

ANNEXE n° 1

NOTIONS DE CONCENTRATION

ANNEXE N° 2

1 - NOTIONS DE CONCENTRATION

1.1 - Critères de définition

Plusieurs notions de concentration existent qui peuvent être opposées par rapport à 3 critères :

- a - définition selon les débits volumiques ou les débits massiques ;
- b - définition de la quantité de matériau solide par rapport à la quantité d'eau ou par rapport à la quantité totale solide + liquide ;
- c - définition par rapport aux matériaux solides en mouvement (débit solide) ou par rapport aux matériaux solides existant à un moment donné dans une section (donc sans tenir compte de leur vitesse).

Il s'agit donc de bien connaître la définition utilisée lorsqu'on entend le mot concentration ; dans le domaine de l'érosion de type agricole, on mesure en général un débit (critère c), qu'on traduit en poids (critère a) par rapport au débit total (critère b). En hydraulique torrentielle, cette définition est utilisée également mais on rencontre plus généralement des définitions utilisant les volumes (critère a), l'une ou l'autre des possibilités selon le critère b, et en règle générale l'utilisation du débit solide selon le critère c.

1.2 - Relations de passage

On peut regarder selon chaque critère comment passer d'une possibilité à une autre :

Critère a :

Distinguons par l'indice q ou p la concentration selon les débits volumiques de la concentration selon les débits massiques, et appelons Q les flux volumiques de matériaux en distinguant par l'indice s, l ou t suivant qu'il s'agit de solide, de liquide ou de la quantité totale.

On a $C_q = \frac{Q_s}{Q_s + Q_l} = \frac{Q_s}{Q_t}$ ou $C_q = \frac{Q_s}{Q_l}$ selon l'option adoptée pour le critère b.

De la même façon, si γ désigne les poids volumiques on a :

$$C_p = \frac{\gamma_s Q_s}{\gamma_s Q_s + \gamma_l Q_l} \quad \text{ou} \quad C_p = \frac{\gamma_s Q_s}{\gamma_l Q_l}$$

Par conséquent, si ρ_s est la densité du solide par rapport au liquide :

$$\rho_s = \frac{\gamma_s}{\gamma_l}, \quad \text{on obtient}$$

$$C_p = \frac{\rho_s Q_s}{\rho_s Q_s + Q_l} \quad \text{ou} \quad C_p = \rho_s \frac{Q_s}{Q_l}$$

En utilisant les relations définies à l'étape précédente, on obtient finalement :

$$C_p = \frac{\rho_s C_q}{C_q (\rho_s - 1) + 1} \quad \text{ou} \quad C_p = \rho_s C_q$$

et

$$C_q = \frac{C_p}{\rho_s (1 - C_p) + C_p} \quad \text{ou} \quad C_q = \frac{C_p}{\rho_s}$$

} Relations 1

On voit donc que les relations de passage entre l'une ou l'autre des définitions possibles selon le critère a dépendent de la définition adoptée pour le critère b. Par contre elles doivent être indépendantes de la définition adoptée pour le critère c.

Critère b :

Déduisons maintenant les relations de passage entre les concentrations différenciées selon le critère b. En gardant les mêmes notations que ci-dessus, entre C_q et C'_q ou entre C_p et C'_p , on obtient facilement :

$$C_q = \frac{C'_q}{C'_q + 1} \quad \text{et} \quad C'_q = \frac{C_q}{1 - C_q} \quad \text{Relations 2}$$

les mêmes relations existant entre C_p et C'_p .

Critère c :

Ce critère fait intervenir la différence de vitesse entre le sédiment et l'eau. Si U_1 et U_s sont les vitesses moyennes du liquide et du solide, on peut définir des hauteurs fictives H_1 et H_s par les relations :

$$H_1 = \frac{Q_1}{U_1 \cdot L} \quad \text{et} \quad H_s = \frac{Q_s}{U_s \cdot L}$$

où L est la largeur du cours d'eau. Valables en canal rectangulaire, ces relations seraient plus délicates à définir avec un cours d'eau à section quelconque. Nous n'envisagerons pas cette possibilité ici car nous ne nous intéressons qu'aux principes qui permettent de définir des concentrations.

Ayant défini des hauteurs, on peut comme auparavant définir des concentrations, que nous indiquerons cette fois avec H :

$$C_H = \frac{H_s}{H_s + H_1} \quad \text{et} \quad C'_H = \frac{H_s}{H_1}$$

Les définitions étant de même structure que pour les autres concentrations il y a entre C_H et C'_H des relations de passage qui sont de même nature que les relations 2.

