Elaboración de estudiante.

**Nivel 4: Representa en varios registros semióticos la relación entre las variables, argumenta adecuadamente la pertinencia de los mismos e identificando las estructuras matemáticas que modelan las variables de estudio.**

El 3% de los estudiantes percibe las estructuras matemáticas propias de la modelación de las variables. Estos buscan realizar descripciones de los fenómenos descritos en la

situación problema a partir del comportamiento de las variables descritas en los modelos (Figura 4-22).

**Figura 4-22**

*Respuesta a las preguntas 3 y 4 de la actividad diagnóstica – Estudiante 90*

3. Crea un modelo que explique cómo las fuerzas se equilibran para mantener la velocidad constante.

$$\textcircled{R} \begin{aligned} \sum F_x &= F - F_r = 0 \\ \sum F_y &= N - w = 0 \end{aligned}$$

4. ¿Por qué el niño y el trineo se mueven a velocidad constante a pesar de que el niño está aplicando una fuerza constante?

$\textcircled{R}$  Porque las fuerza de rozamiento contrarresta la fuerza del niño en su totalidad, además de que también es constante.

**Fuente:** Elaboración de estudiante.

A pesar de lo anterior, las falencias en el tratamiento de estos modelos impiden una descripción más robusta de la situación problematizadora y no favorecen las posibles predicciones que pueden derivar de la construcción de los modelos algebraicos. En la Figura 4-23, el estudiante E79 realiza un tratamiento incorrecto de la representación algebraica del fenómeno. Esto le impide realizar una conjetura basada en el modelo y opta por dar una respuesta asociada a conocimientos previos de mecánica del movimiento.

**Figura 4-23**

*Respuesta a la pregunta 6 de la actividad diagnóstica – Estudiante 79*

6. ¿Cómo cambiaría la situación si la nieve se volviera más pesada y difícil de empujar? Identifica cómo esto afectaría las variables involucradas.

$$\sum F_y = N - w = 0$$

$$\sum F_x = 2F - 2F_r$$

$$2F - 2F_r = x$$

$x > 0$   
 $x$  es constante

La fuerza que hace el niño tendría que aumentar o la velocidad disminuir, ya que aumenta el rozamiento

**Fuente:** Elaboración de estudiante.

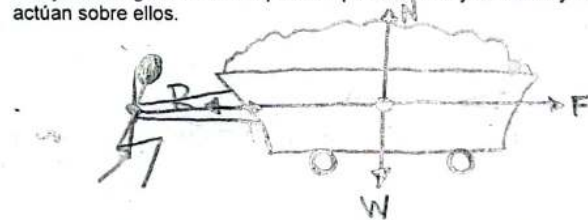
**Nivel 5: Representa los fenómenos físicos en distintos tipos de representación semiótica, elabora descripciones y predicciones sobre los mismos argumentando su pertinencia.**

El 2% de los estudiantes se clasifica en el nivel más alto de desarrollo para el proceso 2. Estos estudiantes representan el fenómeno en más de un registro semiótico, realizan descripciones del comportamiento de las variables y argumentos predictivos basados en la conversión adecuada de estos registros y el tratamiento de las estructuras matemáticas que de ellos deriva (Figuras 4-24 , 4-25 y 4-26).

**Figura 4-24**

*Respuesta a las preguntas 2,3 y 4 de la actividad diagnóstica – Estudiante 84*

2. Dibuja un diagrama de cuerpo libre para el niño y el trineo y representa las fuerzas que actúan sobre ellos.



3. Crea un modelo que explique cómo las fuerzas se equilibran para mantener la velocidad constante.

Fuerza suficiente para cancelarse con el rozamiento  $N = W$  normal cancela el peso en el niño y en el trineo  $F = R$

4. ¿Por qué el niño y el trineo se mueven a velocidad constante a pesar de que el niño está aplicando una fuerza constante?

Porque la fuerza aplicada es lo suficientemente alta para igualar la fuerza de rozamiento provocando un movimiento sin aceleraciones ni variabilidad.

**Fuente:** Elaboración de estudiante.

Figura 4-25

Respuesta a las preguntas 3 y 4 de la actividad diagnóstica – Estudiante 54

3. Crea un modelo que explique cómo las fuerzas se equilibran para mantener la velocidad constante.

$$\sum F_x = E - R = 0 \quad v_i = v_f \quad E = R$$

$$R = N \cdot \mu \quad \sum F_x = m \cdot a = 0$$

$$N = W \quad \sum F_x = m \cdot 0 = 0$$

4. ¿Por qué el niño y el trineo se mueven a velocidad constante a pesar de que el niño está aplicando una fuerza constante?

Fuerza es igual a masa por aceleración, para modificar la velocidad debe existir una aceleración que proporcione la fuerza ejercida. Como en este caso la aceleración es nula, significa que la sumatoria de fuerzas se cancela y la fuerza resultante es 0. Debido a que la masa no desaparece, la variable en 0 es la aceleración y el movimiento que resulta es uniforme.

Fuente: Elaboración de estudiante.

Figura 4-26

Respuesta a la pregunta 6 de la actividad diagnóstica – Estudiante 77

6. ¿Cómo cambiaría la situación si la nieve se volviera más pesada y difícil de empujar? Identifica cómo esto afectaría las variables involucradas.

Si la nieve fuera más difícil de empujar, la fricción con el trineo aumentaría. Haciendo que el niño tuviese que aumentar la fuerza para mantener la velocidad constante.

Si el niño no aumenta la fuerza, la aceleración sería negativa, lo cual haría frenar la caja hasta que pare.

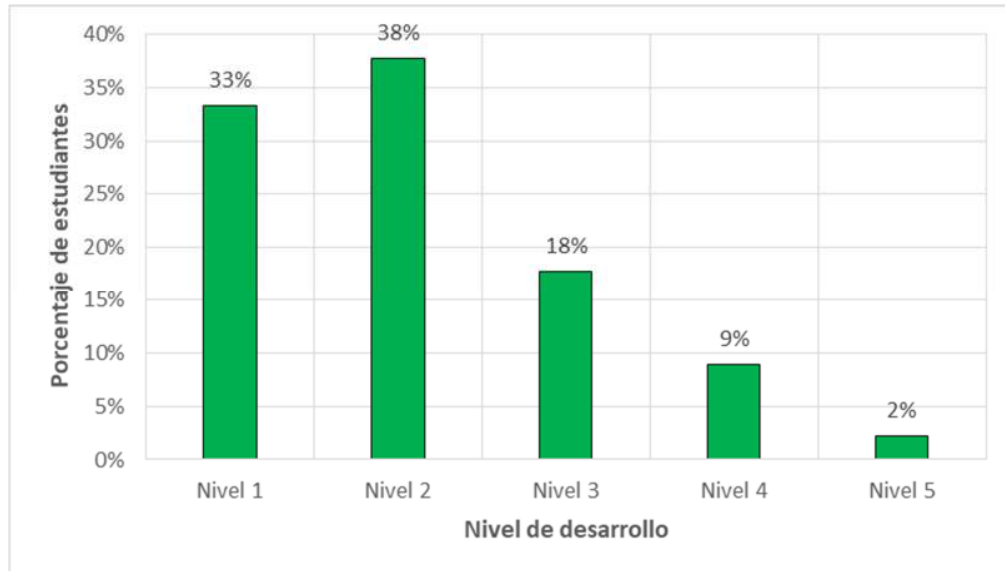
Si el niño sí aumenta la fuerza, la aceleración seguiría siendo 0, por lo que la velocidad seguiría siendo constante.

Fuente: Elaboración de estudiante.

### 4.1.3 Resultados del desempeño en el proceso 3

En términos generales, más del 70% de los estudiantes se encuentran en los niveles más bajos de desempeño en este proceso. La poca o nula capacidad para identificar los conceptos referentes a un fenómeno natural dificulta clasificar los fenómenos o proponer explicaciones frente a los modelos matemáticos relacionados. La Figura 4-27 resume el desempeño manifestado por los estudiantes en el proceso 3.



**Figura 4-27***Desarrollo de Proceso 3: Actividad Diagnóstica***Fuente:** Elaboración propia.**Nivel 1: No logra identificar los conceptos asociados a un fenómeno natural.**

La tercera parte de la población presenta falencias en la identificación de conceptos asociados al movimiento de los cuerpos y su relación con las fuerzas externas aplicadas sobre ellos. Por consiguiente, no logran caracterizar si el movimiento de un cuerpo es uniforme o uniformemente acelerado con base en el comportamiento de las fuerzas.

Los estudiantes E25 y E29 no identifican la relación existente entre una fuerza constante aplicada sobre un cuerpo y el movimiento consecuente (Figuras 4-28 y 4-29).

**Figura 4-28***Respuesta a la pregunta 4 de la actividad diagnóstica – Estudiante 25*

4. ¿Por qué el niño y el trineo se mueven a velocidad constante a pesar de que el niño está aplicando una fuerza constante?

No hay rozamiento porque es constante y la fricción deja al cuerpo moverse constante es M.R.U.

**Fuente:** Elaboración de estudiante.

**Figura 4-29**

*Respuesta a la pregunta 7 de la actividad diagnóstica – Estudiante 29*

7. Si el niño dejara de aplicar la fuerza, ¿qué ocurriría con el trineo?

seguida con la  
misma velocidad  
ya que es  
un movimiento  
uniforme

**Fuente:** Elaboración de estudiante.

**Nivel 2: Identifica algunos conceptos asociados a un fenómeno natural.**

Si bien, el 38% de los estudiantes puede identificar conceptos como fuerza, velocidad, aceleración, presentan dificultades para clasificar los fenómenos de acuerdo al comportamiento de las variables.

El estudiante E85 (Figura 4-30) identifica los conceptos de velocidad, aceleración y fuerza presentes en la situación problema, sin embargo, diseña un experimento donde simula posibles valores para las variables; a pesar de que el movimiento del trineo se daba a velocidad constante, plantea un cambio de velocidad y calcula una aceleración.

**Figura 4-30**

*Respuesta a la pregunta 8 de la actividad diagnóstica – Estudiante 85*

8. Diseña un experimento en el cual puedas determinar a qué velocidad se mueve el niño y cuánto vale la resistencia de la nieve con el trineo. Incluye todos los detalles que consideres pertinentes (instrumentos, medidas, procesos).

¿Cuál es la aceleración del niño?

$V_i \rightarrow 10 \text{ m/s}$   
 $V_f \rightarrow 5 \text{ m/s}$   
 $x \rightarrow 20 \text{ m}$   
 $t \rightarrow 10 \text{ s}$   
 $J_r \rightarrow 0,8 \text{ N}$   
 $J_s \rightarrow 30 \text{ N}$   
 $P_1 \rightarrow 50 \text{ kg}$   
 $P_2 \rightarrow 10 \text{ kg}$

$$a = \frac{V_i - V_f}{t}$$
$$\frac{10 \text{ m/s} - 5 \text{ m/s}}{10} \rightarrow 0,5 \text{ m/s}^2$$

**Fuente:** Elaboración de estudiante.

El estudiante E47 identifica correctamente el concepto de fuerza, pero no logra describir adecuadamente la forma en que las fuerzas que actúan sobre un cuerpo pueden garantizar que se mueva a velocidad constante (Figura 4- 31).

### Figura 4-31

*Respuesta a la pregunta 4 de la actividad diagnóstica – Estudiante 47*

4. ¿Por qué el niño y el trineo se mueven a velocidad constante a pesar de que el niño está aplicando una fuerza constante?

Por que al tener una fuerza constante no varia la sumatoria al tampoco variar el rozamiento teniendo una velocidad que no varia en el tiempo asen una velocidad constante.

**Fuente:** Elaboración de estudiante.

**Nivel 3: Identifica los conceptos asociados a un fenómeno natural y los clasifica con dificultad de acuerdo al comportamiento de las variables.**

El 18% de los estudiantes logra identificar los conceptos asociados al fenómeno de estudio y clasificarlo de acuerdo al comportamiento de las variables. Sin embargo, esta clasificación no obedece al análisis de un modelo matemático construido, en cambio, se manifiesta a través de hipótesis que carecen de métodos para su verificación.

En este sentido, en la producción escrita del estudiante mostrado en la Figura 4-32, realiza una predicción que no se basa en el análisis del modelo matemático previamente estructurado.

### Figura 4-32

*Respuesta a la pregunta 7 de la actividad diagnóstica – Estudiante 51*

7. Si el niño dejara de aplicar la fuerza, ¿qué ocurriría con el trineo?

R/ El trineo se detendría y quedaría inmóvil ya que no había alguna fuerza que lo mueva y por el terreno y condiciones de planitud y nieve estaría quieto

**Fuente:** Elaboración de estudiante.

**Nivel 4: Clasifica los fenómenos naturales de acuerdo al comportamiento de sus variables, construye con poca claridad explicaciones de un fenómeno a partir de un modelo matemático relacionando los conceptos y leyes físicas involucradas.**

Los estudiantes clasificados en el nivel 4, proponen explicaciones de los fenómenos basados en los modelos matemáticos planteados. Estos corresponden al 9% de los estudiantes. A pesar de lo anterior, las falencias en el tratamiento de los registros algebraicos dificultan la relación entre conceptos y las predicciones que de allí provengan.

El estudiante E73 identifica correctamente la presencia de la fuerza de rozamiento y basado en un modelo matemático previamente construido, establece correctamente la relación entre la fuerza que debe aplicar el niño para generar el movimiento y el rozamiento que actúa sobre el trineo. Sin embargo, en la construcción del modelo, aparece una segunda fuerza de rozamiento que puede causar errores en las predicciones provenientes del modelo Figura (4-33).

#### Figura 4-33

*Respuesta a la pregunta 6 de la actividad diagnóstica – Estudiante 73*

6. ¿Cómo cambiaría la situación si la nieve se volviera más pesada y difícil de empujar?  
Identifica cómo esto afectaría las variables involucradas.

El niño necesitaría más fuerza ( $F = F_{r1} + F_{r2}$ ), afectando  
todas las variables si se necesita de más fuerza para  
ir a la misma velocidad constante

**Fuente:** Elaboración de estudiante.

Por su parte, el estudiante E82 realiza un análisis correcto de un modelo algebraico que, a su vez, presenta errores conceptuales en su planteamiento (Figura 4-34).

**Figura 4-34**

*Respuesta a la pregunta 7 de la actividad diagnóstica – Estudiante 82*

7. Si el niño dejara de aplicar la fuerza, ¿que ocurriría con el trineo?

El trineo empieza a frenar hasta detenerse  
 $\Sigma x = -\text{fuerza fricción} + \text{fuerza niño} = -\text{fuerza de fricción}$   
 0

**Fuente:** Elaboración de estudiante.

**Nivel 5: Explica fenómenos naturales a partir del comportamiento de sus variables asociando a modelos, leyes físicas y conceptos relacionados.**

Finalmente, un menor porcentaje de estudiantes (2%) realiza pertinentemente explicaciones de los fenómenos planteados en la situación problematizadora conjugando el análisis de los modelos matemáticos, las leyes y conceptos involucrados.

Los estudiantes mostrados a continuación (Figuras 4-35, 4-36 y 4-37) evidencian el desarrollo completo del proceso 3 del pensamiento físico matemático, toda vez que proponen explicaciones y predicciones de fenómenos naturales a partir del análisis comportamental de las variables, los registros semióticos adecuados y los conceptos físicos involucrados.

**Figura 4-35**

*Respuesta a las preguntas 3 y 4 de la actividad diagnóstica – Estudiante 67*

3. Crea un modelo que explique cómo las fuerzas se equilibran para mantener la velocidad constante.

$\Sigma x = F - F_r = 0 \quad v = \dots$   
 F y Fr deben ser iguales



El diagrama muestra un niño a la izquierda tirando de un trineo hacia la derecha. Una flecha roja etiquetada como 'F' apunta hacia la derecha desde el niño, y otra flecha roja etiquetada como 'Fr' apunta hacia la izquierda desde el trineo. El trineo contiene una carga de nieve.

4. ¿Por qué el niño y el trineo se mueven a velocidad constante a pesar de que el niño está aplicando una fuerza constante?

Porque la fuerza de rozamiento es igual a la fuerza aplicada

**Fuente:** Elaboración de estudiante.

**Figura 4-36**

*Respuesta a las preguntas 3 y 4 de la actividad diagnóstica – Estudiante 72*

3. Crea un modelo que explique cómo las fuerzas se equilibran para mantener la velocidad constante.

$$\begin{aligned}\sum F_x &= \text{Fuerza niño} - \text{fuerza fricción} \\ (a=0) &= \text{fuerza niño} = \text{fuerza fricción} \\ \sum F_x &= 0\end{aligned}$$

4. ¿Por qué el niño y el trineo se mueven a velocidad constante a pesar de que el niño está aplicando una fuerza constante?

se mueve a velocidad constante pues la fuerza del niño es exactamente la misma fuerza que ejerce la fricción en sentido opuesto.

**Fuente:** Elaboración de estudiante.

**Figura 4-37**

*Respuesta a las preguntas 3 y 4 de la actividad diagnóstica – Estudiante 77*

7. Si el niño dejara de aplicar la fuerza, ¿qué ocurriría con el trineo?

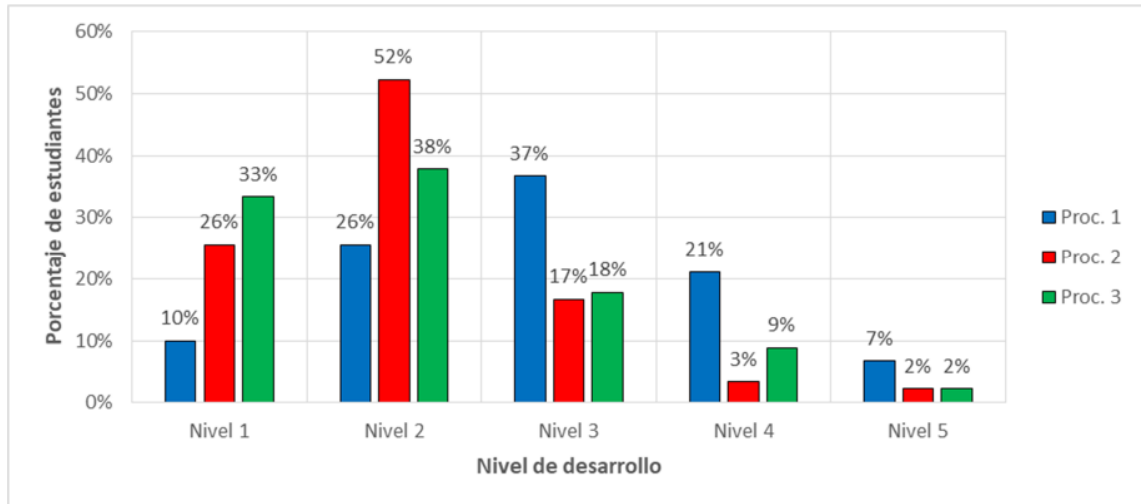
Primero, el trineo iría moviéndose solo por un tiempo, debido al impulso aplicado por el niño, pero como solo la fricción actuaría sobre él, tendría una aceleración negativa y iría frenando hasta parar.

