



UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

Generación de Masa de los Neutrinos a Través del Modelo Left - Right y Mecanismo See-saw Tipo III

José Manuel Quimbayo García

Universidad Nacional de Colombia
Facultad de Ciencias, Departamento de Física
Bogotá, Colombia
2012

Generación de Masa de Neutrinos a Través del Modelo Left - Right y Mecanismo See-saw Tipo III

José Manuel Quimbayo García

Trabajo final de grado presentado como requisito parcial para optar al título de:
Maestría de Profundización en Ciencias - Física

Director: Fredy Alexander Ochoa Perez
Ph.D. en Ciencias - Física

Grupo de Investigación:
Física Teórica de Altas Energías

Universidad Nacional de Colombia
Facultad de Ciencias, Departamento de Física
Bogotá, Colombia
2012

A Yolanda Rubiano Cifuentes.

Agradecimientos

Quiero agradecer al profesor Fredy Alexander Ochoa P. director de mi tesis quien siempre estuvo atento a que este trabajo se culminara con toda la calidad y profesionalismo que él exige. De igual manera, mis más profundos agradecimientos a mi esposa Yolanda Rubiano Cifuentes que sin su apoyo tal vez el producto final no habría sido el mismo. A mis compañeros y amigos Juan Gabriel Martinez, David Molina, y Alejandro Casallas por su apoyo incondicional.

Resumen

Se estudia la generación de masa de los neutrinos bajo el esquema de neutrinos Majorana a través del mecanismo see-saw tipo III con la introducción de tripletes leptónicos dentro del modelo simétrico Left-Right. Se hace una primera exploración de señales de tripletes leptónicos $\rho_{L,R}$, estudiando colisión protón-protón decayendo a estados finales $e'^+e'^+e'^-e'^-$ a nivel del LHC implementado en el software CalcHep.

Palabras clave: Modelo left-right, Mecanismo seesaw tipo III, Tripletes leptónicos, Masa de los neutrinos.

Abstract

We study the generation of neutrino masses under the scheme of Majorana neutrinos through the see-saw mechanism type III with the introduction of lepton triplets within symmetric Left - Right. It is a first exploration of lepton triplet signals $\rho_{L,R}$, studying proton-proton collision final states decaying $e'^+e'^+e'^-e'^-$ at LHC CalcHep implemented in software.

Keywords: Model Left - Right, See-saw Mechanism type III triplet lepton, the neutrino mass.

Contenido

Agradecimientos	iv
Resumen	v
1. Introducción	1
2. El Modelo Estándar	4
2.1. Construcción del modelo	4
2.2. Fermiones izquierdos y derechos	5
2.3. El grupo Gauge	7
2.4. Generadores del grupo	8
2.4.1. Subgrupo $U(1)_Q$	10
2.5. El sector gauge	10
2.6. El sector fermiónico	12
2.7. El sector escalar	15
2.7.1. El mecanismo de Higgs y las masas de W y Z	15
2.7.2. El parámetro ρ	18
2.7.3. El mecanismo de Higgs y las masas de leptones	18
3. Construcción del Modelo I-D con Tripletes de Higgs	20
3.1. Generadores $SU(2)_L \otimes SU(2)_R \otimes U(1)_{T_0}$	21
3.2. El sector fermiónico	22
3.3. Subgrupo $U(1)_{T_0}$	23
3.4. El sector Gauge	25
3.5. El sector escalar	27
3.5.1. Esquema de RES	28
3.5.2. Condiciones para masas de fermiones	29
3.5.3. Base de representaciones escalares	31
4. El modelo I-D con tripletes leptónicos: mecanismo see-saw tipo III	34
4.1. Espectro de partículas	34
4.2. El Lagrangiano de Higgs	38
4.2.1. El potencial de Higgs	38
4.2.2. El sector cinético de Higgs	41

4.3. Lagrangiano de Dirac	44
4.4. Lagrangiano de Yukawa	46
4.5. Masas de neutrinos: mecanismo see-saw tipo III	47
4.6. Masa de leptones cargados	48
4.6.1. Estados de masa	51
4.6.2. Escenarios	53
5. Producción Triplete Fermionico en LHC	55
5.1. El Gran Colisionador de Hadrones: LHC	55
5.2. Acople de fermiones cargados	55
5.3. Producción de ρ	60
5.3.1. Composición del protón	60
5.3.2. Sección eficaz vs Masa ρ	61
5.3.3. Sección eficaz vs C_θ	62
5.3.4. Sección eficaz vs g_L/g_R	62
5.4. Decaimiento de ρ	62
6. Conclusiones y Perspectivas	66
6.1. Conclusiones	66
6.2. Perspectivas	67

1 Introducción

Los neutrinos son partículas elementales que tienen espín $1/2$ en unidades de \hbar y no tienen carga eléctrica, si tienen masa o no es una de las principales cuestiones de la física de partículas hoy día [1]. Las evidencias experimentales muestran que los neutrinos tienen masa diferente de cero y esto conlleva a resolver dos problemas: el primero es la asimetría entre neutrinos izquierdos (left) y derechos (right), y el segundo es comprender por qué la masa de los neutrinos es tan pequeña comparada con la masa de las otras partículas [2, 19, 4].

La historia del neutrino comienza con las investigaciones realizadas en el decaimiento beta. Después de la observación de líneas discretas en los decaimientos alfa y gamma del núcleo atómico, fue una sorpresa cuando J. Chadwick descubrió un espectro de energía continuo de los electrones emitidos en el decaimiento beta. La interpretación siguió dos líneas: la primera afirmaba que la conservación de la energía solamente es válida estadísticamente en tales procesos (preferida por N. Bohr), y la segunda afirmaba que debía existir una nueva partícula indetectable (después llamada neutrino por E. Fermi) que se lleva la energía adicional. En una famosa carta del 4 de diciembre de 1930 W. Pauli propuso su solución al problema; una nueva partícula de spin $1/2$ (que hoy día llamamos neutrino) se produce junto con el electrón pero se escapa de la detección [5].

En 1956, Reines y Cowan descubrieron experimentalmente el neutrino. Tanto más y más partículas fueron descubiertas y se encontraban que participaban en los procesos débiles, la interacción débil adquiría legitimidad como una fuerza de la naturaleza y los neutrinos se convirtieron en una parte esencial de esta interacción [1].

Las interacciones débiles están enmarcadas dentro del Modelo Estándar (ME) de las partículas elementales. Este modelo construido por Glashow, Weinberg y Salam describe las interacciones fuerte, electromagnética y débil, cada interacción asociada a un grupo de simetría y fundamentada en la teoría cuántica de campos [10].

El ME también incluye un conjunto de partículas que transportan las fuerzas entre esas partículas elementales: el fotón mediador de la fuerza electromagnética; las partículas masivas W^+ , W^- y Z que median la fuerza débil y que solamente actúan sobre partículas izquierdas y antipartículas derechas (violación de la paridad); y ocho gluones que son los mediadores de la fuerza fuerte [2]. Mientras el ME basado en la simetría local $SU(3)_c \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$,

ha sido extremadamente exitoso en la descripción de los fenómenos débiles a baja energía, éste deja una cantidad de preguntas sin resolver. Una de ellas es comprender el origen de la violación de la paridad en la física a bajas energías. Un interesante acercamiento es asumir que el Lagrangiano de interacción es intrínsecamente simétrico izquierdo - derecho (I-D), y la asimetría observada en la naturaleza (por ejemplo en el decaimiento beta, decaimiento del muón, etc) surge porque el vacío no es invariante bajo simetría de paridad [6].

Muchas teorías han sido propuestas para extender el ME e incorporar la pequeña masa del neutrino, como es requerida por los datos experimentales. Entre ellos, los mecanismos see-saw explican su pequeñez introduciendo materia extra a altas escalas. Entre los distintos mecanismos see-saw que se han planteado, los más populares son: el see-saw original, también conocido como see-saw tipo I el cual introduce singletes N de neutrinos derechos a escalas altas de energía. El see-saw tipo II extiende el ME introduciendo tripletes escalares complejos Δ con hipercarga $Y = 1$ y el see-saw tipo III, donde se introduce tripletes de fermiones sin color Σ con $Y = 0$. Combinaciones de see-Saw I y III son predichos en algunas teorías de gran unificación. En particular, pueden ser implementados en los modelos izquierdos-derechos (I-D). [4, 5, 6, 7].

La implementación del mecanismo see-saw tipo III para la masa de los neutrinos en el contexto de los modelos I-D, donde la paridad es rota espontáneamente, es un tema de investigación actualmente [4]. En estas teorías se propone un modelo simétrico renormalizable I-D donde la masa de los neutrinos es generada a través del mecanismo see-saw doble que es una combinación del tipo I y III, y con esto se investiga el espectro de la teoría y las posibles señales en el LHC (Large Hadron Collider).

Por otro lado, la paridad es considerada una simetría fundamental la cual aparece explícitamente rota en el ME por la asimetría entre los multipletes fermionicos izquierdos y derechos. Por lo tanto, en el ME se implementa pero no se explica el carácter axial observados en procesos como el decaimiento β (beta). Se puede afirmar entonces que la existencia de neutrinos masivos y el desconocido origen de la violación de la paridad, son una fuerte motivación para estudiar la física más allá del ME [4].

En este trabajo se hace inicialmente un estudio de la implementación del mecanismo see-saw tipo III en el contexto de los modelos I-D, donde la masa de los neutrinos son generados a través de tres familias de tripletes leptónicos. Posteriormente, se hace una primera exploración de las consecuencias de implementar éstos nuevos leptones en la producción de cuatro cuerpos $l^\pm l^\pm l^\mp l^\mp$ en colisiones protón-protón a la energía esperada en el gran colisionador hadrónico (LHC) en el CERN.

Para alcanzar el objetivo general en el trabajo primero se estudiará la estructura teórica del

ME haciendo énfasis en el sector electrodébil y explorar las propiedades del neutrino en el ME para luego establecer la necesidad de formular teorías más allá del ME para explicar la masa de los neutrinos (capítulo 2). Luego, en el capítulo 3 se estudiará la estructura matemática de los modelos I-D. Las consecuencias fenomenológicas sobre la masa de los neutrinos bajo el esquema de neutrinos Majorana y mecanismo see-saw tipo III, se estudiarán en el capítulo 4. En el capítulo 5 se hace una primera exploración de señales de los tripletes leptónicos $\rho_{L,R}$ bajo el esquema de los modelos I-D, estudiando colisiones protón-protón decayendo a estados finales $l^\pm l^\pm l^\mp l^\mp$ a nivel del LHC implementado en el software CalcHep. Además se analiza la distribución de masa invariante de trileptones para establecer la producción de los leptones pesados ρ , su masa y como discriminante de otros canales de producción a cuatro leptones. En el último capítulo se presentan las conclusiones y perspectivas del trabajo desarrollado.

2 El Modelo Estándar

Se conoce que los fenómenos de la física de partículas están bien descritos dentro del Modelo Estándar (ME) y sus interacciones fundamentales. El ME, suministra un elegante marco de trabajo teórico y ha sido exitoso en sus pruebas dentro de los límites del modelo. En éste capítulo se hace un acercamiento a los aspectos más relevantes del ME, destacando su construcción, rompimiento espontáneo de la simetría, y el mecanismo de Higgs. Al final del capítulo se señalan algunas de las dificultades que presenta el ME.

2.1. Construcción del modelo

Se pueden establecer algunos principios generales para construir una teoría gauge. Los pasos para construir un modelo gauge pueden ser los siguientes [12, 18, 29]:

- Seleccionar el grupo gauge G con N_G generadores.
- Agregar N_G campos vectoriales (bosones gauge) en una representación específica del grupo gauge.
- Seleccionar la representación, en general la representación fundamental, para los campos de materia (partículas elementales).
- Agregar campos escalares para asignarle masa a (algunos) los bosones vectoriales.
- Definir la derivada covariante y escribir el lagrangiano renormalizable más general, que sea invariante bajo G , y que acople todos los campos.
- Redefinir el vacío de los campos correspondiente al mínimo del potencial.
- Aplicar la técnica usual de la teoría cuántica de campos para verificar la renormalización y hacer predicciones.
- Comprobar con la naturaleza si el modelo esta de acuerdo con la realidad.
- Si esto no funciona volver a comenzar.

Hasta el momento se comprende que las partículas elementales son los constituyentes “puntuales” de la materia y que no se conoce subestructura en los límites entre $10^{-18} - 10^{-19}$ m. Estos son de dos tipos, partículas de materia y partículas de interacción. Los primeros son fermiones de spín $s = 1/2$ y están clasificados como leptones y quarks. Los leptones conocidos son: el electrón, e^- , el muón, μ^- y el tauón τ^- con carga eléctrica $Q = -1$ (todas las cargas están dadas en unidades de la carga elemental e); y sus correspondientes neutrinos ν_e, ν_μ y ν_τ con $Q = 0$. Los quarks son de seis sabores diferentes: u, d, s, c, b y t y poseen carga fraccionada $Q = \frac{2}{3}, -\frac{1}{3}, -\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, -\frac{1}{3}$ y $\frac{2}{3}$ respectivamente [12].

Los quarks tienen un número cuántico adicional, el color, que para ellos pueden ser de tres tipos, generalmente denotados como $q_i, i = 1, 2, 3$. Se sabe que el color no se manifiesta en la naturaleza y por lo tanto los quarks elementales deben estar confinados dentro de otras estructuras observadas experimentalmente: los *hadrones*. Los hadrones aparecen sin color y están clasificadas en *bariones* y *mesones*. Los bariones son fermiones compuestos de tres quarks, qqq , como por ejemplo el protón, $p \sim uud$, y el neutrón, $n \sim ddu$. Los mesones son bosones compuestos de un quark y un antiquark como por ejemplo los piones, $\pi^+ \sim u\bar{d}$ y $\pi^- \sim d\bar{u}$ [12, 18].

El segundo tipo de partículas son las partículas intermediarias de la interacción. Excluyendo la interacción gravitacional, todas las interacciones relevantes en física de partículas se conocen que son mediadas por el intercambio de una partícula elemental que es un bosón de spín $s = 1$. El fotón, γ , es la partícula mediadora en la interacción electromagnética, los ocho gluones $g_\alpha; \alpha = 1, \dots, 8$ median las interacciones fuertes entre quarks, y los tres bosones débiles, W^\pm, Z son los correspondientes bosones intermediarios de las interacciones débiles [12, 18, 29].

En cuanto a los aspectos teóricos, el ME es una teoría cuántica de campo que se basa en la simetría gauge $SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$. Este grupo gauge incluye el grupo simétrico de las interacciones fuertes, $SU(3)_C$, y el grupo simétrico de las interacciones electrodébiles, $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$. El grupo simétrico de la interacción electromagnética, $U(1)_{em}$ o $U(1)_Q$, aparece en el ME como un subgrupo $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ y es en este sentido que las interacciones débiles y electromagnéticas se dice que se han unificado [29].

2.2. Fermiones izquierdos y derechos

Antes de introducir el ME, se hará una discusión de algunas de las propiedades de los estados de helicidad de los fermiones. Para altas energías, es decir, $E \gg m$, los espinores de Dirac $u(p, s)$, y $v(p, s)$, son estados propios de la matriz γ_5 [12].

La helicidad $+1/2$ (derecha, R) y helicidad $-1/2$ (izquierda L) satisface

$$u_{R,L} = \frac{1}{2}(1 \pm \gamma_5)u \quad y \quad v_{R,L} = \frac{1}{2}(1 \mp \gamma_5)v \quad (2-1)$$

Para ello es conveniente definir los *proyectores de helicidad*

$$L \equiv \frac{1}{2}(1 - \gamma_5) \quad R \equiv \frac{1}{2}(1 + \gamma_5) \quad (2-2)$$

que satisfacen las propiedades de los operadores de proyección

$$\begin{aligned} L + R &= 1 \\ RL = LR &= 0 \\ L^2 &= L \\ R^2 &= R \end{aligned} \quad (2-3)$$

Ahora bien, para los espinores conjugados se tiene

$$\begin{aligned} \bar{\psi}_L &= (L\psi)^\dagger \gamma_0 = \psi^\dagger L \gamma_0 = \psi^\dagger \gamma_0 R = \bar{\psi} R \\ \bar{\psi}_R &= (R\psi)^\dagger \gamma_0 = \psi^\dagger R \gamma_0 = \psi^\dagger \gamma_0 L = \bar{\psi} L \end{aligned} \quad (2-4)$$

Cabe resaltar, primero que debido a las propiedades (2-3) y (2-4) los términos de masa de fermiones son una mezcla de componentes fermiónicas izquierdas y derechas,

$$\bar{\psi}\psi = \bar{\psi}_R\psi_L + \bar{\psi}_L\psi_R \quad (2-5)$$

Por otro lado, la corriente (vector) electromagnética no mezcla éstas componentes, es decir,

$$\bar{\psi}\gamma^\mu\psi = \bar{\psi}_L\gamma^\mu\psi_L + \bar{\psi}_R\gamma^\mu\psi_R \quad (2-6)$$

Finalmente, la corriente débil cargada fermiónica ($V - A$) se puede escribir en términos de los estados de helicidad como,

$$\bar{\psi}_L\gamma^\mu\psi_L = \bar{\psi}R\gamma^\mu L\psi = \bar{\psi}\gamma^\mu L^2\psi = \bar{\psi}\gamma^\mu(1 - \gamma_5)\psi \quad (2-7)$$

Esto último demuestra que únicamente los fermiones izquierdos juegan un papel importante en las interacciones débiles cargadas.

En las siguientes secciones se hará una revisión de los componentes esenciales en la construcción del ME. Se revisará que el grupo gauge es capaz de unificar las interacciones electromagnéticas y débiles.

2.3. El grupo Gauge

Para construir el grupo gauge del ME, se empieza con la corriente débil cargada de los leptones. Debido a que los número leptónicos, tipo electrón (electrónico) y tipo muón (muónico) se conservan separadamente, ellos deben formar representaciones separadas del grupo gauge. Por lo tanto, se denotará como ℓ cualquier sabor leptónico ($\ell = e, \mu, \tau$), y el Lagrangiano final estará dado por la suma sobre todos los sabores [12, 29].

De la Ec. (2-7), se puede observar que las corrientes débiles¹, para cualquier leptón ℓ , está dado por,

$$J_\mu^+ = \bar{\ell}\gamma_\mu(1 - \gamma_5)\nu = 2\bar{\ell}_L\gamma_\mu\nu_L \quad (2-8)$$

Si se introduce el doblete isospín izquierdo

$$\ell_L = \begin{pmatrix} \nu \\ e \end{pmatrix}_L = \begin{pmatrix} \nu_L \\ e_L \end{pmatrix} \quad (2-9)$$

donde se identifican las componentes de isospin $T_3 = +1/2$ y $T_3 = -1/2$ para el neutrino y el leptón cargado, respectivamente. Debido a que no hay componentes derechas para el neutrino², la parte derecha del leptón cargado se identifica con un singlete de isospín débil ($T = 0$)

$$\ell_R = R\ell \quad (2-10)$$

Las corrientes débiles cargadas Ec (2-8) se pueden escribir en términos de corrientes leptónicas:

$$J_\mu^i = \bar{\ell}_L\gamma_\mu\frac{\tau^i}{2}\ell_L$$

donde τ^i son las matrices de Pauli. De forma explicita,

$$\begin{aligned} J_\mu^1 &= \frac{1}{2}(\bar{\nu}_L \ \bar{e}_L)\gamma_\mu \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_L \\ e_L \end{pmatrix} = \frac{1}{2}(\bar{e}_L\gamma_\mu\nu_L + \bar{\nu}_L\gamma_\mu e_L), \\ J_\mu^2 &= \frac{1}{2}(\bar{\nu}_L \ \bar{e}_L)\gamma_\mu \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_L \\ e_L \end{pmatrix} = \frac{i}{2}(\bar{e}_L\gamma_\mu\nu_L - \bar{\nu}_L\gamma_\mu e_L), \\ J_\mu^3 &= \frac{1}{2}(\bar{\nu}_L \ \bar{e}_L)\gamma_\mu \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_L \\ e_L \end{pmatrix} = \frac{1}{2}(\bar{\nu}_L\gamma_\mu\nu_L - \bar{e}_L\gamma_\mu e_L). \end{aligned}$$

Por lo tanto, las corrientes cargadas débiles Ec (2-8), que acopla con los bosones vectoriales intermediarios W_μ^- , se pueden escribir en términos de J^1 y J^2 como,

¹Feynman, Gell - Mann, Marshak, Sudarshan y Sakurai, plantearon la estructura universal $V - A$ de las interacciones débiles, es decir, $J_{lept}^{+\mu} = [\bar{\psi}_e\gamma^\mu(1 - \gamma_5)\psi_\nu]$

²En este capítulo, se considerará que los neutrinos no tiene masa. Los posibles términos de masa para los neutrinos se discutirá en el siguiente capítulo.

$$J_\mu^+ = 2 (J_\mu^1 - iJ_\mu^2).$$

Con el fin de organizar la tercera corriente (neutra) J^3 , se puede definir la *corriente hipercarga* dada por,

$$J_\mu^Y \equiv -(\bar{\ell}_L \gamma_\mu \ell_L + 2\bar{\ell}_R \gamma_\mu \ell_R) = -(\bar{\nu}_L \gamma_\mu \nu_L + \bar{e}_L \gamma_\mu e_L + 2\bar{e}_R \gamma_\mu e_R)$$

La *corriente electromagnética* se puede escribir

$$J_\mu^{em} = -\bar{e} \gamma_\mu e = -(\bar{e}_L \gamma_\mu e_L + \bar{e}_R \gamma_\mu e_R) = J_\mu^3 + \frac{1}{2} J_\mu^Y$$

Cabe resaltar que ni T_3 ni Q conmutan con $T_{1, 2}$. Sin embargo, las “cargas” asociadas con las corrientes J^i y J^Y ,

$$T^i = \int d^3x J_0^i \quad y \quad Y = \int d^3x J_0^Y ,$$

satisfacen el algebra del grupo $SU(2) \otimes U(1)_Y$:

$$[T^i, T^j] = i\epsilon^{ijk} T^k, \quad y \quad [T^i, Y] = 0 ,$$

y la relación de Gell-Mann - Nishijima entre Q y T_3 surge de manera natural,

$$Q = T_3 + \frac{1}{2} Y \tag{2-11}$$

Con la incorporación de la Ec (2-11) se puede definir la hipercarga del doblete ($Y_L = -1$) y del fermión singlete ($Y_R = -2$).

Se puede seguir la “receta” de la construcción general de las teorías gauge, y con esto el candidato para el grupo gauge es

$$\boxed{SU(2)_L \otimes U(1)_Y}$$

En la siguiente sección se muestran las principales características de los generadores del grupo gauge.

2.4. Generadores del grupo

El ME se basa en un grupo quiral izquierdo $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$. A partir de la definición [12, 43]:

$$U = e^{-i\vec{\theta} \cdot \vec{T}} = e^{-i \sum_{i=1}^{n^2-1} \theta_i \cdot T_i} ,$$

se tiene que los generadores \widehat{T} de un grupo especial unitario $SU(2)_L$ en la representación fundamental, corresponden a $n^2 - 1 = 3$ matrices con traza nula, y de las cuales hay $n - 1 = 1$ matrices diagonales conmutantes:

$$T_1 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}; \quad T_2 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}; \quad T_3 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad (2-12)$$

las cuales están normalizadas tal que $\text{Tr}(T_\alpha T_\beta) = \frac{1}{2} \delta_{\alpha\beta}$ y cumplen con el algebra de Lie y reglas de conmutación que se muestran a continuación:

$$[T_\alpha, T_\beta] = i \varepsilon_{\alpha\beta\gamma} T_\gamma, \quad (2-13)$$

$$\{T_\alpha, T_\beta\} = \frac{1}{2} \delta_{\alpha\beta}, \quad (2-14)$$

donde el coeficiente $\varepsilon_{\alpha\beta\gamma}$ es el tensor de Levi-Civita. El grupo unitario $U(1)_Y$ tiene un generador \widehat{T}_0 , cuya representación fundamental T_0 debe ser una matriz escogida bajo las siguientes condiciones para formar el producto directo con $SU(2)_L$

1. Debe ser 2×2 diagonal en consecuencia con la matrices de Pauli en representación **2**

$$T_0 = \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix}, \quad (2-15)$$

2. Se exige la misma normalización que las matrices de Pauli

$$\text{Tr} T_0^2 = \frac{1}{2}, \quad (2-16)$$

3. Debe conmutar con T_1, T_2 y T_3 :

$$[T_0, T_\alpha] = 0, \quad (2-17)$$

Combinando las condiciones anteriores se deduce que:

$$T_0 = \frac{a}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2-18)$$

Se debe asegurar que el modelo incorpore la conservación de la carga eléctrica, lo cuál se implementa al exigir que el sector electrodébil $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ contenga al subgrupo $U(1)_Q$ con el generador de la carga eléctrica Q .

2.4.1. Subgrupo $U(1)_Q$

El grupo $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ admite subgrupos $U(1)$. Se puede definir un subgrupo unitario $U(1)$ cuyo generador sea una combinación lineal de los generadores diagonales $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$,

$$\widehat{Q} = \alpha \widehat{T}_3 + \beta \widehat{T}_0. \quad (2-19)$$

Este generador se conoce como carga eléctrica, y los coeficientes de la ecuación anterior se escogen tal que coincidan con los valores de la carga en unidades de la carga del electrón, según los fermiones ψ que se asignen al modelo. En particular, se escoge la combinación lineal tal que cumpla con la relación de Gell-Mann y Nishijima:

$$Q = T_3 + Y, \quad (2-20)$$

con T_3 la tercera matriz de (2-12) conocida como el isospín, α igual a 1, y $Y = \beta T_0$ como la hipercarga.

