

**VOLATILIDAD DE LA TASA DE CAMBIO PESO DÓLAR: ESTIMACIÓN DE UN
INDICADOR PARA LA GESTIÓN DEL RIESGO Y LA PLANEACIÓN DE ESTRATEGIAS
DE INVERSIÓN**

MARCELA CONSTANZA TECANO MOLANO

Director

Ingeniero DIEGO HERNÁNDEZ LOSADA

Codirector

Profesor NORBERTO RODRÍGUEZ NIÑO

**UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA
FACULTAD DE INGENIERÍA
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA DE SISTEMAS E INDUSTRIAL
BOGOTÁ, 2010**

**VOLATILIDAD DE LA TASA DE CAMBIO PESO DÓLAR: ESTIMACIÓN DE UN
INDICADOR PARA LA GESTIÓN DEL RIESGO Y LA PLANEACIÓN DE ESTRATEGIAS
DE INVERSIÓN**

MARCELA CONSTANZA TECANO MOLANO

Código: 822054

**Trabajo de grado presentado para optar al título de
MAGÍSTER EN INGENIERÍA INDUSTRIAL**

Director

Ingeniero DIEGO HERNÁNDEZ LOSADA

Codirector

Profesor NORBERTO RODRÍGUEZ NIÑO

**UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA
FACULTAD DE INGENIERÍA
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA DE SISTEMAS E INDUSTRIAL
BOGOTÁ, 2010**

Nota de aceptación

Director

Codirector

Jurado

Jurado

Ciudad y Fecha

AGRADECIMIENTOS

Ingeniero Diego Hernández Losada
Director

Profesor Norberto Rodríguez Niño
Codirector

Profesor Julio Villarreal Navarro
Profesor Gustavo Alfredo Bula
Jurados del Trabajo

TABLA DE CONTENIDO

1. MODELOS DE VOLATILIDAD, METODOLOGÍAS PARA EL PRONÓSTICO DE PRECIOS Y EVALUACIÓN DE SU DESEMPEÑO.....	9
1.1. MODELOS PARA ESTIMAR LA VOLATILIDAD	9
1.1.1. Retornos de un Activo.....	9
1.1.2. Volatilidad Histórica (Medida Clásica)	10
1.1.3. Método de Suavizamiento Exponencial (RiskMetrics)	11
1.1.4. Modelo de Volatilidad de Parkinson	12
1.1.5. Modelo de Volatilidad de Garman y Klass.....	13
1.1.6. Modelos Autorregresivos de Heterocedasticidad Condicional ARCH	13
1.1.7. Modelos ARCH Generalizados (GARCH)	16
1.2. METODOLOGÍAS PARA EL PRONÓSTICO DE PRECIOS.....	17
1.2.1. Movimiento Browniano Geométrico.....	17
1.2.2. Modelos GARCH.....	19
1.3. EVALUACIÓN Y COMPARACIÓN PRONÓSTICOS.....	20
1.3.1. Medidas Estadísticas para el Análisis de los Errores del Modelo	20
1.3.2. Backtesting.....	21
1.3.3. Prueba de Diebold y Mariano para Comparar la Precisión de los Pronósticos	22
2. ESTIMACIÓN DE LA VOLATILIDAD Y LOS PRECIOS DE CIERRE DE LA TASA DE CAMBIO PESO DÓLAR	25
2.1. ANÁLISIS ESTADÍSTICO PRELIMINAR	25
2.2. MODELOS ARMA GARCH	28
2.3. ESTIMACIÓN DE LA VOLATILIDAD	30
2.4. ESTIMACIÓN DE LOS PRECIOS DE CIERRE.....	32
3. EVALUACIÓN DEL DESEMPEÑO DE LOS PRONÓSTICOS Y SELECCIÓN DEL MODELO PARA ESTIMAR EL INDICADOR DE LA VOLATILIDAD	39
3.1. MEDIDAS DESCRIPTIVAS PARA LA EVALUACIÓN DE PRONÓSTICOS	39
3.2. PRUEBA DE PROPORCIÓN DE FALLAS DE KUPIEC (POF).....	43
3.3. CONTRASTE DE DIEBOLD Y MARIANO	46
3.4. SELECCIÓN DEL INDICADOR.....	49
4. IMPACTO EN LOS SECTORES REAL Y FINANCIERO.....	52
5. CONCLUSIONES	55

TABLA DE ILUSTRACIONES

Figura 1 Precios de Cierre Peso Dólar	25
Figura 2 Retornos Peso Dólar.....	25
Figura 3 Distribución de los Retornos de la Tasa de Cambio Peso Dólar.....	26
Figura 4 Correlograma de la Serie de Rentabilidades	27
Figura 5 Correlograma de los Cuadrados de la Serie de Rentabilidades.....	27
Figura 6 Volatilidad Modelos GARCH.....	30
Figura 7 Volatilidad Método Clásico	30
Figura 8 Volatilidad Método EWMA	31
Figura 9 Volatilidad Método de Parkinson	31
Figura 10 Volatilidad Método de Garman y Klass	31
Figura 11 Volatilidad GARCH1 vs Clásica 20 Días	31
Figura 12 GARCH1	34
Figura 13 GARCH2	34
Figura 14 Clásica 20 Días	34
Figura 15 Clásica Año	34
Figura 16 EWMA Año.....	35
Figura 17 EWMA Año.....	35
Figura 18 Parkinson 20	35
Figura 19 Parkinson Año.....	35
Figura 20 Garman y Klass 20	35
Figura 21 Garman y Klass Año	35
Figura 22 GARCH 1	36
Figura 23 GARCH 2	36
Figura 24 Clásica 20.....	36
Figura 25 Clásica Año	36
Figura 26 EWMA 20	36
Figura 27 EMWA Año.....	36
Figura 28 PK 20.....	37
Figura 29 PK Año	37
Figura 30 GK 20	37
Figura 31 GK Año.....	37

INTRODUCCIÓN

La volatilidad, entendida como una medida del ritmo de las variaciones de los precios de los activos, es uno de los conceptos más importantes en finanzas porque constituye una forma para cuantificar el riesgo, definir estrategias de inversión, estimar precios, valorar instrumentos derivados y calcular niveles para las garantías en posiciones a plazo o créditos, entre otros. Sin embargo, la volatilidad no es una magnitud que se puede observar como los precios o los retornos de un activo, por eso, en la actualidad se dispone de diferentes metodologías para su estimación, entre las cuales no existe un consenso sobre cuál puede considerarse como la mejor; no obstante, si partimos de analizar cómo la volatilidad influye en la predicción de los precios, la relevancia se centra en la precisión de dichos pronósticos en el corto y mediano plazo.

Por ejemplo, la Circular Básica Financiera y Contable, en su Capítulo XVIII: Instrumentos Financieros Derivados y Productos Estructurados, Anexo III, numeral 3.2.1., sobre la volatilidad en la valoración de opciones, establece que:

“...la volatilidad que requiere el modelo de valoración de opciones es la volatilidad futura y, como tal, no existe un método único para la predicción de la misma; por consiguiente, tampoco un único valor de volatilidad a incluir en los modelos por parte de las distintas entidades vigiladas. En este orden, las entidades vigiladas tienen discrecionalidad pero también completa responsabilidad, por parte del comité de riesgos y de la junta directiva, para establecer el valor que utilizarán para dicho parámetro a efectos de valorar adecuadamente las opciones”.

En este contexto y teniendo en cuenta la creciente dimensión de los mercados y la intensa competencia entre los agentes, es claro que, predicciones precisas de la volatilidad futura, ofrecen ventajas para obtener beneficios, puesto que hacen más eficiente la gestión de riesgos, la administración de portafolios, y además posibilitan el desarrollo de estrategias de arbitraje.

Así, en este trabajo se estudian diferentes metodologías para estimar la volatilidad, entre las cuales se encuentran la medida clásica o tradicional, la volatilidad del método EWMA, la volatilidad de Parkinson, la volatilidad de Garman y Klass, y los modelos GARCH para la estimación de la volatilidad; ésto con el objetivo de determinar si puede identificarse una metodología que provea una mejor estimación, en términos estadísticos, respecto a su impacto en la predicción de los precios de cierre de la tasa de cambio peso dólar, y así definir un indicador que refleje la variabilidad esperada en la trayectoria de los precios a través del tiempo, sea útil para la construcción de estrategias de inversión y sirva como herramienta para la gestión de los riesgos financieros.

En este orden de ideas, el trabajo está organizado de la siguiente manera: En el Capítulo I se describen las metodologías de estimación de la volatilidad, los modelos usados para generar el pronóstico de precios y las pruebas estadísticas descriptivas e inferenciales, que serán utilizados para el desarrollo del trabajo. El Capítulo II comprende la presentación de los resultados de la estimación de la volatilidad y los pronósticos de los precios de cierre de la tasa de cambio peso dólar, a través de las diferentes metodologías. En el Capítulo III se evalúan los resultados obtenidos, de manera individual y comparativa, utilizando medidas estadísticas descriptivas, la prueba de *backtesting* de Kupiec y el contraste de comparación de pronósticos de Diebold y Mariano; a la vez se determina si es posible definir un indicador para la volatilidad de la tasa de cambio peso dólar. En el Capítulo IV se describe el impacto de un indicador para la estimación de la volatilidad, para los sectores real y financiero de nuestro país. Finalmente, el Capítulo V comprende las conclusiones de este trabajo.

1. MODELOS DE VOLATILIDAD, METODOLOGÍAS PARA EL PRONÓSTICO DE PRECIOS Y EVALUACIÓN DE SU DESEMPEÑO

Como se mencionó en la introducción, en la actualidad se dispone de diferentes metodologías para la estimación de la volatilidad, la más sencilla y ampliamente utilizada es la medida a través de la desviación estándar de los datos, conocida como volatilidad histórica o clásica; a la vez, existen modelos que se basan en los precios intradía (máximos y mínimos), y otros, como los procesos ARCH y GARCH, que más allá de proporcionar una medida para la volatilidad actual, buscan modelar la dinámica de la volatilidad a lo largo del tiempo.

En este orden, a continuación se describen: 1) Los métodos de volatilidad clásica, EWMA, Parkinson y Garman y Klass, 2) Los modelos de Movimiento Browniano Geométrico y GARCH, para pronosticar precios, y 3) Las medidas estadísticas descriptivas e inferenciales, que se utilizarán para el desarrollo de este trabajo.

1.1. MODELOS PARA ESTIMAR LA VOLATILIDAD

Los siguientes numerales comprenden la descripción de diferentes metodologías para medir la volatilidad, aunque primero se presenta una revisión sobre el cálculo de los rendimientos de un activo, puesto que en la práctica se trabaja con retornos en lugar de precios, porque éstos permiten comparar el comportamiento de diferentes activos en la misma escala de medición.

1.1.1. Retornos de un Activo

El cambio relativo de los precios, o rendimiento porcentual (R_t), se calcula restando al valor del final del período (P_t), su valor inicial (P_{t-1}), y dividiendo dicha diferencia por el mismo valor inicial (P_{t-1}):

$$R_t = \frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}}$$

Para efectos de este trabajo se utilizan logaritmos, que permiten convertir los retornos de los precios en tasas de rentabilidad continuas (r_t):

$$r_t = \ln\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right)$$

1.1.2. Volatilidad Histórica (Medida Clásica)

Si se supone que la volatilidad es constante durante el período de estudio T , se puede obtener un estimador insesgado de la misma calculando la desviación estándar, de la forma:

$$\hat{\sigma} = \sqrt{\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (r_t - \bar{r})^2}, t = 1, 2, 3, \dots, T$$

En donde:

$\hat{\sigma}$ = Medida de la volatilidad estimada para período, o desviación estándar estimada para el período de tiempo T

r_t = Rendimiento del día t

\bar{r} = Rendimiento promedio del período

Algunas características de la volatilidad histórica son:

- Se basa en datos pasados
- Todos los datos de la muestra tienen el mismo peso
- La metodología para su cálculo es relativamente sencilla, en comparación con otros métodos

No obstante, si se tiene evidencia para determinar que la volatilidad no es constante durante el período de análisis, también se puede estimar a través de ventanas móviles:

$$\hat{\sigma}_t = \sqrt{\frac{1}{T} \sum_{i=1}^T (r_i - \bar{r})^2}, t = 1, 2, 3, \dots, T$$

Donde $\hat{\sigma}_t$ es la desviación estándar estimada período t , que se utiliza como pronóstico para el período siguiente.

El estimador clásico es muy utilizado debido a la sencillez de su cálculo y a que se puede considerar un estimador insesgado, eficiente y consistente; por estas razones, el estimador clásico se puede tomar como punto de referencia para juzgar otros estimadores.

1.1.3. Método de Suavizamiento Exponencial (RiskMetrics)

El suavizamiento exponencial es una metodología basada en promedios móviles ponderados con decaimiento exponencial, también conocida como EWMA, por sus siglas en inglés; a través de este método la desviación estándar se calcula mediante la fórmula:

$$\sigma_t^2 = (1 - \lambda) \sum_{i=1}^T \lambda^{i-1} (r_i - \bar{r})^2$$

$$\Rightarrow \sigma_t = \sqrt{(1 - \lambda) \sum_{i=1}^T \lambda^{i-1} (r_i - \bar{r})^2}$$

En donde, al igual que en el caso anterior, $\hat{\sigma}_t$ es la desviación estándar estimada período t , que se utiliza como pronóstico para el siguiente período. El parámetro λ es conocido como el factor de decaimiento y se utiliza para medir el peso dado a cada dato, el valor de este parámetro se encuentra entre cero y uno; cuando es igual a uno, la medida se transforma en la calculada a través de medias móviles con pesos iguales. Aunque el valor

de λ puede estimarse, tradicionalmente se toma como medida óptima 0.94 para datos diarios, de acuerdo con la recomendación dada por RiskMetrics¹.

Esta metodología presenta dos ventajas frente a la tradicional:

- Permite asignar un mayor peso a las observaciones más recientes, lo cual es coherente con la práctica, puesto que es razonable asumir que la volatilidad es afectada en mayor nivel por los últimos acontecimientos
- Los pesos de las observaciones disminuyen de manera exponencial, de acuerdo con su antigüedad. Ésta característica permite suavizar el efecto de acontecimientos pasados que pueden considerarse como atípicos, o fuera de lo normal.

1.1.4. Modelo de Volatilidad de Parkinson

En 1980 Michael Parkinson publicó la metodología de valores extremos para estimar la varianza de las tasas de retornos de un activo. A través de este método se utilizan precios intradía, específicamente el precio máximo y mínimo de cada día, para calcular la volatilidad, pues se considera que estos precios contienen más información frente a los precios de cierre, para calcular la volatilidad.

La fórmula de este estimador es:

$$\hat{\sigma}_P^2 = \frac{1}{4 \times n \times \ln(2)} \sum_{i=1}^n \left[\ln\left(\frac{H_i}{L_i}\right) \right]^2 = \frac{0.361}{n} \sum_{i=1}^n \left[\ln\left(\frac{H_i}{L_i}\right) \right]^2$$

$$\Rightarrow \hat{\sigma}_P = \sqrt{\frac{0.361}{n} \sum_{i=1}^n \left[\ln\left(\frac{H_i}{L_i}\right) \right]^2}$$

¹ Véase en la sección 5.3.2., de RiskMetrics – Documento Técnico, de J.P. Morgan /Reuters.

En donde,

$\hat{\sigma}_p$ = Volatilidad de Parkinson estimada para período

H_i = Precio máximo del día i

L_i = Precio mínimo del día i

n = Cantidad de datos del período

Parkinson demostró que esta medida, al contener un conjunto de información más amplio, es cinco veces más eficiente que la medida tradicional que sólo se basa en precios de cierre².

1.1.5. Modelo de Volatilidad de Garman y Klass

También en el año 1980, Garman y Klass publicaron un estimador de volatilidad, mejorando la medida propuesta por Parkinson al añadir los precios de apertura y cierre de la siguiente manera:

$$\hat{\sigma}_{GK}^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left\{ 0.511 \left[\ln \left(\frac{H_i}{L_i} \right) \right]^2 - 0.019 \ln \left(\frac{C_i}{O_i} \right) \ln \left(\frac{H_i L_i}{O_i^2} \right) - 2 \ln \left(\frac{H_i}{O_i} \right) \ln \left(\frac{L_i}{O_i} \right) \right\}$$

De acuerdo con Garman y Klass³, este estimador es ocho veces más eficiente que la medida clásica.

1.1.6. Modelos Autorregresivos de Heterocedasticidad Condicional ARCH⁴

En 1982 Robert Engle propuso el modelo Autorregresivo de Heterocedasticidad Condicional (ARCH por sus siglas en inglés), en donde, como su nombre lo indica, se supone que la varianza condicional depende del pasado con estructura autorregresiva, lo

² Ver Parkinson (1980)

³ Ver Garman y Klass (1980)

⁴ Esta sección está basada en el capítulo 15 del libro de Peña (2005) y el capítulo 8 del libro de Brooks (2008).

cual se traduce en que los modelos de este tipo, sirven para analizar activos cuya incertidumbre en los movimientos de sus precios, o riesgo, es variable en el tiempo.

Los ARCH son modelos no lineales que también permiten explicar ciertas propiedades que los procesos lineales que los ARMA no contemplan y que son característicos de las series financieras como alto nivel de curtosis, datos incorrelados pero con cuadrados que sí presentan una fuerte estructura, y agrupamientos de volatilidad por períodos, que describen cómo, altos cambios en los precios son seguidos por altos cambios también (independiente del signo), y pequeños cambios son seguidos por más cambios pequeños.