**Fuente:** Elaboración de estudiante.

En la Figura 4-38 se resume el desarrollo mostrado en los diferentes procesos asociados al pensamiento físico matemático al culminar la actividad diagnóstica. Producto de la observación durante la aplicación de la actividad y los resultados mostrados anteriormente, se propone un trabajo de retroalimentación del diagnóstico y una posterior actividad de intervención docente para exhortar e instruir a los estudiantes sobre los diferentes tipos de representación semiótica, la conversión entre sistemas de representación y tratamiento como herramienta para el análisis de fenómenos físicos.

**Figura 4-38**

*Nivel de desarrollo de Procesos: Actividad Diagnóstica*



**Fuente:** Elaboración propia.

## 4.2 Primera intervención de aula

Entre las observaciones más relevantes de la actividad diagnóstica se encuentra la cantidad de estudiantes que se clasificaron en los niveles más bajos de los diferentes procesos de pensamiento. La poca o nula demostración de habilidades en reconocimiento de variables, representación y explicación de fenómenos fueron frecuentes.

Por lo anterior, se implementó una actividad de intervención docente que se dividió en tres acciones: la primera, la retroalimentación de la actividad diagnóstica, donde se muestra a los estudiantes una propuesta de resolución de la situación problema desde el punto de vista de las habilidades de pensamiento que se busca estudiar; la segunda, una descripción sobre explicación y predicción de fenómenos naturales, donde se desarrolló una síntesis sobre la forma en que el análisis de las variables de un fenómeno físico y los diferentes tipos de representación semiótica del mismo permiten realizar explicaciones y predicciones en torno a el mismo; por último, una práctica de laboratorio sencilla sobre movimiento uniforme, donde se abordó el diseño básico de experimentos, formulación de hipótesis y posibles formas de validación.

Las acciones de la actividad de intervención se enfocan en fomentar en los estudiantes las habilidades características del pensamiento físico matemático. Se implementa entonces la segunda fase de la secuencia didáctica: la actividad de afianzamiento, donde se evaluará el progreso de los estudiantes en el desarrollo de los procesos del pensamiento físico matemático posterior a la actividad diagnóstica y la primera actividad de intervención.

### **4.3 Actividad de afianzamiento**

Esta actividad, se ubica de nuevo en la explicación del movimiento mediante el análisis de fuerzas y las leyes de Newton, contexto particular de la mecánica clásica. El planteamiento de la situación problema y las preguntas alrededor de este disponen un incremento en el grado de dificultad para los estudiantes.

Las preguntas de la actividad se enfocan en la explicación de fenómenos naturales y la formulación de predicciones alrededor de los mismos mediante el análisis de las variables involucradas en el fenómeno, la creación de modelos algebraicos derivados de las diferentes representaciones semióticas que permitan considerar las variaciones y las relaciones entre las variables.

Uno de los aspectos a destacar durante la aplicación de la actividad fue el incremento en la disposición de los estudiantes frente al trabajo. En términos generales, se mostraron más seguros al momento de resolver los interrogantes planteados al docente, que fueron en su mayoría de tipo procedimental en lugar de las dudas de tipo conceptual, esto es, se presentaron dificultades frente al correcto tratamiento de ecuaciones, gráficas y diagramas.

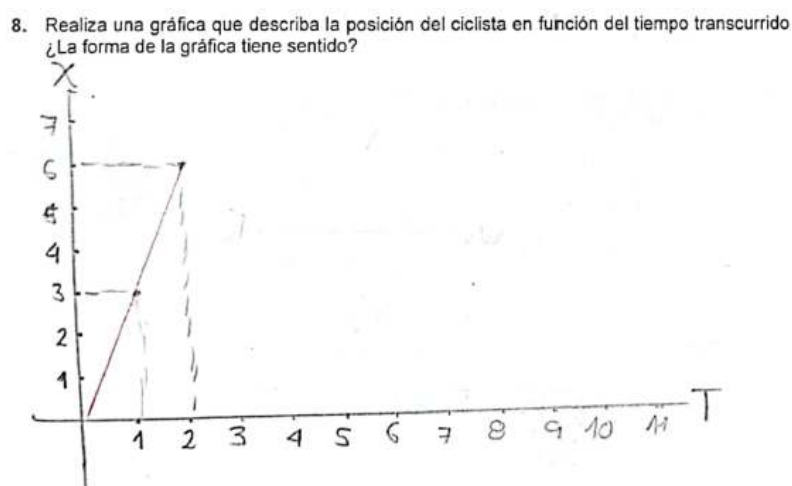
Los espacios dispuestos para la socialización grupal permitieron el intercambio de ideas y la resolución de dudas generales entre los educandos. Sin embargo, en algunos casos, permitió la difusión de conceptos y procedimientos erróneos puesto que los estudiantes, al suponer que recibían información correcta, no contrastaban la información pertinente con el docente y aplicaban de forma equivocada algunos de los conceptos que generaron los interrogantes.



Una consideración a tener en cuenta para el diseño de la actividad final radica en la mejora en el planteamiento de los interrogantes cuando planteaban la resolución simultánea de varias preguntas. En este caso, los estudiantes optaron por resolver solo una de ellas (en la mayoría de los casos, la primera que había sido expuesta). En la Figura 4-39 se muestra un estudiante al que, en la misma pregunta, se le pide realizar una gráfica y justificar su pertinencia pero solo da solución a lo primero.

### Figura 4-39

*Respuesta a la pregunta 8 de la actividad de afianzamiento – Estudiante 17*



**Fuente:** Elaboración de estudiante.

Finalmente, posterior a la implementación de la actividad de afianzamiento, con base en las observaciones realizadas en la misma, se propone una intervención docente donde se realice una retroalimentación de la actividad y se guíe a los estudiantes en el uso de modelos algebraicos construidos para la descripción y predicción de fenómenos y el correcto tratamiento de las ecuaciones, gráficos y representaciones relacionados con los fenómenos físicos.

#### 4.3.1 Resultados del desempeño en el proceso 1

En términos globales, se considera satisfactorio el progreso general en los procesos de pensamiento físico matemático de forma posterior a las actividades de intervención del docente en el aula, toda vez que en el proceso 1 se redujo drásticamente la cantidad de

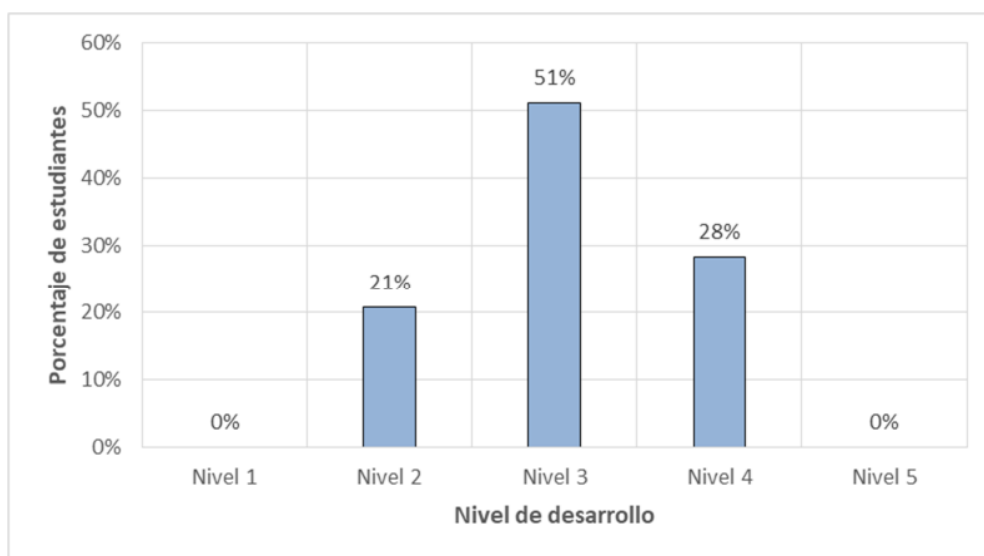
estudiantes clasificados en los niveles bajos, los cuales se refieren a la poca o nula habilidad para identificar las variables de un fenómeno físico y su respectiva relación.

Por otro lado, no se consideraron estudiantes en el nivel más alto de desarrollo del primer proceso, debido a que la actividad de afianzamiento se enfocó en mayor medida en explicación de fenómenos mediante el análisis de las variables y los modelos relacionados y en muy poca medida al diseño experimental.

La Figura 4-40 muestra la distribución de los estudiantes en los niveles del proceso 1. Cabe resaltar la concentración de la mayoría de la población en el nivel medio de desarrollo y la disminución porcentual de los niveles más bajos lo cual enmarca un progreso frente a los resultados mostrados en la actividad diagnóstica.

**Figura 4-40**

*Desarrollo del proceso 1: Actividad de afianzamiento*

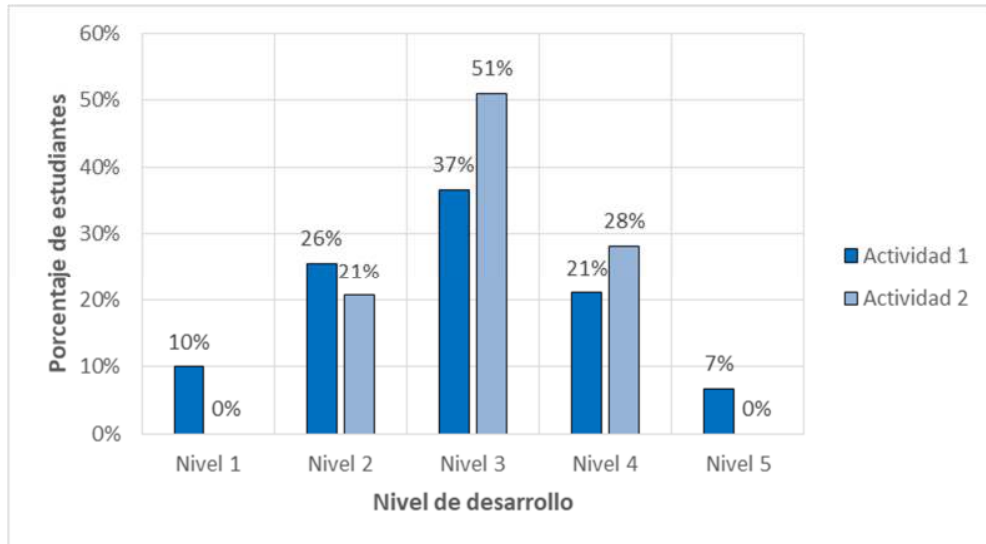


**Fuente:** Elaboración propia.

La Figura 4-41 se expone un gráfico comparativo entre los resultados de la actividad diagnóstica y de afianzamiento frente al desarrollo del proceso 1.

**Figura 4-41**

*Progreso en el desarrollo del proceso 1: Actividad de afianzamiento*



**Fuente:** elaboración propia.

**Nivel 2: Reconoce algunas variables presentes en un fenómeno físico.**

El 21% de la población se clasifica en este nivel. Estos estudiantes identifican correctamente las variables involucradas y causales del movimiento, tales como fuerzas aplicadas, fricción, ángulo de inclinación, velocidad, aceleración, entre otras.

Entre los estudiantes clasificados en este nivel se puede destacar que la tercera parte corresponde a quienes, en la actividad anterior, habían sido clasificados en el nivel inferior. Esto quiere decir que estos estudiantes evidencian un progreso en el desarrollo del proceso. En la Figura 4-42 se observa a un estudiante que, a diferencia de la actividad anterior, identifica adecuadamente las variables involucradas en la situación problema aunque aún presenta dificultades en la descripción de la forma en que se relacionan con el fenómeno físico.

### Figura 4-42

Respuesta a la pregunta 1 de la actividad de afianzamiento – Estudiante 13

1. ¿Cuáles son las variables físicas involucradas en la subida de la colina en bicicleta y cómo se relacionan con el fenómeno descrito?

la inclinación de la subida, la fuerza del ciclista, el rozamiento del suelo con las ruedas, y la velocidad.

Fuente: Elaboración de estudiante.

Por su parte, alrededor de la mitad de los estudiantes de este nivel, se mantuvieron en relación a la actividad anterior. El estudiante mostrado en la Figura 4-43 opta por definir las variables en lugar de explicar su relación con la situación problema.

### Figura 4-43

Respuesta a la pregunta 1 de la actividad de afianzamiento – Estudiante 29

1. ¿Cuáles son las variables físicas involucradas en la subida de la colina en bicicleta y cómo se relacionan con el fenómeno descrito?

FA = es la fuerza aplicada por el ciclista  
FV = fuerza que va al lado contrario de  
N = fuerza contraria al peso, sube al ciclista  
W = hace que el ciclista este en el suelo  
V = velocidad del ciclista

Fuente: Elaboración de estudiante.

Finalmente, uno de cada seis estudiantes clasificados en el nivel uno mostró un retroceso frente a los resultados percibidos en la actividad anterior. Estos presentaron dificultades al momento de identificar la relación entre las variables del fenómeno (ver Figura 4-44).

### Figura 4-44

Respuesta a la pregunta 1 de la actividad de afianzamiento – Estudiante 28

1. ¿Cuáles son las variables físicas involucradas en la subida de la colina en bicicleta y cómo se relacionan con el fenómeno descrito? Movimiento Rectilíneo Uniforme

- La gravedad  
- La fuerza que ejerce a la bicicleta  
- velocidad  
- La fricción

Fuente: Elaboración de estudiante.

**Nivel 3: Reconoce las variables involucradas en un fenómeno físico, se formula preguntas y plantea hipótesis sobre su posible relación.**

En este nivel se encuentra la mayoría de los estudiantes (51%). Estos pueden relacionar las variables que abarcan el fenómeno descrito y describen hipótesis sobre la forma en que su variación puede afectar a las mismas.

Del porcentaje anterior, el 38% corresponde a aquellos estudiantes que se encontraban en un nivel más bajo y un 53% se refiere a estudiantes se mantuvieron en el mismo nivel en comparación con la actividad anterior. El estudiante E12 expresa correctamente la relación entre el ángulo de inclinación, el peso del ciclista y la fuerza aplicada por el mismo (Figura 4-45).

**Figura 4-45**

*Respuesta a la pregunta 5 de la actividad de afianzamiento – Estudiante 12*

5. ¿Qué ocurriría si la colina fuera más empinada? Identifica cómo esto afectaría las variables involucradas en el proceso.

Si la colina fuera más empinada  
 las fuerzas que se oponen a la fuerza  
 ejercida serían mayores por lo tanto  
 la velocidad disminuye

**Fuente:** Elaboración de estudiante.

Sin embargo, un 9% de los estudiantes se ubicó en este nivel tras haber sido clasificados en un nivel mayor en la actividad anterior. Estos estudiantes, aunque establecen correctamente diversas hipótesis sobre el comportamiento de las variables, presentaron dificultades para proponer formas experimentales que permitan verificarlas.

**Nivel 4: Reconoce las variables involucradas en un fenómeno físico, se formula preguntas y plantea hipótesis sobre su posible relación y propone con poca claridad experimentos que permitan identificar la relación entre las variables.**

En la siguiente transcripción se muestra el enfoque experimental en la respuesta entregada por el estudiante E74 para la pregunta 5. Propone un método experimental para encontrar la fuerza que debe realizar el ciclista de la situación planteada para subir la colina a

velocidad constante y, de este modo, comprobar la hipótesis expuesta. Sin embargo, es poco específico en la metodología, las mediciones a realizar y la forma de buscar los resultados.

*Pregunta:*

*5) ¿Qué ocurriría si la colina fuera más empinada? Identifica cómo esto afectaría las variables involucradas en el proceso.*

*E74: Al ser más inclinada la colina, el ciclista debería hacer más fuerza para subir porque sube el ángulo y el peso se va más para un eje que el otro. Con un dinamómetro podemos encontrar el peso en X del ciclista en la colina y ese sería igual a la fuerza que tiene que hacer el ciclista para subir a velocidad constante sin importar el ángulo de la colina.*

De este mismo modo, el 28% de los estudiantes proporcionan respuestas de tipo experimental para comprobar las hipótesis planteadas sobre la relación de las variables. Entre estos estudiantes, el 27% corresponde a quienes subieron de nivel; el 50%, a aquellos que siguen en el mismo y un 23% a quienes estaban en uno superior respecto a la actividad diagnóstica.

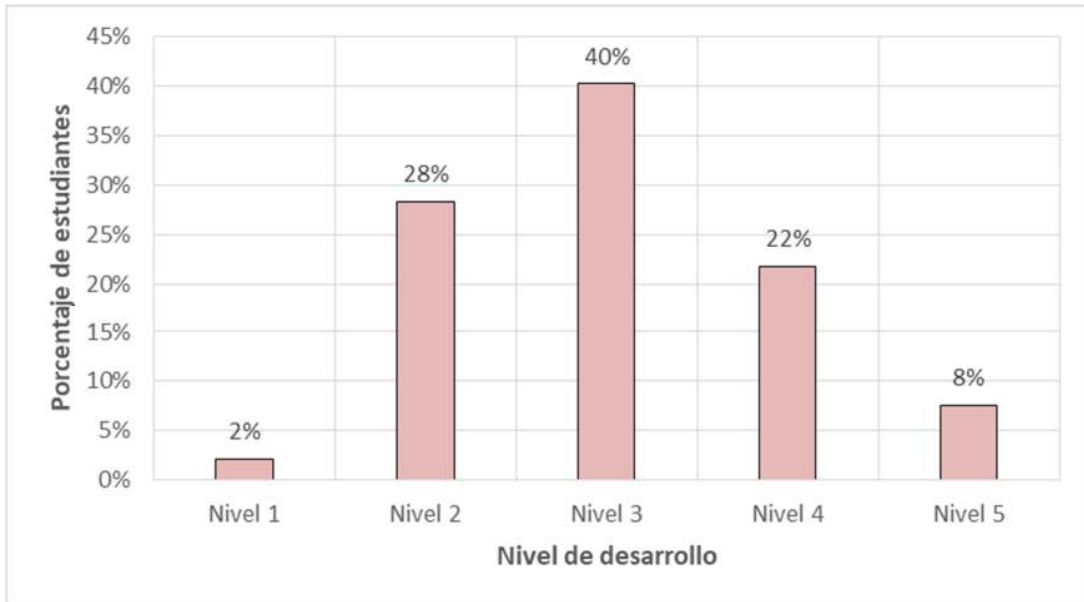
Cabe aclarar, que, aunque las preguntas propuestas no se enfocaban directamente en el diseño de experimentos, durante el desarrollo de la actividad y los espacios de discusión, se exhortó a los estudiantes a justificar sus respuestas con un enfoque experimental, es decir, que propusiesen métodos que permitiesen verificar la validez de las respuestas proporcionadas.