On peut essayer d'établir enfin des relations entre les concentrations définies à partir des débits et elles, définies à partir des hauteurs, par exemple entre :

$$C'_q = \frac{Q_s}{Q_1} \quad \text{et} \quad C'_H = \frac{H_s}{H_1}$$

On a en effet :

$$C'_q = \frac{Q_s}{Q_1} = \frac{U_s \cdot H_s \cdot L}{U_1 \cdot H_1 \cdot L} = \frac{U_s}{U_1} \times C'_H \quad \text{relation 3}$$

La concentration définie en débit $\frac{Q_s}{Q_1}$ est donc égale à la concentration définie à partir des hauteurs équivalentes, multipliée par le rapport de vitesses, forcément inférieur ou égal à 1.

1.3 - Concentration selon les débits

En pratique la concentration définie par les rapports des débits sera la plus utilisée ; elle permet notamment d'estimer le volume solide apporté par une crue dont on connaît le débit et le volume solide ; cette notion de concentration est donc utilisée naturellement par les projeteurs qui veulent dimensionner une plage de dépôts. C'est également celle qu'on obtient lorsqu'on effectue des prélèvements (in situ ou sur modèles réduits) et qu'on pèse les sédiments recueillis. Dans la plupart des cas, l'hypothèse d'unicité du poids volumique des sédiments solides est largement valable ; on n'a donc pas de problème pour passer des concentrations selon les débits volumiques aux concentrations sur les débits massiques (relations 1). Il y a une valeur particulière de la concentration selon cette définition, celle pour laquelle le volume d'eau et le volume de sédiments solides sont égaux. On a donc :

$$C_q = 0.5 \quad \text{et} \quad C'_q = 1$$

On en déduit les concentrations pondérales correspondantes (en prenant $\rho_1 = 2.6$).

$$C_p = 0.722 \quad C'_p = 2.6$$

Cette concentration particulière est souvent prise comme le seuil à partir duquel un écoulement peut être appelé lave torrentielle. Nous y reviendrons.

1.4 - Concentrations selon les volumes, les surfaces et les hauteurs

Si on immobilise un volume fluide à un moment donné, entre deux plans verticaux, on voit qu'on peut au moins en théorie calculer la proportion de l'espace occupée par les sédiments, dans le volume total lui-même (R^3), dans une section en travers (R^2) ou sur une hauteur (R^1). On obtient trois notions de concentrations, avec comme précédemment deux façons de les calculer, par rapport à l'espace total, ou par rapport à l'espace occupé par le fluide. Nous venons d'envisager d'une façon plus générale la concentration selon les hauteurs abordée en 1.2 ci-dessus.

L'équivalence entre concentrations selon les volumes, les surfaces et les hauteurs, semble aller de soi, mais elle n'est en fait pas évidente ; les théories issues de la morphologie mathématique nous indiquent que des mesures granulométriques prises respectivement sur une droite, une surface ou un volume sont équivalentes à la condition que la répartition du sédiment dans le volume total soit isotrope ; cette condition n'est pas vérifiée dans le cas d'écoulements peu chargés, avec

transport de fond, où l'écoulement est stratifié. Dans ce cas notamment, si on calculait le taux d'occupation linéaire de l'espace par des sédiments sur une droite parallèle à l'écoulement, on n'obtiendrait pas le même résultat suivant que la droite est proche du fond du lit du torrent ou de la surface de l'écoulement. Mais nous n'envisageons ici que des droites verticales, donc donnant une bonne idée de la répartition verticale des sédiments dans l'écoulement, et nous admettons que la répartition horizontale est suffisamment isotrope dans les deux directions pour que l'équivalence entre les trois valeurs de concentration soit plausible. Nous négligeons, ce faisant, les effets des parois.

Ces notions de concentration, comme taux d'occupation spatial, peuvent être rapprochées de la porosité de sédiments solides au repos : la porosité étant le rapport du volume des vides au volume total, la concentration selon les hauteurs C_H est le complément à l'unité de la porosité et est appelée compacité. Elle est souvent notée C^* dans la littérature anglo-saxonne.

En général, pour des sédiments au repos, la valeur de la compacité est de l'ordre de $2/3$ mais elle varie selon la forme et la dimension des grains. Selon un document du Laboratoire Central d'Hydraulique de France (1971), cette concentration, varie de 52 % à 74 % pour des sphères d'égale dimension. On tire aussi de ce document les valeurs suivantes de la compacité :

- sables : 65 % à 79 %
- graviers : 64 %
- argiles moyennement plastiques : 35 % à 55 %
- argiles très plastiques : 10 % à 25 %

Bien que la compacité soit notre concentration selon les volumes, où l'air occupe les pores entre les particules solides à la place de l'eau, ces notions ne doivent pas être assimilées, en particulier parce que le mélange eau + sédiment que l'on étudie en hydraulique torrentielle est un mélange en mouvement, mais également parce que ce mélange ne se comporte pas forcément, même en statique, comme le mélange sédiment + air, ce qui est particulièrement vrai des argiles gonflantes. C'est pour les matériaux pulvérulents que le rapprochement peut se faire de la façon la plus satisfaisante, la compacité est en effet une borne supérieure de la concentration selon les hauteurs ou les volumes ; nous y reviendrons en étudiant les fluides dilatants.