Un proceso ARCH(1), es decir, de heterocedasticidad condicional autorregresiva de orden 1, está caracterizado por la siguiente expresión:

$$r_t = \beta_0 + \beta_1 r_{t-1} + \dots + \beta_k r_{t-k} + u_t \quad (1)$$

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 u_{t-1}^2 \quad (2)$$

$$u_t = \sigma_t v_t \quad ; \quad v_t \rightarrow N(0,1) \quad (3)$$

En donde la primera ecuación representa el modelo para los niveles, o la serie de rendimientos, y la segunda ecuación corresponde al modelo ARCH aplicado a la varianza condicionada.

Respecto a la tercera ecuación, representa cómo, los residuos del modelo, aunque corresponden a un proceso ruido blanco, son variables dependientes. Ésto sucede porque σ_t y v_t son dos procesos estacionarios independientes entre sí, v_t es ruido blanco normal estándar, y σ_t tiene estructura dinámica y depende de los valores previos de los residuos u_t .

Como σ_t y v_t son independientes, la media marginal y la media condicionada de u_t son cero:

Esperanza marginal: $E(u_t) = E(\sigma_t)E(v_t) = 0$

Esperanza condicionada: $E(u_t / u_{t-1}) = E(\sigma_t / u_{t-1})E(v_t) = 0$

La varianza marginal de u_t es constante porque el proceso es estacionario:

$$Var(u_t) = E(u_t^2) = \frac{\alpha_0}{1 - \alpha_1}$$

$$s.a : 0 < \alpha_1 < 1$$

$$\alpha_0 > 0$$

Sin embargo, como σ_t tiene una estructura dinámica, que está en función de los residuos pasados del modelo, la varianza condicionada del proceso no es constante, sino que está definida como:

$$Var(u_t^2 / u_{t-1}) = E(\sigma_t^2 / u_{t-1})E(v_t^2) = \sigma_t^2$$

Puesto que σ_t y v_t son independientes, el proceso u_t carece de autocorrelaciones y es ruido blanco. Las autocovarianzas de la serie son:

$$E(u_t u_{t-k}) = E(\sigma_t v_t \sigma_{t-k}) = E(v_t)E(\sigma_t \sigma_{t-k}) = 0$$

Sin embargo, como los residuos de modelo están en función de valores pasados comunes, aunque las autocovarianzas sean cero, sí serán dependientes.

Así, el modelo $ARCH(1)$ establece que si el valor de u_{t-1}^2 es alto, la varianza condicionada del siguiente período, σ_t^2 , también será alta; no obstante, como las medias marginal y condicionada son cero, aunque la varianza condicionada esté elevada, siempre es posible que regrese a su valor medio, puesto que en términos generales se trata de un proceso estacionario.

Este análisis se puede generalizar para el caso del $ARCH(q)$, en donde la varianza condicionada depende de q retardos de los cuadrados de los residuos:

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 u_{t-1}^2 + \dots + \alpha_q u_{t-q}^2$$

En este caso la varianza marginal estará dada por:

$$Var(u_t) = E(u_t^2) = \frac{\alpha_0}{1 - \alpha_1 - \dots - \alpha_q}$$

$$s.a : \sum_{i=1}^q \alpha_i < 1$$

1.1.7. Modelos ARCH Generalizados (GARCH)

El modelo GARCH desarrollado por Bollerslev (1986), generaliza la dependencia de la varianza condicional de los residuos incorporando valores pasados de la varianza condicional, lo cual permite utilizar un número de cuadrados de residuos menor.

Un proceso $GARCH(1,1)$ se expresa como:

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 u_{t-1}^2 + \beta \sigma_{t-1}^2$$

Así, la varianza condicional en el momento t está en función tres factores:

- α_0 : Varianza constante que corresponde a la media de largo plazo
- u_{t-1}^2 : El término de error del período anterior, o la nueva información que no estaba disponible cuando se realizó el pronóstico anterior
- σ_{t-1}^2 : El pronóstico realizado para la varianza condicional del período anterior.

En este modelo la varianza marginal estará dada por:

$$\text{Var}(u_t) = E(u_t^2) = \frac{\alpha_0}{1 - \alpha_1 - \beta_1}$$

$$s.a : \alpha_1 + \beta_1 < 1$$

El $GARCH(1,1)$ también se puede extender a un $GARCH(p,q)$, en donde la varianza condicional dependería de q rezagos de los errores cuadrados, y p rezagos de las varianzas condicionales, de la forma:

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i u_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^p \beta_j \sigma_{t-j}^2$$

Sin embargo, en la práctica es poco probable estimar modelos de orden mayor al $GARCH(1,1)$, en donde los coeficientes resulten significativos, puesto que el término σ_{t-1}^2 , incorpora la información pasada de la serie.

1.2. METODOLOGÍAS PARA EL PRONÓSTICO DE PRECIOS

1.2.1. Movimiento Browniano Geométrico⁵

El Movimiento Browniano Geométrico (MBG), aplicado a finanzas, se define como un modelo que describe un proceso estocástico en el que los logaritmos de los precios de un activo siguen un proceso de Wiener, de la siguiente manera:

$$P_{t+1} = P_t \exp\left(\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)t + \sigma\beta_t\right) \quad (1)$$

En donde P hace referencia al precio del activo, μ a su media y σ^2 a su varianza.

Respecto a β_t , éste corresponde al proceso de Wiener o movimiento browniano, que cumple con las siguientes características: 1) Su media no varía a lo largo del tiempo o es constante, y 2) su varianza varía de manera proporcional al tiempo, es decir, la varianza cambia en un 100% durante el transcurso de un año. Por lo tanto, β_t sigue un proceso de Wiener si:

- El cambio $d\beta_t$ durante un período de tiempo dt es:

$$d\beta_t = \epsilon \sqrt{dt}$$

- La media y la varianza de β_t están dadas por:

$$E(\beta_t) = 0$$

$$Var(\beta_t) = dt$$

Siendo ϵ una variable aleatoria que se distribuye normalmente con media cero y varianza uno ($\epsilon \rightarrow N(0,1)$), con incrementos independientes a lo largo del tiempo, es decir:

$$E(\epsilon_t, \epsilon_s) = 0 \quad \forall_{t \neq s}$$

Lo cual implica que los valores de $d\beta_t$ para dos períodos de tiempo cortos diferentes (no traslapados), son independientes.

⁵ Esta sección está basada en los capítulos 12 y 13 del libro de Hull (2009)

De esta manera, la simulación de la trayectoria de precios de un activo se puede realizar con base en la fórmula (1), teniendo en cuenta que β_t sigue un proceso de Wiener.

1.2.2. Modelos GARCH

A través de la estimación del modelo ARMA GARCH se puede realizar el pronóstico de los precios de cierre de un activo, de la siguiente manera:

- a. De acuerdo con lo explicado en el numeral 1.1.7., el modelo ARMA GARCH tiene la forma:

$$r_t = \beta_0 + \beta_1 r_{t-1} + \dots + \beta_k r_{t-k} + u_t \quad (2)$$

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i u_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^p \beta_j \sigma_{t-j}^2$$

$$u_t = \sigma_t v_t \quad ; \quad v_t \rightarrow N(0,1)$$

- b. De acuerdo con lo explicado en la sección 1.1.1., la tasa de rentabilidad continua de un activo, (r_t) , está dada por:

$$r_t = \ln\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right)$$

- c. Por lo tanto el precio del activo en el período $t+1$, se puede estimar con la información observada hasta el período t , de la siguiente forma:

$$P_{t+1} = P_t e^{\hat{r}_t}$$

En donde \hat{r}_t , corresponde al rendimiento estimado a través de la ecuación (2), teniendo en cuenta que el término v_t se simula como una variable aleatoria, que de acuerdo con los supuestos de modelo, se distribuye normal estándar.

1.3. EVALUACIÓN Y COMPARACIÓN PRONÓSTICOS

Después de realizar los pronósticos de los precios de cierre de la tasa de cambio peso dólar con base en las diferentes metodologías utilizadas para estimar la volatilidad, se debe determinar qué tan cerca, o qué tan confiables son, respecto a los datos reales que se observan en el mercado, y cuál metodología ofrece una mejor capacidad predictiva. Para realizar este análisis se utilizarán medidas estadísticas respecto a los errores de cada modelo, pruebas de backtesting y el contraste de Diebold y Mariano (1995) para la comparación de pronósticos.

1.3.1. Medidas Estadísticas para el Análisis de los Errores del Modelo

Las medidas estadísticas que se utilizarán para analizar los errores o residuos, generados a partir de los distintos pronósticos son:

1. Raíz del Error Cuadrático Medio (RECM), definida como:

$$RECM = \sqrt{\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (P_t - \hat{P}_t)^2}$$

En donde, P_t y \hat{P}_t corresponden al precio observado y el precio pronosticado para el día t , respectivamente. El objetivo al calcular esta medida es que su resultado se aproxime a cero.

2. Raíz del Error Cuadrático Medio Ponderado (RECMp), se define como:

$$RECOMP = \sqrt{\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \left(\frac{P_t - \hat{P}_t}{P_t} \right)^2}$$

La RECOMP tiene en cuenta la proporción a la cual equivale el error del pronóstico, respecto al dato observado, por lo tanto, se espera que su resultado sea próximo a cero.

3. U de Theil, definida como:

$$U - Theil = \frac{\sqrt{\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (P_t - \hat{P}_t)^2}}{\sqrt{\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (P_t - P_\tau)^2}}$$

Es una medida que permite comparar los errores obtenidos a través del pronóstico generado por el modelo, frente a los errores calculados usando el pronóstico de ingenuidad (P_τ), que corresponde al dato observado en la última fecha con información disponible. Si la U de Theil es mayor que 1, se concluye que el pronóstico de ingenuidad es preferible al pronóstico generado por el modelo.

1.3.2. Backtesting

El backtesting corresponde a las pruebas que se utilizan para evaluar el desempeño de las metodologías empleadas para el cálculo de los pronósticos. Estas pruebas se basan en el número de fallas del pronóstico observadas, durante un período de tiempo específico, con un nivel de confianza determinado.

En este trabajo se utilizará la prueba de proporción de fallas de Kupiec, para evaluar el desempeño de los pronósticos realizados para los precios de cierre de la tasa de cambio peso dólar, con base en las volatilidades estimadas a partir de los métodos explicados en los numerales 1.1.2., a 1.1.7. La prueba de Kupiec, POF por sus siglas en inglés, evalúa la hipótesis nula de que la probabilidad de falla es igual a $1-\alpha$, basándose en el estadístico:

$$-2 \ln \left[\frac{p^x (1-p)^{n-x}}{\hat{p}^x (1-\hat{p})^{n-x}} \right] \rightarrow \chi_1^2$$

En donde,

- x = Número de fallas
- n = Número de observaciones incluidas en el backtesting
- \hat{p} = Proporción a la cual equivale el número de falla; es decir, $\hat{p} = x/n$
- p = Proporción de fallas de acuerdo con la hipótesis nula

Si no se rechaza la hipótesis nula, no hay evidencias para concluir que el número de fallas identificadas a través del backtesting, no es compatible con el nivel de confianza utilizado.

1.3.3. Prueba de Diebold y Mariano para Comparar la Precisión de los Pronósticos

El contraste de Diebold y Mariano (1995) permite evaluar si existen diferencias entre los pronósticos obtenidos para una misma variable, a través de diferentes metodologías, y así poder determinar cuál presenta un mejor desempeño.

La prueba se basa en contrastar la hipótesis nula de que la media de las diferencias de los errores de pronóstico de cada metodología es cero, frente a la hipótesis alternativa de que esa media es diferente de cero; es decir:

$$H_0 : E[d_t] = 0$$

$$H_a : E[d_t] \neq 0$$

En donde:

- $d_t = g(e_{it}) - g(e_{jt})$, corresponde al diferencial de las funciones de error de pronóstico
- $g(e_{it})$ = Función del error de pronóstico de la metodología i , para el período t .
- $g(e_{jt})$ = Función del error de pronóstico de la metodología j , para el período t .

La función del error puede calcularse como:

- Los cuadrados de los errores: $g(e_{it}) = (e_{it})^2$, ó
- El valor absoluto de los errores: $g(e_{it}) = |e_{it}|$

El estadístico de prueba es:

$$DM = \frac{\bar{d}}{\sqrt{2\pi\hat{f}_d(0)/T}} \rightarrow N(0,1)$$

En donde,

- DM = Estadístico de prueba de Diebold y Mariano
- \bar{d} = Media de la serie d_t
- T = Número de predicciones
- $\hat{f}_d(0)$ = Estimador consistente $f_d(0)$, que corresponde a la densidad espectral de la función de pérdida, que se calcula como:

$$f_d(0) = \frac{1}{2\pi} \sum_{j=1}^{\infty} \gamma_j$$

- $\gamma_j =$ Autocovarianza de orden j de d_t

Como el estadístico de Diebold y Mariano (DM) se distribuye normal estándar, la hipótesis nula se rechaza, con un nivel de confianza del 5%, si:

$$|DM| > 1.96$$

A la vez, esta prueba se puede utilizar con la hipótesis alternativa:

$$H_a : E[d_t] < 0$$

que significa que el modelo i es mejor que el modelo j , puesto que tienen errores de predicción más pequeños. En este caso, un valor significativo y negativo de DM, indica una diferencia significativa entre los errores de predicción generados, e indica que el modelo i tiene una mayor precisión de pronóstico frente al modelo j . Si la hipótesis nula es rechazada con un valor de DM positivo, significa que modelo j tiene una mayor precisión de pronóstico que el modelo i .

2. ESTIMACIÓN DE LA VOLATILIDAD Y LOS PRECIOS DE CIERRE DE LA TASA DE CAMBIO PESO DÓLAR

De acuerdo con los métodos para la medición de la volatilidad presentados en los numerales 1.1.2. a 1.1.7. (Volatilidad clásica, EWMA, volatilidad de Parkinson, volatilidad de Garman y Klass y modelos ARMA GARCH) y los modelos para la simulación de precios de los numerales 1.2.1. y 1.2.2., se estiman la volatilidad y los precios de cierre de la tasa de cambio peso dólar para el período marzo 15 a julio 30 de 2010, a uno y diez días, para luego evaluar los resultados (numeral 3.), a través de medidas descriptivas (ECM, ECMP y U de Theil), pruebas de backtesting y el contraste de Diebold y Mariano; así, el objetivo es determinar si es posible identificar una metodología que provea resultados significativamente superiores, y con base en ella definir el indicador de la volatilidad de los precios de cierre de la tasa de cambio peso dólar.

2.1. ANÁLISIS ESTADÍSTICO PRELIMINAR

Se cuenta con una serie de 1246 observaciones, del período enero 01 de 2005 a marzo 12 de 2010. La inspección visual de la serie de precios indica que corresponde a un proceso no estacionario en media ni en varianza:

Figura 1 Precios de Cierre Peso Dólar

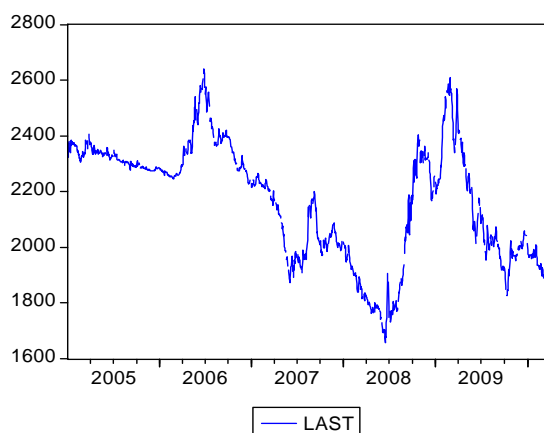
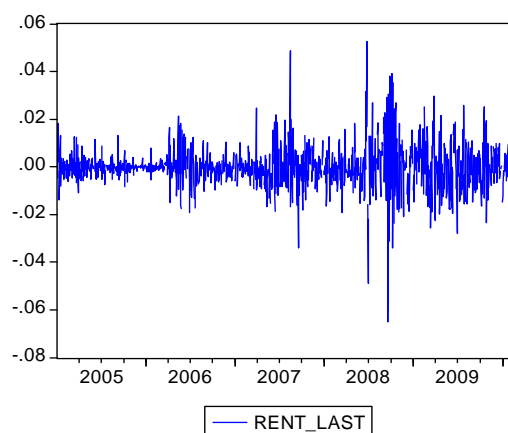


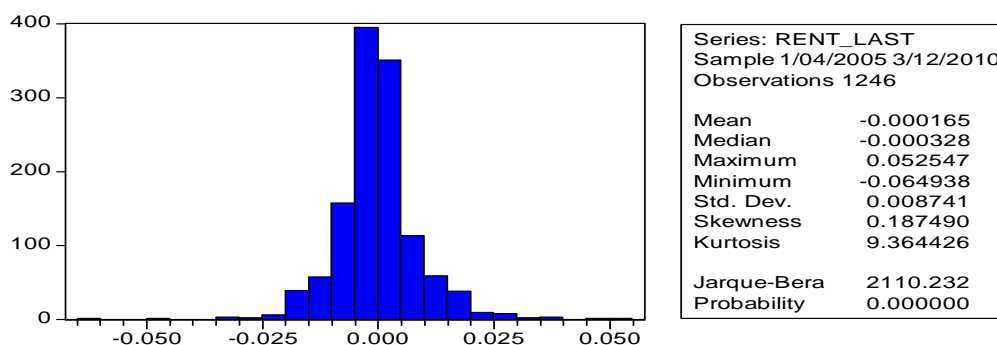
Figura 2 Retornos Peso Dólar



Respecto a los retornos, la gráfica evidencia que existen agrupamientos en la volatilidad, en donde el comportamiento inicia en un nivel de baja variabilidad que tiende a ser constante hasta el segundo trimestre de 2006, luego aumenta un poco pero nuevamente desciende y se estabiliza hasta el primer trimestre de 2007; a partir de ese período, la volatilidad vuelve a aumentar mostrando una mayor variabilidad que en períodos anteriores, sobre todo durante el segundo y tercer trimestre de 2008 cuando se observan rendimientos positivos y negativos más extremos.

