

Sea  $d$  = diámetro del cuerpo  $n = 30$  y  $E = 20000 \text{ kg/mm}^2$  (hierro forjado) como  $I = \frac{\pi d^4}{64}$

$$\frac{\pi d^4}{64} = \frac{30 L^2 P}{20000 \pi^2} \quad d = 0,23 \sqrt[4]{PL^2}$$

#### CASO DE SECCION RECTANGULAR

Haciendo  $b = h:2$   $I = h^4: 96$   $m = 30$   
 $E = 20000 \text{ kg/mm}^2$

$$\frac{h^4}{96} = \frac{30 L^2 P}{20000 \pi^2} \quad h = 0,35 \sqrt[4]{L^2 P}$$

#### 4. TRANSFORMACION DE MOVIMIENTOS CIRCULAR A OTRO QUE OBEDECE A UNA

##### LEY DADA.

##### 4'1 EXCENTRICAS O CAMAS.

Las excéntricas son mecanismos de contacto directo que permiten transformar un movimiento de rotación continuo en otro de translación rectilíneo o alternativo de una varilla, o en otro que obedezca a una ley dada.

##### CLASIFICACION:

Con referencia al tipo de contacto entre  $S$  y  $S'$  puede ser:

- a) Unilateral.
- b) Bilateral.

Si el contacto es unilateral, un órgano suplementario (resorte, contrapeso, pistón hidráulico etc.) asegura la permanencia del contacto  $SS'$  (Figura 1).

Cuando la cama motriz  $S$  puede conducir a  $S'$  durante toda la duración del movimiento el contacto  $SS'$ , es en éste BILATERAL (Figura 2). Ejemplo: La cama  $S$  girando alrededor de un eje  $xx$  y llevando una ranura  $R$  dentro de la cual encaja un codo  $D$  solidario a  $S'$  animado de un movimiento rectilíneo.

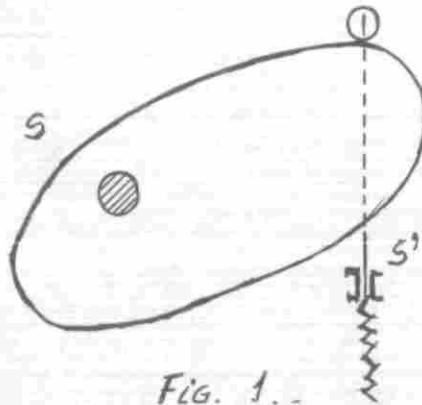


Fig. 1..

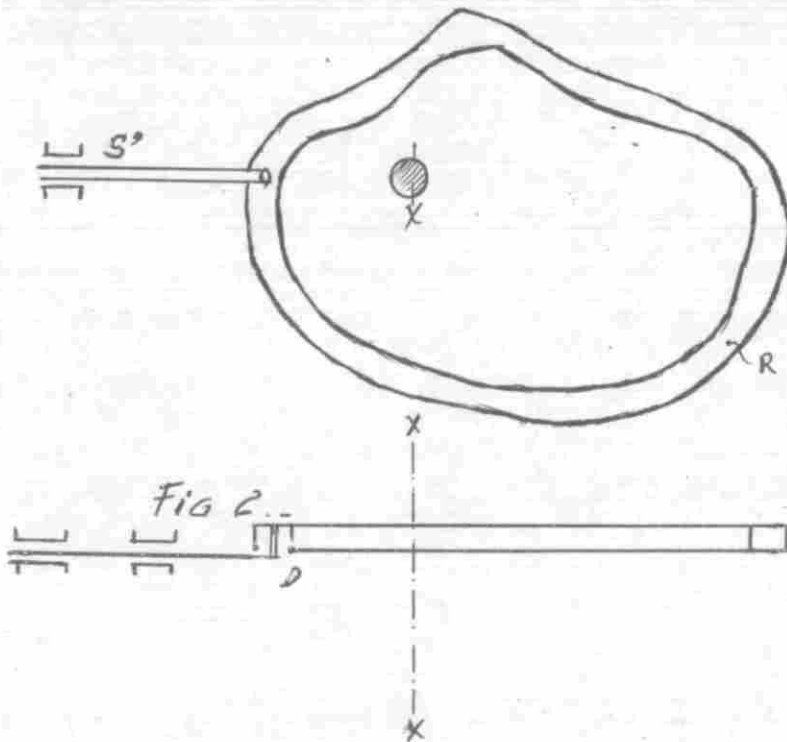


Fig 2..

caso sirve un gráfico.

Según el movimiento comunicado a  $S'$  lo dividimos:

1. ROTACION ALTERNATIVA.
2. TRANSLACION ALTERNATIVA.

El primer caso corresponde a la figura 3 y en donde el contacto se asegura por resorte. En la figura los ejes son paralelos pero pueden generalizarse a cualquier tipo de posición relativa de los ejes.

TRANSLACION ALTERNATIVA.

(Figura 4) Distingamos tres casos.

- a) Que el eje de  $S$  sea perpendicular al sentido de translación de  $S'$  (Figuras 1,2-4).
- b) Que los ejes sean concurrentes (Figura 5).
- c) Que los ejes sean paralelos (Figura 6).

El movimiento que le imponemos a  $S'$  puede ser el que se quiera (velocidad  $k_{te}$ , aceleración  $k_{ct}$ ) e inclusive desconocerlo analíticamente y en este

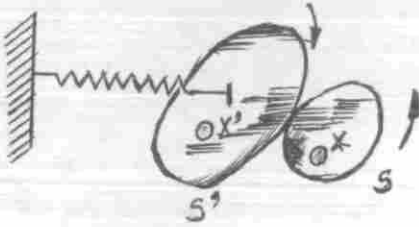


Fig. 3..

