

UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

SECCIONAL MEDELLIN

FACULTAD DE CIENCIAS

MODELO SIMPLE PARA EL PROCESAMIENTO DIGITAL

DE UN PATRON DE SPECKLE *

UNIVERSIDAD NACIONAL
BIBLIOTECA CENTRAL

ROBERTO RESTREPO AGUILAR

Trabajo presentado como requisito
para promoción a la categoría de
Profesor Asociado.

Medellín, Junio de 1991

* Manchita

I
535.33
R37

TABLA DE CONTENIDO

	Pág.
INTRODUCCION	1
1. PROPIEDADES FISICAS DEL SPECKLE.....	2
2. MODELO SIMPLE PARA EL PROCESAMIENTO DIGITAL DE UN PATRON DE SPECKLE.....	10
2.1 PATRON DE SPECKLE Y LA FUNCION DE TELEGRAFO ALEATORIA	10
2.2 ESTADISTICA DE SEGUNDO ORDEN	16
2.3 SUPERPOSICION DE PATRONES DE SPECKLE NO CORRELACIONADOS.....	22
CONCLUSION	27
BIBLIOGRAFIA.....	28

1.000
27-7-91
Inocencio del Acuña

UNIVERSIDAD NACIONAL
BIBLIOTECA CENTRAL

30945

INTRODUCCION

Este trabajo pretende ser un aporte al análisis y comprensión del fenómeno speckle cuya aplicación fuera de ser amplia en el desarrollo de tecnologías en el campo de la medición por métodos ópticos, abarca campos como el de las comunicaciones, tratamiento de señales y procesos relacionados.

Ocurre que la función de telégrafo aleatoria provee un modelo simple para el procesamiento de un patrón de speckle individual o una superposición de ellos con base en la intensidad. Luego a partir de el desarrollo de las estadísticas de primer y segundo orden de tal función, obtengo una representación real exponencial para el módulo del factor complejo de coherencia del patrón de speckle y muestra que el contraste de la autocorrelación de la función de telégrafo aleatoria es una medida del número de patrones de speckle superpuestos.

Finalmente quiero expresar mis agradecimientos al colega Román Castañeda S. por su valiosa colaboración, sin la cual no hubiera sido posible este trabajo.

1. PROPIEDADES FISICAS DEL SPECKLE (1)

El fenómeno del speckle ha sido analizado por largo tiempo, pero únicamente con la introducción de los láseres se ha llegado a una profunda comprensión de dicho fenómeno y con ella a muchas nuevas aplicaciones.

El speckle producido por el laser aparece cuando una superficie rugosa ópticamente es iluminada por dicho laser (o luz altamente coherente). La rugosidad de la superficie debe ser del orden de la longitud de onda de la luz usada o mayor. El campo óptico originándose desde algún punto moderadamente distante consiste de muchas onditas coherentes cada una surgiendo desde un elemento diferente de superficie. La diferencia de camino óptico entre esas onditas puede ser de varias longitudes de onda.

En resumen las ondas dispersadas desde una superficie ópticamente rugosa no solo tienen fases aleatorias sino también amplitudes reales aleatorias (2), la interferencia de las desfasadas pero coherentes onditas esféricas secundarias da como resultado un patrón de intensidad granular (titilante) que es llamada speckle. Lave (3) derivó algunos resultados básicos que tienen directa relevancia para el speckle. También son encontrados fenómenos estadísticos

enteramente análogos para el speckle del laser en la propagación de ondas de radio (4).

Los speckles aparecen en todas las partes del espacio siempre que una superficie rugosa ópticamente es iluminada con luz altamente coherente. Sin embargo, el mayor interés lo centramos en los planos imagen de la difracción de Fraunhofer. La distribución aleatoria del campo es estacionaria en el tiempo y es una función de las coordenadas espaciales. Consideramos los factores que cualitativamente determinan la forma de los speckles, y la forma de la distribución de intensidad en el patrón de difracción. En la Figura 1.1 un objeto rugoso es iluminado por una onda coherente, convergiendo a un foco en la vecindad del punto E. Por simplicidad se muestra solamente luz transmitida pero la discusión se aplica igualmente bien a una onda reflejada. La rugosidad superficial del objeto se asume localizada sobre la apertura de salida. Una simple descripción física de lo que ocurre puede ser obtenida considerando que las irregularidades son un conjunto aleatorio de lentes convergentes y divergentes. En el diagrama se indica el haz de rayos que salen de dos de tales lentes. Los rayos marcados con doble flecha pasan sin desviarse hacia el punto E. El lente convergente en Q_1 enfoca los rayos al punto P_1 , desde el cual ellos divergen como un haz relativamente estrecho, formando un frente de onda W_1 . El lente divergente Q_2 produce un haz de rayos saliendo desde una fuente virtual P_2 formando un frente de

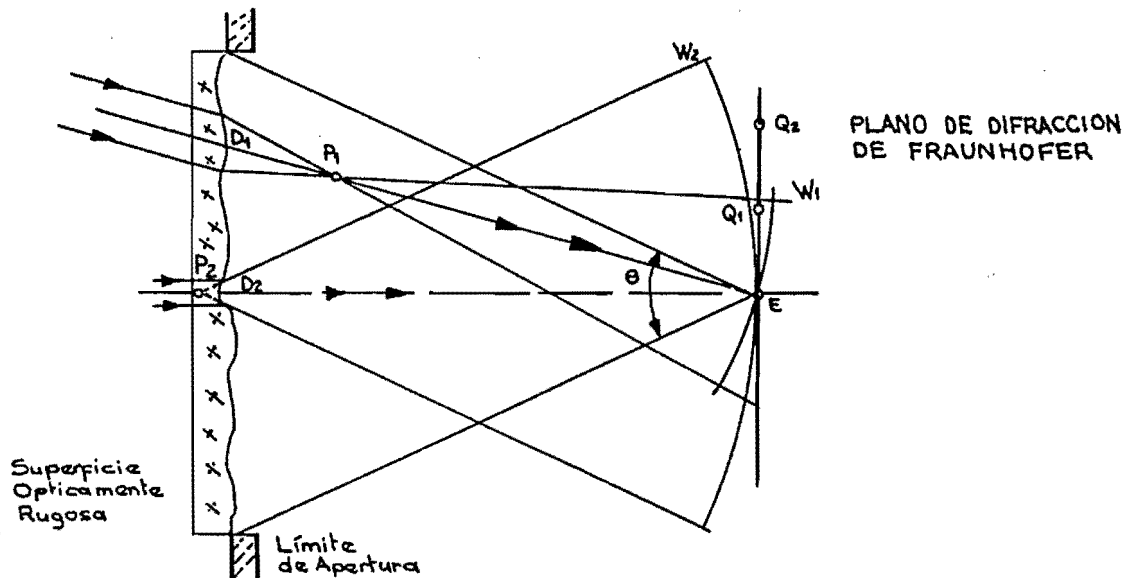


FIGURA 1.1 Diagrama que ilustra la formación del speckle en el plano de difracción de Fraunhofer.

onda W_2 . En el plano de difracción la perturbación total será la resultante de la interferencia mutua de las ondas coherentes producidas por todos los elementos (lentes) dispersores del objeto. Esas ondas tendrán entre sí fases aleatorias por la variación aleatoria del espesor óptico del objeto.