El siguiente paso, después de hacer una exploración de las propiedades del grupo gauge, es introducir los correspondientes campos de gauge.

2.5. El sector gauge

El sector gauge del ME se compone de ocho gluones que son los bosones de $SU(3)_C$ y las partículas γ , W^\pm y Z que son los cuatro bosones de gauge del grupo $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$. Las principales propiedades físicas de estos bosones de gauge intermediarios son las siguientes [12, 18, 29]:

1. Los gluones son partículas sin masa, eléctricamente neutros y portan número cuántico de color.
2. Hay ocho gluones debido a que hay ocho formas independientes de combinar tres colores.
3. Los gluones no solo interactúan con quarks sino también con ellos mismos.
4. Los bosones débiles, W^\pm y Z son partículas masivas y también autointeractuantes.
5. Los W^\pm poseen carga eléctrica de valor $Q = \pm 1$ respectivamente. El bosón Z es eléctricamente neutro.
6. El fotón γ no posee masa, ni carga, y no autointeractúa.

Con respecto al rango de las diferentes interacciones, se conoce bien el rango infinito de las interacciones electromagnéticas que corresponde a que su interacción es mediado por un bosón de gauge sin masa, el rango corto de las interacciones débiles, cerca de 10^{-16} cm corresponde al intercambio de partículas gauge masivas con masas del orden de $M_V \sim 100$ GeV y, finalmente, la interacción fuerte cuyo rango no es infinito, corresponde al intercambio de gluones sin masa, debido a la propiedad física de confinamiento. De hecho, el rango corto de las interacciones fuertes, alrededor de 10^{-13} cm corresponde al tamaño típico de los hadrones ligeros.

En cuanto a las intensidad de las tres interacciones, la interacción electromagnética está gobernada por el tamaño de la constante de acoplamiento electromagnética e o equivalente $\alpha = \frac{e^2}{4\pi}$ que a bajas energías está dado por la constante de estructura fina, $\alpha(Q = m_e) = \frac{1}{137}$. Las interacciones débiles a energías mucho más bajas que la masa de los bosones gauge intermedarios, M_V , tienen una intensidad efectiva (débil) dada por la constante de Fermi $G_F = 1,167 \times 10^{-5} \text{ GeV}^{-2}$. El nombre de las interacciones fuertes, se debe a su intensidad fuerte comparada con las otras interacciones. Su intensidad está gobernada por el tamaño de la constante de acoplamiento g_S o equivalente a $\alpha_S = \frac{g_S^2}{4\pi}$ y varía de valores grandes a bajas energías, $\alpha_S(Q = m_{hadron}) \sim 1$ hasta decrecer en el límite asintótico $\alpha_S(Q \rightarrow \infty) \rightarrow 0$. Este último límite indica que los quarks se comportan como partículas libres cuando se tiende a energías muy grandes o, equivalentemente, pequeñas distancias y se conoce como la propiedad de libertad asintótica.

Con respecto a los campos de gauge, para cada generador del grupo gauge, se tiene,

$$\begin{aligned} SU(2)_L &\longrightarrow W_\mu^1, W_\mu^2, W_\mu^3, \\ U(1)_Y &\longrightarrow B_\mu \end{aligned}$$

Definiendo los *tensores de fuerza* para los campos gauge

$$\begin{aligned} W_{\mu\nu}^i &\equiv \partial_\mu W_\nu^i - \partial_\nu W_\mu^i + g\epsilon^{ijk}W_\mu^jW_\nu^k \\ B_{\mu\nu} &\equiv \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu \end{aligned}$$

El Lagrangiano libre de los campos de gauge se escriben de la siguiente manera

$$\mathcal{L}_{gauge} = -\frac{1}{4}W_{\mu\nu}^iW^{i\ \mu\nu} - \frac{1}{4}B_{\mu\nu}B^{\mu\nu} \quad (2-21)$$

El siguiente paso es seleccionar la representación, en general la representación fundamental, para los campos de materia (partículas elementales).

2.6. El sector fermiónico

El sector fermiónico de quarks y leptones se organizan en tres familias con propiedades idénticas excepto en su masa. El contenido de partículas en cada familia es [12, 29]

$$\begin{aligned}
1^{ra} \text{ familia} &: \begin{pmatrix} \nu_e \\ e^- \end{pmatrix}_L, e_R^-, \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_L, u_R, d_R \\
2^{da} \text{ familia} &: \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu^- \end{pmatrix}_L, \mu_R^-, \begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix}_L, c_R, s_R \\
3^{ra} \text{ familia} &: \begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau^- \end{pmatrix}_L, \tau_R^-, \begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix}_L, t_R, b_R
\end{aligned}$$

y sus correspondientes antipartículas. Los campos izquierdos y derechos se definieron por medio del operador quiralidad γ_5 como en la Ec (2-2), y transforman como dobletes y singletes de $SU(2)_L$ respectivamente.

El Lagrangiano libre para los campos de materia se escribe

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{\text{leptones}}^0 &= \bar{\ell}_R i\gamma^\mu \partial_\mu \ell_R + \bar{\ell}_L i\gamma^\mu \partial_\mu \ell_L \\
&= \bar{e}_R i\gamma^\mu \partial_\mu e_R + \bar{e}_L i\gamma^\mu \partial_\mu e_L + \bar{\nu}_L i\gamma^\mu \partial_\mu \nu_L \\
&= \bar{e} i\gamma^\mu \partial_\mu e + \bar{\nu} i\gamma^\mu \partial_\mu \nu
\end{aligned} \tag{2-22}$$

Se debe tener presente que los términos de masa para los fermiones Ec (2-5) mezclan las componentes izquierdas y derechas y por lo tanto rompen la invariancia gauge desde el comienzo.

El siguiente paso en la construcción del ME, es introducir el acoplamiento entre fermiones y bosones gauge a través de la *derivada covariante*, es decir

$$\begin{aligned}
L &: \quad \partial_\mu + i\frac{g}{2}\tau^i W_\mu^i + i\frac{g'}{2}Y B_\mu \\
R &: \quad \partial_\mu + i\frac{g'}{2}Y B_\mu
\end{aligned} \tag{2-23}$$

donde g y g' son las constantes de acoplamiento asociados a los grupos $SU(2)_L$ y $U(1)_Y$ respectivamente, y

$$Y_{L_e} = -1, \quad Y_{R_e} = -2 \tag{2-24}$$

Por lo tanto, el Lagrangiano fermiónico (2-22) se vuelve

$$\mathcal{L}_{\text{leptones}} = \mathcal{L}_{\text{leptones}}^0 + \bar{\ell}_L i\gamma^\mu \left(i\frac{g}{2}\tau^i W_\mu^i + i\frac{g'}{2}Y B_\mu \right) \ell_L + \bar{\ell}_R i\gamma^\mu \left(i\frac{g'}{2}Y B_\mu \right) \ell_R \tag{2-25}$$

Se puede agrupar primero la parte izquierda de (2-25),

$$\mathcal{L}_{\text{leptones}}^L = -g\bar{\ell}_L\gamma^\mu \left(\frac{\tau^1}{2}W_\mu^1 + \frac{\tau^2}{2}W_\mu^2 \right) \ell_L - g\bar{\ell}_L\gamma^\mu \frac{\tau^3}{2} \ell_L W_\mu^3 - \frac{g'}{2}Y\bar{\ell}_L\gamma^\mu \ell_L B_\mu$$

El primer término está *cargado* y se puede escribir como

$$\mathcal{L}_{\text{leptones}}^{L(\pm)} = -\frac{g}{2}\bar{\ell}_L\gamma^\mu \begin{pmatrix} 0 & W_\mu^1 - iW_\mu^2 \\ W_\mu^1 + iW_\mu^2 & 0 \end{pmatrix} \ell_L$$

Esto conlleva a la definición de los *bosones de gauge cargados* de la siguiente manera

$$W_\mu^\pm = \frac{1}{\sqrt{2}}(W_\mu^1 \mp iW_\mu^2) \quad (2-26)$$

de tal manera que

$$\mathcal{L}_{\text{leptones}}^{L(\pm)} = -\frac{g}{2\sqrt{2}}[\bar{\nu}\gamma^\mu(1 - \gamma_5)eW_\mu^+ + \bar{e}\gamma^\mu(1 - \gamma_5)\nu W_\mu^-] \quad (2-27)$$

que reproduce exactamente la estructura $V - A$ de las corrientes cargadas débiles.

Cuando se compara este último Lagrangiano con el Lagrangiano propuesto en la teoría del bosón vectorial intermediario (BVI) $\mathcal{L}_{\text{débil}}^W = G_W(J^\alpha W_\alpha^+ + J^{\dagger\alpha}W_\alpha^-)$ con $G_W^2 = \frac{M_W^2 G_F}{\sqrt{2}}$, se puede observar que $G_W = \frac{g}{2\sqrt{2}}$ y con esto se obtiene la relación

$$\frac{g}{2\sqrt{2}} = \left(\frac{M_W^2 G_F}{\sqrt{2}} \right)^{1/2} \quad (2-28)$$

Ahora se puede tratar el término neutro de $\mathcal{L}_{\text{leptones}}$ (2-25) que contiene las componentes izquierdas y derechas de los fermiones,

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{leptones}}^{(L+R)_0} &= -g\bar{\ell}_L \left(\gamma^\mu \frac{\tau^3}{2} \right) \ell_L W_\mu^3 - \frac{g'}{2}(\bar{\ell}_L\gamma^\mu Y \ell_L + \bar{\ell}_R\gamma^\mu Y \ell_R) B_\mu \\ &= -gJ_3^\mu W_\mu^3 - \frac{g'}{2}J_Y^\mu B_\mu, \end{aligned} \quad (2-29)$$

donde las corrientes J_3 y J_Y se definen de la siguiente manera,

$$\begin{aligned} J_3^\mu &= \frac{1}{2}(\bar{\nu}_L\gamma^\mu \nu_L - \bar{e}_L\gamma^\mu e_L) \\ J_Y^\mu &= -(\bar{\nu}_L\gamma^\mu \nu_L + \bar{e}_L\gamma^\mu e_L + 2\bar{e}_R\gamma^\mu e_R) \end{aligned}$$

Cabe resaltar que las “cargas” respecto a la relación de Gell-Mann - Nishijima (2-11) y las corrientes satisfacen,

$$J_{em} = J_3 + \frac{1}{2}J_Y$$

Con el fin de obtener la combinación correcta de los campos que acoplan a la corriente electromagnética, se hará la rotación en los campos neutros, definiendo los nuevos campos A y Z por

$$\begin{pmatrix} A_\mu \\ Z_\mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_W & \sin \theta_W \\ -\sin \theta_W & \cos \theta_W \end{pmatrix} \begin{pmatrix} B_\mu \\ W_\mu^3 \end{pmatrix} \quad (2-30)$$

o,

$$\begin{aligned} W_\mu^3 &= \sin \theta_W A_\mu + \cos \theta_W Z_\mu, \\ B_\mu &= \cos \theta_W A_\mu - \sin \theta_W Z_\mu, \end{aligned}$$

donde θ_W se conoce como el ángulo de Weinberg y se relaciona con las constantes de acoplamiento de $SU(2)$ y $U(1)$ de la siguiente manera

$$\sin \theta_W = \frac{g'}{\sqrt{g^2 + g'^2}} \quad \cos \theta_W = \frac{g}{\sqrt{g^2 + g'^2}} \quad (2-31)$$

En términos de los nuevos campos, la parte neutra del Lagrangiano fermiónico se convierte en

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{leptones}}^{(L+R)0} &= -(g \sin \theta_W J_3^\mu + \frac{1}{2} g' \cos \theta_W J_Y^\mu) A_\mu + (-g \cos \theta_W J_3^\mu + \frac{1}{2} g' \sin \theta_W J_Y^\mu) Z_\mu \\ &= -g \sin \theta_W (\bar{e} \gamma^\mu e) A_\mu - \frac{g}{2 \cos \theta_W} \sum_{\psi_i = \nu, e} \bar{\psi}_i \gamma^\mu (g_V^i - g_A^i \gamma_5) \psi_i Z_\mu \end{aligned} \quad (2-32)$$

y se puede identificar fácilmente la corriente electromagnética acoplada al campo del fotón A_μ y la *carga electromagnética*,

$$e = g \sin \theta_W = g' \cos \theta_W \quad (2-33)$$

El ME introduce un nuevo ingrediente, las interacciones sin cambio de carga, e introduce una predicción específica para los acoplamientos vectorial (V) y axial (A) del Z a los fermiones,

$$g_V^i \equiv T_3^i - 2Q_i \sin^2 \theta_W \quad (2-34)$$

$$g_A^i \equiv T_3^i \quad (2-35)$$

Este fue uno de los grandes éxitos del ME, debido que para esa época no se conocía ninguna pista de este nuevo tipo de interacción débil. La confirmación experimental de la existencia de corrientes neutras débiles se dio pocos años después de que se propuso el modelo.

Hasta ahora se tiene en la teoría

1. 4 campos de gauge sin masa W_μ^i , B_μ o equivalentemente, W_μ^\pm , Z_μ y A_μ .
2. 12 fermiones sin masa: ν_i , ℓ_i , u_i , d_i .

Ahora, se debe analizar el sector escalar, donde se implementa el rompimiento espontáneo de la simetría (RES) que permitirá romper el grupo del ME al grupo $U(1)_Q$, y de esta manera asignarle masa a los fermiones y a los bosones vectoriales.

2.7. El sector escalar

El hecho de que los bosones de gauge débiles sean partículas masivas, M_{W^\pm} , $M_Z \neq 0$, indica que el grupo $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ NO es una simetría del vacío. En contraste, el fotón siendo una partícula sin masa refleja que $U(1)_{em}$ es una buena simetría del vacío. Por lo tanto, el RES en el ME debe ser:

$$SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y \longrightarrow SU(3)_C \otimes U(1)_{em}$$

El anterior esquema se implementa en el ME por medio del mecanismo de Higgs que proporciona la masa propia a los bosones gauge W^\pm y Z y a los fermiones, y deja como consecuencia la predicción de una nueva partícula: el bosón de Higgs. Esta debe ser un escalar y eléctricamente neutra [29].

2.7.1. El mecanismo de Higgs y las masas de W y Z

Con el fin de aplicar el mecanismo de Higgs para dar masa a W^\pm y Z^0 se debe introducir el doblete escalar

$$\Phi = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix} \quad (2-36)$$

De la Ec (2-11) se comprueba que la hipercarga del doblete de Higgs es $Y = 1$. Se introduce el Lagrangiano

$$\mathcal{L}_{\text{escalar}} = D_\mu \Phi^\dagger D^\mu \Phi - V(\Phi^\dagger \Phi),$$

donde el potencial está dado por

$$V(\Phi^\dagger \Phi) = \mu^2 \Phi^\dagger \Phi + \lambda (\Phi^\dagger \Phi)^2 \quad (2-37)$$

Con el fin de preservar la invariancia gauge bajo $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$, se introdujo la derivada covariante:

$$D_\mu = \partial_\mu + i \frac{g}{2} \tau^i W_\mu^i + i \frac{g'}{2} Y B_\mu \quad (2-38)$$

Para $\mu^2 < 0$ se selecciona el mínimo del potencial o Valor Esperado en el Vacío (V.E.V) en (2-37) como:

$$\langle \Phi \rangle_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ v/\sqrt{2} \end{pmatrix}$$

donde

$$v = \sqrt{-\frac{\mu^2}{\lambda}} \quad (2-39)$$

Debido a que se quiere preservar la simetría electromagnética para mantener la carga eléctrica conservada, se debe romper el grupo de simetría original como

$$SU(2)_L \otimes U(1)_Y \longrightarrow U(1)_Q,$$

es decir, después del RES el subgrupo $U(1)_Q$, de dimensión 1 se mantiene como una simetría del vacío.

En este caso el bosón de gauge correspondiente, el fotón, permanecerá sin masa. Se puede verificar que la selección en efecto deja invariante el vacío bajo $U(1)_Q$. Esta invariancia requiere que

$$e^{i\alpha Q} \langle \Phi \rangle_0 \simeq (1 + i\alpha Q) \langle \Phi \rangle_0 = \langle \Phi \rangle_0$$

o, que el operador Q aniquila el vacío, $Q \langle \Phi \rangle_0 = 0$. Esto se debe a que la carga del vacío es cero,

$$\begin{aligned} Q \langle \Phi \rangle_0 &= \left(T_3 + \frac{1}{2} Y \right) \langle \Phi \rangle_0 \\ &= \frac{1}{2} \left[\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right] \begin{pmatrix} 0 \\ v/\sqrt{2} \end{pmatrix} = 0 \end{aligned}$$

Los otros bosones gauge, asociados a los *generadores rotos* T_1 , T_2 , y $(T_3 - Y/2) = 2T_3 - Q$ adquieren masa. Con el fin de hacer esto explícito, se puede parametrizar el doblete de Higgs

$$\begin{aligned} \Phi &\equiv \exp \left(i \frac{\tau^i \chi_i}{2} \right) \begin{pmatrix} 0 \\ (v + H)/\sqrt{2} \end{pmatrix} \\ &\simeq \langle \Phi \rangle_0 + \frac{1}{2\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \chi_2 + i\chi_1 \\ 2H - i\chi_3 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} i\sqrt{2}\omega^+ \\ v + H - iz^0 \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

donde ω^\pm y z^0 son los bosones de Goldstone.

Ahora, si se hace una transformación gauge sobre $SU(2)_L$ con $\alpha_i = \chi_i/v$ (gauge unitario) los campos se convierten

$$\Phi \longrightarrow \Phi' = \exp\left(-i\frac{\tau^i \chi_i}{2v}\right) \Phi = \frac{v+H}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (2-40)$$

y el Langrangiano escalar se puede escribir en términos de esos nuevos campos como

$$\mathcal{L}_{\text{escalar}} = \left| \left(\partial_\mu + i\frac{g}{2}\tau^i W_\mu^i + i\frac{g'}{2}Y B_\mu \right) \frac{(v+H)}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right|^2 - \mu^2 \frac{(v+H)^2}{2} - \lambda \frac{(v+H)^4}{4} \quad (2-41)$$

En términos de los campos físicos W^\pm y Z^0 el primer término de la Ec (2-41), que contienen los bosones vectoriales, es

$$\begin{aligned} & \left| \begin{pmatrix} 0 \\ \partial_\mu H/\sqrt{2} \end{pmatrix} + i\frac{g}{2}(v+H) \begin{pmatrix} W_\mu^\pm \\ (-1/\sqrt{2}c_W)Z_\mu \end{pmatrix} \right|^2 \\ &= \frac{1}{2}\partial_\mu H \partial^\mu H + \frac{g^2}{4}(v+H)^2 \left(W_\mu^+ W^{-\mu} + \frac{1}{2c_W^2} Z_\mu Z^\mu \right) \end{aligned} \quad (2-42)$$

donde se ha definido $c_W \equiv \cos \theta_W$.

Los términos cuadráticos en los campos vectoriales, son,

$$\frac{g^2 v^2}{4} W_\mu^+ W^{-\mu} + \frac{g^2 v^2}{8 \cos^2 \theta_W} Z_\mu Z^\mu$$

Cuando se compara con los términos de masa usuales, para los bosones vectoriales cargados y neutros,

$$M_W^2 W_\mu^+ W^{-\mu} + \frac{1}{2} M_Z^2 Z_\mu Z^\mu$$

donde se puede identificar facilmente que

$$M_W = \frac{gv}{2} \quad M_Z = \frac{gv}{2c_W} = \frac{M_W}{c_W} \quad (2-43)$$

Puede verse en la Ec (2-42) que no aparece ningún término cuadrático en A_μ , y por lo tanto, el fotón permanece sin masa, como es de esperar debido a que $U(1)_Q$ permanece como una simetría del vacío de la teoría.

Teniendo en cuenta la fenomenología a bajas energías dada por la Ec (2-28), se obtiene para el V.E.V

$$v = (\sqrt{2}G_F)^{1/2} \simeq 246 \text{ GeV} \quad (2-44)$$

y con esto el ME predice que las masas de W y Z son

$$M_W^2 = \frac{e^2}{4s_W^2}v^2 = \frac{\pi\alpha}{s_W^2}v^2 \simeq \left(\frac{37.2}{s_W}\text{GeV}\right)^2 \sim (80 \text{ GeV})^2$$

$$M_Z^2 \simeq \left(\frac{37.2}{s_W c_W}\text{GeV}\right)^2 \sim (90 \text{ GeV})^2,$$

donde se asume un valor experimental para $s_W^2 \equiv \sin^2 \theta_W \sim 0.22$.

2.7.2. El parámetro ρ

Se puede definir un parámetro adimensional ρ por [12]

$$\rho = \frac{M_Z^2}{\cos^2 \theta_W M_Z^2}, \quad (2-45)$$

que representa la intensidad relativa de los lagrangianos neutros y cargados ($J^0 \mu J_\mu^0 / J^+ \mu J_\mu^-$),

$$\rho = \frac{g^2}{8 \cos^2 \theta_W} / \frac{g^2}{8 M_Z^2}.$$

En el ME, a nivel árbol, el parámetro ρ es igual a 1. Esta no es una consecuencia general de la invariancia gauge del modelo, sino más bien, una predicción del modelo teórico en particular.

En un modelo con un número arbitrario de multipletes de Higgs ϕ_i con isospín T_i y tercera componente T_i^3 , y V.E.V v_i , el parámetro ρ es dado por

$$\rho = \frac{\sum [T_i(T_i + 1) - (T_i^3)^2] v_i^2}{2 \sum_i (T_i^3)^2 v_i^2} \quad (2-46)$$

que es igual a 1 para un número arbitrario de dobletes.

Como experimentalmente se encuentra que $\rho = 1.0004_{-0.0004}^{+0.0003}$ [34], este parámetro representa una restricción fuerte para la estructura del isospín del sector de Higgs.

2.7.3. El mecanismo de Higgs y las masas de leptones

Las masas de los fermiones se generan con acoples de Yukawa entre fermiones y escalares. En el sector leptónico, éste Lagrangiano toma la forma:

$$\mathcal{L}_\ell = \sum_{n,m=1}^3 h_{nm} \overline{\ell^{(n)}}_L \ell^{(m)}_R \Phi \quad (2-47)$$

con L y R los campos leptónicos izquierdos y derechos dados por (2-9) y (2-10), respectivamente, y (n, m) índices de familia. Al reemplazar el V.E.V. de Φ , se obtienen los términos de masa:

$$\mathcal{L}_{\text{masa}} = \sum_{n,m=1}^3 \frac{v}{\sqrt{2}} h_{n,m} \overline{e^{(n)}} e^{(m)} \quad (2-48)$$

Se observa que los leptones cargados adquieren masa, mientras que los neutrinos aparecen en el ME como partículas *no masivas*.

3 Construcción del Modelo I-D con Tripletes de Higgs

La descripción combinada de las interacciones electromagnéticas y débiles en una sola teoría ciertamente es una de los mayores logros de la física en siglo XX. El modelo propuesto por Glashow, Weinberg y Salam a mediados de los 60s, ha sido extensivamente probado durante los últimos 30 años. El descubrimiento de interacciones débiles neutras y la producción de bosones vectoriales intermediarios (W^\pm y Z^0) con las propiedades esperadas incrementó la confianza en el modelo. La descripción de las interacciones electrodébiles es implementada por una teoría gauge basada en el grupo $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$, que es rota espontáneamente vía el mecanismo de Higgs. Los campos de materia, leptones y quarks, son organizados en familias con los fermiones izquierdos perteneciendo a dobletes débiles mientras que la componente derecha transforma como singletes débiles. Los bosones vectoriales W^\pm , Z^0 y γ , que median las interacciones son introducidos vía acoplamiento minimal a los campos de materia. Un ingrediente esencial del modelo es el potencial de Higgs, el cual es agregado al Lagrangiano para dar masa a los bosones vectoriales débiles y fermiones en una forma invariante gauge, vía el mecanismo de Higgs. Un campo escalar remanente, el bosón de Higgs, es parte del espectro físico. Esta es la única pieza que falta del ME y que se espera su confirmación experimental [12, 13].

A pesar de sus enormes éxitos en la descripción de los datos experimentales con gran exactitud, el ME no es el último paso en la búsqueda de una teoría de gran unificación. En particular, hay muchos parámetros que no son predichos como se espera de la teoría. Por ejemplo el ME contiene parámetros libres que tienen que ser determinados experimentalmente:

- Las constantes de acoplamiento.
- Las masas de los bosones.
- Las masas de los leptones.
- Las masas de los quarks.
- Los parámetros de la matriz CKM

Si se incluye las masas de los neutrinos, se adicionarán más parámetros. Además, la jerarquía de las masas permanece sin explicación, las partículas izquierdas y derechas son tratadas de forma muy diferente y el problema de la cuantización de la carga no es predicha por el modelo [5]. Debido a estas dificultades se hace necesario extender el ME de tal manera que logre abarcar estas incógnitas ya sea total o parcialmente.