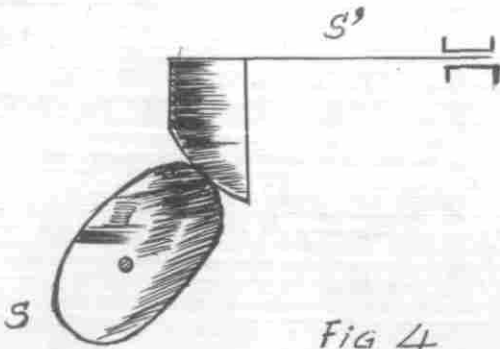


Fig 4

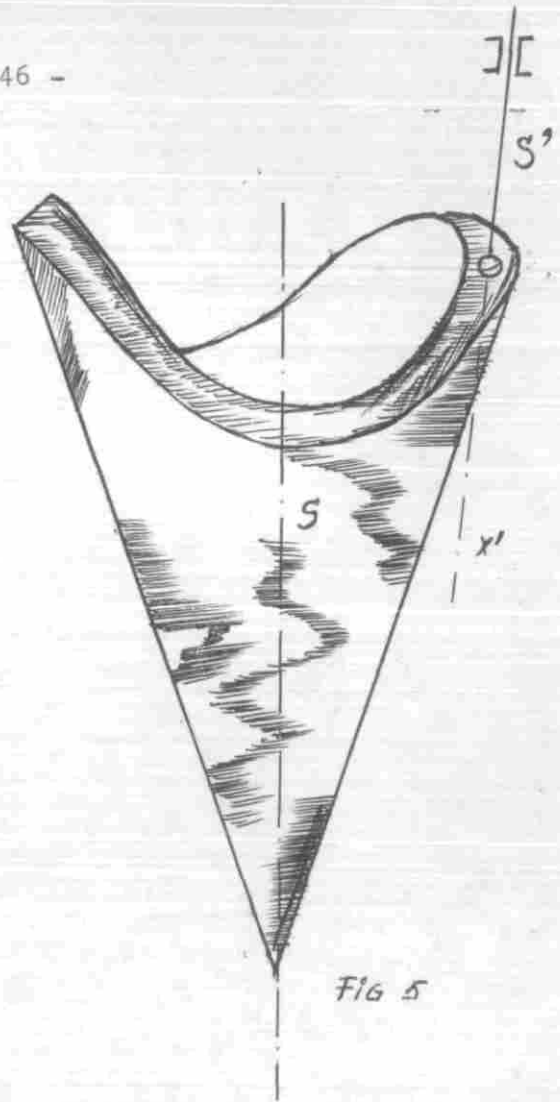


Fig 5

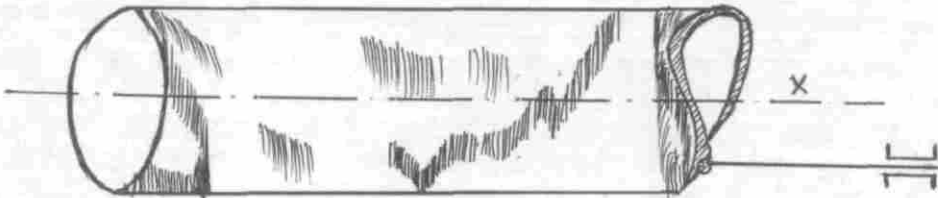


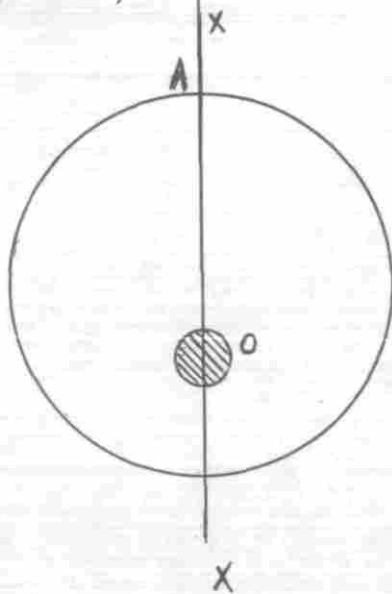
Fig 6

#### 4'2 PROBLEMAS GENERALES DE LAS CAMAS, -

CONOCIDA LA LEY DEL MOVIMIENTO DEL PUNTO DE LA VARILLA, HALLAR LA CURVA EXCENTRICA.

Recíprocamente dada la figura del contorno de la excéntrica, deducir el movimiento del punto de la varilla. Este 2º problema enunciado es secundario y no muy corriente en la práctica. Sabiendo resolver el 1º no hay dificultad en resolver el 2º.

Determinemos el contorno de la cama, o curva excéntrica, que corresponde a una cierta ley de movimiento del punto A de la varilla, buscando en coordenadas polares, la ecuación del contorno de la cama. (Figura 7).



Consideremos un punto de la varilla guiada (de longitud constante) cuyo eje es el xx, siendo la ecuación horaria del citado punto de la varilla:

$$x = f(t) \quad (1)$$

El movimiento del punto, y por consiguiente de la varilla, es producido por un árbol, de eje O, normal al plano de la (figura 7), sometido a un movimiento de rotación cuya ley es de la forma

$$\varphi = F_1(t) \quad (2)$$

$$\text{Llamando } OA = \rho = x \quad (3)$$

Fig 7

Eliminando t y x entre las ecuaciones (1) (2) (3) se obtiene una función:

$$\rho = F(\varphi) \dots\dots (4.)$$

que es la ecuación de la excéntrica en el sistema elegido como caso particular, si el movimiento de A en la varilla es uniforme de ley

$$x = v \cdot t \quad (1')$$

y también uniforme el movimiento de rotación:

$$\varphi = \omega t \quad (2')$$

eliminando X y T entre (1') (2') (3) se llega

$$\rho = \frac{v}{\omega} \varphi \quad (4')$$

y siendo  $v$  y  $\omega$  constantes por la uniformidad de ambos movimientos la (4') es una espiral de Arquímedes como ecuación pedida de la excéntrica.