### **4.3.2 Resultados del desempeño en el proceso 2**

A pesar de que el progreso en el desarrollo de este proceso fue menor en relación a los demás, también demostró un avance significativo. De modo general, los estudiantes comprendieron la relevancia del modelado y los diferentes tipos de representación de un fenómeno y su papel en la descripción y análisis del mismo. La Figura 4-46 sintetiza los resultados de la actividad en torno al segundo proceso.

**Figura 4-46**

*Desarrollo de proceso 2: Actividad de afianzamiento*

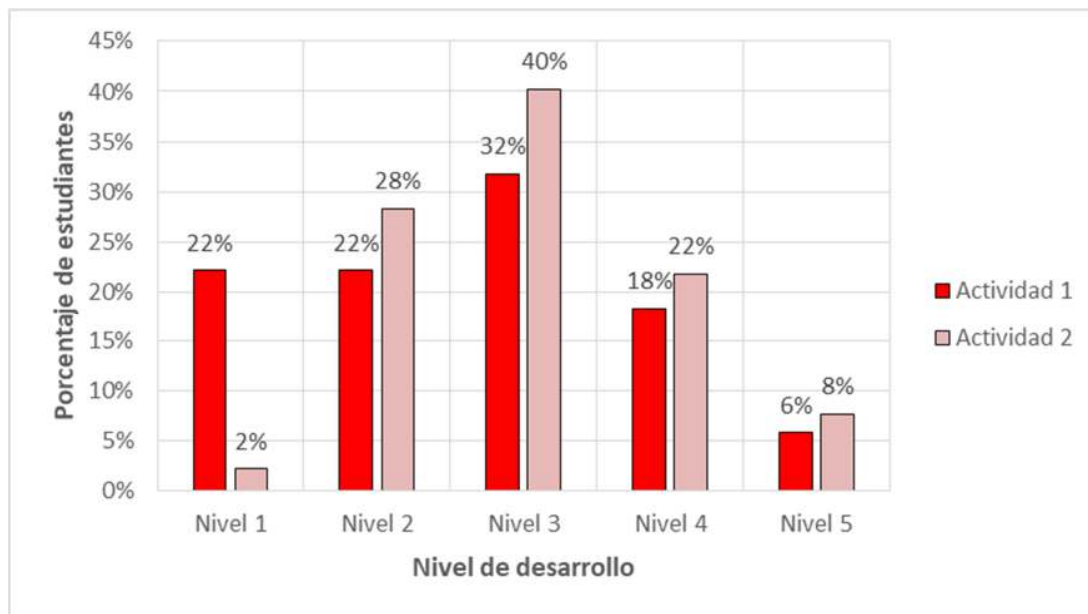


**Fuente:** Elaboración propia.

Aproximadamente, dos de cada tres estudiantes se encuentran en los niveles medios de desarrollo del proceso 2, lo cual implica que estos pueden realizar representaciones pertinentes en múltiples sistemas de registro semiótico y aproximadamente 1 de cada 3 puede, además, involucrar las estructuras matemáticas ligadas al registro algebraico. La siguiente Figura (4-47) muestra el desarrollo del segundo proceso del pensamiento físico matemático de la actividad de afianzamiento de forma comparativa a la actividad diagnóstica.

**Figura 4-47**

*Progreso en el desarrollo del proceso 2: Actividad de afianzamiento*



**Fuente:** Elaboración propia.

**Nivel 1: No representa fenómenos físicos en ningún registro de representación semiótica.**

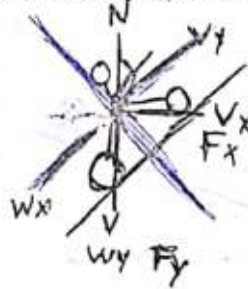
El 2% de los estudiantes aún presenta dificultades para representar fenómenos en algún registro de representación semiótica. Estas dificultades posiblemente se deban a falencias de tipo conceptual, más que a la carencia de la habilidad para realizar las diferentes representaciones. En la Figura 4-48, el estudiante realiza e identifica correctamente algunas fuerzas presentes en la situación de estudio, sin embargo presenta inconvenientes para representar en un gráfico la forma en que estas se involucran en el movimiento del ciclista.



**Figura 4-48**

*Respuesta a la pregunta 3 de la actividad de afianzamiento – Estudiante 60*

3. Dibuja un diagrama de cuerpo libre para el ciclista y representa las fuerzas que actúan sobre él mientras sube la colina.



**Fuente:** Elaboración de estudiante.

**Nivel 2: Representa los fenómenos físicos en algún registro adecuado de representación semiótica.**

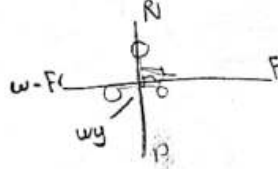
El 28% de los estudiantes realizó diferentes registros de representación para describir el fenómeno. El 54% de ellos se compone de estudiantes que muestran haber superado el nivel anterior en comparación de la prueba diagnóstica, un 42% corresponde a los educandos que presentan habilidades similares en él y el 4% a quienes habían sido caracterizados en un nivel superior anteriormente. Estos últimos, en general, argumentaron el incremento en el grado de dificultad en la actividad como factor determinante para que los diferentes registros presentados fueran pertinentes entre sí.

Aunque los estudiantes representaban adecuadamente el fenómeno en diferentes registros de representación, algunos de ellos mostraban falencias o no se relacionaban entre sí. En la Figura 4-49 se muestra que el estudiante (E69) realiza correctamente un modelo algebraico que describe el comportamiento de las variables; sin embargo, presenta obstáculos en la representación de la figura de la cual se construyó el modelo.

Figura 4-49

Respuesta a las pregunta 3 y 4 de la actividad de afianzamiento – Estudiante 69

3. Dibuja un diagrama de cuerpo libre para el ciclista y representa las fuerzas que actúan sobre él mientras sube la colina.



4. Crea un modelo que explique cómo las fuerzas se equilibran para mantener la velocidad constante.

$$\Sigma x = F - F_r - wx = 0$$

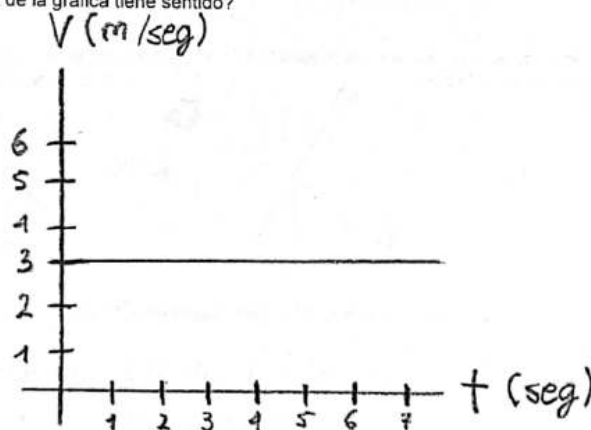
Fuente: Elaboración de estudiante.

Algunos estudiantes realizaron registros gráficos que, si bien eran correctos, no eran los solicitados. El estudiante E13 (ver Figura 4-50) representa en una figura el fenómeno planteado; el dibujo describe la velocidad del ciclista en función del tiempo a pesar de que la posición era la variable solicitada.

Figura 4-50

Respuesta a la pregunta 8 de la actividad de afianzamiento – Estudiante 13

8. Realiza una gráfica que describa la posición del ciclista en función del tiempo transcurrido.  
¿La forma de la gráfica tiene sentido?



Fuente: Elaboración de estudiante.

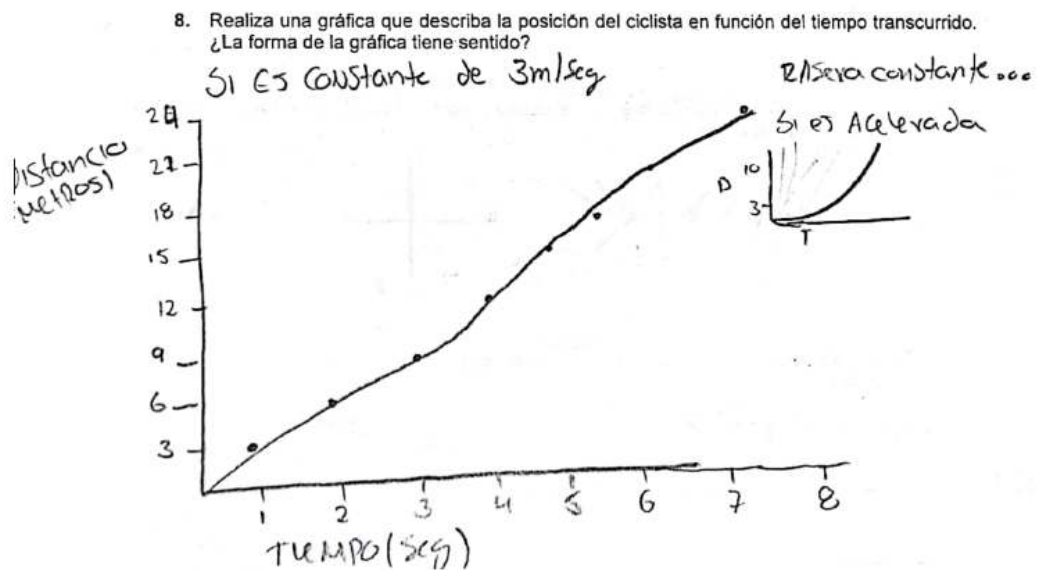
**Nivel 3: Representa en varios registros semióticos la relación entre variables de un fenómeno físico comunicando la pertinencia de los mismos.**

El tercer nivel de desarrollo responde al 40% de los estudiantes, distribuidos entre un 38% que mostraron progreso frente a la actividad anterior, un 53% que presentaron habilidades similares y un 9% correspondiente a quienes fueron ubicados en un nivel menor que el anterior.

Estos estudiantes realizan representaciones adecuadas de las variables y justifican su pertinencia. El estudiante E63 (ver Figura 4-51) realiza un registro gráfico que se relaciona correctamente con el tipo de movimiento del ciclista y justifica adecuadamente el cambio consecuente en el registro ante una variación del movimiento del ciclista.

**Figura 4-51**

*Respuesta a la pregunta 8 de la actividad de afianzamiento – Estudiante 63*



**Fuente:** Elaboración de estudiante.

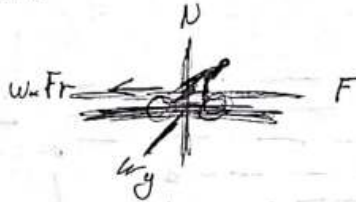
**Nivel 4: Representa en varios registros semióticos la relación entre las variables, argumenta adecuadamente la pertinencia de los mismos e identificando las estructuras matemáticas que modelan las variables de estudio.**

Por otro lado, en la Figura 4-52 y Figura 4-49, se puede evidenciar cómo el estudiante (E67) relaciona representaciones figuras, algebraicas y pictóricas entre sí. Adicionalmente, procura dar solución al quinto interrogante basado en el comportamiento de las variables definidas en el modelo algebraico.

**Figura 4-52**

*Respuesta a las preguntas 3, 4 y 5 de la actividad de afianzamiento – Estudiante 67*

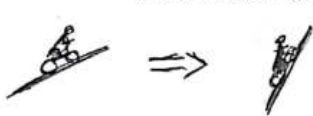
3. Dibuja un diagrama de cuerpo libre para el ciclista y representa las fuerzas que actúan sobre él mientras sube la colina.



4. Crea un modelo que explique cómo las fuerzas se equilibran para mantener la velocidad constante.

$$\sum_x = F - Fr - W_x = 0$$

5. ¿Qué ocurriría si la colina fuera más empinada? Identifica cómo esto afectaría las variables involucradas en el proceso.



~~El peso sería~~  
 Mas porcentaje del peso estaría en el eje  $w_y$  por lo que se debería hacer más fuerza para subir la colina

**Fuente:** Elaboración de estudiante.

De modo similar, el 22% de los estudiantes presenta argumentos que explican el fenómeno propuesto a través del análisis del registro algebraico. Entre estos, el 90% corresponde a estudiantes que no mostraban estas habilidades en la actividad anterior y, por lo tanto, fueron ubicados en niveles inferiores. Por su parte, el 10% restante se refiere a estudiantes que ya habían evidenciado estas habilidades y fueron clasificados en el mismo nivel.

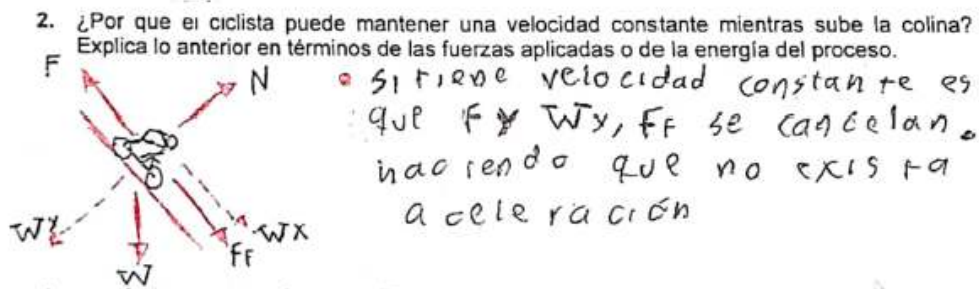
**Nivel 5: Representa los fenómenos físicos en distintos tipos de representación semiótica, elabora descripciones y predicciones sobre los mismos argumentando su pertinencia.**

El 8% de la población de estudio realiza exitosamente descripciones y predicciones referentes a la situación problematizadora analizando las diversas representaciones semióticas y los modelos algebraicos propuestos. Esto representa un incremento del 2% frente a la actividad anterior.

En la Figura 4-53 se evidencia la forma en que el estudiante usa un registro gráfico para argumentar sobre la forma en que las fuerzas que actúan sobre el ciclista definen su movimiento.

**Figura 4-53**

*Respuesta a la pregunta 2 de la actividad de afianzamiento – Estudiante 72*



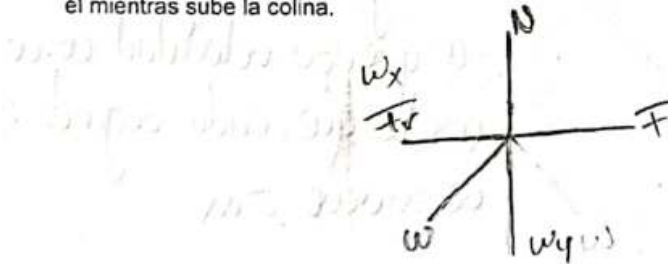
**Fuente:** Elaboración de estudiante.

El estudiante E91 (ver Figura 4-54) relaciona una representación figura con su respectivo modelo algebraico, además, utiliza este último para predecir el comportamiento del fenómeno frente al cambio de las variables involucradas.

Figura 4-54

Respuesta a las preguntas 3, 4 y 5 de la actividad de afianzamiento – Estudiante 91

3. Dibuja un diagrama de cuerpo libre para el ciclista y representa las fuerzas que actúan sobre él mientras sube la colina.



4. Crea un modelo que explique cómo las fuerzas se equilibran para mantener la velocidad constante.

$$\begin{aligned}
 \sum F_x &= F + w(\cos\theta) - F_r = m \cdot a & \sum F_y &= N - w(\sin\theta) = m \cdot a \\
 \sum F_x &= F - w(\cos\theta) - F_r = 0 & \sum F_y &= N - w(\sin\theta) = 0 \\
 \sum F_x &= F = F_r + w(\cos\theta) & \sum F_y &= N = w(\sin\theta)
 \end{aligned}$$

5. ¿Qué ocurriría si la colina fuera más empinada? Identifica cómo esto afectaría las variables involucradas en el proceso.

La fuerza aplicada sería menor que la suma de la fuerza de rozamiento y el peso en el eje x, lo que haría que la bicicleta se detenga y muy probablemente se devuelva o se estanque en esa posición.

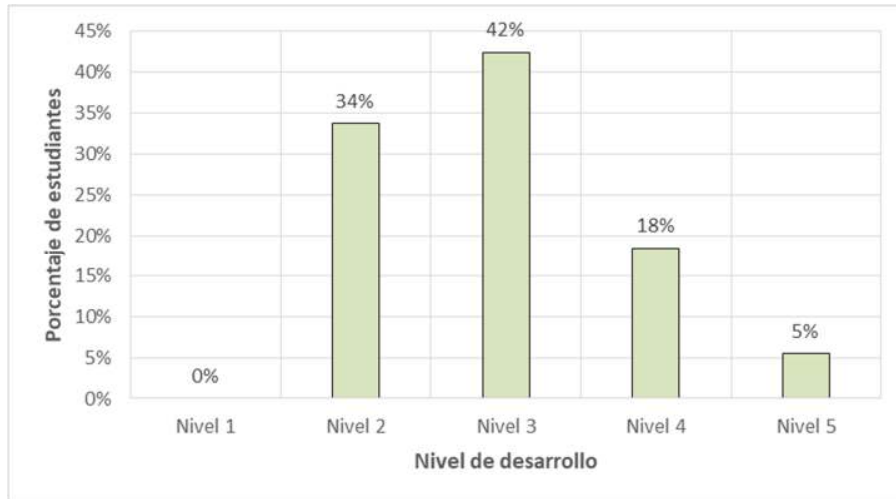
Fuente: Elaboración de estudiante.