En un punto tal como Q_1 habrá luz proveniente de todos los elementos del objeto, mientras que únicamente aquellos elementos con un ángulo de dispersión de ancho generoso enviarán luz a un punto como Q_2 además de al centro E del patrón. Dado que el máximo de intensidad que puede ser producido

se incrementa con el número de ondas que interfieren, para la distribución de intensidad en el patrón de difracción se esperaría que tuviera un valor más grande en Q_1 que en Q_2 . En esta forma si el tamaño de la desviación de los elementos dispersores respecto al promedio exhibe una distribución típica gaussiana, la distribución de intensidad del patrón de difracción se esperaría que tuviera un máximo en el centro E y decreciendo continuamente hacia los bordes.

La manera de transición de esta curva dependerá de la desviación estandar, de los tamaños y curvaturas de los elementos. Por ejemplo, si todos los elementos fueran del mismo tamaño y curvatura las ondas dispersadas deberían tener la misma extensión angular y tendría la distribución de intensidad un gran máximo central con rápido decrecimiento a cero hacia los bordes. El tamaño más grande de los elementos de área producirá una desviación angular más grande. En este caso habrá un máximo central más pequeño y una transición más gradual hacia los bordes del patrón. La Figura 1.2 muestra la distribución de luz en el patrón de difracción de Fraunhofer para dos placas de vidrio esmerilado teniendo diferente rugosidad: Una placa de vidrio esmerilado muy grueso da una distribución de luz (máximo) estrecha (Figura 1.2A) y un vidrio esmerilado fino da una distribución ancha (Figura 1.2B). El espectro de frecuencia de las correspondientes superficies rugosas son mostrados en las Figuras 1.2C y 1.2D respectivamente.

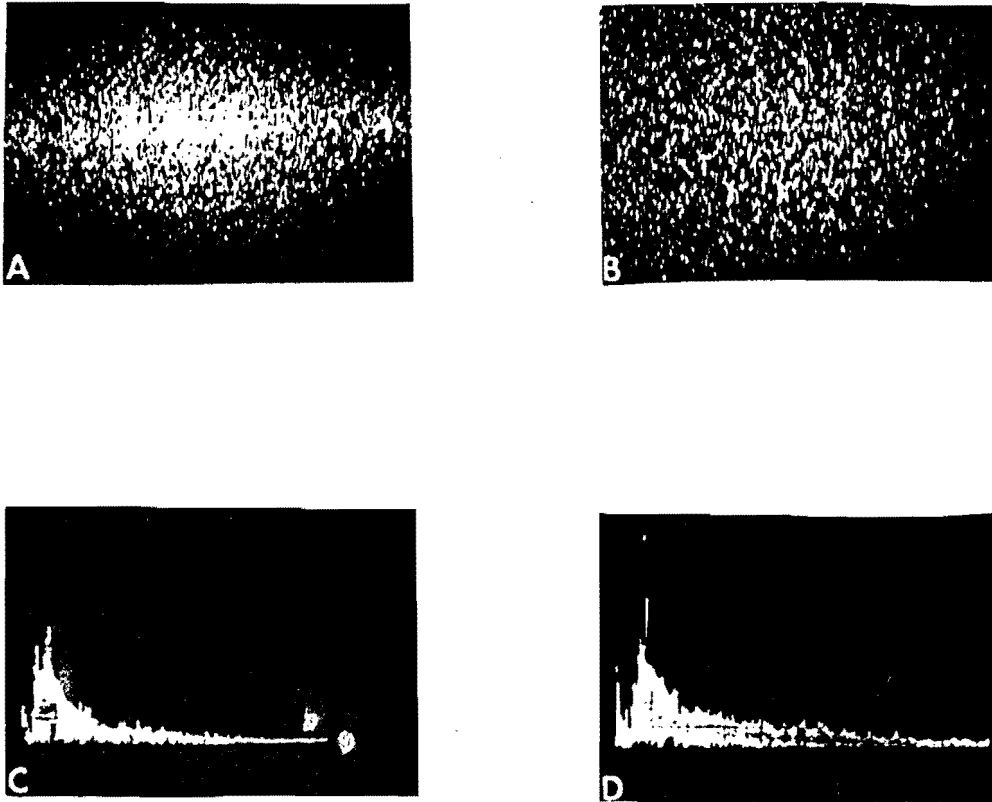


FIGURA 1.2 Patrones de speckles registrados en el plano de difracción de Fraunhofer por placas de vidrio de grano grueso (A) y grano fino (B), ambas con el espectro de frecuencia (C) y (D) de la correspondiente superficie rugosa para grano grueso y fino respectivamente.

El detalle de la estructura de los speckles individuales, sin embargo, está determinado por el tamaño del campo de iluminación (pupila del difusor) que incide en el objeto. El detalle más pequeño que puede ocurrir en el

patrón de difracción está determinado por el tamaño angular del objeto difractante visto desde el plano de difracción. El patrón de difracción puede mirarse como producido por la superposición coherente de las franjas de interferencia producidas por las ondas que caen sobre el plano E tomadas por pares (Young). La estructura más fina en el patrón corresponde a esa producida por las ondas con la inclinación entre ellas más grande. Por ejemplo la formada por los elementos cerca al borde en el diagrama de la Figura 1.1. De esta forma, si el objeto subtende algún ángulo θ azimutal a E, el detalle más pequeño en el patrón aleatorio tendría un ancho de orden λ/θ (tamaño del speckle). La escala del speckle es predominantemente de este orden. Las consideraciones simples de arriba responden por la forma general de la distribución y el más pequeño detalle del tamaño del speckle que se encuentra en la práctica. Así, si el área expuesta del objeto es reducida por un obstáculo (pupila), la distribución del speckle en el patrón de difracción no es muy afectado, pero el tamaño del speckle es aumentado en forma inversamente proporcional al ángulo θ subtendido del objeto. Podemos esperar siempre esto si el área del objeto empleado es bastante grande como para incluir una muestra representativa de su estructura aleatoria. Las consideraciones físicas antes hechas sirven para establecer razones para algunas de las características de los patrones de difracción observados de objetos rugosos. Ellos por si mismos no dicen nada, sin embargo dan información acerca del tamaño predominante esperado y de el contraste de los speckles. De acuerdo a algunas consideraciones estadísticas (2), (5), (6), el contraste depende de la

rugosidad de la superficie y la coherencia de la iluminación, este puede alcanzar el valor de la unidad, y el tamaño predominante es obtenido encontrando la función autocorrelación de la distribución de intensidad difractada.