La concentration selon les volumes est très importante, car c'est elle qu'il faut utiliser dès qu'on fait l'analyse théorique du problème de l'écoulement d'une mixture diphasique, lorsqu'on applique les lois de conservation de la masse et de la quantité de mouvement. Mais il faut bien se souvenir de sa définition et ne pas l'utiliser de façon incorrecte dans la pratique des projets : en effet, comme elle donne le rapport de la hauteur des sédiments à la hauteur du liquide, on pourrait penser qu'il soit logique de s'en servir, en admettant qu'on en

connaisse la valeur, pour calculer la hauteur d'eau d'un chenal uniforme, de la façon suivante : après l'étude hydrologique donnant le débit liquide de projet on calcule la hauteur d'eau du liquide seul (par exemple avec la formule de MANNING-STRICKLER, et on lui applique la concentration selon les hauteurs pour obtenir la hauteur d'eau de la mixture ; mais il se trouve que la vitesse moyenne du même débit liquide, avec et sans débit solide, n'est pas la même, et qu'en agissant ainsi, on ne se place pas du côté de la sécurité.

La même procédure peut par contre être utilisée si la hauteur d'eau calculée avec le liquide seul, l'est à partir d'une formule tenant compte du débit solide (SMART et JAEGGI - 1983).

1.5 - Concentrations selon les débits et selon les volumes

Il est très important de ne pas confondre la concentration selon les débits volumiques et la concentration selon les volumes (ou les hauteurs), et il n'est pas toujours facile de savoir de laquelle il s'agit lorsqu'on parcourt la littérature sur ces sujets : le terme "concentration volumique" est en effet souvent utilisé mais peut très bien s'appliquer aux deux notions. La plupart du temps il s'agit de la concentration selon les débits volumiques, car c'est avec cette définition qu'on obtient le plus facilement des valeurs expérimentales en effectuant des prélèvements.

Mais, on peut aussi rencontrer le même terme avec la définition de concentration selon les volumes ; la notion de concentration selon les débits est alors simplement ignorée, les auteurs utilisant le débit solide et non son rapport en volume au débit liquide.

Le rapport de passage de la concentration selon les volumes à la concentration selon les débits est le rapport des vitesses moyennes du sédiment et du fluide (relation 3 ci-dessus). Ce rapport est généralement inconnu, il est en effet difficilement mesurable : SMART et JAEGGI (1983) le déduisent de leurs expérimentations en régime permanent, pour des pentes allant de 7 à 20 % : les valeurs varient de 0.3 à 0.6 ; si cet ordre de grandeur est correct, on voit à quel point il est nécessaire de ne pas confondre ces deux notions.

Si par contre les vitesses des sédiments et du fluide sont égales, les deux concentrations ont alors les mêmes valeurs ; c'est ce qui semble être le cas dans les expériences de TAKAHASHI (1978) qui portent sur le déclenchement de "laves torrentielles" : l'auteur utilise de façon implicite dans sa formulation théorique l'égalité des vitesses du fluide et des sédiments, se sert de la concentration selon les volumes dans les équations et vérifie les résultats théoriques obtenus en les comparant aux valeurs mesurées de la concentration selon les débits ; l'assez bonne concordance avalise a posteriori l'hypothèse de l'égalité des vitesses du fluide et des sédiments, hypothèse d'ailleurs acceptable pour le front d'une lave torrentielle, mais qui le serait difficilement pour un régime permanent comme on vient de la voir avec SMART et JAEGGI.

1.6 - Autres notions liées à la concentration

1.6.1 - Concentration linéaire

La notion de concentration linéaire, notée λ , joue un rôle important dans une théorie importante pour l'hydraulique torrentielle basée sur les expériences de BAGNOLD (1956). Cette concentration linéaire est le rapport du diamètre moyen des grains solides à la distance moyenne qui sépare les deux grains voisins.



$$\lambda = \frac{d.}{l.}$$

La distance moyenne qui sépare les centres de gravité de deux grains dans le fluide biphasique en mouvement est donc :

$$l + d = d \left(1 + \frac{1}{\lambda} \right)$$

Lorsque tout est au repos, et que les grains sont jointifs, on obtient la concentration maximum, c'est-à-dire la compacité C^* , avec une distance l nulle et $\lambda = \infty$. Quand les grains sont disjoints, la concentration selon les volumes (ou les hauteurs) est donnée par :

$$C_H = \frac{C^*}{\left(\frac{l+d}{d} \right)^3} = \frac{C^*}{\left(1 + \frac{1}{\lambda} \right)^3} \quad \text{Relation 4}$$

Cette concentration linéaire est donc reliée aux concepts déjà établis par la relation inverse ; elle est importante à connaître car elle intervient dans la loi de comportement des fluides "dilatants" sur lesquels nous aurons à revenir, car elle sert à TAKAHASHI (1978) de support pour une modélisation des laves torrentielles.