### 4'3 CONSTRUCCION DE LA CURVA EXCENTRICA.

Conocida y representada la ley del movimiento de la varilla fijamos un sistema de ejes  $O't$  como de los tiempos y  $O's$  de espacios, siendo  $O'12$  el tiempo de una revolución completa de la cama.

Hallamos el radio mínimo de la cama, para ello haciendo centro en el eje de rotación de la cama trazamos la circunferencia  $OO'$ . Dividimos  $O'12$  tiempo de una rotación completa, o duración de la carrera de ida y vuelta en  $n$  partes iguales (12 partes en la figura) y en el mismo número de partes la circunferencia de radio  $OO'$ , trazando los radios  $O1'$ ,  $O2'$ ,  $O3'$ ....  $O12'$  llevamos para obtener cada punto, el  $V'$ , de la cama, sobre el radio  $O5'$  la longitud  $5'V' = 5V$  del diagrama. En la disposición de la figura, trazamos por  $V$  una paralela  $VM$  a  $O't$  que corta a  $O's$  en  $M$  con centro en  $O$  y radio  $OM$  describimos la circunferencia que corta al radio  $O5'$  en el  $V'$  punto del perfil de la cama. El lugar de los puntos así obtenidos nos da el perfil teórico de la cama,  $I' II' III' XI XII$ . Cuando  $1'$  este en  $O'$   $1/12$  de vuelta) la varilla se elva una longitud igual a  $1I$  ( $1/12$  de la carrera de ida). El perfil obtenido es el diagrama polar de los desplazamientos lineales de la varilla. *Fig 8.-*

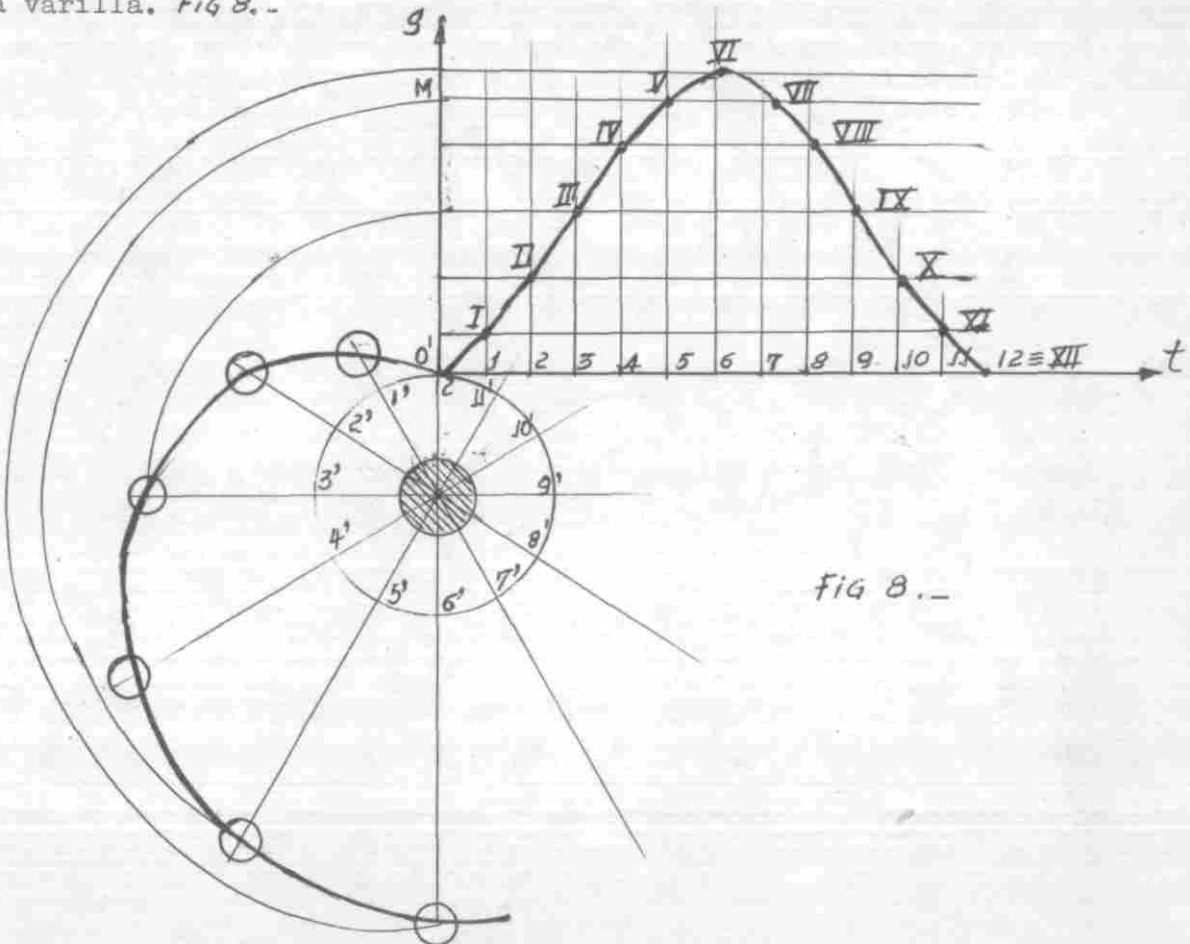


Fig 8.-

4'4 EXCENTRICAS DE CORAZON Y DE MORIN.