### 4.3.3 Resultados del desempeño en el proceso 3

Un factor que resaltar en relación al desempeño mostrado por los estudiantes en el tercer proceso de pensamiento físico matemático es el avance positivo que han tenido los que se ubicaban en el nivel de desarrollo más bajo. La comprensión de los estudiantes de los conceptos relacionados al fenómeno físico descrito permite la caracterización de este y facilitan su descripción. La Figura 4-55 presenta la distribución de la población de estudio frente al desarrollo del tercer proceso de pensamiento físico matemático.

**Figura 4-55**

*Desarrollo del proceso 3: Actividad de afianzamiento*

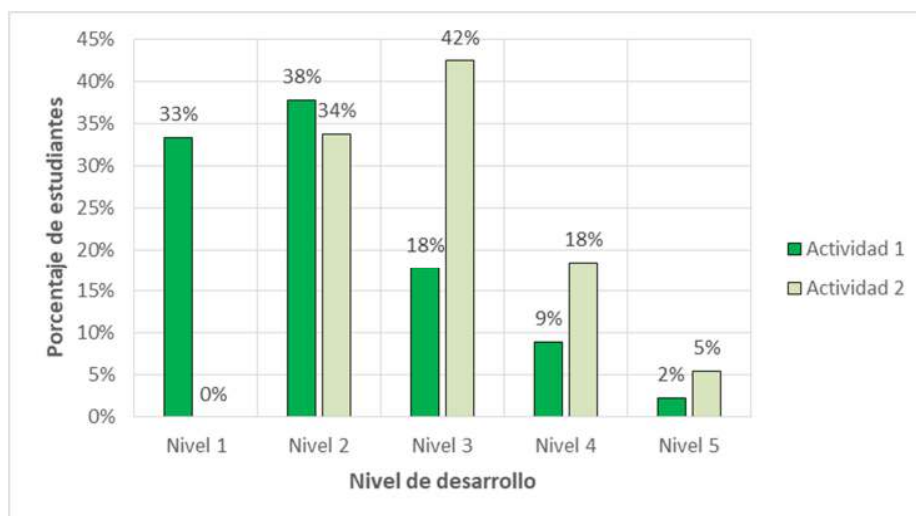


**Fuente:** Elaboración propia.

En contraste a la actividad anterior, donde la mayoría de la población se estableció en los niveles inferiores de desarrollo, en la actividad de afianzamiento, la mayor parte de los estudiantes se concentró en los niveles intermedios. En la Figura 4-56 se puede ver un gráfico comparativo para este proceso a través de las actividades ya implementadas.

**Figura 4-56**

*Progreso del desarrollo del proceso 3: Actividad de afianzamiento*



**Fuente:** elaboración propia.

### **Nivel 2: Identifica algunos conceptos asociados a un fenómeno natural.**

El 34% de los estudiantes muestra habilidades para identificar los conceptos involucrados en el fenómeno propuesto. Sin embargo presentan dificultades para clasificarlos de acuerdo al comportamiento de las variables del fenómeno. Cabe resaltar que un 55% de este grupo corresponde a estudiantes que previamente no demostraban estas destrezas, es decir, que la mayoría de ellos evidencian un progreso en el desarrollo de las habilidades asociadas al pensamiento físico matemático.

En relación a lo anterior, se muestra la transcripción del estudiante E1 frente al primer interrogante de la situación problema:

*Pregunta:*

1) *¿Cuáles son las variables físicas involucradas en la subida de la colina en bicicleta y cómo se relacionan con el fenómeno descrito?*

*E1: **Peso** : indica que tan pesado y difícil es para mover, **fricción**: el agarre del terreno, **Normal**: la reacción que se opone al peso, **Fa** : la fuerza que hace el ciclista, **trabajo**: cuanta energía consume en el trayecto.*

### **Nivel 3: Identifica los conceptos asociados a un fenómeno natural y los clasifica con dificultad de acuerdo al comportamiento de las variables.**

En relación al 42% de los estudiantes que se encuentran clasificados en este nivel, cabe destacar que el 79% de los mismos representan un avance en el desarrollo del proceso, toda vez que se encontraban en niveles inferiores en la actividad diagnóstica. Por otro lado, el 18% de ellos se refiere a estudiantes que denotan habilidades similares a comparación de la actividad anterior.

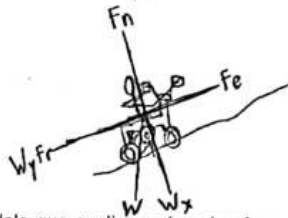
El estudiante E43 relaciona correctamente el equilibrio de fuerzas involucradas con el tipo de movimiento del ciclista (ver Figura 4-57).



**Figura 4-57**

Respuesta a las preguntas 3 y 4 de la actividad de afianzamiento – Estudiante 43

3. Dibuja un diagrama de cuerpo libre para el ciclista y representa las fuerzas que actúan sobre él mientras sube la colina.



4. Crea un modelo que explique cómo las fuerzas se equilibran para mantener la velocidad constante.

"Todas las sumatorias de fuerzas deben ser equivalentes"  
 $F_N$  es "0"  
 $F_e - F_f + W_y = F_N$   
 $F_N - W_x = 0$

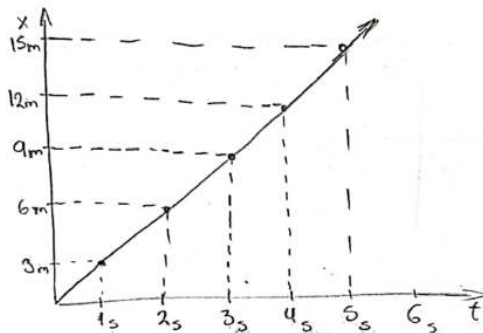
**Fuente:** Elaboración de estudiante.

El estudiante realiza también una descripción cualitativa sobre el tipo de movimiento y cómo este determina la forma de la representación cartesiana del mismo (Figura 4-58).

**Figura 4-58**

Respuesta a la pregunta 8 de la actividad de afianzamiento – Estudiante 85

8. Realiza una gráfica que describa la posición del ciclista en función del tiempo transcurrido. ¿La forma de la gráfica tiene sentido?



Suponiendo que el ciclista se mueve a  $3 \text{ m/s}$  es un movimiento constante, y tiene sentido pues la línea cruza los puntos  $6 \text{ m}$ ,  $9 \text{ m}$ ,  $12 \text{ m}$  y  $15 \text{ m}$  donde al simplificarlos darán la velocidad inicial  $= 3 \text{ m/s}$  indicando que siempre mantiene su velocidad

a diferencia de un movimiento acelerado que sería - -

**Fuente:** Elaboración de estudiante.

**Nivel 4: Clasifica los fenómenos naturales de acuerdo al comportamiento de sus variables, construye con poca claridad explicaciones de un fenómeno a partir de un modelo matemático relacionando los conceptos y leyes físicas involucradas.**

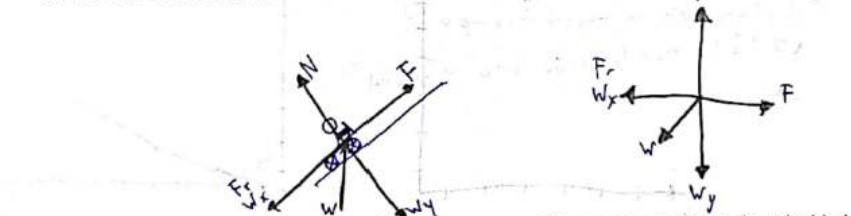
El 10% de los educandos manifestó una mejora de las habilidades asociadas el tercer proceso, de tal forma que pasaron a ser clasificados del nivel 3 al nivel 4 en el desarrollo de este. Sumado a quienes ya manifestaban estas habilidades y fueron clasificados en el mismo nivel se consolida un 18% de la población estudiantil ubicada en el nivel 4 de desempeño.

Por ejemplo, el estudiante E73 (Figura 4-59) explica el comportamiento de las variables teniendo en cuenta el modelo matemático previamente descrito.

**Figura 4-59**

*Respuesta a las preguntas 3, 4 y 5 de la actividad de afianzamiento – Estudiante 73*

3. Dibuja un diagrama de cuerpo libre para el ciclista y representa las fuerzas que actúan sobre él mientras sube la colina.



4. Crea un modelo que explique cómo las fuerzas se equilibran para mantener la velocidad constante.

$$\sum f_x = F - F_r - W_x = 0 \rightarrow \text{No hay aceleración, están en equilibrio, hay una velocidad constante o nula}$$

5. ¿Qué ocurriría si la colina fuera más empinada? Identifica cómo esto afectaría las variables involucradas en el proceso.

Si la colina fuera más empinada:  $\theta \uparrow$ , se desbalancearía la ecuación  $\sum f_x = F - F_r - W_x \neq 0$ , si el ángulo sube las fuerzas deberían cambiar para equilibrarse, en caso de que no lo hagan, existiría una aceleración negativa,  $-a$ , afectando a todas las variables

**Fuente:** Elaboración de estudiante.

Del mismo modo, el estudiante E90, describe una relación entre la fuerza aplicada por el ciclista y su propio peso. Todo esto basado en el análisis del modelo descrito con antelación (Figuras 4-60 y 4-61).

#### Figura 4-60

*Respuesta a la pregunta 4 de la actividad de afianzamiento – Estudiante 90*

4. Crea un modelo que explique cómo las fuerzas se equilibran para mantener la velocidad constante.

$$\begin{aligned} \textcircled{P} \quad \Sigma F_x &= F - W_x \\ \Sigma F_x &= F - W \cdot \cos \theta = 0 \rightarrow F = W_x \\ \Sigma F_y &= N - W_y \\ \Sigma F_y &= N - W \cdot \sin \theta = 0 \end{aligned}$$

**Fuente:** Elaboración de estudiante.

#### Figura 4-61

*Respuesta a la pregunta 6 de la actividad de afianzamiento – Estudiante 90*

6. ¿Qué sucede si el ciclista cambia su velocidad mientras sube la colina? Identifica las variables que se verían involucradas en el fenómeno y cómo se verían afectadas.

$\textcircled{R}$  Si el ciclista cambia su velocidad al subir es porque está acelerando, y si está acelerando, significa que el ciclista está haciendo una fuerza mayor a la del peso en X.

**Fuente:** Elaboración de estudiante.

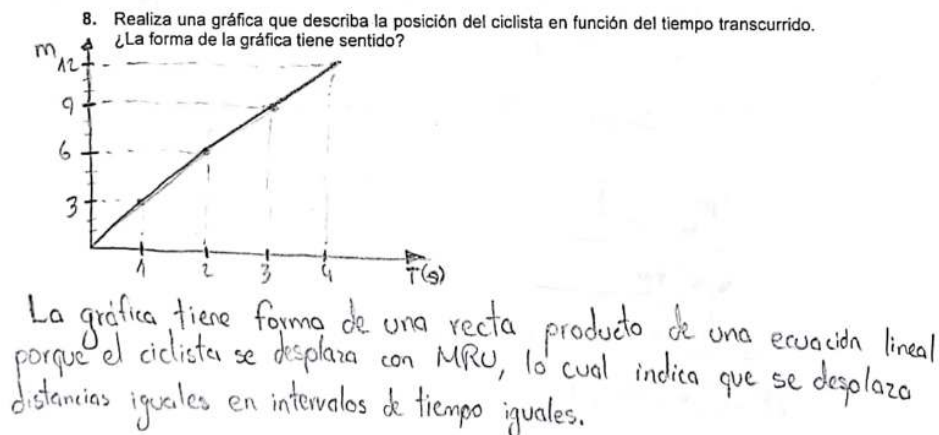
**Nivel 5: Explica fenómenos naturales a partir del comportamiento de sus variables asociando a modelos, leyes físicas y conceptos relacionados.**

En esta actividad, 5% de los estudiantes evidencia el nivel máximo de desarrollo del tercer proceso de pensamiento físico matemático en contraste al 2% que se catalogaban en el mismo al finalizar la actividad anterior.

El estudiante E54 (ver Figura 4-62), por ejemplo, relaciona conceptos físicos (movimiento), registros semióticos (cartesiano en este caso), modelos algebraicos (ecuaciones de movimiento) para describir la situación problematizadora propuesta.

**Figura 4-62**

*Respuesta a la pregunta 8 de la actividad de afianzamiento – Estudiante 54*



**Fuente:** Elaboración de estudiante.

De modo similar, el estudiante E77 relaciona los conceptos de fuerza y movimiento, con leyes físicas involucradas (primera ley de Newton), respaldando sus argumentos por registros pictóricos, gráficos y algebraicos. Lo anterior se demuestra en la Figura 4-63.

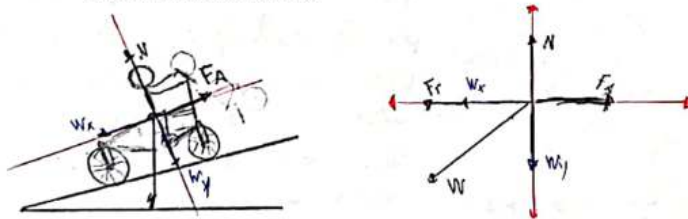
**Figura 4-63**

*Respuesta a las preguntas 2, 3, y 4 de la actividad de afianzamiento – Estudiante 77*

2. ¿Por qué el ciclista puede mantener una velocidad constante mientras sube la colina?  
Explica lo anterior en términos de las fuerzas aplicadas o de la energía del proceso.

El ciclista puede mantener velocidad constante debido a que la fuerza que el ciclista es la misma que la suma de su peso en x y la fricción, por lo cual la fuerza neta es 0, y por lo tanto la aceleración es 0

3. Dibuja un diagrama de cuerpo libre para el ciclista y representa las fuerzas que actúan sobre él mientras sube la colina.



4. Crea un modelo que explique cómo las fuerzas se equilibran para mantener la velocidad constante.

$$\sum f_x = F_A - F_r - W_x = 0$$

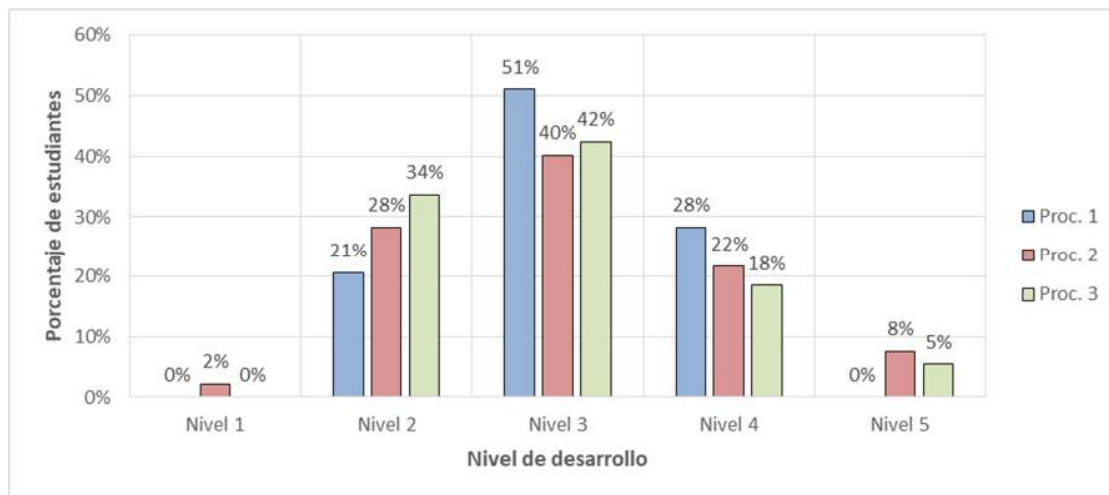
$$F_A - \mu N - W \sin \theta = 0$$

**Fuente:** Elaboración de estudiante.

Finalmente, una vez realizada la actividad de afianzamiento se observa un aumento en los niveles de desempeño de los estudiantes en los distintos procesos de pensamiento físico matemático los cuales se sintetizan en la Figura 4-64.

**Figura 4-64**

*Nivel de desarrollo de procesos: Actividad de afianzamiento*

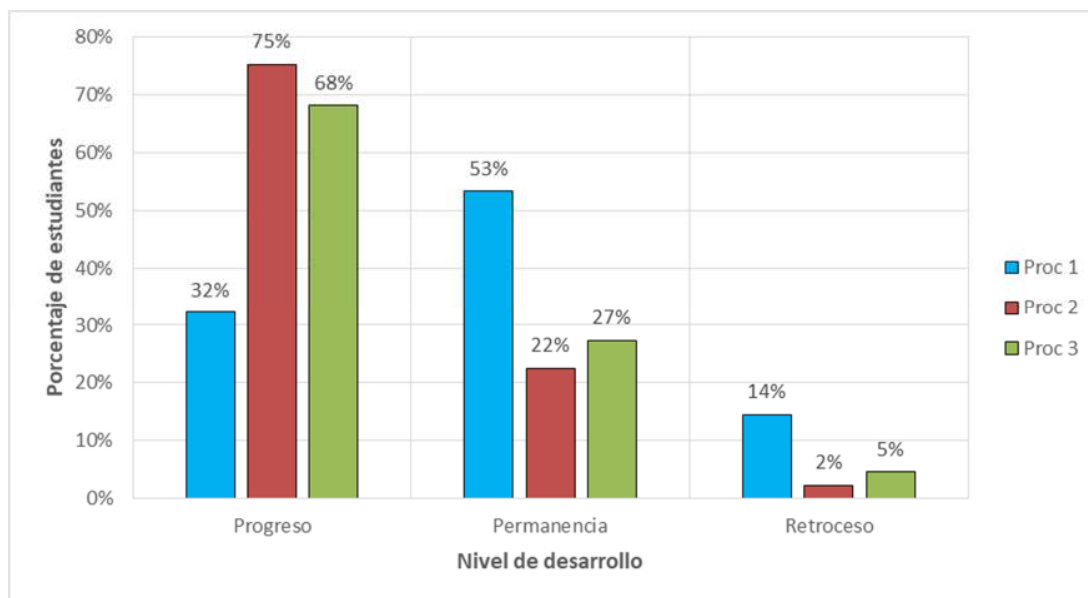


**Fuente:** Elaboración propia.

En relación a lo anterior, cabe resaltar que los estudiantes mostraron en general un progreso en el desarrollo de los procesos dos y tres; es decir, que en la aplicación de la prueba de afianzamiento revelaron habilidades asociadas a un nivel superior al que fueron catalogados en la prueba anterior. Por otro lado, respecto al proceso uno, el desempeño global de los educandos marcó una tendencia a permanecer en el nivel en que fueron clasificados inicialmente. Lo expuesto anteriormente se resume en la gráfica de la Figura 4-65.

