UN ALGORITMO PARA LA ASIGNACIÓN DE RECURSOS ACADÉMICOS COMO UN PROBLEMA DE SCHEDULING

Por Luis Fernando Moreno V.
Marzo de 2003

INDICE DE MATERIAS

1-INTRODUCCION

EL PROBLEMA GENERAL DE SCHEDULING (O PROGRAMACIÓN DE TAREAS)

Baker definió en 1974 en forma sencilla el scheduling como el problema de asignar recursos escasos a actividades en el tiempo. De esta definición han surgido variaciones tales como invertir el orden de la asignación: actividades a recursos en lugar de recursos a actividades, suprimir la palabra escasos, ya que en realidad los recursos no tienen que ser escasos para realizar la asignación, pero todas estas definiciones dan una idea muy general del problema que se trata de resolver, y que así sea sin plantearlo formalmente, lo viene resolviendo la humanidad desde hace miles de años, ya que aunque el problema se trata de resolver en instituciones de gran tamaño, tiene pleno sentido a nivel del hogar, y en general de muchas de las actividades cuotidianas, familiares y rutinarias del hombre.

Esta definición, aparentemente tan sencilla y meramente cualitativa da origen a definiciones, formalizaciones y discusiones de tipo matemático cuando se trata de resolver el problema general del scheduling, que se vuelve un problema muy complejo en la medida en que crece su tamaño y en la medida en que se descubre la imposibilidad matemática de encontrar un algoritmo general que resuelva en forma práctica el problema, a pesar de la existencia de los computadores actuales. De hecho se ha demostrado que el problema de scheduling en su forma general es un problema NP-hard y por tanto no existen algoritmos polinómicos de solución.

Teóricamente, es fácil "plantear" un algoritmo que resuelva el problema más general de scheduling, el cual si se ejecuta en un computador al que se le diera un tiempo no limitado para encontrar la solución, la encontraría o detectaría la no existencia de ella (no factibilidad) en caso de no haberla.

Por lo tanto toda la discusión sobre el scheduling se centra en los algoritmos heurísticos, que cada uno desde su enfoque plantea como eficientes, y que hace que el campo esté abierto para que cualquier investigador cree un nuevo algoritmo o haga mejoras o combinaciones más eficientes de los existentes.

Una definición un poco más formal del problema del scheduling sería (Claude Le Pape, 94):

Dados un conjunto de recursos (R_1... R_m) con capacidades dadas (C_1... C_m), un conjunto de n actividades (A_1... A_n) con duraciones dadas (d_1...d_n), un conjunto de restricciones temporales que imponen precedencias y demoras entre los tiempos de inicio y de terminación de las actividades, y un conjunto de requerimientos de los recursos, que especifican para cada i y j, $1 \leq i \leq m$, $1 \leq j \leq n$, la cantidad q_{ij} del recurso R_i necesaria para la ejecución de la actividad A_j, asignar tiempos de inicio y de terminación a las actividades, de modo que se satisfagan las restricciones y se minimice la duración total del proyecto.

Aceptemos por ahora esta definición, de la cual existen otras alternativas, como cambiar la función objetivo (o suprimirla) y generalizar o restringir algunas de las condiciones.

En este trabajo se presentan los resultados de una investigación y la selección de un método de solución para un caso particular de los problemas de scheduling y una de las formas de resolverlos denominada "problemas de satisfacción de restricciones" (CSP: constraint satisfaction problems), se describen los diversos tipos de algoritmos que se pueden utilizar en la solución de este tipo de problemas y después de una enumeración de las ventajas y desventajas de cada uno de estos algoritmos se hace un análisis detallado de la aplicación de uno de estos algoritmos al entorno particular del scheduling de profesores, aulas y horarios a los cursos que se programan en una universidad, colegio o empresa.

Para los interesados en la parte teórica (algoritmos y comprensión del problema) es suficiente el cuerpo principal del trabajo, que aparece dividido en cinco capítulos (los cinco iniciales) tal como se plantea en el índice de materias

La descripción del manejo de toda la información detallada, así como de la aplicación de computador que se desarrolló utilizando los algoritmos seleccionados aparecen en un anexo al final del trabajo como un manual del usuario de la aplicación . En este anexo, por estar dirigido a personas diferentes, aparecen repetidas algunas de las descripciones ya hechas en el cuerpo del trabajo.

Las páginas del anexo se numeran a partir de la número 1.

2-TECNICAS EXISTENTES

Existen dos formas de resolver los problemas de scheduling denominados de asignación.

Las técnicas analíticas o de Investigación operativa son técnicas en las que se plantean matemáticamente todas las restricciones del problema (en forma de ecuaciones, desigualdades, condiciones de no negatividad, condiciones de tomar valores enteros, etc.) y que de acuerdo con esas restricciones tratan de encontrar, si la hay, una solución que maximice (o minimice) el valor de lo que se denomina la función objetivo.

En algunos problemas la definición de la función objetivo es claramente identificable, ya que corresponde a algún criterio económico (maximización de utilidades, minimización de costos, etc.). En otros casos no es tan evidente, y a voluntad de quien plantea el problema se puede seleccionar una función objetivo que refleje en la mejor forma posible la economía, la productividad, la eficiencia, el cumplimiento con fechas de entrega, los tiempos ociosos, y hasta el grado de satisfacción del personal.