Respecto a la distribución probabilística, ésta presenta diferencias frente a la normal, se evidencia sesgo a la derecha con un coeficiente de asimetría de 0.1875 y un fuerte apuntamiento representado con un coeficiente de curtosis de 9.36, lo cual también indica la existencia de colas pesadas (exceso de concentración alrededor de la mediana). El contraste de normalidad de Jarque-Bera permite determinar que la hipótesis nula de normalidad se rechaza a un nivel de significancia del 5% e incluso menor, por lo tanto se puede concluir que la distribución de los cambios logarítmicos de los precios de cierre de la tasa de cambio peso dólar difiere de la normal.

Figura 3 Distribución de los Retornos de la Tasa de Cambio Peso Dólar



En relación a las autocorrelaciones, aunque pequeñas son significativamente distintas de cero, porque con un nivel de significancia del 5%, el valor-p (Prob) del estadístico Q de Ljung-Box, muestra que la hipótesis nula de que los coeficientes de autocorrelación son, en su conjunto, iguales a cero, se rechaza. No obstante, el correlograma de los cuadrados de los retornos sí evidencia una fuerte estructura de dependencia, lo cual refleja la existencia de agrupamientos de la volatilidad.

Por lo tanto, se puede concluir que los retornos de los precios de cierre de la tasa de cambio peso dólar, presentan claramente señales de efectos ARCH y GARCH, puesto que tienen un alto nivel de curtosis, hay agrupamientos en la volatilidad, y aunque los datos están casi incorrelados, sus cuadrados presentan un fuerte estructura de dependencia.

Figura 4 Correlograma de la Serie de Rentabilidades

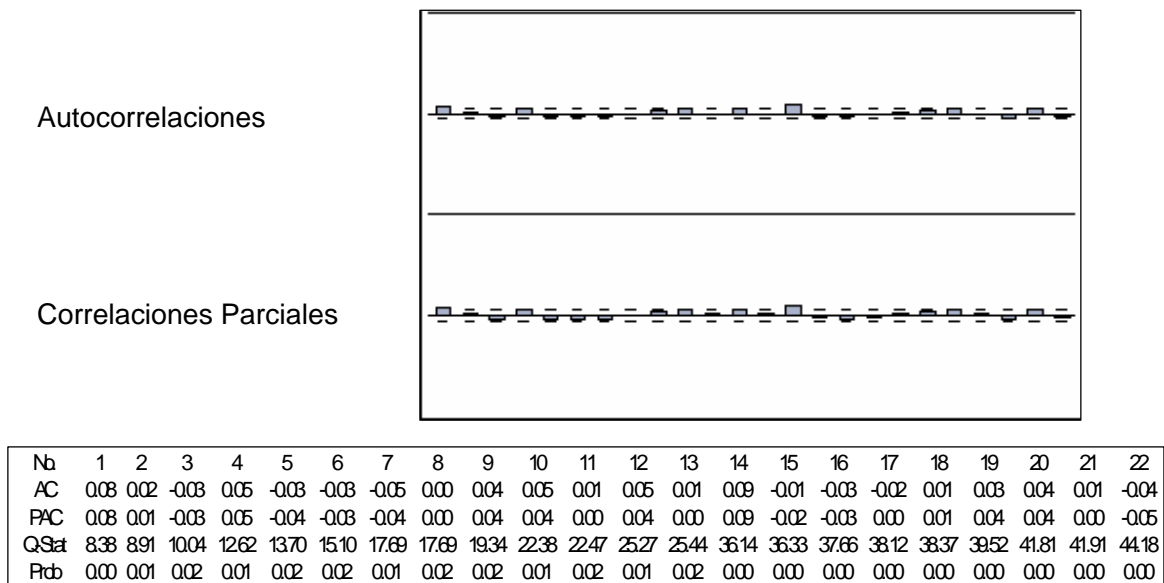
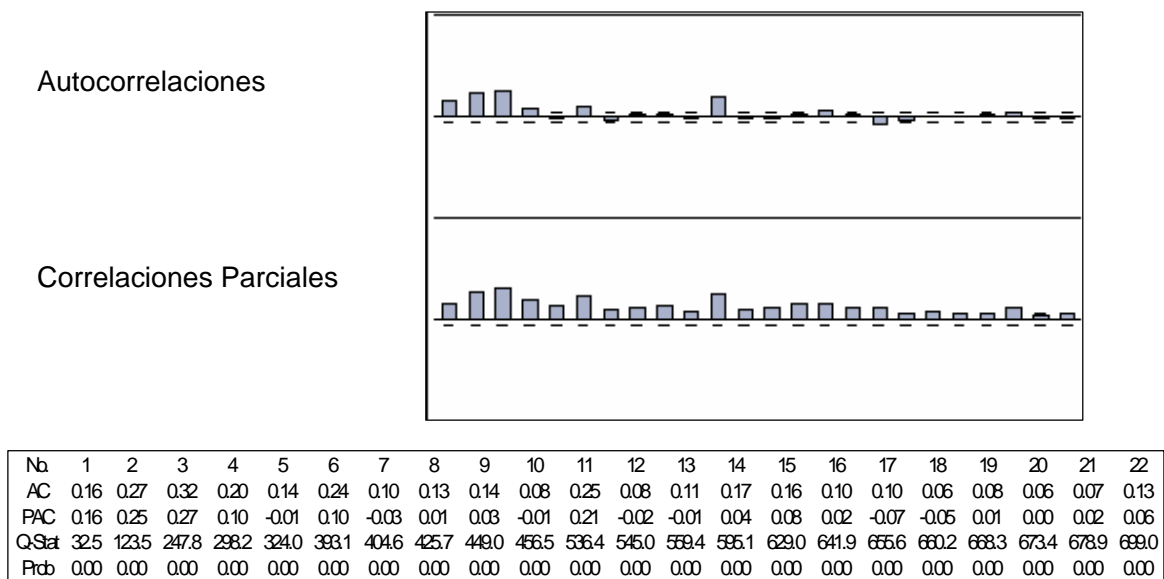


Figura 5 Correlograma de los Cuadrados de la Serie de Rentabilidades



2.2. MODELOS ARMA GARCH

A partir de la metodología descrita en los numerales 1.1.6. y 1.1.7., se estimaron diferentes modelos ARMA GARCH, con los datos del período 01 de enero de 2005 a 12 de marzo de 2010, en los cuales se incorporaron variables dicotómicas para capturar el efecto de los valores extremos. Se seleccionaron tres modelos teniendo en cuenta que sus errores se distribuyeran ruido blanco, fueran simétricos alrededor de cero⁶ y los criterios de información Akaike y Schwarz presentaran medidas óptimas. Los modelos evaluados se presentan en el cuadro comparativo del Anexo I, respecto a los modelos seleccionados, éstos se presentan a continuación.

- a. Modelo GARCH1: $AR(1) + SMA(14) + GARCH(1,1) + d_1 + d_2$

$$r_t = 0.11r_{t-1} + 0.06u_{t-14} + u_t,$$

$$u_t = \sigma_t v_t ; \quad v_t \rightarrow N(0,1)$$

$$\sigma_t^2 = 0.00000259 + 0.19u_{t-1}^2 + 0.69\sigma_{t-1}^2 + 0.000131d_1 + 0.000152d_2$$

En donde,

$$\begin{aligned} d_1 &= 1 \quad \text{si } r_t > 0.015 & d_2 &= 1 \quad \text{si } r_t < -0.018 \\ &= 0 \quad \text{e.o.p} & &= 0 \quad \text{e.o.p} \end{aligned}$$

Este modelo estima la varianza condicionada en función de la varianza incondicional, la nueva información representada en el cuadrado del error de pronóstico inmediatamente anterior y la predicción anterior. La mayor información proviene de la predicción anterior que tiene un peso del 69%, mientras que la varianza incondicional, o de largo plazo, no parece tener un efecto significativo, aunque esta no es una interpretación correcta, porque de acuerdo con Engle, “cuando se predice a un horizonte lejano, la varianza a

⁶ Entre los modelos evaluados (40 en total), se encontró que ninguno cumplía con la condición de que los residuos estandarizados siguieran una distribución normal, por lo tanto, dichos modelos fueron estimados utilizando el método QML de Bollerslev y Wooldridge (1992), el cual tiene en cuenta la no normalidad al calcular la matriz de varianzas-covarianzas para estimar los errores. También ajustaron modelos asumiendo que los errores se distribuían t-Student, pero los residuos de los mismos no presentaron simetría, por lo que no fueron seleccionados.

largo plazo acaba dominando al ir desapareciendo la importancia de las observaciones recientes”⁷. Por otra parte, la estimación de la varianza condicionada también incorpora el efecto de los valores extremos de los rendimientos positivos y negativos, evidenciando que éstos aumentan su valor.

b. Modelo GARCH2: $MA(2) + d_1 + d_2 + ARCH(6)$

$$r_t = 0.08u_{t-1} + 0.07u_{t-2} + u_t + 0.02d_1 - 0.03d_2,$$

$$u_t = \sigma_t v_t ; \quad v_t \rightarrow N(0,1)$$

$$\sigma_t^2 = 0.00000636 + 0.22u_{t-1}^2 + 0.16u_{t-2}^2 + 0.16u_{t-3}^2 + 0.07u_{t-4}^2 + 0.12u_{t-5}^2 + 0.24u_{t-6}^2$$

En donde,

$$\begin{aligned} d_1 &= 1 \text{ si } r_t > 0.015 & d_2 &= 1 \text{ si } r_t < -0.018 \\ &= 0 \text{ e.o.p} & &= 0 \text{ e.o.p} \end{aligned}$$

En este modelo la varianza condicionada se estima en función de la varianza incondicional y de los seis últimos retardos de los cuadrados de los errores. El efecto de los valores extremos de los rendimientos positivos y negativos es incorporado en la ecuación de los niveles, o rendimientos, evidenciando un efecto simétrico.

c. Modelo GARCH3: $MA(2) + d_1 + d_2 + ARCH(6)$

$$r_t = 0.08u_{t-1} + 0.08u_{t-2} + u_t + 0.02d_1 - 0.02d_2,$$

$$u_t = \sigma_t v_t ; \quad v_t \rightarrow N(0,1)$$

$$\sigma_t^2 = 0.00000887 + 0.22u_{t-1}^2 + 0.18u_{t-2}^2 + 0.19u_{t-3}^2 + 0.13u_{t-4}^2 + 0.18u_{t-5}^2$$

⁷ Ver Engle 2004

En donde,

$$\begin{aligned} d_1 &= 1 \text{ si } r_t > 0.015 & d_2 &= 1 \text{ si } r_t < -0.018 \\ &= 0 \text{ e.o.p} & &= 0 \text{ e.o.p} \end{aligned}$$

Este modelo, aunque similar al anterior, sólo incorpora el efecto de los cuadrados de los últimos cinco errores de pronóstico para la estimación de la varianza condicionada.

Información adicional sobre los modelos, como los valores de los criterios de información y los parámetros de la distribución de los errores estandarizados, se encuentran disponibles en el cuadro comparativo del Anexo I.

2.3. ESTIMACIÓN DE LA VOLATILIDAD

La volatilidad de los precios de cierre diarios de la tasa de cambio peso dólar fue estimada a través de los modelos explicados en los numerales 1.1.2 a 1.1.7, para el período diciembre de 2005 a junio de 2010. A continuación se presentan los gráficos de los resultados obtenidos:

Figura 6 Volatilidad Modelos GARCH

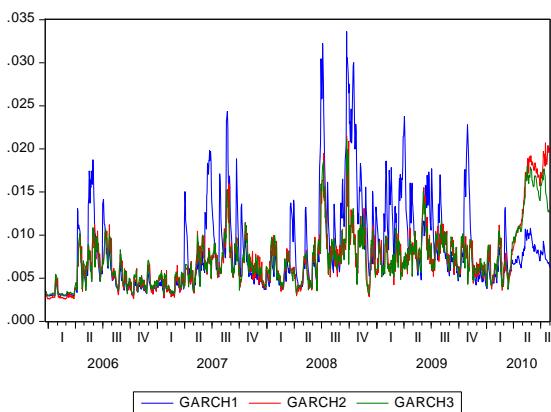


Figura 7 Volatilidad Método Clásico

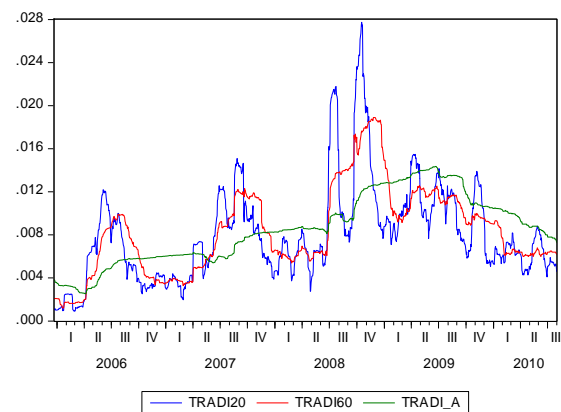


Figura 8 Volatilidad Método EWMA

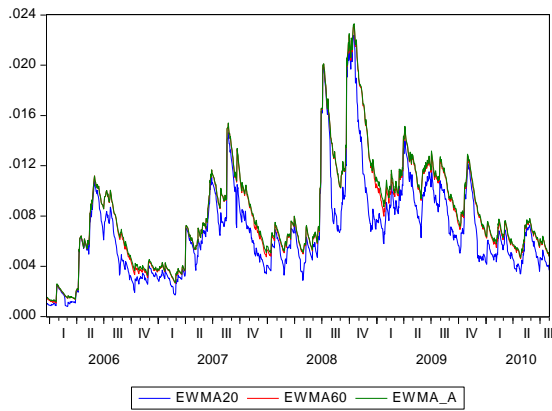


Figura 9 Volatilidad Método de Parkinson

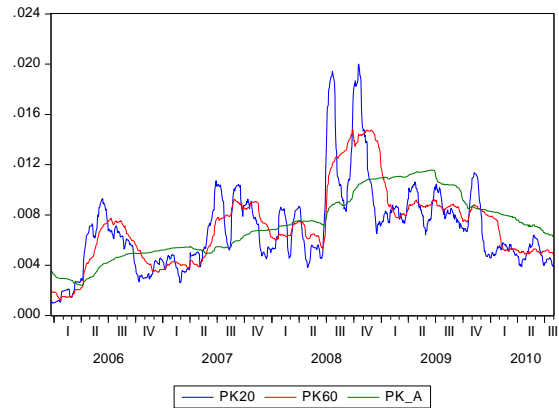


Figura 10 Volatilidad Método de Garman y Klass

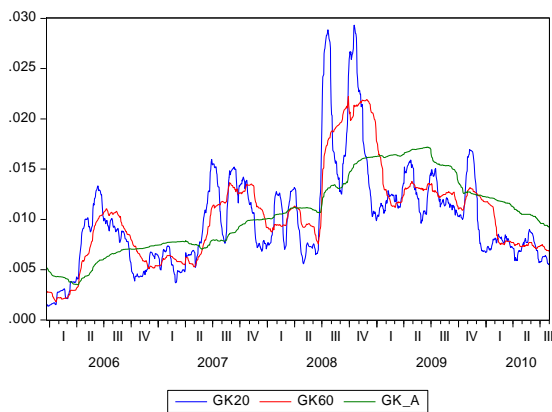
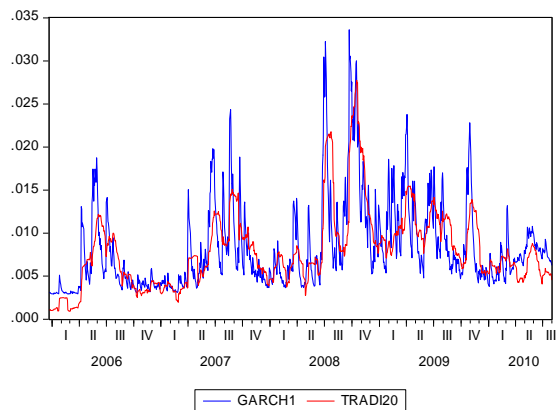


Figura 11 Volatilidad GARCH1 vs Clásica 20 Días



Para los métodos de volatilidad clásica, EWMA, Parkinson y Garman y Klass, se utilizaron tres ventanas de tiempo: 20, 60 y 252 días, con el propósito de determinar si al usar una misma metodología de estimación, existen diferencias significativas en los resultados, de acuerdo con la ventana de tiempo seleccionada.

Las gráficas muestran que los modelos GARCH, en comparación con los otros modelos, estiman de manera más dinámica la volatilidad, mostrando una mayor variabilidad, o más picos en cada período y pronosticando valores extremos de mayor magnitud; a la vez, los modelos GARCH evidencian que existen períodos de mayor y menor turbulencia que están agrupados en el tiempo (agrupamientos de volatilidad). Estas características pueden explicarse porque estos modelos estiman la varianza de las series en función de datos

observables más actuales (la varianza de largo plazo ó término constante, errores recientes del modelo o nueva información, y la predicción de la varianza para el período anterior), mientras que los otros modelos utilizan series de desviaciones típicas, unas más largas que otras.