1.6.2 - Teneur en eau

On rencontre une autre variable dans la littérature traitant d'hydraulique torrentielle, en particulier lorsqu'il s'agit de laves torrentielles ; c'est la teneur en eau qui est le rapport du débit massique de solide ou débit massique de liquide. Si θ est cette teneur en eau, on a :

$$\theta = \frac{\rho_s Q_s}{\rho_l Q_l} = \frac{1}{C_p}$$

Relation 5



C'est donc l'inverse de la concentration selon les débits massiques C_q que nous avons vu en 1.2. La valeur symbolique qui séparerait le domaine des écoulements habituels du domaine des laves torrentielles ($C_q = 0.5$ voir en 1.3) correspond à $\theta = 0.38$.

1.6.3 - Densité

La densité du mélange est également une notion souvent rencontrée : si on la note ρ_m on obtient :

$$\rho_m = \frac{\gamma_L Q_L + \gamma_S Q_S}{\gamma_L (Q_L + Q_S)}$$

En explicitant on obtient :

$$\rho_m = 1 + (\rho_S - 1) C_q \quad \text{Relation 6}$$

et la valeur symbolique $C_q = 0.5$ donne pour ρ_m la valeur de 1.8.

En reportant dans cette expression de ρ_m la valeur de C_q en fonction de C_p (relation 1) obtenue ci-dessus, nous obtenons l'expression de la densité du mélange en fonction de la concentration pondérale C_p .

$$\rho_m = \frac{\rho_S}{\rho_S - C_p (\rho_S - 1)} \quad \text{Relation 7}$$

On trouve aussi parfois cette expression dans la littérature (VALLEJO - 1980 - citant SIMONS et Al - 1963 -), nous permettant ainsi de vérifier que toutes ces relations ne sont pas erronées.

1.6.4 - Concentration des matières en suspension

Très utilisée par les pédologues et les agronomes, cette notion présente par rapport aux autres définitions de concentration rencontrées précédemment, la très grosse différence de ne pas être adimensionnelle puisqu'elle donne le poids de matières en suspension (MES) par unité de volume : on obtient donc soit des tonnes/m³ soit des grammes ou milligrammes/l. La distinction qui a été faite auparavant entre concentration selon les débits ou selon les hauteurs (ou les volumes) pourrait intervenir selon qu'on mesure la concentration de vase dans un estuaire ou le taux de MES dans une rivière ou un fleuve, mais comme dans ce dernier cas, on peut considérer l'égalité des vitesses du fluide et des MES, la distinction n'est plus nécessaire.

Une possibilité d'incompréhension existe toutefois, due à la nature dimensionnelle de cette concentration : si les agronomes et les pédologues ont dans l'esprit des ordres de grandeur qui s'expriment en mg/l, les taux de MES mesurés en hydraulique torrentielle s'expriment généralement en g/l. Il faut donc bien préciser l'unité avec laquelle on présente des résultats de taux de MES.

Si on appelle C_{MES} , ce taux, on a :

$$C_{MES} = \frac{\gamma_s Q_s}{Q_s + Q_L}$$

$$\left. \begin{array}{l} C_{MES} = 200 \text{ g/l} \\ \rho_m = 1.13 \text{ g/l} \end{array} \right\} \rho_s = 2.85$$

soit :

$$C_{MES} = \gamma_s C_q$$

Relation 8

A cette relation, on peut relier le taux de MES à toutes les autres notions mesurées précédemment. Comme les préleveurs d'échantillons permettent notamment d'obtenir la densité de mélange et le taux de MES en rapprochant les relations 6 et 8 nous obtenons facilement la densité sèche de la suspension :

$$\rho_s = \frac{1}{1 - (\rho_m - 1) \frac{\gamma_L}{C_{MES}}}$$

Il faut prendre garde d'exprimer γ_L et C_{MES} dans les mêmes unités. Ces valeurs de densité sèche de suspension permettent de vérifier la qualité des mesures si le matériau en suspension est toujours le même, ou bien donnent une idée de la variabilité de la nature du matériau, si celui-ci est variable spatialement.