Sin embargo, considerar el caso de la difracción de Fraunhofer, dado que la onda no dispersada se asume en el foco, o cerca a E. (En otros casos las ondas dispersadas, tal como W_1 y W_2 , serían todas lateralmente desplazadas unas respecto a las otras y solamente se alteraría la forma de la distribución del patrón de difracción). En la formación de la imagen de un objeto usando luz coherente, la pupila de entrada es iluminada por el patrón de difracción del speckle. Esta iluminación aleatoria aparece entonces en la pupila de salida, de modo que el speckle en la imagen es determinado considerando para esto a la pupila de salida como un objeto rugoso. El orden del tamaño del speckle en la imagen es en esta forma determinado por la fórmula λ/θ_0 , donde θ_0 es el ángulo de convergencia total del haz formador de la imagen, como se ilustra en la Figura 1.3.

El tamaño del speckle o la forma pueden ser alterados cambiando el tamaño o forma de la apertura de la lente. Es así como los speckles no son más mirados como elementos de ruido únicamente, sino como portadores de información que pueden ser usados en diferentes aplicaciones. Estos ofrecen una

poderosa y simple herramienta para estudiar la rugosidad de superficies, para medir desplazamientos y esfuerzos, para análisis de vibraciones y deformaciones.

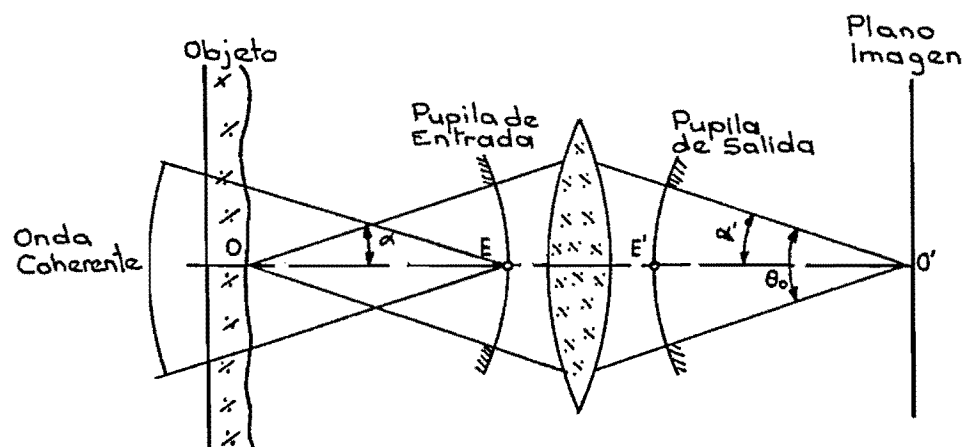


FIGURA 1.3 Diagrama esquemático que ilustra el registro del speckle en el plano imagen.

2. MODELO SIMPLE PARA EL PROCESAMIENTO DIGITAL DE UN PATRON DE SPECKLE

2.1 PATRON DE SPECKLE Y LA FUNCION DE TELEGRAFO ALEATORIA

Después de haber descrito en la sección anterior las propiedades físicas de un patrón de speckle podemos afirmar que dicho patrón es un proceso óptico Gaussiano cuya intensidad es distribuida de acuerdo a la función densidad de probabilidad (7). (Ver Figura 2.1).

$$P(I) = (1/\bar{I}) e^{-I/\bar{I}} \cdot U(\bar{I}) \quad (2-1)$$

donde \bar{I} es la intensidad media y $U(I)$ es la función paso unitario (8). Es bien conocido que el contraste del patrón de speckle, definido como la razón entre la desviación estandar de la distribución de intensidad y la intensidad media es uno, es decir :

$$c' = \delta I / \bar{I} = 1 \quad (2-2)$$

UNIVERSIDAD NACIONAL
UNIVERSIDAD NACIONAL
BIBLIOTECA CENTRAL

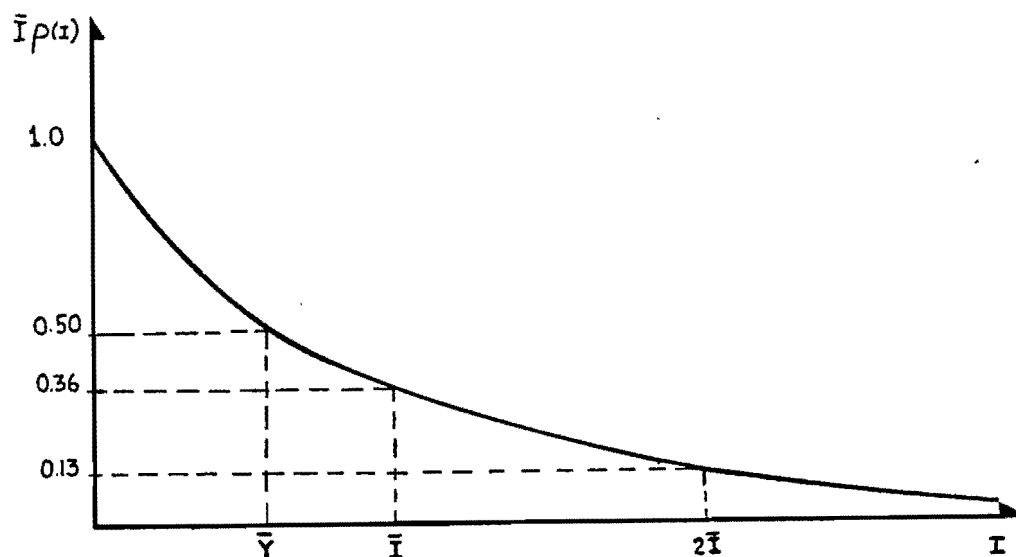


FIGURA 2.1 Función probabilidad normalizada de un patrón de speckle.

De esta manera aunque en principio $0 \leq I < \infty$, el rango efectivo para los valores de intensidad será $[0, 2\bar{I}]$ y las intensidades más grandes que $5\bar{I}$ en la práctica no son probables. En efecto, $P(0 \leq I < 2\bar{I}) = 0.87$ y $P(I > 5\bar{I}) = 0.0067$. Entonces los patrones de speckle son conjuntos aleatorios de puntos brillantes y oscuros donde la probabilidad de los segundos es mayor que la de los primeros y la visibilidad del patrón (9) es la unidad, porque la intensidad mínima es cero.