**Figura 4-65**

*Progreso en el desarrollo de procesos: Actividad de afianzamiento VS Actividad diagnóstica*



**Fuente:** Elaboración propia.

Así también, la observación de los estudiantes, del entorno de aprendizaje y el análisis de los resultados obtenidos en la actividad de afianzamiento sugieren la pertinencia de una actividad de intervención enfocada en fomentar en los estudiantes el adecuado tratamiento de las estructuras matemáticas ligadas a los modelos algebraicos que describen los fenómenos. Lo anterior, con el objetivo de superar las falencias mostradas por los estudiantes durante el desarrollo de la actividad que dificultaron que pudieran establecerse en niveles mayores de desempeño en los diferentes procesos del pensamiento físico matemático.

#### 4.4 Segunda actividad de intervención

Una de las generalidades a resaltar de la actividad de afianzamiento consiste en que, respecto a los procesos dos y tres, los estudiantes mostraban indicios de habilidades para crear modelos gráficos y algebraicos pertinentes y coherentes entre sí.

Sin embargo, presentaban dificultades en el tratamiento de las estructuras matemáticas asociadas a los mismos. Las intenciones de describir y predecir los fenómenos asociados

a la situación problematizadora se asemejaban más a hipótesis basadas en conceptos previos.

Se realiza la concierne retroalimentación de la actividad de afianzamiento y posteriormente una actividad de intervención complementaria. En ella, se ahonda en el tratamiento de los modelos algebraicos asociados al análisis de fenómenos de la mecánica clásica, como los análisis de fuerza y de energía en sistemas cerrados.

Se espera que esta intervención provea a los estudiantes de las herramientas necesarias para realizar análisis de modelos algebraicos y con un tratamiento adecuado de las estructuras matemáticas relacionadas, construir descripciones, predicciones y explicaciones fenomenológicas pertinentes.

Posteriormente, se implementa la última fase de la secuencia didáctica propuesta: la actividad final o reto. En esta, se evaluará de forma definitiva el progreso en los niveles del desarrollo de los procesos del pensamiento que son objeto de esta investigación y la efectividad de la estrategia metodológica propuesta como medio potenciador del pensamiento métrico y consecuentemente del pensamiento físico matemático.

## **4.5 Actividad final o reto**

La actividad consta de trece preguntas enfocadas en el diseño experimental. Se toma como eje temático la aplicación de conceptos relacionados con el análisis de fuerzas, interacciones de energía en sistemas cerrados y movimiento en dos dimensiones, que son característicos de la mecánica clásica.

Respecto a las anteriores, es una actividad mucho más retadora puesto que integra conceptos relacionados a la totalidad de la malla curricular del grado décimo de educación media e incorpora simultáneamente el uso de todas las habilidades asociadas a los procesos y subprocesos del pensamiento métrico y el pensamiento físico matemático.

Por el carácter valorativo de la actividad, el papel del docente se limitó a la resolución de dudas respecto a la interpretación de las preguntas. Se tuvieron espacios de discusión



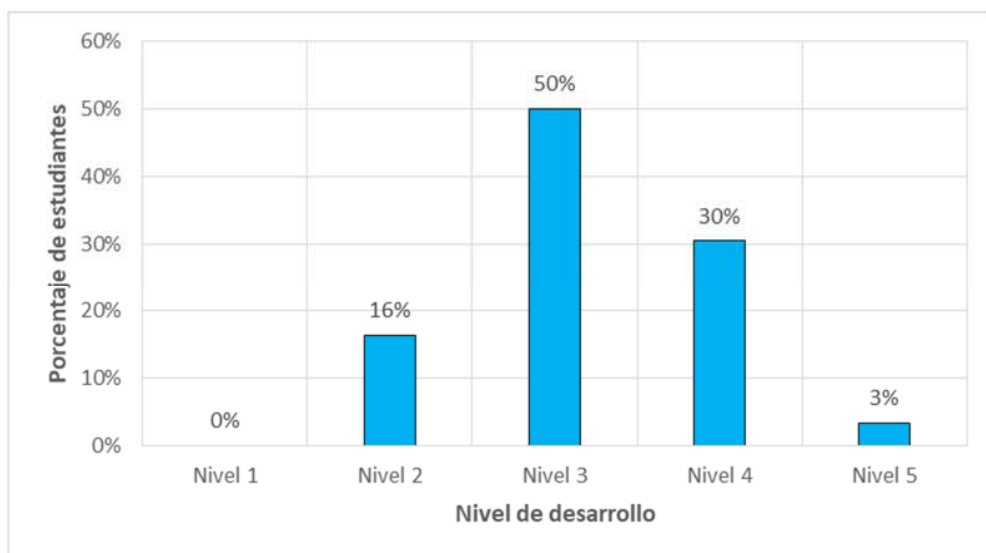
grupal entre los estudiantes para el intercambio de ideas e información restringida a no más de 3 personas, sin embargo, el trabajo global de los estudiantes fue individual.

#### 4.5.1 Resultados del desempeño en el proceso 1

La mayoría de los estudiantes se ubicaron en el nivel medio del desarrollo del primer proceso. Este resultado se considera como satisfactorio, toda vez que este nivel hace referencia a la capacidad del estudiante de encontrar relaciones entre las variables de un fenómeno físico, cabe resaltar el incremento de estudiantes ubicados en niveles superiores que a su vez se asocian al diseño experimental (ver Figura 4-66).

**Figura 4-66**

*Desarrollo de proceso 1: Actividad final*

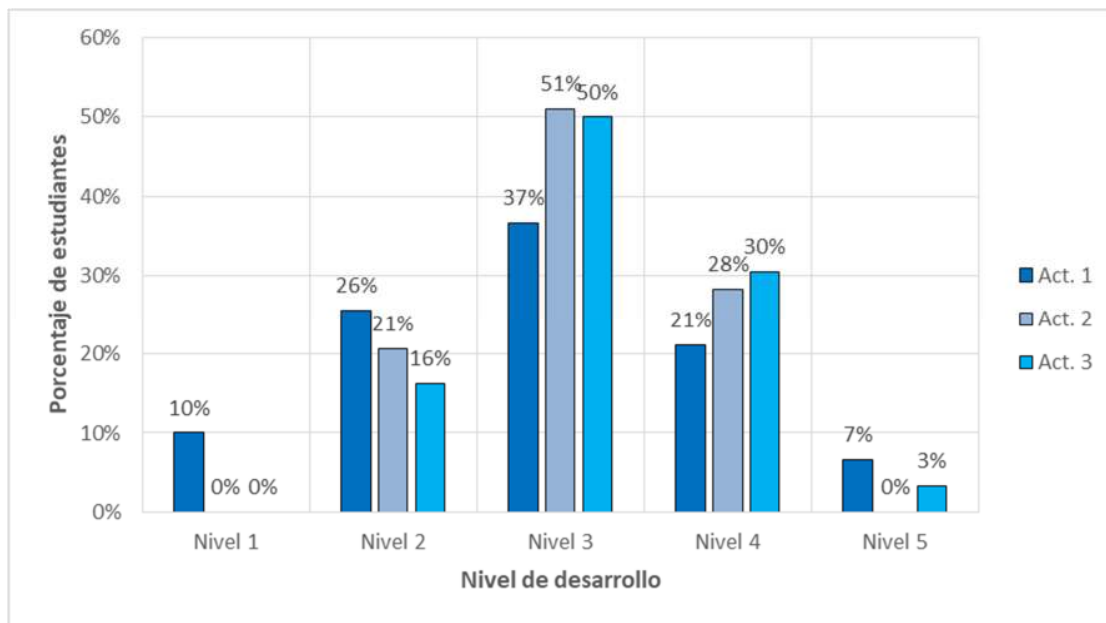


**Fuente:** Elaboración propia.

La Figura 4-67 representa un comparativo para el proceso uno que denota la evolución del mismo a lo largo de las fases de la secuencia didáctica. En este, se evidencia una tendencia a la reducción de la población en los niveles bajos de desarrollo y una concentración poblacional en los niveles medios.

**Figura 4-67**

*Evolución en el desarrollo del proceso 1: Actividad final*



**Fuente:** Elaboración propia.

Lo anterior, puede ser un indicador de éxito de la secuencia didáctica como potenciador del primer proceso de pensamiento físico matemático que a su vez se encuentra estrechamente relacionado con el fomento del pensamiento métrico de la matemática.

**Nivel 2: Reconoce algunas variables presentes en un fenómeno físico.**

El 16% de los estudiantes se consolida finalmente en el segundo nivel de desarrollo. Entre estos, el 67% se mantuvo en este nivel respecto a la actividad anterior; el 33% restante se refiere a aquellos estudiantes que descienden desde niveles superiores.

En general, los estudiantes resaltaron que, a pesar de haber mostrado habilidades asociadas a niveles superiores de desarrollo, presentaron inconvenientes al momento de aplicar o verbalizar estas habilidades a una situación mucho más demandante en cuanto al nivel de dificultad.

Por ejemplo, el estudiante E26 (Figura 4-68), demostró la capacidad de relacionar entre sí las variables de un fenómeno en las situaciones anteriores. Por otro lado, en la actividad de evaluación, a pesar de identificar correctamente las variables involucradas, presenta falencias al momento de relacionarlas y se limita a comunicar que estas van a cambiar.

### Figura 4-68

*Respuesta a las preguntas 1 y 2 de la actividad final – Estudiante 26*

En un torneo escolar de ciencias, los estudiantes participan en una competencia de construcción de catapultas. Cada equipo construye una catapulta que utiliza bandas de goma para lanzar un pequeño proyectil. Los estudiantes pueden ajustar la fuerza de la banda de goma, el ángulo de lanzamiento y la masa del proyectil antes de realizar sus lanzamientos.

1. ¿Cuáles son las variables clave relacionadas con el lanzamiento que podrían influir en el rendimiento de la catapulta?

Velocidad      Angulo      Rozamiento  
Fuerza      Aceleración

2. ¿De qué forma un cambio en las variables podría afectar el lanzamiento del proyectil?

Si algunas de estas variables cambia por ejemplo la velocidad o fuerza el proyectil viajará más lejos o más cerca, lo mismo que el ángulo o el rozamiento

**Fuente:** Elaboración de estudiante.

**Nivel 3: Reconoce las variables involucradas en un fenómeno físico, se formula preguntas y plantea hipótesis sobre su posible relación.**

Este nivel agrupa a la mitad de la población de estudio en lo que se refiere al primer proceso. Resulta interesante, en este caso, aclarar que el 9% de los estudiantes de este nivel mostró un progreso frente a las habilidades demostradas en actividades anteriores.

En contraste a lo anterior, un 61% de este nivel lo conforman estudiantes que presentan habilidades de pensamiento asociadas al mismo nivel y el 30% restante lo constituyen estudiantes que no dan evidencia de pertenecer a grupos superiores tal como lo hacían en actividades anteriores.

Estos estudiantes mostraban adecuadamente relaciones de tipo causal y variacional entre las diferentes variables del problema planteado pero mostraban dificultades para plantear procedimientos experimentales para medirlas o para demostrar las relaciones descritas.

El estudiante E31 (Figura 4-69) demuestra falencias para determinar un método experimental para maximizar el rendimiento de la catapulta descrita en la situación problematizadora. En su lugar, realiza una descripción de tipo hipotético sobre las características que debería poseer una catapulta eficiente.

#### Figura 4-69

*Respuesta a la pregunta 13 de la actividad final – Estudiante 31*

13. Describe una estrategia experimental para determinar cual sería la catapulta mas eficiente que se podría construir. Teniendo en cuenta las variables involucradas en el fenómeno y los modelos planteados anteriormente.

Lo primero es encontrar el ángulo de  $45^\circ$ , para mejor rendimiento, tras eso encontrar una buena banda elástica y aplicarle buena fuerza, y tener un proyectil que tenga poca resistencia al aire.

**Fuente:** Elaboración de estudiante.

**Nivel 4: Reconoce las variables involucradas en un fenómeno físico, se formula preguntas y plantea hipótesis sobre su posible relación y propone con poca claridad experimentos que permitan identificar la relación entre las variables.**

Poco menos de la tercera parte de los estudiantes se cataloga en el cuarto nivel del primer proceso. Aproximadamente dos de cada tres estudiantes de este nivel avanzaron frente al desarrollo del proceso puesto que en actividades anteriores no mostraban evidencias relacionadas al diseño experimental. El porcentaje restante se refiere a aquellos estudiantes que en la actividad diagnóstica y de afianzamiento pusieron de manifiesto habilidades que los clasificaron en el mismo nivel.

Estos estudiantes demostraron capacidades para relacionar las variables presentes en el fenómeno planteado en la situación problema y denotaron estrategias experimentales adecuadas para demostrar la veracidad de sus hipótesis. Sin embargo, los diseños experimentales propuestos carecían de detalles metodológicos o no eran suficientemente específicos al momento de validar el cumplimiento de los objetivos.

Un ejemplo de esto se evidencia en la transcripción de la producción escrita del estudiante E76.

*Pregunta:*

*13) Describe una estrategia experimental para determinar cuál sería la catapulta más eficiente que se podría construir. Ten en cuenta las variables involucradas en el fenómeno y los modelos planteados anteriormente.*

*E76: Construir catapultas con diferentes tipos de gomas y diferente longitud de brazo para ver cual tiene más alcance y fuerza. Adicional a esto probar ambas catapultas en diferentes ambientes para ver que tanto afecta el rozamiento del aire cuando está frío o caliente, con más o menos presión, etc. Y por último, usar masas de proyectiles diferentes para saber cuál logra un alcance mayor y es más aerodinámico.*

**Nivel 5: Reconoce las variables involucradas en un fenómeno físico y aplicando el método científico determina la relación entre las variables.**

Respecto al proceso uno, se presentó un porcentaje menor de estudiantes en el nivel máximo de desarrollo durante la última actividad, tanto a comparación de las actividades anteriores como los otros procesos. Un 3% de los estudiantes se clasificó en este nivel.

A continuación se muestra la estrategia experimental elaborada por el estudiante E77

*Pregunta:*

*13) Describe una estrategia experimental para determinar cuál sería la catapulta más eficiente que se podría construir. Ten en cuenta las variables involucradas en el fenómeno y los modelos planteados anteriormente.*

*E77: La estrategia que yo usaría sería hacer pruebas con varias catapultas midiendo la distancia alcanzada en todas pero solo cambiando una variable a la vez. Lanzaría varias veces con cada catapulta para obtener una distancia promedio de cada una y anotaría siempre la catapulta que dé la mayor distancia.*

*Primero haría catapultas iguales donde solo cambie la goma, luego la elongación, luego la masa del proyectil, la forma del proyectil. Siempre manteniendo un ángulo de  $45^\circ$  porque sabemos que produce la máxima posible en un movimiento parabólico y estirando lo máximo posible la goma para que acumule la máxima energía elástica. Cuando termine, crearía una catapulta que tenga todas las variables más eficientes.*

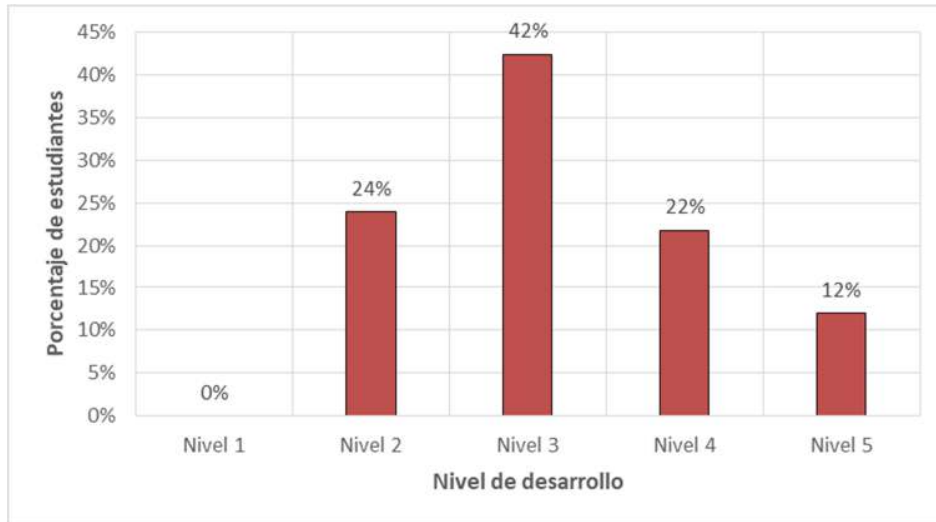
#### **4.5.2 Resultados del desempeño en el proceso 2**

Fue en el proceso dos donde el progreso se hizo más evidente y positivo. Esto se debe presuntamente al enfoque de la actividad de intervención anterior y que los interrogantes planteados durante la actividad invitaron a los estudiantes a recurrir a la mayor cantidad de representaciones semióticas a su disposición. Estas últimas abarcaron representaciones de tipo gráfico, pictórico, algebraico, cartesiano y verbal entre otras a resaltar y fueron transversales a todas las temáticas curriculares que se podían abordar en la situación problemática.

En la Figura 4-70 se muestra la distribución porcentual de los estudiantes en el proceso dos durante la actividad tres. En ella, se evidencia que la mayoría de los estudiantes fueron calificados en el nivel intermedio de desarrollo del proceso asociado a las representaciones en diferentes registros semióticos.