En este capítulo se procede a la construcción formal de un modelo que presente simetría bajo el grupo local $SU(3)_c \otimes SU(2)_L \otimes SU(2)_R \otimes U(1)_{B-L}$. El sector de color $SU(3)_c$ es el mismo del Modelo Estándar Minimal (MEM), por lo que la construcción hace énfasis sobre el sector $SU(2)_L \otimes SU(2)_R \otimes U(1)_{B-L}$ que generaliza el Modelo Estándar Electrodédil (MEE) con simetría $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$.

3.1. Generadores $SU(2)_L \otimes SU(2)_R \otimes U(1)_{T_0}$

Se define un grupo $U(n)$ a través de su representación fundamental, correspondiente a las matrices de dimensión $n \times n$ unitarias [2, 12, 29, 43]

$$U = e^{-i\vec{\theta} \cdot \vec{T}}$$

siendo \vec{T} el conjunto de generadores que son también matrices $n \times n$. Una de las propiedades de las transformaciones unitarias es que su determinante es $\det(U) = e^{i\gamma}$ con γ real. El caso con $\gamma = 0$, es decir, con $\det(U) = 1$, define a los *grupos especiales unitarios* $SU(n)$, donde los generadores son matrices de traza nula. El hecho de que se tome determinante uno, hace que la representación fundamental de $SU(n)$ se construya con $n^2 - 1$ generadores, de los cuales $n - 1$ son diagonales y mutuamente conmutantes, por lo que los elementos del grupo se escribe como [12, 29, 43]

$$U = e^{-i\vec{\theta} \cdot \vec{T}} = e^{-i \sum_{i=1}^{n^2-1} \theta_i T_i} \quad (3-1)$$

donde los generadores cumplen con el algebra de Lie dada por

$$[T_i, T_j] = i \sum_k C_{ijk} T_k \quad (3-2)$$

donde C_{ijk} corresponde a las constantes de estructura.

Este grupo puede tener otros tipos de representaciones que se definen según la forma en que transforma una base, cuya dimensión determinará la de la representación.

A partir de la definición (3-1), se tienen los generadores \hat{T} del grupo unitario especial $SU(2)$ en la representación fundamental, correspondiente a $n^2 - 1 = 3$ matrices de traza nula y de las cuales hay $n - 1 = 1$ matrices diagonales conmutantes. En la representación fundamental son las típicas matrices de Pauli

$$T_1 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}; \quad T_2 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}; \quad T_3 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad (3-3)$$

los cuales están normalizados tal que $Tr(T_\alpha T_\beta) = \frac{1}{2} \delta_{\alpha\beta}$.

El grupo unitario $U(1)$ tiene un generador \hat{T} , cuya representación fundamental debe ser una matriz escogida bajo las mismas condiciones (2-15) - (2-18) para formar el producto directo con $SU(2)$; por lo que:

$$T = \frac{T_0}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (3-4)$$

3.2. El sector fermiónico

Ahora bien, el que $SU(2)$ sea tipo L o R va a depender de la representación de estos grupos respecto al espacio vectorial definido por los sabores fermiónicos. Justamente, a nivel del ME, el fenómeno de violación de la paridad se introduce expresando en forma independiente las componentes ψ_L y ψ_R tal que el grupo $SU(2)_L$ actúa de forma diferente (i.e. tiene distintas representaciones) sobre L que sobre R , lo cual causa la asimetría izquierda - derecha (ψ_L es distinguible de ψ_R). Así, $SU(2)_L$ se define tal que la representación sobre ψ_L sea la fundamental, mientras que ψ_R sea *singlete*

$$[\hat{T}_\alpha^L, \hat{\psi}_L] = - \underbrace{T_\alpha^L}_{\text{Matrices } 2 \times 2} \overbrace{\psi_L}^{\text{Dobletes}} = -T_\alpha^L \begin{pmatrix} \psi_L^1 \\ \psi_L^2 \end{pmatrix} \quad \text{Dobletes izquierdos} \quad (3-5)$$

$$[\hat{T}_\alpha^L, \hat{\psi}_R] = 0 \quad \text{Singletes derechos} \quad (3-6)$$

Así, se asume la siguiente asignación:

$$\psi_L = \begin{cases} \text{Leptones} & \ell_L = \begin{pmatrix} \nu_L^{(n)} \\ e_L^{-(n)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \nu_e, \nu_\mu, \nu_\tau \\ e^-, \mu, \tau \end{pmatrix}_L \\ \text{Quarks} & q_L = \begin{pmatrix} u_L^{(n)} \\ d_L^{(n)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u, c, t \\ d, s, b \end{pmatrix}_L \end{cases} \quad (3-7)$$

Ahora bien, a nivel del MEM, donde no hay más grupos, las componentes derechas se introducen explícitamente como singletes $u_R^{(n)}$, $d_R^{(n)}$, $e_R^{-(n)}$, $\nu_R^{(n)}$. Sin embargo, como el modelo introduce otro grupo $SU(2)_R$, estas componentes se introducen en las representaciones del nuevo grupo. Así, $SU(2)_R$ se define tal que ψ_R defina la representación fundamental de

$SU(2)_R$, mientras que ψ_L son singletes:

$$[\hat{T}_\alpha^R, \hat{\psi}_R] = - \underbrace{T_\alpha^R}_{\text{Matrices } 2 \times 2} \overbrace{\psi_R}^{\text{Dobletes}} = -T_\alpha^R \begin{pmatrix} \psi_R^1 \\ \psi_R^2 \end{pmatrix} \quad \text{Dobletes derechos} \quad (3-8)$$

$$[\hat{T}_\alpha^R, \hat{\psi}_L] = 0 \quad \text{Singletes izquierdos} \quad (3-9)$$

La selección más simple es asociar en cada componente ψ_R^1 y ψ_R^2 las mismas que ψ_L^1 y ψ_L^2 pero derechas (obviamente se puede escoger tal que sean nuevas partículas exóticas pesadas, pero entonces habría que introducir componentes singletes para completar el espectro). Así:

$$\psi_R = \begin{cases} \text{Leptones} & \ell_R = \begin{pmatrix} N_R^{(n)} \\ e_R^{-(n)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} N_1, N_2, N_3 \\ e^-, \mu, \tau \end{pmatrix}_R \\ \text{Quarks} & q_R = \begin{pmatrix} u_R^{(n)} \\ d_R^{(n)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u, c, t \\ d, s, b \end{pmatrix}_R \end{cases} \quad (3-10)$$

Y así se tiene completo el espectro fermiónico sin necesidad de introducir nuevas partículas.

3.3. Subgrupo $U(1)_{T_0}$

El grupo $SU(2)_L \otimes SU(2)_R \otimes U(1)_{T_0}$ admite subgrupos $U(1)$. Se puede definir un subgrupo unitario $U(1)_Q$ cuyo generador sea una combinación lineal de los generadores diagonales de $SU(2)_L \otimes SU(2)_R \otimes U(1)_{T_0}$ [11, 24, 8, 43]

$$\hat{Q} = \alpha \hat{T}_{3L} + \beta \hat{T}_{3R} + \gamma \hat{T} \quad (3-11)$$

Al actuar \hat{Q} sobre las representaciones fermiónicas, se obtiene

$$[\hat{Q}, \hat{\ell}_L] = \alpha [\hat{T}_{3L}, \hat{\ell}_L] + \beta [\hat{T}_{3R}, \hat{\ell}_L] + \gamma [\hat{T}, \hat{\ell}_L] \quad (3-12)$$

Teniendo en cuenta (3-6) y (3-9), se tiene que:

$$[\hat{Q}, \hat{\ell}_L] = -\alpha T_{3L} \hat{\ell}_L - \gamma T \hat{\ell}_L \quad (3-13)$$

Ahora reemplazando (3-3) y (3-4) en (3-13) se tiene que

$$[\hat{Q}, \hat{\ell}_L] = - \begin{pmatrix} \frac{\alpha}{2} + \frac{\gamma T_0^\ell}{2} & 0 \\ 0 & -\frac{\alpha}{2} + \frac{\gamma T_0^\ell}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_L^{(n)} \\ e_L^{-(n)} \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_L^{(n)} \\ e_L^{-(n)} \end{pmatrix} \quad (3-14)$$

Entonces

$$\left. \begin{aligned} \frac{\alpha}{2} + \frac{\gamma T_0^\ell}{2} &= 0 \\ -\frac{\alpha}{2} + \frac{\gamma T_0^\ell}{2} &= -1 \end{aligned} \right\} \boxed{T_0^\ell = -1} \quad (3-15)$$

Lo mismo se obtiene para $[\hat{Q}, \hat{\ell}_R]$. Con esto tenemos finalmente que:

$$\boxed{T_0^\ell = T_{0L}^\ell = T_{0R}^\ell = -1} \quad (3-16)$$

Ahora al actuar \hat{Q} sobre las representaciones de los quarks, tenemos

$$\begin{aligned} [\hat{Q}, \hat{q}_L] &= [\hat{T}_{3L}, \hat{q}_L] + [\hat{T}_{3R}, \hat{q}_L] + [\hat{T}, \hat{q}_L] \\ &= -\hat{T}_{3L}\hat{q}_L - 0 - \hat{T}\hat{q}_L \\ &= -\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_L \\ d_L \end{pmatrix} - \frac{T_{0L}^q}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_L \\ d_L \end{pmatrix} \\ &= -\begin{pmatrix} \frac{1}{2} + \frac{T_{0L}^q}{2} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2} + \frac{T_{0L}^q}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_L \\ d_L \end{pmatrix} = -\begin{pmatrix} \frac{2}{3} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_L \\ d_L \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Entonces

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{2} + \frac{T_{0L}^q}{2} &= \frac{2}{3} \\ -\frac{1}{2} + \frac{T_{0L}^q}{2} &= -\frac{1}{3} \end{aligned} \right\} \boxed{T_0^q = \frac{1}{3}} \quad (3-17)$$

De la misma manera para $[\hat{Q}, \hat{q}_R]$. Con esto tenemos finalmente que:

$$\boxed{T_0^q = T_{0L}^q = T_{0R}^q = \frac{1}{3}} \quad (3-18)$$

Así, se definen los números cuánticos de T . De hecho, estas se relacionan con los números leptónicos y bariónicos de la tabla **3-1**,

	Leptones	Quarks
L	1	0
B	0	$\frac{1}{3}$
T_0	-1	$\frac{1}{3}$

Tabla 3-1: Número leptónico, bariónico y T_0 de fermiones

obteniendo que $T_0 = B - L$; por lo tanto, el grupo de simetría tiene como generador $U(1)_{T_0}$ a $B - L$:

$$SU(2)_L \otimes SU(2)_R \otimes U(1)_{B-L} \quad (3-19)$$

La carga eléctrica es entonces:

$$\boxed{\hat{Q} = \hat{T}_{3L} + \hat{T}_{3R} + \frac{\hat{B}-\hat{L}}{2}} \quad (3-20)$$

análoga a la relación de Gell-Mann - Nishijima en la interacción fuerte. En conclusión, el espectro fermiónico tiene la siguiente representación bajo $SU(2)_R \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_{B-L}$:

$\ell_L = \begin{pmatrix} \nu_L^n \\ e_L^n \end{pmatrix} : (2, 1, -1)$	$\ell_R = \begin{pmatrix} N_R^n \\ e_R^n \end{pmatrix} : (1, 2, -1)$
$q_L = \begin{pmatrix} u_L^n \\ d_L^n \end{pmatrix} : (2, 1, \frac{1}{3})$	$q_R = \begin{pmatrix} u_R^n \\ d_R^n \end{pmatrix} : (1, 2, \frac{1}{3})$

Tabla 3-2: Espectro fermiónico I-D

Ahora bien, a diferencia de los leptones o quarks cargados, donde se exige la presencia de ambas quilaridades para construir los términos de masa (Dirac), los neutrinos al ser neutros no necesitan de ambas quilaridades. Así, en principio ν_L puede ser diferente al del sector R que se escribe N_R . Si se quiere tener neutrinos de Dirac, se hace $\nu_R^n = N_R^n$, pero en el caso Majorana, suelen definir dos neutrinos de distinto tipo.

3.4. El sector Gauge

Como es usual, se exige que la simetría sea local, y para eso es necesario introducir nuevos campos vectoriales que acoplen con la materia. El mecanismo de acople mínimo exige la necesidad de tantos bosones vectoriales como generadores de grupo se tenga. Como el modelo se extendió con otro grupo $SU(2)_R$, esto va a introducir nuevos bosones de gauge asociados. Para que el modelo sea invariante local bajo $SU(2)_L \otimes SU(2)_R \otimes U(1)_{B-L}$ es necesario redefinir el momento lineal introduciendo campos vectoriales asociados a los generadores del grupo. Para el sector $SU(2)_L$, que tiene tres generadores \hat{T}_α^L , se introducen tres campos de gauge $W_{\mu L}$ y una constante de acoplamiento g_L , con lo que el momento canónico toma la forma dada por

$$\hat{D}_\mu^{SU(2)_L} = \hat{p}_\mu + g_L \vec{W}_{\mu L} \cdot \hat{T}_L \quad (3-21)$$

Para el sector $SU(2)_R$, de nuevo se tiene tres generadores \hat{T}_α^R , se introducen tres campos de gauge $W_{\mu R}$ y una constante de acoplamiento g_R , con lo que el momento canónico toma la forma

$$\hat{D}_\mu^{SU(2)_R} = \hat{p}_\mu + g_R \vec{W}_{\mu R} \cdot \hat{T}_R \quad (3-22)$$

Finalmente, para el sector $U(1)_{B-L}$, se tiene un solo generador \hat{T} , por lo que solo es necesario introducir un bosón de gauge B_μ y una constante de acoplamiento g' , con lo cual se escribe

$$\hat{D}_\mu^{U(1)_{B-L}} = \hat{p}_\mu + g' \vec{B}_\mu \cdot \hat{T} \quad (3-23)$$

Es de esta manera que se implementa en el modelo fermiones que se propagan en el espacio y que pueden interactuar a través de siete bosones intermediarios, de tal forma que se mantenga

la invarianza de Lorentz y la invarianza $SU(2)_R \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_{B-L}$ local. Esto se refleja en la definición del momento canónico que toma la siguiente forma total

$$\hat{D}_\mu = \hat{p}_\mu + g_L \vec{W}_{\mu L} \cdot \hat{T}_L + g_R \vec{W}_{\mu R} \cdot \hat{T}_R + g' \vec{B}_\mu \cdot \hat{T} \quad (3-24)$$

donde se definen

1. 3 bosones “left”: $\vec{W}_L^\mu = (W_1, W_2, W_3)_L$
2. 3 bosones “right”: $\vec{W}_R^\mu = (W_1, W_2, W_3)_R$
3. 1 bosón “neutro”: B_μ

Al hacer actuar \hat{D}_μ sobre las representaciones fermiónicas y teniendo en cuenta que

$$[i\hat{D}_\mu, \hat{\psi}^i] = [i\hat{p}_\mu, \hat{\psi}^i] + ig\vec{A}_\mu \cdot [\vec{T}, \hat{\psi}^i] \quad (3-25)$$

y que

$$[i\hat{p}_\mu, \hat{\psi}] = \partial_\mu \hat{\psi} \quad [\vec{T}, \hat{\psi}^i] = -T\hat{\psi}^i \quad (3-26)$$

se obtiene

$$\begin{aligned} [i\hat{D}_\mu, \hat{\psi}_L] &= [i\hat{p}_\mu, \hat{\psi}_L] + ig_L \vec{W}_{\mu L} \cdot [\hat{T}, \hat{\psi}_L] + ig_R \vec{W}_{\mu R} \cdot [\hat{T}_R, \hat{\psi}_L] + g' B_\mu \cdot [\hat{T}, \hat{\psi}_L] \\ &= \partial_\mu \hat{\psi}_L - ig_L \vec{W}_{\mu L} \vec{T}_L \psi_L + 0 - ig' B_\mu \left(\frac{B-L}{2} \right) \hat{\psi}_L \\ &= \left(\partial_\mu - ig_L \vec{W}_{\mu L} \cdot \vec{T}_L - ig' B_\mu \left(\frac{B-L}{2} \right) \right) \hat{\psi}_L = \boxed{D_\mu^L \psi_L} \end{aligned} \quad (3-27)$$

De la misma manera, se tiene

$$[i\hat{D}_\mu, \hat{\psi}_R] = \left(\partial_\mu - ig_R \vec{W}_{\mu R} \cdot \vec{T}_R - ig' B_\mu \left(\frac{B-L}{2} \right) \right) \hat{\psi}_R = \boxed{D_\mu^R \psi_R} \quad (3-28)$$

Se puede unificar la notación, expresando los campos de gauge como:

$$\begin{aligned} W_\mu^L &= \vec{W}_{\mu L} \cdot \vec{T}_L = W_{\mu L}^1 T^1 + W_{\mu L}^2 T^2 + W_{\mu L}^3 T^3 \\ &= W_{\mu L}^1 \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & 0 \end{pmatrix} + W_{\mu L}^2 \begin{pmatrix} 0 & -\frac{i}{2} \\ \frac{i}{2} & 0 \end{pmatrix} + W_{\mu L}^3 \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} \\ &= \frac{1}{2} \begin{pmatrix} W_{\mu L}^3 & W_{\mu L}^1 - iW_{\mu L}^2 \\ W_{\mu L}^1 + iW_{\mu L}^2 & -W_{\mu L}^3 \end{pmatrix} = \boxed{\frac{1}{2} \begin{pmatrix} W_{\mu L}^3 & \sqrt{2}W_{\mu L}^+ \\ \sqrt{2}W_{\mu L}^- & -W_{\mu L}^3 \end{pmatrix}} \end{aligned} \quad (3-29)$$

donde $W_{\mu L}^\pm$ son bosones de gauge cargados que se definen como

$$W_{\mu L}^{\pm} = \frac{1}{\sqrt{2}}(W_{\mu L}^1 \mp iW_{\mu L}^2) \quad (3-30)$$

El valor de $U(1)_{B-L}$ será: (W_{μ} está en la representación adjunta)

$$[\hat{T}, W_{\mu}^L] = -(\hat{T})_{kj}^{il} W_{\mu}^{kl} \quad (3-31)$$

con

$$(\hat{T})_{kj}^{il} = \hat{T}_k^i \delta_j^l - \delta_k^i \hat{T}_j^l \quad (3-32)$$

Ahora bien, reemplazando (3-32) en (3-31) y expandiendo $i, j, k, l = 1, 2$, obtenemos

$$[\hat{T}, W_{\mu}^L] = 0 \quad (3-33)$$

Por lo tanto

$$\boxed{W_{\mu}^L \text{ y } W_{\mu}^R \text{ tienen } \frac{B-L}{2} = 0}$$

3.5. El sector escalar

El sector escalar se construye bajo los siguientes criterios:

1. Se debe incorporar el esquema de *rompimiento espontáneo de la simetría* (RES)

$$SU(2)_L \otimes SU(2)_R \otimes U(1)_{B-L} \xrightarrow{\Phi_1} SU(2)_L \otimes U(1)_Y \xrightarrow{\Phi_2} U(1)_Q \quad (3-34)$$

2. El RES debe asegurar que

- a) En la primera transición: partículas nuevas adquieren masa.
- b) En la segunda transición: las demás partículas adquieren masa.

En nuestro caso particular se exige que los *neutrinos tengan masa pequeña*, de esto surgiran varias opciones

1. Mecanismo see-saw tipo I y II: introduce adicional a N_R el sector de Higg extendido.
2. Mecanismo see-saw tipo III: introduce más fermiones en tripletes.

3.5.1. Esquema de RES

En el primer rompimiento se tiene:

$$\underbrace{\underbrace{SU(2)_L \otimes SU(2)_R \otimes U(1)_{B-L}}_{7 \text{ generadores}}}_{3 \text{ generadores rotos (los de } SU(2)_R)} \xrightarrow{\Phi_1} \underbrace{SU(2)_L \otimes U(1)_Y}_{4 \text{ generadores}}$$

donde la hipercarga se define como:

$$\frac{\hat{Y}}{2} = \hat{T}_{3R} + \frac{B-L}{2} \quad (3-35)$$

Debido a que \hat{Y} debe ser una simetría en el primer rompimiento, los tres generadores que se rompen serán \hat{T}_{1R} , \hat{T}_{2R} y una combinación ortogonal a \hat{Y}

$$\frac{\hat{Y}^\perp}{2} = \hat{T}_{3R} - \frac{B-L}{2} \quad (3-36)$$

En la primera transición se tienen tres generadores rotos debido al campo escalar Φ_1 , los cuales se manifiestan en la adquisición de masa de tres bosones de gauge. En esta transición el modelo debe corresponder al $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$, cuyos generadores son \hat{T}_1^L , \hat{T}_2^L , \hat{T}_3^L y $\frac{\hat{Y}}{2} = \hat{T}_{3R} + \frac{B-L}{2}$, los cuales no se rompen, mientras que \hat{T}_1^R , \hat{T}_2^R y $\hat{Y}^\perp/2$ se rompen. De esta manera las condiciones que debe cumplir Φ_1 son:

1. NO ROTOS

$$\hat{T}_1^L, \hat{T}_2^L, \hat{T}_3^L, \frac{\hat{Y}}{2} = \hat{T}_3^L + \frac{\hat{B} - \hat{L}}{2} \implies \left\{ \begin{array}{l} [\hat{T}_1^L, \langle \Phi_1 \rangle_0] = 0 \\ [\hat{T}_2^L, \langle \Phi_1 \rangle_0] = 0 \\ [\hat{T}_3^L, \langle \Phi_1 \rangle_0] = 0 \end{array} \right\} \boxed{\text{Preserva } SU(2)_L} \quad (3-37)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} [\frac{\hat{Y}}{2}, \langle \Phi_1 \rangle_0] = 0 \end{array} \right\} \boxed{\text{Preserva } U(1)_Y}$$

2. ROTOS

$$\hat{T}_1^R, \hat{T}_2^R, \frac{\hat{Y}^\perp}{2} = \hat{T}_{3R} - \frac{\hat{B} - \hat{L}}{2} \implies \left\{ \begin{array}{l} [\hat{T}_1^R, \langle \Phi_1 \rangle_0] \neq 0 \\ [\hat{T}_2^R, \langle \Phi_1 \rangle_0] \neq 0 \end{array} \right\} \boxed{\text{Rompe un sector } SU(2)_R}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} [\frac{\hat{Y}^\perp}{2}, \langle \Phi_1 \rangle_0] \neq 0 \end{array} \right\} \boxed{\text{Rompe lo que falta de } SU(2)_R \otimes U(1)_{B-L}} \quad (3-38)$$

Además Φ_1 debe tener al menos tres componentes para dar los tres grados de libertad extras al sector de gauge, y que salen del espectro como *bosones de Goldstone*.

En la segunda transición debido al escalar Φ_2 , se rompen otros tres generadores, originando masa a tres bosones de gauge y quedando finalmente un bosón de gauge sin masa (el fotón).

En la segunda transición el modelo cae a $U(1)_Q$

$$\underbrace{\underbrace{SU(2)_L \otimes U(1)_Y}_{4 \text{ generadores}} \xrightarrow{\Phi_2} \underbrace{U(1)_Q}_{1 \text{ generadores}}}_{3 \text{ generadores rotos (los de } SU(2)_R)}$$

donde la carga es $\hat{Q} = \hat{T}_{3L} + \hat{T}_{3R} + \frac{\hat{B}-\hat{L}}{2}$, la cual se debe conservar.

Así, Φ_2 debe romper \hat{T}_{1L} , \hat{T}_{2L} y una contribución ortogonal a \hat{Q} : $\hat{Q}^\perp = \hat{T}_{3L} - \hat{T}_{3R} - \frac{\hat{B}-\hat{L}}{2}$

1. NO ROTO

$$\hat{Q} = \hat{T}_{3L} + \hat{T}_{3R} + \frac{\hat{B} - \hat{L}}{2} \implies \left\{ [\hat{Q}, \langle \Phi_2 \rangle_0] = 0 \right. \quad (3-39)$$

2. ROTOS

$$\hat{T}_1^L, \hat{T}_2^L, \hat{Q}^\perp \implies \begin{cases} [\hat{T}_1^L, \langle \Phi_2 \rangle_0] \neq 0 \\ [\hat{T}_2^L, \langle \Phi_2 \rangle_0] \neq 0 \\ [\hat{Q}^\perp, \langle \Phi_2 \rangle_0] \neq 0 \end{cases} \quad (3-40)$$

Además Φ_2 debe tener al menos tres componentes para dar los tres grados de libertad extras al sector de gauge, y que salen como bosones de Goldstone para la adquisición de masa de tres bosones de gauge.

3.5.2. Condiciones para masas de fermiones

El mecanismo de Higgs no implementa directamente las masas de los fermiones, como si lo hace con los bosones vectoriales. Para darle masa a los fermiones se introducen términos de interacción entre fermiones y campos escalares, de tal manera que estos sean hermíticos, renormalizables, que tengan la simetría 221. Ese tipo de términos son conocidos como *términos de Yukawa*, los cuales toman la forma genérica [13]:

$$\bar{\psi}\psi\Phi + \bar{\psi}(\psi)^c\Phi + \overline{(\psi)^c}\psi\Phi^\dagger + \overline{(\psi)^c}(\psi)^c\Phi^\dagger \quad (3-41)$$

donde c es la operación conjugación de la carga y $\psi = \psi_L + \psi_R$.