Aunque pueden existir varias alternativas en la selección de la función objetivo de un problema, la mejor selección depende en cada caso del problema particular y de la experiencia y las expectativas de la persona que hace la optimización.

Existe una segunda forma de resolver los problemas de asignación, y es lo que se denomina como técnicas heurísticas o de inteligencia artificial.

Antes de explicar algunas de las técnicas existentes en cada una de las dos alternativas, menciono algunas de las diferencias en los dos tipos de estrategias.

INVEST. OPERATIVA	INTELIGENCIA ARTIFICIAL
Lo matemático.	Lo racional.
Soluciones optimas.	Soluciones buenas.
Algoritmos no muy eficientes para problemas grandes.	Algoritmos eficientes.
Algoritmos alejados de la realidad	Algoritmos próximos a la realidad

La ultima diferencia hace referencia a que por ser una simulación del razonamiento humano, la IA lo que hace es tratar de resolver los problemas tal como lo haría una persona, esto es en forma gradual, paso a paso, descomponiendo los problemas, por ensayo y error, o por tanteo aunque precisamente por tratar de imitar el razonamiento humano da origen a una variedad muy alta de formas detalladas de hacerlo (implementación de diferentes heurísticas).

En cambio la IO utiliza un método matemático (inversión de matrices, etc.) que solo vuelve a hacer contacto con la realidad cuando llega a la solución.

2-1 TECNICAS DE INVESTIGACION OPERATIVA.

Algunas de las técnicas de investigación operativa para los problemas de asignación, y en general de planeación y de scheduling son las siguientes:

2.1.1 PROGRAMACION LINEAL Y PROGRAMACION DE ENTEROS.

Cualquier problema de asignación se puede plantear y resolver por medio de los algoritmos de programación de enteros. Es difícil su planteamiento a través de la programación lineal, ya que en general en el planteamiento aparecen restricciones de tipo entero o binario (variables que indican si un determinado curso fue asignado a un profesor, etc. y que por ello toman los valores cero o uno).
Por ello se descarta la opción de la programación lineal y se aborda con los algoritmos más generales de la programación de enteros.

Aunque como lo indicamos arriba la programación de enteros permite plantear y resolver 'TEORICAMENTE' cualquier problema de asignación con restricciones de cualquier tipo, existen varios inconvenientes de esta estrategia que menciono a continuación.

a- El planteamiento de algunas de las restricciones y la definición de las variables es muy complicado, especialmente las restricciones que tienen que ver con las condiciones de enteros.

b-El número de variables es usualmente muy alto, ya que se deben definir variables con varios subíndices que indican el curso, el profesor, el aula, el horario, etc. y ello debe hacerse para todas las posibilidades.

c-El alto número de variables y restricciones produce muchos ceros en la matriz conocida como tasas físicas de sustitución (recuérdese que el problema general de programación lineal o de enteros puede plantearse como Max c*x

Sujeto a A*x= b, donde A es una matriz m por n (m restricciones, n variables), denominada matriz de tecnología o de tasas físicas de sustitución.

La cantidad tan alta de ceros, aunque no presenta problemas teóricos para los algoritmos simplex y de ramificación y acotamiento, si genera una alta ineficiencia computacional, tanto desde el punto de vista de los requerimientos de memoria y disco, como desde el punto de vista del tiempo de ejecución, de modo que puede decirse que a pesar de la nitidez teórica de su planteamiento, la programación de enteros es inaplicable en la práctica, aun para problemas de tamaño mediano. Sin embargo los problemas pequeños (todos los de 30 tareas, muchos de 60 y algunos de 120 tareas) han sido resueltos por algoritmos de programación entera, destacándose por su eficiencia el de Demeulemeester & Herroelen (1992), que ha sido tomado hasta años recientes como el mejor algoritmo analítico

La programación de enteros, se utiliza entonces para determinar el comportamiento teórico de los problemas, para estudiar las condiciones de no factibilidad, y para tener claridad sobre el manejo teórico de todas las restricciones que se presentan en el planteamiento y la solución de estos problemas.

Sin embargo existe una corriente de investigadores tratando de mejorar las soluciones analíticas, y en ello ha habido progresos pues al planteamiento original del problema como programación de enteros, del cual como ya dijimos el más eficiente es el de Demeulemeester and Herroelen le han surgido variaciones como el planteamiento de Mingozzi et al (1995) que aunque introduce un número mayor de variables, sin embargo llega a soluciones más eficientes computacionalmente.

2.1.2 EL PROBLEMA DE ASIGNACION.

El problema en su forma más elemental consiste en tomar dos listas, cada una con el mismo número de elementos y asignar a cada elemento de la primera lista un elemento de la segunda, de modo que a cada pareja formada por un elemento de la primera lista con otro de la segunda se le asigna un valor (que generalmente es un costo o un ingreso).

A cada elemento de la primera lista le debe corresponder uno y solo uno de la segunda (por ello se utiliza una matriz cuadrada, donde las filas son los elementos de la primera lista y las columnas los elementos de la segunda).

Se trata de que la suma de los valores de las parejas que crucen sea óptimo (mínimo si son costos, tiempos, máximo si son ingresos, eficiencias, productividades, etc.).

El par de listas pueden ser (personas, maquinas), (enfermeras, turnos), (tripulaciones de avión, vuelos), y muchas otras, pero las que nos interesan por el momento son (cursos, profesores), (cursos, aulas-horarios).