**Figura 4-70**

*Desarrollo del proceso 2: Actividad final*

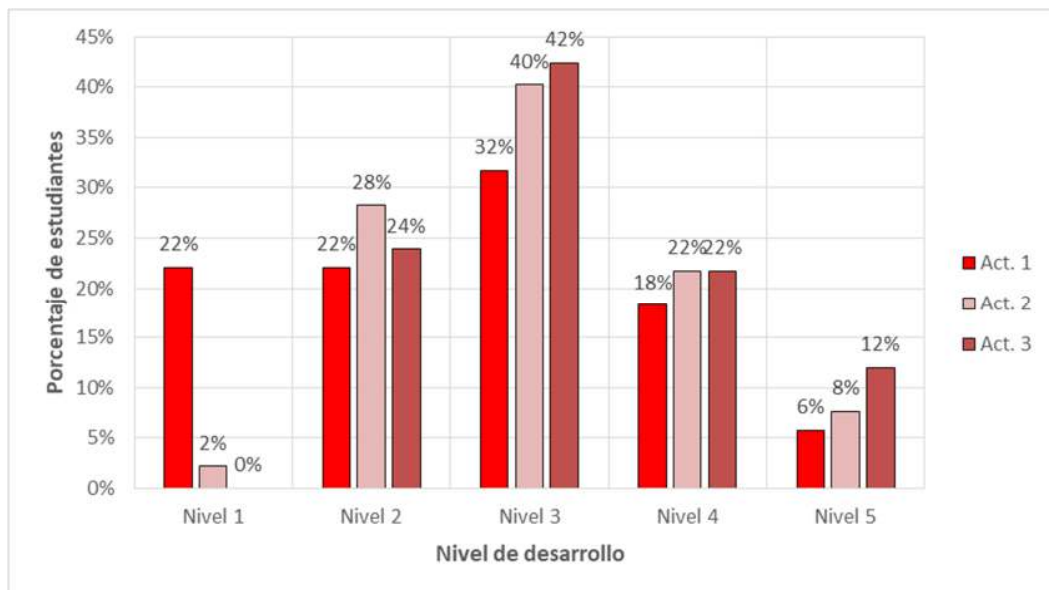


**Fuente:** Elaboración propia.

Para evaluar la evolución en el desarrollo de este proceso resulta conveniente comparar su desempeño a lo largo de la aplicación de toda la secuencia didáctica (ver Figura 4-68).

**Figura 4-71**

*Evolución en el desarrollo del proceso 2: Actividad final*



**Fuente:** Elaboración propia.

**Nivel 2: Representa los fenómenos físicos en algún registro adecuado de representación semiótica.**

Del 24% de los estudiantes que realiza diversas representaciones semióticas para interpretar el fenómeno descrito, el 9% manifiesta estas capacidades consideradas como ausentes en las actividades anteriores. El 68% corresponde a estudiantes que ya estaban clasificados anteriormente en este nivel y un 23% restante se refiere a estudiantes que estaban clasificados en un nivel superior y no refieren esas capacidades en esta actividad.

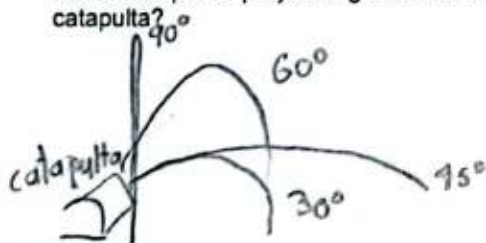
En este nivel de encuentran estudiantes que buscaron múltiples registros para representar las diferentes facetas del fenómeno descrito; sin embargo, estas representaciones no eran adecuadas, no eran las solicitadas, no se relacionaban entre sí o incluían falencias de tipo conceptual.

El estudiante E36 (Figura 4-72) confunde el registro cartesiano con el pictórico al pedírsele que elabore un gráfico. A pesar de ello, el registro pictórico representa adecuadamente algunas variaciones de alcance máximo y altura del proyectil en función del ángulo de lanzamiento.

**Figura 4-72**

*Respuesta a la pregunta 10 de la actividad final – Estudiante 36*

10. Diseña un gráfico que represente la relación entre el ángulo de lanzamiento y la distancia alcanzada por el proyectil. ¿Cómo utilizarías este gráfico para prever el rendimiento de tu catapulta?



**Fuente:** Elaboración de estudiante.

**Nivel 3: Representa en varios registros semióticos la relación entre variables de un fenómeno físico comunicando la pertinencia de los mismos.**



Los estudiantes que de forma pertinente, recurrían a varios tipos de registros semióticos relacionados entre sí, conforman el 42% y se clasifican en el nivel tres. Estos estudiantes se dividen en un 26% que en actividades anteriores se posesionaron en niveles inferiores, y por tanto denotan un progreso en el proceso, el 49% que se mantuvo en el mismo nivel y representa la estabilidad en este nivel; y un 26% que fue clasificado en niveles superiores y no evidenció habilidades similares en el desarrollo de esta actividad.

Como aspecto general de los estudiantes clasificados en este nivel se puede destacar el hecho de que estos realizan diferentes tipos de representaciones del fenómeno representado pero muestran dificultades para identificar o analizar la arquitectura matemática ligada a estas representaciones.

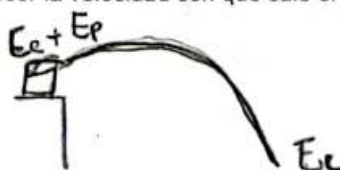
En la Figura 4-73 se muestra la respuesta proporcionada por el estudiante E13 al solicitarle un modelo para encontrar la velocidad del proyectil disparado por la catapulta. Realiza un registro pictórico que representa la variación de energía durante el recorrido del proyectil y construye un modelo algebraico pertinente. Sin embargo, presenta falencias para identificar las expresiones matemáticas involucradas con las variables planteadas en el modelo ( $E_e$ : energía elástica,  $E_p$ : energía potencial gravitacional y  $E_c$ : energía cinética).

#### Figura 4-73

*Respuesta a la pregunta 6 de la actividad final – Estudiante 13*

6. Diseña un modelo que permita establecer la velocidad con que sale el proyectil después de ser disparado por la banda de goma.

$$E_e + E_p = E_c$$



**Fuente:** Elaboración de estudiante.

**Nivel 4:** Representa en varios registros semióticos la relación entre las variables, argumenta adecuadamente la pertinencia de los mismos e identificando las estructuras matemáticas que modelan las variables de estudio.

Este nivel incluye al 22% de los educandos. El 55% indicó rasgos de progreso en el desarrollo de las habilidades asociadas al proceso respectivo, el 30% señala la permanencia en este nivel a comparación de las actividades anteriores.

Estos estudiantes elaboran modelos algebraicos que representan correctamente la situación descrita. Sin embargo, estos modelos no se tienen en cuenta al momento de realizar explicaciones y descripciones en torno al fenómeno estudiado.

Por ejemplo, el estudiante E49 (Figura 4-74) construye un modelo basado en la variación de energía del proyectil disparado por la catapulta y realiza un tratamiento adecuado de la expresión algebraica resultante pero expone dificultades para asociar el modelo construido y sus variables en el contexto del rendimiento de la catapulta.

#### Figura 4-74

*Respuesta a las preguntas 6 y 7 de la actividad final – Estudiante 49*

6. Diseña un modelo que permita establecer la velocidad con que sale el proyectil después de ser disparado por la banda de goma.

$$E_p = E_c \quad \frac{1}{2} kx^2 = \frac{1}{2} mv^2$$
$$v = \sqrt{\frac{k}{m} x^2}$$

7. ¿Qué factores de este modelo pueden afectar el rendimiento de la catapulta?

*Factores tales como la velocidad y su variación.*

**Fuente:** Elaboración de estudiante.

**Nivel 5: Representa los fenómenos físicos en distintos tipos de representación semiótica, elabora descripciones y predicciones sobre los mismos argumentando su pertinencia.**

En contraste con lo expuesto en los niveles anteriores, el estudiante E24 hace parte del 12% que fue clasificado en el nivel máximo de desarrollo de este proceso. Este construye un modelo similar al estudiante anterior, sin embargo, usa este modelo para predecir la forma en que las variaciones en las magnitudes involucradas afectan la velocidad de lanzamiento de la catapulta (Figura 4-75).

**Figura 4-75**

*Respuesta a la pregunta 13 de la actividad final – Estudiante 24*

6. Diseña un modelo que permita establecer la velocidad con que sale el proyectil después de ser disparado por la banda de goma.

$$E_E = E_C$$

$$\frac{kx^2}{2} = \frac{mv^2}{2} \quad v = \sqrt{\frac{kx^2}{m}} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{kx^2}{m}}$$

7. ¿Qué factores de este modelo pueden afectar el rendimiento de la catapulta?

La masa de la goma, la constante elástica ↗

↑M ⇒ v↓  
↑k ⇒ v↑

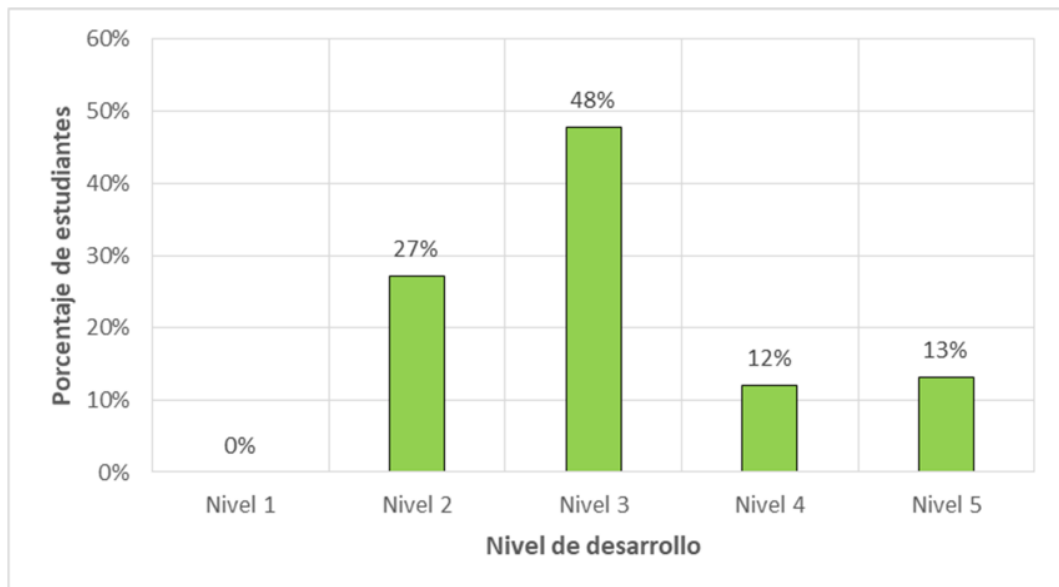
**Fuente:** Elaboración de estudiante.

### 4.5.3 Resultados del desempeño en el proceso 3

La Figura 4-76 muestra la distribución de los estudiantes en los niveles de desarrollo del proceso 3. Se puede apreciar que la mayoría de los estudiantes se encuentra en el nivel medio de este proceso

**Figura 4-76**

*Desarrollo de Proceso 1: Actividad Diagnóstica*

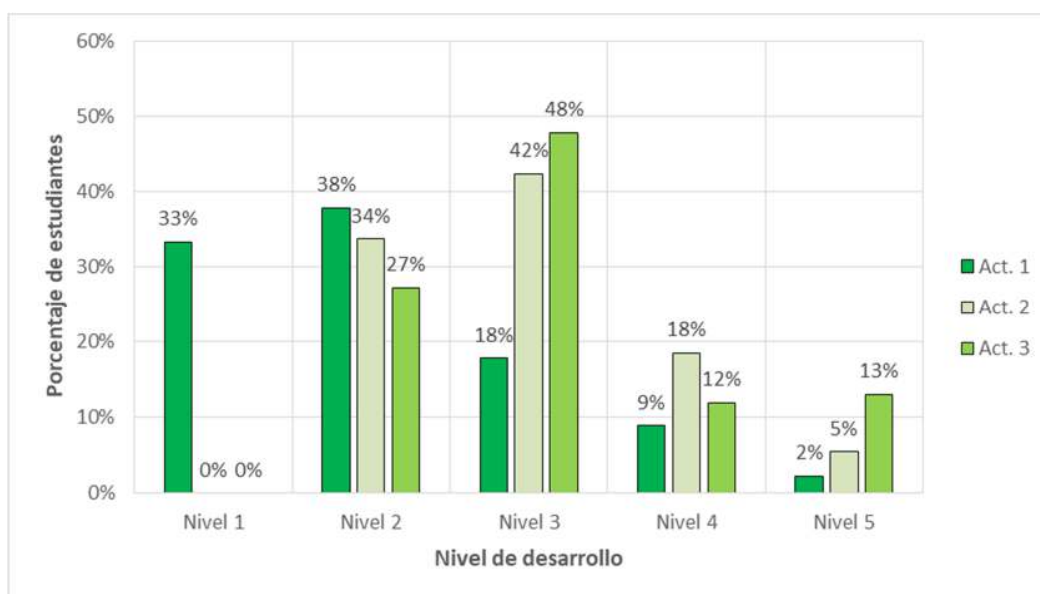


**Fuente:** Elaboración propia.

Es digno de mencionar que la evolución positiva en este proceso se hace más notorio si se compara al desarrollo manifestado en las actividades anteriores (Figura 4-77) y sobresale que, a medida que avanza la secuencia didáctica, los estudiantes dejan de agruparse en los niveles inferiores para posicionarse en los niveles medios y superiores.

**Figura 4-77**

*Evolución en el desarrollo del proceso 3: Actividad final*



**Fuente:** Elaboración propia.

**Nivel 2: Identifica algunos conceptos asociados a un fenómeno natural.**

El 27% de los estudiantes fue catalogado en el nivel 2 de desarrollo al culminar la fase de evaluación. Estos estudiantes identificaron correctamente en la situación descrita la presencia de conceptos relacionados con el movimiento, la fuerza y algunos tipos de energía. A pesar de ello, se presentaron dificultades para establecer la forma en que estos conceptos permitían clasificar y relacionar el fenómeno.

El estudiante E25 (Figura 4-78) establece correctamente que el ángulo de lanzamiento se relaciona con su alcance. No obstante, tiene inconvenientes para determinar el ángulo ideal bajo el cual se debe realizar un lanzamiento para obtener el alcance máximo.

**Figura 4-78**

*Respuesta a la pregunta 13 de la actividad final – Estudiante 25*

13. Describe una estrategia experimental para determinar cuál sería la catapulta más eficiente que se podría construir. Teniendo en cuenta las variables involucradas en el fenómeno y los modelos planteados anteriormente.

primero tener un ángulo de  $60^\circ$  (el más eficiente) luego tener una fuerza que impulse de tal manera que se alcance su mayor rendimiento, y por último tener un material que sea liviano y aerodinámico para que el rozamiento no afecte.

**Fuente:** Elaboración de estudiante.

**Nivel 3: Identifica los conceptos asociados a un fenómeno natural y los clasifica con dificultad de acuerdo al comportamiento de las variables.**

Este nivel agrupa la mayoría de estudiantes (48%), quienes argumentan adecuadamente la forma en que la fuerza y la energía relacionadas con el resorte de la catapulta influyen en la velocidad que adquiere el proyectil. A su vez identifican cómo esta velocidad y el ángulo de lanzamiento determinan la trayectoria y el rendimiento de esta.

Sin embargo, todas estas descripciones obedecen a aquellas de tipo conceptual y no vienen ligadas a un modelo algebraico y un análisis posterior de las estructuras matemáticas que contiene.

Por ejemplo, al explicar cómo influyen las variaciones de la masa del proyectil y la fuerza de la banda elástica en el alcance del proyectil, el estudiante E51 (Figura 4-79) comparte argumentos basados en la intuición en lugar del análisis de algún modelo algebraico.

**Figura 4-79**

*Respuesta a las preguntas 11 y 12 de la actividad final – Estudiante 51*

11. Explica cómo las variaciones en la masa del proyectil influirían en la trayectoria y alcance del lanzamiento.
- R/ Influiría su peso, dependiendo de este alcanzaría una distancia más larga o corta dependiendo de su material, forma o peso
12. Si variaran la fuerza de la banda de goma mientras mantienen constante el ángulo de lanzamiento, ¿cómo esperarías que afectara la distancia alcanzada? ¿Cómo lo explicarías?
- R/ Afectaría en que la distancia fuera más corta por el resorte que se esperaba que no se estuviera por completo

**Fuente:** Elaboración de estudiante.

Es válido resaltar que, de los estudiantes clasificados en este nivel, un 32% corresponde a estudiantes que mostraron por primera vez estas habilidades en comparación con la evaluación de las actividades anteriores.

**Nivel 4: Clasifica los fenómenos naturales de acuerdo al comportamiento de sus variables, construye con poca claridad explicaciones de un fenómeno a partir de un modelo matemático relacionando los conceptos y leyes físicas involucradas.**

El 12% de los estudiantes demostró habilidades asociadas al nivel cuatro de desarrollo del proceso tres. Estos estudiantes expusieron descripciones de los fenómenos basadas en los modelos matemáticos construidos a partir de la aplicación de conceptos de análisis de fuerza, conversión entre tipos de energía y cinemática en dos dimensiones.

Un 64% de los estudiantes de este nivel mostraron la adquisición de estas habilidades que anteriormente se consideraron ausentes.

En la Figura 4-80, se evidencia un estudiante (E77) que explica la relación de la velocidad de lanzamiento del proyectil con la constante de elasticidad, la elongación del resorte y la masa del proyectil basado en un modelo algebraico que se construyó empleando la ley de la conservación de energía.

Figura 4-80

Respuesta a la pregunta 8 de la actividad final – Estudiante 77

6. Diseña un modelo que permita establecer la velocidad con que sale el proyectil después de ser disparado por la banda de goma.

$E_{el} = E_{cin}$

$$\frac{k \cdot x^2}{2} = \frac{m \cdot v^2}{2} \therefore v = \sqrt{\frac{kx^2}{m}}$$

7. ¿Qué factores de este modelo pueden afectar el rendimiento de la catapulta?

**La constante:** Si aumenta, el proyectil saldrá a mayor velocidad, porque aplicaría más fuerza.

**La elongación:** Si aumenta, la catapulta rendirá más, porque aplica más fuerza.

**La masa del objeto:** Si aumenta, la catapulta rendirá menos, porque el objeto saldrá a menor velocidad llegando a un alcance menor.

Fuente: Elaboración de estudiante.

**Nivel 5: Explica fenómenos naturales a partir del comportamiento de sus variables asociando a modelos, leyes físicas y conceptos relacionados.**

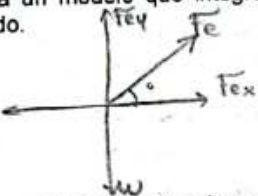
Aquellos estudiantes que mostraron capacidades para analizar el fenómeno a partir del análisis de las representaciones semióticas pertinentes, de los modelos matemáticos que relacionan los conceptos involucrados se ubicaron en el nivel máximo de desarrollo de este proceso.

