

**NO UNIVERSALIDAD DE FAMILIAS DE QUARKS Y
CORRIENTES NEUTRAS QUE CAMBIAN SABOR EN
MODELOS CON SIMETRÍA GAUGE $SU(3)_c \otimes SU(4)_L \otimes U(1)_X$**

por

Jorge Luis Nisperuza Toledo

Trabajo presentado como requisito parcial
para optar al Título de

Magister en Ciencias-Física

Director: Dr. Luis Alberto Sánchez Duque

Universidad Nacional de Colombia
Sede Medellín

Facultad de Ciencias

Escuela de Física

Junio 2009

A mis padres Evangelista y Ruby.

Resumen

La cancelación de anomalías entre las familias de fermiones en la extensión $SU(3)_c \otimes SU(4)_L \otimes U(1)_X$ del Modelo Estándar (SM) requiere que una generación de quarks transforme de manera diferente a las otras dos bajo el grupo gauge, lo cual da lugar a Corrientes Neutras que Cambian Sabor (FCNC) a nivel árbol. Como una familia de quarks transforma diferente, existen tres posibles asignaciones de autoestados gauge en autoestados de masa y las implicaciones fenomenológicas del modelo dependerán de cuál asignación se elija. En este trabajo, usando datos de precisión electrodébil a la escala de la masa del bosón Z del SM, considerando violación de paridad atómica y datos experimentales de la mezcla de mesones neutros, se examinan los modelos de tres familias sin cargas eléctricas exóticas basados en la simetría $SU(3)_c \otimes SU(4)_L \otimes U(1)_X$. Se estudian los efectos de la no universalidad de familias de quarks sobre las cotas al ángulo de mezcla entre las corrientes neutras presentes en los modelos estudiados y sobre las escalas de masa de los nuevos bosones de gauge predichos por la teoría. Para que las cotas inferiores sobre esas escalas de masas sean tan bajas como sea posible, la tercera familia de quarks debe transformar diferente bajo $SU(4)_L \otimes U(1)_X$.

Contenido

Introducción	vii
1 Modelo Estándar	1
1.1 Aspectos generales.	1
1.2 Contenido fermiónico.	2
1.3 Lagrangiana.	3
1.4 Mecanismo Higgs.	4
1.5 Masa para los bosones de gauge y para el campo de Higgs.	4
1.6 Corrientes.	6
1.7 Masa para los fermiones y dificultades del modelo.	7
2 Modelos 3 – 4 – 1	10
2.1 Motivación y aspectos generales.	10
2.2 Anomalías.	12
2.3 Modelos $b = c = 1$	13
2.3.1 Asignación de autoestados de interacción en autoestados de masa para el Modelo A ($S_1^q \oplus 2S_2^q \oplus 3S_3^l$).	14
2.4 Modelos $b = 1, c = -2$	15
2.4.1 Asignación de autoestados de interacción en autoestados de masa para el Modelo B ($2S_1^q \oplus S_2^q \oplus 3S_4^l$).	16
2.5 Campos escalares	17
2.5.1 Modelo A	17
2.5.2 Modelo B	18
2.6 Masa para los bosones de gauge	19
2.6.1 Modelo A	19
2.6.2 Modelo B	22
2.7 Masa para los fermiones	24
2.7.1 Modelo A	24

2.7.2	Modelo B	25
3	Corrientes Neutras	26
3.1	Modelo A	26
3.2	Modelo B	31
4	Restricciones sobre los Parámetros del Modelo y Efectos de la No Universalidad de Familias de Quarks	35
4.1	Restricciones sobre el espacio de parámetros $(\theta - M_{Z_2})$ provenientes de medidas en el polo del Z y de datos de APV.	35
4.2	Límites provenientes de procesos FCNC	41
	Conclusión	48
	Apéndices	51
A	Matrices de Gell–Mann para $SU(4)$	52
B	Effects of quark family nonuniversality in $SU(3)_c \otimes SU(4)_L \otimes U(1)_X$ models	53
	Bibliografía	54

Agradecimientos

Primeramente a Dios por permitirme indagar un poco acerca de la naturaleza del universo físico. A mis padres Ruby y Evangelista y a todos mis familiares por brindarme su apoyo incondicional al cursar mis estudios. A la Universidad Nacional, la cual me acogió como a uno de sus hijos. A mis colegas Marta, Stiven, Alejandro y Oscar por sus aportes y compañerismo. A mi director de tesis, profesor Luis Alberto Sánchez quien con su atención y vasto conocimiento guió el curso de este trabajo.

Introducción

El Modelo Estándar (SM) de las interacciones fundamentales está basado en el grupo de simetría gauge $SU(3)_c \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$, [1], y logra describir con bastante precisión las interacciones fuerte, débil y electromagnética a energías del orden de 10^2 GeV. A partir de este orden de energías tal modelo no es satisfactorio por lo que se proponen extensiones a él, una de ellas en base al grupo de simetría gauge $SU(3)_c \otimes SU(4)_L \otimes U(1)_X$, [2], (denotado $3-4-1$ en lo que sigue).

La pregunta de por qué existen tres familias fermiónicas en la naturaleza queda sin respuesta en el SM. La extensión $3-4-1$ responde la pregunta de la replicación de familias relacionando el número de familias al número de colores de la cromodinámica cuántica, a través del requerimiento de la cancelación de anomalías. Mientras que las anomalías se cancelan para cada familia individualmente en el SM, ellas pueden desaparecer en el modelo $3-4-1$ cuando todas las tres familias son incluidas (modelos de tres familias). Este nuevo método de cancelación de anomalías requiere que por lo menos una familia de quarks transforme bajo el grupo gauge diferentemente de las otras, por lo tanto se rompe la universalidad en este sector del modelo. Así, si se tiene en cuenta la cancelación de la anomalía $[SU(4)_L]^3$, universalidad en el sector leptónico y una familia de quarks transformando diferentemente, entonces, se encuentra que el número de familias fermiónicas en la naturaleza es 3.

Con una familia de quarks transformando diferentemente bajo $3-4-1$, tenemos tres posibles asignaciones de autoestados de simetría en autoestados de masa y las implicaciones fenomenológicas del modelo dependerán de cuál de esas asignaciones se elija.

De otro lado, los modelos basados en la simetría gauge $3-4-1$ predicen la existencia de tres corrientes neutras masivas que se mezclan, ellas son: La usual corriente neutra del SM asociada al bosón de gauge Z y dos nuevas corrientes asociadas a los bosones gauge Z' y Z'' . A diferencia de modelos que contienen partículas con cargas eléctricas exóticas, para modelos con sólo cargas eléctricas ordinarias, la mezcla puede ser restringida a que ocurra entre Z y Z' únicamente, [3], [4]. Después del rompimiento de la simetría $3-4-1$ a la simetría $SU(3)_C \otimes U(1)_{em}$, los acoples de quarks izquierdos al bosón Z del SM conservan sabor, sin embargo, una familia de quarks transforma diferente de las otras dos y por lo tanto los acoples de los quarks izquierdos tanto a Z' como a Z'' no conservan sabor, dando lugar a Corrientes Neutras que Cambian Sabor (FCNC) a nivel árbol, mediadas por estos nuevos bosones de gauge las cuales están altamente restringidas por los datos experimentales.

El presente trabajo, en el contexto de modelos $3-4-1$ de tres familias y sin cargas eléctricas exóticas, [5], estudia el efecto que la no universalidad de las familias de quarks tiene sobre las cotas impuestas sobre la mezcla $Z-Z'$ y sobre las masas de los nuevos bosones de gauge neutros. Estas cotas son impuestas por los datos experimentales asociados a la medición de parámetros

electrodébiles a energías del orden de la masa del Z , a violación de paridad atómica (APV) y a FCNC.

La extensión $SU(3)_c \otimes SU(4)_L \otimes U(1)_X$ ha sido estudiada sistemáticamente,[5], y clasificada en base a los parámetros b y c que apaceren en el generador de carga eléctrica $Q = aT_{3L} + \frac{1}{\sqrt{3}}bT_{8L} + \frac{1}{\sqrt{6}}cT_{15L} + XI_4$. Los modelos que corresponden a estructuras de tres familias sin cargas exóticas son aquellos en los cuales: 1) $b=c=1$, llamados Modelos A y B en la referencia [5]; 2) $b=1$ y $c=-2$, denotados como E y F en esa misma referencia.

Este documento está estructurado así: Primero se abordan, a manera de resumen, los aspectos más relevantes del SM. En el segundo capítulo se revisan los modelos 3–4–1 de interés, libres de anomalías y sin cargas eléctricas exóticas. Se estudia la asignación de autoestados de interacción en autoestados de masa para los quarks tanto para un modelo representativo de la clase $b=c=1$, como para uno representativo de la clase $b=1, c=-2$. También se identifican los campos escalares y se obtienen las masas para los bosones de gauge generados después del rompimiento espontáneo de la simetría. En el capítulo tres se identifican y desarrollan todas las corrientes neutras presentes en los modelos y sus acoples a los campos fermiónicos, prestando particular atención a las FCNC. Por último, el capítulo cuatro trata sobre la determinación de las cotas sobre el espacio de parámetros $(\theta - M_Z)$ de modelos 3 – 4 – 1 usando medidas electrodébiles en el polo del Z y datos de APV, y, se estudian las consecuencias sobre estas cotas provenientes de la no universalidad de familias de quarks. También se estudian las restricciones que sobre el espacio de parámetros $(\theta - M_Z)$ imponen los datos experimentales sobre FCNC y el efecto de la no universalidad de familias de quarks sobre estas restricciones.

El objetivo final será la identificación de la familia de quarks que debe transformar diferentemente con el fin de que las escalas de masa de los nuevos bosones de gauge predichos por el modelo sean tan bajas como sea posible.

Capítulo 1

Modelo Estándar

Este capítulo, a manera de resumen, presenta los aspectos más relevantes del Modelo Estándar de las interacciones fundamentales, al final se listan algunos de los interrogantes que no encuentran respuesta en esta teoría.

Si se desea profundizar en este campo el lector puede remitirse a las referencias [6] y [7].

1.1 Aspectos generales.

El SM es la convergencia de la Teoría Electrodébil y la Cromodinámica Cuántica (QCD) y describe satisfactoriamente las interacciones electromagnética, débil y fuerte. Sus orígenes se remontan al final de la década de 1960 gracias a los trabajos de S. Glashow, S. Weinberg y A. Salam. El SM tiene su fundamento en lo que se conoce como *Principio Gauge*, según el cual, las interacciones entre las partículas elementales son mediadas por los campos gauge correspondientes al grupo de simetría local. El SM es una teoría gauge no abeliana basada en el grupo de simetría $SU(3)_c \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$, [1], donde los subíndices C y Y denotan color e hipercarga, respectivamente. El subíndice L de "left" hace referencia a que la interacción débil viola paridad y por lo tanto únicamente los fermiones izquierdos pertenecen a la representación fundamental del grupo $SU(2)_L$.

Los bosones de gauge son los siguientes:

B_μ , bosón de gauge asociado con la simetría $U(1)_Y$

G_μ^α , $\alpha = 1, 2, \dots, 8$, ocho campos gluónicos asociados con $SU(3)_c$

W_μ^i , $i = 1, 2, 3$, tres campos gauge asociados con $SU(2)_L$

Para un total de 12 bosones de gauge.

El generador de hipercarga Y se define mediante la relación de Gellman-Nishijima:

$$Q = T_3 + \frac{Y}{2} I_2 \quad (1.1)$$

Aquí T_3 es la tercera componente del isospín débil, Q es el generador convencional de carga eléctrica e $I_2 = Dg(1, 1)$ es la matriz identidad 2×2 .

1.2 Contenido fermiónico.

El contenido fermiónico libre de anomalías del SM es organizado en tres familias como se muestra en las ecuaciones (1.2) y (1.3), así, los fermiones en una familia poseen los mismos números cuánticos pero diferente masa. Así mismo, la única diferencia entre familias corresponde a la escala de masa, ver Tabla 1, [8],[9]. En el SM los neutrinos son no masivos. Los quarks y leptones *left-handed* vienen en dobletes de isospín débil, mientras que los quarks y leptones *right-handed* son singletes. El contenido fermiónico es el siguiente:

$$q_{iL}^\alpha = \begin{pmatrix} u_i^\alpha \\ d_i^\alpha \end{pmatrix}_L \sim [3, 2, 1/3] \quad u_{iR}^\alpha \sim [\bar{3}, 1, 4/3] \quad d_{iR}^\alpha \sim [\bar{3}, 1, -2/3] \quad (1.2)$$

$$l_{iL} = \begin{pmatrix} \nu_i \\ e_i^- \end{pmatrix}_L \sim [1, 2, -1] \quad e_{iR}^- \sim [1, 1, -2] \quad (1.3)$$

$\alpha = 1, 2, 3$ es el índice de color e $i = 1, 2, 3$ es el índice de familia. Los números en los corchetes hacen referencia a los números cuánticos $[SU(3)_c, SU(2)_L, U(1)_Y]$ en su orden, los subíndices L y R denotan campos *left* y *right*, respectivamente.

Tabla 1. Masas para el contenido fermiónico del SM.

Todas las masas están dadas a la escala del Z

Primera familia		Segunda familia	
Quark	Masa (MeV)	Quark	Masa (MeV)
Down (d)	$4.69^{+0.60}_{-0.66}$	Charm (c)	677^{+56}_{-61}
Up (u)	$2.33^{+0.42}_{-0.45}$	Strange(s)	$93.4^{+11.8}_{-13.0}$
Lepton		Lepton	
Electron (e^-)	Masa (MeV)	Muon (μ^-)	Masa (MeV)
	$0.510998910 \pm 0.000000013$		$105.6583668 \pm 0.00000038$

Tercera familia	
Quark	Masa (GeV)
Top (t)	181 ± 13
Bottom (b)	3.00 ± 0.11

Lepton	Masa (MeV)
Tau (τ^-)	1776.84 ± 0.17

1.3 Lagrangiana.

Se construye la derivada covariante, que garantiza la invarianza local de la Lagrangiana del SM, de la siguiente manera:

$$iD_\mu = i\partial_\mu - gT_i A_\mu^i/2 - g' \frac{Y}{2} B_\mu, \quad (1.4)$$

g y g' son las constantes de acople asociadas a los grupos $SU(2)_L$ y $U(1)_Y$, respectivamente. Las $T_i = \sigma_i/2$, con σ_i las matrices 2×2 de Pauli, son los generadores de $SU(2)_L$. Las σ_i están normalizadas como $Tr(\sigma_i \sigma_j) = 2\delta_{ij}$.

Es conveniente escribir la Lagrangiana en cuatro términos así: un término que dé cuenta del acople del campo Higgs a los bosones de gauge, el cual incluye el potencial escalar, denotado por \mathcal{L}_{SB} ; otro término \mathcal{L}_f que contenga los acoples de campos fermiónicos a los bosones de gauge; un término \mathcal{L}_Y correspondiente a la Lagrangiana de Yukawa que es la que acopla el campo Higgs a los campos fermiónicos y el término \mathcal{L}_K correspondiente a la Lagrangiana cinética de los campos gauge. Con esto, la Lagrangiana total del SM podemos escribirla como:

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{SB} + \mathcal{L}_f + \mathcal{L}_Y + \mathcal{L}_K \quad (1.5)$$

Desarrollemos explícitamente la anterior Lagrangiana.

i)

$$\mathcal{L}_{SB} = (D_\mu \phi)^\dagger (D^\mu \phi) + V(\phi^\dagger \phi) \quad (1.6)$$

donde D_μ es la derivada covariante escrita en (1.4) y $V(\phi^\dagger \phi)$ el Potencial del campo Higgs, que mostraremos en la siguiente sección.

ii)

$$\mathcal{L}_f = \bar{q}_{iL} i\gamma^\mu D_\mu q_{iL} + \bar{u}_{iR} i\gamma^\mu D'_\mu u_{iR} + \bar{d}_{iR} i\gamma^\mu D'_\mu d_{iR} + \bar{L}_{iL} i\gamma^\mu D_\mu L_{iL} + \bar{e}_{iR} i\gamma^\mu D'_\mu e_{iR} \quad (1.7)$$

donde $D'_\mu = \partial_\mu + ig' \frac{Y}{2} B_\mu$, ya que los fermiones derechos son singletes bajo $SU(2)_L$.

iii)

$$\mathcal{L}_Y = \lambda^{(e_i)} \bar{L}_{iL} \phi e_{iR}^- + \lambda^{(d_i)} \bar{Q}_{iL} \phi d_{iR} + \lambda^{(u_i)} \bar{Q}_{iL} \tilde{\phi} u_{iR} + h.c., \quad (1.8)$$

con $\tilde{\phi} = i\tau_2 \phi^*$, y siendo las λ 's los acoples de Yukawa.

iv)

$$\mathcal{L}_K = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu}^i F_i^{\mu\nu} - \frac{1}{4} B_{\mu\nu} B^{\mu\nu} + \mathcal{L}_{QCD} \quad (1.9)$$

con $F_{\mu\nu}^i = \partial_\mu A_\nu^i - \partial_\nu A_\mu^i + g\epsilon^{ijk} A_\mu^j A_\nu^k$ y $B_{\mu\nu} = \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu$, donde ϵ^{ijk} son las constantes de acople de $SU(2)$.

1.4 Mecanismo Higgs.

Al considerar la Lagrangiana para el SM, ella no contiene términos de la forma $m^2 W_\mu^i W_i^\mu$ o $m^2 B_\mu B^\mu$ ya que éstos violan la invarianza gauge de la teoría. Esto implica que los bosones de gauge W_μ^i y B_μ son no masivos. Igual sucede con los términos de masa para los campos fermiónicos, [7].

El mecanismo Higgs, a través del rompimiento espontáneo de la simetría, provee de masa a los bosones de gauge y fermiones sin violar la invarianza gauge mediante la introducción de un campo escalar complejo ϕ . ϕ es un doblete de $SU(2)$ con hipercarga $-1/2$. El Potencial asociado a este campo Higgs (conocido como el *sombrero Mexicano*, cuando $\mu^2 > 0$) es de la forma:

$$V(\phi^\dagger \phi) = -\mu^2 \phi^\dagger \phi + \lambda (\phi^\dagger \phi)^2 \quad (1.10)$$

en donde $\lambda > 0$ con el fin de asegurar un mínimo para $V(\phi^\dagger \phi)$.