Para el procesamiento digital de algún patrón de speckle, podemos almacenar

los datos de intensidad como función de la posición en una variable aleatoria unidimensional $y'(x)$ (Figura 2.2).

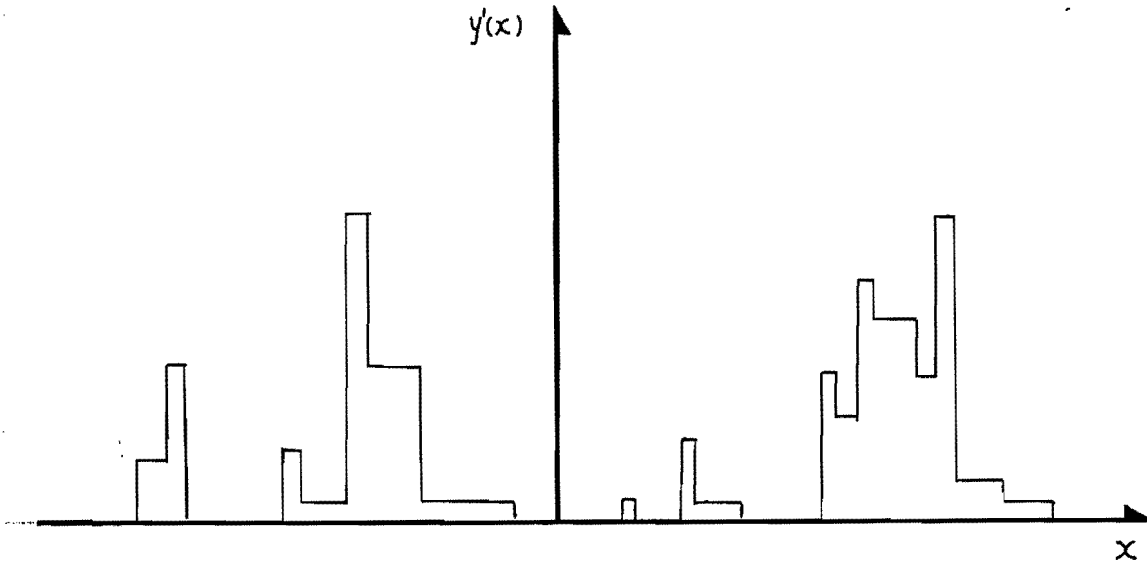


FIGURA 2.2 Datos de intensidad digitalizados de un patrón de speckle.

Tomando $\bar{Y} = \bar{T} \ln 2$ como un valor de referencia podemos dividir el conjunto de datos $\{y'(x)\}$ en dos subconjuntos equiprobables (10) así:

$$\{y^+(x)/y^+(x) = y'(x), y'(x) > \bar{Y}\}$$

y

$$\{y^-(x)/y^-(x) = y'(x), y'(x) < \bar{Y}\}$$

tal que:

$$P \left[y'(x) \in \{y^+(x)\} \right] = P \left[I > \bar{y} \right] = \frac{1}{2}$$

$$P \left[y'(x) \in \{y^-(x)\} \right] = P \left[I < \bar{y} \right] = \frac{1}{2}$$
(2-3)

Asociemos ahora constantes positivas reales A y B a cada subconjunto y definamos un nuevo conjunto de datos (Figura 2.3).

$$\left\{ \begin{aligned} y(x)/y(x) = A &\iff y'(x) \in \{y^+(x)\}; \\ y(x) = B &\iff y'(x) \in \{y^-(x)\}, \end{aligned} \right.$$

$$A > B \geq 0$$
(2-4)

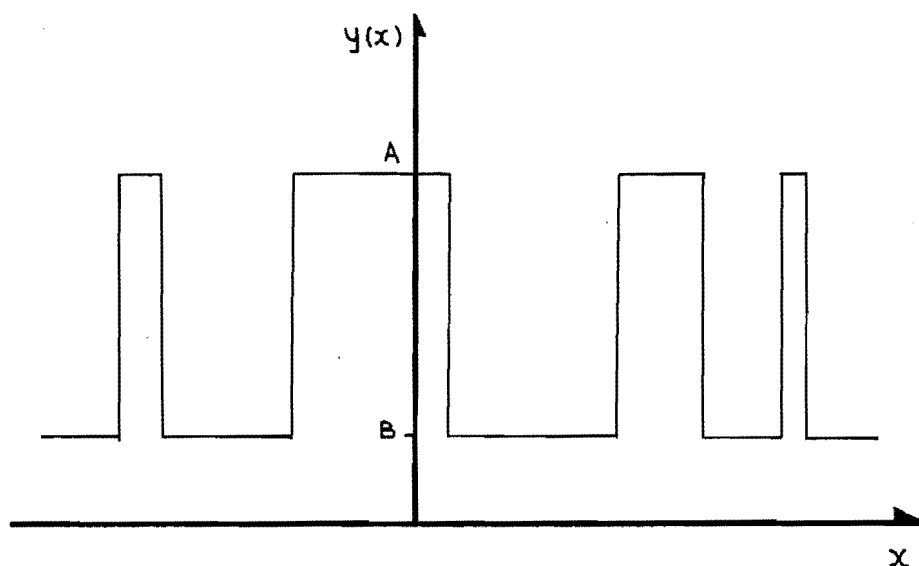


FIGURA 2.3 Conjunto de datos reducidos el cual representa también la superposición de patrones de speckle no correlacionados.

El conjunto de datos $\{y(x)\}$ es una reducción del conjunto de datos $\{y'(x)\}$ en el cual el valor de referencia \bar{y} es un nivel umbral definido como :

$$\bar{y} = E[y(x)] = A \cdot P[y(x) = A] + B \cdot P[y(x) = B] \quad (2-5)$$

y cuya varianza es:

$$\sigma_y^2 = E[(y(x) - \bar{y})^2] = (A - \bar{y})^2 \cdot P[y(x) = A] + (B - \bar{y})^2 \cdot P[y(x) = B] \quad (2-6)$$