El estudiante E90 (Figura 4-81) relaciona conceptos asociados a las leyes de Newton, la ley de la conservación de la energía y los usa para construir representaciones gráficas y algebraicas para describir el comportamiento de las variables relacionadas en el lanzamiento de un proyectil por medio de una catapulta construida con bandas de goma.

Figura 4-81

Respuesta a las preguntas 4, 5, 6 y 7 de la actividad final – Estudiante 90

4. Diseña un modelo que integre las fuerzas experimentadas por el proyectil mientras es lanzado.



$$\Sigma F_x = F_{ex} = F_e \cdot \cos \theta$$

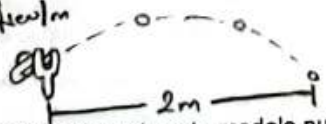
$$\Sigma F_y = F_{ey} - W = F_e \cdot \sin \theta - m \cdot g$$

5. ¿Cómo podrían cambiar algunos factores del modelo anterior para maximizar el rendimiento de la catapulta?

Para maximizar el rendimiento habría que aumentar el valor de la constante de elasticidad ( $k$ ), porque esto es directamente proporcional a la fuerza elástica, entonces si aumentamos el valor en la banda de goma, la fuerza será más grande.

6. Diseña un modelo que permita establecer la velocidad con que sale el proyectil después de ser disparado por la banda de goma.

$m = 5 \text{ kg}$   
 $k = 60 \text{ N/cm}$



$$E_1 = E_2$$

$$E_e = E_c$$

$$\frac{k \cdot x^2}{2} = \frac{m \cdot v^2}{2}$$

$$v = \sqrt{\frac{k \cdot x^2}{m}}$$

$$v = \sqrt{\frac{240}{5}} = \sqrt{48}$$

$$v = 6,9282 \text{ m/seg}$$

7. ¿Qué factores de este modelo pueden afectar el rendimiento de la catapulta?

Al igual que en el modelo de fuerzas, la constante ( $k$ ) afecta de cierta forma el rendimiento, pero a esto se añade el valor de la masa, distancia y velocidad, puesto que si la constante aumenta junto con la distancia, también afecta el valor de la masa, de la velocidad o ambas.

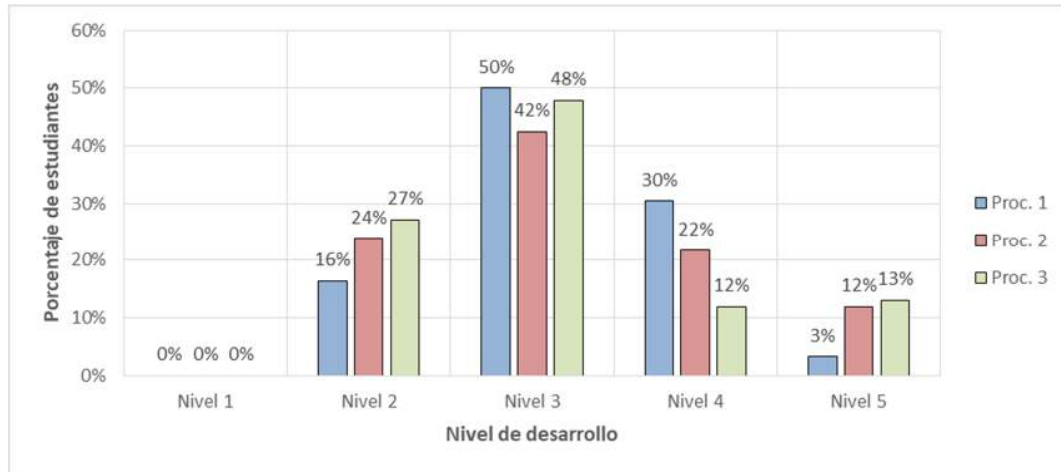
Fuente: Elaboración de estudiante.

Finalmente, en la Figura 4-82 se sintetiza la distribución de los estudiantes frente a los niveles de desarrollo de pensamiento físico matemático concluida la actividad final o reto. Adicionalmente, se ilustra el hecho de que la mayor parte de los estudiantes se ubica en niveles intermedios y, a su vez, ningún estudiante hace parte del nivel mínimo.



**Figura 4-82**

*Desarrollo de procesos: Actividad final*

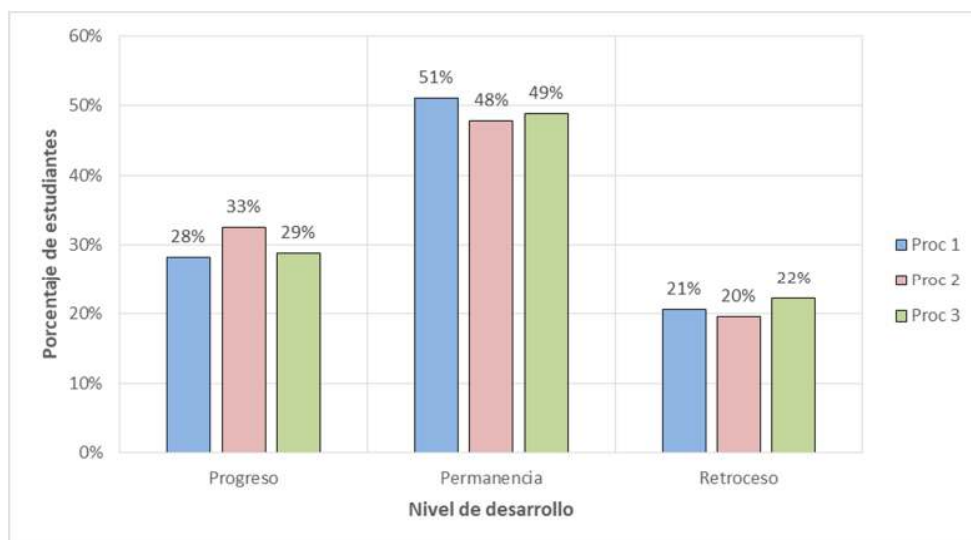


**Fuente:** elaboración propia.

A simple vista la distribución de los estudiantes parece indicar una tendencia a la permanencia si se los resultados de la actividad final con la actividad de afianzamiento (Figura 4-83), es decir, la mayor parte de los estudiantes permanece en el mismo nivel de desarrollo de un proceso específico en el paso de la actividad dos hacia la tres.

**Figura 4-83**

*Progreso en el desarrollo de procesos: Actividad de reto VS Actividad afianzamiento*

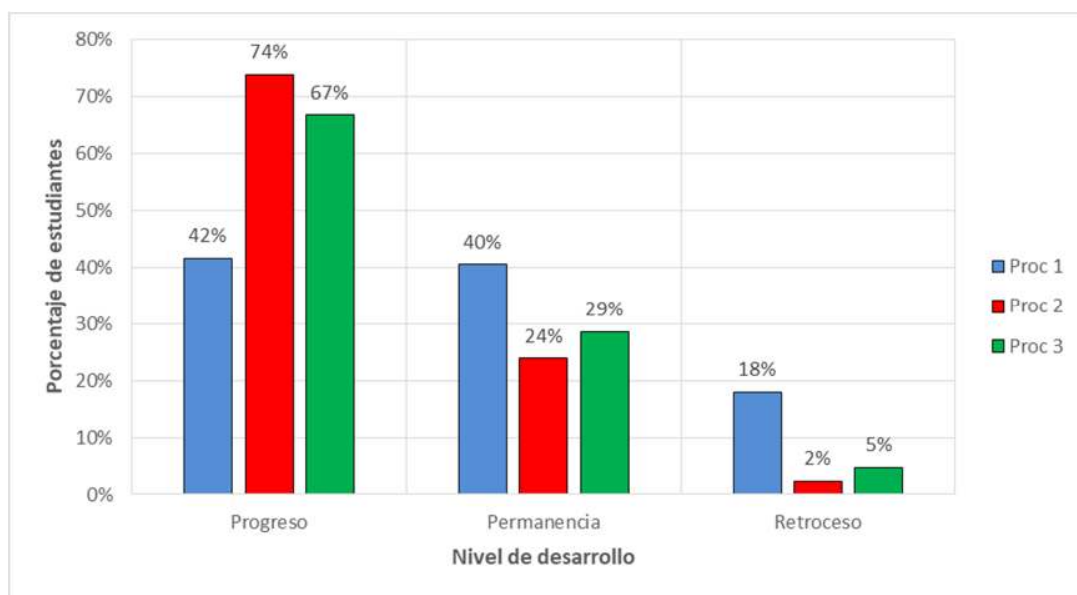


**Fuente:** Elaboración propia.

En contraste, la comparación anterior adquiere un mayor sentido si se realiza entre la actividad inicial y la final (Figura 4-84). A nivel global, los estudiantes se inclinan hacia el desarrollo progresivo de las habilidades del pensamiento físico matemático. Esto denota que los estudiantes culminaron, en su mayoría, con niveles de desarrollo más altos que aquellos con que iniciaron en los diferentes niveles de desarrollo planteados.

**Figura 4-84**

*Progreso en el desarrollo de procesos: Actividad de reto VS Actividad diagnóstica*



**Fuente:** Elaboración propia.

## **5 Conclusiones y recomendaciones**

### **5.1 Conclusiones**

En consonancia con las fases implementadas durante el desarrollo de esta investigación, se presentan las siguientes conclusiones generales que recopilan los principales hallazgos.

Los procesos del pensamiento físico matemático sustentan su desarrollo en las actividades de experimentación, formulación y resolución de problemas. Estas actividades, a su vez, implican la adquisición de habilidades inherentes al pensamiento métrico de la matemática. Se reconoce, entonces, al pensamiento métrico como un potenciador fundamental del pensamiento físico matemático.

El enfoque ha permitido a los estudiantes en la experimentación, aprender de manera activa y participativa. Se han logrado avances significativos en la apropiación del método científico por parte de los estudiantes. Se evidenciaron mejoras en la formulación de hipótesis, el diseño experimental, la coherencia entre ambos y el análisis crítico de resultados.

Para potenciar aún más el primer proceso del pensamiento físico matemático, y los subprocesos asociados al mismo, se sugiere profundizar en la precisión de las hipótesis, fomentar una mayor planificación y el control de variables en los diseños experimentales. Esto permite que los experimentos propuestos garanticen la validez interna y externa de las conclusiones que se derivan de los mismos.

La familiarización con los diferentes sistemas de representación semiótica evidencia progresos importantes en el desarrollo del segundo proceso del pensamiento físico matemático. La conversión y tratamiento de estos sistemas facilita la construcción de

modelos gráficos y algebraicos que, a su vez, permiten realizar predicciones y descripciones adecuadas sobre los fenómenos físicos estudiados por los estudiantes.

Para alcanzar un dominio completo del segundo proceso se requiere mayor énfasis en las herramientas algebraicas que facilitan el tratamiento de los modelos algebraicos y la forma en que estos modelos permiten realizar descripciones de los fenómenos naturales.

La sinergia entre la formulación y resolución de problemas en conjunto con actividades de diseño y ejecución experimental promueven en los estudiantes una comprensión clara de los conceptos físicos estudiados, concretamente, los que relacionan las fuerzas aplicadas sobre un cuerpo y la forma en que interactúan para establecer el movimiento consecuente del mismo.

En relación a lo anterior, se observa un desarrollo en el tercer proceso de pensamiento. Se ha logrado que los estudiantes relacionen el comportamiento de las variables de un fenómeno físico con situaciones cotidianas a través de la formulación y resolución de problemas. Para fortalecer aún más este proceso, se recomienda profundizar en la construcción de explicaciones que integren las variables y conceptos físicos con los modelos semióticos construidos de manera precisa.

Los procesos de pensamiento físico matemático operan de manera complementaria y coordinada. A medida que se fortalecen las habilidades asociadas a uno de los procesos, se proporcionan herramientas que permiten el desarrollo de los demás procesos. De esta forma, un estudiante presenta progresos en cada uno de los tres procesos de forma integral.

El avance de los estudiantes se ha valorado mediante la descripción cualitativa del desempeño mostrado en los procesos y subprocesos del pensamiento físico matemático. Adicionalmente, se ha implementado una escala que permite estimar el nivel de desarrollo logrado en cada proceso. Estos niveles son jerárquicos, puesto que implican un grado de complejidad creciente, y son inclusivos, en tanto estar ubicado en un nivel, implica haber superado los niveles inferiores.

La metodología implementada va más allá de la identificación de conceptos y la resolución de ejercicios tradicionales. Se ha logrado desarrollar habilidades como la representación en múltiples registros, la construcción del conocimiento a partir de la experimentación y la explicación de fenómenos naturales mediante la resolución de problemas. Esta metodología ha demostrado ser un factor clave para el desarrollo del pensamiento físico matemático.

El trabajo en equipo ha sido un elemento esencial en las actividades propuestas. Los estudiantes han aprendido a colaborar entre sí, compartir ideas, resolver problemas y construir conocimiento de manera conjunta. El trabajo en equipo ha contribuido al desarrollo de habilidades sociales y comunicativas, además de fortalecer el aprendizaje individual.

El rol del docente en la metodología implementada no se limita a la transmisión de conocimiento. El docente actúa como mediador y guía, acompañando a los estudiantes en su proceso de aprendizaje, facilitando la construcción del conocimiento y promoviendo el desarrollo del pensamiento crítico. La intervención del docente ha sido fundamental para el éxito de la metodología propuesta.

Durante el proceso de intervención se percibe que existen factores que condicionan la comprensión y el desarrollo de las habilidades asociadas al pensamiento físico matemático, algunos a nivel conceptual (comprensión y el manejo de operaciones matemáticas básicas, la resolución de ecuaciones y el tratamiento de expresiones algebraicas, comprensión de los conceptos de la mecánica clásica), otros determinantes que se relacionan con habilidades del pensamiento crítico, en nuestro caso, la lectura crítica sobre la medición: ¿Qué se mide? ¿Cómo se mide? ¿Cuánto mide y cómo la optimizo? ¿Cuál es la trascendencia de la medida y del proceso de medición?, otros como el análisis de los componentes de un problema, la síntesis de información proveniente de diferentes fuentes y perspectivas para alcanzar una comprensión global de un fenómeno o problema, y la capacidad de evaluar los resultados de manera crítica. Por último, se tienen los factores relacionados con las capacidades de comunicación, ya sea escrita, oral o mediante diferentes formas de representación semiótica.

## 5.2 Recomendaciones

A partir de los hallazgos y conclusiones de la presente investigación, se proponen un conjunto de recomendaciones orientadas a la implementación y mejora de la propuesta didáctica y la realización posterior de estudios afines.

Este trabajo investigativo contempla el pensamiento métrico como potenciador del pensamiento físico matemático, y por extensión, del pensamiento científico. La inclusión de otros tipos de pensamientos a potenciar, como por ejemplo, el pensamiento computacional facilitaría evidencias el papel que juega la matemática en la construcción del conocimiento de manera transversal a todos las áreas del conocimiento.

Del mismo modo, la integración de los otros tipos de pensamiento matemático en el estudio permitirá comprender mejor cómo se interconectan y cómo pueden ser utilizados para el aprendizaje de la física y el desarrollo del pensamiento físico matemático. Por ejemplo, el papel del pensamiento aleatorio en las actividades de tipo experimental.

Los procesos del pensamiento físico matemático son transversales a los ejes temáticos y los fenómenos físicos estudiados durante la educación media. Se recomienda la extensión de las secuencias didácticas, no sólo al ámbito de la mecánica clásica, si no al componente curricular de la asignatura en su totalidad. Esto permitiría evidenciar con mayor detalle el nivel de desarrollo en los diferentes procesos del pensamiento físico matemático a lo largo de todo el proceso formativo de educación media y su papel en la construcción de conceptos y la explicación de fenómenos físicos.

Utilizar una variedad de instrumentos de evaluación que permitan valorar de manera integral el desarrollo del pensamiento físico matemático y científico. La producción escrita por sí sola resulta insuficiente para evaluar el nivel de desarrollo de los procesos de pensamiento. Se recomienda integrar diferentes instrumentos evaluativos tales como la observación del entorno del aula, la autoevaluación del estudiante y entrevistas, entre otros.

Es necesario ampliar el conocimiento sobre cómo se desarrolla el pensamiento físico matemático y científico en diferentes contextos, como escuelas rurales, urbanas, privadas y públicas. Esta información permitirá adaptar las estrategias de enseñanza y aprendizaje a las necesidades específicas de cada contexto.

El análisis de fenómenos desde diferentes disciplinas, más allá de la física, permite desarrollar de manera transversal algunos de los procesos asociados al pensamiento físico matemático, especialmente aquellos relacionados con el tratamiento y la conversión de información en diferentes sistemas de representación semiótica. Actividades como el análisis de funciones y sus características, el modelado y la resolución de problemas en el contexto de la variación son recomendables. Estas actividades potencian la capacidad de los estudiantes para traducir información de un sistema de representación semiótica a otro, identificar sus relaciones y congruencias, comparar y contrastarlas, identificar ventajas y desventajas de su uso, y seleccionar la más adecuada para comunicar sus ideas y resultados a diferentes audiencias. Toda actividad que permita al estudiante vislumbrar las representaciones no sólo como instrumentos para comunicar algo, sino también para tomar decisiones en el problema a resolver, es adecuada para potenciar esta habilidad.





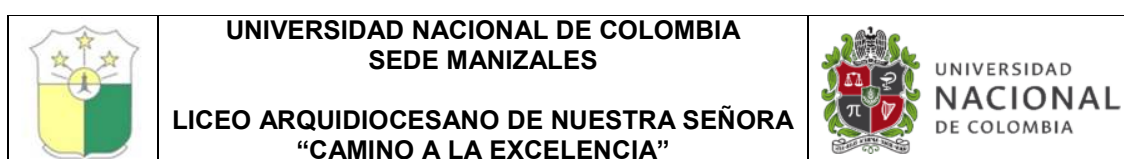
# Anexo A: Cronograma de actividades

Cronograma de las actividades propuestas durante la secuencia didáctica

Actividades	Número de Sesiones
Actividad diagnóstica	1
<b>Primera intervención de aula</b>	
Revisión de saberes previos: análisis de fuerzas	1
Retroalimentación de la prueba diagnóstica	1
Análisis de variables de un fenómeno físico y sistemas de representación semiótica	2
Práctica de laboratorio: Movimiento Uniforme. Diseño de experimentos	2
Actividad de afianzamiento	1
<b>Segunda intervención de aula</b>	
Retroalimentación de la prueba de afianzamiento	2
análisis de modelos algebraicos y su tratamiento	1
Actividad final o reto	1
<b>Intervención total</b>	<b>12</b>



# Anexo B: Actividad 1: Prueba diagnóstica



## ACTIVIDAD 1: Prueba Diagnóstica

El siguiente cuestionario busca recoger información sobre los conocimientos que pueden tener con relación al pensamiento científico. No es de carácter evaluativo, pero, al ser parte de un proceso de investigación se le pide que responda con total sinceridad.