Como se parte de la simetría $L-R$, se debe construir formas bilineales, tal que al combinarlas con Φ , se obtengan singletes del grupo: $SU(2)_L \otimes SU(2)_R \otimes U(1)_{B-L}$

$$\begin{aligned} & \overline{\psi_L}\psi_R\Phi + \overline{\psi_R}(\psi_L)^c\Phi + \overline{\psi_L}(\psi_L)^c\Phi + \overline{(\psi_L)^c}(\psi_L)\Phi^\dagger + \\ & \overline{\psi_R}(\psi_R)^c\Phi + \overline{(\psi_R)^c}(\psi_R)\Phi^\dagger + \overline{(\psi_L)^c}(\psi_R)^c\Phi^\dagger + \overline{(\psi_R)^c}(\psi_L)^c\Phi \\ & = \overline{\psi_L}\psi_R\Phi + \overline{\psi_L}(\psi_L)^c\Phi + \overline{\psi_R}(\psi_R)^c\Phi + \overline{(\psi_R)^c}(\psi_L)^c\Phi + h.c., \end{aligned} \quad (3-42)$$

donde $h.c$ son los respectivos hermíticos conjugados. Las diferentes representaciones de los fermiones en los sectores $SU(2)_L$ y $SU(2)_R$ son:

$$\bar{\psi}_L : (2^*, 1); \quad \psi_R : (1, 2); \quad (\psi_L)^c : (2^*, 1); \quad (\psi_R)^c : (1, 2^*) \quad (3-43)$$

como los términos de Yukawa deben ser invariantes bajo $SU(2)_L \otimes SU(2)_R$, estos deben formar singletes. Con esta condición y de acuerdo a la Ec. (3-43), los terminos de la Ec. (3-42) llevan a diferentes alternativas para Φ (recordando que el complejo conjugado baja índices):

$$\begin{aligned} \bar{\psi}_L \psi_R \Phi & : (2^*, 1) \otimes (1, 2) \otimes (n, m) = (1, 1) \Rightarrow \begin{cases} n = 2 & \Rightarrow \text{Doblete } SU(2)_L \\ m = 2^* & \Rightarrow \text{Doblete } SU(2)_R \end{cases} \\ \bar{\psi}_L (\psi_L)^c \Phi & : (2^*, 1) \otimes (2^*, 1) \otimes (n, m) = (1, 1) \Rightarrow \begin{cases} n = 3 & \Rightarrow \text{Triplete } SU(2)_L \\ m = 1 & \Rightarrow \text{Singlete } SU(2)_R \end{cases} \\ \bar{\psi}_R (\psi_R)^c \Phi & : (1, 2^*) \otimes (1, 2^*) \otimes (n, m) = (1, 1) \Rightarrow \begin{cases} n = 1 & \Rightarrow \text{Singlete } SU(2)_L \\ m = 3 & \Rightarrow \text{Triplete } SU(2)_R \end{cases} \\ \overline{(\psi_R)^c} (\psi_L)^c \Phi & : (1, 2) \otimes (2^*, 1) \otimes (n, m) = (1, 1) \Rightarrow \begin{cases} n = 2 & \Rightarrow \text{Doblete } SU(2)_L \\ m = 2^* & \Rightarrow \text{Doblete } SU(2)_R \end{cases} \end{aligned} \quad (3-44)$$

Bajo $U(1)_{B-L}$, el valor de $B - L$ que tengan los Φ escogidos se deben respetar.

$$\begin{aligned} [\hat{B} - \hat{L}, \bar{\psi}_L \psi_R \Phi] &= 0 \\ [\hat{B} - \hat{L}, \bar{\psi}_L (\psi_L)^c \Phi] &= 0 \\ [\hat{B} - \hat{L}, \bar{\psi}_R (\psi_R)^c \Phi] &= 0 \\ [\hat{B} - \hat{L}, \overline{(\psi_R)^c} (\psi_L)^c \Phi] &= 0 \end{aligned} \quad (3-45)$$

Si se quieren términos de masa tipo Dirac se utilizan $\bar{\psi}_L \psi_R \Phi$ y $\overline{(\psi_R)^c} (\psi_L)^c \Phi$; ahora si se quieren términos de masa tipo Majorana se utilizan $\bar{\psi}_L (\psi_L)^c \Phi$ y $\bar{\psi}_R (\psi_R)^c \Phi$. Puesto que los números B y L para $\bar{\psi}$ son de signos opuestos a ψ , (3-45) se cumple solo si

$$\boxed{(B - L)_\Phi = 0} \quad (3-46)$$

Los términos de Dirac son necesarios para los fermiones cargados. Para el sector neutro, se va a considerar fermiones de Majorana, donde se implementa el mecanismo see-saw, el cual no solamente se le da masa a los neutrinos, sino que además, el valor de éstas es muy pequeña. Justamente esto último desfavorece la escogencia de neutrinos de Dirac.

Así, con las condiciones (3-37 y 3-38) y (3-44 y 3-45), se encuentran las posibles representaciones de los escalares. De (3-44), los campos Φ se restringen a bidobletes, tripletes simétricos y singletes. Cualquiera de las representaciones que se escoja, debe asegurar las siguientes condiciones adicionales:

1. El número de componentes de Φ se debe ajustar por lo menos al número de bosones de Goldstone para cada transición de R.E.S.
2. El V.E.V $\langle \Phi \rangle_0$ debe cumplir con las condiciones (3.40 a 3.43) en cada transición (en este caso dos transiciones)
3. El V.E.V, al ser reemplazado en los términos (3.45), debe llevar a que el número correcto de fermiones adquiera masa de acuerdo a cada transición. Esta condición no es directa, pues van a surgir matrices de mezcla que deben ser diagonalizadas para obtener las masas físicas, y de aquí el verdadero espectro de fermiones de la teoría.
4. Los términos de Yukawa también debe ser invariantes bajo $U(1)_Y$ y $U(1)_Q$, es decir

$$[\hat{Y}, \text{Término Yukawa}] = 0, \quad [\hat{Q}, \text{Término Yukawa}] = 0$$

3.5.3. Base de representaciones escalares

Ya se tienen diferentes opciones de base para el campo Φ de acuerdo a los términos de Yukawa bajo las representaciones fermiónicas de las relaciones (3-44). Se evalúan las principales características de tales representaciones.

Representación Bi-doblete

El primer y último término de (3-42) permite una representación bi-doblete según (3-44), que se organiza en una matriz 2×2 con componentes complejas de la siguiente forma

$$\Phi = \begin{pmatrix} \Phi_1 & \Phi_2 \\ \Phi_3 & \Phi_4 \end{pmatrix} \quad : \quad (2, 2^*, (B-L)_\Phi) \quad (3-47)$$

Con V.E.V

$$\langle \Phi \rangle = \begin{pmatrix} v_1 & v_2 \\ v_3 & v_4 \end{pmatrix} \quad (3-48)$$

Este V.E.V debe cumplir con (3-37) para la primera transición

$$[\hat{T}_1^L, \langle \Phi^{ij} \rangle] = -[T_{1k}^i \delta_l^j + \delta_k^i T_{1l}^j] \langle \Phi^{kl} \rangle = 0 \quad (3-49)$$

Al expandir se obtiene que $v_1 = v_2 = v_3 = v_4 = 0$. De la misma manera se comprueba que para \hat{T}_2^L , \hat{T}_3^L y \hat{Y} , también se obtiene los mismos valores de v . Por lo tanto,

El bi-doblete NO contribuye en la primera transición.

Ahora, al analizar el bi-doblete en la segunda transición y en los generadores rotos de la primera transición, se tiene que $v_2 = v_3 = 0$ y $v_1 \neq 0$, $v_4 \neq 0$. Por lo tanto,

El bi-doblete contribuye en la segunda transición.

El generador carga eléctrica actuando sobre el bi-doblete, lleva a los valores de carga. Para este caso, tenemos

$$\hat{Q} = \hat{T}_{3R} + \hat{T}_{3L} + \frac{\hat{B} - \hat{L}}{2} \quad (3-50)$$

Teniendo en cuenta (3-3) y (3-46) se obtiene que el valor de las cargas para cada componente Φ es:

$$Q_{\Phi} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \quad (3-51)$$

Por lo tanto el bi-doblete admite la representación

$$\Phi_j^i = \begin{pmatrix} \Phi_1^0 & \Phi_1^+ \\ \Phi_2^- & \Phi_2^0 \end{pmatrix}, \quad \Phi_j^i = (2, 2^*, 0), \quad \langle \Phi_j^i \rangle = \begin{pmatrix} \frac{k_1}{\sqrt{2}} & 0 \\ 0 & \frac{k_2}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \quad (3-52)$$

Representación triplete simétrico

El segundo y tercer término de la expresión (3-42) permite dos representaciones tripletes simétricos según las Ec. (3-44), de tal forma que:

$$\Phi_a = \Delta_L^{ij} = \begin{pmatrix} \Delta_1 & \Delta_2 \\ \Delta_3 & \Delta_4 \end{pmatrix} \quad : \quad (3, 1, (B - L)_{\Delta}) \quad (3-53)$$

$$\Phi_b = \Delta_R^{ij} = \begin{pmatrix} \Delta_1 & \Delta_2 \\ \Delta_3 & \Delta_4 \end{pmatrix} \quad : \quad (1, 3, (B - L)_{\Delta}) \quad (3-54)$$

Con V.E.V

$$\langle \Phi_a \rangle = \langle \Delta_L^{ij} \rangle = \begin{pmatrix} v_{1L} & v_{2L} \\ v_{3L} & v_{4L} \end{pmatrix} \quad \langle \Phi_b \rangle = \langle \Delta_R^{ij} \rangle = \begin{pmatrix} v_{1R} & v_{2R} \\ v_{3R} & v_{4R} \end{pmatrix} \quad (3-55)$$

Al realizar el mismo análisis que se hizo con el bi-doblete, se obtiene que el triplete derecho rompe los generadores de la primera transición, mientras que el triplete izquierdo, puede romper en la segunda transición. Con esto, se encuentra:

$$\Delta_L = \begin{pmatrix} \sqrt{2}\Delta_L^0 & \Delta_L^- \\ \Delta_L^- & \sqrt{2}\Delta_L^{--} \end{pmatrix}, \quad \Delta_L^{ij} = (3, 1, -2), \quad \langle \Delta_L^{ij} \rangle = \begin{pmatrix} v_L & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (3-56)$$

$$\Delta_R = \begin{pmatrix} \sqrt{2}\Delta_R^0 & \Delta_R^- \\ \Delta_R^- & \sqrt{2}\Delta_R^{--} \end{pmatrix}, \quad \Delta_R^{ij} = (1, 3, -2), \quad \langle \Delta_R^{ij} \rangle = \begin{pmatrix} v_R & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (3-57)$$

el cual expande el sector de Higgs e induce el mecanismo See-saw tipo II.

Representación singlete 1

Finalmente, se tiene la posibilidad singlete. Sin embargo, por definición todos los conmutadores se anulan, imposibilitando que los generadores se rompan, y por lo tanto no es viable en el mecanismo de Higgs a nivel árbol. No se considera esta posibilidad.

En conclusión, la estructura de RES se da a través de un triplete de Higgs derecho Δ_R con V.E.V dado por (3-57) en la primera transición, y un triplete escalar izquierdo y un bidoblete con V.E.Vs dados por (3-52) y (3-56):

$$\boxed{SU(2)_L \otimes SU(2)_R \otimes U(1)_{B-L} \xrightarrow[v_R]{\Delta_R} SU(2)_L \otimes U(1)_Y \xrightarrow[v_L, \nu_\Phi]{\Delta_L, \Phi_2} U(1)_Q}$$

4 El modelo I-D con tripletes leptónicos: mecanismo see-saw tipo III

4.1. Espectro de partículas

Anteriormente se consideró un modelo I-D con un espectro fermiónico mínimo. Sin embargo, se pueden plantear otras estructuras fermiónicas y escalares en el modelo. En particular, los grupos $SU(2)$ admiten una representación adjunta correspondiente a multipletes $2 \otimes 2^*$ con traza nula [1, 7]. Se seleccionan dos campos quirales izquierdos y derechos [4, 9]:

$$\Sigma_{Lj}^i \equiv \begin{pmatrix} \Sigma_{L1}^1 & \Sigma_{L2}^1 \\ \Sigma_{L1}^2 & -\Sigma_{L1}^1 \end{pmatrix}, \quad \Sigma_{Rj}^i \equiv \begin{pmatrix} \Sigma_{R1}^1 & \Sigma_{R2}^1 \\ \Sigma_{R1}^2 & -\Sigma_{R1}^1 \end{pmatrix} \quad (4-1)$$

Ahora bien, realizando el mismo análisis del capítulo 3, es decir, calculando $[Q, \Sigma_{L,R}]$, $[\frac{Y}{2}, \Sigma_{L,R}]$ y $[B - L, \Sigma_{L,R}]$ obtenemos:

$$\Sigma_{Lj}^i \equiv \begin{pmatrix} \frac{1}{2}\Sigma_L^0 & \frac{1}{\sqrt{2}}\Sigma_L^+ \\ \frac{1}{\sqrt{2}}\Sigma_L^- & -\Sigma_L^0 \end{pmatrix}, (3, 1, 0) \quad \Sigma_{Rj}^i \equiv \begin{pmatrix} \frac{1}{2}\Sigma_L^0 & \frac{1}{\sqrt{2}}\Sigma_L^+ \\ \frac{1}{\sqrt{2}}\Sigma_L^- & -\Sigma_L^0 \end{pmatrix}, (1, 3, 0) \quad (4-2)$$

Con esto, tenemos las principales propiedades del triplete fermiónico resumido en la tabla 4-1

Triplete	Carga Q	$B - L$	Hipercarga Y
Σ_L	$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$	0	0
Σ_R	$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$	0	$\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$

Tabla 4-1: Números cuánticos de tripletes fermiónicos

El sector de quarks se deja intacto.

Para generar masas a estos nuevos leptones, se analizan las siguientes combinaciones:

$$\left. \begin{array}{l} \bar{\Sigma}_L(\Sigma_L)^c\Phi \\ \bar{\Sigma}_R(\Sigma_R)^c\Phi \\ \bar{\Sigma}_L\Sigma_R\Phi \end{array} \right\} \boxed{\text{Con } (B-L)_\Phi = 0} \quad \left. \begin{array}{l} \bar{\ell}_L(\Sigma_L)^c\Phi \\ \bar{\ell}_R(\Sigma_R)^c\Phi \\ \bar{\ell}_L(\Sigma_R)\Phi \\ \bar{\ell}_R(\Sigma_L)\Phi \end{array} \right\} \boxed{\text{Con } (B-L)_\Phi = -1} \quad (4-3)$$

con

$$\ell_L = \begin{pmatrix} \nu_L \\ e_L \end{pmatrix} \quad \ell_R = \begin{pmatrix} N_R \\ e_R \end{pmatrix} \quad (4-4)$$

De entrada se necesita para la masa de los neutrinos las siguientes combinaciones

$$\bar{\ell}_L(\Sigma_L)^c\Phi, \quad \bar{\ell}_R(\Sigma_R)^c\Phi \quad (4-5)$$

Para darle masa a los $\Sigma_{L,R}$, se necesitan las siguientes combinaciones

$$\bar{\Sigma}_L(\Sigma_L)^c\Phi, \quad \bar{\Sigma}_R(\Sigma_R)^c\Phi \quad (4-6)$$

Ahora bien, se necesita definir la estructura tensorial de Φ , para ello se tienen las siguientes reglas de transformación bajo $SU(2)_L \otimes SU(2)_R$

$$\bar{\Sigma}_L(\Sigma_L)^c\Phi : (3^*, 1)(3^*, 1)(n, m) = (1, 1) \Rightarrow (n, m) = (3 \times 3, 1),$$

$$\bar{\Sigma}_R(\Sigma_R)^c\Phi : (1, 3^*)(1, 3^*)(n, m) = (1, 1) \Rightarrow (n, m) = (1, 3 \times 3),$$

$$\bar{\ell}_L(\Sigma_L)^c\Phi : (2^*, 1)(3^*, 1)(n, m) = (1, 1) \Rightarrow (n, m) = (2 \times 3, 1)$$

y

$$\bar{\ell}_R(\Sigma_R)^c\Phi : (1, 2^*)(1, 3^*)(n, m) = (1, 1) \Rightarrow (n, m) = (1, 2 \times 3)$$

Utilizando tablas de Young, para reducir representaciones se tiene que:

$$3 \times 3 = 5 \oplus \mathbf{3} \oplus 1, \quad \text{y} \quad 2 \times 3 = 4 \oplus \mathbf{2}$$

Así, se pueden generar diversas combinaciones de campos escalares: modelos con quintupletes y cuádrupletes, quintupletes con dobletes, tripletes con cuádrupletes, etc.

En particular, aunque las combinaciones (4-6) admiten campos de Higgs en representaciones 5, 3 y 1, se puede plantear un escenario en el cual esos términos de masa se implementan directamente sin RES:

$$M_{\Sigma} \overline{\Sigma_{L,R}^i} (\Sigma_{L,R}^j)^c \quad (4-7)$$

A diferencia de los leptones ℓ_L y ℓ_R , las combinaciones (4-7) no rompen la simetría, por lo que no surgiría inconvenientes con la renormalización de la teoría. De esta manera, adicional al bidoblete de (3-52) (necesario para romper ME), se adicionan dos dobletes de Higgs [9, 21]:

$$\bar{\ell}_L^i (\Sigma_{Li}^j)^c H_L^j ; \quad H_L^j = \begin{pmatrix} H_L^1 \\ H_L^2 \end{pmatrix} : (2, 1, -1) \quad (4-8)$$

$$\bar{\ell}_R^i (\Sigma_{Ri}^j)^c H_R^j ; \quad H_R^j = \begin{pmatrix} H_R^1 \\ H_R^2 \end{pmatrix} : (1, 2, -1) \quad (4-9)$$

Se debe tener presente que anteriormente para la primera transición, es decir, para ir de modelo I-D al MEM se usó el triplete simétrico derecho Δ_R con valor esperado el el vacío v_R , y que para romper del MEM a la electrodinámica se usó el triplete simétrico izquierdo o el bidoblete. Sin embargo, es posible generar los rompimientos sin implementar tripletes escalares; los dobletes y el bidoblete pueden realizar el trabajo completo. Planteando de nuevo las condiciones (3-37), (3-38) para la primera transición, y (3-39) y (3-40) para la segunda transición, se encuentra el siguiente esquema:

$$\boxed{SU(2)_L \otimes SU(2)_R \otimes U(1)_{B-L} \xrightarrow[v_R]{H_R} SU(2)_L \otimes U(1)_Y \xrightarrow[v_L, \nu_{\Phi}]{H_L, \Phi_2} U(1)_Q} \quad (4-10)$$

con los V.E.V:

$$\langle H_R \rangle = \begin{pmatrix} v_R \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \langle H_L \rangle = \begin{pmatrix} v_L \\ 0 \end{pmatrix}$$

y $\langle \Phi \rangle$ el mismo de (3-52). Al calcular el conmutador $[\hat{Q}, H_{L,R}]$ con \hat{Q} dado por (3-50), se encuentran las cargas eléctricas:

$$H_L = \begin{pmatrix} H_{1L}^0 \\ H_{2L}^- \end{pmatrix}, (2, 1, -1) \quad H_R = \begin{pmatrix} H_{1R}^0 \\ H_{2R}^- \end{pmatrix}, (1, 2, -1) \quad (4-11)$$

En conclusión, un modelo I-D con tripletes leptónicos sin tripletes de Higgs se construye con el siguiente espectro:

$$\begin{aligned}
& \left. \begin{array}{l}
\ell_L^{(n)} = \begin{pmatrix} \nu^{(n)} \\ e^{(n)} \end{pmatrix}_L = \begin{pmatrix} \nu_e & \nu_\mu & \nu_\tau \\ e & \mu & \tau \end{pmatrix}_L : (2, 1, -1) \\
\ell_R^{(n)} = \begin{pmatrix} N^{(n)} \\ e^{(n)} \end{pmatrix}_R = \begin{pmatrix} N_1 & N_2 & N_3 \\ e & \mu & \tau \end{pmatrix}_R : (1, 2, -1) \\
q_L^{(n)} = \begin{pmatrix} u^{(n)} \\ d^{(n)} \end{pmatrix}_L = \begin{pmatrix} u & c & t \\ d & s & b \end{pmatrix}_L : (2, 1, +\frac{1}{3}) \\
q_R^{(n)} = \begin{pmatrix} u^{(n)} \\ d^{(n)} \end{pmatrix}_R = \begin{pmatrix} u & c & t \\ d & s & b \end{pmatrix}_R : (1, 2, +\frac{1}{3}) \\
\Sigma_L = \begin{pmatrix} \frac{1}{2}\Sigma_L^0 & \frac{1}{\sqrt{2}}\Sigma_L^+ \\ \frac{1}{\sqrt{2}}\Sigma_L^- & -\Sigma_L^0 \end{pmatrix} : (3, 1, 0) \\
\Sigma_R = \begin{pmatrix} \frac{1}{2}\Sigma_R^0 & \frac{1}{\sqrt{2}}\Sigma_R^+ \\ \frac{1}{\sqrt{2}}\Sigma_R^- & -\Sigma_R^0 \end{pmatrix} : (1, 3, 0),
\end{array} \right\} \text{Fermiones} \\
\\
& \left. \begin{array}{l}
\text{Doblete I } \left\{ H_L = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}}(\phi_L^0 + iA_L^0) \\ \phi_L^- \end{pmatrix} : (2, 1, -1); \quad \text{con } \langle H_L \rangle_0 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} v_L \\ 0 \end{pmatrix} \\
\text{Doblete D } \left\{ H_R = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}}(\phi_R^0 + iA_R^0) \\ \phi_R^- \end{pmatrix} : (1, 2, -1); \quad \text{con } \langle H_R \rangle_0 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} v_R \\ 0 \end{pmatrix} \\
\text{Bidoblete } \left\{ \Phi_j^i = \begin{pmatrix} \Phi_1^0 & \Phi_1^+ \\ \Phi_2^- & \Phi_2^0 \end{pmatrix} : (2, 2^*, 0); \quad \text{con } \langle \Phi_j^i \rangle_0 = \begin{pmatrix} \frac{k_1}{\sqrt{2}} & 0 \\ 0 & \frac{k_2}{\sqrt{2}} \end{pmatrix},
\end{array} \right\} \text{Bosones escalares} \\
\\
& \text{Bosones Vectoriales } \left\{ \begin{array}{l} (W_\mu^1, W_\mu^2, W_\mu^3)_L \\ (W_\mu^1, W_\mu^2, W_\mu^3)_R \\ B_\mu \end{array} \right. \quad (4-12)
\end{aligned}$$

4.2. El Lagrangiano de Higgs

La derivada covariante permite escribir el acople de los bosones de gauge con los escalares Φ y H . Los campos escalares se describen por la ecuación de Klein-Gordon, cuyo Lagrangiano covariante toma la forma general:

$$\mathcal{L}_H = (D_\mu \Phi)^\dagger (D^\mu \Phi) + (D_\mu H_L)^\dagger (D^\mu H_L) + (D_\mu H_R)^\dagger (D^\mu H_R) + V_H. \quad (4-13)$$

Se pueden considerar diferentes representaciones de este Lagrangiano según la representación de la derivada covariante. En este caso depende de las representaciones del campo escalar. En particular en este trabajo se considera el caso de las representaciones de bidobletes Φ y dobletes H .

4.2.1. El potencial de Higgs

La autointeracción entre bosones escalares está dada por el potencial de Higgs V_H . Para construir los términos del potencial hay que tener en cuenta que deben ser hermíticos, renormalizables e invariantes $SU(2)_L \otimes SU(2)_R \otimes U(1)_{B-L}$. El potencial de Higgs se construye acoplando términos cuadráticos, cúbicos y cuárticos entre los diferentes campos escalares que se tengan los cuales pueden ser dobletes (izquierdos y derechos) o bidobletes. Se utiliza la notación tensorial Φ_j^i para el bidoblete y H_L^i, H_R^i para los dobletes tanto izquierdo como derecho y sus conjugadas respectivas $(\Phi_j^i)^* = \Phi_j^j, (H_L^i)^* = H_{Li}$ y $(H_R^i)^* = H_{Ri}$. También se definen los campos $\tilde{H}_{L,Ri} = \varepsilon_{ij} H_{L,R}^j$ y $\tilde{\Phi}_j^i = \varepsilon^{ik} \Phi_k^j \varepsilon_{lj}$ con ε^{ij} el tensor de Levi-Civita. Los términos del potencial que respetan la simetría $SU(2)_L \otimes SU(2)_R \otimes U(1)_{B-L}$ se separan como:

$$V_H = V_\Phi + V_{H_L} + V_{H_R} + V_{\Phi-H_L} + V_{\Phi-H_R} \quad (4-14)$$

Con estas condiciones tenemos

$$\begin{aligned} V_H = & -\mu_1^2 (\Phi_j^i) (\Phi_j^i)^* + \lambda_1 (\Phi_j^i \Phi_j^{i*})^2 + \lambda_2 [(\Phi_j^i \tilde{\Phi}_j^{i*})^2 + h.c.] + \lambda_3 \Phi_j^i \Phi_j^{k*} \Phi_l^k \Phi_l^{i*} \\ & + \lambda'_3 \Phi_j^i \Phi_j^{k*} \tilde{\Phi}_l^k \tilde{\Phi}_l^{i*} + \lambda''_3 [\Phi_j^i \tilde{\Phi}_j^{k*} \Phi_l^k \tilde{\Phi}_l^{i*} + h.c.] + \lambda'_2 [\Phi_j^i \tilde{\Phi}_j^{i*}] [\tilde{\Phi}_j^i \Phi_j^{i*}] - \mu_2^2 [H_L^i H_L^{i*} + H_R^i H_R^{i*}] \\ & + \rho_1 [(H_L^i H_L^{i*})^2 + (H_R^i H_R^{i*})^2] + \rho_2 [(H_L^i \tilde{H}_L^{i*})^2 + (H_R^i \tilde{H}_R^{i*})^2 + h.c.] \\ & + \rho'_2 [(H_L^i \tilde{H}_L^{i*}) (\tilde{H}_L^i H_L^{i*}) + (H_R^i \tilde{H}_R^{i*}) (\tilde{H}_R^i H_R^{i*})] + \rho_3 [H_L^i H_L^{i*}] [H_R^i H_R^{i*}] \\ & + \alpha_1 [\Phi_j^i \Phi_j^{i*}] [H_L^i H_L^{i*} + H_R^i H_R^{i*}] + \alpha_2 [H_L^i \Phi_j^{i*} \Phi_j^k H_L^{k*} + H_R^i \Phi_j^{i*} \Phi_j^k H_R^{k*}] \\ & + \alpha_3 [H_L^i \tilde{\Phi}_j^{i*} \tilde{\Phi}_j^k H_L^{k*} + H_R^i \tilde{\Phi}_j^{i*} \tilde{\Phi}_j^k H_R^{k*}] \end{aligned} \quad (4-15)$$

Adicionalmente, se debe tener presente ciertas condiciones de tipo fenomenológico [44]

1. Para ajustar correctamente cotas de parámetros a bajas energías, se impone la jerarquía:

$$v_R \gg k_{1,2} \gg v_L$$

2. Para evitar efectos apreciables de procesos con cambios de sabor neutros, se asume adicionalmente:

$$k_1 \gg k_2$$

3. En el potencial se prohibieron términos cúbicos de la forma $f(H_L^i \Phi_i^j H_{Rj})$ al exigir la simetría discreta:

$$H_L \longrightarrow H_L, \quad H_R \longrightarrow -H_R$$

Esto evita hacer ajustes sobre el parámetro adicional f , reduciendo el número de parámetros libres.