Pero de la ecuación (2.3) y la definición (2.4) obtenemos:

$$P[y(x) = A] = P[y(x) = B] = \frac{1}{2} \quad (2-7)$$

Así,

$$\bar{y} = (A + B) / 2 \quad (2-8)$$

y

$$\sigma_y^2 = (A - B)^2 / 4 \quad (2-9)$$

El conjunto $y(x)$ es una función de telégrafo aleatoria (11), cuyo contraste es definido como:

$$c = \frac{\sigma_y}{\bar{y}} = \frac{(A - B)}{(A + B)} \quad (2-10)$$

Debido a la definición de A y B, esta cantidad debe ser proporcional a la visibilidad del patrón de speckle, obviamente también debe ser igual al contraste del patrón, que es $c = 1$ y por lo tanto $B = 0$. Que implica:

$$\bar{y} = A/2 = \bar{I} \cdot \ln 1 \quad (2-11)$$

o

$$A = \bar{I} \cdot \ln 4 = 1.39 \bar{I} \quad (2-12)$$

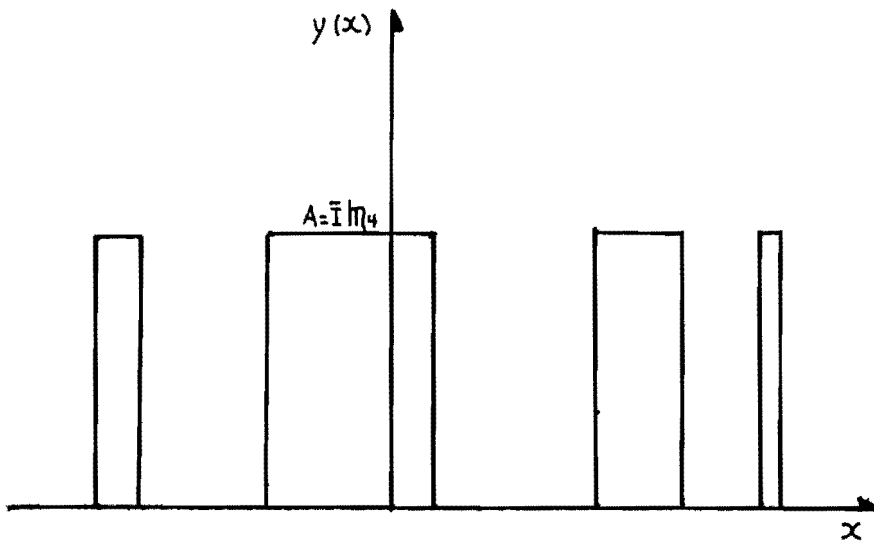


FIGURA 2.4 Función de telégrafo aleatoria relacionada a un patrón de speckle individual.

Esta función de telégrafo aleatoria (Figura 2.4) es una secuencia aleatoria de transiciones entre los valores 0 y A , los cuales representan los típicos niveles de intensidad para los puntos brillantes y oscuros del patrón de speckle. Verdaderamente aunque esos valores son equiprobables desde el punto de vista del conjunto de datos reducido, sus probabilidades como niveles de intensidad son $P(I = 0) = 1/\bar{I}$ y $P(I = A) = 0.25/\bar{I}$.

En otras palabras, los puntos oscuros permanecen más probables que los puntos brillantes y la visibilidad permanece sin cambio porque la intensidad mínima no es cambiada.

Tomando un speckle de muestra de longitud X , la probabilidad de ocurrencia de N transiciones está dada por una distribución de Poisson (11):

$$P_y(X, N) = \left[\alpha^N |X|^N / N! \right] e^{-\alpha|X|} \quad (2-13)$$

donde α es la rata de conteo de las transiciones.

2.2 ESTADISTICA DE SEGUNDO ORDEN

La autocorrelación $\overline{I^2}(X)$ de la distribución de intensidad del patrón de speckle en geometría de espacio libre de Fraunhofer (Figura 1.1) es (6):

$$\overline{I^2}(X) = \overline{I}^2 \cdot \left[1 + |\gamma^1(X)|^2 \right] \quad (2-14)$$

donde $\gamma^1(X)$ es el factor complejo de coherencia del campo óptico en el patrón de speckle. $\overline{I^2}(X)$ tiene un pico de altura $2\overline{I}^2$ en $X = 0$ el cual decrece a \overline{I}^2 cuando $|X|$ es más grande que la longitud de coherencia del patrón. Este último valor permanece cuando x aumenta al infinito (Figura

2.5). De tal forma que el contraste de la autocorrelación será :

$$c = \frac{\overline{I I}(0) - \overline{I I}(\infty)}{\overline{I I}(\infty)} = 1 \quad (2-15)$$

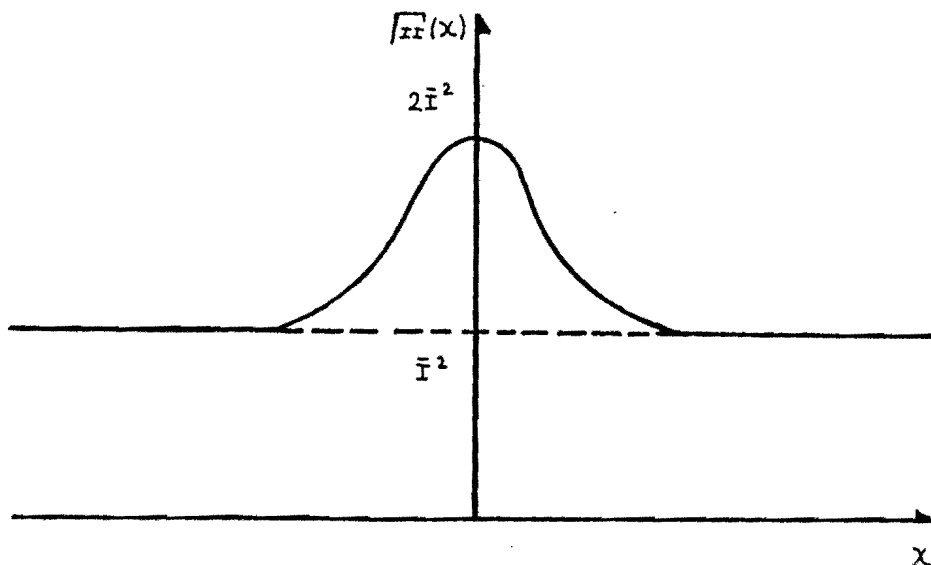


FIGURA 2.5 Diagrama de la autocorrelación de la distribución de intensidad de un patrón de speckle en geometría de espacio libre.