Para $\mu^2 > 0$, el mínimo de este Potencial se logra cuando $\phi^\dagger \phi = \frac{\mu^2}{\lambda}$, así, esta condición sólo fija el módulo de ϕ . Tres de los cuatro grados de libertad del doblete ϕ se pueden eliminar mediante una transformación gauge. Se escoge la siguiente forma convencional para ϕ , [7]:

$$\phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v + H(x) \end{pmatrix} \sim [1, 2, 1], \quad (1.11)$$

donde se ha eliminado la componente superior y la parte imaginaria de la componente inferior. Este campo Higgs tiene valor esperado en el vacío (VEV):

$$\langle \phi^T \rangle = \langle (\phi^+, \phi^0) \rangle = (0, v), \quad (1.12)$$

de tal manera que el campo $H(x)$ tiene valor esperado en el vacío nulo.

Es fácil verificar que $\sigma_i \langle \phi \rangle \neq 0$ y $Y \langle \phi \rangle \neq 0$ por lo que las simetrías $SU(2)_L$ y $U(1)_Y$ son rotas espontáneamente, sin embargo $Q \langle \phi \rangle = 0$, por lo tanto el vacío permanece invariante bajo transformaciones gauge $U(1)_Q$, que es el grupo de simetría de la interacción electromagnética.

Así, el patrón de rompimiento espontáneo de la simetría en el SM es el siguiente:

$$SU(3)_c \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y \xrightarrow{v} SU(3)_c \otimes U(1)_Q \quad (1.13)$$

1.5 Masa para los bosones de gauge y para el campo de Higgs.

Las masas para los bosones de gauge y sus interacciones con el campo escalar $H(x)$ se pueden obtener al reemplazar la derivada covariante (1.4) y la ecuación (1.11) en el término \mathcal{L}_{SB} de la

Lagrangiana del SM, (1.6). Luego de cálculos directos se encuentra que la matriz de masa para estos campos es no diagonal en la base (W_μ^3, B_μ) y posee: un autovalor cero correspondiente al fotón físico A_μ y tres autovalores distintos de cero correspondientes a los autoestados físicos Z_μ y W_μ^\pm .

La forma explícita para los autoestados neutros Z_μ y A_μ y para los autoestados cargados W_μ^\pm es la siguiente:

$$W_\mu^\pm = (W_\mu^1 \mp iW_\mu^2) / \sqrt{2} \quad (1.14)$$

$$Z_\mu = W_\mu^3 C_W - B_\mu S_W \quad (1.15)$$

$$A_\mu = W_\mu^3 S_W + B_\mu C_W \quad (1.16)$$

S_W y C_W corresponden, respectivamente, al seno y coseno del ángulo electrodébil o ángulo de mezcla débil θ_w , los cuales se definen en términos de los acoples g y g' como sigue:

$$S_W = \frac{g'}{\sqrt{g^2 + g'^2}}; \quad C_W = \frac{g}{\sqrt{g^2 + g'^2}} \quad (1.17)$$

Experimentalmente:

$$S_W^2 \approx 0.22. \quad (1.18)$$

Luego, los términos de masa para los autoestados físicos son los siguientes:

i)

$$M_W^2 = \frac{1}{2} g^2 v^2, \quad (1.19)$$

que corresponde a las masas de los bosones vectoriales cargados W^\pm .

ii)

$$M_Z = \frac{1}{2} (g^2 + g'^2) v^2 = M_W^2 / \cos^2 \theta_W, \quad (1.20)$$

correspondiente a la masa del bosón vectorial neutro Z_μ .

iii)

$$M_\gamma = 0, \quad (1.21)$$

correspondiente al fotón A_μ .

iv) De el reemplazo de (1.11) en (1.10) se obtiene:

$$M_H^2 = 2\lambda v^2, \quad (1.22)$$

correspondiente a la masa del bosón de Higgs.

Obsérvese que el valor para la masa del Higgs M_H no puede ser predicho por la teoría dado

que éste depende del parámetro libre λ , sin embargo, se han obtenido cotas experimentales para su valor. Datos obtenidos con un nivel de confianza del 95% permiten estimar experimentalmente que el límite inferior para la masa del Higgs es 114 GeV, [8], [10].

Considerando bajas energías, la constante de acople g puede escribirse en términos de la constante de Fermi $G_F = 1.16639 \times 10^{-5}$ GeV de la siguiente manera, [11]:

$$\frac{g^2}{2M_W^2} = \frac{4G_F}{\sqrt{2}} \quad (1.23)$$

y así, la escala v de rompimiento espontáneo de la simetría $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ es:

$$v = \frac{2M_W}{g} = (\sqrt{2}G_F)^{-1/2} \approx 246 \text{ GeV}. \quad (1.24)$$

Esto predice teóricamente los valores de las masas M_W y M_Z a la luz de las ecuaciones (1.19) y (1.20), obteniéndose:

$$M_W \approx 80 \text{ GeV} \quad (1.25)$$

$$M_Z \approx 90 \text{ GeV} \quad (1.26)$$

En el *Center European for Researches Nuclear* (CERN) se midieron satisfactoriamente las masas M_W y M_Z dando ésto un respaldo contundente a la teoría.

1.6 Corrientes.

Usando las ecuaciones (1.14) a (1.17) en la expresión para \mathcal{L}_f obtenemos:

$$\mathcal{L}_f = -\frac{g}{\sqrt{2}}(J_{cc}^\mu W_\mu^+ + J_{cc}^{\mu\dagger} W_\mu^-) - \frac{gg'}{(g^2 + g'^2)^{1/2}} J_{em}^\mu A_\mu - (g^2 + g'^2)^{1/2} J_Z^\mu Z_\mu, \quad (1.27)$$

donde hemos escrito \mathcal{L}_f en términos de J_{cc}^μ , J_{em}^μ y J_Z^μ

$$J_{icc}^\mu \equiv \bar{q}_{iL} \gamma_L^\mu q_{iL} + \bar{l}_{iL} \gamma^\mu l_{iL} \quad (1.28)$$

J_{cc}^μ es vista como la corriente débil cargada. Nuevamente i es índice de familia.

Las corrientes neutras son:

La corriente electromagnética J_{em}^μ :

$$J_{em}^\mu \equiv e\bar{f}_L \gamma^\mu Q_f f_L + e\bar{f}_R \gamma^\mu Q_f f_R, \quad (1.29)$$

donde Q_f es la carga eléctrica del fermión f en unidades de la carga eléctrica e .

La corriente débil neutra J_Z^μ :

$$J_Z^\mu = \frac{1}{2} \bar{f} \gamma^\mu (v_f - a_f \gamma^5) f \quad (1.30)$$

La carga electromagnética e , en términos de los acoples g y g' es:

$$e = \frac{gg'}{(g^2 + g'^2)^{1/2}} = g S_W = g' C_W \quad (1.31)$$

La expresión para J_Z^μ , (1.30), fue escrita en términos de los acoples v_f y a_f definidos como:

$$v_f \equiv T_3^f - 2q_f S_W^2 \quad \text{y} \quad a_f \equiv T_3^f \quad (1.32)$$

La Tabla 2. muestra los valores de estos acoples para el contenido fermiónico del SM.

Fermión	q_f	a_f	v_f
ν_e, ν_μ, ν_τ	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
e^-, μ^-, τ^-	-1	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2} + 2S_W^2 \approx -0.04$
u, c, t	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2} - \frac{4}{3}S_W^2 \approx 0.19$
d, s, b	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2} + \frac{2}{3}S_W^2 \approx -0.35$

Es importante notar que las corrientes neutras se acoplan tanto a fermiones izquierdos como derechos, es decir, no distinguen quiralidad; no sucede así con las corrientes cargadas.

1.7 Masa para los fermiones y dificultades del modelo.

Ahora reemplazamos la derivada covariante (1.4) y la ecuación (1.11) en el término \mathcal{L}_Y de la Lagrangiana del SM (1.6). Procediendo así, se llega a la siguiente expresión para la matriz de masa de los fermiones:

$$M_{ab}^i = \frac{1}{\sqrt{2}} \lambda_{ab}^i v, \quad (1.33)$$

donde el superíndice i hace referencia a (e_a, p_a, n_a) con $e_a = (e, \mu, \tau)$, $p_a = (u, c, t)$ y $n_a = (d, s, b)$.

Sin embargo, los acoples de Yukawa, λ 's, al ser parámetros arbitrarios, imposibilitan predecir las masas para todos los fermiones.

Debido a que estas tres matrices en general son no diagonales, se hace necesario aplicar una transformación biunitaria por medio de matrices unitarias U y V de la siguiente manera:

$$U_L^{(p)\dagger} M^p U_R^{(p)} = Dg(m_u, m_c, m_t) \quad (1.34)$$

$$V_L^{(n)\dagger} M^n V_R^{(n)} = Dg(m_d, m_s, m_b)$$

$$V_L^{(e)\dagger} M^e V_R^{(e)} = Dg(m_e, m_\mu, m_\tau)$$

Ahora, esta diagonalización trae consigo implicaciones importantes de resaltar:

i) Las corrientes neutras en el sector de los quarks, ecuaciones (1.29) y (1.30) son diagonales en el sabor. Esta es la base del mecanismo propuesto por Glashow, Illiopoulos y Maiani (Mecanismo GIM), el cual prohíbe a nivel árbol cambio de sabor en corrientes neutras (FCNC), [12]. La principal motivación para Glashow, Illiopoulos y Maiani para introducir el quark c fue proporcionar una pareja para el quark s con el fin de suprimir el cambio de extrañeza en corrientes neutras.

ii) Remitiéndonos a la ecuación (1.28), en las corrientes cargadas se presenta cambio de sabor.

Ahora, podemos escribir J_{cc}^μ de la siguiente forma:

$$J_{cc}^\mu = \bar{q}_L \gamma_L^\mu (U_L^{(p)} V_L^{(n)}) q_L \quad (1.35)$$

De la anterior expresión los acoplos de los bosones de gauge cargados a los quarks en las corrientes cargadas corresponden a las entradas de la matriz unitaria 3×3 , $U_L^{(p)} V_L^{(n)}$, denominada la matriz de Cabibbo-Kobayashi-Mashawa (CKM) V_{CKM} , [13]:

$$V_{CKM} = U_L^{(p)} V_L^{(n)} \quad (1.36)$$

La matriz V_{CKM} , por ser 3×3 y unitaria, tiene 4 parámetros independientes: tres ángulos de mezcla y una fase asociada a violación CP. Kobayashi y Maskawa introdujeron la tercera familia de quarks específicamente para proporcionar un posible origen de la violación CP.

Como mencionamos en la introducción, el SM es una teoría que describe muy bien las interacciones débil, fuerte y electromagnética al orden de 10^2 GeV, sin embargo, son varios e importantes los interrogantes que deja sin responder, además de la evidencia experimental para la masa de los neutrinos, [14]. A continuación esbozamos algunos de ellos:

i) ¿Por qué existen tres familias de quarks y de leptones?. Al extender el grupo de simetría gauge convenientemente, como por ejemplo la extensión $3 - 4 - 1$, este interrogante tiene respuesta considerando la cancelación de anomalías entre familias y no familia por familia

como sucede en el SM. Esta es una de las grandes motivaciones para el estudio de los modelos $3 - 4 - 1$.

ii)¿Por qué la jerarquía de masas en las familias fermiónicas?

iii)¿Por qué, a diferencia de la interacción electromagnética, la interacción débil viola paridad?

iv)¿Cómo explicar la cuantización de la carga eléctrica?

v)¿Cómo incluir las interacciones gravitacionales para hacer de ésta una teoría más completa?

vi)¿Existirán otros tipos de fuerzas y partículas en la naturaleza? Con el advenimiento del *Large Hadron Collider (LHC)* el panorama hacia nueva física es bastante intrigante.

Capítulo 2

Modelos $3 - 4 - 1$

En este capítulo revisaremos algunos aspectos de la extensión $3 - 4 - 1$, centrándonos en particular, en los modelos libres de anomalías y sin cargas eléctricas exóticas. También se estudiará la asignación de autoestados de interacción en autoestados de masa para los quarks.

2.1 Motivación y aspectos generales.

Sabemos que el Modelo Estándar de las interacciones fundamentales, basado en el grupo de simetría gauge $SU(3)_c \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$, ha sido bastante exitoso en la descripción de las interacciones fuerte y electrodébil, sin embargo, como se anotó al final del anterior capítulo, son varios los interrogantes que no encuentran respuesta en esta teoría. Debido a estas limitaciones, se cree que el SM no se trata de un teoría final sino de una teoría a bajas energías contenida dentro de una más general. En este sentido, y dado el actual éxito del SM, puede ser conveniente no alejarse mucho de él. El modelo $3 - 4 - 1$ busca desarrollar nueva física más allá del SM mediante la extensión del grupo de simetría gauge. Una de las motivaciones para el estudio de esta extensión radica en el interés de responder a la pregunta de por qué existen tres familias fermiónicas en la naturaleza, pregunta que no encuentra respuesta en el SM. $3 - 4 - 1$ responde la pregunta de la replicación de familias relacionando el número de familias al número de colores de la interacción fuerte, a través del requerimiento de la cancelación de anomalías. Mientras que las anomalías se cancelan para cada familia individualmente en el SM, ellas pueden cancelarse en el modelo $3 - 4 - 1$ cuando todas las tres familias son incluidas (modelos de tres familias). Otro de los interrogantes que no encuentran respuesta en el SM es el problema de la estabilidad de la escala electrodébil. Recientemente se ha encontrado que $3 - 4 - 1$ es la más simple extensión al SM que permite implementar el mecanismo Little Higgs, [15], el cual es una de las propuestas para responder este interrogante.

Diversos autores han llevado a cabo estudios sobre la extensión $3 - 4 - 1$, en particular, en la referencia [5] se llevó a cabo un estudio sistemático sobre esta extensión caracterizando los modelos sin cargas eléctricas exóticas mediante un conjunto de parámetros libres que aparecen en el generador de carga eléctrica Q , [5].

Estos parámetros, denotados como a , b y c , pueden tomar sólo ciertos valores simultáneos si se consideran modelos con contenido fermiónico, bosones de gauge y partículas del sector

escalar, sin cargas eléctricas exóticas y libres de anomalías. Veamos la expresión para Q con los parámetros en mención:

$$Q = aT_{3L} + \frac{1}{\sqrt{3}}bT_{8L} + \frac{1}{\sqrt{6}}cT_{15L} + XI_4 \quad (2.1)$$

La anterior es la expresión más general para el generador de carga eléctrica en $SU(4)_L \otimes U(1)_X$ y se observa que se construye como una combinación lineal de los generadores diagonales de este grupo de simetría gauge, T_{3L} , T_{8L} y T_{15L} asociados a $SU(4)_L$ e X asociado a $U(1)_X$. Las $T_i = \lambda_{iL}/2$, donde las λ_{iL} son las matrices de Gell-Mann para $SU(4)_L$, (ver apéndice A), son los generadores diagonales de $SU(4)_L$. Las λ_{iL} se encuentran convencionalmente normalizadas como $Tr(\lambda_i\lambda_j) = 2\delta_{ij}$ e $I_4 = Dg(1, 1, 1, 1)$ es la matriz identidad 4×4 . Cualquier coeficiente eventual para X queda incluido en su definición.

Si se acomodan los fermiones del SM en diferentes representaciones 4 o $\bar{4}$ de $SU(4)_L$ y se asume que el isospín convencional del SM es tal que $SU(2)_L \subset SU(4)_L$, entonces $a = 1$ y así, sólo nos quedan como parámetros libres b y c .

Concretamente, en la referencia [5] se encuentra que sólo son posibles dos valores simultáneos para b y c si se imponen las restricciones anotadas arriba. Ellos son:

i) $b = c = 1$; caso para el cual existen dos modelos de tres familias libres de anomalías, denotados como Modelo A y Modelo B en la referencia [5].

ii) $b = 1, c = -2$; caso para el cual hay otros dos modelos llamados Modelo E y Modelo F, [5].

En este trabajo seleccionaremos para nuestro estudio un modelo representativo de cada uno de los casos anteriores, el Modelo B que de ahora en adelante llamaremos Modelo A y el Modelo E, el cual renombramos como Modelo B.

El esquema de rompimiento de la simetría $3 - 4 - 1$ es el siguiente:

$$SU(3)_C \otimes SU(4)_L \otimes U(1)_X \quad (2.2)$$

$$\xrightarrow{V'} SU(3)_C \otimes SU(3)_L \otimes U(1)_Z$$

$$\xrightarrow{V} SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$$

$$\xrightarrow{v+v'} SU(3)_C \otimes U(1)_Q,$$

donde $SU(3)_C \otimes SU(3)_L \otimes U(1)_Z$ se refiere a la simetría $3 - 3 - 1$ y V, V', v y v' son los valores esperados en el vacío (VEV) de cuatro cuádrupletes de Higgses, los cuales se detallarán más

adelante para cada modelo en consideración. Se impone la jerarquía $V \sim V' \gg v \sim v' \approx 174$ GeV.

Los acoples g_4 y g_X , asociados con los grupos $SU(4)_L$ y $U(1)_X$ respectivamente, son definidos a través de la derivada covariante para 4-pletos y $\bar{4}$ -pletos así:

$$iD^\mu = i\partial^\mu - g_4\lambda_{L\alpha}A_\alpha^\mu/2 - g_XXB^\mu \quad (2.3)$$

$$i\bar{D}^\mu = i\partial^\mu + g_4\lambda_{L\alpha}^T A_\alpha^\mu/2 - g_XXB^\mu \quad (2.4)$$

En estos modelos se asume que los quarks izquierdos (que son tripletes de color), los leptones izquierdos (singletes de color) y los escalares, transforman bajo las representaciones fundamentales 4 o $\bar{4}$ de $SU(4)_L$. $SU(3)_c$ es vectorial como en el SM.