Para resolver el problema de asignación por medio de la IO existen varios algoritmos (solo menciono algoritmos lineales, ya que el problema es lineal) como el método húngaro, el cual se ha utilizado con muy buenos resultados y tiempos de respuesta satisfactorios (15 minutos de proceso para asignar 40 turnos a cuarenta enfermeras día por día durante 30 días en un Pentium a 100 Mhz.), el algoritmo del cruce del arroyo (para el problema del transporte), ya que se puede demostrar que el problema de asignación es un caso particular del problema del transporte.

El método húngaro es un método muy eficiente: miles de veces más eficiente que el método simplex (para resolver el mismo problema). Ver Murty Katta (1976).

En la forma en que se acaba de mencionar (una matriz cuadrada), no es posible asignar algunas restricciones como el hecho de limitar el máximo número de horas de un profesor por semana, por lo que existe una forma más general del algoritmo, que aunque menos eficiente computacionalmente, si permite una mayor flexibilidad en la limitación de los recursos (definición de restricciones).

En cualquiera de los dos casos, la función objetivo se encuentra implícita en la matriz cuadrada, y los valores de esta matriz son precisamente los costos que resultarían si el problema se plantease como un problema de programación lineal. Para indicar que un curso no puede ser dictado por un profesor, simplemente se hace una asignación de un costo muy alto, procedimiento similar al que utiliza el simplex para dar valor a los coeficientes de las variables artificiales en la función objetivo.

Sin embargo el problema de asignación de profesores, cursos y horarios incrementa su dificultad, debido a que, tal como se planteó antes es un doble problema de asignación, donde los dos problemas no son totalmente independientes.

2.1.3 RELAJACION LAGRANGIANA.

Esta técnica se ha vuelto muy popular para resolver problemas que en su planteamiento inicial son de programación de enteros, pero que dada la dificultad de los algoritmos de PE, tal como se enunció se opta por suprimir algunas de las restricciones, las que al ser suprimidas, permiten que el problema se resuelva más fácilmente.

Esta técnica sirve para problemas lineales y no lineales, y por tanto tiene la ventaja de que funciona en el caso de alguna restricción no lineal, aunque en los problemas de asignación de profesores, aulas y horarios a los cursos no existe este tipo de restricciones.

El problema que usualmente se resuelve es lo que se llama el problema dual, que se describe a continuación tal como lo plantea Fisher ML (81). Dado el problema:

Max c*x
Sujeto a: (A*x)+b≥0; (B*x)+d≥0 x≥0, enteros.

(A y B son matrices; c, b, d son vectores)

Se toma el siguiente problema: (denominado el problema relajado)

Max c*x + u*((A*x)+b)
Sujeto a: (B*x)+d≥0, x≥0, enteros, u≥0

El vector u está compuesto por lo que se denominan multiplicadores de Lagrange (que para el caso lineal son las variables duales).

Las técnicas lagrangianas se han utilizado en programación de cursos en universidades y colegios por Mukherjee A. And Gilbert K (1997) con muy buenos resultados ya que se ha llegado a soluciones muy próximas a la óptima en tiempos muy breves.

Cualquier solución al problema relajado es una cota superior para el problema original cuando éste es de maximización o una cota inferior cuando es de minimización.

En los problemas de scheduling se han encontrado varias cotas, según los diferentes tipos de relajación, que se han vuelto famosas en la literatura. Así por ejemplo existe la denominada LB0 (lower bound 0), consistente en resolver el problema de la ruta crítica (relajando las restricciones de recursos) y que aunque es la más mala de todas (la que puede quedar más lejos del óptimo) es la que menos esfuerzo computacional requiere.

También existen otras denominadas LBS, LBX, LBP, LB3, LB2 LB1, en orden ascendente de dificultad, descritas en Mingozzi A et al (1995), cada una de las cuales corresponde a diferentes formas de relajación, llegando incluso algunas de ellas a obtenerse mediante la transformación del problema en otro equivalente, para cuya solución existen algoritmos más eficientes. LB1, se puede demostrar, es la mejor, pero como es de esperarse requiere la solución de un problema más complejo para determinarla.

A manera de ejemplo LB2 se obtiene transformando una forma de relajación del problema de scheduling en el famoso problema 'Set Packing Problem' (ver Pardalos, Xue ,1992) que a su vez se transforma en un segundo paso en el también conocido problema de empaquetamiento ponderado de nodos (Nemhauser, Trotter, 1975)

Sin embargo a partir del problema relajado se puede utilizar algún método de gradiente para forzar las restricciones que no se cumplían inicialmente $(A^*x) + b \geq 0$ a que se cumplan.

Este método ha sido utilizado con bastante éxito en problemas de asignación de instructores, donde el problema relajado puede plantearse como un problema de redes y resolverse por el algoritmo del transporte, y aunque no garantiza que se encuentre la solución óptima, y mucho peor aún ni siquiera garantiza que se encuentre una solución factible, en experiencias y simulaciones que se han hecho se ha hallado casi siempre la solución, en tiempos muy inferiores a los que se obtienen si se resuelve el problema original.