Ahora, hagamos el cálculo de la autocorrelación $\overline{yy}(X)$ de la función de telégrafo aleatoria, usando las definiciones convencionales de la estadística matemática (11), (12):

$$\begin{aligned}
 \overline{yy}(X) &= E[y(x), y(x+X)] = \\
 &= A^2 \cdot P[y(x) = A; y(x+X) = A] + AB \cdot P[y(x) = A; \\
 &\quad y(x+X) = B] + BA \cdot P[y(x) = B; y(x+X) = A] + B^2 \cdot P[y(x) = B; \\
 &\quad y(x+X) = B] \quad (2-16)
 \end{aligned}$$

Pero nosotros hemos mostrado arriba que $B = 0$, así:

$$\overline{yy}(X) = A^2 \cdot P[y(x) = A, y(x+X) = A] \quad (2-17)$$

y como la probabilidad de que $y(x) = A$ y que $y(x+X) = A$ es la misma probabilidad de que $y(x) = A$ y que ocurra un número par de transiciones entre x y $x+X$. Por lo tanto:

$$\begin{aligned}
 P[y(x) = A, y(x+X) = A] &= P[y(x) = A, N \text{ par}] \\
 &= P[y(x) = A] P[N \text{ par}] \quad (2-18)
 \end{aligned}$$

O sea que la autocorrelación queda:

$$\overline{yy}(X) = \frac{A^2}{2} P[N \text{ par}] \quad (2-19)$$

Entonces, usando la distribución de Poisson para N ,

$$\overline{yy}(X) = \frac{A^2}{2} e^{-\alpha|X|} \sum_{\substack{N=0 \\ (N \text{ par})}}^{\infty} \frac{(\alpha|X|)^N}{N!}$$

Podemos evaluar la serie como sigue:

$$\begin{aligned} \sum_{\substack{N=0 \\ (N \text{ par})}}^{\infty} \frac{(\alpha |X|)^N}{N!} &= \frac{1}{2} \left[\sum_{N=0}^{\infty} \frac{(\alpha |X|)^N}{N!} + \sum_{N=0}^{\infty} \frac{(-\alpha |X|)^N}{N!} \right] \\ &= \frac{1}{2} \left[e^{\alpha |X|} + e^{-\alpha |X|} \right] \end{aligned}$$

Usando este resultado en la última expresión para la autocorrelación, obtenemos:

$$\overline{yy}(X) = \left(\frac{A}{2}\right)^2 \left[1 + e^{-2\alpha |X|} \right]$$

y recordando el valor que le asignamos antes a A

$$\overline{yy}(X) = (\ln 2)^2 \bar{T}^2 \left[1 + e^{-2\alpha |X|} \right] \quad (2-20)$$

Observemos que la autocorrelación $\overline{yy}(X)$ tiene un pico de altura de $2 (\ln 2)^2 \bar{T}^2$ en $X = 0$, el cual decae a $(\ln 2)^2 \bar{T}^2$ para $(2.5/\alpha) \leq X < \infty$ (Figura 2.6) y su contraste es:

$$c = \frac{\overline{yy}(0) - \overline{yy}(\infty)}{\overline{yy}(\infty)} \quad (2-21)$$

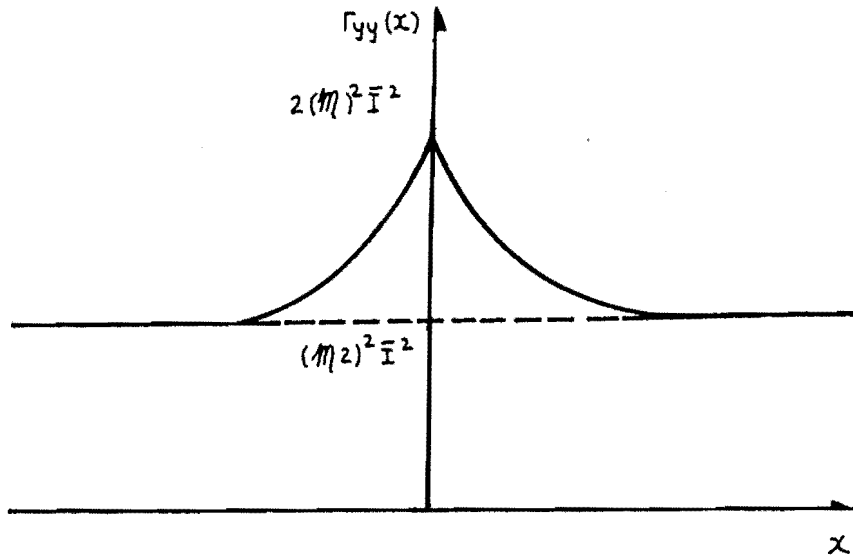


FIGURA 2.6 Diagrama de la autocorrelación de una función de telégrafo aleatoria.

De las ecuaciones (2-14), (2-15), (2-20) y (2-21) podemos concluir que la estadística de segundo orden de ambos, la función de telégrafo aleatoria y el patrón de speckle con matemáticamente equivalentes. Ajustando la representación a la estadística de este orden podemos normalizar la ecuación (2-20) respecto al factor de escala $(\ln 2)^2$ y aproximar el módulo del factor complejo de coherencia de el patrón al término exponencial de dicha expresión, es decir:

$$|\gamma(x)| = e^{-\alpha|x|}$$

UNIVERSIDAD NACIONAL
BIBLIOTECA CENTRAL

(2-22)

Entonces el parámetro de decaimiento del exponencial, $1/\alpha$, puede ser relacionado a la longitud de coherencia de el patrón. Pero α es la rata de conteo de la distribución de Poisson de las transiciones. De tal forma que altos valores de α implica longitud de coherencia corta en el patrón de speckle y su factor de coherencia complejo se aproximará a la función delta de Dirac, mientras que valores bajos de α implica lento decaimiento en ese factor y grande longitud de coherencia para el patrón (Figura 2.7).

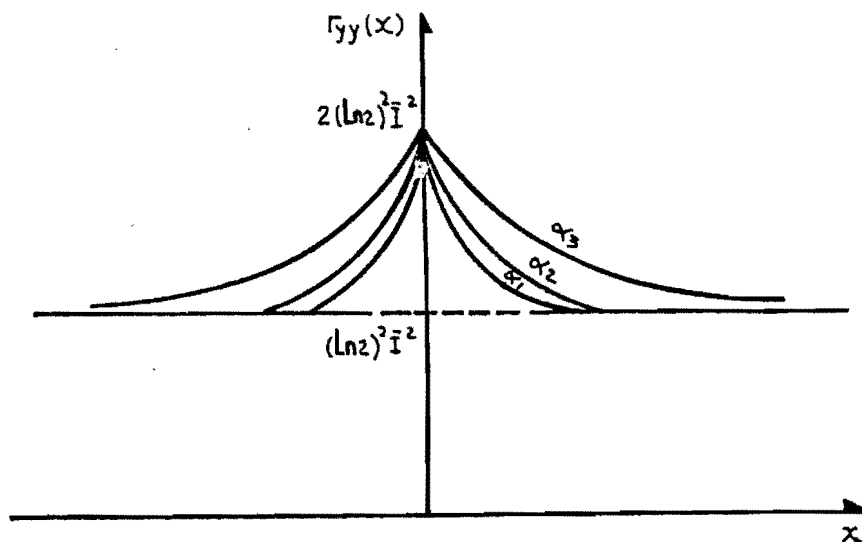


FIGURA 2.7 Diagrama de la autocorrelación de la función de telégrafo aleatoria para $\alpha_1 > \alpha_2 > \alpha_3$.