Es claro que en estos modelos hay un total de 24 bosones de gauge: 8 campos gluónicos asociados con el grupo $SU(3)_c$ que permanecen sin masa después del rompimiento espontáneo de simetría, un campo gauge B^μ asociado con $U(1)_X$ y otros 15 bosones de gauge asociados con $SU(4)_L$.

2.2 Anomalías.

Las anomalías están asociadas a ciertos diagramas de un loop con fermiones quirales, [7], los cuales son llamados diagramas triangulares. Estas anomalías deben anularse para conservar la validez del principio gauge y garantizar la renormalizabilidad de la teoría. Fermiones izquierdos y derechos contribuyen a la anomalía con diferente signo. La Electrodinámica Cuántica (QED) y la Cromodinámica Cuántica (QCD) son libres de anomalías puesto que fermiones izquierdos y derechos poseen iguales números cuánticos. La siguiente es la expresión que permite llevar a cabo su cálculo, [11]:

$$A = \sum_{\text{Todas las representaciones}} (tr [\{T^A, T^B\}T^C]_L - tr [\{T^A, T^B\}T^C]_R) \quad (2.5)$$

Las T^i , $i = A, B, C$, son los generadores del grupo de simetría en consideración. En el SM, sólo es necesario analizar las anomalías $[SU(2)_c]^2 U(1)_Y$ y $[U(1)_Y]^3$ puesto que las restantes a considerar son automáticamente nulas debido a que la traza de cualquier número impar de los generadores de $SU(2)$, las $\sigma_i/2$, es nula. Es fácil verificar que las anomalías $[SU(2)]^2 U(1)_Y$ y $[U(1)_Y]^3$ desaparecen al aplicar (2.5) teniendo en cuenta el número de colores de los quarks. Un detalle importante es el hecho de que en el SM la cancelación de las anomalías se da familia por familia, es decir, se cancelan independientemente para las tres familias.

Para el caso de la extensión $3-4-1$ se tiene que los factores $SU(4)_L$ y $U(1)_X$ son anómalos, el factor $SU(3)_c$ es no anómalo puesto que es vectorial. Esto implica que se deben tener ciertas combinaciones de multipletes de $[SU(4)_L]$ para cada modelo en consideración con el fin de cancelar las anomalías. Así, las anomalías a considerar son las siguientes: $[SU(4)_L]^3$, $[SU(3)_c]^2 U(1)_X$, $[SU(4)_L]^2 U(1)_X$, $[U(1)_X]^3$ y $[\text{grav}]^2 U(1)_X$. Luego se mostrará su cálculo para los modelos objeto de estudio.

2.3 Modelos $b = c = 1$

Corresponden a los Modelos A y B de la referencia [5].

En general, para todos los modelos $b = c = 1$ se pueden definir los siguientes conjuntos completos de espinores de Weyl de espín $1/2$, completos en el sentido de que cada conjunto posee sus propias antipartículas cargadas:

- $S_1^q = \{(u, d, D, D')_L \sim [3, 4, -\frac{1}{12}], u_L^c \sim [\bar{3}, 1, -\frac{2}{3}], d_L^c \sim [\bar{3}, 1, \frac{1}{3}], D_L^c \sim [\bar{3}, 1, \frac{1}{3}], D_L'^c \sim [\bar{3}, 1, \frac{1}{3}]\}$
- $S_2^q = \{(d, u, U, U')_L \sim [3, \bar{4}, \frac{5}{12}], u_L^c \sim [\bar{3}, 1, -\frac{2}{3}], d_L^c \sim [\bar{3}, 1, \frac{1}{3}], U_L^c \sim [\bar{3}, 1, -\frac{2}{3}], U_L'^c \sim [\bar{3}, 1, -\frac{2}{3}]\}$
- $S_3^l = \{(\nu_e^0, e^-, E^-, E'^-)_L \sim [1, 4, -\frac{3}{4}], e_L^+ \sim [1, 1, 1], E_L^+ \sim [1, 1, 1], E_L'^+ \sim [1, 1, 1]\}$
- $S_4^l = \{(E^+, N_1^0, N_2^0, N_3^0)_L \sim [1, 4, \frac{1}{4}], E_L^- \sim [1, 1, -1]\}$
- $S_5^l = \{(e^-, \nu_e^0, N^0, N'^0)_L \sim [1, \bar{4}, -\frac{1}{4}], e_L^+ \sim [1, 1, 1]\}$
- $S_6^l = \{(N^0, E_1^+, E_2^+, E_3^+)_L \sim [1, \bar{4}, \frac{3}{4}], E_{1L}^- \sim [1, 1, -1], E_{2L}^- \sim [1, 1, -1], E_{3L}^- \sim [1, 1, -1]\}$

Dado que cada conjunto definido anteriormente contiene sus propias antipartículas cargadas, y ya que $SU(3)_c$ es vectorial, las anomalías $[SU(3)_c]^2 U(1)_X$ y $[SU(3)_c]^3$ son nulas. Un cálculo directo muestra que la anomalía $[\text{grav}]^2 U(1)_X$, también es nula. Así, sólo hay que encontrar las correspondientes a $[U(1)_X]^3$, $[SU(4)_L]^2 U(1)_X$, $[SU(4)_L]^3$. El cálculo de ellas se muestra en la Tabla 3.

Tabla 3. Anomalías para modelos con $b = c = 1$.						
Anomalía	S_1^q	S_2^q	S_3^l	S_4^l	S_5^l	S_6^l
$[U(1)_X]^3$	$-9/8$	$-27/8$	$21/8$	$-15/8$	$15/8$	$-21/8$
$[SU(4)_L]^2 U(1)_X$	$-1/2$	$5/2$	$-3/2$	$1/2$	$-1/2$	$3/2$
$[SU(4)_L]^3$	3	-3	1	1	-1	-1

Así, con la consideración de la cancelación de anomalías para el caso $b = c = 1$ se encuentra, a partir de esta tabla, que sólo es posible construir dos modelos de tres familias libres de

anomalías y son los que mencionamos anteriormente, denotados como Modelo A y Modelo B en la referencia [5]:

$$2S_1^q \oplus S_2^q \oplus 3S_5^l, \text{ correspondiente al Modelo A y estudiado en [3].}$$

$S_1^q \oplus 2S_2^q \oplus 3S_3^l$, correspondiente al Modelo B y analizado en [16]. Este es nuestro modelo representativo de estudio para $b = c = 1$, renombrado como Modelo A.

Obsérvese que a diferencia del SM, la cancelación de anomalías se da entre familias y no familia por familia, esto es claro de observar en las dos anteriores estructuras fermiónicas en donde una generación de quarks transforma de manera distinta a las otras dos.

2.3.1 Asignación de autoestados de interacción en autoestados de masa para el Modelo A ($S_1^q \oplus 2S_2^q \oplus 3S_3^l$).

En la construcción de estos modelos hemos asumido que los quarks y leptones izquierdos transforman bajo las representaciones fundamentales 4 o $\bar{4}$ de $SU(4)_L$ y que todos los fermiones derechos cargados transforman bajo $SU(4)_L$ como singletes. La Tabla 4. muestra el contenido fermiónico a la luz de los conjuntos de espinores de Weyl correspondientes al Modelo A, es decir $S_1^q \oplus 2S_2^q \oplus 3S_3^l$.

Tabla 4. Contenido fermiónico Modelo A.				
$Q_{iL} = \begin{pmatrix} d_i \\ u_i \\ U_i \\ U'_i \end{pmatrix}_L$ $[3, \bar{4}, \frac{5}{12}]$	d_{iL}^c $[\bar{3}, 1, \frac{1}{3}]$	u_{iL}^c $[\bar{3}, 1, -\frac{2}{3}]$	U_{iL}^c $[\bar{3}, 1, -\frac{2}{3}]$	U'_{iL}^c $[\bar{3}, 1, \frac{1}{3}]$
$Q_{3L} = \begin{pmatrix} u_3 \\ d_3 \\ D_3 \\ D'_3 \end{pmatrix}_L$ $[3, 4, -\frac{1}{12}]$	u_{3L}^c $[\bar{3}, 1, -\frac{2}{3}]$	d_{3L}^c $[\bar{3}, 1, \frac{1}{3}]$	D_{3L}^c $[\bar{3}, 1, \frac{1}{3}]$	D'_{3L}^c $[\bar{3}, 1, \frac{1}{3}]$
$L_{\alpha L} = \begin{pmatrix} \nu_{e\alpha}^0 \\ e_{\alpha}^- \\ E_{\alpha}^- \\ E'_{\alpha}^- \end{pmatrix}_L$ $[1, 4, -\frac{3}{4}]$	$e_{\alpha L}^+$ $[1, 1, 1]$	$E_{\alpha L}^+$ $[1, 1, 1]$	$E'_{\alpha L}^+$ $[1, 1, 1]$	

Los subíndices $i = 1, 2$ y $\alpha = 1, 2, 3$ corresponden a índices de generación. Los campos U_i y U'_i son quarks exóticos de carga eléctrica $2/3$, mientras que D_3 y D'_3 son quarks exóticos de

carga $-1/3$. E_α^- y E'_α^- son leptones exóticos de carga -1 cada uno.

Ahora, sabemos que la distinción entre familias de quarks es irrelevante cuando los multipletes son escritos en la base débil, tal como se muestran en la Tabla 4. Una vez se consideran los autoestados de masa, la matriz de mezcla de CKM sugiere que estos autoestados sean clasificados en familias. De esta manera, se pueden tener tres diferentes tipos de asignación de autoestados de interacción en autoestados de masa. Esto traerá, como veremos más adelante, importantes diferencias en las restricciones sobre el espacio de parámetros ($\theta - M_Z$). La Tabla 5. muestra estas tres formas posibles de asignación, denotadas como A1, A2 y A3.

También es importante resaltar la presencia de universalidad para los leptones conocidos en la base débil, es decir, $\nu_{e\alpha}^0$ y e_α^- transforman todos bajo la representación fundamental 4 de $SU(4)_L$ para $\alpha = 1, 2, 3$, trayendo como consecuencia la no presencia de FCNC en el sector leptónico, excepto por la existencia de mezclas con los leptones exóticos.

Tabla 5. Asignaciones Modelo A.		
Asignación A1	Asignación A2	Asignación A3
$Q_{iL} = \begin{pmatrix} d, s \\ u, c \\ U_1, U_2 \\ U'_1, U'_2 \end{pmatrix}_L$	$Q_{iL} = \begin{pmatrix} d, b \\ u, t \\ U_1, U_3 \\ U'_1, U'_3 \end{pmatrix}_L$	$Q_{iL} = \begin{pmatrix} s, b \\ c, t \\ U_2, U_3 \\ U'_2, U'_3 \end{pmatrix}_L$
$Q_{3L} = \begin{pmatrix} t \\ b \\ D_3 \\ D'_3 \end{pmatrix}_L$	$Q_{3L} = \begin{pmatrix} c \\ s \\ D_2 \\ D'_2 \end{pmatrix}_L$	$Q_{3L} = \begin{pmatrix} u \\ d \\ D_1 \\ D'_1 \end{pmatrix}_L$

2.4 Modelos $b = 1, c = -2$

Corresponden a los Modelos E y F en la referencia [5].

De manera análoga al caso anterior, se definen conjuntos completos de espinores Weyl de espín 1/2 :

- $S_1^{lq} = \{(u, d, D, U)_L \sim [3, 4, \frac{1}{6}], u_L^c \sim [\bar{3}, 1, -\frac{2}{3}], d_L^c \sim [\bar{3}, 1, \frac{1}{3}], D_L^c \sim [\bar{3}, 1, \frac{1}{3}], U_L^c \sim [\bar{3}, 1, -\frac{2}{3}]\}$
- $S_2^{lq} = \{(d, u, U, D)_L \sim [3, \bar{4}, \frac{1}{6}], u_L^c \sim [\bar{3}, 1, -\frac{2}{3}], d_L^c \sim [\bar{3}, 1, \frac{1}{3}], U_L^c \sim [\bar{3}, 1, -\frac{2}{3}], D_L^c \sim [\bar{3}, 1, \frac{1}{3}]\}$
- $S_3^{ll} = \{(\nu_e^0, e^-, E^-, N^0)_L \sim [1, 4, -\frac{1}{2}], e_L^+ \sim [1, 1, 1], E_L^+ \sim [1, 1, 1]\}$

- $S_4^l = \{(e^-, \nu_e^0, N^0, E^-)_L \sim [1, \bar{4}, -\frac{1}{2}], e_L^+ \sim [1, 1, 1], E_L^+ \sim [1, 1, 1]\}$
- $S_5^l = \{(E^+, N_1^0, N_2^0, e^+)_L \sim [1, 4, \frac{1}{2}], E_L^- \sim [1, 1, -1], e_L^- \sim [1, 1, -1]\}$
- $S_6^l = \{(N_3^0, E^+, e^+, N_4^0)_L \sim [1, \bar{4}, \frac{1}{2}], E_L^- \sim [1, 1, -1], e_L^- \sim [1, 1, -1]\}$

Nuevamente, por las consideraciones anotadas para el Modelo A, para el Modelo B las anomalías $[grav]^2 U(1)_X$, $[SU(3)_c]^2 U(1)_X$ y $[SU(3)_c]^3$ son nulas para estos conjuntos de espinores. La Tabla 6. muestra el cálculo para las anomalías restantes:

Tabla 6. Anomalías para modelos con $b = 1, c = -2$.						
Anomalía	S_1^q	S_2^q	S_3^l	S_4^l	S_5^l	S_6^l
$[U(1)_X]^3$	$-3/2$	$-3/2$	$3/2$	$3/2$	$-3/2$	$-3/2$
$[SU(4)_L]^2 U(1)_X$	$1/2$	$1/2$	$-1/2$	$-1/2$	$1/2$	$1/2$
$[SU(4)_L]^3$	3	-3	1	-1	1	-1

A partir de esta tabla, sólo dos modelos para tres familias y libres de anomalías pueden construirse y ellos son:

$2S_1^q \oplus S_2^q \oplus 3S_4^l$, correspondiente al Modelo E en la referencia [5] y estudiado en [4]. Es nuestro modelo de estudio para $b = 1, c = -2$ renombrado como Modelo B.

$S_1^q \oplus 2S_2^q \oplus 3S_3^l$, correspondiente al Modelo F y recientemente desarrollado en la referencia [17].

Otra vez, la cancelación de anomalías es llevada a cabo entre familias e implica que una generación de quarks transforme diferentemente de las otras dos bajo el grupo gauge.

2.4.1 Asignación de autoestados de interacción en autoestados de masa para el Modelo B ($2S_1^q \oplus S_2^q \oplus 3S_4^l$).

La Tabla 7. muestra la estructura fermiónica libre de anomalías correspondiente a los conjuntos de espinores de Weyl $2S_1^q \oplus S_2^q \oplus 3S_4^l$. Como en el caso anterior, se tiene otra vez universalidad en la base débil para los leptones ordinarios en las tres generaciones. La Tabla 8. muestra las tres posibles asignaciones de autoestados de interacción en autoestados de masa y se denotan como $B1, B2$ y $B3$.

Tabla 7. Contenido fermiónico Modelo B.				
$Q_{iL} = \begin{pmatrix} d_i \\ u_i \\ D_i \\ U'_i \end{pmatrix}_L$ $[3, 4, \frac{1}{6}]$	u_{iL}^c	d_{iL}^c	D_{iL}^c	U_{iL}^c
	$[\bar{3}, 1, -\frac{2}{3}]$	$[\bar{3}, 1, \frac{1}{3}]$	$[\bar{3}, 1, \frac{1}{3}]$	$[\bar{3}, 1, -\frac{2}{3}]$
$Q_{3L} = \begin{pmatrix} d_3 \\ u_3 \\ U_3 \\ D'_3 \end{pmatrix}_L$ $[3, \bar{4}, \frac{1}{6}]$	d_{3L}^c	u_{3L}^c	U_{3L}^c	D_{3L}^c
	$[\bar{3}, 1, -\frac{2}{3}]$	$[\bar{3}, 1, \frac{1}{3}]$	$[\bar{3}, 1, \frac{1}{3}]$	$[\bar{3}, 1, \frac{1}{3}]$
$L_{\alpha L} = \begin{pmatrix} e_{\alpha}^- \\ \nu_{e\alpha}^0 \\ N_{\alpha}^0 \\ E_{\alpha}^{\prime-} \end{pmatrix}_L$ $[1, \bar{4}, -\frac{1}{12}]$	$e_{\alpha L}^+$	$E_{\alpha L}^+$		
	$[1, 1, 1]$	$[1, 1, 1]$		

Tabla 8. Asignaciones Modelo B.		
Asignación B1	Asignación B2	Asignación B3
$Q_{iL} = \begin{pmatrix} u, c \\ d, s \\ D_1, D_2 \\ U_1, U_2 \end{pmatrix}_L$	$Q_{iL} = \begin{pmatrix} u, t \\ d, b \\ D_1, D_3 \\ U_1, U_3 \end{pmatrix}_L$	$Q_{iL} = \begin{pmatrix} c, t \\ s, b \\ D_2, D_3 \\ U_2, U_3 \end{pmatrix}_L$
$Q_{3L} = \begin{pmatrix} b \\ t \\ U_3 \\ D_3 \end{pmatrix}_L$	$Q_{3L} = \begin{pmatrix} s \\ c \\ U_2 \\ D_2 \end{pmatrix}_L$	$Q_{3L} = \begin{pmatrix} d \\ u \\ D1 \\ D'_1 \end{pmatrix}_L$

2.5 Campos escalares

2.5.1 Modelo A

El rompimiento de la simetría y las masas para todos los campos fermiónicos (excepto para $\nu_{e\alpha}^0$) son producidos por el conjunto de campos escalares, [16]:

$$\begin{aligned}
\langle \phi_1^T \rangle &= \langle (\phi_1^0, \phi_1^+, \phi_1'^+, \phi_1''^+) \rangle = (v, 0, 0, 0) \sim [1, \bar{4}, 3/4] \\
\langle \phi_2^T \rangle &= \langle (\phi_2^-, \phi_2^0, \phi_2'^0, \phi_2''^0) \rangle = (0, v', 0, 0) \sim [1, \bar{4}, -1/4] \\
\langle \phi_3^T \rangle &= \langle (\phi_3^-, \phi_3^0, \phi_3'^0, \phi_3''^0) \rangle = (0, 0, V, 0) \sim [1, \bar{4}, -1/4] \\
\langle \phi_4^T \rangle &= \langle (\phi_4^-, \phi_4^0, \phi_4'^0, \phi_4''^0) \rangle = (0, 0, 0, V') \sim [1, \bar{4}, -1/4]
\end{aligned} \tag{2.6}$$

Cuando la simetría $3 - 4 - 1$ es rota a la del SM, haciendo uso del anterior conjunto de Higgses, obtenemos las siguientes condiciones de ajuste entre los acoples gauge:

$$g_4 = g \quad \text{y} \quad \frac{1}{g'^2} = \frac{1}{g_X^2} + \frac{1}{2g^2}, \tag{2.7}$$

donde g y g' son las constantes de acople de los grupos $SU(2)_L$ y $U(1)_Y$ del SM respectivamente.