En la de corazón la horaria y la excéntrica están definidas por las ecuaciones (1') y (4') el movimiento de ida y vuelta de la varilla es uniforme y, por tanto, la línea de espacios, está formada por los segmentos rectilíneos O VIII y VIII, XVI de la misma pendiente siendo  $s_{VIII}$  igual a

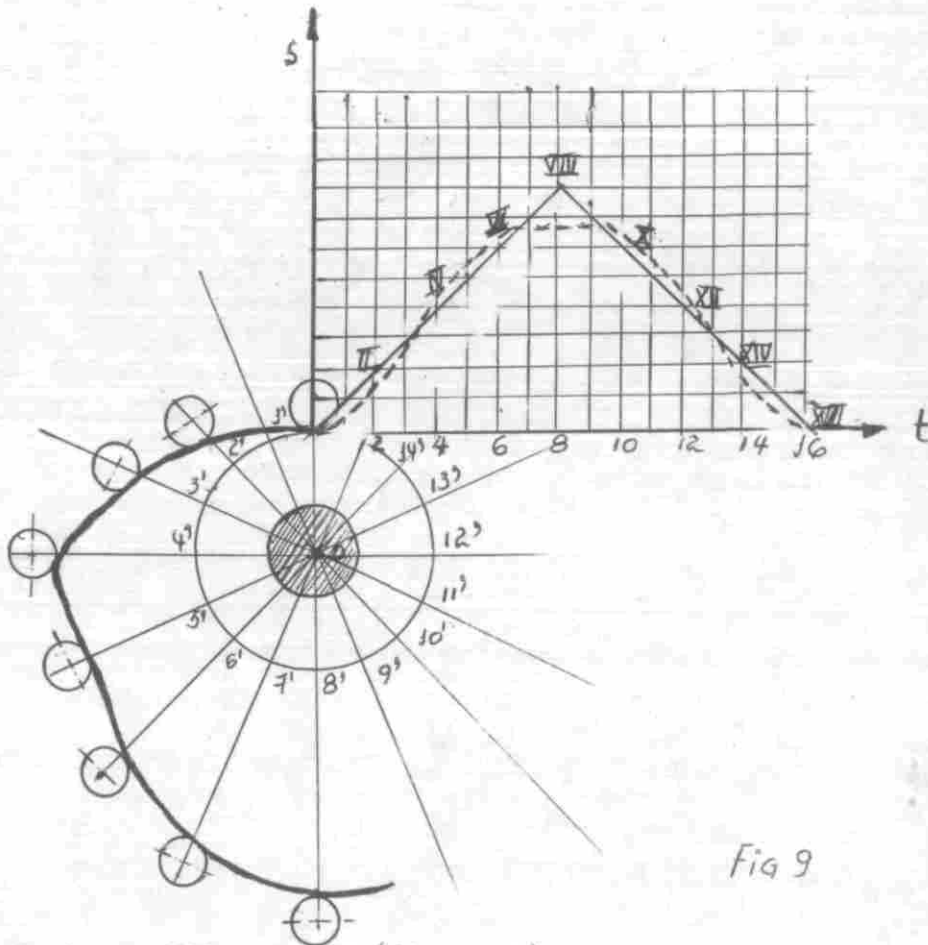


Fig 9

la carrera de la varilla guiada (figura 9).

El contorno de la cama esta formado por dos espirales de Arquimedes simétricas. En los tiempos correspondientes a 0' VIII y XVI hay cambios bruscos de velocidad, la varilla guiada cambia bruscamente de sentido y como consecuencia hay usura del mecanismo que, en parte, se disminuye con la excéntrica de Morin (ver fig). Superpuesta...

El movimiento de la varilla es uniformemente acelerado en la primera mitad de la carrera y uniformemente retardado durante la 2ª mitad siendo nula la velocidad en VI en los tiempos correspondientes a III y IX hay también

cambios bruscos menores que en la de corazón, logrando mejor rendimiento del mecanismo. El diagrama de movimiento consiste en:

1. Durante el tiempo de 0 a  $t_1$ , se presenta un ascenso uniformemente acelerado.
2. Durante el tiempo de  $t_1$  a  $t_2$  un ascenso uniformemente retardado.
3. Durante el tiempo  $t_2$  a  $t_3$  parada.

#### 4'5 CAMAS DE DOBLE MANDO.

En las anteriores camas, según se ha dicho, la varilla y rodillo (vástago) presionan el perfil de la cama: para asegurar más rígidamente el enlace y contacto se utilizan las camas de doble mando en las que existe

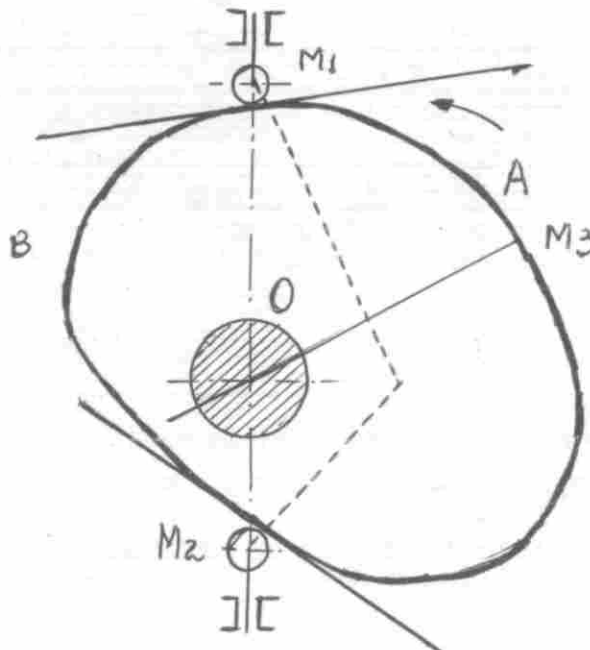


Fig. 10. -

un segundo rodillo unido al primero por una corredera, omitida en la fig.. Para su funcionamiento es preciso que todas las cuerdas del perfil que pasen por O, tengan una longitud constante  $l$ , Para lo cual dado el arco  $M_1 A M_2$  pasando por  $M_1$  y  $M_2$  se obtiene el  $M_1 B M_2$  trazando por cada punto  $M_3$  la cuerda  $M_3 O$  y tomando  $M_2 O M_4 = M_1 M_2 = l$  y para que estos arcos sean tangentes en  $M_1$  y  $M_2$  las normales  $M_1 D$  y  $M_2 D$  deben cortarse en  $D$ , situado en la perpendicular  $OD$  a  $M_1 M_2$  por  $O$