2.1.4 BRANCH AND BOUND.

Los métodos de branch and bound se consideran métodos analíticos porque teóricamente se disponen a recorrer a través de un árbol todo el espacio de soluciones (búsqueda exhaustiva), construyendo cada solución parcialmente, paso a paso, pero de modo que por medio de las llamadas reglas de dominación, descarta soluciones parciales, cuando se detecta que a partir de esas soluciones parciales ya no se puede llegar a una solución total mejor que la óptima encontrada hasta ese momento. En la medida en que se logren encontrar mejores reglas de dominación, más eficiente es el método, porque se producen más podas en el árbol (saltos de remas de soluciones). Actualmente se conocen varias reglas de dominación en la literatura, pero el campo está abierto para el establecimiento de nuevas y los teoremas que las soportan.

Los métodos de branch and bound están soportados en una forma de planteamiento teórico del problema.

Así por ejemplo existe un método de branch and bound basado en la formulación de Mingozzi et al (1995) que ha resuelto en forma eficiente problemas de scheduling (obviamente de tamaño reducido). Un estudio detallado de los problemas que se han resuelto, su tamaño, sus características y los tiempos promedios de ejecución aparece en el paper "An Exact Algorithm for the Resource Constrained Project Scheduling Problem Based on a New Mathematical Formulation" Mingozzi A, et al (1995).

Para determinar la eficiencia de los métodos de solución analíticos existe una base de datos en Internet, desarrollada y mantenida actualmente por Kolisch, Sprecher y Drexl, tres investigadores alemanes que trabajan en la Universidad de Kiel y que han desarrollado numerosos problemas de scheduling para la aerolínea Lufthansa. Esta base de datos sirve tanto para determinar la eficiencia de los algoritmos como la calidad, ya que en ella se encuentran las soluciones óptimas para los problemas a los que se les han hallado y la mejor heurística encontrada para aquellos a los que no se les ha podido encontrar una solución óptima. La librería , su modo de utilización y la forma de obtener los resultados de internet se encuentran en el documento "PSPLIB – A project scheduling problem Library" por Rainer Kolisch and Arno Sprecher. Los investigadores que deseen no solo consultar los problemas estándares de la base de datos de internet sino generar sus propios problemas pueden consultar en Schwindt (98) Generation of Resource-Constrained Project Scheduling Problems Subject to Temporal Constraints.

Debido a la dificultad de los problemas de scheduling, algunos de ellos con tan solo 30 actividades o tareas no ha sido posible resolverlos por métodos analíticos (se conocen como el grupo de los problemas difíciles).

2.1.5 INTELIGENCIA ARTIFICIAL

Tal como se dijo en la introducción se deben resolver dos tipos de problemas: la asignación de profesores a los cursos, y una vez resuelto este problema, se debe hacer la asignación de las aulas y los horarios a los cursos ya con el profesor asignado, lo que induce restricciones adicionales en la asignación de los horarios de las aulas, ya que éstas no pueden violar las dedicaciones de los profesores.

EL PROBLEMA DE ASIGNACIÓN DE PROFESORES Y AULAS A CURSOS

A continuación se hace una breve descripción del problema particular que se pretende resolver: hacer la asignación de profesores, aulas y horarios a los cursos que se programan en una institución , generalmente un colegio o una universidad, aunque el planteamiento y solución del problema también tienen validez en los procesos de capacitación de las empresas.

Programar un curso quiere decir asignarle un profesor, un horario y un aula. Aunque se hace mención de tres tipos de asignación dividiremos el problema en dos procesos independientes.

El primer proceso es la asignación de los profesores a los cursos, manteniendo algunas restricciones como el no exceder la carga horaria máxima semanal de los profesores y el lograr el mejor balance del tiempo de todos los profesores.

El segundo proceso es la asignación de las aulas a los cursos. Aunque este proceso también hace dos asignaciones: aulas y horarios, esta asignación es integral, ya que en realidad no se trata de asignar aulas y horarios como entidades distintas, sino un solo recurso que es la disponibilidad de una aula determinada en determinado horario.

Este segundo proceso también debe cumplir con una serie de restricciones muy diferentes a la asignación de profesores, tales como asignar las aulas con capacidad adecuada y en la zona indicada, no asignar dos cursos a la misma aula en horarios que se crucen, programar los horarios de forma que para las materias que conforman el programa académico de un nivel en una carrera determinada no haya cruce de materias, hacer las asignaciones en el mejor horario posible, de acuerdo con una definición de la calidad de lo que son horarios buenos y malos, balancear y hacer la asignación de los laboratorios de los cursos y finalmente al hacer la asignación de los horarios y las aulas debe tenerse en cuenta una restricción de la asignación de los profesores hecha en el primer proceso y es evitar que a un profesor le queden programados cursos en horarios que se crucen.

En resumen, luego de los dos procesos, se obtiene la asignación de un profesor y un aula (o varias) en unos determinados horarios a todos los cursos demandados.
Para conocer al detalle el proceso se debe remitir al anexo.

2.1.4.1 ASIGNACION DE PROFESORES A LOS CURSOS.

Uno de los campos de la IA es el de los problemas de satisfacción de restricciones (CSP: constraint satisfaction problem), que se utiliza en problemas tan variados como la demostración de teoremas, problemas de grafos, visión artificial, problemas de asignación, planeación, scheduling, etc.

A continuación se hace una breve descripción de una de las formas de resolver los CSP, siempre relacionada al caso particular de asignar profesores a los cursos.