2.5.2 Modelo B

En el Modelo B el rompimiento de la simetría y las masas para todos los campos fermiónicos (excepto para los campos neutros) son producidos por el conjunto de campos escalares, [4]:

$$\begin{aligned}
\langle \phi_1^T \rangle &= \langle (\phi_1^0, \phi_1^+, \phi_1'^+, \phi_1''^+) \rangle = (0, v, 0, 0) \sim [1, \bar{4}, -1/2] \\
\langle \phi_2^T \rangle &= \langle (\phi_2^-, \phi_2^0, \phi_2'^0, \phi_2''^0) \rangle = (0, 0, V, 0) \sim [1, \bar{4}, -1/2] \\
\langle \phi_3^T \rangle &= \langle (\phi_3^-, \phi_3^0, \phi_3'^0, \phi_3''^0) \rangle = (v', 0, 0, 0) \sim [1, 4, -1/2] \\
\langle \phi_4^T \rangle &= \langle (\phi_4^-, \phi_4^0, \phi_4'^0, \phi_4''^0) \rangle = (0, 0, 0, V') \sim [1, 4, -1/2]
\end{aligned} \tag{2.8}$$

Las condiciones de ajuste entre los acoples, obtenidas al romperse la simetría $3 - 4 - 1$ a la del SM, son:

$$g_4 = g \quad \text{y} \quad \frac{1}{g'^2} = \frac{1}{g_X^2} + \frac{1}{g^2} \tag{2.9}$$

donde nuevamente g y g' son las constantes de acople de los grupos $SU(2)_L$ y $U(1)_Y$ del SM respectivamente.

2.6 Masa para los bosones de gauge

2.6.1 Modelo A

Recordemos que hay un total de 24 bosones de gauge en el grupo gauge bajo consideración, 15 de ellos asociados a $SU(4)_L$, los cuales, para el Modelo A, se pueden escribir como:

$$\frac{1}{2}\lambda_{L\alpha}A_\mu^\alpha = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} D_{1\mu}^0 & W_\mu^+ & K_\mu^+ & X_\mu^+ \\ W_\mu^- & D_{2\mu}^0 & K_\mu^0 & X_\mu^0 \\ K_\mu^- & K_\mu'^0 & D_{3\mu}^0 & Y_\mu^0 \\ X_\mu^- & X_\mu'^0 & Y_\mu'^0 & D_{4\mu}^0 \end{pmatrix} \quad (2.10)$$

$D_1^{0\mu}$, $D_2^{0\mu}$, $D_3^{0\mu}$ y $D_4^{0\mu}$ son campos neutros:

$$\begin{aligned} D_1^{0\mu} &= A_3^\mu/\sqrt{2} + A_8^\mu/\sqrt{6} + A_{15}^\mu/\sqrt{12} \\ D_2^{0\mu} &= -A_3^\mu/\sqrt{2} + A_8^\mu/\sqrt{6} + A_{15}^\mu/\sqrt{12} \\ D_3^{0\mu} &= -2A_8^\mu/\sqrt{6} + A_{15}^\mu/\sqrt{12} \\ D_4^{0\mu} &= -3A_{15}^\mu/\sqrt{12} \end{aligned} \quad (2.11)$$

Los campos fuera de la diagonal están dados por:

$$\begin{aligned} W^{\pm\mu} &= \frac{A_1^\mu \mp iA_2^\mu}{\sqrt{2}}, & K^{\pm\mu} &= \frac{A_4^\mu \mp iA_5^\mu}{\sqrt{2}}, & X^{\pm\mu} &= \frac{A_9^\mu \mp iA_{10}^\mu}{\sqrt{2}} \\ K^{0\mu} &= \frac{A_6^\mu - iA_7^\mu}{\sqrt{2}}, & X^{0\mu} &= \frac{A_{11}^\mu - iA_{12}^\mu}{\sqrt{2}}, & K'^{0\mu} &= \frac{A_6^\mu + iA_7^\mu}{\sqrt{2}} \\ Y^0 &= \frac{A_{13}^\mu - iA_{14}^\mu}{\sqrt{2}}, & X'^{0\mu} &= \frac{A_{11}^\mu + iA_{12}^\mu}{\sqrt{2}}, & Y'^0 &= \frac{A_{13}^\mu + iA_{14}^\mu}{\sqrt{2}} \end{aligned} \quad (2.12)$$

Para encontrar las masas para los bosones de gauge procedemos de manera similar a lo hecho en el SM, esta vez, rompiendo la simetría $3 - 4 - 1$ con el conjunto de Higgses dados en (2.6), donde el término que acopla los campos escalares a los bosones de gauge es $(\bar{D}_\mu \langle \phi_i \rangle)^\dagger (\bar{D}^\mu \langle \phi^i \rangle)$. Así, los términos de masa para los bosones de gauge, cargados bajo los generadores del grupo $SU(4)_L$, son los siguientes:

$$\begin{aligned}
M_{W^\pm}^2 &= \frac{g_4^2}{2} (v^2 + v'^2), & M_{K^\pm}^2 &= \frac{g_4^2}{2} (v^2 + V^2), \\
M_{X^\pm}^2 &= \frac{g_4^2}{2} (v^2 + V'^2), & M_{K^0(K'^0)}^2 &= \frac{g_4^2}{2} (v'^2 + V^2), \\
M_{X^0(X'^0)}^2 &= \frac{g_4^2}{2} (v'^2 + V'^2) & \text{y} & M_{Y^0(Y'^0)}^2 = \frac{g_4^2}{2} (V^2 + V'^2).
\end{aligned} \tag{2.13}$$

Puesto que $g_4 = g$ de (2.7) y con el valor experimental $M_W = 80.450 \pm 0.058$ GeV, [8], se encuentra que $\sqrt{v^2 + v'^2} \approx 174$ GeV. De manera análoga al SM, para los cuatro bosones de gauge neutros $D_i^{0\mu}$ se encuentra una matriz de masa 4×4 en la base $(A_3^\mu, A_8^\mu, A_{15}^\mu, B^\mu)$ dada por:

$$\begin{aligned}
M^2 &= \frac{g_4^2}{2} \left\{ V^2 \left(\frac{g_X}{g_4} B^\mu - \frac{2}{\sqrt{3}} A_8^\mu + \frac{1}{\sqrt{6}} A_{15}^\mu \right)^2 + \right. \\
&+ V'^2 \left(\frac{g_X}{2g_4} B^\mu - \frac{3}{\sqrt{6}} A_{15}^\mu \right)^2 + v'^2 \left(\frac{g_X}{2g_4} B^\mu - A_3^\mu + \frac{1}{\sqrt{3}} A_8^\mu + \frac{1}{\sqrt{6}} A_{15}^\mu \right)^2 + \\
&\left. + v^2 \left(-\frac{3g_X}{2g_4} B^\mu + A_3^\mu + \frac{1}{\sqrt{3}} A_8^\mu + \frac{1}{\sqrt{6}} A_{15}^\mu \right)^2 \right\}
\end{aligned} \tag{2.14}$$

La anterior matriz posee un autovalor cero, asociada a un autoestado que inmediatamente identificamos como el correspondiente al campo del fotón físico A^μ . Este campo puede escribirse como una combinación lineal de los campos neutros asociados a los generadores diagonales del grupo. Explícitamente, luego de su respectiva normalización:

$$A^\mu = \left(\frac{3}{2}g_X^2 + g_4^2 \right)^{-\frac{1}{2}} \left[g_X \left(A_3^\mu + \frac{1}{\sqrt{3}} A_8^\mu + \frac{1}{\sqrt{6}} A_{15}^\mu \right) + g_4 B^\mu \right], \tag{2.15}$$

Comparando la anterior expresión con su equivalente en el SM, (1.16), se encuentran las expresiones para S_W y T_W :

$$S_W = \frac{g_X}{\sqrt{\frac{3}{2}g_X^2 + g_4^2}}, \tag{2.16}$$

$$T_W = \frac{g_X}{\sqrt{\frac{1}{2}g_X^2 + g_4^2}}. \tag{2.17}$$

Ahora, en términos de S_W y C_W nuestra expresión para A^μ es:

$$A^\mu = S_W A_3^\mu + C_W Y^\mu, \tag{2.18}$$

donde

$$Y^\mu = \frac{T_W}{\sqrt{3}} \left(A_8^\mu + \frac{1}{\sqrt{2}} A_{15}^\mu \right) + \left(1 - \frac{T_W^2}{2} \right)^{1/2} B^\mu, \quad (2.19)$$

es identificado con el bosón de gauge del grupo abeliano $U(1)_Y$ del SM.

Los tres bosones de gauge neutros masivos, ortogonales a A^μ , están dados por:

$$\begin{aligned} Z^\mu &= C_W A_3^\mu - S_W Y^\mu, \\ Z'^\mu &= \sqrt{\frac{2}{3}} \left(1 - \frac{T_W^2}{2} \right)^{1/2} \left(A_8^\mu + \frac{1}{\sqrt{2}} A_{15}^\mu \right) - \frac{T_W}{\sqrt{2}} B^\mu, \\ Z''^\mu &= \frac{1}{\sqrt{3}} A_8^\mu - \sqrt{\frac{2}{3}} A_{15}^\mu. \end{aligned} \quad (2.20)$$

De las anteriores ecuaciones podemos escribir:

$$\begin{pmatrix} A_3^\mu \\ A_8^\mu \\ A_{15}^\mu \\ B^\mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S_W & C_W & 0 & 0 \\ S_W/\sqrt{3} & -S_W T_W/\sqrt{3} & \sqrt{2/3} (1 - T_W^2)^{1/2} & \frac{1}{\sqrt{3}} \\ \frac{1}{\sqrt{6}} S_W & -\frac{1}{\sqrt{6}} S_W T_W & \frac{1}{\sqrt{3}} (1 - T_W^2)^{1/2} & -\sqrt{2/3} \\ C_W (1 - T_W^2)^{1/2} & -S_W (1 - T_W^2)^{1/2} & -T_W/\sqrt{2} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A^\mu \\ Z^\mu \\ Z'^\mu \\ Z''^\mu \end{pmatrix}, \quad (2.21)$$

En este trabajo estaremos interesados en fenomenología a bajas energías por lo que podemos escoger $V \simeq V'$, además, consideraremos el caso particular $v \simeq v'$ para el cual la corriente $Z''^\mu \equiv Z_3^\mu$ se desacopla de las otras dos, [3], y adquiere una masa dada por:

$$M_{Z_3}^2 = \frac{g_4^2}{2} V^2. \quad (2.22)$$

Quedan entonces dos corrientes mezcladas, Z^μ y Z'^μ cuya mezcla puede ser parametrizada por el ángulo θ tal que:

$$\begin{pmatrix} Z_1^\mu \\ Z_2^\mu \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Z^\mu \\ Z'^\mu \end{pmatrix} \quad (2.23)$$

donde Z_1^μ y Z_2^μ son autoestados de masa y θ es tal que:

$$\tan(2\theta) = \frac{2\sqrt{2}\delta v^2 S_W^3}{2\delta^2 [v^2 (S_W^4 + C_W^4) + V^2 C_W^4] - v^2 S_W^2}, \quad (2.24)$$

con $\delta = \frac{g_X}{2g_4}$.

2.6.2 Modelo B

Llevando a cabo un procedimiento análogo al realizado con el Modelo A, se tiene:

$$\frac{1}{2}\lambda_{L\alpha}A_\mu^\alpha = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} D_{1\mu}^0 & W_\mu^+ & K_\mu^+ & X_\mu^0 \\ W_\mu^- & D_{2\mu}^0 & K_\mu^0 & X_\mu^- \\ K_\mu^- & K_\mu^{\prime 0} & D_{3\mu}^0 & Y_\mu^- \\ X_\mu^{\prime 0} & X_\mu^+ & Y_\mu^+ & D_{4\mu}^0 \end{pmatrix}, \quad (2.25)$$

donde nuevamente los $D_i^{0\mu}$ son campos neutros.

$$\begin{aligned} D_1^{0\mu} &= A_3^\mu/\sqrt{2} + A_8^\mu/\sqrt{6} + A_{15}^\mu/\sqrt{12} \\ D_2^{0\mu} &= -A_3^\mu/\sqrt{2} + A_8^\mu/\sqrt{6} + A_{15}^\mu/\sqrt{12} \\ D_3^{0\mu} &= -2A_8^\mu/\sqrt{6} + A_{15}^\mu/\sqrt{12} \\ D_4^{0\mu} &= -3A_{15}^\mu/\sqrt{12} \end{aligned} \quad (2.26)$$

Los bosones de gauge cargados son:

$$\begin{aligned} W^{\pm\mu} &= \frac{A_1^\mu \mp iA_2^\mu}{\sqrt{2}}, \quad K^{\pm\mu} = \frac{A_4^\mu \mp iA_5^\mu}{\sqrt{2}}, \quad X^{\pm\mu} = \frac{A_{11}^\mu \mp iA_{12}^\mu}{\sqrt{2}}, \\ K^{0\mu} &= \frac{A_6^\mu - iA_7^\mu}{\sqrt{2}}, \quad X^{0\mu} = \frac{A_9^\mu - iA_{10}^\mu}{\sqrt{2}}, \quad K^{\prime 0\mu} = \frac{A_6^\mu + iA_7^\mu}{\sqrt{2}}, \\ Y^\pm &= \frac{A_{13}^\mu \pm iA_{14}^\mu}{\sqrt{2}}, \quad X^{\prime 0\mu} = \frac{A_9^\mu + iA_{10}^\mu}{\sqrt{2}} \end{aligned} \quad (2.27)$$

Para este modelo la simetría $3 - 4 - 1$ es rota con el conjunto de Higgses dados en (2.8). Procediendo de manera análoga a lo hecho con el Modelo A, se encuentra que los términos de masa para los bosones de gauge cargados son:

$$\begin{aligned} M_{W^\pm}^2 &= \frac{g_4^2}{2} (v^2 + v'^2), \quad M_{K^\pm}^2 = \frac{g_4^2}{2} (v'^2 + V^2), \\ M_{X^\pm}^2 &= \frac{g_4^2}{2} (v^2 + V'^2), \quad M_{K^0(K'^0)}^2 = \frac{g_4^2}{2} (v^2 + V^2), \\ M_{X^0(X'^0)}^2 &= \frac{g_4^2}{2} (v'^2 + V'^2) \quad \text{y} \quad M_{Y^\pm}^2 = \frac{g_4^2}{2} (V^2 + V'^2). \end{aligned} \quad (2.28)$$

El campo del fotón y los bosones de gauge neutros masivos, ortogonales a él son:

$$A^\mu = S_W A_3^\mu + C_W \left[\frac{T_W}{\sqrt{3}} \left(A_8^\mu - 2 \frac{A_{15}^\mu}{\sqrt{2}} \right) + (1 - T_W^2)^{1/2} B^\mu \right], \quad (2.29)$$

$$\begin{aligned} Z^\mu &= C_W A_3^\mu - S_W \left[\frac{T_W}{\sqrt{3}} \left(A_8^\mu - 2 \frac{A_{15}^\mu}{\sqrt{2}} \right) + (1 - T_W^2)^{1/2} B^\mu \right], \\ Z'^\mu &= \frac{1}{\sqrt{3}} (1 - T_W^2)^{1/2} \left(A_8^\mu - 2 \frac{A_{15}^\mu}{\sqrt{2}} \right) - T_W B^\mu, \\ Z''^\mu &= \frac{2}{\sqrt{6}} A_8^\mu + \frac{1}{\sqrt{3}} A_{15}^\mu, \end{aligned} \quad (2.30)$$

donde ahora identificamos la hipercarga Y asociada con el bosón de gauge $U(1)_Y$ del SM como:

$$Y^\mu = \frac{T_W}{\sqrt{3}} \left(A_8^\mu - \frac{2}{\sqrt{2}} A_{15}^\mu \right) + (1 - T_W^2)^{1/2} B^\mu, \quad (2.31)$$

y podemos escribir:

$$\begin{pmatrix} A_3^\mu \\ A_8^\mu \\ A_{15}^\mu \\ B^\mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S_W & C_W & 0 & 0 \\ S_W/\sqrt{3} & -S_W T_W/\sqrt{3} & (1 - T_W^2)^{1/2}/\sqrt{3} & \sqrt{2/3} \\ -\sqrt{2/3} S_W & \sqrt{2/3} S_W T_W & -\sqrt{2/3} (1 - T_W^2)^{1/2} & 1/\sqrt{3} \\ C_W (1 - T_W^2)^{1/2} & -S_W (1 - T_W^2)^{1/2} & -T_W & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A^\mu \\ Z^\mu \\ Z'^\mu \\ Z''^\mu \end{pmatrix}, \quad (2.32)$$

También en este modelo, para $V \simeq V'$ y $v \simeq v'$, el campo $Z''^\mu \equiv Z_3^\mu$ se desacopla, [4], y adquiere una masa dada por:

$$M_{Z_3}^2 = \frac{g_4^2}{2} (V^2 + v^2). \quad (2.33)$$

Y como en el caso anterior, la mezcla entre las corrientes Z^μ y Z'^μ se parametriza con el ángulo θ tal que:

$$\begin{pmatrix} Z_1^\mu \\ Z_2^\mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Z^\mu \\ Z'^\mu \end{pmatrix} \quad (2.34)$$

con:

$$\tan(2\theta) = \frac{v^2 S_W^2 \sqrt{C_{2W}}}{v^2 (1 + S_W^2)^2 + V^2 C_W^4 - 2v^2}, \quad (2.35)$$

donde ahora S_W es:

$$S_W = \frac{g_X}{\sqrt{2g_X^2 + g_4^2}} \quad (2.36)$$

2.7 Masa para los fermiones

2.7.1 Modelo A

La mezcla entre fermiones ordinarios y exóticos y una eventual violación de la unitariedad de la matriz CKM puede ser evitada si se introduce una simetría discreta Z_2 , [18], libre de anomalías, con asignaciones de carga q_z dada por:

$$\begin{aligned} q_z(Q_{\alpha L}, u_{\alpha L}^c, d_{\alpha L}^c, L_{\alpha L}, e_{\alpha L}^c, \phi_1, \phi_2) &= 0, \\ q_z(U_{iL}^c, U_{iL}'^c, D_{3L}^c, D_{3L}'^c, E_{\alpha L}^c, E_{\alpha L}'^c, \phi_3, \phi_4) &= 1, \end{aligned} \quad (2.37)$$

Los fermiones ordinarios no son afectados por esta simetría, garantizándose así una convergencia a la simetría del SM luego que la simetría $3 - 4 - 1$ es rota.