4'6 CAMAS DE DOBLE PLATO.

Para el rodillo inferior existe un segundo plato, verificandose que la

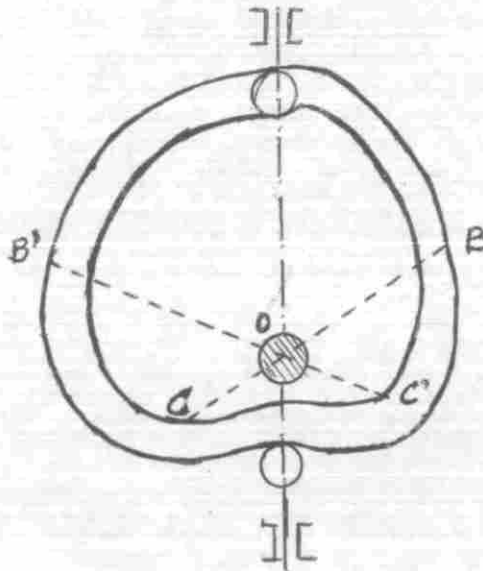


FIG II

suma de los radios vectores en cada instante es constante  $OB + OC = OB' + OC' = K$ . Fig II

4'7 CAMAS DE RANURA.

En estas a diferencia de las de contacto exterior, existe una canal cortada en una cara del plato que al girar transmite el movimiento al rodillo que se mueve dentro de dicha canal. La línea media contorno del centro del rodillo es el contorno teórico de la cama, y los de la canal son dos curvas paralelas a estas y equidistantes el radio del rodillo fig. 12



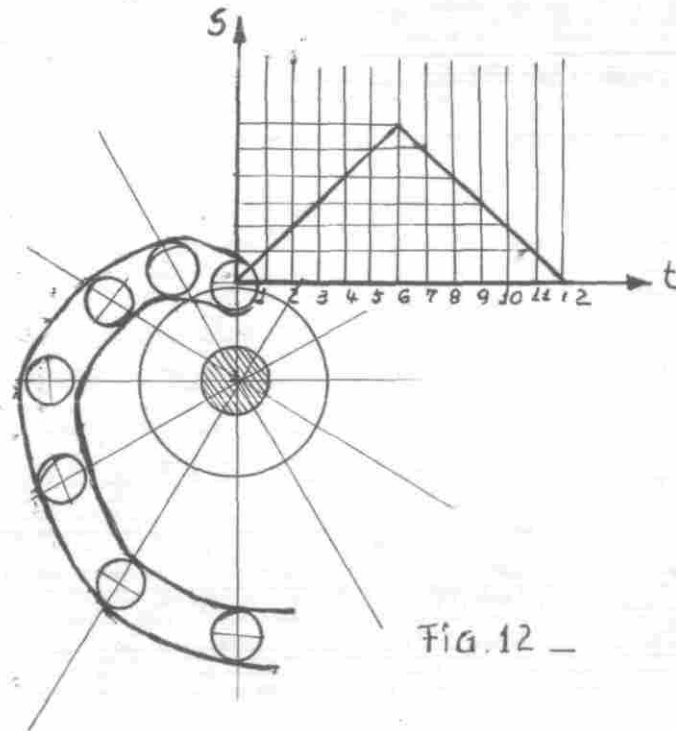


Fig.12 \_

4'8 EXCENTRICAS PROPIAMENTE DICHAS.

El contorno de la excéntrica es constante

a la barra xx que no puede tener sino un movimiento de translación periódico perpendicular a su dirección. Siendo el contorno citado la envolvente de las rectas AT. Para una posición OA del radio vector ( $AOx = \Theta$ ,  $OAT = \pi/2$ ) se traza AT perpendicular a OA y tal que  $OA = f(t)$ . Análíticamente se resuelve el problema eliminando  $\Theta$  entre la ecuación de la recta AT y su derivada obteniendo así las coordenadas del punto del contorno en función de  $\Theta$ .

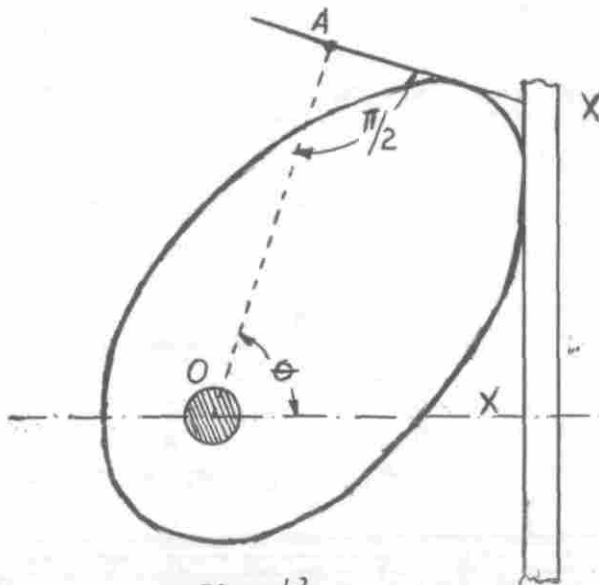


Fig 13

4'10 EXCENTRICAS DE CUADRO CIRCULAR Y TRIANGULAR.