4. Adicionalmente, se restringen los términos con la forma bilineal $\Phi \tilde{\Phi}^*$ exigiendo la simetría discreta:

$$\Phi \longrightarrow i\Phi$$

con el fin de evitar fuentes adicionales de cambios de sabor neutros.

Con esto podemos tomar el siguiente caso: $v_R \gg k_1$ y $v_L = k_2 = 0$. Por lo tanto los campos son:

$$\Phi = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}}(k_1 + R_1 + iI_1) & \phi_1^+ \\ \phi_2^- & -\frac{1}{\sqrt{2}}(R_2 + iI_2) \end{pmatrix}, \quad \tilde{\Phi} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}}(R_2 - iI_2) & \phi_2^+ \\ \phi_1^- & \frac{1}{\sqrt{2}}(k_1 + R_1 - iI_1) \end{pmatrix} \quad (4-16)$$

$$H_R = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}}(v_R + \phi_R^0 + iA_R^0) \\ \phi_R^- \end{pmatrix}, \quad \tilde{H}_R = \begin{pmatrix} \phi_R^+ \\ \frac{1}{\sqrt{2}}(v_R + \phi_R^0 - iA_R^0) \end{pmatrix} \quad (4-17)$$

$$H_L = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}}(\phi_L^0 + iA_L^0) \\ \phi_L^- \end{pmatrix}, \quad \tilde{H}_L = \begin{pmatrix} \phi_L^+ \\ \frac{1}{\sqrt{2}}(\phi_L^0 - iA_L^0) \end{pmatrix} \quad (4-18)$$

Para hallar los valores que toman los coeficientes μ_i^2 en el potencial de Higgs, se aplica la condición de minimización:

$$\frac{\partial \langle V_H \rangle}{\partial k_1} = 0; \quad \frac{\partial \langle V_H \rangle}{\partial v_R} = 0 \quad (4-19)$$

donde $\langle V_H \rangle$ es el potencial evaluado en los valores esperados de los campos. De las condiciones (3-77) se obtienen directamente las dos soluciones para los parámetros de masa μ_i^2 :

$$\begin{aligned} \mu_1^2 &= (\lambda_1 + \lambda_3) k_1^2 + \frac{1}{2} (\alpha_1 + \alpha_2) v_R^2 \\ \mu_2^2 &= \rho_1 v_R^2 + \frac{1}{2} (\alpha_1 + \alpha_2) k_1^2 \end{aligned}$$

que son reemplazados en el potencial de Higgs. Del potencial se determina directamente los términos de masa.

Sector real

Para el sector real tenemos los campos R_1 , R_2 , ϕ_L^0 , ϕ_R^0 , se pueden escribir en una matriz de masa real como sigue:

$$M_R^2 = \begin{pmatrix} \lambda_\Sigma k_1^2 & 0 & 0 & \frac{\alpha_\Sigma}{2} k_1 v_R \\ 0 & A k_1^2 + B v_R^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & C v_R^2 & 0 \\ \frac{\alpha_\Sigma}{2} k_1 v_R & 0 & 0 & \rho_1 v_R^2 \end{pmatrix} \quad (4-20)$$

Con $\lambda_\Sigma = \lambda_1 + \lambda_3$, $\alpha_\Sigma = \alpha_1 + \alpha_2$, $A = -\frac{1}{2}\lambda_\Sigma + \frac{1}{2}\lambda_1 + 2\lambda_2 + \frac{1}{2}\lambda'_3 + \lambda''_3 + \lambda'_2$, $B = -\frac{1}{4}\alpha_\Sigma + \frac{1}{4}\alpha_1 + \frac{1}{4}\alpha_3$ y $C = -\frac{1}{2}\rho_1 + \frac{1}{4}\rho_3$

Sector imaginario

Para el sector imaginario tenemos los campos I_1 , I_2 , A_L^0 , A_R^0 ; de estos solo las componentes I_2 y A_L^0 tienen términos diferentes de cero, con esto, se pueden escribir en una matriz de masa imaginaria como sigue:

$$M_I^2 = \begin{pmatrix} E k_1^2 + B v_R^2 & 0 \\ 0 & C v_R^2 \end{pmatrix} \quad (4-21)$$

Con $E = -\frac{1}{2}\lambda_\Sigma + \frac{1}{2}\lambda_1 - 2\lambda_2 + \frac{1}{2}\lambda'_3 - \lambda''_3 + \lambda'_2$.

Sector cargada

Para el sector cargado, tenemos los campos ϕ_1^+ , ϕ_2^+ , ϕ_L^+ , ϕ_R^+ , ϕ_1^- , ϕ_2^- , ϕ_L^- , y ϕ_R^- . Dichos campos cargados se pueden organizar en una matriz 4×4 :

$$M_c = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Dv_R^2 + \lambda'_3 k_1^2 & 0 & Fk_1 v_R \\ 0 & 0 & Gk_1^2 + Hv_R^2 & 0 \\ 0 & Fk_1 v_R & 0 & Ik_1^2 & 0 \end{pmatrix} \quad (4-22)$$

Con $D = \frac{1}{4}(-\alpha_\Sigma + \alpha_1 + \alpha_3)$, $F = \frac{1}{4}(\alpha_2 + \alpha_3)$, $G = \frac{1}{4}(\alpha_1 - \alpha_\Sigma + \alpha_3)$, $H = -\frac{1}{4}\rho_1$ e $I = \frac{1}{4}(\alpha_1 + \alpha_3 - \alpha_\Sigma)$

4.2.2. El sector cinético de Higgs

El sector cinético del Lagrangiano de Higgs (4-14) acopla los bosones escalares con los bosones de gauge. La parte cinética contiene tres términos, uno que pertenece al bidoblete y los otros dos a los dobletes de Higgs izquierdos y derechos. Con esto, el Lagrangiano cinético tiene la forma:

$$\mathcal{L}_{\text{cinético}} = (D_\mu \Phi)^\dagger (D^\mu \Phi) + (D_\mu H_L)^\dagger (D^\mu H_L) + (D_\mu H_R)^\dagger (D^\mu H_R) \quad (4-23)$$

Para el primer término (bidoblete), tenemos que la derivada covariante actúa sobre el bidoblete de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} [i\widehat{D}^\mu, \Phi_j^i] &= [i\widehat{p}^\mu, \Phi_j^i] + ig_L \vec{W}_L^\mu \cdot [\widehat{T}_L, \Phi_j^i] + ig_R \vec{W}_R^\mu \cdot [\widehat{T}_R, \Phi_j^i] + ig' B^\mu [\vec{T}, \Phi_j^i] \\ &= \partial^\mu \Phi_j^i - ig_L \vec{W}_L^\mu \cdot (\vec{T})_k^i \Phi_j^k + ig_R \vec{W}_R^\mu \cdot (\vec{T})_j^l \Phi_l^i - ig' B^\mu \left(\frac{B-L}{2} \right)_\Phi \Phi_j^i \end{aligned} \quad (4-24)$$

Ahora bien, se debe recordar que $(B-L)_\Phi = 0$, por lo tanto el último término de la expresión anterior se simplifica, quedando finalmente

$$[i\widehat{D}^\mu, \Phi_j^i] = \partial^\mu \Phi_j^i - ig_L \vec{W}_L^\mu \cdot (\vec{T})_k^i \Phi_j^k + ig_R \vec{W}_R^\mu \cdot (\vec{T})_j^l \Phi_l^i = (D_\mu)_{kj}^i \Phi_l^i$$

De igual manera se tiene la derivada covariante para H_L y H_R

$$\begin{aligned} [i\widehat{D}^\mu, H_L^i] &= [i\widehat{p}^\mu, H_L^i] + ig_L \vec{W}_L^\mu \cdot [\widehat{T}_L, H_L^i] + ig_R \vec{W}_R^\mu \cdot [\widehat{T}_R, H_L^i] + ig' B^\mu [\vec{T}, H_L^i] \\ &= \partial^\mu H_L^i - ig_L \vec{W}_L^\mu \cdot (\vec{T})_j^i H_L^j + ig' B^\mu \left(\frac{B-L}{2} \right)_{H_L} H_L^i \\ &= \partial^\mu H_L^i - ig_L \vec{W}_L^\mu \cdot (\vec{T})_j^i H_L^j + ig' B_\mu H_L^i \\ &= [\partial^\mu \delta_j^i - ig_L \vec{W}_L^\mu \cdot (\vec{T})_j^i + ig' B_\mu \delta_j^i] H_L^j \\ &= (D_\mu)_j^i H_L^j \end{aligned} \quad (4-25)$$

lo mismo para el sector derecho

$$\begin{aligned}
[i\widehat{D}^\mu, H_R^i] &= [i\widehat{p}^\mu, H_R^i] + ig_L \vec{W}_L^\mu \cdot [\widehat{T}_L, H_R^i] + ig_R \vec{W}_R^\mu \cdot [\widehat{T}_R, H_R^i] + ig' B^\mu [\vec{T}, H_R^i] \\
&= \partial^\mu H_R^i - ig_L \vec{W}_L^\mu \cdot (\vec{T})_j^i H_R^j + ig' B^\mu \left(\frac{B-L}{2} \right)_{H_R} H_R^i \\
&= \partial^\mu H_R^i - ig_L \vec{W}_L^\mu \cdot (\vec{T})_j^i H_R^j + ig' B_\mu H_R^i \\
&= [\partial^\mu \delta_j^i - ig_L \vec{W}_L^\mu \cdot (\vec{T})_j^i + ig' B_\mu \delta_j^i] H_R^j \\
&= (D_\mu)_j^i H_R^j
\end{aligned} \tag{4-26}$$

En todos los términos se va a tener el producto $\vec{W} \cdot \vec{T}$:

$$\begin{aligned}
\vec{W}_{L,R}^\mu \cdot \vec{T} &= W_{L,R}^{\alpha,\mu} \cdot T_\alpha = W_{L,R}^{1,\mu} T_1 + W_{L,R}^{2,\mu} T_2 + W_{L,R}^{2,\mu} T_2 + W_{L,R}^{3,\mu} T_3 \\
&= W_{L,R}^{1,\mu} \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & 0 \end{pmatrix} + W_{L,R}^{2,\mu} \begin{pmatrix} 0 & -\frac{i}{2} \\ \frac{i}{2} & 0 \end{pmatrix} + W_{L,R}^{3,\mu} \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} \\
&= \begin{pmatrix} \frac{1}{2} W_{L,R}^{3,\mu} & \frac{1}{2} (W_{L,R}^{1,\mu} - i W_{L,R}^{2,\mu}) \\ \frac{1}{2} (W_{L,R}^{1,\mu} + i W_{L,R}^{2,\mu}) & -\frac{1}{2} W_{L,R}^{3,\mu} \end{pmatrix}
\end{aligned}$$

Utilizando la Ec. (3-30), se tiene que,

$$\vec{W}_{L,R}^\mu \cdot \vec{T} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} W_{L,R}^{3,\mu} & \sqrt{2} W_{L,R}^{+, \mu} \\ \sqrt{2} W_{L,R}^{-, \mu} & -W_{L,R}^{3,\mu} \end{pmatrix} \tag{4-27}$$

Como ya se había comentado, el escenario fenomenológico a trabajar es con $v_L = 0$, por lo tanto, se tiene que:

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{\text{cinetico}} &= \frac{g_L^2}{4} k_1^2 W_{\mu L}^+ W_{\mu L}^- + \frac{g_R^2}{4} v_R^2 W_{\mu R}^+ W_{\mu R}^- + \frac{g_L^2}{8} k_1^2 W_{\mu L}^{3*} W_{\mu L}^3 + \frac{g_R^2}{4} v_R^2 W_{\mu R}^{3*} W_{\mu R}^3 \\
&\quad - \frac{g_L g_R}{8} k_1^2 W_{\mu L}^{3*} W_{\mu R}^3 - \frac{g_L g_R}{8} k_1^2 W_{\mu R}^{3*} W_{\mu L}^3 - \frac{g_R g'}{8} v_R^2 W_{\mu R}^{3*} B_\mu - \frac{g_R g'}{8} v_R^2 B_\mu W_{\mu R}^3 \\
&\quad + \frac{g_R^2}{4} k_1^2 W_{\mu R}^+ W_{\mu R}^- + \frac{g_R^2}{8} k_1^2 W_{\mu L}^{3*} W_{\mu L}^3 + \frac{g'^2}{8} v_R^2 B_\mu B^\mu
\end{aligned} \tag{4-28}$$

Con esto se puede construir las matrices de masa para el sector cargado:

$$M_{(W^\pm)}^2 = \begin{pmatrix} \frac{1}{4} g_L^2 k_1^2 & 0 \\ 0 & \frac{1}{4} g_R^2 (k_1^2 + v_R^2) \end{pmatrix} \tag{4-29}$$

es decir,

$$M_{W_L}^2 = \frac{1}{4} g_L^2 k_1^2, \quad M_{W_R}^2 = \frac{1}{4} g_R^2 (k_1^2 + v_R^2)$$

y para el sector neutro:

$$M_{(\text{neutro})}^2 = \begin{pmatrix} \frac{1}{8}g_L^2 k_1^2 & -\frac{1}{8}g_L g_R k_1^2 & 0 \\ -\frac{1}{8}g_L g_R k_1^2 & \frac{1}{8}g_R^2(k_1^2 + v_R^2) & -\frac{1}{8}g_R g' v_R^2 \\ 0 & -\frac{1}{8}g_R g' v_R^2 & \frac{1}{8}g'^2 v_R^2 \end{pmatrix} \quad (4-30)$$

Ahora se procede a la diagonalización de la matriz neutra. Para colocar $W_{\mu L}^3$, $W_{\mu R}^3$ y B_μ en términos de los campos físicos A_μ , Z_μ y Z'_μ ; se encuentra que la matriz R de rotación es [19, 20],

$$R = \begin{pmatrix} S_W & S_\beta C_W & C_\beta C_W \\ C_W + A[B^2 - C^2]w^2 & -S_\beta S_W + A[B^2 \frac{C_W S_\beta}{S_W} + C^2 \frac{S_W S_\beta}{C_W}]w^2 & -C_\beta S_W + A[B^2 \frac{C_W C_\beta}{S_W} - C^2 \frac{(1 - C_\beta^2 S_W^2)}{C_\beta S_W C_W}]w^2 \\ D \frac{C_W}{S_W} w^2 & -C_\beta - D S_\beta w^2 & S_\beta - D C_\beta w^2 \end{pmatrix} \quad (4-31)$$

donde

$$\begin{aligned} S_W &= \frac{g_R g'}{\Lambda^{1/2}} & C_W &= \frac{g_L (g_R^2 + g'^2)^{1/2}}{\Lambda^{1/2}} & \frac{g_L}{g_R} &= \frac{C_W S_\beta}{S_W} \\ S_\beta &= \frac{g'}{(g_R^2 + g'^2)^{1/2}} & C_\beta &= \frac{g_R}{(g_R^2 + g'^2)^{1/2}} & \frac{g_L}{g'} &= \frac{C_W C_\beta}{S_W} \\ T_W &= \frac{g_R g'}{g_L (g_R^2 + g'^2)^{1/2}} & T_\beta &= \frac{g'}{g_R} & w^2 &= \left(\frac{k_1}{v_R} \right)^2 \\ A &= \frac{C_W C_\beta^2}{4 S_W^2 S_\beta} & B &= 1 - C_W^2 C_\beta^2 & C &= 4 C_\beta^2 S_\beta^2 S_W^2 & D &= S_\beta C_\beta^3 \end{aligned}$$

con

$$\Lambda = g_L^2 g'^2 + g_L^2 g_R^2 + g_R^2 g'^2$$

El determinante de esta matriz es igual a 1. Ya con la matriz de rotación que relaciona los bosones vectoriales débiles con los estados de masa, se pueden encontrar la manera de escribir dichos bosones en términos de los A_μ , Z_μ y Z'_μ y se obtiene

$$\begin{aligned} W_{\mu,L}^3 &= \alpha A_\mu + \beta Z_\mu + \gamma Z'_\mu \\ W_{\mu,R}^3 &= \alpha' A_\mu + \beta' Z_\mu + \gamma' Z'_\mu \\ B_\mu &= \alpha'' A_\mu + \beta'' Z_\mu + \gamma'' Z'_\mu \end{aligned} \quad (4-32)$$

Aquí,

$$\begin{aligned}
\alpha &= S_W, & \beta &= C_W + A[B^2 - C^2]w^2, & \gamma &= \frac{D}{T_W}w^2 \\
\alpha' &= S_\beta C_W, & \beta' &= -S_\beta S_W + A[B^2 \frac{S_\beta}{T_W} + C^2 S_\beta T_W]w^2, & \gamma' &= -C_\beta - DS_\beta w^2 \\
\alpha'' &= C_\beta C_W, & \beta'' &= -C_\beta S_W + A[B^2 \frac{C_\beta}{T_W} - C^2 \frac{(1 - C_\beta^2 S_W^2)}{C_\beta S_W C_W}]w^2, & \gamma'' &= SC_\beta - DC_W w^2
\end{aligned} \tag{4-33}$$

4.3. Lagrangiano de Dirac

Con el fin de obtener los acoplamientos entre leptones y campos vectoriales (a través de la derivada covariante), se hace uso del Lagrangiano de Dirac,

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{\text{Dirac}} &= i \bar{\ell}_L^{(n)} \gamma^\mu D_\mu \ell_L^{(n)} + i \bar{\ell}_R^{(n)} \gamma^\mu D_\mu \ell_R^{(n)} \\
&+ i \bar{q}_L^{(n)} \gamma^\mu D_\mu q_L^{(n)} + i \bar{q}_R^{(n)} \gamma^\mu D_\mu q_R^{(n)} \\
&+ i \bar{\Sigma}_L^{(n)} \gamma^\mu D_\mu \Sigma_L^{(n)} + i \bar{\Sigma}_R^{(n)} \gamma^\mu D_\mu \Sigma_R^{(n)}
\end{aligned} \tag{4-34}$$

Al utilizar la derivada covariante para las diferentes representaciones de fermiones, se tiene que para la quiralidad izquierda tanto de $\psi = \ell_L, q_L$, como de Σ es:

$$[i\hat{D}_\mu, \psi_L^{(n)i}] = \partial_\mu \psi_L^{(n)i} - ig_L W_{\mu,L}^\alpha (T^\alpha)_j^i \psi_L^{(n)j} - ig' B_\mu \left(\frac{B-L}{2} \right)_{\psi_L} \delta_j^i \psi_L^{(n)j} = (D_\mu \psi_L^{(n)})^i$$

$$[i\hat{D}_\mu, \Sigma_L^{(n)i}] = \partial_\mu \Sigma_L^{(n)i} - ig_L W_{\mu,L}^\alpha [(T^\alpha)_k^i \delta_j^k - \delta_k^i (T^\alpha)_j^k] \Sigma_L^{(n)k} = (D_\mu \Sigma_L^{(n)})^i$$

y para la quiralidad derecha se tiene

$$[i\hat{D}_\mu, \psi_R^{(n)i}] = \partial_\mu \psi_R^{(n)i} - ig_R W_{\mu,R}^\alpha (T^\alpha)_j^i \psi_R^{(n)j} - ig' B_\mu \left(\frac{B-L}{2} \right)_{\psi_R} \delta_j^i \psi_R^{(n)j} = (D_\mu \psi_R^{(n)})^i$$

$$[i\hat{D}_\mu, \Sigma_R^{(n)i}] = \partial_\mu \Sigma_R^{(n)i} - ig_R W_{\mu,R}^\alpha [(T^\alpha)_k^i \delta_j^k - \delta_k^i (T^\alpha)_j^k] \Sigma_R^{(n)k} = (D_\mu \Sigma_R^{(n)})^i$$

Con estas representaciones en (4-34), se tiene explícitamente para los leptones izquierdos

$$\begin{aligned}
i \bar{\ell}_L^{(n)} \gamma^\mu D_\mu \ell_L^{(n)} &= i \bar{\nu}_L^{(n)} \gamma^\mu \partial_\mu \nu_L^{(n)} + i \bar{e}_L^{(n)} \gamma^\mu \partial_\mu e_L^{(n)} \\
&+ \frac{\sqrt{2}}{2} \bar{\nu}_L^{(n)} \gamma^\mu g_L W_{\mu,L}^+ e_L^{(n)} + \frac{\sqrt{2}}{2} \bar{e}_L^{(n)} \gamma^\mu g_L W_{\mu,L}^- \nu_L^{(n)} \\
&+ \frac{1}{2} \bar{\nu}_L^{(n)} \gamma^\mu (g_L W_{\mu,L}^3 - g' B_\mu) \nu_L^{(n)} - \frac{1}{2} \bar{e}_L^{(n)} \gamma^\mu (g_L W_{\mu,L}^3 + g' B_\mu) e_L^{(n)}
\end{aligned} \tag{4-35}$$

de la misma manera para la parte derecha

$$\begin{aligned}
i \bar{\ell}_R^{(n)} \gamma^\mu D_\mu \ell_R^{(n)} &= i \bar{\nu}_R^{(n)} \gamma^\mu \partial_\mu \nu_R^{(n)} + i \bar{e}_R^{(n)} \gamma^\mu \partial_\mu e_R^{(n)} \\
&+ \frac{\sqrt{2}}{2} \bar{\nu}_R^{(n)} \gamma^\mu g_R W_{\mu,R}^+ e_R^{(n)} + \frac{\sqrt{2}}{2} \bar{e}_R^{(n)} \gamma^\mu g_R W_{\mu,R}^- \nu_R^{(n)} \\
&+ \frac{1}{2} \bar{\nu}_R^{(n)} \gamma^\mu (g_R W_{\mu,R}^3 - g' B_\mu) \nu_R^{(n)} - \frac{1}{2} \bar{e}_R^{(n)} \gamma^\mu (g_R W_{\mu,R}^3 + g' B_\mu) e_R^{(n)}
\end{aligned} \tag{4-36}$$

También para las componentes izquierdas y derechas de los quarks

$$\begin{aligned}
i \bar{q}_L^{(n)} \gamma^\mu D_\mu q_L^{(n)} &= i \bar{u}_L^{(n)} \gamma^\mu \partial_\mu u_L^{(n)} + i \bar{d}_L^{(n)} \gamma^\mu \partial_\mu d_L^{(n)} \\
&+ \frac{\sqrt{2}}{2} \bar{u}_L^{(n)} \gamma^\mu g_L W_{\mu,L}^+ d_L^{(n)} + \frac{\sqrt{2}}{2} \bar{d}_L^{(n)} \gamma^\mu g_L W_{\mu,L}^- u_L^{(n)} \\
&+ \frac{1}{2} \bar{u}_L^{(n)} \gamma^\mu (g_L W_{\mu,L}^3 + \frac{1}{3} g' B_\mu) u_L^{(n)} - \frac{1}{2} \bar{d}_L^{(n)} \gamma^\mu (g_L W_{\mu,L}^3 - \frac{1}{3} g' B_\mu) d_L^{(n)}
\end{aligned} \tag{4-37}$$

$$\begin{aligned}
i \bar{q}_R^{(n)} \gamma^\mu D_\mu q_R^{(n)} &= i \bar{u}_R^{(n)} \gamma^\mu \partial_\mu u_R^{(n)} + i \bar{d}_R^{(n)} \gamma^\mu \partial_\mu d_R^{(n)} \\
&+ \frac{\sqrt{2}}{2} \bar{u}_R^{(n)} \gamma^\mu g_R W_{\mu,R}^+ d_R^{(n)} + \frac{\sqrt{2}}{2} \bar{d}_R^{(n)} \gamma^\mu g_R W_{\mu,R}^- u_R^{(n)} \\
&+ \frac{1}{2} \bar{u}_R^{(n)} \gamma^\mu (g_R W_{\mu,R}^3 + \frac{1}{3} g' B_\mu) u_R^{(n)} - \frac{1}{2} \bar{d}_R^{(n)} \gamma^\mu (g_R W_{\mu,R}^3 - \frac{1}{3} g' B_\mu) d_R^{(n)}
\end{aligned} \tag{4-38}$$