En los modelos de volatilidad Clásica, Parkinson y Garma y Klass, la inspección visual permite concluir que la ventana de tiempo utilizada influye en las estimaciones de la volatilidad, puesto que a mayor tiempo se disminuyen los detalles mostrando un mayor suavizamiento; además, puede observarse que la nueva información se incorpora de forma más lenta; por ejemplo, los modelos GARCH coinciden en estimar altos niveles de volatilidad, con máximos que alcanzan valores del 3% aproximadamente, para los tres últimos trimestres del año 2008, período en que se presentan el auge de la crisis *sub prime*, mientras que las volatilidades estimadas a través de los métodos clásico, Parkinson y Garman y Klass, con una ventana de 252 días (un año), muestran un incremento en la volatilidad a partir del tercer trimestre de 2008, el cual se mantiene hasta el tercer trimestre de 2010, fluctuando entre el 0.8% y el 1.2%, y el período de recuperación es más lento.

Respecto a las volatilidades calculadas por el método EWMA, se puede concluir que la ventana de tiempo utilizada no influye drásticamente en la estimación de las volatilidades, puesto que las series calculadas con base en 60 y 252 días no se aplanan como aquéllas obtenidas por los métodos Clásico, Parkinson y Garman y Klass. Esta característica es coherente con los supuestos del modelo en donde, el peso de los datos disminuye de manera exponencial, a medida que pasa el tiempo, generando así que la información más antigua no sea tan relevante al estimar la variable.

2.4. ESTIMACIÓN DE LOS PRECIOS DE CIERRE

Los pronósticos de los precios se realizaron para el período marzo 15 a julio 30 de 2010, utilizando las metodologías descritas en los numerales 1.2.1 y 1.2.2, para lo cual se hicieron 100 simulaciones de cada modelo y se substrajo la media como medida definitiva del pronóstico. La nueva información, es decir, los datos observados diariamente, se incorporó a los modelos de dos formas:

- Pronóstico a un día: Para cada día t , se incorporó el dato observado en el día $t - 1$, por lo tanto, el pronóstico de cada día recogió toda la información de los datos observados hasta el día inmediatamente anterior.
- Pronóstico a diez días: Los datos observados sólo se incorporaron al modelo cada diez días, por lo cual los pronósticos de los días $t + 1, t + 2, \dots, t + 10$, se hicieron con la información disponible hasta el día t .

Con las volatilidades estimadas por los métodos Clásico, EWMA, Parkinson, y Garman y Klass, con las ventanas de tiempo de 20, 60 y 252 días, los pronósticos de los precios se hicieron a través del modelo MBG, de acuerdo con:

$$P_{t+1} = P_t \exp\left(\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)t + \sigma\beta_t\right)$$

En donde se utilizaron tres niveles de rendimiento para tener en cuenta el efecto de distintos escenarios: a) El rendimiento histórico calculado con las mismas ventanas de tiempo que la volatilidad, es decir, 20, 60 y 252 días, b) Un rendimiento del 0%, y c) Un rendimiento del 3%, que corresponde a la tasa libre de riesgo (tasa repo actual del Banco de la República).

Respecto a las volatilidades estimadas con la metodología GARCH (modelos GARCH1, GARCH2 y GARCH3), los precios se estimaron de acuerdo con el rendimiento esperado para cada día, es decir, se usaron las fórmulas:

- $r_t = \beta_0 + \beta_1 r_{t-1} + \dots + \beta_k r_{t-k} + u_t$
- $\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i u_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^p \beta_j \sigma_{t-j}^2$
- $u_t = \sigma_t v_t$; $v_t \rightarrow N(0,1)$
- $r_t = \ln\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right)$
- $P_{t+1} = P_t e^{\hat{r}_t}$

A continuación se presentan los gráficos de los pronósticos a uno y diez días, realizados para los precios de cierre de la tasa de cambio peso dólar, y los intervalos de confianza calculados con dos desviaciones estándar para obtener un nivel de confiabilidad del 95%.

Los gráficos de esta sección corresponden a los modelos en los que se utilizaron las volatilidades estimadas a través de los modelos GARCH1, GARCH2, y los modelos Clásico, EWMA, Parkinson y Garman y Klass, con las ventanas de tiempo de 20 y 252 días, y la rentabilidad del 0%; en el Anexo II se presentan las gráficas del modelo GARCH3 y ejemplos de las otras metodologías.

Precios de Cierre, Estimación Puntual y por Intervalo a Un Día

Figura 12 GARCH1

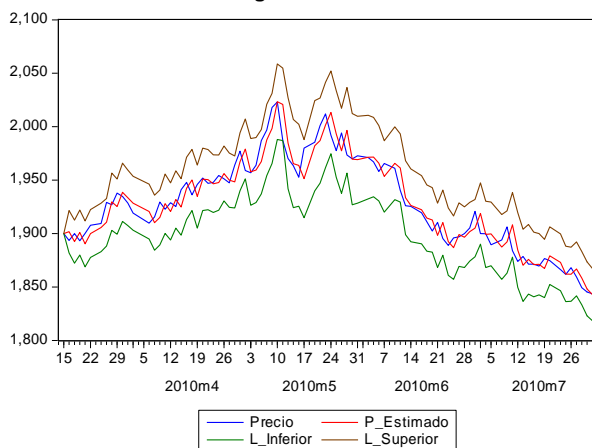


Figura 13 GARCH2

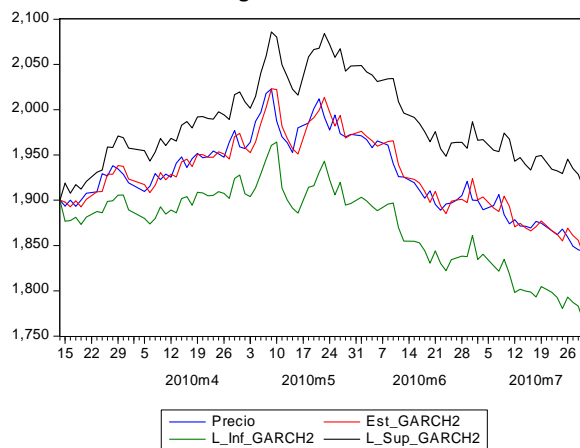


Figura 14 Clásica 20 Días

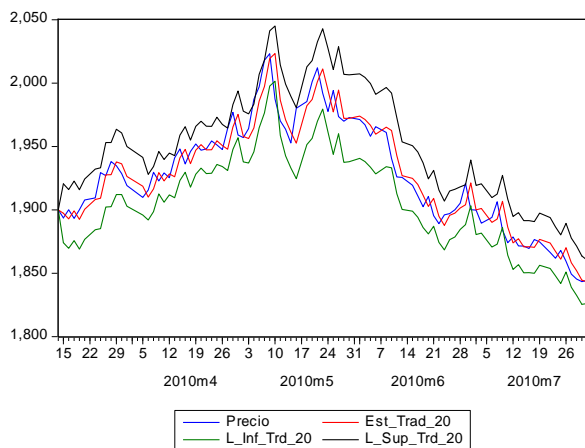


Figura 15 Clásica Año

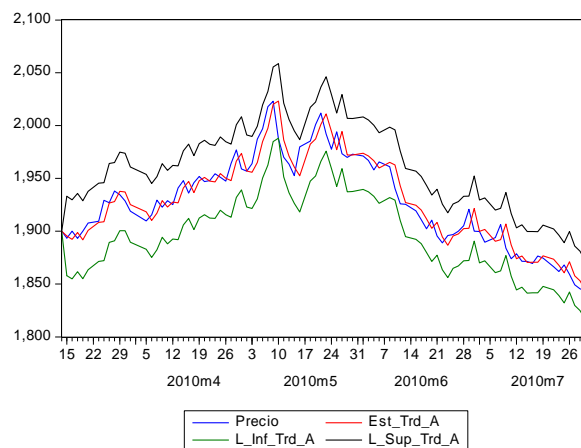


Figura 16 EWMA Año

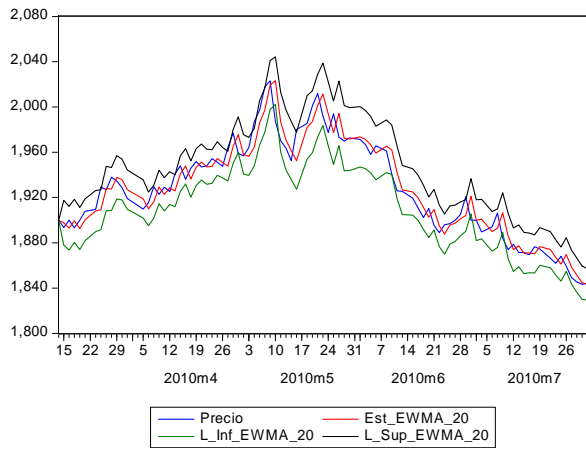


Figura 17 EWMA Año

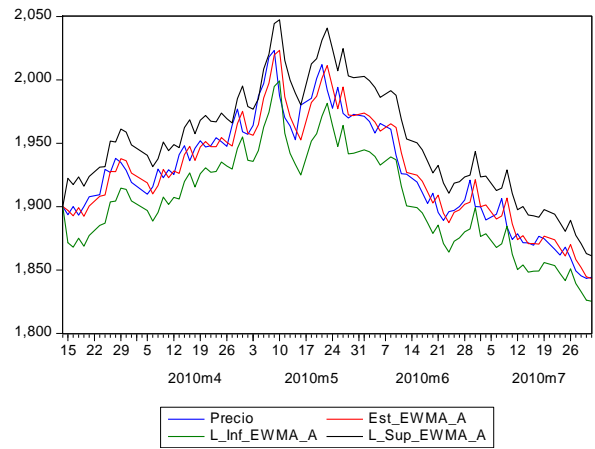


Figura 18 Parkinson 20

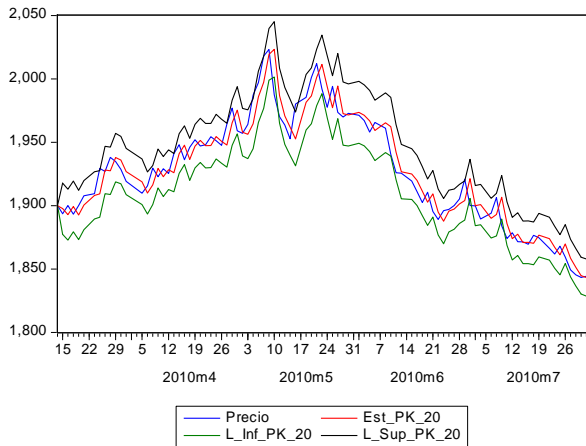


Figura 19 Parkinson Año

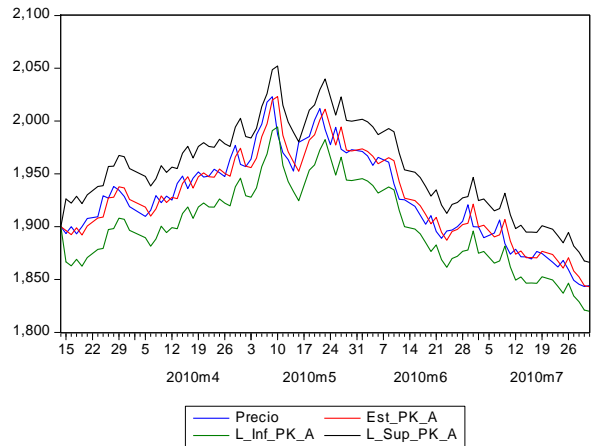


Figura 20 Garman y Klass 20

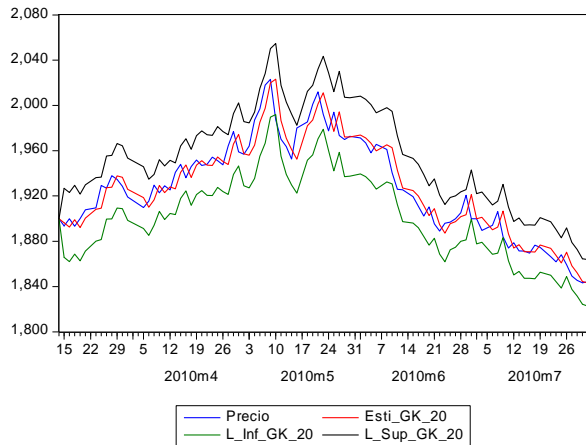
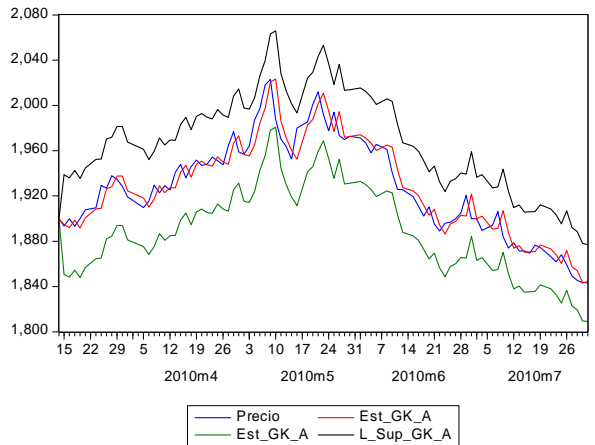