En estas la excéntricas se mueve en el interior de un cuadro, el cual acciona el vástago, que convenientemente guiado toma un movimiento rectilíneo, cuya naturaleza depende del perfil de la excéntrica. En las excéntricas de cuadro además de la barra  $xx$ , existe otra  $x'x'$  paralela y solidaria con la primera siendo las longitudes  $M_1$  y  $M_2$  constantes e iguales a  $l$  y permaneciendo las dos barras constantemente tangentes al contorno de la excéntrica, curva de anchura constante. Para construirla dado el arco  $M_1$  a  $M_2$  se determina el otro arco  $M_1$  a  $M_2$  como evolvente de las paralelas a las tangentes en cada punto de  $M_1$  a  $M_2$  a la distancia  $l$ , o evolvente de las circunferencias descritas desde los puntos del arco  $M_1$  a  $M_2$  y radio  $M_1M_2 = l$  pudiendo existir (excéntrica triangular) o no (circular) puntos angulosos.

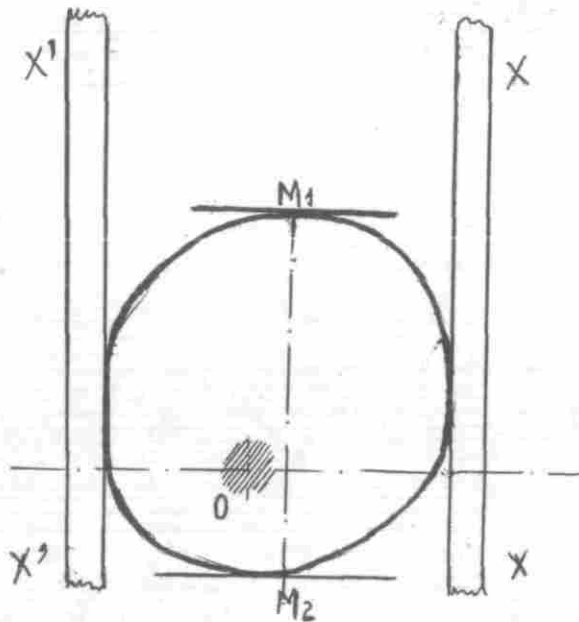


FIG. 14

EXCENTRICA DE CUADRO CIRCULAR.

En el extremo B de la varilla esta fija otra AC perpendicular a MB tangente constantemente al contorno de la excéntrica y otra A'C' perpendicular a MB también unida invariablemente a la AC e igualmente tangente a la excéntrica, cuyo contorno es una circunferencia, curva de anchura constante. La varilla conducida está, pues unida a un cuadro en cuyo interior se mueve la excéntrica. La ley del movimiento del cuadro es una senoide pues:

$$X = AB = AC + CB = R + A \cos \phi = R + A \cos \omega t.$$

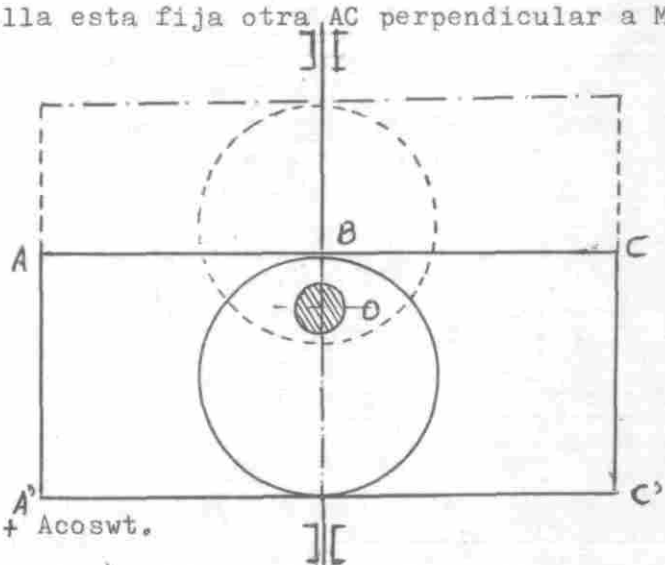


FIG. 15

EXCENTRICA DE CUADRO TRIANGULAR

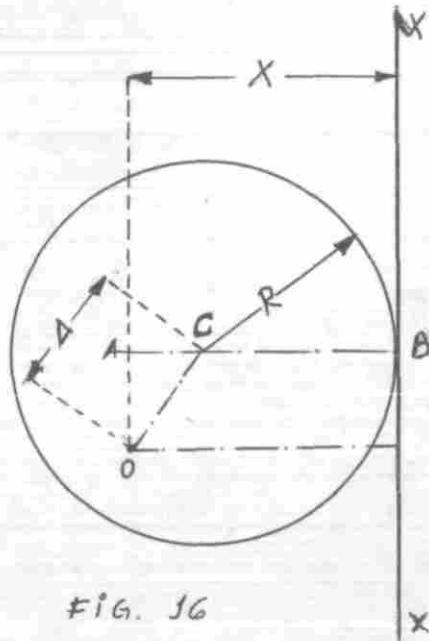


FIG. 16

Esta constituida por un triángulo curvilíneo  $Obc$  determinado describiendo desde los vértices  $O, b, c$ , del triángulo equilátero  $Ocb$  arcos de longitud igual a  $Ob = bc = cO$  formandose así un gran contorno de anchura constante, con puntos angulosos, Gira alrededor del eje  $O$ , normal a su plano y que pasa por uno de los vértices o del referido triángulo, levantando y descendiendo el cuadro, teniendo la varilla un movimiento alternativo de amplitud  $Ob$ . Es preciso ensamblarle a un plato montado en el extremo de un árbol.