La ventaja de utilizar esta simetría discreta radica en que se restringe el número de acoples de Yukawa al evitar la mezcla entre fermiones ordinarios y exóticos, mientras se produce un espectro de masas consistente al escoger adecuadamente los valores de los acoples de Yukawa permitidos.

Lo anterior conlleva a un lagrangiano de Yukawa que da lugar a la siguiente forma para la matriz de masa de los quarks tipo up y down, en la base $(u_1, u_2, u_3, U_1, U_2, U_1', U_2')$ y $(d_1, d_2, d_3, D_3, D_3')$ respectivamente.

$$M_{uU} = \begin{pmatrix} M_{3 \times 3}^u & 0 \\ 0 & M_{4 \times 4}^U \end{pmatrix} \text{ y } M_{dD} = \begin{pmatrix} M_{3 \times 3}^d & 0 \\ 0 & M_{2 \times 2}^D \end{pmatrix}, \quad (2.38)$$

donde:

$$M^u = \begin{pmatrix} h_{11}^u v' & h_{12}^u v' & h_{13}^u v' \\ h_{21}^u v' & h_{22}^u v' & h_{23}^u v' \\ h_{31}^u v & h_{32}^u v & h_{33}^u v \end{pmatrix}, \quad M^U = \begin{pmatrix} h_{11}^{(3)U} V & h_{12}^{(3)U} V & h_{11}^{(3)U'} V & h_{12}^{(3)U'} V \\ h_{21}^{(3)U} V & h_{22}^{(3)U} V & h_{211}^{(3)U'} V & h_{22}^{(3)U'} V \\ h_{11}^{(4)U} V' & h_{12}^{(4)U} V' & h_{11}^{(4)U'} V' & h_{12}^{(4)U'} V' \\ h_{21}^{(4)U} V' & h_{22}^{(4)U} V' & h_{21}^{(4)U'} V' & h_{22}^{(4)U'} V' \end{pmatrix} \quad (2.39)$$

$$M^d = \begin{pmatrix} h_{11}^d v & h_{12}^d v & h_{13}^d v \\ h_{21}^d v & h_{22}^d v & h_{23}^d v \\ h_{31}^d v' & h_{32}^d v' & h_{33}^d v' \end{pmatrix}, \quad M^D = \begin{pmatrix} h_{33}^{(3)D} V & h_{33}^{(3)D'} V \\ h_{33}^{(4)D} V' & h_{33}^{(4)D'} V' \end{pmatrix}, \quad (2.40)$$

y donde los h 's son acoples de Yukawa.

De manera similar se encuentra una matriz de masa diagonal por bloques para los leptones cargados.

2.7.2 Modelo B

Para este Modelo la simetría discreta Z_2 asigna cargas q_z acorde a:

$$\begin{aligned} q_z(Q_{\alpha L}, u_{\alpha L}^c, d_{\alpha L}^c, L_{\alpha L}, e_{\alpha L}^c, \phi_1, \phi_3) &= 0, \\ q_z(U_{\alpha L}^c, D_{\alpha L}^c, E_{\alpha L}^c, E_{\alpha L}^c, \phi_2, \phi_4) &= 1, \end{aligned} \quad (2.41)$$

donde nuevamente los fermiones ordinarios no son afectados por esta simetría. Las matrices de masa para los quarks tipo up y down en las bases $(u_1, u_2, u_3, U_1, U_2, U_3)$ y $(d_1, d_2, d_3, D_1, D_2, D_3)$ respectivamente, son:

$$M_{uU} = \begin{pmatrix} M_{3 \times 3}^u & 0 \\ 0 & M_{3 \times 3}^U \end{pmatrix} \text{ y } M_{dD} = \begin{pmatrix} M_{3 \times 3}^d & 0 \\ 0 & M_{3 \times 3}^D \end{pmatrix}, \quad (2.42)$$

con:

$$M^u = \begin{pmatrix} h_{11}^u v & h_{21}^u v' & h_{31}^u v' \\ h_{12}^u v & h_{22}^u v' & h_{32}^u v' \\ h_{13}^u v & h_{23}^u v' & h_{33}^u v \end{pmatrix}, \quad M^U = \begin{pmatrix} h_{11}^U V & h_{21}^U V' & h_{11}^U V' \\ h_{12}^U V & h_{22}^{(3)U} V' & h_{32}^U V' \\ h_{11}^U V & h_{23}^U V' & h_{33}^U V' \end{pmatrix} \quad (2.43)$$

$$M^d = \begin{pmatrix} h_{11}^d v' & h_{21}^d v & h_{31}^d v \\ h_{12}^d v' & h_{22}^d v & h_{32}^d v \\ h_{13}^d v' & h_{23}^d v & h_{33}^d v \end{pmatrix}, \quad M^D = \begin{pmatrix} h_{11}^D V' & h_{12}^D V & h_{13}^D V \\ h_{21}^D V' & h_{22}^D V & h_{23}^D V \\ h_{31}^D V' & h_{32}^D V & h_{33}^D V \end{pmatrix} \quad (2.44)$$

También se encuentra que la matriz de masa para los leptones cargados es de la forma diagonal por bloques.

Capítulo 3

Corrientes Neutras

Este capítulo revisa en detalle las Corrientes Neutras para los modelos en consideración, se mostrarán los acoples fermiónicos a los bosones Z_1^μ y Z_2^μ y la dependencia de éstos con la asignación de autoestados de interacción en autoestados de masa. Se muestra cómo, para cada modelo, existe un bosón de gauge responsable de la transmisión de FCNC a nivel árbol.

3.1 Modelo A

Procediendo de manera análoga a lo hecho en el SM, la Lagrangiana para los términos de interacción entre los campos fermiónicos y los bosones de gauge se puede escribir de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_f = & \sum_{i=1}^2 \bar{Q}_{iL} \gamma^\mu i \bar{D}_\mu Q_{iL} + \bar{Q}_{3L} \gamma^\mu i D_\mu Q_{3L} + \sum_{\alpha=1}^3 \bar{L}_{\alpha L} \gamma^\mu i D_\mu L_{\alpha L} \\ & + \sum_{q_R} \bar{q}_R \gamma^\mu i D'_\mu q_R + \sum_{l_R} \bar{l}_R \gamma^\mu i D'_\mu l_R, \end{aligned} \quad (3.1)$$

con $iD'_\mu = i\partial_\mu - g' \frac{Y}{2} B_\mu$ y donde $q_R = u_{iR}, d_{iR}, U_{iR}, D_{iR}, u_{3R}, d_{3R}, D_{3R}, U_{3R}$ y $l_R = e_{\alpha R}^+, E_{\alpha R}^+$.

Haciendo uso de las ecuaciones (2.21) y (2.11) escribimos los términos $D_i^{0\mu}$, $i = 1, 2, 3, 4$; de (2.11) en términos de los bosones de gauge A^μ, Z^μ, Z'^μ y Z''^μ .

$$\begin{aligned} D_1^{0\mu} &= \frac{S_W}{\sqrt{2}} A^\mu + \frac{C_W}{\sqrt{2}} Z^\mu + \frac{1}{2} Z''^\mu, \\ D_2^{0\mu} &= -\frac{S_W}{\sqrt{2}} A^\mu - \frac{C_W}{\sqrt{2}} Z^\mu + \frac{1}{2} Z''^\mu, \\ D_3^{0\mu} &= -\frac{S_W}{\sqrt{2}} A^\mu + \frac{S_W T_W}{\sqrt{2}} Z^\mu - \frac{(1 - T_W^2)^{1/2}}{\sqrt{2}} Z'^\mu - \frac{1}{2} Z''^\mu, \\ D_4^{0\mu} &= \frac{S_W}{\sqrt{2}} A^\mu - \frac{S_W T_W}{\sqrt{2}} Z^\mu + \frac{(1 - T_W^2)^{1/2}}{\sqrt{2}} Z'^\mu - \frac{1}{2} Z''^\mu. \end{aligned} \quad (3.2)$$

Escribamos ahora el término de interés de la derivada covariante ($\frac{1}{2}\lambda_{L\alpha}A_\mu^\alpha - g_X XB^\mu I_4$ para 4-pletos y $-\frac{1}{2}\lambda_{L\alpha}^T A_\mu^\alpha - g_X XB^\mu I_4$ para $\bar{4}$ -pletos) así:

$$\frac{1}{2}\lambda_{L\alpha}A_\mu^\alpha - g_X XB^\mu I_4 = -\frac{g_4}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} D_{1\mu}^0 & W_\mu^+ & K_\mu^+ & X_\mu^0 \\ W_\mu^- & D_{2\mu}^0 & K_\mu^0 & V_\mu^- \\ K_\mu^- & K_\mu^{\prime 0} & D_{3\mu}^0 & Y_\mu^- \\ X_\mu^{\prime 0} & V_\mu^+ & Y_\mu^+ & D_{4\mu}^0 \end{pmatrix} - g_X XB^\mu I_4 \quad (3.3)$$

$$-\frac{1}{2}\lambda_{L\alpha}^T A_\mu^\alpha - g_X XB^\mu I_4 = \frac{g_4}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} D_{1\mu}^0 & W_\mu^+ & K_\mu^+ & X_\mu^0 \\ W_\mu^- & D_{2\mu}^0 & K_\mu^0 & V_\mu^- \\ K_\mu^- & K_\mu^{\prime 0} & D_{3\mu}^0 & Y_\mu^- \\ X_\mu^{\prime 0} & V_\mu^+ & Y_\mu^+ & D_{4\mu}^0 \end{pmatrix} - g_X XB^\mu I_4 \quad (3.4)$$

Para obtener entonces las corrientes neutras, de las dos anteriores expresiones tenemos en cuenta los términos que aparecen en la diagonal de la matriz y el término $g_X XB^\mu I_4$; es decir, los correspondientes a los bosones de gauge neutros. Así, para el Modelo A y de su contenido fermiónico dado en la Tabla 4, la Lagrangiana para corrientes neutras toma la siguiente forma:

$$-\mathcal{L}^{NC} = eA^\mu J_\mu(EM) + (g_4/Cw) Z^\mu J_\mu(Z) + (g_X/\sqrt{2}) Z'^\mu J_\mu(Z') + (g_4/2) Z''^\mu J_\mu(Z'') \quad (3.5)$$

Donde:

•

$$\begin{aligned} J_\mu(EM) &= \frac{2}{3}[\bar{u}_3\gamma_\mu u_3 + \sum_{i=1}^2(\bar{u}_i\gamma_\mu u_i + \bar{U}_i\gamma_\mu U_i + \bar{U}'_i\gamma_\mu U'_i)] + \\ &\quad -\frac{1}{3}[\bar{d}_3\gamma_\mu d_3 + \bar{D}_3\gamma_\mu D_3 + \bar{D}'_3\gamma_\mu D'_3 + \sum_{i=1}^2\bar{d}_i\gamma_\mu d_i] + \\ &\quad -\sum_{\alpha=1}^3(\bar{e}_\alpha\gamma_\mu e_\alpha + \bar{E}_\alpha\gamma_\mu E_\alpha + \bar{E}'_\alpha\gamma_\mu E'_\alpha) + \\ &= \sum_f q_f \bar{f}\gamma_\mu f, \end{aligned} \quad (3.6)$$

•

$$J_\mu(Z) = J_{\mu,L}(Z) - S_W^2 J_\mu(EM) \quad (3.7)$$

•

$$J_\mu(Z') = J_{\mu,L}(Z') - T_W J_\mu(EM) \quad (3.8)$$

•

$$\begin{aligned}
J_\mu(Z'') &= -\bar{D}_{3L}\gamma_\mu D_{3L} + \bar{D}'_{3L}\gamma_\mu D'_{3L} + \\
&+ \sum_{i=1}^2 (\bar{U}_{iL}\gamma_\mu U_{iL} - \bar{U}'_{iL}\gamma_\mu U'_{iL}) \\
&- \sum_{\alpha=1}^3 (\bar{E}_{\alpha L}\gamma_\mu E_{\alpha L}^- - \bar{E}'_{\alpha L}\gamma_\mu E'_{\alpha L}^-)
\end{aligned} \tag{3.9}$$

$e = gS_W = g_4S_W = g_X C_W \sqrt{1 - T_W^2} > 0$ es la carga eléctrica y q_f es la carga eléctrica del fermión f en unidades de e .

Se identifica a $J_\mu(EM)$ como la corriente electromagnética, la cual se acopla tanto a componentes derechas como izquierdas de los fermiones al igual que en el SM.

Es importante notar de la ecuación (3.9) que la corriente $J_\mu(Z'')$ se copla sólo a campos exóticos.

Las expresiones para las corrientes neutras izquierdas $J_{\mu,L}(Z)$ y $J_{\mu,L}(Z')$ son:

$$\begin{aligned}
J_{\mu,L}(Z) &= \frac{1}{2} [\bar{u}_{3L}\gamma_\mu u_{3L} - \bar{d}_{3L}\gamma_\mu d_{3L} + \\
&- \sum_{i=1}^2 (\bar{d}_{iL}\gamma_\mu d_{iL} - \bar{u}_{iL}\gamma_\mu u_{iL}) + \\
&+ \sum_{\alpha=1}^3 (\bar{\nu}_{\alpha L}\gamma_\mu \nu_{\alpha L} - \bar{e}_{\alpha L}\gamma_\mu e_{\alpha L}^-)] \\
&= \sum_f T_{4f} \bar{f}_L \gamma_\mu f_L,
\end{aligned} \tag{3.10}$$

$$\begin{aligned}
J_{\mu,L}(Z') &= (2T_W)^{-1} \{ (1 + T_W^2) \bar{u}_{3L}\gamma_\mu u_{3L} + (1 - T_W^2) \bar{d}_{3L}\gamma_\mu d_{3L} + \\
&- \bar{D}_{3L}\gamma_\mu D_{3L} - \bar{D}'_{3L}\gamma_\mu D'_{3L} - \sum_{i=1}^2 [(1 + T_W^2) \bar{d}_{iL}\gamma_\mu d_{iL} + \\
&+ (1 - T_W^2) \bar{u}_{iL}\gamma_\mu u_{iL} - \bar{U}_{iL}\gamma_\mu - \bar{U}'_{iL}\gamma_\mu U'_{iL}] + \\
&+ \sum_{\alpha=1}^3 (1 + T_W^2) \bar{\nu}_{\alpha L}\gamma_\mu \nu_{\alpha L} + (1 + T_W^2) \bar{e}_{\alpha L}\gamma_\mu e_{\alpha L}^- + \\
&- \bar{E}_{\alpha L}\gamma_\mu E_{\alpha L}^- - \bar{E}'_{\alpha L}\gamma_\mu E'_{\alpha L}^- \} \\
&= \sum_f T'_{4f} \bar{f}_L \gamma_\mu f_L,
\end{aligned} \tag{3.11}$$

T_{4f} y T'_{4f} son matrices diagonales 4×4 que actúan en la representación 4 de $SU(4)_L$. T_{4f} es la tercera componente del isospín débil:

$$T_{4f} = Dg(1/2, -1/2, 0, 0) \quad (3.12)$$

$T'_{4f} = (1/2T_W)Dg(1 + T_W^2, 1 - T_W^2, -1, -1)$ se puede escribir de manera conveniente como:

$$T'_{4f} = T_W \lambda_3/2 + (1/T_W)(\lambda_8/(\sqrt{3}) + \lambda_{15}/\sqrt{6}) \quad (3.13)$$

Comparando la expresión para $J_\mu(Z)$ con (1.30), se le reconoce como la generalización de la corriente neutra del SM. Se identifica así a Z^μ como el bosón de gauge neutro del SM.

Nótese de la expresión para $J_{\mu,L}(Z')$, (3.11), que los acoples de Z' a una familia de quarks son diferentes a los acoples a las otras dos familias. Esto induce FCNC a nivel árbol transmitidas por el bosón Z' .