De igual manera para el triplete fermiónico izquierdo, se tiene:

$$\begin{aligned}
i \bar{\Sigma}_L^{(n)} \gamma^\mu D_\mu \Sigma_L^{(n)} &= \frac{1}{4} \overline{\Sigma_L^-(n)} \gamma^\mu W_{\mu L}^- \Sigma_L^0(n) - \frac{1}{4} \overline{\Sigma_L^0(n)} \gamma^\mu W_{\mu L}^- \Sigma_L^+(n) \\
&+ \frac{1}{2} \overline{\Sigma_L^+(n)} \gamma^\mu W_{\mu L}^3 \Sigma_L^+(n) - \frac{1}{4} \overline{\Sigma_L^+(n)} \gamma^\mu W_{\mu L}^+ \Sigma_L^0(n) \\
&- \frac{1}{4} \overline{\Sigma_L^0(n)} \gamma^\mu W_{\mu L}^- \Sigma_L^+(n) + \frac{1}{4} \overline{\Sigma_L^0(n)} \gamma^\mu W_{\mu L}^+ \Sigma_L^-(n) \\
&- \frac{1}{2} \overline{\Sigma_L^-(n)} \gamma^\mu W_{\mu L}^3 \Sigma_L^-(n) - \frac{1}{4} \overline{\Sigma_L^-(n)} \gamma^\mu W_{\mu L}^+ \Sigma_L^0(n) \\
&+ \frac{1}{4} \overline{\Sigma_L^0(n)} \gamma^\mu W_{\mu L}^+ \Sigma_L^-(n) + \frac{1}{4} \overline{\Sigma_L^-(n)} \gamma^\mu W_{\mu L}^- \Sigma_L^0(n)
\end{aligned} \tag{4-39}$$

donde W^3 se expresa en términos de los bosones físicos A_μ , Z_μ y Z'_μ usando (4-32), y para la parte derecha

$$\begin{aligned}
i \bar{\Sigma}_R^{(n)} \gamma^\mu D_\mu \Sigma_R^{(n)} &= \frac{1}{4} \overline{\Sigma_R^{-(n)}} \gamma^\mu W_{\mu R}^- \Sigma_R^0{}^{(n)} - \frac{1}{4} \overline{\Sigma_R^0{}^{(n)}} \gamma^\mu W_{\mu R}^- \Sigma_R^+{}^{(n)} \\
&+ \frac{1}{2} \overline{\Sigma_R^+{}^{(n)}} \gamma^\mu W_{\mu R}^3 \Sigma_R^+{}^{(n)} - \frac{1}{4} \overline{\Sigma_R^+{}^{(n)}} \gamma^\mu W_{\mu R}^+ \Sigma_R^0{}^{(n)} \\
&- \frac{1}{4} \overline{\Sigma_R^0{}^{(n)}} \gamma^\mu W_{\mu R}^- \Sigma_R^+{}^{(n)} + \frac{1}{4} \overline{\Sigma_R^0{}^{(n)}} \gamma^\mu W_{\mu R}^+ \Sigma_R^-{}^{(n)} \\
&- \frac{1}{2} \overline{\Sigma_R^-{}^{(n)}} \gamma^\mu W_{\mu R}^3 \Sigma_R^-{}^{(n)} - \frac{1}{4} \overline{\Sigma_R^+{}^{(n)}} \gamma^\mu W_{\mu R}^+ \Sigma_R^0{}^{(n)} \\
&+ \frac{1}{4} \overline{\Sigma_R^0{}^{(n)}} \gamma^\mu W_{\mu R}^+ \Sigma_R^-{}^{(n)} + \frac{1}{4} \overline{\Sigma_R^-{}^{(n)}} \gamma^\mu W_{\mu R}^- \Sigma_R^0{}^{(n)}
\end{aligned} \tag{4-40}$$

4.4. Lagrangiano de Yukawa

El Lagrangiano de Yukawa ofrece la interacción de leptones, quarks, tripletes leptónicos con el bidoblete y los dobletes de Higgs, dicho Lagrangiano se escribe como.

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_Y &= \sum_{n=1}^3 \sum_{m=1}^3 [h_\ell^{nm} \overline{\ell_L^{(n)i}} \ell_R^{(m)j} \phi_j^i + \tilde{h}_\ell^{nm} \overline{\ell_L^{(n)i}} \ell_R^{(m)j} \tilde{\phi}_j^i] + h.c. \\
&+ \sum_{n=1}^3 \sum_{m=1}^3 [h_q^{nm} \overline{q_L^{(n)i}} q_R^{(m)j} \phi_j^i + \tilde{h}_q^{nm} \overline{q_L^{(n)i}} q_R^{(m)j} \tilde{\phi}_j^i] + h.c. \\
&+ \sum_{n=1}^3 \sum_{m=1}^3 Y^{nm} [\overline{\ell_L^{(n)i}} (\Sigma_{Lj}^{(m)i*})^c H_L^j + \overline{(\Sigma_{Rj}^{(n)i*})^c} \ell_R^{(m)i} H_{jR}] + h.c. \\
&+ \sum_{n=1}^3 \sum_{m=1}^3 M^{nm} [\overline{\Sigma_{Lj}^{(n)i}} (\Sigma_{Lj}^{(m)i*})^c + \overline{(\Sigma_{Rj}^{(n)i*})^c} \Sigma_{Rj}^{(m)i}] + h.c.
\end{aligned} \tag{4-41}$$

Teniendo en cuenta ν_L , N_R y $\Sigma_{L,R}^0$ son de tipo Majorana, se escribe

$$\overline{\nu_L^{(n)}} N_R^m = \frac{1}{2} \overline{\nu_L^{(n)}} N_R^m + \frac{1}{2} \overline{(N_R^m)^C} (\nu_L^{(n)})^c$$

y

$$\overline{(\Sigma_R^{o(n)})^c} N_R^{(m)} = \frac{1}{2} \overline{(\Sigma_R^{o(n)})^c} N_R^{(m)} + \frac{1}{2} \overline{(N_R^{(m)})^c} \Sigma_R^{o(m)}$$

con lo que el Lagrangiano de Yukawa se puede escribir compuesto de dos partes, una neutra y la otra cargada. Si se separa estos términos y se evalúan en el V.E.V, se obtiene para el sector neutro:

$$\begin{aligned}
\langle \mathcal{L}^{\text{Lep. neutros}} \rangle = & \sum_{n,m} \frac{k_1}{2\sqrt{2}} h_\ell^{nm} [\overline{\nu_L^{(n)}} N_R^{(m)} + \overline{(N_R^{(n)})^c} (\nu_L^{(m)})^c] \\
& + \frac{v_R}{4\sqrt{2}} Y^{nm} [\overline{(\Sigma_R^{0(n)})^c} N_R^{(m)} + \overline{(N_R^{(n)})^c} \Sigma_R^{0(m)}] \\
& + \frac{1}{2} M^{nm} [\overline{\Sigma_L^{0(n)}} (\Sigma_L^{0(m)})^c + \overline{(\Sigma_R^{0(n)})^c} \Sigma_R^{0(m)}] + h.c.
\end{aligned} \tag{4-42}$$

y para el sector cargado leptónico, se tiene:

$$\begin{aligned}
\langle \mathcal{L}^{\text{Lep. cargado}} \rangle = & \sum_{n,m} \frac{k_1}{2\sqrt{2}} \tilde{h}_\ell^{nm} \overline{e_L^{(n)}} e_R^{(m)} + \frac{v_R}{2} Y^{nm} \overline{(\Sigma_R^{+(n)})^c} e_R^{(m)} \\
& + M^{nm} \overline{\Sigma_L^{+(n)}} (\Sigma_L^{-(m)})^c + M^{nm} \overline{(\Sigma_R^{+(n)})^c} \Sigma_R^{-(m)} + h.c.
\end{aligned} \tag{4-43}$$

Con esto se obtiene las siguientes matrices de masa. Para el sector neutro en la base $((\nu_L^{(n)})^c, N_R^{(n)}, \Sigma_R^{0(n)})$

$$\frac{1}{2} M_0 = \begin{pmatrix} 0 & \frac{k_1}{2\sqrt{2}} h_\ell^{nm} & 0 \\ \frac{k_1}{2\sqrt{2}} h_\ell^{nm} & 0 & \frac{v_R}{4\sqrt{2}} Y^{nm} \\ 0 & \frac{v_R}{4\sqrt{2}} Y^{nm} & \frac{1}{2} M^{nm} \end{pmatrix} \tag{4-44}$$

mientras que $\Sigma_L^{0(n)}$ no mezcla, por lo que aparece con la masa

$$\frac{1}{2} M_{\Sigma_L^0} = \frac{1}{2} M^{nm} \tag{4-45}$$

y para el sector cargado en la base $(e_R^{(n)}, \Sigma_R^{-(n)})$:

$$M_{\text{cargada}} = \begin{pmatrix} \frac{k_1}{2\sqrt{2}} \tilde{h}_\ell^{nm} & 0 \\ \frac{v_R}{4} Y^{nm} & M^{nm} \end{pmatrix} \tag{4-46}$$

y:

$$M_{(\Sigma_L^\pm)^c} = M^{nm} \tag{4-47}$$

4.5. Masas de neutrinos: mecanismo see-saw tipo III

Si en la matriz (4-44) se asume que

$$M^{nm} \gg Y^{nm} v_R \gg k_1 h_\ell^{nm},$$

la diagonalización resulta en tres escalas de masa para neutrinos:

1. Muy liviano:

$$M_1 = \frac{k_1^2}{v_R^2} h_\ell^{nm} (Y^{nm})^{-1} M^{nm} (Y^{nm})^{-1} h_\ell^{nm}$$

2. Pesado:

$$M_2 = -\frac{v_R^2}{2} Y^{nm} (M^{nm})^{-1} Y^{nm}$$

3. Muy pesado:

$$M_3 \approx M^{nm}$$

En particular, se observa que M_1 tiene la estructura:

$$M_1 \approx \frac{k_1^2}{2M_2} |h_\ell^{nm}|^2$$

como se asume $k_1 |h_\ell^{nm}| \ll M_2$, se obtiene

$$\boxed{M_1 \ll k_1}$$

es decir, con una escala grande (M_2) se genera una escala pequeña M_1 , obteniendo así un tipo de mecanismo see-saw, en el cual introduciendo neutrinos pesados (tripletes fermiónicos), se obtiene neutrinos con masa liviana (tipo III).

4.6. Masa de leptones cargados

La matriz (4-46) no se puede diagonalizar por una transformación usual, para llevar a estados de masa. Para ello, resulta eficiente diagonalizar dicha matriz a través de una transformación biunitaria. Para ello se considera

$$M = \begin{pmatrix} a & 0 \\ b & c \end{pmatrix} \quad (4-48)$$

donde $a = \frac{k_1}{\sqrt{2}} \tilde{h}_\ell^{nm*}$, $b = \frac{v_R}{2} Y^{nm}$ y $c = M^{nm}$. Dicha matriz no es normal debido a,

$$M^T = \begin{pmatrix} a & b \\ 0 & c \end{pmatrix} \neq M \implies [M, M^T] \neq 0$$

Para diagonalizar esta matriz se utiliza la transformación biunitaria:

$$V^T M U = m \equiv m_\alpha \delta_{\alpha\beta} \quad (4-49)$$

Para encontrar V y U , se contruye la siguiente matriz normal:

$$N = MM^T = \begin{pmatrix} a^2 & ab \\ ab & b^2 + c^2 \end{pmatrix} \quad (4-50)$$

que al ser simétrica se puede diagonalizar con una transformación unitaria. Se asume que V diagonaliza N , tal que:

$$V^T N V = m^2 = m_\alpha^2 \delta_{\alpha\beta} \quad (4-51)$$

Para encontrar V , se procede de manera tradicional, calculando primero los valores propios:

$$\begin{aligned} |N - \lambda| = 0 &\implies \begin{vmatrix} a^2 - \lambda & ab \\ ab & b^2 + c^2 - \lambda \end{vmatrix} = c^2(a^2 + b^2) - \lambda a^2 - \lambda(b^2 + c^2) + \lambda^2 - b^2 c^2 = 0 \\ &\implies \lambda^2 - (a^2 + b^2 + c^2)\lambda + a^2 c^2 = 0 \\ &\implies \lambda = \frac{a^2 + b^2 + c^2 \pm \sqrt{(a^2 + b^2 + c^2)^2 - 4a^2 c^2}}{2} \\ &\implies \lambda = \frac{1}{2}(a^2 + b^2 + c^2) \pm \frac{1}{2}\sqrt{(a^2 + b^2 + c^2)^2 - 4a^2 c^2} \end{aligned}$$

con lo que

$$\lambda = m_\alpha^2 = \begin{cases} m_1^2 = \frac{1}{2}(a^2 + b^2 + c^2) + \frac{1}{2}\sqrt{(a^2 + b^2 + c^2)^2 - 4a^2 c^2} = \frac{1}{2}\Sigma^2 + \frac{1}{2}\sqrt{\Sigma^4 - 4a^2 c^2} \\ m_2^2 = \frac{1}{2}\Sigma^2 - \frac{1}{2}\sqrt{\Sigma^4 - 4a^2 c^2} \end{cases} \quad (4-52)$$

con

$$\Sigma^2 = a^2 + b^2 + c^2 \quad \text{y} \quad \Sigma^4 - 4a^2 c^2 = a^4 + b^4 + c^4 + 2a^2 b^2 + 2b^2 c^2 - 2a^2 c^2$$

Los vectores propios cumplen:

$$\begin{pmatrix} a^2 & ab \\ ab & b^2 + c^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \end{pmatrix} = \lambda \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \end{pmatrix}$$

Por lo tanto, se tiene para $\lambda = m_1^2$:

$$\begin{aligned} a^2V_1 + abV_2 &= m_1^2V_1 \\ abV_1 + (b^2 + c^2)V_2 &= m_1^2V_2 \end{aligned}$$

si se selecciona $V_1 = 1$, se tiene que

$$V_2 = \frac{m_1^2 - a^2}{ab}$$

por lo que el primer vector propio normalizado es

$$VP_1 = N \begin{pmatrix} 1 \\ \frac{m_1^2 - a^2}{ab} \end{pmatrix} \quad \text{con} \quad N^2 = \frac{a^2b^2}{a^2 + b^2 + (m_1^2 - a^2)^2} \quad (4-53)$$

de la misma manera se construye el segundo vector propio para $\lambda = m_2^2$, con lo que se obtiene

$$VP_2 = N' \begin{pmatrix} 1 \\ \frac{m_2^2 - a^2}{ab} \end{pmatrix} \quad \text{con} \quad N'^2 = \frac{a^2b^2}{a^2 + b^2 + (m_2^2 - a^2)^2} \quad (4-54)$$

Estos dos vectores propios son ortogonales. Además, de la Ec (4-52) se observa que las masas se pueden relacionar de la siguiente forma

$$(m_2^2 - a^2) = -\frac{a^2b^2}{m_1^2 - a^2} \quad (4-55)$$

con lo que N'^2 en (4-54) se puede escribir como:

$$N'^2 = \frac{a^2b^2}{a^2b^2 + \frac{a^4b^4}{(m_1^2 - a^2)^2}} = \frac{a^2b^2(m_1^2 - a^2)^2}{a^2b^2(m_1^2 - a^2)^2 + a^4b^4} = \frac{(m_1^2 - a^2)^2}{a^2b^2 + (m_1^2 - a^2)^2} = 1 - N^2$$

Se define el ángulo de rotación como:

$$\begin{aligned} C_\theta^2 &= N^2 = \frac{a^2b^2}{a^2 + b^2 + (m_1^2 - a^2)^2} \\ S_\theta^2 &= N'^2 = \frac{a^2b^2}{a^2 + b^2 + (m_2^2 - a^2)^2} \end{aligned} \quad (4-56)$$

Reemplazando estos ángulos de rotación en los vectores propios se tiene finalmente la matriz de rotación V :

$$V = \begin{pmatrix} C_\theta & S_\theta \\ S_\theta & -C_\theta \end{pmatrix} \quad (4-57)$$

La otra matriz de la transformación biunitaria en (4-51), se construye de la siguiente forma

$$m^2 = U^T (M^T M) U$$

$$M^T M = \begin{pmatrix} a & b \\ 0 & c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a & 0 \\ b & c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a^2 + b^2 & bc \\ bc & c^2 \end{pmatrix}$$

para encontrar U se procede de la misma forma, con lo que se obtiene

$$U = \begin{pmatrix} S'_\theta & -C'_\theta \\ C'_\theta & S'_\theta \end{pmatrix} \quad (4-58)$$

con

$$S'^2_\theta = \frac{(m_1^2 - c^2)^2}{b^2 c^2 + (m_1^2 - c^2)^2} \quad \text{y} \quad C'^2_\theta = \frac{b^2 c^2}{b^2 c^2 + (m_1^2 - c^2)^2} \quad (4-59)$$

4.6.1. Estados de masa

Para ver como rotan los estados, se vuelve al Lagrangiano de masa, (4-43) para la mezcla del sector cargado

$$\begin{aligned} \langle \mathcal{L}^{\text{Lep. cargado}} \rangle = & \sum_{n,m} \frac{k_1}{2\sqrt{2}} \tilde{h}_\ell^{nm} \overline{e_L^{(n)}} e_R^{(m)} + \frac{v_R}{2} Y^{nm} \overline{\Sigma_L^{-(n)}} e_R^{(m)} \\ & + M^{nm} + M^{nm} \overline{\Sigma_L^{-(n)}} \Sigma_R^{-(m)} + h.c. \end{aligned}$$

donde el término $\overline{\Sigma_L^{+(n)}} (\Sigma_L^{-(m)})^c$ se ignora ya que no contribuye a la mezcla. Se construye el multiplete

$$L_L^{(n)} = \begin{pmatrix} e_L^{(n)} \\ \Sigma_L^{(n)-} \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad L_R^{(m)} = \begin{pmatrix} e_R^{(m)} \\ \Sigma_R^{(m)-} \end{pmatrix}$$

de tal manera que el Lagrangiano de mezcla se escribe

$$\langle \mathcal{L} \rangle = \overline{L_L^{(n)}} \begin{pmatrix} a & 0 \\ b & c \end{pmatrix} L_R^m + h.c. = \overline{L_L^{(n)}} M L_R^m + h.c.$$

como

$$V^T M U = m \implies M = V m U^{-1}$$

Por lo que

$$\langle \mathcal{L} \rangle = \overline{L_L^{(n)}} V m U^{-1} L_R^m + h.c. = \overline{V^T L_L^{(n)}} m (U^{-1} L_R^m) + h.c.$$

con lo que se definen los estados de masa

$$L_L'^{(n)} = V^T L_L^{(n)} \quad ; \quad L_R'^{(m)} = U^{-1} L_R^{(m)} \quad (4-60)$$

como $U^{-1} = U^T$

$$U = \begin{pmatrix} S'_\theta & -C'_\theta \\ C'_\theta & S'_\theta \end{pmatrix} \quad \Longrightarrow \quad U^{-1} = \begin{pmatrix} S'_\theta & C'_\theta \\ -C'_\theta & S'_\theta \end{pmatrix}$$

Así, reemplazando en (4-60), se tiene

$$L_L'^{(n)} = \begin{pmatrix} \rho_L^{(n)-} \\ e_L'^{(n)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_\theta & S_\theta \\ S_\theta & -C_\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e_L^{(n)} \\ \Sigma_L^{(n)-} \end{pmatrix} \quad (4-61)$$

y

$$L_R'^{(n)} = \begin{pmatrix} e_R'^{(m)} \\ \rho_R^{(m)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S'_\theta & C'_\theta \\ -C'_\theta & S'_\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e_R^{(m)} \\ \Sigma_R^{(m)-} \end{pmatrix} \quad (4-62)$$

Si se encuentran las rotaciones inversas, se obtiene los estados de masa antiguos en términos de los nuevos, así,

$$\begin{aligned} e_L^{(n)} &= C_\theta \rho_L^{(n)-} + S_\theta e_L'^{(n)} \\ \Sigma_L^{(n)-} &= S_\theta \rho_L^{(n)-} - C_\theta e_L'^{(n)} \\ e_R^{(n)} &= S'_\theta e_R'^{(n)} - C'_\theta \rho_R^{(n)-} \\ \Sigma_R^{(n)-} &= C'_\theta e_R'^{(n)} + S'_\theta \rho_R^{(n)-} \end{aligned} \quad (4-63)$$

donde para

$$\rho_{L,R} \text{ corresponde la masa } m_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\sqrt{(a^2 + b^2 + c^2) + \sqrt{(a^2 + b^2 + c^2)^2 - 4a^2c^2}} \right)$$

y

$$e'_{L,R} \text{ corresponde la masa } m_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\sqrt{(a^2 + b^2 + c^2) - \sqrt{(a^2 + b^2 + c^2)^2 - 4a^2c^2}} \right)$$

4.6.2. Escenarios

Se conoce que $e'_{L,R}$ son muy livianos por lo que de la fenomenología se espera que $m_2 \ll m_1$. Para que esto se cumpla, a , b y c deben cumplir ciertas condiciones

$$\frac{m_2^2}{m_1^2} = \frac{\frac{1}{2}[\Sigma^2 - \sqrt{\Sigma^4 - 4a^2c^2}]}{\frac{1}{2}[\Sigma^2 + \sqrt{\Sigma^4 - 4a^2c^2}]} \ll 1$$

Entonces $2ac \ll \Sigma^2 = a^2 + b^2 + c^2$, por lo tanto

$$\frac{a}{2c} + \frac{c}{2a} + \frac{b^2}{2ac} \gg 1$$

esto se cumple si:

1. **Escenario A:** $a \gg c \forall b$ entonces $\frac{c}{a} \ll 1$

$$m_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\sqrt{(a^2 + b^2 + c^2) + \sqrt{(a^2 + b^2 + c^2)^2 - 4a^2c^2}} \right) \approx \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$m_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\sqrt{(a^2 + b^2 + c^2) - \sqrt{(a^2 + b^2 + c^2)^2 - 4a^2c^2}} \right) \approx 0 \text{ si } c \rightarrow 0$$

$$C_\theta = \frac{ab}{\sqrt{a^2b^2 + (M_1^2 - a^2)^2}} \approx \frac{ab}{\sqrt{a^2b^2 + b^4}} \approx \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} \approx \frac{a}{M_1}$$

$$S_\theta = \frac{(M_1^2 - a^2)}{\sqrt{a^2b^2 + (M_1^2 - a^2)^2}} \approx \frac{(M_1^2 - a^2)}{bM_1} \approx \frac{b}{M_1}$$

$$S'_\theta \approx 1; \quad C'_\theta \approx 0$$

con lo que

$$\rho_L^{\pm(n)} \approx \frac{a}{M_1} e_L^{(n)} + \frac{b}{M_1} \Sigma_L^{\pm(n)}$$

$$e_L'^{(n)} \approx \frac{b}{M_1} e_L^{(n)} - \frac{a}{M_1} \Sigma_L^{\pm(n)}$$

$$e_R'^{(n)} \approx e_R^{(n)}$$

$$\rho_R^{\pm(n)} \approx \Sigma_R^{\pm(n)}$$

Por lo tanto, R desacopla.

2. **Escenario B:** $c \gg a \forall b$, entonces $\frac{a}{c} \ll 1$

$$M_1 \approx \sqrt{b^2 + c^2}; \quad M_2 \approx 0 \text{ si } a \rightarrow 0$$

$$C_\theta \approx 0, \quad S_\theta \approx 1 \quad S'_\theta \approx \frac{b^2}{\sqrt{b^2 c^2 + b^4}} \approx \frac{b}{M_1} \quad C'_\theta \approx \frac{c}{M_1}$$

con lo que

$$\rho_R^{\pm(n)} \approx -\frac{c}{M_1} e_R^{(n)} + \frac{b}{M_1} \Sigma_R^{\pm(n)}$$

$$e_R'^{(n)} \approx \frac{b}{M_1} e_R^{(n)} + \frac{c}{M_1} \Sigma_R^{\pm(n)}$$

$$e_L'^{(n)} \approx e_L^{(n)}$$

$$\rho_L^{\pm(n)} \approx \Sigma_L^{\pm(n)}$$

Por lo tanto R acopla.

3. **Escenario C:** $a \sim c$ y $b \gg a, c$, entonces $\frac{ac}{b^2} \ll 1$

$$M_1 \approx b; \quad M_2 \approx 0$$

$$C_\theta \approx \frac{a}{b} \approx 0; \quad S_\theta \approx 1; \quad S'_\theta \approx 1; \quad C'_\theta \approx 0$$

por lo que

$$\rho_L^{\pm(n)} \approx \Sigma_L^{\pm(n)} \quad \rho_R^{\pm(n)} \approx \Sigma_R^{\pm(n)}$$

$$e_L'^{(n)} \approx e_L^{(n)} \quad e_R'^{(n)} \approx e_R^{(n)}$$

Por lo tanto, L y R desacoplan simultáneamente.