Un CSP se compone de los siguientes tres elementos:
1-Un conjunto de variables $X_1, X_2, \ldots X_n$
2-Un conjunto de dominios asociados a las variables $D_1, D_2 \ldots D_n$.
3-Un conjunto de restricciones que deben satisfacer las variables.

Una n-tupla $(V_1, V_2, \ldots V_n)$ con V_i elemento de D_i es una solución sii la asignación $(X_1=V_1, X_2=V_2, \ldots X_n=V_n)$ verifica todas las restricciones.

Así para el caso que nos ocupa tenemos:

1-Las variables $X_1, \ldots X_n$ son los cursos a los que se les desea asignar profesor.

2-Los dominios $D_1, \ldots D_n$ son los profesores que se pueden asociar a cada curso, es decir los profesores que están en capacidad de dictar el curso.

3-Existen dos restricciones.

a)Una restricción obligatoria: la suma de cursos asignados a un profesor $\leq$ (menor o igual) que las horas por semana máximas de un profesor.
La restricción simplemente dice que existe una cota superior a las horas que un profesor puede dictar por semana.

b)La asignación de profesores a los cursos debe ser tal que las horas asignadas a cada profesor sean lo más balanceado posible, o sea que cuando se asignan profesores, se escoja el que tiene la mayor cantidad posible de horas por asignar. Esta restricción seria equivalente a una función objetivo si el problema se planteara como de IO.

Una solución al problema es la n-tupla $(P_1, P_2, \ldots P_n)$ donde P_i es el profesor que dicta el curso i.

La solución al problema de IA consiste en asignar en forma secuencial profesores a los cursos (escoger los V_k de su respectivo dominio).

Las soluciones posibles forman un árbol de n niveles, donde cada nivel es un curso.

Al hacer una asignación en un nivel, se escoge un profesor que pertenezca a su dominio, pero a su vez tratando de que esa asignación garantice una solución, para lo cual se utilizan una serie de heurísticas, que revisan en cada nivel la factibilidad de una solución con base en esa asignación.

En la medida en que el análisis de factibilidad sea más exhaustivo, el proceso toma más tiempo de computador en ese nivel, pero se logra podar más el árbol, porque se logran descartar soluciones, en un nivel intermedio, que más adelante se volverían no factibles y por lo tanto no vale la pena seguir analizando.

Siempre existe pues un compromiso entre el grado de análisis en un nivel y el número de soluciones factibles a obtener. Si el grado de análisis en cada nivel del árbol consume mucho tiempo existen muchas podas en el árbol y no hay que revisar tantas soluciones; en cambio si el grado de análisis no es muy exhaustivo, se consume poco tiempo en esta parte del análisis, pero aparecen muchas soluciones factibles

Los procesos de IA son heurísticos y no existe una forma de saber a ciencia cierta que tanto tiempo se debe invertir en el análisis de cada nivel con el fin de podar el árbol, y es solamente el tipo de problema particular y la experiencia de quien lo resuelve, lo que determina el grado de análisis en cada nivel.

El procedimiento de hacer el análisis se denomina BACKTRACKING (volver hacia taras).

El problema que se quiere resolver se expresa como encontrar las n-tuplas $(V_1,....V_n)$ que satisfagan una propiedad $P_n\ (V_1,....V_n)$

donde $V_1,....V_n$ son los valores asignados a las variables $X_1,....X_n$, y
$P_n\ (V_1,....V_n)$ se cumple si se satisfacen todas las restricciones para esa asignación.

El procedimiento de BACKTRACKING consiste en generar propiedades intermedias
$P_k\ (V_1,....V_k)$, tal que
$P_{k+1}\ (V_1,....V_{k+1})$ implica $P_k\ (V_1,.... V_k)$ para $(1\leq k<n-1)$.
En palabras esto quiere decir que al hacer la asignación en el nivel k, todas las asignaciones anteriores satisfacen la propiedad.

En términos del problema particular que se ha planteado y a manera de ejemplo, si al hacer la asignación de un profesor al segundo curso (k=2), esos dos profesores así asignados no son factibles, entonces no continuo con un tercer profesor (k+1), que tenga como asignación los dos profesores a los dos cursos anteriores, porque ya se sabe que esa asignación no es factible y eso sería tiempo de cómputo perdido.

Sin embargo hacer el análisis de la factibilidad de esa solución parcial (hasta el segundo profesor) también requiere tiempo.

De acuerdo con el grado de análisis en cada nivel, existen cuatro formas de clasificar el procedimiento de BACTRACKING (Ibáñez 94), las cuales clasificaremos en orden ascendente de acuerdo con el tiempo invertido en el análisis en cada nivel, lo cual como se dijo genera un número de soluciones en orden descendente

Esas cuatro formas son:

a) GT (GENERATE AND TEST):

P_k (V_1,....V_k) es verdadero para todo $k<n$ sii V_i es elemento de D_i para todo i tal que ($1 \leq i \leq n$).
P_n (V_1,....V_n) es verdadero sii se cumplen todas las restricciones.

Esta forma no hace análisis de factibilidad, sino solamente la pertenencia al dominio (que el profesor este habilitado para dictar el curso), pero genera el máximo número de soluciones. Solamente después de generada cada una de las soluciones se hace el análisis para saber si se satisfacen las restricciones.