2.3 SUPERPOSICION DE PATRONES DE SPECKLE NO-CORRELACIONADOS

La superposición de N patrones de speckle no correlacionados es hecha con base en la intensidad. Si esos patrones son estadísticamente idénticos (todos con la misma intensidad media \bar{I} y varianza σ_I^2), la intensidad del patrón aleatorio resultante será descrita por la función densidad de probabilidad (13) (Figura 2.8):

$$P_N(I) = \left[\frac{I^{N-1}}{(N-1)! \bar{I}^N} \right] e^{(-I/\bar{I})} \cdot u(I) \quad (2-23)$$

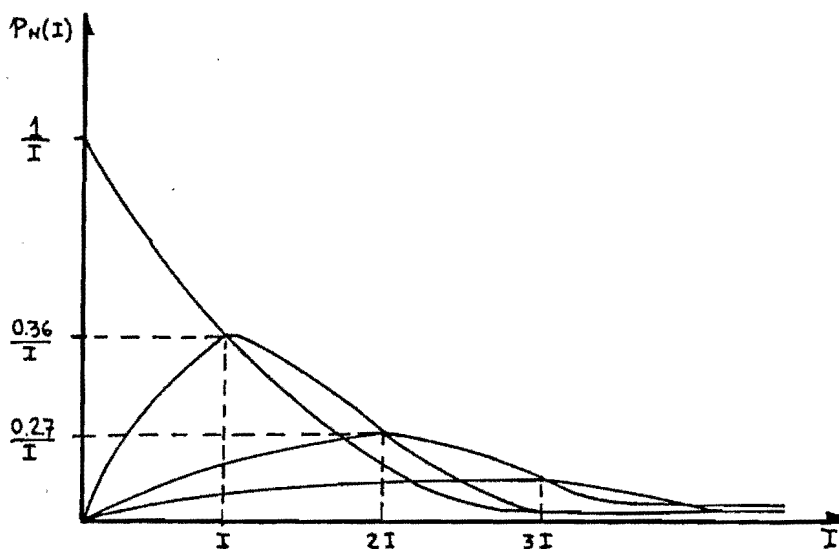


FIGURA 2.8 Función probabilidad para la superposición de patrones de speckle no-correlacionados.

donde, como ya hemos dicho, $u(1)$ es la función paso unitaria. La intensidad media y la varianza del patrón resultante serán $\bar{I}_N = N\bar{I}$ y $\sigma_N^2 = N\sigma_I^2$ respectivamente. El contraste del patrón resultante será:

$$c' = \frac{\sigma_N}{\bar{I}_N} = 1/\sqrt{N} \quad (2-24)$$

con $0 \leq c' \leq 1$ porque $1 \leq N \leq \infty$. Cuando se aumenta significativamente el contraste se aproxima a cero y por lo tanto la intensidad en el patrón de speckle se vuelve uniforme con valor \bar{I}_N . Verdaderamente el máximo de la ecuación (2-23) es $P_N \left[I = (N-1)\bar{I} \right]$ el cual es la probabilidad de la intensidad media \bar{I}_N para $N \gg 1$ y la intensidad mínima no es todavía cero porque $P_N(I=0) = 0$. Por lo tanto la visibilidad del patrón decrece también. Podemos también describir que usando una función de telégrafo aleatoria cuyos niveles A y B son deducidos de las ecuaciones (2-3), (2-8), (2-9) y (2-23). Pero ahora B no es cero (Figura 2.3) y la condición de partición equiprobable del conjunto de datos almacenados es $P_N \left[I > \bar{y} \right] = P_N \left[I < \bar{y} \right] = \frac{1}{2}$. Esta condición permite nuestro cálculo del nivel umbral \bar{y} para cada valor de N como función de I. El contraste para esa función de telégrafo aleatoria está dado por la ecuación (2-10), y permanece proporcional a la visibilidad del patrón resultante e igual a su contraste. Por lo tanto:

$$N = \frac{(A+B)^2}{(A-B)^2} \quad (2-25)$$

Así, cuando N aumenta, ambos, el contraste de la función de telégrafo aleatoria y la visibilidad del patrón resultante decrecen.

La autocorrelación de esta función de telégrafo aleatoria está dada por la ecuación (2-16), es decir :

$$\begin{aligned}
 \overline{yy}(X) &= A^2 \cdot P\left[y(x) = A\right] \cdot P\left[y(x + X) = A / y(x) = A\right] \\
 &+ AB \cdot P\left[y(x) = A\right] \cdot P\left[y(x + X) = B / y(x) = A\right] \\
 &+ BA \cdot P\left[y(x) = B\right] \cdot P\left[y(x + X) = A / y(x) = B\right] \\
 &+ B^2 \cdot P\left[y(x) = B\right] \cdot P\left[y(x + X) = B / y(x) = B\right] \quad (2-26)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{Pero, } P\left[y(x + X) = A / y(x) = A\right] &= P\left[y(x + X) = B / y(x) = B\right] \\
 &= P_y\left[N \text{ par}\right] \quad (2-27)
 \end{aligned}$$

y

$$\begin{aligned}
 P\left[y(x + X) = A / y(x) = B\right] &= P\left[y(x + X) = B / y(x) = A\right] \\
 P_y\left[N \text{ impar}\right] & \quad (2-28)
 \end{aligned}$$

donde $P_y(N)$ está dada por la ecuación (2-13). Es decir :

$$\begin{aligned}
 P_y \left[N \text{ par} \right] &= e^{-\alpha |X|} \sum_{N=0}^{\infty} \frac{(\alpha |X|)^N}{N!} \\
 &\quad (N \text{ par}) \\
 &= e^{-\alpha |X|} \left(\frac{1}{2} \right) \left[\sum_{N=0}^{\infty} \frac{(\alpha |X|)^N}{N!} + \sum_{N=0}^{\infty} \frac{(-\alpha |X|)^N}{N!} \right] \\
 &= \frac{1}{2} e^{-\alpha |X|} \left[e^{\alpha |X|} + e^{-\alpha |X|} \right] \\
 &= \frac{1}{2} \left[1 + e^{-2\alpha |X|} \right] \quad (2-29)
 \end{aligned}$$

y:

$$\begin{aligned}
 P_y \left[N \text{ impar} \right] &= e^{-\alpha |X|} \sum_{N=0}^{\infty} \frac{(\alpha |X|)^N}{N!} \\
 &\quad (N \text{ impar}) \\
 &= \frac{1}{2} e^{-\alpha |X|} \left[\sum_{N=0}^{\infty} \frac{(\alpha |X|)^N}{N!} - \sum_{N=0}^{\infty} \frac{(-\alpha |X|)^N}{N!} \right] \\
 &= \frac{1}{2} \left[1 - e^{-2\alpha |X|} \right] \quad (2-30)
 \end{aligned}$$