Los acoples entre los autoestados de masa Z_1^μ y Z_2^μ y los campos fermiónicos se obtienen del hamiltoniano $\mathcal{H}^{NC} = -\mathcal{L}_{Z_1, Z_2}^{NC}$ extraído de la expresión para la Lagrangiana de corrientes neutras, (3.5):

$$\mathcal{H}^{NC} = -\mathcal{L}_{Z_1, Z_2}^{NC} = \frac{g_4}{C_W} Z^\mu J_\mu(Z) + \frac{g_X}{\sqrt{2}} Z'^\mu J_\mu(Z'). \quad (3.14)$$

Al escribir Z^μ y Z'^μ en términos de Z_1^μ y Z_2^μ a partir de la ecuación (2.23) y reemplazando el resultado en la expresión para \mathcal{H}^{NC} , así como realizando los correspondientes reemplazos de $J_\mu(Z)$ y $J_\mu(Z')$, se obtiene, al utilizar $\bar{f}_L \gamma^\mu f_L = (1/2)\bar{f} \gamma^\mu (1 - \gamma^5) f$, que:

$$-\mathcal{L}_{Z_1, Z_2}^{NC} = \frac{g_4}{2C_W} \sum_{i=1}^2 Z_i^\mu \sum_f \left\{ \bar{f} \gamma^\mu \left[g^{(A)}(f)_{iV} - g^{(A)}(f)_{iA} \gamma^5 \right] f \right\}, \quad (3.15)$$

donde:

$$\begin{aligned} g^{(A)}(f)_{1V} &= \cos \theta (T_{4f} - 2q_f S_W^2) + \frac{g_x}{\sqrt{2}g_4} \sin \theta (T'_{4f} C_W - 2q_f S_W), \\ g^{(A)}(f)_{1A} &= \cos \theta T_{4f} + \frac{g_x}{\sqrt{2}g_4} \sin \theta T'_{4f} C_W, \\ g^{(A)}(f)_{2V} &= -\sin \theta (T_{4f} - 2q_f S_W^2) + \frac{g_x}{\sqrt{2}g_4} \cos \theta (T'_{4f} C_W - 2q_f S_W), \\ g^{(A)}(f)_{2A} &= -\sin \theta T_{4f} + \frac{g_x}{\sqrt{2}g_4} \cos \theta T'_{4f} C_W. \end{aligned} \quad (3.16)$$

Las expresiones para $g^{(A)}(f)_{iV}$ y $g^{(A)}(f)_{iA}$ ($i = 1, 2$) se muestran en las Tablas 9 y 10, donde $\Upsilon = \frac{1}{\sqrt{2-3S_W^2}}$ y $C_{2W} = C_W^2 - S_W^2$.

Tabla 9. Acoplos $Z_1^\mu \longrightarrow \bar{f}f$. para el Modelo A.

f	$g^{(A)}(f)_{1V}$	$g^{(A)}(f)_{1A}$
u_3	$\left(\frac{1}{2} - \frac{4S_W^2}{3}\right) (\cos \theta + \Upsilon \sin \theta)$	$\frac{1}{2} (\cos \theta + \Upsilon \sin \theta)$
d_3	$\left(-\frac{1}{2} + \frac{2S_W^2}{3}\right) \cos \theta + \frac{1}{2} \Upsilon \left(C_W^2 + \frac{S_W^2}{3}\right) \sin \theta$	$-\frac{1}{2} (\cos \theta - \Upsilon C_{2W} \sin \theta)$
D_3	$\frac{2S_W^2}{3} \cos \theta - \frac{1}{2} \Upsilon \left(\frac{1}{2} - \frac{7S_W^2}{3}\right) \sin \theta$	$-\frac{1}{2} \Upsilon C_W^2 \sin \theta$
D'_3	$\frac{2S_W^2}{3} \cos \theta - \frac{1}{2} \Upsilon \left(\frac{1}{2} - \frac{7S_W^2}{3}\right) \sin \theta$	$-\frac{1}{2} \Upsilon C_W^2 \sin \theta$
$d_{1,2}$	$\left(-\frac{1}{2} + \frac{2S_W^2}{3}\right) (\cos \theta + \Upsilon \sin \theta)$	$-\frac{1}{2} (\cos \theta + \Upsilon \sin \theta)$
$u_{1,2}$	$\left(\frac{1}{2} - \frac{4S_W^2}{3}\right) \cos \theta - \frac{1}{2} \Upsilon \left(C_W^2 + \frac{5S_W^2}{3}\right) \sin \theta$	$\frac{1}{2} (\cos \theta - \Upsilon C_{2W} \sin \theta)$
$U_{1,2}$	$-\frac{4S_W^2}{3} \cos \theta + \frac{1}{2} \Upsilon \left(1 - \frac{11S_W^2}{3}\right) \sin \theta$	$\frac{1}{2} \Upsilon C_W^2 \sin \theta$
$U'_{1,2}$	$-\frac{4S_W^2}{3} \cos \theta + \frac{1}{2} \Upsilon \left(1 - \frac{11S_W^2}{3}\right) \sin \theta$	$\frac{1}{2} \Upsilon C_W^2 \sin \theta$
$\nu_{1,2,3}$	$\frac{1}{2} (\cos \theta + \Upsilon \sin \theta)$	$\frac{1}{2} (\cos \theta + \Upsilon \sin \theta)$
$e_{1,2,3}^-$	$\left(-\frac{1}{2} + 2S_W^2\right) \cos \theta + \Upsilon \left(\frac{1}{2} + S_W^2\right) \sin \theta$	$-\frac{1}{2} (\cos \theta - \Upsilon C_{2W} \sin \theta)$
$E_{1,2,3}^-$	$2S_W^2 \cos \theta + \frac{1}{2} \Upsilon (-1 + 5S_W^2) \sin \theta$	$-\frac{1}{2} \Upsilon C_W^2 \sin \theta$
$E'_{1,2,3}^-$	$2S_W^2 \cos \theta + \frac{1}{2} \Upsilon (-1 + 5S_W^2) \sin \theta$	$-\frac{1}{2} \Upsilon C_W^2 \sin \theta$

 Tabla 10. Acoplos $Z_2^\mu \longrightarrow \bar{f}f$. para el Modelo A.

f	$g^{(A)}(f)_{2V}$	$g^{(A)}(f)_{2A}$
u_3	$-\left(\frac{1}{2} - \frac{4S_W^2}{3}\right) (\sin \theta - \Upsilon \cos \theta)$	$\frac{1}{2} (-\sin \theta + \Upsilon \cos \theta)$
d_3	$\left(\frac{1}{2} - \frac{2S_W^2}{3}\right) \sin \theta + \frac{1}{2} \Upsilon \left(C_W^2 + \frac{S_W^2}{3}\right) \cos \theta$	$\frac{1}{2} (\sin \theta + \Upsilon C_{2W} \cos \theta)$
D_3	$-\frac{2S_W^2}{3} \sin \theta - \frac{1}{2} \Upsilon \left(\frac{1}{2} - \frac{7S_W^2}{3}\right) \cos \theta$	$-\frac{1}{2} \Upsilon C_W^2 \cos \theta$
D'_3	$-\frac{2S_W^2}{3} \sin \theta - \frac{1}{2} \Upsilon \left(\frac{1}{2} - \frac{7S_W^2}{3}\right) \cos \theta$	$-\frac{1}{2} \Upsilon C_W^2 \cos \theta$
$d_{1,2}$	$\left(\frac{1}{2} - \frac{2S_W^2}{3}\right) (\sin \theta - \Upsilon \cos \theta)$	$-\frac{1}{2} (-\sin \theta + \Upsilon \cos \theta)$
$u_{1,2}$	$-\left(\frac{1}{2} - \frac{4S_W^2}{3}\right) \sin \theta - \frac{1}{2} \Upsilon \left(C_W^2 + \frac{5S_W^2}{3}\right) \cos \theta$	$-\frac{1}{2} (\sin \theta + \Upsilon C_{2W} \cos \theta)$
$U_{1,2}$	$\frac{4S_W^2}{3} \sin \theta + \frac{1}{2} \Upsilon \left(1 - \frac{11S_W^2}{3}\right) \cos \theta$	$\frac{1}{2} \Upsilon C_W^2 \cos \theta$
$U'_{1,2}$	$\frac{4S_W^2}{3} \sin \theta + \frac{1}{2} \Upsilon \left(1 - \frac{11S_W^2}{3}\right) \cos \theta$	$\frac{1}{2} \Upsilon C_W^2 \cos \theta$
$\nu_{1,2,3}$	$\frac{1}{2} (-\sin \theta + \Upsilon \cos \theta)$	$\frac{1}{2} (-\sin \theta + \Upsilon \cos \theta)$
$e_{1,2,3}^-$	$\left(\frac{1}{2} - 2S_W^2\right) \sin \theta + \Upsilon \left(\frac{1}{2} + S_W^2\right) \cos \theta$	$\frac{1}{2} (\sin \theta + \Upsilon C_{2W} \cos \theta)$
$E_{1,2,3}^-$	$-2S_W^2 \sin \theta + \frac{1}{2} \Upsilon (-1 + 5S_W^2) \cos \theta$	$-\frac{1}{2} \Upsilon C_W^2 \cos \theta$
$E'_{1,2,3}^-$	$-2S_W^2 \sin \theta + \frac{1}{2} \Upsilon (-1 + 5S_W^2) \cos \theta$	$-\frac{1}{2} \Upsilon C_W^2 \cos \theta$

Importante notar que en el límite $\theta \rightarrow 0$ los acoples de Z_1^μ a los quarks y leptones ordinarios se reducen a los del SM.

3.2 Modelo B

Al proceder de manera análoga a lo hecho con el anterior modelo, se encuentra que la Lagrangiana para corrientes neutras puede ser escrita como:

$$-\mathcal{L}^{NC} = eA^\mu J_\mu(EM) + (g_4/C_W) Z^\mu J_\mu(Z) + (g_X) Z'^\mu J_\mu(Z') + \left(g_4/2\sqrt{2}\right) Z''^\mu J_\mu(Z''), \quad (3.17)$$

donde las corrientes están dadas por:

•

$$\begin{aligned} J_\mu(EM) &= \frac{2}{3} \left[\sum_{i=1}^2 (\bar{u}_i \gamma_\mu u_i + \bar{U}_i \gamma_\mu U_i) + \bar{u}_3 \gamma_\mu u_3 + \bar{U}_3 \gamma_\mu U_3 \right] + \\ &\quad - \frac{1}{3} \left[\sum_{i=1}^2 (\bar{d}_i \gamma_\mu d_i + \bar{D}_i \gamma_\mu D_i) + \bar{d}_3 \gamma_\mu d_3 + \bar{D}_3 \gamma_\mu D_3 \right] + \\ &\quad - \sum_{\alpha=1}^3 (\bar{e}_\alpha^- \gamma_\mu e_\alpha^- + \bar{E}_\alpha^- \gamma_\mu E_\alpha^-) \\ &= \sum_f q_f \bar{f} \gamma_\mu f, \end{aligned} \quad (3.18)$$

•

$$J_\mu(Z) = J_{\mu,L}(Z) - S_W^2 J_\mu(EM) \quad (3.19)$$

•

$$J_\mu(Z') = J_{\mu,L}(Z') - T_W J_\mu(EM) \quad (3.20)$$

•

$$\begin{aligned} J_\mu(Z'') &= \sum_{\alpha=1}^3 (\bar{u}_{iL} \gamma_\mu u_{iL} + \bar{d}_{iL} \gamma_\mu d_{iL} - \bar{D}_{iL} \gamma_\mu D_{iL} - \bar{U}_{iL} \gamma_\mu U_{iL}) + \\ &\quad - \bar{d}_{3L} \gamma_\mu d_{3L} - \bar{u}_{3L} \gamma_\mu u_{3L} + \bar{U}_{3L} \gamma_\mu U_{3L} + \bar{D}_{3L} \gamma_\mu D_{3L} + \\ &\quad + \sum_{\alpha=1}^3 (-\bar{e}_{\alpha L}^- \gamma_\mu e_{\alpha L}^- - \bar{\nu}_{e\alpha L}^- \gamma_\mu \nu_{e\alpha L}^- + \bar{N}_{\alpha L}^0 \gamma_\mu N_{\alpha L}^0 + \bar{E}'_{\alpha L} \gamma_\mu E'_{\alpha L}) \end{aligned} \quad (3.21)$$

Es importante notar de (3.21) que la corriente $J_\mu(Z'')$ es completamente izquierda y que aunque el bosón de gauge neutro Z''_μ no se mezcla con Z_μ ni con Z'_μ , (para el caso particular $V \simeq V'$ y $v \simeq v'$), aún se acopla no diagonalmente a fermiones ordinarios. Esto conlleva, a bajas energías, a FCNC a nivel árbol transmitidas por el bosón Z''_μ .

Las corrientes izquierdas en (3.19) y (3.20) son:

$$\begin{aligned}
J_{\mu,L}(Z) &= \frac{1}{2} \left[\sum_{i=1}^2 (\bar{u}_{iL} \gamma_\mu u_{iL} - \bar{d}_{iL} \gamma_\mu d_{iL}) + \right. \\
&\quad \left. - (\bar{d}_{3L} \gamma_\mu d_{3L} - \bar{u}_{3L} \gamma_\mu u_{3L}) - \sum_{\alpha=1}^3 (\bar{e}_{\alpha L}^- \gamma_\mu e_{\alpha L}^- - \bar{\nu}_{e\alpha L} \gamma_\mu \nu_{e\alpha L}) \right] \\
&= \sum_f T_{4f} \bar{f}_L \gamma_\mu f_L,
\end{aligned} \tag{3.22}$$

$$\begin{aligned}
J_{\mu,L}(Z') &= (2T_W)^{-1} \left\{ \sum_{i=1}^2 [T_W^2 (\bar{u}_{iL} \gamma_\mu u_{iL} - \bar{d}_{iL} \gamma_\mu d_{iL}) + \right. \\
&\quad \left. - \bar{D}_{iL} \gamma_\mu D_{iL} + \bar{U}_{iL} \gamma_\mu U_{iL}] - T_W^2 (\bar{d}_{3L} \gamma_\mu d_{3L} - \bar{u}_{3L} \gamma_\mu u_{3L}) + \right. \\
&\quad \left. + \bar{U}_{3L} \gamma_\mu U_{3L} - \bar{D}_{3L} \gamma_\mu D_{3L} + \sum_{\alpha=1}^3 [-T_W^2 (\bar{e}_{\alpha L}^- \gamma_\mu e_{\alpha L}^- + \right. \\
&\quad \left. - \bar{\nu}_{\alpha L} \gamma_\mu \nu_{\alpha L}) + \bar{N}_{\alpha L}^0 \gamma_\mu N_{\alpha L}^0 - \bar{E}_{\alpha L}^- \gamma_\mu E_{\alpha L}^-] \right\} \\
&= \sum_f T'_{4f} \bar{f}_L \gamma_\mu f_L,
\end{aligned} \tag{3.23}$$

Nuevamente,

$$T_{4f} = Dg(1/2, -1/2, 0, 0), \tag{3.24}$$

es la tercera componente del isospín débil, mientras que:

$$T'_{4f} = (1/2T_W) Dg(T_W^2, -T_W^2, -1, 1) = T_W \lambda_3/2 + (1/T_W)(\lambda_8/2\sqrt{3} - \lambda_{15}/\sqrt{6}) \tag{3.25}$$

T_{4f} y T'_{4f} son matrices diagonales 4×4 , que actúan en la representación 4 de $SU(4)_L$.

$J_\mu(Z)$ es la generalización de la corriente neutra presente en el SM, (1.30), e identificamos a Z_μ como el bosón de gauge neutro del SM.

Note que los acoplos de los fermiones izquierdos a la corriente $J_{\mu,L}(Z')$, (3.23), son diagonales en sabor por lo que no hay en este caso, a nivel árbol, FCNC mediadas por el bosón Z' .

Encontremos los acoples entre los autoestados de masa Z_1^μ y Z_2^μ y los campos fermiónicos. A partir del hamiltoniano $\mathcal{H}^{NC} = -\mathcal{L}_{Z_1, Z_2}^{NC}$ extraído ahora de la expresión para la Lagrangiana de corrientes neutras del Modelo B, (3.17):

$$\mathcal{H}^{NC} = -\mathcal{L}_{Z_1, Z_2}^{NC} = \frac{g_4}{C_W} Z^\mu J_\mu(Z) + g_X Z'^\mu J_\mu(Z'). \quad (3.26)$$

Escribiendo ahora Z^μ y Z'^μ en términos de Z_1^μ y Z_2^μ a partir de la ecuación (2.34) y reemplazando el resultado en la expresión para \mathcal{H}^{NC} , así como los correspondientes reemplazos de $J_\mu(Z)$ y $J_\mu(Z')$, se obtiene, al utilizar $\bar{f}_L \gamma^\mu f_L = (1/2) \bar{f} \gamma^\mu (1 - \gamma^5) f$, que:

$$-\mathcal{L}_{Z_1, Z_2}^{NC} = \frac{g_4}{2C_W} \sum_{i=1}^2 Z_i^\mu \sum_f \left\{ \bar{f} \gamma^\mu \left[g^{(B)}(f)_{iV} - g^{(B)}(f)_{iA} \gamma^5 \right] f \right\}, \quad (3.27)$$

donde ahora los acoples de los campos fermiónicos a los autoestados de masa Z_1^μ y Z_2^μ están dados por:

$$\begin{aligned} g^{(B)}(f)_{1V} &= \cos \theta (T_{4f} - 2q_f S_W^2) + \frac{g_x}{g_4} \sin \theta (T'_{4f} C_W - 2q_f S_W), \\ g^{(B)}(f)_{1A} &= \cos \theta T_{4f} + \frac{g_x}{g_4} \sin \theta T'_{4f} C_W, \\ g^{(B)}(f)_{2V} &= -\sin \theta (T_{4f} - 2q_f S_W^2) + \frac{g_x}{g_4} \cos \theta (T'_{4f} C_W - 2q_f S_W), \\ g^{(B)}(f)_{2A} &= -\sin \theta T_{4f} + \frac{g_x}{g_4} \cos \theta T'_{4f} C_W. \end{aligned} \quad (3.28)$$

Las expresiones para $g^{(B)}(f)_{iV}$ y $g^{(B)}(f)_{iA}$ ($i = 1, 2$) se muestran en las Tablas 11 y 12. Algo importante de resaltar es que estos acoples son universales, es decir, no distinguen el hecho que una familia de quarks deba transformar de manera diferente. Esto es consecuencia de la igualdad en el valor de la hipercarga X para las familias fermiónicas (ver Tabla 7). Esto no sucede en el Modelo A, en donde claramente los acoples no son universales a la luz de las Tablas 9 y 10.