En problemas de pocas variables puede funcionar y consiste simplemente en una enumeración de todas las soluciones y la posterior verificación de la factibilidad (satisfacción de las restricciones).

En términos del problema particular de profesores y aulas se admiten como soluciones el que un profesor dicte todos los cursos para los cuales esta capacitado, y solamente después de generada la solución se encuentra que se excede el número máximo de horas por semana del profesor.

b) SB (STANDARD BACKTRACKING):

P_k (V_1,.... V_k) es verdadero para todo $k \leq n$ sii

1. Vi es elemento de Di para todo i tal que ($1 \leq i \leq k$).
2. Se cumplen todas las restricciones para la asignación parcial (V_1,....V_k).

En términos de nuestro problema se hace un análisis de factibilidad en el nivel k (asignar el profesor al curso k) antes de continuar asignando más profesores a los cursos. Así, si se detecta que hasta ese nivel un profesor ya ha excedido su máximo número de horas por semana, no se hacen más asignaciones a los cursos posteriores, porque esa solución ya no es factible. Se produce una poda del árbol, pero se invierte tiempo en determinar los saldos de horas que le restan a cada profesor.

c) FC (FORWARD CHECKING):

P_k (V_1,....V_k) es verdadero para todo $k \leq n$ sii
1. Se cumplen las condiciones 1 y 2 de SB.
2. para todo f tal que ($k < f \leq n$) existe un valor V_f en D_f tal que para las k asignaciones hechas y la f se cumplan todas las restricciones.

Nótese que esta forma incluye una mejora en el análisis de la factibilidad, respecto a SB, ya que exige una condición adicional.

En términos de nuestro problema, esto quiere decir que si yo tengo k profesores asignados a k cursos, para cada uno de los (n-k) faltantes es posible hacer una asignación, que mantiene la factibilidad. En otras palabras se determina, en forma independiente que cada a uno de los cursos faltantes se le puede encontrar un profesor, si ese fuera el único curso que faltara.

Aunque las k asignaciones con la de cada nivel f son factibles, es probable que de todas formas por esa rama del árbol no haya solución, ya que al hacer las asignaciones adicionales a las k+1 hechas, se puede llegar a una situación de no factibilidad.

Nuevamente el nivel de análisis de factibilidad es mayor, pero la poda del árbol también, con lo que se reduce aún más el número de soluciones.

d) LA (LOOKING AHEAD):

P_k (V_1,....V_k) es verdadero para todo $k \leq n$ sii
1. Se cumplen las condiciones 1 y 2 de FC.
2. Para todo f tal que ($k < f \leq n$) existe un valor V_f en D_f para el cual es posible encontrar valores V_{k+1},....V_{f-1},V_{f+1},....V_n pertenecientes a los dominios D_{k+1},....D_{f-1},D_{f+1},....D_n que satisfagan todas las soluciones.

En términos de nuestro problema consiste en determinar si para la asignación parcial hecha hasta los k cursos, es posible encontrarle profesor a los restantes (n-k) cursos de manera que el profesor esté habilitado para dictar el curso y no exceda en ningún momento el máximo número de horas de cada profesor.

Nótese que este método encuentra una solución (si la hay). El análisis es mucho mayor, pero la poda del árbol también y por lo tanto el número de soluciones generadas es todavía menor.

2.1.4.2 ASIGNACION DE AULAS Y HORARIOS A LOS CURSOS.

El problema de asignación de aulas y horarios a los cursos es de mayor dimensión que el de la asignación de profesores, ya que la asignación de profesores la hacen los departamentos que tienen asignado un número reducido de profesores, en tanto que la asignación de aulas debe hacerse a nivel de toda la universidad.

Por esta razón se ha optado por un procedimiento en el cual no se realiza el backtracking, ya que se utiliza un algoritmo muy común en el scheduling, que consiste en tomar una serie de heurísticas, y con base en ellas hacer la siguiente asignación (otra de las heurísticas también debe decidir cuál es la siguiente asignación: a cual curso se le debe asignar aula y horario) de la mejor forma posible de acuerdo con las heurísticas de asignación y dejarla como asignación definitiva (nunca se deshace). En esa forma se avanza progresivamente hasta terminar de recorrer todos los cursos. Esta estrategia es utilizada en los procesos de programación de la producción, donde se asignan tareas o actividades a las máquinas, y en los cuales sería muy ineficiente realizar un proceso de backtracking.

A diferencia del proceso de asignación de profesores, donde el problema puede resultar no factible si no es posible cubrir la demanda de cursos con el nivel de profesores y su máximo número de horas por semana, el problema de asignación de aulas y horarios siempre se considera factible, y en lugar de designar el problema como no factible si las aulas no son suficientes, se entrega como resultado una asignación parcial, dejando los cursos que quedaron sin aula y horario asignados para que el proceso se haga manual o para que se repita cambiando algunos de los datos (disminuyendo el número de cursos ó aumentando el número de aulas ó de horarios disponibles de las aulas).

3- ADAPTACION DE TECNICAS PREVIAS.

A continuación se hace una descripción más detallada de los algoritmos empleados en la asignación de profesores y de horarios y aulas a los cursos.
Un diagrama de flujo general de la aplicación aparece en el anexo 3.