Figura 21 Garman y Klass Año



Precios de Cierre, Estimación Puntual y por Intervalo a Diez Días

Figura 22 GARCH 1

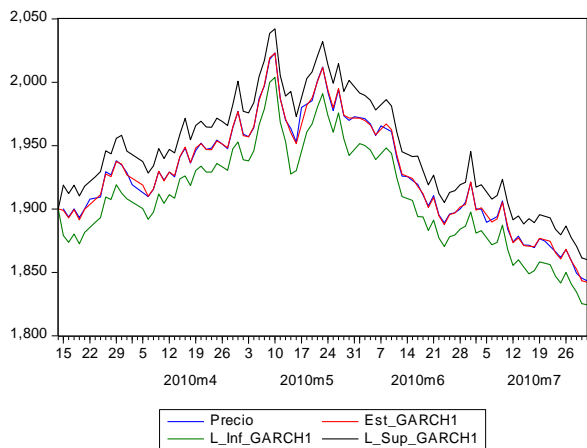


Figura 23 GARCH 2

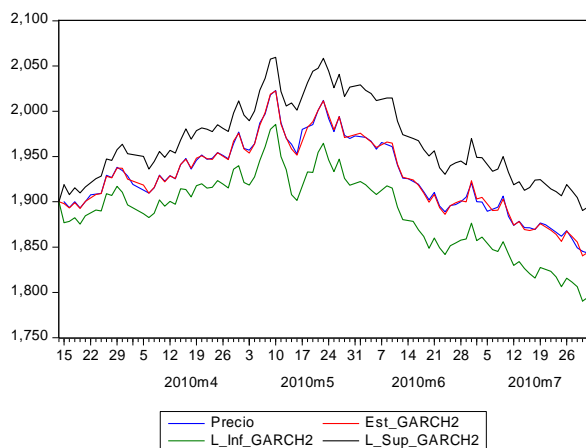


Figura 24 Clásica 20

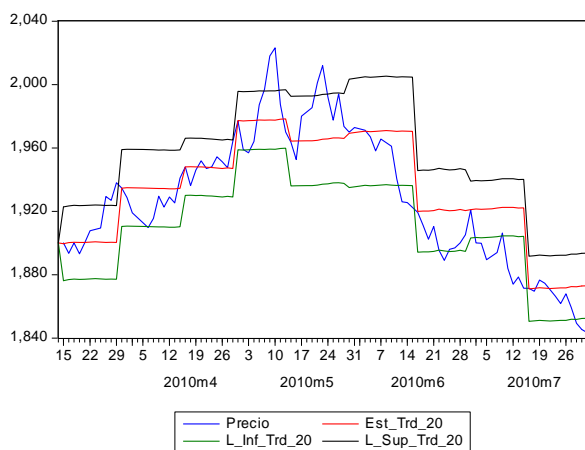


Figura 25 Clásica Año

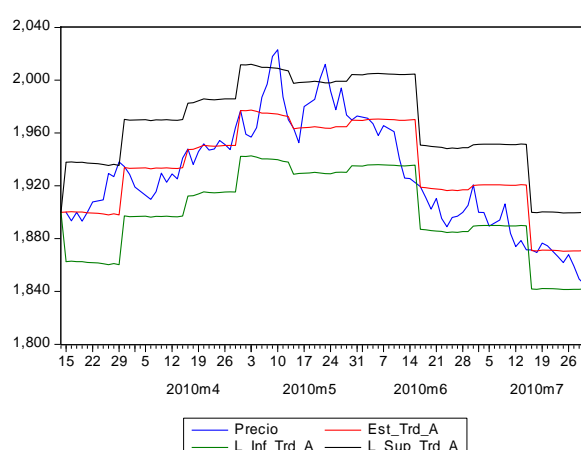


Figura 26 EWMA 20

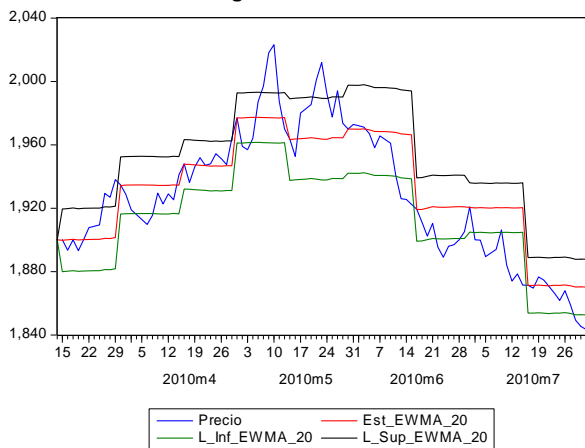


Figura 27 EWMA Año

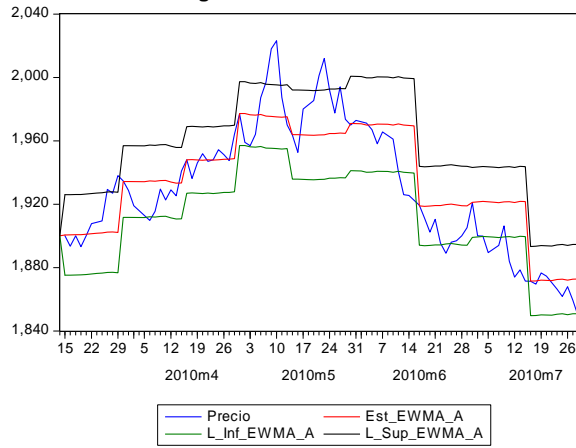


Figura 28 PK 20

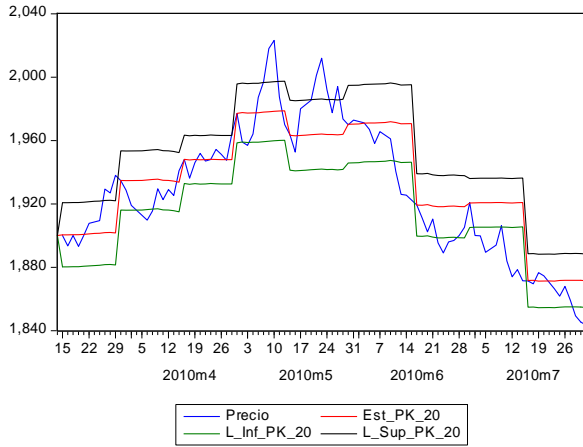


Figura 29 PK Año

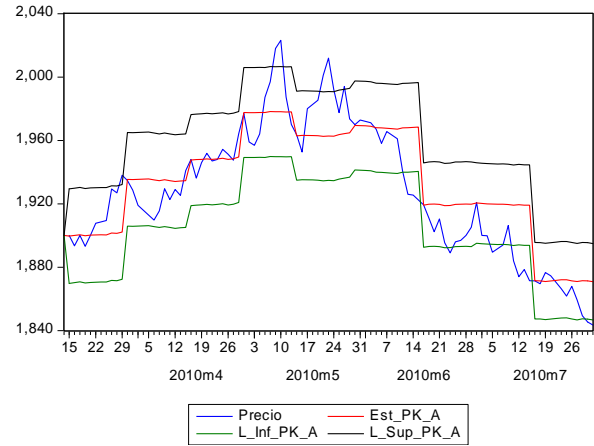


Figura 30 GK 20

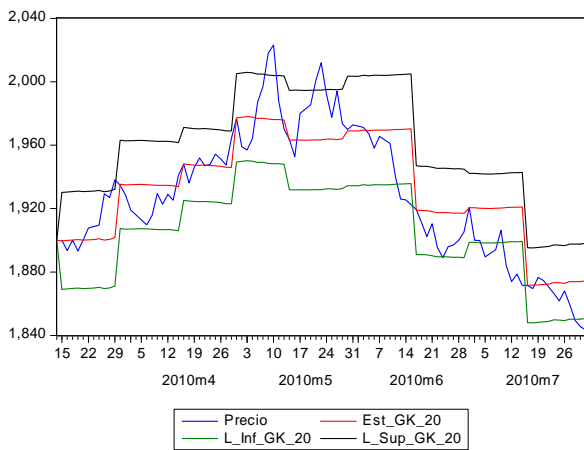
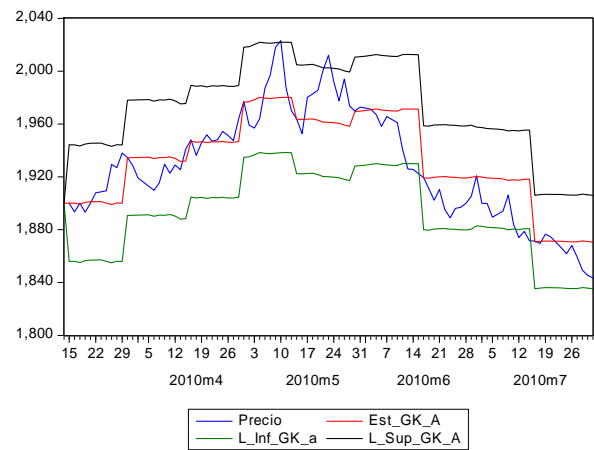


Figura 31 GK Año



Con la ayuda de las gráficas puede concluirse a priori, que los pronósticos a un día muestran un patrón general parecido, en donde el precio estimado sigue de cerca al observado; a la vez, se destaca una mayor amplitud en los intervalos de los modelos MBG en los que se tomó como base la ventana de 252 días y el modelo GARCH2.

En relación a los pronósticos a 10 días, los modelos GARCH presentan un mejor desempeño a lo largo del período de evaluación, puesto que los precios estimados siguen de una manera tan cercana a los precios reales, que incluso, hay tramos en donde las series casi no pueden diferenciarse, como lo que sucede entre los días 19 de abril y 03 de mayo. Por otra parte, los precios estimados a través de los modelos MBG, tanto con las ventanas de 20

como de 252 días, no siguen a los precios reales, sino que tienden a ser constantes o a mostrar una estructura estacionaria alrededor del precio observado que se incorporó como nueva información cada diez días, lo cual implica que las gráficas de los valores estimados muestren una estructura que simula escalones.

3. EVALUACIÓN DEL DESEMPEÑO DE LOS PRONÓSTICOS Y SELECCIÓN DEL MODELO PARA ESTIMAR EL INDICADOR DE LA VOLATILIDAD

De acuerdo con el período de tiempo seleccionado para realizar las previsiones, 15 de marzo a 30 de julio de 2010, se cuenta con pronósticos para 91 días hábiles, calculados, como se explicó anteriormente, incorporando información de manera diaria y cada diez días; en este orden de ideas, se dispone de una serie de 91 errores de pronóstico, por cada modelo, con los cuales se procede a realizar un análisis descriptivo con base en las medidas estadísticas de los errores (RECM, RECM y U de Theil), y posteriormente se realiza un análisis de tipo inferencial a través de la prueba POF de *backtesting* y el contraste de Diebold y Mariano, cuyas metodologías se describen en los numerales 1.3.2 y 1.3.3, respectivamente.

3.1. MEDIDAS DESCRIPTIVAS PARA LA EVALUACIÓN DE PRONÓSTICOS

En las siguientes tablas se presentan las medidas estadísticas RECM, RECM, y U de Theil para los pronósticos a uno y diez días, de los precios de cierre de la tasa de cambio peso dólar, utilizando los modelos GARCH y los modelos de MBG basados en las distintas medidas estimadas para la volatilidad. También se presentan la medida “SC” que hace referencia al número de veces en que el modelo pronosticó correctamente el signo del cambio, o en otras palabras, cuántas veces, entre las 91 predicciones, el modelo pronosticó correctamente una subida o una bajada en el precio.

Pronósticos a Un Día

Modelos GARCH					
Volatilidad	RECM	RECM	U de Theil	SC	PSC
GARCH 1	11.1987	0.5750%	0.9961	48	52.75%
GARCH 2	11.4679	0.5904%	1.0200	50	54.95%
GARCH 3	11.7048	0.6029%	1.0411	45	49.45%

Rentabilidad Histórica					
Volatilidad	RECM	RECM P	U de Theil	SC	PSC
Clásica 20	11.4290	0.5863%	1.0166	48	52.7%
Clásica 60	11.3893	0.5844%	1.0130	47	51.6%
Clásica Año	11.3662	0.5831%	1.0110	48	52.7%
EWMA 20	11.3994	0.5847%	1.0139	49	53.8%
EWMA 60	11.4003	0.5849%	1.0140	48	52.7%
EWMA Año	11.3584	0.5825%	1.0103	48	52.7%
Pk 20	11.3837	0.5840%	1.0125	48	52.7%
Pk 60	11.3830	0.5840%	1.0125	48	52.7%
Pk Año	11.3486	0.5821%	1.0094	48	52.7%
G&K 20	11.4133	0.5856%	1.0152	49	53.8%
G&K 60	11.3963	0.5848%	1.0137	48	52.7%
G6K Año	11.3944	0.5847%	1.0135	48	52.7%

Rentabilidad 0%					
Volatilidad	RECM	RECM P	U de Theil	SC	PSC
Clásica 20	11.2299	0.5764%	0.9989	48	52.7%
Clásica 60	11.2230	0.5764%	0.9982	47	51.6%
Clásica Año	11.2119	0.5764%	0.9973	48	52.7%
EWMA 20	11.2198	0.5764%	0.9980	47	51.6%
EWMA 60	11.2233	0.5761%	0.9983	47	51.6%
EWMA Año	11.2228	0.5761%	0.9982	47	51.6%
Pk 20	11.2140	0.5761%	0.9974	47	51.6%
Pk 60	11.2156	0.5761%	0.9976	47	51.6%
Pk Año	11.2043	0.5752%	0.9966	47	51.6%
G&K 20	11.2122	0.5752%	0.9973	48	52.7%
G&K 60	11.2218	0.5761%	0.9981	47	51.6%
G6K Año	11.2386	0.5772%	0.9996	49	53.8%

Rentabilidad 3%					
Volatilidad	RECM	RECM P	U de Theil	SC	PSC
Clásica 20	11.3889	0.585%	1.0130	46	50.5%
Clásica 60	11.4343	0.587%	1.0170	46	50.5%
Clásica Año	11.5166	0.592%	1.0244	46	50.5%
EWMA 20	11.3506	0.583%	1.0096	46	50.5%
EWMA 60	11.3987	0.585%	1.0139	46	50.5%
EWMA Año	11.4014	0.586%	1.0141	46	50.5%
Pk 20	11.3599	0.583%	1.0104	46	50.5%
Pk 60	11.3899	0.585%	1.0131	46	50.5%
Pk Año	11.4546	0.588%	1.0188	46	50.5%
G&K 20	11.4324	0.587%	1.0169	46	50.5%
G&K 60	11.4744	0.589%	1.0206	46	50.5%
G6K Año	11.6016	0.596%	1.0319	45	49.5%

Pronósticos a Diez Días

Modelos GARCH					
Volatilidad	RECM	RECP	U de Theil	SC	PSC
GARCH 1_10	11.2469	0.5773%	0.4955	48	52.75%
GARCH 2_10	11.4171	0.5866%	0.5030	49	53.85%
GARCH 3_10	11.7609	0.6051%	0.5181	44	48.35%

Rentabilidad Histórica					
Volatilidad	RECM	RECP	U de Theil	SC	PSC
Clásica 20	19.5750	1.0104%	0.8623	46	50.5%
Clásica 60	23.5473	1.2198%	1.0373	48	52.7%
Clásica Año	24.1632	1.2460%	1.0645	49	53.8%
EWMA 20	19.9160	1.0280%	0.8774	48	52.7%
EWMA 60	24.1630	1.2534%	1.0645	40	44.0%
EWMA Año	24.5446	1.2661%	1.0813	44	48.4%
Pk 20	19.8448	1.0245%	0.8742	51	56.0%
Pk 60	24.1872	1.2541%	1.0655	42	46.2%
Pk Año	24.3462	1.2537%	1.0725	46	50.5%
G&K 20	20.0308	1.0349%	0.8824	48	52.7%
G&K 60	24.3376	1.2608%	1.0721	47	51.6%
G6K Año	24.0808	1.2409%	1.0608	49	53.8%

Rentabilidad 0%					
Volatilidad	RECM	RECP	U de Theil	SC	PSC
Clásica 20	22.9582	1.1942%	1.0114	51	56.0%
Clásica 60	22.9593	1.1923%	1.0114	34	37.4%
Clásica Año	22.5046	1.1684%	0.9914	49	53.8%
EWMA 20	22.3272	1.1598%	0.9836	48	52.7%
EWMA 60	22.6170	1.1752%	0.9963	49	53.8%
EWMA Año	22.7577	1.1826%	1.0025	46	50.5%
Pk 20	22.6140	1.1750%	0.9962	51	56.0%
Pk 60	22.9605	1.1924%	1.0115	34	37.4%
Pk Año	22.2358	1.1548%	0.9795	48	52.7%
G&K 20	22.7530	1.1822%	1.0023	41	45.1%
G&K 60	22.8797	1.1893%	1.0079	40	44.0%
G6K Año	22.5484	1.1700%	0.9933	45	49.5%

Rentabilidad 3%					
Volatilidad	RECM	RECM P	U de Theil	SC	PSC
Clásica 20	22.9113	1.1928%	1.0093	49	53.8%
Clásica 60	22.9757	1.1952%	1.0121	48	52.7%
Clásica Año	22.9223	1.1927%	1.0098	48	52.7%
EWMA 20	22.9993	1.1967%	1.0132	47	51.6%
EWMA 60	23.4671	1.2229%	1.0338	48	52.7%
EWMA Año	23.3279	1.2158%	1.0277	48	52.7%
Pk 20	23.0689	1.2005%	1.0163	41	45.1%
Pk 60	22.9955	1.1974%	1.0130	47	51.6%
Pk Año	23.0099	1.1978%	1.0137	42	46.2%
G&K 20	22.5520	1.1726%	0.9935	42	46.2%
G&K 60	23.1525	1.2046%	1.0199	37	40.7%
G&K Año	23.1035	1.2025%	1.0178	41	45.1%

Respecto a los pronósticos a un día, el modelo con mejor comportamiento, o que más se acerca a los datos reales, es el GARCH1, porque minimiza simultáneamente la RECM, la RECM P y la U de Theil, con valores de 11.20, 0.575% y 0.9961, respectivamente. Por otra parte, el modelo MBG que se basa en la volatilidad estimada por el método de Garman y Klass con una ventana de 252 días y la rentabilidad del 3%, es aquél que presenta el peor comportamiento, puesto que muestra valores máximos para la RECM, la RECM P y la U de Theil, que son 11.6016, 0.5964% y 1.0319, respectivamente.

En relación a la medida sobre los signos predichos correctamente, aunque los modelos muestran un comportamiento similar, se destaca el GARCH2 con un porcentaje de 55% casos correctos, mientras que los modelos MBG con rentabilidad del 3%, muestran el peor comportamiento con una media de 50.5% de efectividad.

Por su parte, en los pronósticos a diez días, las diferencias entre el comportamiento de los modelos GARCH y los Modelos MBG, se amplían en favor de los primeros, porque éstos últimos tienden a predecir un precio estacionario alrededor del nivel de entrada, mientras que los modelos GARCH sí tienen en cuenta efectos como la variabilidad de la volatilidad y su impacto en el rendimiento esperado. Esta conclusión se evidencia en la medida U de Theil, que para los modelos GARCH es, en promedio, 0.51, mientras que para los demás modelos es, en promedio, 1.0051.

También es importante resaltar que en el caso de los pronósticos a diez días, nuevamente el modelo que ofrece resultados más cercanos a la realidad es el GARCH1, con valores para la RECM, la RECM y la U de Theil de 11.2469, 0.5773% y 0.4955, respectivamente; mientras que el MGB basado en la volatilidad estimada por el método EWMA con una ventana de 252 días y la rentabilidad histórica, es el que más se aleja de la realidad con medidas para la RECM, la RECM y la U de Theil de 24.5446, 1.266% y 1.0813, respectivamente

3.2. PRUEBA DE PROPORCIÓN DE FALLAS DE KUPIEC (POF)

Para realizar la prueba de *backtesting* de Kupiec, según lo descrito en el numeral 1.3.2., se evalúa la hipótesis nula de que la proporción de fallas es igual al 5%, frente a la alternativa de que esa proporción difiere del 5%; es decir, para la serie de 91 observaciones de los precios de cierre de la tasa de cambio peso dólar, de acuerdo con la hipótesis nula, se espera que en sólo 5 casos aproximadamente, el valor observado caiga por fuera de los límites de confianza estimados a través de cada metodología.

Los resultados, que se muestran en las siguientes tablas, permiten concluir que:

- 1) Cuando se realizan pronósticos a un día, el nivel de confiabilidad de las previsiones basadas en los modelos GARCH es alto puesto que no se observa ningún caso en que el valor observado haya caído por fuera del intervalo. En los otros casos, aunque sí se presentan fallas, la hipótesis nula sólo se rechaza mostrando que la proporción de fallas observadas es significativamente superior a la proporción de fallas esperadas, cuando la volatilidad fue estimada a través del método EWMA con una ventana de 20 días y con las rentabilidades histórica, 0% y 3%; ésto también significa que los resultados obtenidos con esta metodología, muestran más observaciones atípicas de lo que se podría esperar con un nivel de confianza del 5%.
- 2) En los pronósticos a diez días los modelos en los que se utilizó la volatilidad estimada a través de los métodos GARCH muestran, nuevamente, un mejor desempeño frente a los modelos en donde se tomó como base la volatilidad de los métodos Clásicos, EWMA, Parkinson y Garman y Klass, porque en ninguno de los tres la hipótesis nula es rechazada (con los modelos GARCH2 y GARCH3 la hipótesis nula sí se rechaza pero a favor de que las fallas observadas son inferiores a las esperadas), mientras

que en los otros modelos la hipótesis nula siempre es rechazada puesto que el número de fallas que presentan es significativamente superior al cual se esperaría con un nivel de confianza del 5%.