Tabla 11. Acoples $Z_1^\mu \longrightarrow \bar{f}f$. para el Modelo B.

f	$g^{(B)}(f)_{1V}$	$g^{(B)}(f)_{1A}$
$u_{1,2,3}$	$\cos \theta \left(\frac{1}{2} - \frac{4S_W^2}{3} \right) - \frac{5S_W^2}{6(C_{2W})^{\frac{1}{2}}} \sin \theta$	$\frac{1}{2} \cos \theta + \frac{S_W^2}{2(C_{2W})^{\frac{1}{2}}} \sin \theta$
$d_{1,2,3}$	$\left(-\frac{1}{2} + \frac{2S_W^2}{3} \right) \cos \theta + \frac{S_W^2}{6(C_{2W})^{\frac{1}{2}}} \sin \theta$	$-\frac{1}{2} \cos \theta - \frac{S_W^2}{2(C_{2W})^{\frac{1}{2}}} \sin \theta$
$D_{1,2,3}$	$\frac{2S_W^2}{3} \cos \theta + \frac{1}{2(C_{2W})^{\frac{1}{2}}} \left(\frac{7S_W^2}{3} - 1 \right) \sin \theta$	$-\frac{C_W^2}{2(C_{2W})^{\frac{1}{2}}} \sin \theta$
$U_{1,2,3}$	$-\frac{4S_W^2}{3} \cos \theta + \frac{1}{2(C_{2W})^{\frac{1}{2}}} \left(\frac{11S_W^2}{3} - 1 \right) \sin \theta$	$\frac{C_W^2}{2(C_{2W})^{\frac{1}{2}}} \sin \theta$
$e_{1,2,3}^-$	$\left(-\frac{1}{2} + 2S_W^2 \right) \cos \theta + \frac{5S_W^2}{2(C_{2W})^{\frac{1}{2}}} \sin \theta$	$-\frac{1}{2} \cos \theta - \frac{S_W^2}{2(C_{2W})^{\frac{1}{2}}} \sin \theta$
$\nu_{1,2,3}$	$\frac{1}{2} \cos \theta + \frac{S_W^2}{2(C_{2W})^{\frac{1}{2}}} \sin \theta$	$+\frac{1}{2} \cos \theta + \frac{S_W^2}{2(C_{2W})^{\frac{1}{2}}} \sin \theta$
$N_{1,2,3}^0$	$\frac{C_W^2}{2(C_{2W})^{\frac{1}{2}}} \sin \theta$	$\frac{C_W^2}{2(C_{2W})^{\frac{1}{2}}} \sin \theta$
$E_{1,2,3}^-$	$2S_W^2 \cos \theta + \frac{1}{2(C_{2W})^{\frac{1}{2}}} \left(2 - \frac{5}{2}C_W^2 \right) \sin \theta$	$-\frac{C_W^2}{2(C_{2W})^{\frac{1}{2}}} \sin \theta$

 Tabla 12. Acoples $Z_2^\mu \longrightarrow \bar{f}f$. para el Modelo B.

f	$g^{(B)}(f)_{2V}$	$g^{(B)}(f)_{2A}$
$u_{1,2,3}$	$-\sin \theta \left(\frac{1}{2} - \frac{4S_W^2}{3} \right) - \frac{5S_W^2}{6(C_{2W})^{\frac{1}{2}}} \cos \theta$	$-\frac{1}{2} \sin \theta + \frac{S_W^2}{2(C_{2W})^{\frac{1}{2}}} \cos \theta$
$d_{1,2,3}$	$\left(\frac{1}{2} - \frac{2S_W^2}{3} \right) \sin \theta + \frac{S_W^2}{6(C_{2W})^{\frac{1}{2}}} \cos \theta$	$\frac{1}{2} \sin \theta - \frac{S_W^2}{2(C_{2W})^{\frac{1}{2}}} \cos \theta$
$D_{1,2,3}$	$-\frac{2S_W^2}{3} \sin \theta + \frac{1}{2(C_{2W})^{\frac{1}{2}}} \left(\frac{7S_W^2}{3} - 1 \right) \cos \theta$	$-\frac{C_W^2}{2(C_{2W})^{\frac{1}{2}}} \cos \theta$
$U_{1,2,3}$	$\frac{4S_W^2}{3} \sin \theta - \frac{1}{2(C_{2W})^{\frac{1}{2}}} \left(\frac{11S_W^2}{3} - 1 \right) \cos \theta$	$\frac{C_W^2}{2(C_{2W})^{\frac{1}{2}}} \cos \theta$
$e_{1,2,3}^-$	$\left(-\frac{1}{2} + 2S_W^2 \right) \sin \theta + \frac{5S_W^2}{2(C_{2W})^{\frac{1}{2}}} \cos \theta$	$\frac{1}{2} \sin \theta - \frac{S_W^2}{2(C_{2W})^{\frac{1}{2}}} \cos \theta$
$\nu_{1,2,3}$	$-\frac{1}{2} \sin \theta + \frac{S_W^2}{2(C_{2W})^{\frac{1}{2}}} \cos \theta$	$-\frac{1}{2} \sin \theta + \frac{S_W^2}{2(C_{2W})^{\frac{1}{2}}} \cos \theta$
$N_{1,2,3}^0$	$\frac{C_W^2}{2(C_{2W})^{\frac{1}{2}}} \cos \theta$	$\frac{C_W^2}{2(C_{2W})^{\frac{1}{2}}} \cos \theta$
$E_{1,2,3}^-$	$-2S_W^2 \sin \theta + \frac{1}{2(C_{2W})^{\frac{1}{2}}} \left(2 - \frac{5}{2}C_W^2 \right) \cos \theta$	$-\frac{C_W^2}{2(C_{2W})^{\frac{1}{2}}} \cos \theta$

Capítulo 4

Restricciones sobre los Parámetros del Modelo y Efectos de la No Universalidad de Familias de Quarks

En este capítulo, usando medidas de observables electrodébiles en el Polo del Z y datos de Violación de Paridad Atómica (APV), se restringirá el espacio de parámetros $(\theta - M_{Z_2})$, es decir, el ángulo de mezcla entre las corrientes neutras Z y Z' presentes en los modelos y también las masas M_{Z_2} y M_{Z_3} de los nuevos bosones de gauge neutros predichos por la teoría. Luego, se impondrán restricciones adicionales sobre estas masas, provenientes de datos experimentales de la mezcla de mesones neutros en el análisis de las fuentes de FCNC en ambos tipos de modelos.

4.1 Restricciones sobre el espacio de parámetros $(\theta - M_{Z_2})$ provenientes de medidas en el polo del Z y de datos de APV.

Se utilizarán datos experimentales medidos en el polo del Z en el SLAC Linear Collider (SLC) y CERN e^+e^- collider (LEP) y también los datos de APV listados en la Tabla 13.

El ancho parcial para el decaimiento $Z_1^\mu \rightarrow \bar{f}f$, está dado por la expresión, [8],[19]:

$$\Gamma(Z_1^\mu \rightarrow \bar{f}f) = \frac{N_C G_F M_{Z_1}^3}{6\pi\sqrt{2}} \rho \left\{ \frac{3\beta - \beta^3}{2} [g(f)_{1V}]^2 + \beta^3 [g(f)_{1A}]^2 \right\} (1 + \delta_f) R_{EW} R_{QCD} \quad (4.1)$$

Donde:

f : Fermión ordinario del SM.

Z_1^μ : El bosón de gauge físico observado en el LEP.

$N_C = 1$ para leptones y $N_C = 3(1 + \alpha_s/\pi + 1.405\alpha_s^2/\pi^2 - 12.77\alpha_s^3/\pi^3)$ para quarks. 3 es debido al color mientras que el factor entre paréntesis representa la parte universal de las correcciones QCD para quarks no masivos.

R_{EW} : Correcciones electrodébiles que incluyen las correcciones a primer orden en QED dadas por $R_{QED} = 1 + 3\alpha q_f^2/(4\pi)$.

R_{QCD} : Correcciones adicionales de QCD.

$\beta = \sqrt{1 - \frac{4m_f^2}{M_{Z_1}^2}}$: Factor cinemático el cual puede ser tomado igual a 1 para todos los

fermiones exceptuando el quark bottom.

δ_f : Factor que contiene la contribución a un loop en el vértice, la cual es despreciable para todos los campos fermiónicos excepto para el quark bottom, cuya contribución viene del quark top a través de una corrección radiativa a un loop al vértice que se parametriza como $\delta_b \approx 10^{-2}[-m_t^2/(2M_{Z_1}^2) + 1/5]$. El parámetro ρ es escrito como:

$$\rho = 1 + \rho_t + \rho_V \quad (4.2)$$

con,

$$\rho_t \approx \frac{3G_F m_t^2}{8\pi^2/\sqrt{2}}, \quad (4.3)$$

siendo m_t la masa del quark top en el polo del Z , y ρ_V la contribución a nivel árbol debido a la mezcla $Z^\mu - Z'^\mu$ la cual puede ser parametrizada como:

$$\rho_V \approx \left(\frac{M_{Z_2}^2}{M_{Z_1}^2} - 1 \right) \sin^2 \theta. \quad (4.4)$$

Correcciones electrodébiles universales son incluidas en ρ_t y en los acoples $g^{(k)}(f)_{1V}$ y $g^{(k)}(f)_{1A}$, ($k = A, B$) del campo físico Z_1^μ con los fermiones ordinarios, los cuales son escritos en términos del ángulo electrodébil efectivo $\bar{S}_W^2 = (1 + \rho_t/T_W^2)S_W^2$.

Las razones de anchos de decaimiento parcial son definidas como:

$$R_l \equiv \frac{\Gamma_Z(had)}{\Gamma(l+l^-)} \quad \text{para } l = e, \mu, \tau \quad (4.5)$$

y

$$R_\eta \equiv \frac{\Gamma_\eta}{\Gamma_Z(had)} \quad \text{para } \eta = b, c \quad (4.6)$$

Se usarán los valores experimentales, [8]: $\alpha_s(M_{Z_1}) = 0.1198$, $\alpha_s(M_{Z_1})^{-1} = 127.918$, y $\sin^2 \theta_W = 0.2231$. Para la masa del quark bottom se usará la "running mass" $\hat{m}_b(M_{Z_1})$ a la escala del Z_1 en el esquema \widehat{MS} , [20]:

$$\hat{m}_b(M_{Z_1}) = m_b \left[1 + \frac{\alpha_s(M_{Z_1})}{\pi} \left(\ln \frac{m_b^2}{M_{Z_1}^2} - \frac{4}{3} \right) \right], \quad (4.7)$$

en donde $m_b \approx 4.25$ GeV es el polo de masa.

Las asimetrías forward-backward en el polo del Z están dadas por:

$$A_{FB}^{(0,f)} = \frac{3}{4} A_e A_f, \quad \text{con } A_f = \frac{2g(f)_{1V}g(f)_{1A}}{g(f)_{1V}^2 + g(f)_{1A}^2} \quad (4.8)$$

Tabla13. Datos experimentales y valores del SM para algunos observables.

	Resultados Experimentales	SM
Γ_Z (GeV)	2.4952 ± 0.0023	2.4968 ± 0.0011
$\Gamma(had)$ (GeV)	1.7444 ± 0.0020	1.7434 ± 0.0010
$\Gamma(l^+l^-)$	83.984 ± 0.086	83.988 ± 0.016
R_e	20.804 ± 0.050	20.758 ± 0.011
R_μ	20.785 ± 0.033	20.758 ± 0.011
R_τ	20.764 ± 0.045	20.801 ± 0.011
R_b	0.21629 ± 0.00066	0.21584 ± 0.00006
R_c	0.1721 ± 0.0030	0.17228 ± 0.00004
$A_{FB}^{(0,e)}$	0.0145 ± 0.0025	0.01627 ± 0.00023
$A_{FB}^{(0,\mu)}$	0.0169 ± 0.0013	
$A_{FB}^{(0,\tau)}$	0.0188 ± 0.0017	
$A_{FB}^{(0,b)}$	0.0992 ± 0.0016	0.1033 ± 0.0007
$A_{FB}^{(0,c)}$	0.0707 ± 0.0035	0.0738 ± 0.0006
$A_{FB}^{(0,s)}$	0.0976 ± 0.0114	0.1034 ± 0.0007
A_e	0.15138 ± 0.00216	0.1473 ± 0.0011
A_μ	0.142 ± 0.015	
A_τ	0.136 ± 0.015	
A_b	0.923 ± 0.020	0.9348 ± 0.0001
A_c	0.670 ± 0.027	0.6679 ± 0.0005
A_s	0.895 ± 0.091	0.9357 ± 0.0001
Q_W^{Cs}	-72.62 ± 0.46	-73.16 ± 0.03
M_{Z_1} (GeV)	91.1876 ± 0.0021	91.1874 ± 0.0021
m_t (GeV)	$172.7 \pm 2.9 \pm 0.6$	171.1 ± 1.9

La expresión en violación de paridad atómica para la carga efectiva débil, Q_W , es:

$$Q_W = -2[(2Z + N)c_{1u} + (Z + 2N)c_{1d}], \quad (4.9)$$

donde Z y N son el número de protones y neutrones, respectivamente, en el núcleo atómico del átomo considerado, y $c_{1q} = 2g(e)_{1A}g(q)_{1V}$, ($q = u, d$).

La predicción del SM para el valor de la carga efectiva débil en el átomo de Cesio está dada por, [21]:

$$Q_W(^{133}_{55}Cs) = -73.17 \pm 0.03 + \Delta Q_W, \quad (4.10)$$

donde ΔQ_W incluye contribución de nueva física y puede ser escrita como [22], [23]:

$$\Delta Q_W = \left[\left(1 + 4 \frac{S_W^4}{1 - 2S_W^2} \right) Z - N \right] \delta_{\rho V} + \Delta Q'_W, \quad (4.11)$$

con

$$\begin{aligned} \Delta Q'_W &= 16[(2Z + N)(g(e)_{1A}g(u)_{2V} + g(e)_{2A}g(u)_{1V}) \\ &\quad + (Z + 2N)(g(e)_{1A}g(d)_{2V} + g(e)_{2A}g(d)_{1V})] \sin \theta \\ &\quad - 16[(2Z + N)g(e)_{2A}g(u)_{2V} + (Z + 2N)g(e)_{2A}g(d)_{2V}] \frac{M_{Z_1}^2}{M_{Z_2}^2}. \end{aligned} \quad (4.12)$$

Claramente el término $\Delta Q'_W$ es dependiente del modelo. En particular, es una función de los acoples $g(q)_{1V}$ y $g(q)_{1A}$, ($q = u, d$) de la primera familia de quarks al nuevo bosón de gauge neutro Z_2^μ . Así, la nueva física en $\Delta Q'_W$ depende de cuál familia de quarks transforme diferentemente bajo el grupo gauge.

Procedamos entonces a hacer este análisis para los modelos en consideración.

Modelo A.

Para cada asignación en la Tabla 5 tenemos los siguientes valores de $\Delta Q'_W$ utilizando los acoples mostrados en las Tablas 9 y 10:

Asignaciones A1 y A2:

$$\Delta Q'_W = (10.63Z + 6.99N) \sin \theta + (4.94Z + 4.18N) \frac{M_{Z_1}^2}{M_{Z_2}^2} \quad (4.13)$$

Asignación A3:

$$\Delta Q'_W = (-5.51Z - 9.15N) \sin \theta + (-2.66Z + 3.42N) \frac{M_{Z_1}^2}{M_{Z_2}^2} \quad (4.14)$$

Modelo B.

Dado que en este modelo no hay dependencia de familia en los acoples fermiónicos a Z_1^μ y Z_2^μ , se obtiene, utilizando los acoples mostrados en las Tablas 11y 12:

$$\Delta Q'_W = (3.66Z + 2.51N) \sin \theta + (-1.18Z - 0.39N) \frac{M_{Z_1}^2}{M_{Z_2}^2} \quad (4.15)$$

Ahora, para ΔQ_W , la discrepancia entre el valor experimental y el predicho por el SM, [21], es:

$$\Delta Q_W = Q_W^{\text{exp}} - Q_W^{\text{SM}} = 0.45 \pm 0.48, \quad (4.16)$$

el cual se separa en 1.1σ de la predicción del SM.

Usando los acoples $g^{(k)}(f)_{iA}$ e $g^{(k)}(f)_{iV}$, ($k = A, B$, $i = 1, 2$) para cada modelo, introduciendo las expresiones para los observables en el polo del Z en las ecuaciones (4.1), (4.5), (4.6) y (4.8), con ΔQ_W en términos de nueva física en la ecuación (4.11) y usando datos experimentales del LEP, SLC y de APV mostrados en la Tabla 13, se realiza un ajuste mediante la distribución χ^2 y se encuentra la región permitida en el plano $(\theta - M_{Z_2})$ con un nivel de confianza (C.L) del 95%.

En la Figura 1 se muestra esta región para cada una de las asignaciones del Modelo A.