3.1 ASIGNACION DE PROFESORES A LOS CURSOS.

Aunque el problema de asignación de profesores a los cursos se puede resolver por el método húngaro como se mencionó más arriba, y a pesar de que este método es bastante eficiente en comparación con el algoritmo simplex, en experimentos realizados se muestra un crecimiento más que lineal tanto con el número de profesores como con el de cursos. La razón de este crecimiento pude explicarse porque el método utiliza una matriz cuadrada de orden el máximo entre el número de profesores y el de cursos, de forma que si por ej. el número de profesores se triplica el tamaño de la matriz se multiplica por nueve (es decir el crecimiento es de orden O2).

Por ello se ha optado por el método heurístico de CSP.

De las cuatro formas de resolver un problema de CSP, se ha seleccionado la segunda de ellas: SB (STANDARD BACKTRACKING).

La escogencia y el éxito que se tenga con ella en cuanto a la optimalidad y eficiencia de la solución dependen de la experiencia.

Se ha optado por el algoritmo SB (STANDAD BACKTRACKING), dado que la dimensión de nuestro problema no es muy grande. Para un departamento de 100 cursos con 40 profesores para dictarlos (un promedio de 2.5 cursos por profesor) se tendría, si se opta por la forma a) (GENERATE AND TEST), que encontrar todas las soluciones factibles, si se asume que cada curso en promedio lo pueden dictar dos profesores distintos generaría 2^{100} (2 elevado a la potencia 100) asignaciones posibles, lo cual es un número con 30 cifras significativas. Revisar la factibilidad de ese número de soluciones puede consumir demasiado tiempo, inclusive para un procesador rápido.

La técnica de standard backtracking hace las asignaciones siempre y cuando se cumplan las restricciones, pero sin mirar hacia adelante si la asignación actual es compatible con las asignaciones posteriores. Si no es posible hacer la asignación a un curso, entonces se sube un nivel en el árbol (bactracking) y se hace una asignación en ese nivel anterior diferente a la que se había hecho antes y que había conducido a la situación de no factibilidad.

La asignación de profesores se realiza con base en dos tipos de restricciones:

a) A un profesor nunca se le programan cursos que superen su carga máxima por semana.

b) Las disponibilidades o habilidades de los profesores para dictar los cursos, es decir, las materias que un profesor está dispuesto a dictar, que le pueden ser programadas en los cursos

Los dos tipos de restricciones anteriores, se denominan restricciones necesarias, ya que si no se puede lograr una asignación manteniendo esas restricciones, se asume que el problema no tiene solución .

Adicionalmente dentro del proceso existe otra restricción, que es el mantenimiento del balance de las cargas de trabajo de los profesores, la cual es tratada de mantener por la asignación, pero que si no se logra no hace que el problema no tenga solución. Esta restricción busca que al final de la asignación todos los profesores tengan una carga de cursos, porcentualmente respecto a su máxima, muy parecida. Como puede verse este balance es deseable, pero si no se cumple no hace que el problema no tenga solución.

Es obvio a manera de ejemplo, que si de una materia hay varios cursos y solamente existe un profesor en capacidad de dictarla, todos los cursos se le asignan a ese profesor, siempre y cuando no se exceda su carga máxima.

Cuando no hay solución, no se hace la asignación.

Para ello se puede volver a realizar el proceso, cambiando la carga de los profesores, agregando nuevos profesores, suprimiendo cursos, programando habilidad de cursos a los profesores, etc.

3.2 ASIGNACION DE AULAS Y HORARIOS A LOS CURSOS.

Este es el núcleo de la asignación y se lleva a cabo después de que se ha realizado la asignación de profesores a los cursos, y se posee la información adicional sobre las excepciones a los horarios de los profesores y los deseos preferenciales de asignación de horarios y aulas, los cuales se respetan en la medida de lo posible.

Las asignaciones son hechas de acuerdo con los criterios definidos más abajo, pero antes del proceso de asignación se pueden definir ciertas preferencias, denominadas deseos preferenciales y que consiste en asignar aula, horario o aula y horario a un curso.

Siempre que sea posible cumplir con estas preferencias se hace, y tal como se indica más adelante este tipo de asignaciones son las que se llevan a cabo en primer lugar

Aunque estas preferencias permiten manipular la optimización por parte de la persona que la define, se pueden utilizar para satisfacer deseos particulares y se consideran restricciones adicionales. Deben usarse con prudencia ya que dificultan el proceso de optimización de los cursos restantes, es decir aquellos a los que no se les han definido precedencias, puesto que se les reduce el espacio factible de soluciones. El caso extremo, donde se definen preferencias de aula y horario a todos los cursos es equivalente a realizar el proceso de optimización en forma manual.
En la descripción a continuación se explican los procedimientos heurísticos utilizados durante el proceso.

Cada heurística se designa como Hxx, donde xx es un consecutivo de dos dígitos.

H01: Las aulas se ordenan en forma ascendente de capacidad (cupo), para que en el proceso de búsqueda de un aula para un curso, siempre se asigne la de menor capacidad, que sea suficiente para el requerimiento del curso.

H02: Los cursos se ordenan en forma ascendente según dos criterios:

Primero el número de cursos de una materia y dentro de este un número aleatorio, para lograr equidad y justicia en el proceso de asignación.