Resultados contraste de KUPIEC para Pronósticos a Un Día

Modelo	GARCH 1	GARCH 2	GARCH 3
No. Fallas	0	0	0
POF	Indeterminado	Indeterminado	Indeterminado
Valor - p	Indeterminado	Indeterminado	Indeterminado

Modelo		Clásica 20	Clásica 60	Clásica Año
No. Fallas		4	2	2
POF	Rent Histórica	0.07	1.89	1.89
Valor - p		0.7873	0.1696	0.1696
No. Fallas		5	2	1
POF	Rent 0%	0.05	1.89	4.21
Valor - p		0.8312	0.1696	0.0401
No. Fallas		6	2	0
POF	Rent 3%	0.44	1.89	Indeterminado
Valor - p		0.5052	0.1696	Indeterminado

Modelo		EWMA 20	EWMA 60	EWMA Año
No. Fallas		11	4	3
POF	Rent Histórica	7.01	0.07	0.63
Valor - p		0.0081	0.7873	0.4279
No. Fallas		11	4	3
POF	Rent 0%	7.01	0.07	0.63
Valor - p		0.0081	0.7873	0.4279
No. Fallas		11	4	4
POF	Rent 3%	7.01	0.07	0.072828761
Valor - p		0.0081	0.7873	0.787261773

Modelo		Parkinson 20	Parkinson 60	Parkinson A
No. Fallas		8	9	2
POF	Rent Histórica	2.27	3.61	1.89
Valor - p		0.1320	0.0574	0.1696
No. Fallas		8	7	1
POF	Rent 0%	2.27	1.20	4.21
Valor - p		0.1320	0.2731	0.0401
No. Fallas		8	9	1
POF	Rent 3%	2.27	3.61	4.21356801
Valor - p		0.1320	0.0574	0.040101905

Modelo		G&K 20	G&K 60	G&K Año
No. Fallas		1	1	0
POF	Rent Histórica	4.21	4.21	Indeterminado
Valor - p		0.0401	0.0401	Indeterminado
No. Fallas		1	1	0
POF	Rent 0%	4.21	4.21	Indeterminado
Valor - p		0.0401	0.0401	Indeterminado
No. Fallas		3	1	0
POF	Rent 3%	0.63	4.21	Indeterminado
Valor - p		0.4279	0.0401	Indeterminado

Resultados contraste de KUPIEC para Pronósticos a Diez Días

Modelo		GARCH 1	GARCH 2	GARCH 3
No. Fallas		7	1	1
POF		1.20	4.21	4.21
Valor - p		0.2731	0.0401	0.0401

Modelo		Clásica 20	Clásica 60	Clásica Año
No. Fallas		25	26	18
POF	Rent Histórica	49.56	53.56	24.82
Valor - p		0.0000	0.0000	0.0000
No. Fallas		29	27	14
POF	Rent 0%	66.20	57.67	13.64
Valor - p		0.0000	0.0000	0.0002
No. Fallas		29	30	14
POF	Rent 3%	66.20	70.62	13.642881
Valor - p		0.0000	0.0000	0.000221078

Modelo		EWMA 20	EWMA 60	EWMA Año
No. Fallas		30	28	28
POF	Rent Histórica	70.62	61.89	61.89
Valor - p		0.0000	0.0000	0.0000
No. Fallas		38	28	27
POF	Rent 0%	109.44	61.89	57.67
Valor - p		0.0000	0.0000	0.0000
No. Fallas		39	31	30
POF	Rent 3%	114.71	75.14	70.62374247
Valor - p		0.0000	0.0000	4.32283E-17

Modelo		Parkinson 20	Parkinson 60	Parkinson A
No. Fallas		33	35	23
POF	Rent Histórica	84.47	94.18	41.89
Valor - p		0.0000	0.0000	0.0000
No. Fallas		37	36	22
POF	Rent 0%	104.27	99.18	38.23
Valor - p		0.0000	0.0000	0.0000
No. Fallas		39	36	22
POF	Rent 3%	114.71	99.18	38.22683006
Valor - p		0.0000	0.0000	6.29805E-10

Modelo		G&K 20	G&K 60	G&K Año
No. Fallas		17	21	11
POF	Rent Histórica	21.80	34.68	7.01
Valor - p		0.0000	0.0000	0.0081
No. Fallas		22	20	9
POF	Rent 0%	38.23	31.27	3.61
Valor - p		0.0000	0.0000	0.0574
No. Fallas		22	21	9
POF	Rent 3%	38.23	34.68	3.610849961
Valor - p		0.0000	0.0000	0.057403783

3.3. CONTRASTE DE DIEBOLD Y MARIANO

Se utilizó la prueba de Diebold y Mariano (1995) para evaluar la bondad predictiva de los modelos, en la cual, como se explicó en el numeral 1.3.3., la hipótesis nula establece que dos modelos, A y B por ejemplo, tienen un nivel de precisión igual en sus predicciones,

frente a la alternativa de que el nivel de precisión es diferente; así, un valor de DM significativo y negativo (positivo) implica que la hipótesis nula se rechaza indicando una mayor precisión del modelo A (B).

Este contraste se aplicó en dos fases tanto para los pronósticos a uno como a diez días, en las cuales primero se compararon los modelos GARCH entre sí y los modelos MBG divididos por los tres escenarios de rentabilidad (histórica, 0% y 3%), así se seleccionaron aquéllos modelos que mostraron un mejor nivel de precisión entre cada grupo, para luego pasar a la segunda fase, en la cual se compararon únicamente los modelos seleccionados de manera previa.

Para los pronósticos a un día los resultados son:

- Fase I: De acuerdo con las pruebas se encontró que los modelos con mejor nivel de precisión en la predicción fueron⁸,
 - a. GARCH1
 - b. GARCH2
 - c. MBG con volatilidad clásica de 252 días y rentabilidad histórica
 - d. MBG con volatilidad clásica de 252 días y rentabilidad 0%,
 - e. MBG con volatilidad EWMA de 20 días y rentabilidad 3%.

- Fase II: Se compararon los modelos seleccionados en la etapa anterior, con los siguientes resultados:

⁸ En el Anexo III se presentan los valores de la prueba de Diebold y Mariano aplicada a todos los modelos

Pronósticos a Un Día						
Modelo	Prueba	a. GARCH1	b. GARCH2	c. Clásica 252, Rent Histórica	d. Clásica 252, Rent 0%	e. EWMA 20, Rent 3%
a. GARCH1	DM Valor - p	NA	-0.41 0.34	Negativo x	-0.04 0.49	-0.48 0.32
b. GARCH2	DM Valor - p		NA	2.32 24.13	0.44 0.33	0.15 0.44
c. Clásica 252, Rent Hist.	DM Valor - p			NA	0.29 0.39	Positivo x
d. Clásica 252, Rent 0%	DM Valor - p				NA	Negativo x
e. EWMA 20, Rent 3%	DM Valor - p					NA

De acuerdo con estos resultados se puede concluir:

- a. El nivel de precisión de e) es superior al de c)
- b. El nivel de precisión de d) es superior al de e)
- c. El nivel de precisión es el mismo entre b) y d)
- d. El nivel de precisión es el mismo entre a) y d)
- e. El nivel de precisión de a) es superior al de b)

Por lo tanto, aunque estadísticamente no se pueda determinar que la precisión del modelo a) es mejor que la del modelo b), sí puede decirse, que a nivel general el modelo a) es el que presenta un mejor comportamiento, puesto que su precisión es superior a la del modelo b), mientras la de modelo d) no lo es.

Respecto a los pronósticos a diez días, los resultados son:

- Fase I: De acuerdo con las pruebas se encontró que los modelos con mejor nivel de precisión en la predicción fueron,
 - a. GARCH1
 - b. MBG con volatilidad clásica de 20 días y rentabilidad histórica
 - c. MBG con volatilidad de Parkinson de 252 días y rentabilidad 0%,
 - d. MBG con volatilidad clásica de 20 días y rentabilidad 3%.

- Fase II: Se compararon los modelos seleccionados en la etapa anterior, obteniendo los siguientes resultados:

Pronósticos a Diez Días					
Modelo	Prueba	a. GARCH1	b. Clásica 20, Rent Histórica	c. PK 252, Rent 0%	d. Clásica 20, Rent 3%
a. GARCH1	DM Valor - p	NA	-5.26 0.00	-13.25 0.00	-3.02 0.00
b. Clásica 20, Rent Hist.	DM Valor - p		NA	-0.55 0.29	-0.56 0.29
c. PK 252, Rent 0%	DM Valor - p			NA	-0.54 0.30
d. Clásica 20, Rent 3%	DM Valor - p				NA

Estos resultados muestran que el modelo GARCH1 tiene un nivel de precisión superior al de los demás, puesto que la hipótesis nula siempre se rechaza a su favor.

En conclusión, el contrato de Diebold y Mariano muestra, para los pronósticos de los precios de cierre de la tasa de cambio peso dólar, a uno y diez días, que el modelo con mejor nivel de precisión es el GARCH1 para ambos casos.

3.4. SELECCIÓN DEL INDICADOR

De acuerdo con los resultados obtenidos para los pronósticos a uno y diez días, a través de la inspección visual de los modelos, las medidas descriptivas RECM, RECM y U de Theil, las pruebas de *backtesting* Kupiec y las pruebas de comparación de pronósticos de Diebold y Mariano, se puede establecer que, en términos generales, los resultados de este trabajo evidencian que el modelo que presenta el mejor desempeño para la estimación de la volatilidad y la previsión de los precios de cierre diarios de la tasa de cambio peso dólar es el GARCH1, y por lo tanto la volatilidad generada por éste es la medida propuesta como indicador de la volatilidad esperada de los precios de cierre diarios de la tasa de cambio peso dólar.

Como se explicó es el numeral 2.2., el Modelo GARCH1 corresponde a un $AR(1) + SMA(14) + GARCH(1,1) + d_1 + d_2$, definido como:

$$r_t = 0.11r_{t-1} + 0.06u_{t-14} + u_t,$$

$$u_t = \sigma_t v_t ; \quad v_t \rightarrow N(0,1)$$

$$\sigma_t^2 = 0.00000259 + 0.19u_{t-1}^2 + 0.69\sigma_{t-1}^2 + 0.000131d_1 + 0.000152d_2$$

En donde,

$$d_1 = 1 \text{ si } r_t > 0.015 \quad , \quad d_2 = 1 \text{ si } r_t < -0.018$$

$$= 0 \text{ e.o.p} \quad , \quad = 0 \text{ e.o.p}$$

Esta metodología tiene en cuenta características de la serie como el alto nivel de curtosis, los agrupamientos de volatilidad y la reversión a la media, lo cual se manifiesta en que los errores del modelo siguen un proceso ruido blanco con una varianza condicionada variable, en donde, un alto nivel de volatilidad para el período t hace probable que la volatilidad del siguiente período, t+1, sea alta también, pero a la vez, la media del proceso, que es cero, hace posible que siempre sea probable un valor pequeño de u_t^2 , lo cual disminuye la varianza condicionada del siguiente período.

Así, es importante tener en cuenta que aunque no debe esperarse que un modelo se anticipe a hechos inesperados como catástrofes naturales, sí se puede establecer qué modelo incorpora y asimila de una manera más rápida o mejor sus efectos, para prever nuevos niveles en la trayectoria de los precios, que sean más cercanos a los datos observados, que los pronosticados a través de otros métodos.

Por lo tanto, un estimador para la volatilidad basado en un modelo óptimo, puede permitir a inversionistas y gestores de riesgos conocer, con un alto grado de confianza, los niveles de volatilidad que espera el mercado y así fortalecer sus estrategias en los negocios.

Finalmente, se debe destacar que un indicador óptimo de la volatilidad permite, entre otros aspectos:

- Fortalecer el conocimiento del mercado, lo cual abre el camino para una mayor profundización del mismo.
- Estimar correctamente de precios futuros, porque la prima que un inversionista está dispuesto a pagar en un mercado muy volátil será siempre superior a la que pagaría en un mercado poco volátil.
- Medir correctamente los riesgos de mercado, liquidez y crédito.
- Desarrollar nuevos instrumentos de inversión, como en mercados más sofisticados como el de Estados Unidos, en donde los índices de volatilidad, como el VIX, se han posicionado como herramientas básicas para la gestión de operaciones, y a la vez, se han convertido en instrumentos de negociación por sí mismos: los inversionistas negocian sobre los niveles de volatilidad del mercado.

4. IMPACTO EN LOS SECTORES REAL Y FINANCIERO

La volatilidad de la tasa de cambio impacta a los sectores real y financiero porque afecta directamente los precios de los bienes y servicios, y por lo tanto los flujos del comercio exterior, las decisiones de inversión y financiación, entre otros, lo cual representa riesgos para las entidades respecto a su competitividad, sus utilidades, y en general, sobre el manejo de sus negocios.

A continuación se presenta una breve descripción de diversas formas en que las fluctuaciones de la tasa de cambio peso dólar afectan el comercio internacional y las operaciones del sistema financiero, para aportar más evidencia sobre el por qué es importante su estudio.

- El impacto directo sobre los precios de los productos, que incide en la competitividad de exportadores e importadores, en donde, una devaluación del peso se considera expansionista porque fortalece la competitividad de los productos nacionales frente a los del resto del mundo, y una revaluación abarata los precios de los productos internacionales, ofreciendo mayores ganancias a los importadores al permitirles comprar productos a precios más baratos.
- Las posiciones de las empresas respecto a sus balances, puesto que la devaluación de la moneda local genera un aumento en el valor de los activos y los ingresos expresados en dólares, y a su vez, castiga a los pasivos y a los costos y gastos expresados en dicha moneda. En conjunto, ésto implica aumento de utilidades para aquellas empresas cuya posición activa en dólares es menor a la pasiva, mientras que lleva a pérdidas a las entidades con posiciones pasivas en dólares superiores a las activas (lo que se conoce como efecto “hoja de balance”).
- La estabilidad financiera, puesto que afecta la intermediación eficientemente de los flujos financieros, y por lo tanto, la estabilidad macroeconómica. Ésto implica la necesidad de promover un monitoreo permanente del riesgo cambiario.

- La operación de los intermediarios del mercado cambiario (IMC), porque la volatilidad del dólar es un factor para la toma de decisiones de compra y venta de divisas, la cobertura en posiciones apalancadas y el cumplimiento de la normatividad vigente. Al respecto, uno de los controles actuales es la Posición Bruta de Apalancamiento (PBA) cuyo promedio de tres días hábiles no puede ser superior al 500% del patrimonio técnico de los IMC; la PBA hace referencia a la sumatoria de: *“i) los derechos y obligaciones en contratos a término y de futuro denominados en moneda extranjera; ii) operaciones de contado denominadas en moneda extranjera con cumplimiento entre un día bancario (t+1) y dos días bancarios (t+2), y iii) la exposición cambiaria asociada a las contingencias deudoras y las contingencias acreedoras adquiridas en la negociación de opciones y derivados sobre el tipo de cambio”*⁹. Así, la gestión de la PBA implica medir y hacer seguimiento a la volatilidad del dólar para garantizar el cumplimiento de los límites normativos.
- La gestión de portafolios, porque la volatilidad de la tasa de cambio es una herramienta para fijar niveles de recomposición de inversiones y valorar activos; por ejemplo, un inversionista puede estar interesado en no invertir en instrumentos expresados en dólares, cuando la volatilidad de la moneda es alta, debido al riesgo cambiario que conllevan esas operaciones. A la vez, una estimación óptima de la volatilidad permite medir correctamente el riesgo en instrumentos derivados, como las opciones, y así determinar cambios en el valor del portafolio debido a cambios en la volatilidad.

Estos efectos están sustentados en diferentes trabajos como el de Echevarria (2003), cuyos resultados muestran que la revaluación de la tasa de cambio real afecta negativamente a las exportaciones, porque el nivel de ventas disminuye y hay entidades que deben retirarse de la actividad exportadora con altos costos de reingreso.

A la vez, Echeverri, Fergunsson, Steiner y Aguilar (2003)¹⁰, demuestran en su trabajo sobre el efecto que tienen los cambios en la tasa de cambio real en el desempeño de cerca de 8.000 empresas de los sectores real y financiero (período de estudio 1995-2001), que en la época de aceleración de la devaluación, el nivel de inversión aumenta en las firmas con un

⁹ Tomado del Boletín No. 17 del 06 de mayo de 2007 del banco de la República de Colombia.

alto nivel de exportaciones y poca deuda externa, y cae en las firmas con altos niveles de deuda externa y bajo nivel de exportaciones.

Respecto a las decisiones de inversión y cobertura, el profesor Philippe Jorion en su libro Valor en Riesgo, explica que “un entendimiento cabal del riesgo permite que los administradores financieros puedan estar en condiciones de planear adecuadamente la forma de anticiparse a posibles resultados adversos y sus consecuencias y, de este modo, estar mejor preparados para enfrentar la incertidumbre futura sobre las variables que puedan afectar sus resultados... la administración del riesgo financiero se ha convertido en una herramienta esencial para la sobrevivencia de cualquier negocio”¹¹

En este orden, el control de la volatilidad de la tasa de cambio es útil para las empresas del sector real y financiero, para medir el nerviosismo del mercado y proteger sus finanzas planeando coberturas sobre niveles de riesgo y estableciendo estrategias de inversión y financiación, que reduzcan la incertidumbre respecto a posibles pérdidas en sus patrimonios, sus utilidades, su dinámica de inversión y su desempeño en el mercado.

¹⁰ Ver artículo de los autores: “¿La Devaluación Castiga a los Pecadores?”, publicado en la revista Carta Financiera, No. 125, Diciembre 2003, de ANIF

¹¹ “VALOR EN RIESGO”, Philippe Jorion. Limusa-Noriega Editores, México, 2003, página 24.