Reemplazando las ecuaciones: (2-29) y (2-30) en (2-26) obtenemos:

$$\begin{aligned}
 \overline{yy}(X) &= \left[(A + B/2) \right]^2 + \left[(A - B)/2 \right]^2 e^{-2\alpha |X|} \\
 &= \bar{y}^2 \cdot \left\{ 1 + \left[c e^{-\alpha |X|} \right]^2 \right\} \quad (2-31)
 \end{aligned}$$

donde \bar{y} está dado por la ecuación (2-8), c es el empaste de la función de telégrafo aleatoria definida por la ecuación (2-10) y el parámetro de

decaimiento exponencial es el mismo que en alguno de los patrones superpuestos. Esta autocorrelación tiene un pico de altura $\bar{y}^2 (1 + c^2)$ en $X = 0$, el cual decae al valor \bar{y} para $|X|$ del orden de $2.5/\alpha$. Este último valor permanece para incrementos de $|X|$ (Figura 2.9) y entonces el contraste de la autocorrelación será:

$$c = \frac{\overline{yy}^1(0) - \overline{yy}^1(\infty)}{\overline{yy}^1(\infty)} = \frac{(A - B)^2}{(A + B)^2} = \frac{1}{N} \quad (2-32)$$

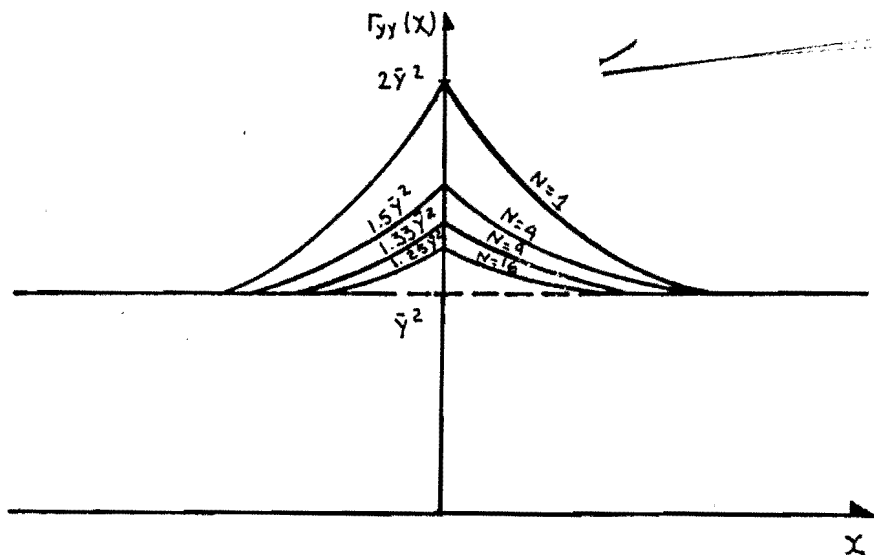


FIGURA 2.9 Diagrama de la autocorrelación de la función de telégrafo aleatoria para la superposición de patrones de Speckle.

Por lo tanto, podemos obtener el número de patrones superpuestos desde la medida directa de tal contraste. Por otro lado, notemos que para $N = 1$

los resultados para la superposición son los mismos que para un patrón individual.

CONCLUSION

Finalmente podemos afirmar que hemos logrado nuestro objetivo, pues mostramos un modelo muy sencillo para el procesamiento digital de patrones de speckles individuales y su superposición no-coherente, basada en la función de telégrafo aleatoria, que representa las estadísticas de primer y segundo orden de tal fenómeno óptico. Obtenemos información acerca del factor complejo de coherencia, el contraste y la visibilidad de un patrón o la superposición de varios no-correlacionados (incluyendo el número de patrones) desde únicamente dos parámetros de el modelo: La rata de conteo de las transiciones en la función de telégrafo aleatorio y el contraste de su autocorrelación.

BIBLIOGRAFIA

1. H.J. TIZIANI. Physical Properties of Speckles. Speckle Metrology edit by Robert K. Erf.
2. H.H. HOPKINS and H.J. TIZIANI. Speckling in diffraction patterns and optical images formed with the laser, Proc. Int. Symp. Hologr., Besacon, 1970.
3. M. LAUE. Mathematische Betrachtungen über die Beugungserscheinungen an vielen unregelmässig Verstreuten Teilchen. Mitt. Physik. Ges. 18, 90 (1916).
4. J.A. RATCLIFFE. Some aspects of diffraction theory and their application to the ionosphere. Rep. Progr. Phys. 19, 188 (1956).
5. L.I. GOLDFISCHER. Autocorrelation function and power spectran density of Laser-produced speckle patterns, J. Opt. Soc. Amer. 55, 247 (1965).
6. J.W. GOODMAN. Statistical properties of Laser speckle patterns, in "Laser speckle and related phenomena" (J.C. Dainty, ed.). Springer Verlag, Berlin and New York, 1975.
7. J.W. GOODMAN. Some fundamental properties of speckle. J. Opt. Soc. Am. Vol. 66, No. 11, Nov. 1976. p. 1145.
8. G. ARFKEN. Mathematical Methods for Physicist. 2nd. ed. Academic Press, New York, 1970. p. 419.
9. E. HECHT y A. ZAJAC. Optica. Fondo Educativo Interamericano. México, 1977. p. 453.
10. F.F. MEDINA. Ergodicity in Ramdom optical field. Universidad de Antioquia, Medellín, 1974, p. 21.

30945

11. W. DAVENPORT and W. ROOT. An introduction to the theory of Random signals and Noise. Mc Graw-Hill, New York, 1958.
12. Y. ROZANOV. Procesos Aleatorios. Ed. Mir, Moscú, 1973.
13. R. CASTAÑEDA. Reconocimiento de un tren aleatorio de pulsos idénticos sumergido en ruido blanco gaussiano. Revista Meicana de Física 32 No. 4 (1986).

I	R. 30945
535.33	
R37	
UNIVERSIDAD NACIONAL BIBLIOTECA CENTRAL	
[Stamp]	