El criterio de asignar primero las materias que tienen menos cursos a dictar se utiliza con el fin de lograr mantener todos los cursos de un mismo nivel dentro de una carrera compatibles con los horarios de los estudiantes, es decir para que a un estudiante que toma todos los cursos de un nivel, porque va completo, no se le generen conflictos (se monten o se crucen dos cursos de un mismo nivel).

H03: Se realiza primero la asignación de todos los cursos teóricos y luego la de los cursos prácticos o de laboratorio.

A continuación nos referiremos al proceso de asignación de aulas y horarios como PAAH.

H04: El PAAH realiza seis pasos (o intentos) para asignar aulas y horarios a los cursos.

Para ello a cada curso se le define el paso teórico, que es el menor paso en el cual se le hace intento de asignación.

Si no se logra hacer la asignación en el paso teórico, se continua tratando de ahí en adelante en todos los pasos hasta llegar al último.

Así, por ej. si a un curso se le asigna como paso teórico el 2, y no se logra hacerle asignación en el paso 2, se intenta en el paso 3, si tampoco se logra se intenta en el 4 y así sucesivamente hasta llegar al último.

La asignación del paso teórico a los cursos se realiza de la siguiente forma:

PASO 1 TIENE AULA Y HORARIO PREDEFINIDOS (Se considera una asignación manual)

PASO 2 TIENE AULA PREDEFINIDA, HORARIO LIBRE

PASO 3 TIENE HORARIO PREDEFINIDO, AULA LIBRE. EN EL PROCESO SE TRATA DE ASIGNAR UNA SOLA AULA AL CURSO, SI NO ES POSIBLE SE.TRATAN DIFERENTES AULAS PARA LAS DIFERENTES SESIONES.

PASO 4 TIENE AULA Y HORARIO LIBRES. SE RESPETA UNA ASIGNACION ANTERIOR, SI LA HUBO Y ES CONSISTENTE CON EL PROCESO DE ASIGNACION REALIZADO HASTA ESE MOMENTO. ESTO SE HACE CON EL FIN DE QUE SI HAY QUE REPETIR EL PROCESO DE ASIGNACION, LA NUEVA ASIGNACION SEA LO MAS PARECIDO POSIBLE A LA ANTERIOR CON EL FIN DE CAUSAR EL MENOR TRASTORNO POSIBLE.

PASO 5 TIENE AULA Y HORARIO LIBRES. SE ASIGNAN HORARIO Y UNA SOLA AULA PARA TODAS LAS SESIONES.

PASO 6 TIENE AULA Y HORARIO LIBRES. SE ASIGNA HORARIO; PARA ESE HORARIO SE ENSAYAN AULAS DIFERENTES PARA CADA SESION.

Antes de iniciar el proceso de asignación se actualiza el atributo paso teórico de cada curso, según la regla heurística arriba mencionada.

Si después del paso 6 no es posible hacer la asignación el proceso deja el curso marcado como curso sin asignación automática, para luego realizar la asignación en forma manual.

Para la asignación de los cursos teóricos se utilizan los 6 pasos; en cambio para los cursos de laboratorio solo se utilizan los dos primeros pasos, ya que a los cursos de laboratorio se les asume que tienen un aula definida, que es el laboratorio donde se dicta.

Esto se hace porque solamente los pasos 1 y 2 tienen aula predefinida, por lo que los pasos del 3 al 6 no se requieren para los laboratorios.

H05: Se definen las siguientes restricciones:

DED-Que el horario del curso este dentro de las horas de la dedicación del profesor.

TEO-Que un curso de laboratorio no tenga ninguna hora coincidente (simultánea) con su curso teórico.

CNF-Se escoge de todos los horarios correspondientes a las sesiones del curso el que presente el menor índice de conflicto, con el fin de evitar que cursos del mismo nivel en la misma carrera sean simultáneos.

El índice de conflicto es un índice que se obtiene para un curso como se describe a continuación.

Se buscan todos los cursos en todas las carreras que tengan el mismo nivel (en la respectiva carrera) que el curso al que se la quiere hacer la asignación y se toma el que tenga el máximo número de estudiantes; a ese máximo se le asigna un valor de 20 (valor arbitrario relativo, que equivale a trabajar sobre la base de cursos de 20 estudiantes). A los demás cursos que pueden interferir con el presente, se les asigna un valor proporcional, es decir si el máximo es 50, a un curso de 25 se le asigna un valor de 10.

Se toma la suma de todos esos valores para cada hora de da cada horario en todos los cursos de todas las carreras y ese es el nivel de conflicto.

Adicionalmente se suma la cantidad (5-calificacion)*15, es decir se tienen en cuenta no solo las interferencias o simultaneidades de un curso, sino la calificación que se le ha dado al horario. Recuérdese que los horarios con calificación 1 son excelentes y los que tienen calificación 5 son los menos deseados (De ahí la formula utilizada).

Resumiendo: se escoge el horario que se cruce lo menos posible para un estudiante que va completo, pero teniendo en cuenta todas las carreras que pueden tomar el curso.

ZON-Que la zona del aula este dentro de la zona requerida por el curso.

CUP-Que el cupo del aula sea mayor o igual al requerimiento del curso, que como se explica en otro lugar es el requerimiento óptimo de todos los cursos de la materia.

TIP-Que el aula sea del tipo correcto, es decir: aula teórica, si el curso es teórico y laboratorio si el curso es de laboratorio.