5. CONCLUSIONES

Este trabajo comprende la descripción de diversas metodologías para la estimación de la volatilidad de los activos financieros y la aplicación de las mismas sobre los precios de cierre de la tasa de cambio peso dólar. Los resultados se evalúan respecto al impacto en las predicciones de dichos precios, a través de medidas estadísticas descriptivas, la prueba de *backtesting* de Kupiec, y el contraste de Diebold y Mariano.

Los resultados obtenidos sugieren una mayor capacidad predictiva de los procesos GARCH, en donde el modelo $AR(1) + SMA(14) + GARCH(1,1) + d_1 + d_2$, provee los mejores resultados para la estimación de la volatilidad. Este realiza las estimaciones de una manera dinámica, incorporando características como los agrupamientos de volatilidad, la reversión a la media y el efecto de los valores extremos. De esta manera se propone la volatilidad estimada a través de este modelo, como un posible indicador del nivel de las fluctuaciones del dólar esperado por el mercado, el cual a su vez, sería una herramienta útil para la toma de decisiones de inversión, la gestión de riesgos y una mayor comprensión del mercado en términos generales.

No obstante, se resalta que la aplicación de este modelo en la práctica, implica la determinación del período óptimo sobre el cual deben reevaluarse los parámetros estimados, con el fin de identificar si es necesario o no, hacer cambios sobre su estructura.

Es importante tener en cuenta que establecer medidas estandarizadas o indicadores sobre la volatilidad de los precios de cierre de la tasa de cambio peso dólar, es un tema que cobra más relevancia si se tiene en cuenta que desde septiembre de 2008 comenzó a operar en nuestro país un mercado organizado de derivados financieros, administrado por la Bolsa de Valores de Colombia, cuyo producto líder es el futuro sobre el dólar, puesto que, “cuando hay derivados en una plaza los inversionistas pueden apostarle a los precios futuros que tendrán los activos, pueden cubrirse o ejecutar otras operaciones financieras un poco más complejas que son parte de un mercado más profundo y que con el tiempo terminarán haciéndolo más grande y desarrollado”¹², lo cual implica la necesidad de desarrollar

¹² Artículo: “Negociación de derivados le dará más dinamismo a la plaza local”, publicado en el periódico La República el nueve de abril de 2008.

herramientas más sofisticadas para la gestión profesional de riesgos, la comprensión de la dinámica del mercado y la operación de inversiones.

Por ejemplo, en países como Estados Unidos, Alemania y México, en donde se negocian opciones financieras, se han desarrollado los índices VIX, VDAX y VIMEX, respectivamente, como indicadores de volatilidad de activos financieros, para dar respuesta a las necesidades de innovación y evolución de sus mercados. Si bien estos indicadores se basan en las volatilidades implícitas que se obtienen de los precios de las opciones, y no en la estimación de la volatilidad futura, como la medida que se propone en este trabajo, son instrumentos que se han posicionado en sus países de origen y a nivel internacional, como instrumentos de gestión para inversionistas y administradores de riesgos, que demuestran la importancia de una medida de volatilidad estandarizada para el mercado.

En este orden de ideas, aunque los resultados de este trabajo evidencian la superioridad de los modelos GARCH frente a las otras metodologías utilizadas, existen otros métodos como los modelos de volatilidad estocástica, los modelos de volatilidades implícitas y los modelos de series de tiempo multi-variantes, que podrían ser evaluados con el objetivo de obtener mejores resultados para modelar la volatilidad de la tasa de cambio peso dólar.

BIBLIOGRAFÍA

1. Alfaro, Rodrigo y Silva, Carmen Gloria. "Medidas de Volatilidad de Índices Accionarios: El Caso del IPSA". Documento de trabajo del Banco Central de Chile, abril de 2008.
2. Bollerslev y Wooldridge (1992)
3. Bollerslev, T. (1986), "Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity", *Journal of Econometrics*, 31, 307-327.
4. Brooks, Chirs. "Introductory Econometrics For Finance". Universidad de Cambridge, Reino Unido, 2008.
5. De Arce, Rafael. "Introducción a los Modelos Autorregresivos con Heterocedasticidad Condicional (ARCH)", 1998.
6. Diebold, F. X. and Mariano, R. S. (1995), "Comparing Predictive Accuracy," *Journal of Business and Economic Statistics*,13, 253-263.
7. Damodar N. Gujarati ; tr. Demetrio Garmendia Guerrero, Gladys Arango Medina, "Econometría"
8. Echavarría, J.J. (2003). Características, Determinantes e Impacto de las Exportaciones en Colombia. Análisis a Nivel de Firma, *Coyuntura Económica*
9. Feller, William. "The Asymptotic Distribution of the Range of Sums of Independent Random Variables". *Annals of Mathematical Statistics*.
10. Garman, Mark y Klass, Michael, "On the Estimation of Security Price Volatilities from Historical Data". *Journal of Business*, 1980, vol 53, No. 1.
11. Giner Rubio, Javier y Morini Marrero, Sandra. "El índice VIX para la predicción de volatilidad: un estudio internacional", Universidad de la Laguna, 2004.
12. Jorion, Philippe. "Valor en Riesgo", Limusa Noriega Editores, Mexder, México 2004.
13. Knight, John y Satchell, Stephen. "Forecasting Volatility in the Financial Markets". Butterworth-Heinemann, Reino Unido 2007.
14. "La Gestión del Riesgo: Retos y Propuestas de los Mercados Financieros" Lex Nova S.A. Marzo de 2005, Valladolid, España.
15. Parkinson, Michael. "The Extreme Value Method for Estimating the Variante of the Rate of Return". *Journal of Business*, 1980, vol 53, No. 1.
16. Hernández, Rubén. "Análisis Comparativo de las Volatilidades de los Mercados Bursátiles",2005.
17. Peña, Daniel. "Análisis de Series Temporales". Alianza Editorial, España 2005.

18. Schoenfeld, Steven A. "Active Index Investing", Ed. Wiley Finance, 2004.
19. Senra Díaz, Israel y Pena Trapero, Bernardo. "Predicción de la Volatilidad de los Rendimientos del Índice General de la Bolsa de Madrid: El Papel de las Asimetrías", 2004. Publicado en la página: <http://www.asepelt.org>
20. The CBOE Volatility Index – VIX. Documento de trabajo publicado por Chicago Board Options Exchange (CBOE), 2009.

Anexo I: Modelos Estimados a través de la Metodología ARMA-GARCH¹³

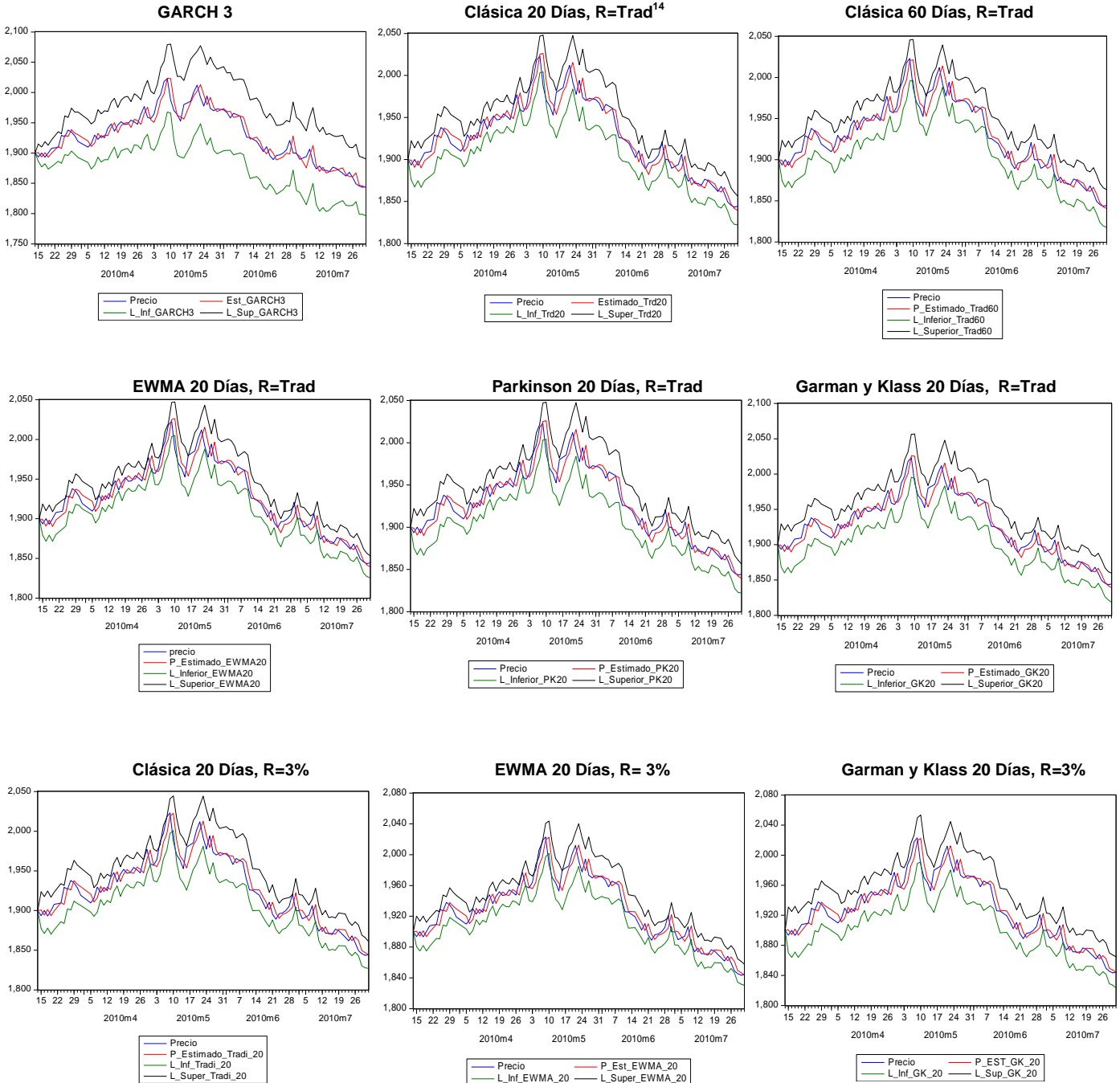
Modelo	Suma Niveles	Dummy Niveles	Suma Coef	Dummy 1	Dummy 2	R ^ 2	D E	SCR	AIC	SC	Raíces	Res	Jarque Bera	Sesgo	Curtosis
AR(1)+SMA(14) + GARCH(1,1) + d1 + d2	0.17	-	0.8776	0.000131	0.000152	0.01	0.01	0.09	-7.28	-7.25	B	3,4 No	60.72	0.04	4.08
MA(2) + d1 + d2 + ARCH(6)	0.15	0.02 y -0.02	0.9700	-	-	0.47	0.01	0.05	-7.48	-7.43	B	B	85.00	0.00	4.28
MA(2) + d1 + d2 + ARCH(5)	0.16	0.02 y -0.02	0.9047	-	-	0.47	0.01	0.05	-7.45	-7.41	B	B	110.12	-0.05	4.45
SAR(14)+ MA(1) + GARCH(1,1) + d1+ d2	0.16	-	0.8870	0.000127	0.000143	0.01	0.01	0.09	-7.28	-7.26	B	No	63.17	0.06	4.10
AR(1)+SMA(14) +d1 + GARCH(1,1)	0.14	0.0210	1.0104	-	-	-	-	-	-	-	-	3 No	751.08	-0.11	6.82
AR(1)+SMA(14) + GARCH(1,1) + d1	0.14	-	0.9470	0.000087	-	0.01	0.01	0.09	-724.00	-7.22	B	B	151.15	0.06	4.70
AR(1)+SMA(14) + d1 + GARCH(1,1) + d1	0.15	0.0206	0.9819	0.000021	-	0.32	0.01	0.06	-7.41	-7.38	B	3 No	414.69	-0.01	5.83
AR(1)+SMA(14) + d1 + GARCH(1,1) + d2	0.15	0.0215	0.9773	-	No sig	0.32	0.01	0.06	-7.42	-7.39	B	3 No	202.41	0.14	4.96
AR(1)+SMA(14) + d2 + GARCH(1,1)	No sig	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	No	423.92	0.66	5.56
AR(1)+SMA(14)+ GARCH(1,1) + d2	No sig	-	1.0047	-	No sig	0.01	0.01	0.09	-7.20	-7.17	B	No	451.91	0.58	5.71
AR(1)+SMA(14) + d2 + GARCH(1,1) + d2	No sig	-0.0239	1.0145	-	No sig	0.17	0.01	0.08	-7.27	-7.24	B	No	429.96	0.65	5.57
AR(1)+SMA(14) + d2 + GARCH(1,1) + d1	0.16	-0.0229	0.9156	0.000115	-	0.17	0.01	0.08	-7.35	-7.32	B	3,4 No	63.29	0.08	4.09
AR(1)+SMA(14) + d1 + d2 + GARCH(1,1)	0.12	0.021391 y -0.024636	1.0009	-	-	-	-	-	-7.53	-7.50	B	3 No	199.39	0.21	4.92
AR(1)+SMA(14) + d1 + d2 + GARCH(1,1) + d1 + d2	0.13	0.020962 y -0.024039	0.9879	0.000011	No sig	0.47	0.01	0.05	-7.54	-7.50	B	3 No	171.23	0.22	4.76
AR(1)+SMA(14) + d1 + d2 + GARCH(1,1) + d2	0.12	0.021398 y -0.024650	1.0004	-	No sig	0.47	0.01	0.05	-7.53	-7.50	B	3 No	198.54	0.21	4.91
AR(1)+SMA(14) + GARCH(1,1) + d1_018 + d2	SMA(14) No sig	-	0.9348	0.000147	0.000117	-	-	-	-	-	B	3,4 No	91.07	0.19	4.26
AR(1)+SMA(14) + d2 + GARCH(1,1) + d1_018	SMA(14) No sig	-0.0234	0.9579	0.000125	-	0.17	0.01	0.08	-7.33	-7.30	B	3,4 No	91.60	0.24	4.24
GARCH(1,1)		-	1.0191	-	-	0.00	0.01	0.10	-7.18	-7.17	NA	No	457.37	0.51	5.79
GARCH(2,1)	-	Arch 2 no sig	1.0169	-	-	0.00	0.01	0.10					487.18	0.50	5.90

¹³ En la identificación del modelo las variables d1 y d2 hacen referencia a dicotómicas que modelan el efecto de los valores extremos cuando la rentabilidad diaria de la tasa de cambio es superior a 1.5%, e inferior a -1.8%, respectivamente; d1_018 significa que la variable dicotómica modela rentabilidades superiores a 1.8%. Respecto a los criterios de información, AIC y SC, éstos sirven para comparar los modelos, en donde un menor valor representa un mejor modelo.

Modelo	Suma Niveles	Dummy Niveles	Suma Coef	Dummy 1	Dummy 2	R ^ 2	D E	SCR	AIC	SC	Raíces	Res	Jarque Bera	Sesgo	Curtosis
d1 + GARCH(1,1)	-	0.0202	1.0100	-	-	0.31	0.01	0.07	-7.38	-7.36	NA	B	743.49	-0.11	6.78
d2 + GARCH(1,1)		-0.0239	1.0163	-	-	-	-	-	-	-	-	No	404.60	0.62	5.50
d1 + d2 + GARCH(1,1)	-	0.021203 y -0.025031	1.0015	-	-	-	-	-	-7.53	-7.51	NA	B	196.09	0.21	4.90
GARCH(1,1) + d1 + d2	-	-	0.8942	0.000126	0.000139	0.00	0.01	0.10	-7.27	-7.25	B	No	77.38	0.04	4.22
AR(1) + GARCH(1,1)	AR No sig	-	1.0194	-	-	0.01	0.01	0.09	-7.18	-7.17	B	No	477.93	0.50	5.86
AR(1) + GARCH(1,1) + d1 + d2	0.10	-	0.8833	0.000128	0.000145	0.01	0.01	0.09	-7.28	-7.25	B	No	69.56	0.02	4.16
AR(1) + d2 + GARCH(1,1)	No sig	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	No	425.82	0.63	5.57
AR(1) + d2 + GARCH(1,1) + d1	0.10	-0.0231	0.9193	0.000111	-	0.16	0.01	0.08	-7.34	-7.32	B	No	70.39	0.07	4.16
AR(1) + GARCH(1,1) + d1_018 + d2	0.10	-	0.9360	0.000148	0.000114	0.01	0.01	0.09	-7.26	-7.23	B	No	93.11	0.17	4.29
AR(1) + d2 + GARCH(1,1) + d1_018	0.09	-0.0235	0.9590	0.000124	-	0.16	0.01	0.08	-7.33	-7.30	B	2,3 No	94.16	0.22	4.27
AR(1) + d1_018 + GARCH(1,1) + d1	0.10	0.0230	0.9700	0.000031	-	0.26	0.01	0.07	-7.36	-7.33	B	B	251.00	0.02	5.20
AR(1) + d1_020 + GARCH(1,1) + d1 + d2	0.11	0.0280	0.9231	0.000054	0.000129	0.22	0.01	0.07	-7.35	-7.32	B	B	77.43	0.04	4.21
MA(1) + GARCH(1,1)	No sig	-	1.0157	-	-	0.00	0.01	0.09	-7.18	-7.17	B	No	478.46	0.51	5.86
MA(1) + d1 + d2 + ARCH(6)	0.07	0.02 y -0.02	0.9704	-	-	0.47	0.01	0.05	-7.47	-7.43	B	B	81.00	0.03	4.85
MA(1) + GARCH(1,1) + d1 + d2	0.09	-	0.8850	0.000128	0.000143	0.01	0.01	0.09	-7.28	-7.25	B	No	70.26	0.03	4.16
MA(1) + d2 + GARCH(1,1) + d1	0.08	-0.0231	0.9211	0.000111	-	0.16	0.01	0.08	-7.34	-7.32	B	No	71.27	0.07	4.16
ARMA(1,1) + GARCH(1,1)	No sig	-	1.0189	-	-								462.50	0.51	5.81
ARMA(1,1) + GARCH(1,1) + d1 + d2	0.09	-	0.8848	0.000127	0.000145	0.01	0.01	0.09	-7.28	-7.25	B	No	71.61	0.02	4.17
ARMA(1,1) + d2 + GARCH(1,1) + d1	0.07	-0.0232	0.9230	0.000108	-	0.17	0.01	0.08	-7.34	-7.32	B	No	73.22	0.08	4.18
ARCH(3)	-	-	1.0614	-		0.00	0.01	0.10	-7.06	-7.04	NA	No	444.00	0.17	5.90
Ar(1) + ARCH(3) + d1_018 + d2	0.11	-	0.5462	0.000544	0.000575	0.01	0.01	0.09	-7.24	-7.21	B	B	37.91	0.02	3.85
AR(1)+SMA(14) + GARCH(1,1) + d1 +d2. Residuos ajustados a la Dist-t	0.12	-	0.9800	0.000132	0.000144	0.01	0.01	0.09	-7.32	-7.31	B	No	363.84	0.25	5.60
GARCH(1,1) + d1 +d2. Residuos ajustados a la Dist-t	-	-	0.9880	0.000130	0.000137	0.00	0.00	0.01	-7.31	-7.29	B	No	391.48	0.24	5.70