Existen cuatro fases: un reposo durante  $1/6$  de revolución, un ascenso durante  $2/6$  de revolución, una detención al cabo de  $1/6$  de revolución y finalmente un descenso en el último  $2/6$ .

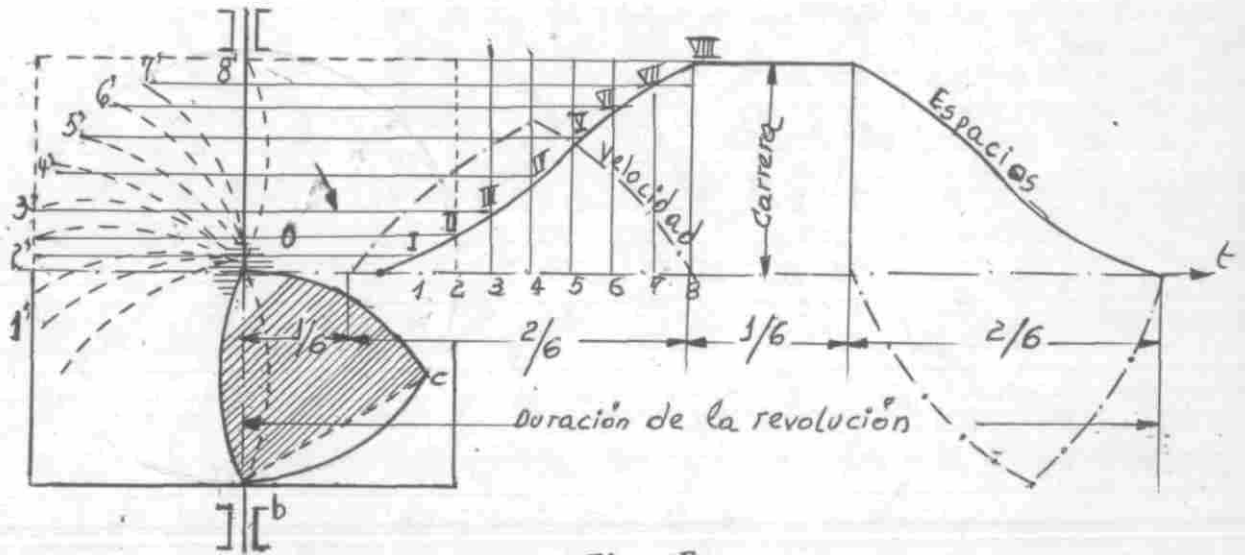
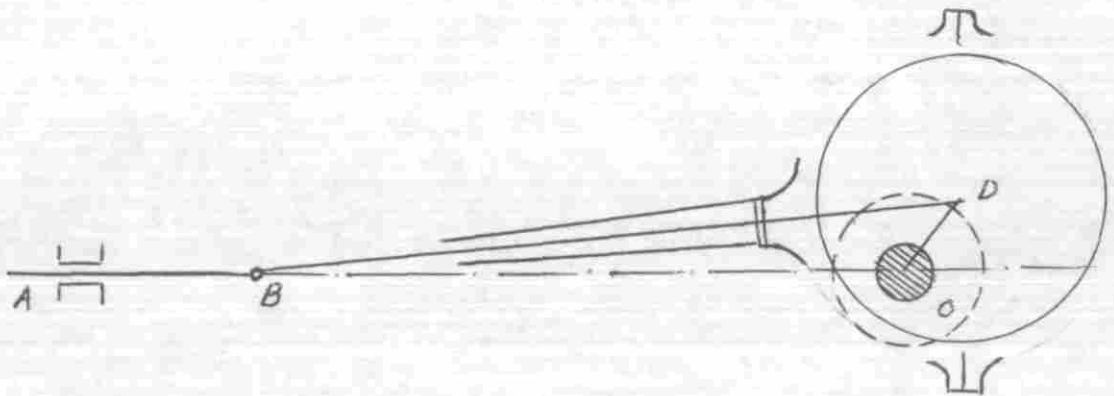


FIG 17

#### 4'11 EXCÉNTRICAS DE COLLAR.

Transforman un movimiento CC en rectilíneo acelerado no pudiendo transformar el rectilíneo acelerado en circular continuo por las resistencias de rozamiento.

Estos órganos de transmisión muy empleados constan: *fig. 18* primeramente de la excéntrica que es un disco circular macizo metálico D calado en el ár-



*Fig 18*

bol motor O y descentrado respecto del árbol (Si es de grandes dimensiones se construye vaciado); de un collar de excéntrica C constituido por dos partes que abrazan la excéntrica unida por pernos y de una barra o biela B, generalmente cilíndrica que une el collar a la varilla recibiendo el movimiento rectilíneo. Como OD y BD permanecen constantes durante la marcha, el movimiento de la varilla BA es el mismo que tendría mandada la biela BD y la manivela OD. La excéntrica propiamente dicha no se calcula ya que los esfuerzos a que está sometida son débiles.