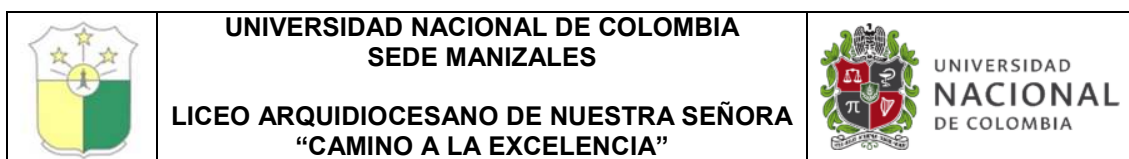
### CUESTIONARIO

Un niño está empujando un trineo lleno de juguetes a través de la nieve aplicando una fuerza constante en el sentido horizontal. El niño se mueve a velocidad constante

1. ¿Cuáles son las variables físicas involucradas en esta situación, en qué unidades sería apropiado medirlas?
2. Dibuja un diagrama de cuerpo libre para el niño y el trineo y representa las fuerzas que actúan sobre ellos.
3. Crea un modelo que explique cómo las fuerzas se equilibran para mantener la velocidad constante.
4. ¿Por qué el niño y el trineo se mueven a velocidad constante a pesar de que el niño está aplicando una fuerza constante?
5. ¿Por qué es importante que la fuerza aplicada por el niño sea constante para mantener la velocidad constante?

6. ¿Cómo cambiaría la situación si la nieve se volviera más pesada y difícil de empujar? Identifica cómo esto afectaría las variables involucradas.
  
7. Si el niño dejara de aplicar la fuerza, ¿qué ocurriría con el trineo?
  
8. Diseña un experimento en el cual puedas determinar a qué velocidad se mueve el niño y cuánto vale la resistencia de la nieve con el trineo. Incluye todos los detalles que consideres pertinentes (instrumentos, medidas, procesos).

# Anexo C: Actividad 2: Afianzamiento



## ACTIVIDAD 2

El siguiente cuestionario busca recoger información sobre los conocimientos que pueden tener con relación al pensamiento científico. No es de carácter evaluativo, pero, al ser parte de un proceso de investigación se le pide que responda con total sinceridad.

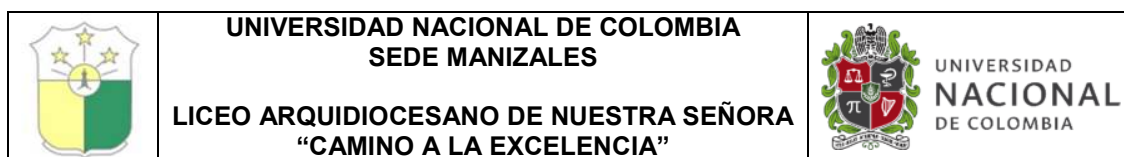
## CUESTIONARIO

Un ciclista está subiendo una colina en su bicicleta. El ciclista sube a una velocidad constante de 3 m/seg.

1. ¿Cuáles son las variables físicas involucradas en la subida de la colina en bicicleta y cómo se relacionan con el fenómeno descrito?
2. ¿Por qué el ciclista puede mantener una velocidad constante mientras sube la colina? Explica lo anterior en términos de las fuerzas aplicadas o de la energía del proceso.
3. Dibuja un diagrama de cuerpo libre para el ciclista y representa las fuerzas que actúan sobre él mientras sube la colina.
4. Crea un modelo que explique cómo las fuerzas se equilibran para mantener la velocidad constante.

5. ¿Qué ocurriría si la colina fuera más empinada? Identifica cómo esto afectaría las variables involucradas en el proceso.
6. ¿Qué sucede si el ciclista cambia su velocidad mientras sube la colina? Identifica las variables que se verían involucradas en el fenómeno y cómo se verían afectadas.
  
7. ¿Por qué el ciclista no puede mantener una velocidad constante si deja de pedalear mientras sube la colina?
  
8. Realiza una gráfica que describa la posición del ciclista en función del tiempo transcurrido. ¿La forma de la gráfica tiene sentido?

# Anexo D: Actividad 3: Evaluación



## ACTIVIDAD 3: EVALUACIÓN

### CUESTIONARIO

En un torneo escolar de ciencias, los estudiantes participan en una competencia de construcción de catapultas. Cada equipo construye una catapulta que utiliza bandas de goma para lanzar un pequeño proyectil. Los estudiantes pueden ajustar la fuerza de la banda de goma, el ángulo de lanzamiento y la masa del proyectil antes de realizar sus lanzamientos.

1. ¿Cuáles son las variables clave relacionadas con el lanzamiento que podrían influir en el rendimiento de la catapulta?
2. ¿De qué forma un cambio en las variables podría afectar el lanzamiento del proyectil?
3. ¿Cómo podrían medir las variables anteriores?
4. Diseña un modelo que integre las fuerzas experimentadas por el proyectil mientras es lanzado.
5. ¿Cómo podrían cambiar algunos factores del modelo anterior para maximizar el rendimiento de la catapulta?

6. Diseña un modelo que permita establecer la velocidad con que sale el proyectil después de ser disparado por la banda de goma.
7. ¿Qué factores de este modelo pueden afectar el rendimiento de la catapulta?
8. Diseña un modelo que permita establecer cómo el ángulo de lanzamiento afecta la distancia y la altura alcanzada por el proyectil.
9. ¿Cómo podrían ajustar estos factores para maximizar el rendimiento?
10. Diseña un gráfico que represente la relación entre el ángulo de lanzamiento y la distancia alcanzada por el proyectil. ¿Cómo utilizarías este gráfico para prever el rendimiento de tu catapulta?
11. Explica cómo las variaciones en la masa del proyectil influirían en la trayectoria y alcance del lanzamiento.
12. Si variaran la fuerza de la banda de goma mientras mantienen constante el ángulo de lanzamiento, ¿cómo esperarías que afectara la distancia alcanzada? ¿Cómo lo explicarías?
13. Describe una estrategia experimental para determinar cuál sería la catapulta más eficiente que se podría construir. Teniendo en cuenta las variables involucradas en el fenómeno y los modelos planteados anteriormente.



## Bibliografía

- Aragón, P. A., y Marín Santamaría, C. (2010, 13 al 15 de septiembre). Competencias Básicas. El pensamiento físico-matemático como un objeto de estudio de la didáctica de la física. *Congreso Iberoamericano de Educación Metas 2021*. Buenos Aires. <http://tinyurl.com/yqfni7sr>
- Briceño, J., Rivas, Y. y Lobo, H. (2019). La experimentación y su Integración en el proceso Enseñanza Aprendizaje de la Física en la Educación Media. *Revista Latinoamericana de Estudios en Cultura y Sociedad*, 5(2). 1 – 17. <https://periodicos.claec.org/index.php/relacult/article/view/1512/1111>
- Brousseau, G. (2007). *Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones didácticas* (D. Fregona, trad.). Buenos Aires, Argentina: Libros del Zorzal. (Original publicado en 1998)
- Cantoral, R., Farfán, R. M., Lezama, J. y Martínez-Sierra, G. (2006). Socioepistemología y representación: algunos ejemplos. *Revista latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, RELIME*, 9(Esp.), 83-102. <https://www.redalyc.org/pdf/335/33509905.pdf>
- Cantoral, R., Reyes-Gasperini, D. y Montiel, G. (2014). Socioepistemología, Matemáticas y Realidad. *Revistas Latinoamericana de Etnomatemática*, 7(3), 91-116). <https://www.revista.etnomatematica.org/index.php/RevLatEm/article/view/149>
- Cobb, P., Jackson, K. y Dunlap, C. (2017). Conducting design studies to investigate and support mathematics Students' and teachers' learning. En J. Cai (ed.), *Compendium for research in mathematics education* (pp. 208-233). NCTM.
- Cubero Pérez, R. (2010). Elementos básicos para un constructivismo social. *Avances En Psicología Latinoamericana*, 23(1), 43-61. <https://revistas.uosario.edu.co/index.php/apl/article/view/1240>
- Deleg Sari, P. E. y Fajardo Tinizhañay, L. P. (2023). ABP como estrategia didáctica para contribuir al proceso de enseñanza-aprendizaje de la Física. *Revista*

- Iberoamericana de Investigación en Educación, RIIED*, (7), 1-13.  
<https://doi.org/10.58663/riied.vi7.118>
- Díaz Torres, C. (2021). *Formulación y resolución de problemas como estrategia potenciadora del pensamiento físico matemático en estudiantes del grado décimo* [Tesis de maestría, Universidad Nacional de Colombia]. Repositorio Institucional UN. <https://repositorio.unal.edu.co/handle/unal/80502>
- Duval, R. (1995). *Sémiosis et pensée: registres sémiotiques et apprentissages intellectuels*. Peter Lang.
- Embus Galindo, F. (2023). *Fortalecimiento de procesos asociados al pensamiento métrico a partir de la resolución de problemas en estudiantes de undécimo* [Tesis de maestría, Universidad Nacional de Colombia]. Repositorio Institucional UN. <https://repositorio.unal.edu.co/handle/unal/83785>
- Ernest P. (2004). *La Filosofía de la educación matemática* [libro en PDF]. Taylor & Francis e-Library. (Libro original publicado en 1991).
- Flórez Ochoa, R. (1994). *Hacia una pedagogía del conocimiento*. McGraw-Hill.
- Gil Angel, A. (2016). *Diseño de una estrategia metodológica para contribuir en el pensamiento científico de los estudiantes* [Tesis de maestría, Universidad Nacional de Colombia]. <https://repositorio.unal.edu.co/handle/unal/58263>
- Hernández Sampieri, R., Fernández Collado, C y Baptista Lucio, M. P. (2014). *Metodología de la Investigación* (6.ª ed.). McGraw-Hill.
- Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación (ICFES). (s. f.). *Prueba de ciencias naturales Saber 11°* [infografía]. Dirección de Evaluación, Icfes. <https://www.icfes.gov.co/documents/39286/14390199/Infograf%C3%ADa+Ciencias+Naturales+Saber+11.%C2%BA.pdf>
- Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación (ICFES). (2023). *Reporte de resultados del examen Saber 11° por aplicación 2023-4. Establecimientos Educativos*. ICFES.
- Jaramillo Naranjo, L. M. (2019). Las ciencias naturales como un saber integrador. *Sophia*, 26(1), 199-221. <https://sophia.ups.edu.ec/index.php/sophia/article/view/26.2019.06>
- Karam, R. y Pietracola, M. (2009). Habilidades Técnicas Versus Habilidades Estructurantes: Resolução de Problemas e o Papel da Matemática como Estruturante do Pensamento Físico. *ALEXANDRIA: Revista de Educação em Ciência e Tecnologia*, 2(2), 181–205. <https://periodicos.ufsc.br/index.php/alexandria/article/view/37960>

- Leonard, W., Gerace, W. y Dufresne, R. (2002). Resolución de problemas basada en el análisis. Hacer del análisis y del razonamiento el foco de la enseñanza de la física. *Enseñanza de las Ciencias: Revista de Investigación y Experiencias Didácticas*, 20(3), 387-400. <https://raco.cat/index.php/Ensenanza/article/view/21828>
- Mancera, E. (2000). *Saber Matemáticas es saber resolver problemas. La enseñanza de la matemática a través de la resolución de problemas*. Grupo Editorial Iberoamericana.
- Mason, J. Burton, L. y Stacey, K. (2010). *Pensar matemáticamente* [libro en PDF]. Pearson.
- McKenney, S., y Reeves, T. (2012). *Conducting educational design research*. Routledge.
- Mesa Jiménez, J. (2022). *Diseño de una estrategia didáctica para la enseñanza del Fenómeno Eléctrico en el aula de forma experimental que favorezca la generación de pensamiento físico* [Tesis de maestría, Universidad Nacional de Colombia]. Repositorio Institucional, UN. <https://repositorio.unal.edu.co/handle/unal/83368>
- Ministerio de Educación Nacional (MEN). (1998). *Lineamientos Curriculares de Matemáticas* [sitio web]. Ministerio de Educación Nacional. [Actualizado 28 de agosto de 2018] <http://tinyurl.com/2zctzcs>
- Ministerio de Educación Nacional (MEN). (2006). *Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas. Guía sobre lo que los estudiantes deben saber y saber hacer con lo que aprenden*. Imprenta Nacional de Colombia. [https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-340021\\_recurso\\_1.pdf](https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-340021_recurso_1.pdf)
- Morcillo Molina, C. (2015). *La experimentación en la enseñanza de las ciencias para docentes en formación inicial: Un caso en microbiología* [Tesis de licenciatura, Universidad del Valle]. Biblioteca Digital. <https://bibliotecadigital.univalle.edu.co/entities/publication/1297bd25-7b92-4f7a-91d8-ddd918243793>
- Morales Bueno P. y Landa Fitzgerald, V. (2004) Aprendizaje basado en problemas. *Theoria*, 13(1)145-157. <http://www.ubiobio.cl/theoria/v/v13/13.pdf>
- Mosquera Ibarquén, J. A. (2018). *Diseño de una propuesta metodológica basada en resolución de problemas de cinemática (movimiento en una dimensión) para los estudiantes del Colegio Euskadi del grado noveno* [Tesis de maestría, Universidad Nacional de Colombia]. Repositorio Institucional UN. <https://repositorio.unal.edu.co/handle/unal/56244>

- Moreno Amador, J. D. (2023). *Desarrollo de procesos asociados al pensamiento métrico en el contexto de la metalistería en estudiantes de media técnica* [Tesis de maestría, Universidad Nacional de Colombia]. Repositorio Institucional UN. <https://repositorio.unal.edu.co/handle/unal/84424>
- Moreno Armella, L. y Waldegg, G. (2002). Fundamentación cognitiva del currículo de matemáticas. En Ministerio de Educación Nacional (MEN), *Seminario Nacional de Formación de Docentes: en el Uso de Nuevas Tecnologías en el aula de Matemáticas* (pp. 40-66). Ministerio de Educación Nacional. [https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-81040\\_archivo.pdf](https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-81040_archivo.pdf)
- Neira Morales, J. (2021). *La experimentación en ciencias naturales como estrategia de alfabetización científica*. UCMAule, (60), 102-116. <https://doi.org/10.29035/ucmaule.60.102>
- Pólya, G. (1989). *Cómo plantear y resolver problemas*. (J. Zugazagoitia, Trad.;15.<sup>a</sup> reimpresión). Trillas. (Obra original publicada en 1945)
- Prieto Neira, H. (2020). *Construcción de una exhibición interactiva del concepto de fuerza con estudiantes de grado noveno* [Tesis de maestría, Universidad Nacional de Colombia]. Repositorio Institucional UN. <https://repositorio.unal.edu.co/handle/unal/75982>
- Puig Gutiérrez, M., López-Lozano, L. y García Rodríguez, R. (2020). Experimentando con los sentidos: un rincón de ciencias en Educación Infantil. *Didáctica de las Ciencias Experimentales y Sociales*, (39). 117 – 134. <https://ojs.uv.es/index.php/dces/article/view/16893/pdf>
- Quiroz-Tuarez, S. y Zambrano-Montes, L. (2021). La experimentación en las Ciencias Naturales para el desarrollo de aprendizajes significativos. *Revista Científica Multidisciplinaria Arbitrada YACHASUN*, 5(9). 2 -15. <https://doi.org/10.46296/yc.v5i9edespsoct.0107>
- Redish, E. F. (2006). Problem Solving and the Use of Math in Physics Courses [conferencia]. *World View on Physics Education in 2005: Focusing on Change Dlehi*, 21-26 de agosto de 2005. 1–10. <http://arxiv.org/abs/physics/0608268>
- Salazar Torres, J. C. (2022). *Los procesos de tratamiento y conversión de SRS en el estudio de algunos fenómenos físicos* [Tesis de maestría, Universidad Nacional de Colombia]. Repositorio Institucional UN. <https://repositorio.unal.edu.co/handle/unal/83075>

- Schoenfeld, A. H. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense making in mathematics. En Grows D.A. (ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 334–370). Macmillan. [https://www.researchgate.net/publication/289963462\\_Learning\\_to\\_think\\_mathematically\\_Problem\\_solving\\_metacognition\\_and\\_sense\\_making\\_in\\_mathematics](https://www.researchgate.net/publication/289963462_Learning_to_think_mathematically_Problem_solving_metacognition_and_sense_making_in_mathematics)
- Silva Mesias , J. G., Coello Bone, J. E., Loja Loja, C. M., Serrano Ortega, G. F. y Castillo Pindo, B. M. (2023). Importancia de la experimentación en el proceso de enseñanza aprendizaje en los niveles de educación básica y bachillerato para potenciar el pensamiento crítico. *Ciencia Latina Revista Científica Multidisciplinar*, 7(3), 4825-4836. [https://doi.org/10.37811/cl\\_rcm.v7i3.6514](https://doi.org/10.37811/cl_rcm.v7i3.6514)
- Silver, E. A. (1994). On Mathematical Problem Posing. *For the Learning of Mathematics*, 14(1), 19-28. <http://tinyurl.com/yk9cdd2c>
- Tamayo Alzate, Ó. E. (2012). *El caso de niños y maestros. Pequeños científicos*. Universidad Autónoma de Manizales.
- Ubaque Brito, K. Y. (2009). Sobre el significado de la didáctica de la física. *Góndola, Enseñanza y Aprendizaje de las Ciencias*, 4(1), 19-29. <http://tinyurl.com/ylququyv>
- Vygotski, L. (2009). *El desarrollo de los procesos psicológicos superiores* (S. Furió trad., 3ª. ed.). Crítica. (Original publicado en 1978). <https://saberespsi.files.wordpress.com/2016/09/vygostki-el-desarrollo-de-los-procesos-psicolc3b3gicos-superiores.pdf>