5 Producción Triplete Fermionico en LHC

5.1. El Gran Colisionador de Hadrones: LHC

El gran colisionador de hadrones (LHC) [30] es un acelerador de partículas ubicado en Ginebra, entre la frontera Fraco-Suiza y 100 m bajo tierra. En este acelerador, dos haces de protones viajan en direcciones opuestas dentro de un acelerador circular, ganando energía en cada vuelta, donde se recrean las condiciones poco tiempo después del Big-Bang. Con los datos recolectados se espera comprobar nuevos modelos más allá del ME y responder a los problemas presentes en el modelo

El LHC, consiste de un anillo de 27 kilómetros, con imanes superconductores que mantienen las partículas a lo largo de éste. Dentro del acelerador, dos haces que viajan en direcciones opuestas y en tubos separados colisionan uno con otro a muy altas energías (se espera una energía de centro de masa de 14 TeV). Las partículas dispersadas después de la colisión son detectadas y analizadas a través de dos detectores principales: ATLAS y CMS, donde se busca un amplio rango de nueva física, incluyendo la búsqueda del bosón de Higgs, dimensiones extra, partículas supersimétricas, partículas que podrían componer la materia oscura, etc. Debido a la gran cantidad de datos suministrados, se han creado sistemas avanzados de selección que permiten distinguir posibles señales de procesos no predichos por el ME, y confirmar o descartar de esta forma nuevos modelos, como por ejemplo los modelos I-D.

En particular, para evaluar el efecto de los tripletes fermiónicos responsables del mecanismo see-saw tipo III en modelos I-D, se debe identificar nuevos acoplamientos que permita la producción y decaimiento de estas nuevas partículas bajo los parámetros particulares del modelo.

5.2. Acople de fermiones cargados

El acoplamiento de fermiones y campos vectoriales se da a través del Lagrangiano fermiónico (4-34). Ahora bien, si se reemplaza los estados físicos antiguos por sus correspondientes estados de masa nuevos, es decir, (4-63) en (4-35) a (4-40), se obtiene:

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_\ell^C &= i(\overline{C_\theta \rho_L^{(n)-}} + S_\theta \overline{e_L'^{(n)}}) \gamma^\mu (D_\mu^L)^2_2 (C_\theta \rho_L^{(n)-} + S_\theta e_L'^{(n)}) \\
&+ i(\overline{S'_\theta e_R'^{(n)}} - C'_\theta \overline{\rho_R^{(n)-}}) \gamma^\mu (D_\mu^L)^2_2 (S'_\theta e_R'^{(n)} - C'_\theta \rho_L^{(n)-}) \\
&+ i(\overline{S_\theta \rho_L^{(n)-}} - C_\theta \overline{e_L'^{(n)}}) \gamma^\mu (D_\mu^L)^2_{21} (S_\theta \rho_L^{(n)-} - C_\theta e_L'^{(n)}) \\
&+ i(\overline{C'_\theta e_R'^{(n)}} + S'_\theta \overline{\rho_R^{(n)-}}) \gamma^\mu (D_\mu^L)^2_{21} (C'_\theta e_R'^{(n)} + S'_\theta \rho_L^{(n)-})
\end{aligned}$$

Al separar los términos izquierdos de los derechos y expresando los campos vectoriales en los bosones físicos de acuerdo a (4-32), se tiene:

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_\ell^C &= \overline{\rho_L^{(n)-}} \left\{ \left(-\frac{1}{2} \gamma^\mu C_\theta^2 g_L \alpha - \gamma^\mu S_\theta^2 g_L \alpha - \frac{1}{2} \gamma^\mu C_\theta^2 g' \alpha'' \right) A_\mu + \left(-\frac{1}{2} \gamma^\mu C_\theta^2 g_L \beta - \gamma^\mu S_\theta^2 g_L \beta \right. \right. \\
&\quad \left. \left. - \frac{1}{2} \gamma^\mu C_\theta^2 g' \beta'' \right) Z_\mu + \left(-\frac{1}{2} \gamma^\mu C_\theta^2 g_L \gamma - \gamma^\mu S_\theta^2 g_L \gamma - \frac{1}{2} \gamma^\mu C_\theta^2 g' \gamma'' \right) Z'_\mu \right\} \rho_L^{(n)-} \\
&+ \overline{\rho_L^{(n)-}} \left\{ \left(\frac{1}{2} \gamma^\mu S_\theta C_\theta g_L \alpha - \frac{1}{2} \gamma^\mu S_\theta C_\theta g' \alpha'' \right) A_\mu + \left(\frac{1}{2} \gamma^\mu S_\theta C_\theta g_L \beta - \frac{1}{2} \gamma^\mu S_\theta C_\theta g' \beta'' \right) Z_\mu \right. \\
&\quad \left. + \left(-\frac{1}{2} \gamma^\mu C_\theta^2 g_L \gamma - \gamma^\mu S_\theta^2 g_L \gamma - \frac{1}{2} \gamma^\mu C_\theta^2 g' \gamma'' \right) Z'_\mu \right\} e_L'^{(n)} \\
&+ \overline{e_L'^{(n)}} \left\{ \left(\frac{1}{2} \gamma^\mu S_\theta C_\theta g_L \alpha - \frac{1}{2} \gamma^\mu S_\theta C_\theta g' \alpha'' \right) A_\mu + \left(\frac{1}{2} \gamma^\mu S_\theta C_\theta g_L \beta - \frac{1}{2} \gamma^\mu S_\theta C_\theta g' \beta'' \right) Z_\mu \right. \\
&\quad \left. + \left(-\frac{1}{2} \gamma^\mu C_\theta^2 g_L \gamma - \gamma^\mu S_\theta^2 g_L \gamma - \frac{1}{2} \gamma^\mu C_\theta^2 g' \gamma'' \right) Z'_\mu \right\} \rho_L^{(n)-} \\
&\overline{e_L'^{(n)}} \left\{ \left(-\frac{1}{2} \gamma^\mu S_\theta^2 g_L \alpha - \gamma^\mu C_\theta^2 g_L \alpha - \frac{1}{2} \gamma^\mu S_\theta^2 g' \alpha'' \right) A_\mu + \left(-\frac{1}{2} \gamma^\mu S_\theta^2 g_L \beta - \gamma^\mu C_\theta^2 g_L \beta \right. \right. \\
&\quad \left. \left. - \frac{1}{2} \gamma^\mu S_\theta^2 g' \beta'' \right) Z_\mu + \left(-\frac{1}{2} \gamma^\mu S_\theta^2 g_L \gamma - \gamma^\mu C_\theta^2 g_L \gamma - \frac{1}{2} \gamma^\mu S_\theta^2 g' \gamma'' \right) Z'_\mu \right\} e_L'^{(n)} \\
&\overline{e_R'^{(n)}} \left\{ \left(-\frac{1}{2} \gamma^\mu S_\theta'^2 g_R \alpha' - \gamma^\mu C_\theta'^2 g_R \alpha' - \frac{1}{2} \gamma^\mu S_\theta'^2 g' \alpha'' \right) A_\mu + \left(-\frac{1}{2} \gamma^\mu S_\theta'^2 g_R \beta' - \gamma^\mu C_\theta'^2 g_R \beta' \right. \right. \\
&\quad \left. \left. - \frac{1}{2} \gamma^\mu S_\theta'^2 g' \beta'' \right) Z_\mu + \left(-\frac{1}{2} \gamma^\mu S_\theta'^2 g_R \gamma' - \gamma^\mu C_\theta'^2 g_R \gamma' - \frac{1}{2} \gamma^\mu S_\theta'^2 g' \gamma'' \right) Z'_\mu \right\} e_R'^{(n)} \\
&\overline{e_R'^{(n)}} \left\{ \left(\frac{1}{2} \gamma^\mu S_\theta' C_\theta' g_R \alpha' - \gamma^\mu S_\theta' C_\theta' g_R \alpha' + \frac{1}{2} \gamma^\mu S_\theta' C_\theta' g' \alpha'' \right) A_\mu + \left(\frac{1}{2} \gamma^\mu S_\theta' C_\theta' g_R \beta' - \gamma^\mu S_\theta' C_\theta' g_R \beta' \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + \frac{1}{2} \gamma^\mu S_\theta' C_\theta' g' \beta'' \right) Z_\mu + \left(\frac{1}{2} \gamma^\mu S_\theta' C_\theta' g_R \gamma' - \gamma^\mu S_\theta' C_\theta' g_R \gamma' + \frac{1}{2} \gamma^\mu S_\theta' C_\theta' g' \gamma'' \right) Z'_\mu \right\} \rho_R^{(n)-} \\
&\overline{\rho_R^{(n)-}} \left\{ \left(\frac{1}{2} \gamma^\mu S_\theta' C_\theta' g_R \alpha' - \gamma^\mu S_\theta' C_\theta' g_R \alpha' + \frac{1}{2} \gamma^\mu S_\theta' C_\theta' g' \alpha'' \right) A_\mu + \left(\frac{1}{2} \gamma^\mu S_\theta' C_\theta' g_R \beta' - \gamma^\mu S_\theta' C_\theta' g_R \beta' \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + \frac{1}{2} \gamma^\mu S_\theta' C_\theta' g' \beta'' \right) Z_\mu + \left(\frac{1}{2} \gamma^\mu S_\theta' C_\theta' g_R \gamma' - \gamma^\mu S_\theta' C_\theta' g_R \gamma' + \frac{1}{2} \gamma^\mu S_\theta' C_\theta' g' \gamma'' \right) Z'_\mu \right\} e_R'^{(n)} \\
&\overline{\rho_R^{(n)-}} \left\{ \left(-\frac{1}{2} \gamma^\mu C_\theta'^2 g_R \alpha' - \gamma^\mu S_\theta'^2 g_R \alpha' - \frac{1}{2} \gamma^\mu C_\theta'^2 g' \alpha'' \right) A_\mu + \left(-\frac{1}{2} \gamma^\mu C_\theta'^2 g_R \beta' - \gamma^\mu S_\theta'^2 g_R \beta' \right. \right. \\
&\quad \left. \left. - \frac{1}{2} \gamma^\mu C_\theta'^2 g' \beta'' \right) Z_\mu + \left(-\frac{1}{2} \gamma^\mu C_\theta'^2 g_R \gamma' - \gamma^\mu S_\theta'^2 g_R \gamma' - \frac{1}{2} \gamma^\mu C_\theta'^2 g' \gamma'' \right) Z'_\mu \right\} \rho_R^{(n)-}
\end{aligned} \tag{5-1}$$

con $\alpha, \beta, \gamma, \alpha', \beta', \gamma', \alpha'', \beta''$ y γ'' , dada por (4-33). Si se realiza la aproximación $w \rightarrow 0$, se tiene que:

$$\begin{aligned}
g_L \alpha &= g_L S_W = e & g' \alpha'' &= g_L S_W = e & g_L \beta &\approx g_L C_W \\
g_R \alpha' &= g_L S_W = e & g' \alpha'' &= g_L S_W = e & g' \gamma'' &\approx T_W T_\beta g_L \\
g' \beta'' &= g_R \beta' = g' \beta'' \approx -\frac{g_L S_W^2}{C_W} & g_R \gamma' &\approx -\frac{g_L T_W}{T_\beta} & g' \gamma'' &\approx g_L T_W T_\beta
\end{aligned} \tag{5-2}$$

con

$$\begin{aligned}
S_\beta &= \frac{g'}{\sqrt{g_R^2 + g'^2}} & C_\beta &= \frac{g_R}{\sqrt{g_R^2 + g'^2}} \\
g_L &= \frac{C_W S_\beta}{S_W} g_R = \frac{S_\beta}{T_W} g_R & g_L &= \frac{C_\beta}{T_W} g'
\end{aligned} \tag{5-3}$$

De la discusión que se hizo en la subsección 4.6.2, existen 3 escenarios para el ángulo de mezcla leptónico. En este trabajo se hace una primera exploración en el estudio de producción y decaimiento de tripletes leptónicos, por lo que nos restringiremos al **escenario A**. De esta manera, el Lagrangiano leptónico cargado queda:

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_\ell^C &= \overline{\rho_L^{(n)-}} \{(-\gamma^\mu e) A_\mu + (-\frac{1}{2} \gamma^\mu g_L C_\theta^2 C_W - \gamma^\mu S_\theta^2 g_L C_W + \frac{1}{2} \gamma^\mu C_\theta^2 e T_W) Z_\mu \\
&+ (-\frac{1}{2} \gamma^\mu C_\theta^2 g_L T_W T_\beta) Z'_\mu\} \rho_L^{(n)-} + \overline{\rho_L^{(n)-}} \{(\frac{1}{2} \gamma^\mu S_\theta C_\theta g_L C_W + \frac{1}{2} \gamma^\mu S_\theta C_\theta e T_W) Z_\mu \\
&+ (-\frac{1}{2} \gamma^\mu S_\theta C_\theta g_L T_W T_\beta) Z'_\mu\} e_L'^{(n)} + \overline{e_L'^{(n)}} \{(\frac{1}{2} \gamma^\mu S_\theta C_\theta g_L C_W + \frac{1}{2} \gamma^\mu S_\theta C_\theta e T_W) Z_\mu \\
&+ (-\frac{1}{2} \gamma^\mu S_\theta C_\theta g_L T_W T_\beta) Z'_\mu\} \rho_L^{(n)-} + \overline{e_L'^{(n)}} \{(-\gamma^\mu e) A_\mu + (-\frac{1}{2} \gamma^\mu g_L S_\theta^2 C_W - \gamma^\mu C_\theta^2 g_L C_W \\
&+ \frac{1}{2} \gamma^\mu S_\theta^2 e T_W) Z_\mu + (-\frac{1}{2} \gamma^\mu S_\theta^2 g_L T_W T_\beta) Z'_\mu\} e_L'^{(n)} + \overline{e_R'^{(n)-}} \{(-\gamma^\mu e) A_\mu + (\gamma^\mu e T_W) Z_\mu \\
&+ (\frac{1}{2} \gamma^\mu g_L S_\theta^2 \frac{T_W}{T_\beta} + \gamma^\mu g_L C_\theta^2 \frac{T_W}{T_\beta} - \frac{1}{2} \gamma^\mu g_L S_\theta^2 T_W T_\beta) Z'_\mu\} e_R'^{(n)} + \overline{e_R'^{(n)-}} \{(-\frac{1}{2} \gamma^\mu g_L S_\theta' C_\theta' \frac{T_W}{T_\beta} \\
&+ \gamma^\mu g_L S_\theta' C_\theta' \frac{T_W}{T_\beta} + \frac{1}{2} \gamma^\mu g_L S_\theta' C_\theta' T_W T_\beta) Z'_\mu\} \rho_R^{(n)-} + \overline{\rho_R^{(n)-}} \{(-\frac{1}{2} \gamma^\mu g_L S_\theta' C_\theta' \frac{T_W}{T_\beta} + \gamma^\mu g_L S_\theta' C_\theta' \frac{T_W}{T_\beta} \\
&+ \frac{1}{2} \gamma^\mu g_L S_\theta' C_\theta' T_W T_\beta) Z'_\mu\} e_R'^{(n)} + \overline{\rho_R^{(n)-}} \{(-\gamma^\mu e) A_\mu + (\gamma^\mu e T_W) Z_\mu + (\frac{1}{2} \gamma^\mu g_L C_\theta'^2 \frac{T_W}{T_\beta} \\
&+ \gamma^\mu g_L S_\theta'^2 \frac{T_W}{T_\beta} - \frac{1}{2} \gamma^\mu C_\theta'^2 g_L T_W T_\beta) Z'_\mu\} \rho_R^{(n)-}
\end{aligned} \tag{5-4}$$

Si se utilizan las relaciones (2-1) a (2-7) se tienen los siguientes términos de los acoplamientos:

1. Acoplamiento de ρ con ρ a través de A_μ :

$$\boxed{-\bar{\rho}(\gamma^\mu e A_\mu)\rho} \quad (5-5)$$

2. Acoplamiento de ρ con ρ a través de Z_μ

$$\boxed{\frac{1}{4} \frac{e}{S_W C_W} \bar{\rho} \gamma^\mu Z_\mu [g_{V(Z)}^{\rho\rho} - g_{A(Z)}^{\rho\rho} \gamma_5] \rho} \quad (5-6)$$

con g_V y g_A la parte vectorial y axial de los acoplamientos, respectivamente. Ellos tiene la forma:

$$g_{V(Z)}^{\rho\rho} = 4S_W^2 + C_\theta^2 - 2 \quad \text{y} \quad g_{A(Z)}^{\rho\rho} = C_\theta^2 - 2$$

3. Acoplamiento de ρ con ρ a través de Z'_μ

$$\boxed{\frac{1}{4} \frac{e}{C_W T_\beta} \bar{\rho} \gamma^\mu Z'_\mu [g_{V(Z')}^{\rho\rho} - g_{A(Z')}^{\rho\rho} \gamma_5] \rho} \quad (5-7)$$

con

$$g_{V(Z')}^{\rho\rho} = 2 - C_\theta'^2 - T_\theta^2 (C_\theta'^2 + C_\theta^2) \quad \text{y} \quad g_{A(Z')}^{\rho\rho} = -2 + C_\theta'^2 + T_\beta^2 (C_\theta'^2 - C_\theta^2)$$

4. Acoplamiento de ρ con e' a través de Z_μ

$$\boxed{\frac{1}{4} \frac{e S_\theta C_\theta}{S_W C_W} \bar{\rho} \gamma^\mu Z_\mu [1 - \gamma_5] e'} \quad (5-8)$$

5. Acoplamiento de ρ con e' a través de Z'_μ

$$\boxed{\frac{1}{4} \frac{e}{C_W T_\beta} \bar{\rho} \gamma^\mu Z'_\mu [g_{V(Z')}^{\rho e'} - g_{A(Z')}^{\rho e'} \gamma_5] e'} \quad (5-9)$$

con

$$g_{V(Z')}^{\rho e'} = S_\theta' C_\theta' + T_\beta^2 (S_\theta' C_\theta' - S_\theta C_\theta) \quad \text{y} \quad g_{A(Z')}^{\rho e'} = -S_\theta' C_\theta' - T_\beta^2 (S_\theta' C_\theta' - S_\theta C_\theta)$$

6. Acoplamiento de e' con e' a través de A_μ

$$\boxed{-\bar{e}'(\gamma^\mu e A_\mu)e'} \quad (5-10)$$

7. Acoplamiento de e' con e' a través de Z_μ

$$\boxed{\frac{1}{4} \frac{e}{S_W C_W} \bar{e}' \gamma^\mu Z_\mu [g_{V(Z)}^{e'e'} - g_{A(Z)}^{e'e'} \gamma_5] e'} \quad (5-11)$$

con:

$$g_{V(Z)}^{e'e'} = -1 - C_\theta^2 + 4S_W^2 \quad \text{y} \quad g_{A(Z)}^{e'e'} = 1 - C_\theta^2$$

8. Acoplamiento de e' con e' a través de Z'_μ

$$\boxed{\frac{1}{4} \frac{e}{C_W T_\beta} \bar{e}' \gamma^\mu Z'_\mu [g_{V(Z')}^{e'e'} - g_{A(Z')}^{e'e'} \gamma_5] e'} \quad (5-12)$$

con

$$g_{V(Z')}^{e'e'} = 1 + C_\theta'^2 - 3T_\beta^2 + T_\beta^2(C_\theta'^2 + C_\theta^2) \quad \text{y} \quad g_{A(Z')}^{e'e'} = -1 - C_\theta'^2 - T_\beta^2 - T_\beta^2(C_\theta'^2 - C_\theta^2)$$

En el caso del sector de quarks, no hay modificación respecto al ME excepto por un nuevo acoplamiento debido al bosón neutro Z'_μ . Se obtiene entonces los siguientes términos de acoplamiento:

1. Acoplamiento u con u a través de A_μ

$$\boxed{\frac{2}{3} \bar{u} (\gamma^\mu e A_\mu) u} \quad (5-13)$$

2. Acoplamiento u con u a través de Z_μ

$$\boxed{\frac{1}{12} \bar{u} \left(\frac{\gamma^\mu g_L Z_\mu}{C_W} \right) [g_{V(Z)}^{\bar{u}u} - g_{A(Z)}^{\bar{u}u} \gamma_5] u} \quad (5-14)$$

con

$$g_{V(Z)}^{\bar{u}u} = 3 - 8S_W^2 \quad \text{y} \quad g_{A(Z)}^{\bar{u}u} = 3$$

3. Acoplamiento u con u a través de Z'_μ

$$\boxed{\frac{1}{12} \bar{u} \left(\frac{\gamma^\mu g_L Z'_\mu}{T_\beta} \right) [g_{V(Z')}^{\bar{u}u} - g_{A(Z')}^{\bar{u}u} \gamma_5] u} \quad (5-15)$$

con

$$g_{V(Z')}^{\bar{u}u} = 7T_W T_\beta^2 - 3T_W \quad \text{y} \quad g_{A(Z')}^{\bar{u}u} = 5T_W T_\beta^2 + 3T_W$$

4. Acoplamiento d con d a través de A_μ

$$\boxed{-\frac{1}{3}\bar{d}(\gamma^\mu e A_\mu)d} \quad (5-16)$$

5. Acoplamiento d con d a través de Z_μ

$$\boxed{\frac{1}{12}\bar{d}\left(\frac{\gamma^\mu g_L Z_\mu}{C_W}\right)[g_{V(Z)}^{\bar{d}d} - g_{A(Z)}^{\bar{d}d}\gamma_5]d} \quad (5-17)$$

con

$$g_{V(Z)}^{\bar{d}d} = -3 + 4S_W^2 \quad \text{y} \quad g_{A(Z)}^{\bar{d}d} = -3$$

6. Acoplamiento d con d a través de Z'_μ

$$\boxed{\frac{1}{12}\bar{d}\left(\frac{\gamma^\mu g_L Z'_\mu}{T_\beta}\right)[g_{V(Z')}^{\bar{d}d} - g_{A(Z')}^{\bar{d}d}\gamma_5]d} \quad (5-18)$$

con

$$g_{V(Z')}^{\bar{u}u} = 2T_W T_\beta^2 + T_W \quad \text{y} \quad g_{A(Z')}^{\bar{u}u} = T_W$$

5.3. Producción de ρ

En esta sección se analiza los procesos que llevan a la producción de tripletes leptónicos cargados (ρ) [7, 9]. En particular se analiza la dependencia de la sección eficaz respecto a los parámetros libres del modelo: M_ρ , C_θ y g_L/g_R . Para eso, se implementa el modelo anterior en el programa CalcHep, el cual contiene las funciones de estructura de los protones.

5.3.1. Composición del protón

El modelo partónico fue introducido como una manera de analizar las colisiones de hadrones de alta energía dando origen al esquema de escalamiento. El modelo describe los hadrones como un conjunto de partículas puntuales casi libres. Las secciones eficaces del proceso $\sigma(pp \rightarrow X)$ se pueden calcular en primera aproximación tomando los protones como partículas de Dirac. Se asume que cualquier hadrón observado físicamente está constituido por partones que no interactúan entre sí. En el modelo partónico, la sección eficaz es:

$$\sigma(pp \rightarrow X) = \sum_{q_i, q_j} \int_0^1 dx dx' \sigma(q_i q_j \rightarrow X) f_i(x) f_j(x') \quad (5-19)$$

donde la suma es sobre los partones constituyentes de cada protón (q_i, q_j) , $\sigma(q_i, q_j \rightarrow X)$ es la sección eficaz en la aproximación de Born para el proceso $q_i, q_j \rightarrow X$ y $f_{i(j)}(x)$ como la probabilidad de encontrar el quark i o j dentro del protón también conocida como las funciones de distribución partónicas. Para el caso de la simulación se utiliza las funciones de distribución partónicas para el protón dadas por **CETQ6m** incluidas en el paquete CalcHep.