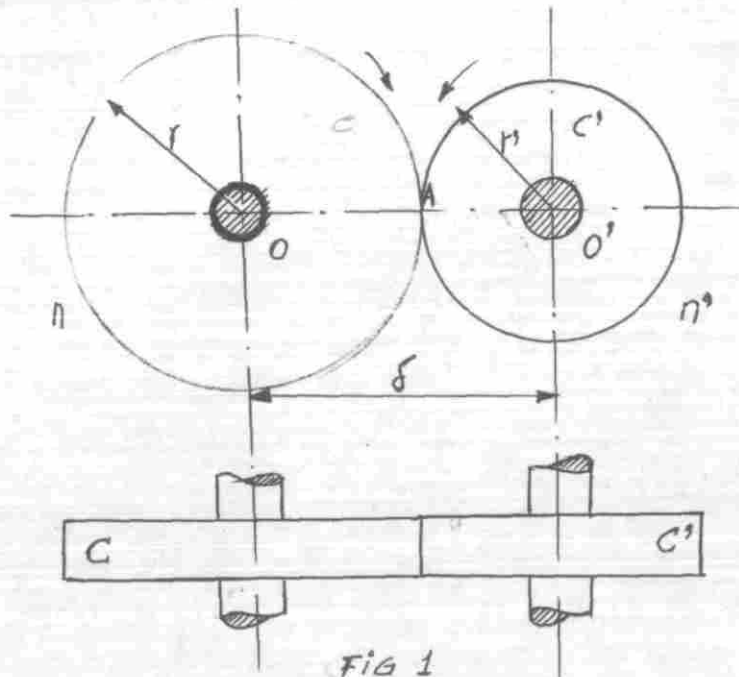
#### 5. TRANSMISION DE ENERGIA MEDIANTE ORGANOS DE RODAMIENTO.

##### 5'1 RUEDAS DE FRICCIÓN.

##### ARBOLES PARALELOS

La transmisión del movimiento circular de un árbol motor, de eje O, a otro conducido, de eje O' paralelo y próximo al primero puede hacerse mediante las ruedas de fricción, que son C y C' en contacto a lo largo de

una generatriz, calados en los árboles de ejes o y o' paralelos, de modo



que uno de ellos, conductor, arrastra al otro, conducido (Figura 1).

Llamaremos:  $n$  y  $n'$  ;  $r$  y  $r'$  el número de vueltas por minuto y los radios de las ruedas caladas en  $O$  y  $O'$  respectivamente

Para la primera rueda  $O$ , la velocidad lineal es:

$$V_1 = \frac{\pi r n}{30} \quad \text{y para la segunda: } \frac{\pi r' n'}{30} = V_2$$

Ahora bien como las dos ruedas permanecen en contacto, si no hay deslizamiento la velocidad lineal será la misma es decir.

$$V_1 = V_2 \quad \text{ó} \quad r n = r' n' \quad \therefore$$

$$\frac{r}{r'} = \frac{n'}{n} \quad (1)$$

Es decir. La relación de los números de vueltas, o R.p.m es inversa de los radios, o sea los radios son inversamente proporcionales a las vueltas por minuto.

como  $V = W r = r' W'$

$$\frac{r}{r'} = \frac{w'}{w} = \frac{n'}{n} \quad (2) \text{ Es decir: los radios son}$$

inversamente proporcionales a las velocidades angulares y estas están en razón directa del número de revoluciones por minuto.

CALCULO DE LOS RADIOS EN FUNCION DEL NUMERO DE REVOLUCIONES POR MINUTO Y DE LA DISTANCIA ENTRE EJES.

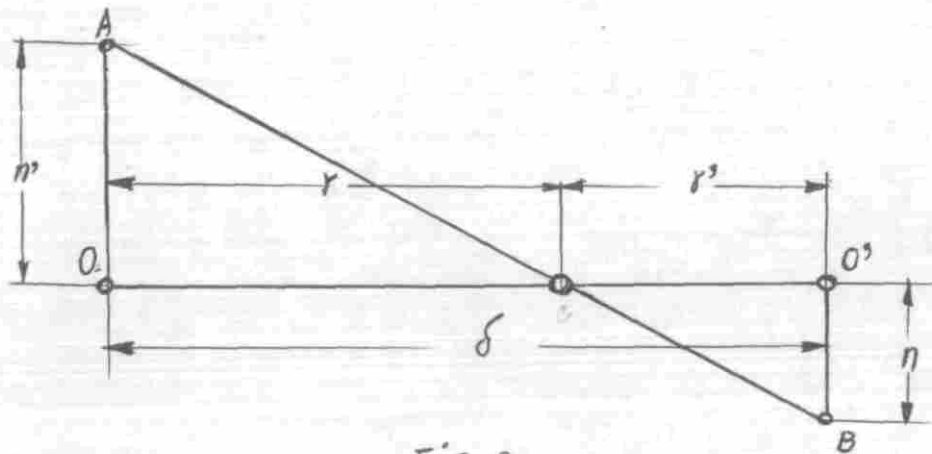


FIG 2.-

Gráficamente: Para ello llevamos a escala la distancia  $OO' = \delta$ . Luego tomamos sobre esta recta y en O  $n'$  igualmente a escala. (Fig.2) Finalmente. Llevamos  $n$ , en sentido contrario al anterior. Uniendo los puntos B y A cortamos a  $\delta$  en C.

Punto de tangencia de los cilindros o ruedas de fricción.  $OO' = \delta$ . Frecuentemente se fija la distancia  $OO'$  de los ejes de las ruedas y de la relación del número de vueltas por minuto  $K = \frac{n'}{n}$ , calculemos los radios  $r$  y  $r'$  según (1) se puede escribir.

$$K = \frac{n}{n'} = \frac{r'}{r} \dots (3)$$

$$\frac{K}{1} = \frac{r'}{r}; \quad \frac{K+1}{1} = \frac{r'+r}{r}$$

y como  $\delta = OO' = OC + CO' = r + r'$  (4)

Se tiene:

$$K + 1 = \frac{\delta}{r}; \quad r = \frac{\delta}{k + 1} \quad (5)$$

que da el valor de  $r$ .

$$r' = \delta - r = \delta - \frac{\delta}{k + 1} = k \frac{\delta}{k + 1} \quad (6)$$