Anexo II: Gráficos Precios Estimados e Intervalos de Confianza

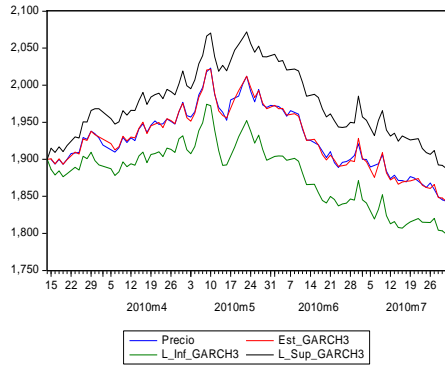
Pronósticos a un día



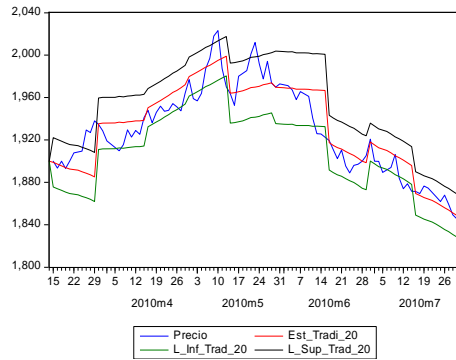
¹⁴ La expresión R=Trad, significa que la estimación de los precios se realizó con la rentabilidad calculada a través de la metodología tradicional (promedio), la ventana de días es la misma que se tomó para la estimación de la volatilidad.

Pronósticos Cada 10 Días

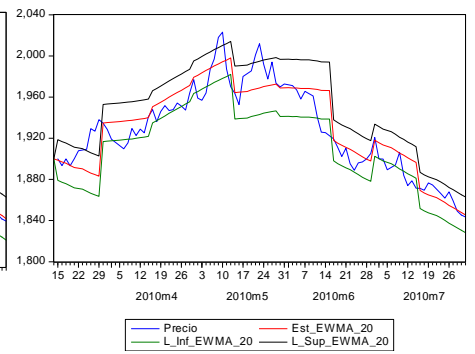
GARCH 3



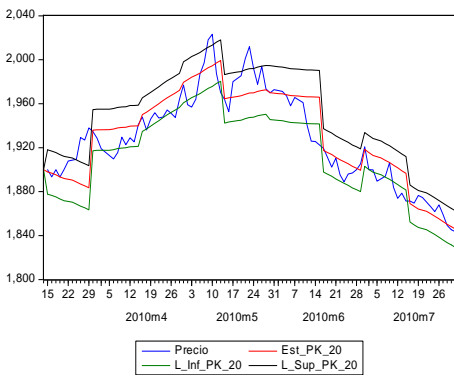
Clásica 20 Días, R=Trad



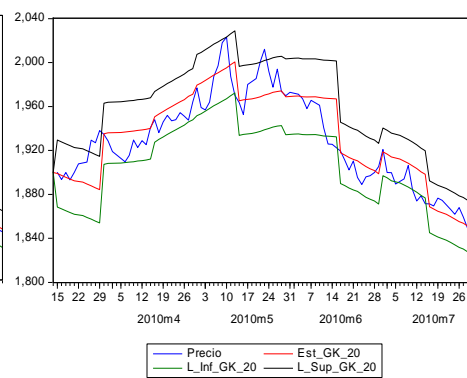
EWMA 20 Días, R=Trad



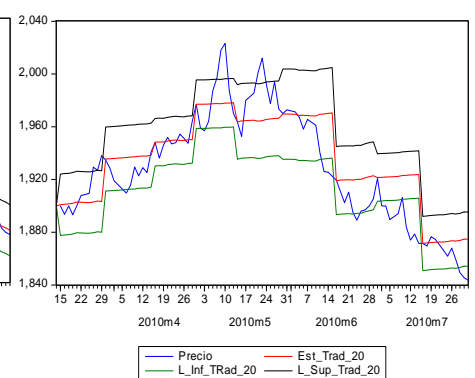
Parkinson 20 Días, R=Trad



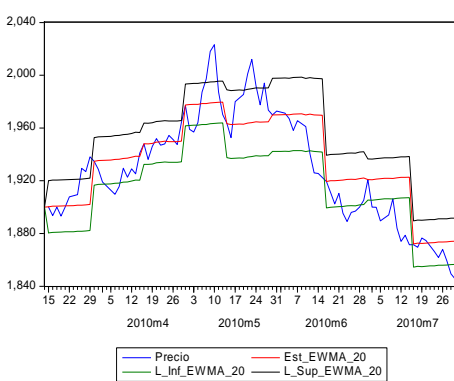
Garman y Klass 20 Días, R=Trad



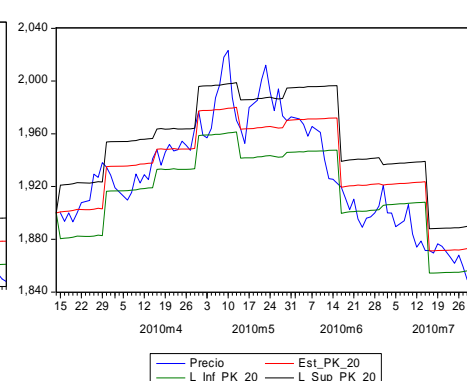
Clásica 20 Días, R=3%



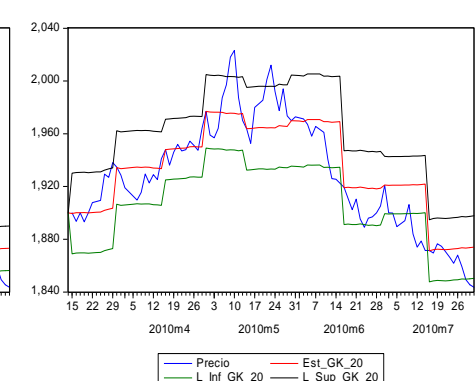
EWMA 20 Días, R= 3%



Parkinson 20 Días, R= 3%



Garman y Klass 20 Días, R=3%



Pronósticos a Un Día													
Rent Histórica	Prueba	Clásica 20	Clásica 60	Clásica 252	EWMA 20	EWMA 60	EWMA 252	PK 20	PK 60	PK 252	G & K 20	G & K 60	G & K 252
Clásica 20	DM Valor - p	NA	Positivo x	Positivo x	Positivo x	Positivo x	Positivo x	Positivo x	Positivo x	Positivo x	0.22 0.41	Positivo x	Positivo x
Clásica 60	DM Valor - p		NA	Positivo x	Negativo x	-0.37 0.35	Positivo x	Positivo x	0.23 0.41	Positivo x	Negativo x	-0.15 0.44	Negativo x
Clásica 252	DM Valor - p			NA	Negativo x	Negativo x	0.05 0.48	Negativo x	Negativo x	0.27 0.39	Negativo x	Negativo x	-0.46 0.32
EWMA 20	DM Valor - p				NA	Negativo x	Positivo x	0.64 0.26	Positivo x	Positivo x	-0.16 0.44	Positivo x	Positivo x
EWMA 60	DM Valor - p					NA	Positivo x	Positivo x	Positivo x	Positivo x	Negativo x	0.05 0.48	Positivo x
EWMA 252	DM Valor - p						NA	Negativo x	Negativo x	0.11 0.45	Negativo x	Negativo x	-0.16 0.44
PK 20	DM Valor - p							NA	Positivo x	Positivo x	-0.83 0.20	Negativo x	Negativo x
PK 60	DM Valor - p								NA	Positivo x	Negativo x	-0.17 0.43	Negativo x
PK 252	DM Valor - p									NA	Negativo x	Negativo x	-0.36 0.36
G & K 20	DM Valor - p										NA	Positivo x	Positivo x
G & K 60	DM Valor - p											NA	Positivo x
G & K 252	DM Valor - p												NA

Pronósticos a Un Día													
Rent 3%	Prueba	Clásica 20	Clásica 60	Clásica 252	EWMA 20	EWMA 60	EWMA 252	PK 20	PK 60	PK 252	G & K 20	G & K 60	G & K 252
Clásica 20	DM Valor - p	NA	-1.91 0.03	-3.15 0.00	Positivo x	-0.24 0.40	-0.29 0.38	Positivo x	Negativo x	Negativo x	Negativo x	-1.55 0.06	-2.27 0.01
Clásica 60	DM Valor - p		NA	-2.45 0.01	2.67 0.00	Positivo x	Positivo x	1.10 0.14	2.12 0.02	-5.78 0.00	Positivo x	-1.35 0.09	-2.36 0.01
Clásica 252	DM Valor - p			NA	3.06 0.00	Positivo x	Positivo x	1.50 0.07	2.65 0.00	1.91 0.03	1.08 0.14	13.81 0.00	-2.10 0.02
EWMA 20	DM Valor - p				NA	-0.92 0.18	-0.93 0.18	Negativo x	Negativo x	Negativo x	Negativo x	-1.95 0.03	-2.48 0.01
EWMA 60	DM Valor - p					NA	-1.35 0.09	0.60 0.28	0.77 0.22	Negativo x	Negativo x	Negativo x	Negativo x
EWMA 252	DM Valor - p						NA	0.61 0.27	0.66 0.25	Negativo x	Negativo x	Negativo x	Negativo x
PK 20	DM Valor - p							NA	-0.97 0.17	-1.36 0.09	Negativo x	-1.15 0.13	-1.66 0.05
PK 60	DM Valor - p								NA	Negativo x	Negativo x	-1.60 0.05	-2.38 0.01
PK 252	DM Valor - p									NA	1.19 0.12	-0.65 0.26	-2.03 0.02
G & K 20	DM Valor - p										NA	-0.71 0.24	-1.33 0.09
G & K 60	DM Valor - p											NA	-3.47 0.00
G & K 252	DM Valor - p												NA

Pronósticos a Diez Días													
Rent 0%	Prueba	Clásica 20	Clásica 60	Clásica 252	EWMA 20	EWMA 60	EWMA 252	PK 20	PK 60	PK 252	G & K 20	G & K 60	G & K 252
Clásica 20	DM Valor - p	NA	-0.05	0.54 0.30	0.53 0.30	-0.55 0.29	-0.36 0.36	0.56 0.29	0.00 0.50	0.76 0.22	0.22 0.41	0.16 0.44	0.27 0.39
Clásica 60	DM Valor - p		NA	1.50	0.59 0.28	-0.48 0.32	-0.43 0.33	0.76 0.22	-0.01 0.50	Positivo x	0.48 0.32	0.17 0.43	0.46 0.32
Clásica 252	DM Valor - p			NA	0.52	-0.73 0.23	-0.58 0.28	-0.30 0.38	-2.63 0.00	Positivo x	-0.92 0.18	-0.85 0.20	-0.05 0.48
EWMA 20	DM Valor - p				NA	-1.06	-1.30 0.10	-1.15 0.12	-12.10 0.00	0.40 0.34	-1.52 0.06	-1.63 0.05	-0.21 0.42
EWMA 60	DM Valor - p					NA	-0.30	0.00 0.50	-0.64 0.26	0.68 0.25	-0.27 0.39	-0.51 0.30	0.05 0.48
EWMA 252	DM Valor - p						NA	0.39	-0.34 0.37	0.87 0.19	0.01 0.50	-0.33 0.37	0.05 0.48
PK 20	DM Valor - p							NA	-0.80	0.84 0.20	-0.26 0.40	-0.93 0.18	0.07 0.47
PK 60	DM Valor - p								NA	Positivo	0.46 0.32	0.19 0.42	0.46 0.32
PK 252	DM Valor - p									NA	-1.39	-1.41 0.08	-0.37 0.36
G & K 20	DM Valor - p										NA	-0.32	0.18 0.43
G & K 60	DM Valor - p											NA	0.30
G & K 252	DM Valor - p												NA

Pronósticos a Diez Días													
Rent Histórica	Prueba	Clásica 20	Clásica 60	Clásica 252	EWMA 20	EWMA 60	EWMA 252	PK 20	PK 60	PK 252	G & K 20	G & K 60	G & K 252
Clásica 20	DM Valor - p	NA	-1.51	Negativo x	-0.86 0.20	-1.27 0.10	Negativo x	-0.63 0.26	-1.54 0.06	-6.42 0.00	-1.14 0.13	-2.09 0.02	Negativo x
Clásica 60	DM Valor - p		NA	-0.15	1.20 0.11	-0.73 0.23	-0.26 0.40	1.23 0.11	-1.20 0.11	-0.17 0.43	1.51 0.07	-1.33 0.09	-0.13 0.45
Clásica 252	DM Valor - p			NA	Positivo 0.50	0.00 0.50	-0.86 0.19	Positivo x	-0.01 0.50	-0.23 0.41	Positivo x	-0.05 0.48	0.12 0.45
EWMA 20	DM Valor - p				NA	-1.09	Negativo x	0.48 0.32	-1.29 0.10	-3.23 0.00	-0.24 0.41	-1.68 0.05	-5.99 0.00
EWMA 60	DM Valor - p					NA	-0.09	1.11 0.13	-0.05 0.48	-0.04 0.49	1.25 0.11	-0.20 0.42	0.02 0.49
EWMA 252	DM Valor - p						NA	Positivo 0.47	0.09 0.43	0.19 0.43	Positivo x	0.06 0.48	0.71 0.24
PK 20	DM Valor - p							NA	-1.32	-4.80 0.00	-0.37 0.36	-1.72 0.04	Negativo x
PK 60	DM Valor - p								NA	-0.03	1.57 0.06	-0.33 0.37	0.02 0.49
PK 252	DM Valor - p									NA	4.09	0.00 0.50	0.34 0.37
G & K 20	DM Valor - p										NA	-2.34	Negativo x
G & K 60	DM Valor - p											NA	0.06
G & K 252	DM Valor - p												NA

Pronósticos a Diez Días													
Rent 3%	Prueba	Clásica 20	Clásica 60	Clásica 252	EWMA 20	EWMA 60	EWMA 252	PK 20	PK 60	PK 252	G & K 20	G & K 60	G & K 252
Clásica 20	DM Valor - p	NA	-0.06	-0.01 0.49	-0.24 0.41	-0.71 0.24	-0.47 0.32	-0.28 0.39	-0.13 0.45	-0.14 0.44	0.58 0.28	-0.28 0.39	-0.22 0.41
Clásica 60	DM Valor - p		NA	0.15	-0.03 0.49	-0.54 0.29	-0.36 0.36	-0.16 0.44	-0.04 0.49	-0.08 0.47	0.38 0.35	-0.45 0.33	-0.30 0.38
Clásica 252	DM Valor - p			NA	-0.12	-0.91 0.18	-0.63 0.27	-1.34 0.09	-0.24 0.40	Negativo x	0.37 0.36	-0.41 0.34	-0.39 0.35
EWMA 20	DM Valor - p				NA	-0.49	-0.31 0.38	-0.14 0.44	0.01 0.50	-0.02 0.49	1.54 0.06	-0.32 0.38	-0.15 0.44
EWMA 60	DM Valor - p					NA	0.56	0.63 0.26	0.99 0.16	0.86 0.20	0.71 0.24	0.37 0.35	0.45 0.33
EWMA 252	DM Valor - p						NA	0.39	0.58 0.28	0.56 0.29	0.57 0.29	0.19 0.43	0.24 0.41
PK 20	DM Valor - p							NA	0.22	0.59 0.28	0.67 0.25	-0.17 0.43	-0.06 0.48
PK 60	DM Valor - p								NA	-0.07	0.47 0.32	-0.45 0.33	-0.29 0.39
PK 252	DM Valor - p									NA	0.51	-0.37 0.35	-0.17 0.43
G & K 20	DM Valor - p										NA	-0.73	-0.61 0.27
G & K 60	DM Valor - p											NA	Positivo
G & K 252	DM Valor - p												NA