5.3.2. Sección eficaz vs Masa ρ

Considerando los acoplos (5-8) y (5-9) para los leptones y (5-13) - (5-18) para los quarks, se genera el siguiente proceso de producción en colisiones pp :

$$pp \rightarrow V(A_\mu, Z_\mu, Z'_\mu) \rightarrow e', \rho$$

Usando los valores $M_{Z'} = 2$ TeV, $g_L/g_R = 1$ y $C_\theta = 0.1$, se obtuvo la gráfica de la figura 5-1 entre sección eficaz y masa de ρ

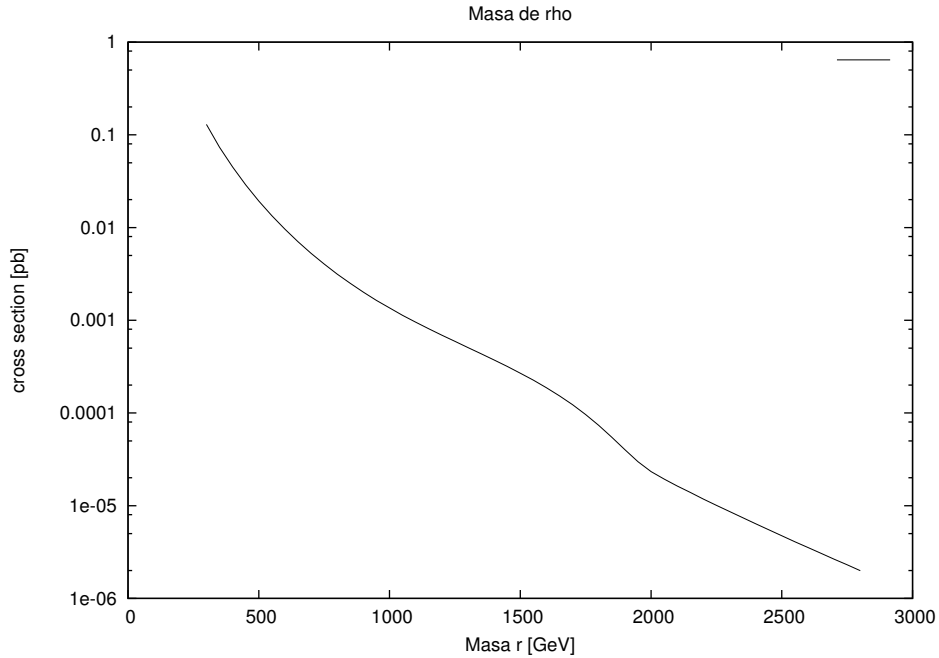


Figura 5-1: Secciones eficaces para la producción de ρ con M_ρ

En la anterior gráfica se puede observar que la sección eficaz disminuye con la masa, con un cambio apreciable en 2 TeV, correspondiente a la masa del bosón Z'_μ . Dicho cambio sucede debido a que por encima de $M_\rho = 2$ TeV, el decaimiento $Z'_\mu \rightarrow e'\rho$ se encuentra cinemáticamente restringido por conservación de energía, por lo que el proceso se lleva a cabo por producción de partículas virtuales.

5.3.3. Sección eficaz vs C_θ

De la misma manera se construye la gráfica que relaciona la sección eficaz con el ángulo de mezcla C_θ , dicha gráfica se relaciona en la figura 5-2, donde se usó los valores $M_\rho = 500$ GeV, $M_{Z'} = 2$ TeV y $g_L/g_R = 1$

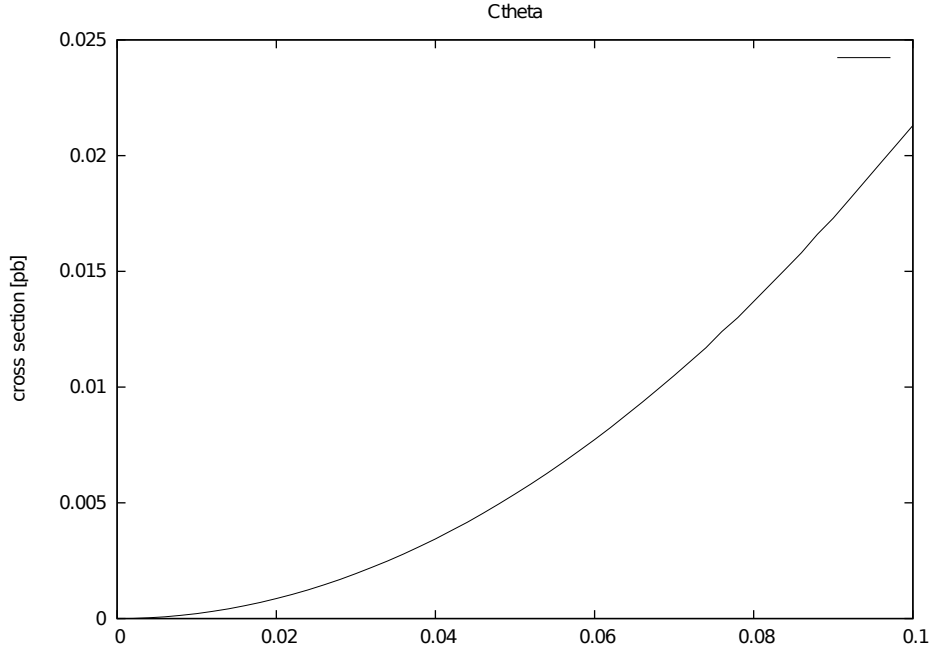


Figura 5-2: Secciones eficaces para la producción de ρ con C_θ

Como es de esperar, la producción aumenta si el ángulo de mezcla entre $e' - \rho$ aumenta.

5.3.4. Sección eficaz vs g_L/g_R

La gráfica de sección eficaz en función de las constantes de acoplamiento g_L y g_R , se muestra en la figura 5-3. Se observa que la producción se mantiene estable con un valor $\sigma \approx 0.02$ pb= 20 fb (correspondiente a $N = \sigma L = 2000$ eventos, para una luminosidad $L = 100 \text{ fb}^{-1}$) en el rango $0,1 < g_L/g_R < 1,4$. Para valores mayores de 1.4, la sección eficaz aumenta apreciablemente. Dicho comportamiento se puede entender teniendo en cuenta que los acoples con Z'_μ dependen de T_β , como se observan en las relaciones (5-9), (5-15) y (5-18).

5.4. Decaimiento de ρ

Para la dispersión pp a cuatro cuerpos $\ell^+\ell^+\ell^-\ell^-$, se considera el siguiente canal a través de fermiones ρ :

$$pp \rightarrow V(A_\mu, Z_\mu, Z'_\mu) \rightarrow \ell^\pm(\rho^\mp \rightarrow Z\ell^\mp) \rightarrow \ell^+\ell^+\ell^-\ell^- \quad (5-20)$$

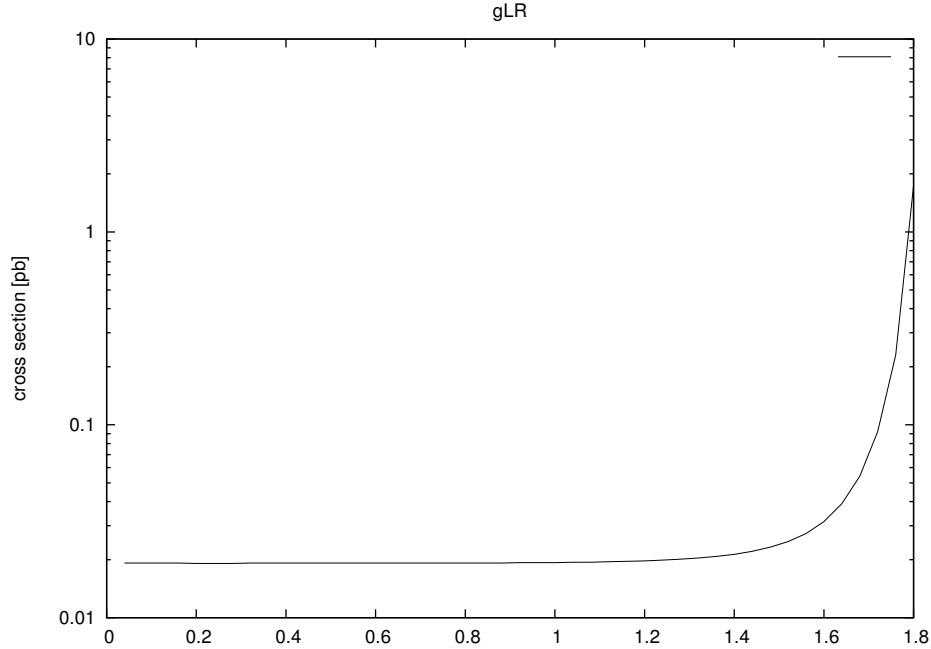


Figura 5-3: Secciones eficaces para la producción de ρ con g_L/g_R

donde el ancho de decaimiento $\rho^\mp \rightarrow Z\ell^\mp$, está dado por la expresión

$$\Gamma(\rho^\mp \rightarrow Z\ell^\mp) = \frac{g_L^2}{64\pi C_W^2} S_\theta^2 C_\theta^2 \frac{M_\rho^3}{M_Z^2} (1 - X_Z^2)^2 (1 + 2X_Z^2) \quad (5-21)$$

con $X_Z = M_Z/M_\rho$. La señal del proceso (5-20) es reconstruida usando los parámetros de producción del LHC. La configuración para la simulación de la señales es la siguiente:

- Se utiliza el paquete CalcHep v.3.1 [31] para calcular las secciones eficaces. Para este proposito se han incluido los vértices de interacción relevantes (5-5) a (5-18) en un nuevo modelo L-R en el CalcHep. Se usa las funciones de distribución partónica CTEQ6m para la estructura del protón incluidas en el paquete.
- El número de eventos generados esta dado para una luminosidad 100 fb^{-1} , se usan los valores de entrada del ME $\alpha = 0,0078$, $S_W = 0,481$ y $M_Z = 91 \text{ GeV}$; y los siguientes parámetros: $M_\rho = 500 \text{ GeV}$, $M_{Z_\mu} = 2 \text{ TeV}$, $g_L/g_R = 1$ y se tomaron dos escenarios para el ángulo de mezcla: $C_\theta = 0.01$ y 0.1 .
- Para la señal y el background, se usan los siguientes cortes cinemáticos:
 1. Se exige la presencia de cuatro leptones aislados como estado final con carga neta cero.
 2. De los cuatro leptones, al menos tres de ellos se fijan con momento transverso mayor a 30 GeV , los cuales se asociaran a leptones provenientes del triplete ρ .

3. Para restringir la contribución de procesos con dos bosones Z , $Z \rightarrow \ell^+, \ell^+, \ell^-, \ell^-$, se excluyen eventos que contengan dos leptones de cargas opuestas y con masa invariante cercana a la masa M_Z en una brecha de 5 GeV: $|m_{\pm} - M_Z| > 5 \text{ GeV}$.

- Como primera exploración solamente se tienen en cuenta procesos puramente electrodébiles sin jets en el estado final, en este caso la mayor contribución al background a cuatro leptones proviene de decaimientos de bosones Z .

En la simulación se realizarón gráficas de distribuciones de masa invariante y de energía transversa asociada a tres electrones provenientes de ρ . Se consideraron dos escenarios: escenario S_1 donde no se consideraron los cortes cinemáticos mencionados anteriormente, y el escenario S_2 considerando estos cortes. En la gráfica **5-4** se obtuvo el número de eventos tripletonicos por unidad de masa invariante, obteniendo mayor producción en la región de resonancia $M_{e^-,e^-,e^+} = 500 \text{ GeV}$ para el escenario S_1 y con $C_\theta = 0.01$. En la gráfica se compara procesos con solo modelo estándar (línea continua) y la señal (línea a trazos). Aunque se observa que para los parámetros usados se obtiene un pequeño exceso de trielectrones por encima del background, hay un bajo número de eventos (0.1 evento/5 GeV) y el el background exhibe un error que puede llegar a ser del 20%, haciendo que en la práctica el pico de la señal sea difícil de identificar. En el escenario S_2 , se optimiza la señal debido a una reducción del background, como se muestra en la figura **5-5**, donde se observa que el error relativo respecto a la señal disminuye, mejorando el análisis estadístico. Aún así prevalece el bajo número de eventos con una señal de 0.06 Eventos/5 GeV. De la misma manera se obtiene la gráfica de energía transversa a tres electrones como se muestra en la figura **5-5**, obteniendo resultados similares al anterior. En el caso con $C_\theta = 0.1$, se obtuvieron gráficas de masa invariante y energía transversa para el escenario S_2 . Como es de esperar, la distribución de la señal exhibe un aumento apreciable, ya que el acople con los leptones pesados aumenta con el ángulo de mezcla, con una cantidad de eventos del orden de 1 evento/5 GeV en el pico de masa invariante. Sin embargo, se observa en la distribución de energía transversa que la señal se ensancha y no exhibe un pico apreciable respecto al resto de la distribución.

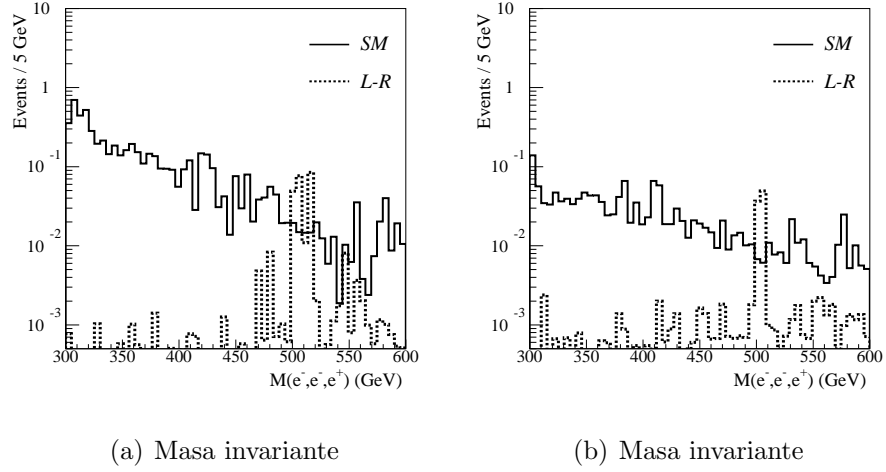


Figura 5-4: Escenario S_1 : Masa invariante sin cortes cinemáticos con $C_\theta = 0.01$ e^-, e^-, e^+

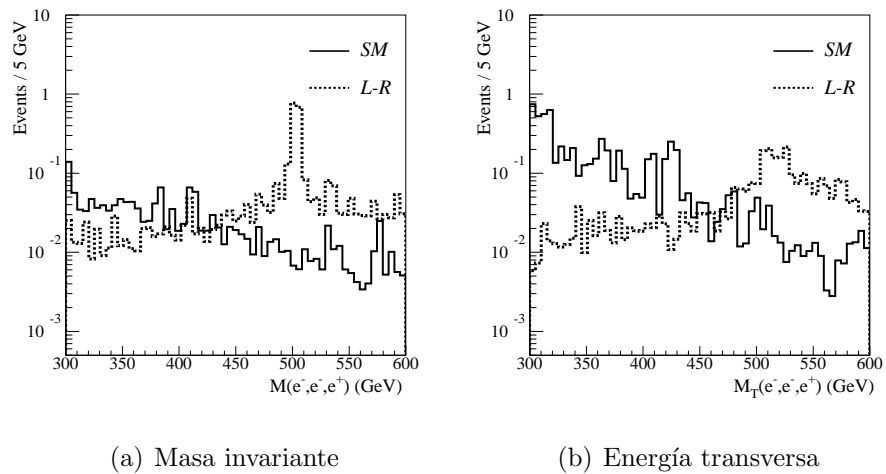


Figura 5-5: Escenario S_2 : Masa invariante y energía transversa con cortes cinemáticos y con $C_\theta = 0.1$ e^-, e^-, e^+

6 Conclusiones y Perspectivas

6.1. Conclusiones

A partir de la construcción de teorías gauge, se presentó en el capítulo 2 el Modelo Estándar (ME). En éste capítulo se presentaron aspectos importantes como son: quiralidad (2.2), el grupo gauge del ME (2.3) con sus correspondientes propiedades de los generadores (2.4) y el subgrupo $U(1)_Q$, luego se procedió a revisar los aspectos relacionados con los bosones gauge. Con esto, se analizó el sector fermiónico, y el sector escalar en el que finalmente se le da masa a los fermiones y bosones vectoriales. En este capítulo se señaló la importancia que ha jugado el ME en la construcción de otros modelos más allá del ME, la importancia de los neutrinos (sin masa) en este modelo.

La construcción de un modelo simétrico Izquierdo (Left) - Derecho (Right) (I-D) para extender el ME, y justificar algunos de los problemas teóricos que presenta el ME, como son la asimetría entre leptones izquierdos y derechos y la violación de la paridad para dar masa a los neutrinos se mostró en el capítulo 3. En éste capítulo se usó el esquema de construcción del capítulo 2, pero para el modelo I-D, también se mostró los esquemas de Rompimiento Espontáneo de la Simetría (RES), en el cual se evidenció la importancia que juegan los bidobletes en la generación de masa de los leptones.

Para incorporar la masa de los neutrinos, bajo el esquema de uno de los mecanismos (como el see-saw), se trabajó en el capítulo 4, con la introducción de tripletes leptónicos para extender las familias de leptones del ME. Junto con esta incorporación se introdujo dobletes de Higgs (izquierdo y derecho), para estar en correspondencia con lo construido en el capítulo 3. Al asignar Valor Esperado en el Vacío (V.E.V) a los dobletes y trabajar sobre el sector neutro, se llegó a los estados de masa para los leptones en un modelo I-D con mecanismo See-saw tipo III. En éste capítulo se mostró que una transformación habitual no es conveniente para rotar a estados de masa, sino que se necesita una transformación biunitaria.

En el capítulo 5, se utilizaron los resultados más relevantes de los capítulos anteriores, junto con la selección del Escenario A, para encontrar los términos de acoplamiento entre ρ y e' con los bosones físicos A_μ , Z_μ y Z'_μ . De igual manera se obtuvo para los quarks. Con estos acoplamientos se hizo una primera exploración de producción y decaimiento utilizando el programa CalcHep.

6.2. Perspectivas

Como proyección de este trabajo de grado se podría tener presente:

1. En cuanto a las representaciones escalares: Estudiar el triplete y el singlete en este modelo.
2. En cuanto a las condiciones de tipo fenomenológico: No imponer jerarquías, tener presentes cambios de sabor neutros y tener presentes términos bilineales de la forma $\Phi\tilde{\Phi}^*$
3. En cuanto a los escenarios: Estudiar las consecuencias fenomenológicas en los dos escenarios restantes (B y C).
4. En cuanto a la simulación: Explorar otros canales de decaimiento y señales bajo los escenarios y las condiciones anteriores.

Bibliografía

- [1] R.N. Mohapatra., and Pal. P.B., *Massive Neutrinos in Physics and Astrophysics*, World Scientific Lecture Notes in Physics (2004).
- [2] Hitoshi Murayama, *The origin of Neutrino Mass*, Physics World, May 2002, 35 - 39.
- [3] Martins J. A. and Ponciano J. A., *Neutrino Mixing in a Left-Right Model*, hep-ph/0212145, Vol. 1 Dec 2002.
- [4] Pavel Fileviez Perez, *Type III Seesaw and Left-Right Symmetry*, hep-ph/0809.1202, Vol. 1 Sep 2008.
- [5] Zuber Kai, *Neutrino Physics*, Institute of Physics Publishing Bristol and Philadelphia, United King, 2004.
- [6] Mohapatra R. N., *Unification and Supersymmetry: The Frontiers of Quarks-Lepton Physics*, Third Edition, Springer, New York, 2003.
- [7] F. del Aguila and J. A. Aguilar Saavedra, *Distinguishing Seesaw Models at LHC with Multi-Lepton Signals*, hep-ph/0808.2468, Vol 2, Sep 2008.
- [8] F. del Aguila and J. A. Aguilar Saavedra, *Electroweak Scale Seesaw and Heavy Dirac Neutrino Signals at LHC*, hep-ph/0809.2096, Vol 3, Jan 2009.
- [9] J. Chakraborty, *Tev Scale Double Seesaw in Left-Right Symmetry Theories*, hep-ph/1003.3154, Vol 1, Mar 2010.
- [10] S. L. Glashow, Nucl. Phys. 22, 579 (1961); S. Weinberg, Phys. Rev. Lett. 19, 1264 (1967); A. Salam, *In Elementary Particle Theory: Relativistic Groups And Analyticity* (Nobel Symposium No. 8), edited by N. Svartholm (Almqvist and Wiksell, Stockholm, 1968), p. 367.
- [11] Tong Li and Xiao-Gang He, *Neutrino Masses and Heavy Triplet Leptons at the LHC: Testability of Type III Seesaw*, hep-ph/0907.4193 Vol 4, Nov 2009.
- [12] Novaes S. F., *Standard Model: An Introduction*, hep-ph/0001283 Vol 1, Jan 2007.

- [13] P. Minkowski, Phys. Lett B **67** (1977) 421; T. Yanagida, *Proceedings of the Workshop on the Unified Theory and the Baryon Number in the Universo*, eds. O. Sawada et al., p 95 KEK Report 79-18, Tsukuba (1979); M. Gell-Mann, P. Ramond and R. Slansky, *in Supergravity*, eds. P. Van Nieuwenhuizen et al., (North-Holland, 1979), p. 315; S. L. Glashow, *In Quarks and Leptons*, Cargése, eds. M. Lévy et al., (Plenum, 1980), p. 707.
- [14] R. N. Mohapatra and G. Senjanovic, Phys. Rev. Lett. **44** (1980) 912.
- [15] G. Senjanovic, Nucl. Phys. B **153** (1979) 334.
- [16] G. Senjanovic and R. N. Mohapatra, Phys. Rev. D **12** (1975) 1502.
- [17] W. Konetschny and W. Kummer, Phys. Lett. B **70** (1977) 433; T. P. Cheng and L. F. Li, Phys. Rev. D **22** (1980) 2860; G. Lazarides, Q. Shafi and C. Wetterich, Nucl. Phys. B **181** 287; J. Schechter and J. W. F. Valle Phys. Rev. D **22** (1980) 2227; R. N. Mohapatra and G. Senjanovic, Phys. Rev. D. **23** (1981) 165.
- [18] M. B. Robinson, K. R. Bland, G. B. Cleaver and J. R. Dittmann, *A simple Introduction to Particle Physics*, , hep-ph/08010.3328, Vol 1, Oct 2008.
- [19] J. A. Martins Simoes and J. A. Ponciano, *Neutrino Mixing in a Left-Right Model*, hep-ph/0212145, Vol 1, Dec 2002.
- [20] F. M. L. Almeida Jr, Y. A. Coutinho, J. A. Martins Simoes, J. Ponciano, A. J. Ramalho and Stenio Wulk, *Minimal Left-Right Symmetric Models And New Z' Properties at Future Electron-Positron Colliders*, hep-ph/0405020, Sep 2004.
- [21] U. Sarkar, *Parity In Left-Right Symmetric Models*, hep-ph/0403276, Vol 2, Apr 2004.
- [22] W. Pauli., *in Neutrino Physics*, Cambridge University Press (1994).
- [23] E. Fermi., Z. Phys. **88**, 161 (1934).
- [24] C. L. Cowan., et.al, Science **124**, 103 (1956).
- [25] S. L. Glashow., Nucl. Phys. **22**, 579 (1961); Glashow, J. Iliopoulos and L. Maiani, Phys. Rev. D**2**, 1285 (1970); Salam, A., *Elementary Particle Theory*, Eds. W. Svartholm, Almquist and Wisksell (1968); Weinberg, S., Phys. Rev. Lett. **19**, 1264 (1967).
- [26] Y. Fukuda., *et al.*[Super-Kamiokande Collaboration], Phys. Rev. Lett. **81**, 1562 (1998)
- [27] F. del Aguila and J. A. Aguilar-Saavedra., Nucl. Phys. B **813**, 22 (2009)
- [28] T. W. B. Kibble., *Symmetry Breaking in Non-Abelian Gauge Theories*, Phys. Rev. **155**, 5 (1996); Coleman. S and E. Weinberg, Phys. Rev. D**7**, 6 (1973)

- [29] M. J. Herrero., *The Standard Model*, hep-ph/98122442 (1998)
- [30] public.web.cern.ch/public/
- [31] theory.sinp.msu.ru/puknov/calchep.html
- [32] G. Kane., *Modern Elementary Particle Physics*, Addison-Wesley (1987)
- [33] E. Abers and B Lee, *Gauge Theories*, Phys. Rev, 1-141 (1973)
- [34] Particle Data Group, D.E. Groom et., Review of Particle Physics (2010); <http://pdg.lbl.gov>
- [35] P. Langacker., (2007) *Grand Unified Theories and Proton Decay*, Phys. Rep **72** No 4, 185-385
- [36] P. Fayet., *The Standard Model and Beyond*. LPTENS-98/45; hep-ph/9812300 (1998)
- [37] S. Martin., *Supersymmetry primer*, hep-ph/9709356, vol. 3 Abr. (1999)
- [38] T. Bowles and Gavrin., *The Status of the Solar neutrino problem*, Annu. Rev. Nucl. Part. Scie., **43**, 117 (1993)
- [39] W. Greiner and B. Müller, *Quantum mechanics: symmetries*, Springer (1992).
- [40] Ch. Ta- Pei and Li. L.G., *Gauge Theory of Elementary Particle Physics*, Oxford University Press (1984).
- [41] B. Hatfield., *Quantum Field Theory of Point Particles and Strings*, Addison-Wesley (1992).
- [42] C. Itzykson and J.B. Zuber., *Quantum Field Theory* , McGraw-Hill (1985).
- [43] F. A. Ochoa., *Modelo $SU(3)_c \otimes SU(3)_L \otimes U(1)_X$* , Tesis de Maestría, Universidad Nacional de Colombia (2003)
- [44] J. F. Gunion, J. Grifols, A. Mendez, B. Kayser and F. I. Olness, Phys. Rev. D **40**, 1546 (1989); J. F. Gunion, C. Loomis and K. T. Pitts, eConf C960625, LTH096 (1996) arXiv:9610237[hep-ph].
- [45] M. Muhlleitner and M. Spira, Phys. Rev. D **68** 68, 117701 (2003).
- [46] T. Han, B. Mukhopadhyaya, Z. Si and K. Wang, Phys. Rev. D **76**, 075013 (2007).
- [47] K. Huitu, J. Maalampi, A. Pietila and M. Raidal, Nucl. Phys. B **487**, 27 (1997); J. Maalampi and N. Romanenko, Phys. Lett. B **532**, 202 (2002).
- [48] B. Dion, T. Gregoire, D. London, L. Marleau and H. Nadeau, Phys. Rev. D **59**, 075006 (1999).