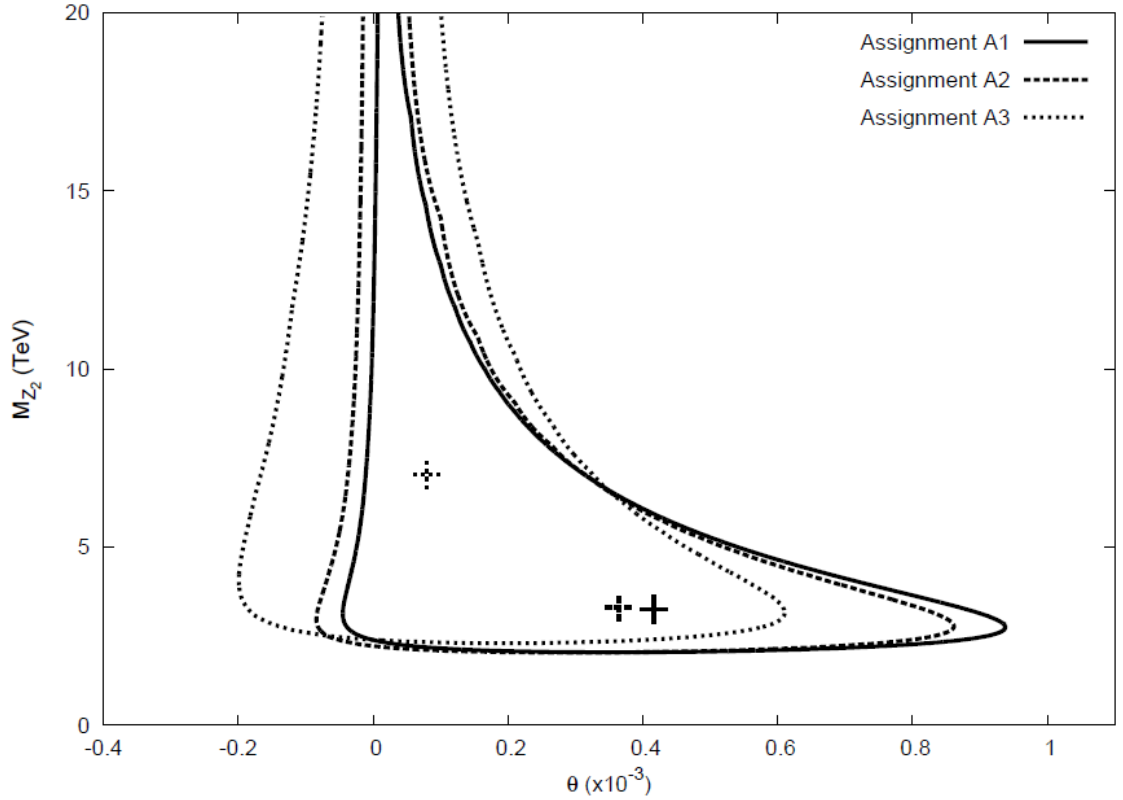


Figura1. Regiones permitidas en el plano $(\theta - M_{Z_2})$ al 95% C.L para las tres posibles asignaciones en el Modelo A. Las cruces localizan el mejor ajuste.

La anterior figura proporciona las siguientes restricciones dependientes de familia para el Modelo A:

Asignación A1:

$$-0.00004 \leq \theta \leq 0.00094, \quad 2.03 \text{ TeV} \leq M_{Z_2} \quad (4.17)$$

Asignación A2:

$$-0.00008 \leq \theta \leq 0.00087, \quad 2.03 \text{ TeV} \leq M_{Z_2} \quad (4.18)$$

Asignación A3:

$$-0.00019 \leq \theta \leq 0.00062, \quad 2.31 \text{ TeV} \leq M_{Z_2} \quad (4.19)$$

En la Figura 2 se muestra la región permitida para el Modelo B, la cual es la misma para todas las asignaciones, es decir, es no dependiente de familia:

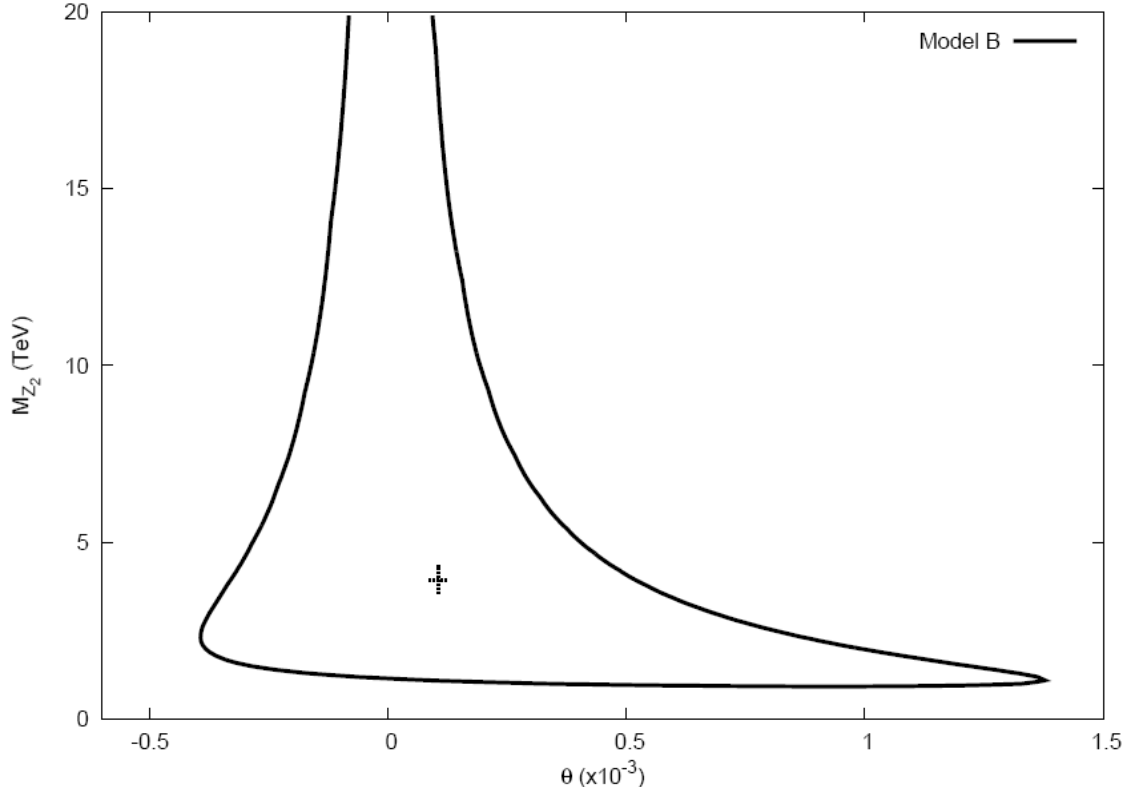


Figura 2. Región permitida en el plano $(\theta-M_{Z_2})$ al 95% C.L para el Modelo B.

La cruz localiza el mejor ajuste.

De la Figura 2, se obtienen las siguientes restricciones independientes de familia para el

Modelo B:

$$-0.00039 \leq \theta \leq 0.00139, \quad 0.89 \text{ TeV} \leq M_{Z_2} \quad (4.20)$$

Para el Modelo A, la región permitida en el plano $(\theta-M_{Z_2})$ depende de cuál generación de quarks transforme diferentemente bajo $SU(4)_L \otimes U(1)_X$. Por lo anterior, para este modelo, la fenomenología depende crucialmente de las asignaciones de familia mostradas en la Tabla 5. Por ejemplo, si se observan las expresiones (4.17) y (4.18) se nota que la segunda o la tercera familia es la que debe transformar diferentemente con el fin de obtener un límite inferior para M_{Z_2} tan bajo como sea posible.

A diferencia del Modelo A, la región permitida en el plano $(\theta-M_{Z_2})$ para el Modelo B no depende de las asignaciones de autoestados de interacción en autoestados de masa mostradas en la Tabla 8. Esto es consecuencia del carácter universal de los acoples listados en las Tablas 11 y 12, lo cual a su vez es consecuencia de que para las tres familias de quarks se tienen valores idénticos de hipercarga X .

Finalizamos esta sección diciendo que la masa del nuevo bosón de gauge Z_2^μ en ambos modelos es compatible con los límites obtenidos en las colisiones $p\bar{p}$ en el Fermilab Tevatron, [24].

4.2 Límites provenientes de procesos FCNC

La simetría discreta Z_2 introducida en este trabajo, además de producir una separación simple entre las masas de fermiones exóticos y ordinarios, también evita la violación de unitariedad de la matriz CKM que surgiría de sus mezclas. Las FCNC también están presentes en el sector escalar dado que cada sabor se acopla a más de un Higgs. Esta contribución depende de un gran número de parámetros arbitrarios, por lo que no es muy útil para restringir el modelo, por lo tanto no se llevará a cabo este análisis. Dado que los quarks derechos transforman como singletes bajo $SU(4)_L$, existe universalidad y por lo tanto se acoplan diagonalmente a los bosones de gauge Z y Z' . Sin embargo, surge una fuente adicional de FCNC a nivel árbol, debido al hecho de que la cancelación de anomalías entre familias fuerza a una familia de quarks a transformar de manera distinta.

En las ecuaciones (3.10) y (3.22), se observa que los acoples al bosón Z conservan sabor para ambos modelos. Así, despreciando la contribución proveniente del sector escalar y debido a la simetría Z_2 , la única fuente de FCNC está en las interacciones de quarks ordinarios con el nuevo bosón de gauge Z' en el Modelo A y con Z'' en el Modelo B, (ver (3.11) y (3.23)). Para este estudio se seguirá la línea de análisis presentada en las referencias [25] y [26], donde los límites procedentes de la mezcla de mesones neutros son obtenidos en el contexto del llamado

"Minimal 3 – 3 – 1 Model".

- **Modelo A.**

Recordemos que este modelo corresponde a los valores $b = c = 1$ en el operador de carga eléctrica, (2.1), así, la hipercarga Y del SM está dada por: $\frac{Y}{2} = \frac{T_{8L}}{\sqrt{3}} + \frac{T_{15L}}{\sqrt{6}} + X$. En términos de Y , los acoples de Z' a los quarks izquierdos, (3.8) y (3.11), pueden ser escritos en la forma conveniente:

$$\mathcal{L}(Z') = \frac{g}{2C_W\sqrt{6}\sqrt{2-3S_W^2}} Z'_\mu J^\mu(Z'), \quad (4.21)$$

con:

$$J^\mu(Z') = \sum_f \bar{f} \gamma^\mu \left[\sqrt{6} S_W^2 Y - 4C_W^2 T_L \right] P_L f, \quad (4.22)$$

donde se ha utilizado $P_L = (1 - \gamma^5)/2$, el operador proyector izquierdo y $T_L = \sqrt{2}T_{8L} + T_{15L}$.

El valor del operador T_L difiere para 4-pletos y para $\bar{4}$ -pletos, por lo que la interacción de cambio de sabor puede ser escrita, para quarks ordinarios q' tipo up y down en la base débil, de la siguiente manera:

$$J^\mu(Z')_{FCNC} = -4C_W^2 \sum_{q'} \bar{q}' \gamma^\mu [T_L(4) - T_L(\bar{4})] P_L q'. \quad (4.23)$$

Usando (2.23), (4.21) y (4.22) se tiene:

$$\mathcal{L}(Z')_{FCNC} = -\frac{gC_W^2}{\sqrt{2-3S_W^2}} (\sin\theta Z_1^\mu + \cos\theta Z_2^\mu) \sum_{q'} \bar{q}' \gamma^\mu P_L q' \quad (4.24)$$

Con el fin de considerar restricciones provenientes de datos experimentales de decaimientos de mesones neutros, específicamente de los sistemas $K^0 - \bar{K}^0$, $B_d^0 - \bar{B}_d^0$, $B_s^0 - \bar{B}_s^0$ y $D^0 - \bar{D}^0$, notemos que las submatrices $M_{3 \times 3}^u = M^u$ y $M_{3 \times 3}^d = M^d$ que se muestran en (2.39) y (2.40) son diagonalizadas por transformaciones biunitarias $U_{L,R}$ y $V_{L,R}$, respectivamente, en donde $V_{CKM} = U_L^\dagger V_L$ es la matriz CKM. Luego, en términos de los autoestados de masa Z_1^μ y Z_3^μ , la expresión para $\mathcal{L}(Z')_{FCNC}$, (4.24), da lugar al siguiente Hamiltoniano efectivo a nivel árbol para la mezcla de mesones neutros:

$$\mathcal{H}_{eff}^{(\alpha,\beta)} = \frac{2\sqrt{2}G_F C_W^2 \cos^2\theta}{2-3S_W^2} (V_{Lj\alpha}^* V_{Lj\beta})^2 \left(\frac{M_{Z_1}^2}{M_{Z_2}^2} + \tan^2\theta \right) (\bar{\alpha} \gamma_\mu P_L \beta)^2, \quad (4.25)$$

Para los sistemas $K^0 - \bar{K}^0$, $B_d^0 - \bar{B}_d^0$, $B_s^0 - \bar{B}_s^0$ y $D^0 - \bar{D}^0$; (α, β) debe ser reemplazado por (d, s) , (d, b) , (s, b) y (u, c) , respectivamente. Para el sistema $D^0 - \bar{D}^0$, V_L debe ser reemplazado por U_L . El índice de familia $j = 1, 2, 3$; indica la familia correspondiente que transforma diferentemente bajo $SU(4)_L \otimes U(1)_X$.

Utilizando $\Delta m_K = \frac{\langle K^0 | \mathcal{H}_{eff} | \bar{K}^0 \rangle}{m_K}$, el Hamiltoniano efectivo da las siguientes contribuciones para la diferencia de masa Δm_K para el sistema $K^0 - \bar{K}^0$:

$$\frac{\Delta m_K}{m_K} = \frac{4\sqrt{2}G_F C_W^2 \cos^2 \theta}{3(2 - 3S_W^2)} \text{Re}[(V_{Ljd}^* V_{Ljs})^2] \eta_K \left(\frac{M_{Z_1}^2}{M_{Z_2}^2} + \tan^2 \theta \right) B_K f_K^2. \quad (4.26)$$

Para los sistemas $B_d^0 - \bar{B}_d^0$, $B_s^0 - \bar{B}_s^0$ y $D^0 - \bar{D}^0$ se tiene:

$$\frac{\Delta m_B}{m_B} = \frac{4\sqrt{2}G_F C_W^2 \cos^2 \theta}{3(2 - 3S_W^2)} |V_{Lj\alpha}^* V_{Lj\beta}|^2 \eta_B \left(\frac{M_{Z_1}^2}{M_{Z_2}^2} + \tan^2 \theta \right) B_B f_B^2, \quad (4.27)$$

$$\frac{\Delta m_D}{m_D} = \frac{4\sqrt{2}G_F C_W^2 \cos^2 \theta}{3(2 - 3S_W^2)} |U_{Lju}^* U_{Ljc}|^2 \eta_D \left(\frac{M_{Z_1}^2}{M_{Z_2}^2} + \tan^2 \theta \right) B_D f_D^2, \quad (4.28)$$

Aquí el subíndice B se refiere a los bosones B_d^0 ó B_s^0 . B_m y f_m ($m = K, B_d, B_s, D$) son el "bag parameter" y la constante de decaimiento del correspondiente mesón neutro, respectivamente. Las η 's son factores de corrección provenientes de QCD, los cuales, a primer orden, los podemos tomar igual a los del SM, [27]. Estos valores son: $\eta_K \approx \eta_D \approx 0.57$, $\eta_{B_d} \approx \eta_{B_s} \approx 0.55$, [28].

Ahora, varias fuentes aparte del intercambio de Z_2 a nivel árbol pueden contribuir a las diferencias de masas consideradas y no es posible distinguir la contribución de Z_2 de la de otros efectos. Por lo anterior, es de la aceptación de algunos autores considerar que la contribución debida al intercambio de Z_2 no debe ser mayor que los valores experimentales, [25]. Este criterio será adoptado aquí.

Surge un obstáculo en nuestro análisis y es que las entradas de la matrices complejas V_{Lij} y U_{Lij} no pueden ser estimadas de los datos experimentales presentes, por lo que no se pueden encontrar explícitamente los valores de (4.26), (4.27) y (4.28). Luego, con el fin de comparar con los límites obtenidos en el capítulo anterior se asume el ansatz de Fritzsche de la referencia [29] para las matrices de masa de los quarks, lo cual implica (para $i \leq j$) que $V_{Lij} = \sqrt{m_i/m_j}$, y similarmente para U_L , [30]. No se consideran fases asociadas a violación CP en este trabajo.

Se procede entonces a obtener límites a la masa M_{Z_2} a partir de las expresiones (4.26), (4.27) y (4.28). Para ello se usarán los valores experimentales y teóricos mostrados en la Tabla 14, en donde las masas de los quarks están dados en el polo del Z .

Tabla 14: Datos experimentales y teóricos usados como parámetros de entrada para procesos de FCNC.

	Valor	Referencia
$\Delta m_K (GeV)$	$3.483(6) \cdot 10^{-15}$	[8]
$m_{K^0} (MeV)$	497.65(2)	[8]
$f_K \sqrt{B_K} (MeV)$	147(7)	[31]
$\Delta m_{B_d} (ps^{-1})$	0.508(4)	[8]
$m_{B_d} (GeV)$	5.2794(5)	[8]
$f_{B_d} \sqrt{B_{B_d}} (MeV)$	214(38)	[31]
$\Delta m_{B_s} (ps^{-1})$	17.77(12)	[32]
$m_{B_s} (GeV)$	5.370(2)	[8]
$f_{B_s} \sqrt{B_{B_s}} (MeV)$	262(35)	[31]
$\Delta m_D (ps^{-1})$	$11.7(6.8) \cdot 10^{-3}$	[33]
$m_{D^0} (MeV)$	1.8645(4)	[8]
$f_D \sqrt{B_D} (MeV)$	241(24)	[34]
$m_u(M_Z) (MeV)$	$2.33_{-0.45}^{+0.42}$	
$m_c(M_Z) (MeV)$	677_{-61}^{+56}	
$m_t(M_Z) (GeV)$	181 ± 13	
$m_d(M_Z) (MeV)$	$4.69_{-0.66}^{+0.60}$	
$m_s(M_Z) (MeV)$	$93.4_{-13.0}^{+11.8}$	
$m_b(M_Z) (GeV)$	3.00 ± 0.11	[9]

Haciendo esto, se obtienen los siguientes resultados para el Modelo A y sus tres distintas asignaciones:

Asignación A1

$$\begin{aligned}
 K^0 - \bar{K}^0 &: M_{Z_2} > 3.36 \text{ TeV} \\
 B_d^0 - \bar{B}_d^0 &: M_{Z_2} > 11.34 \text{ TeV} \\
 B_s^0 - \bar{B}_s^0 &: M_{Z_2} > 10.56 \text{ TeV} \\
 D^0 - \bar{D}^0 &: M_{Z_2} > 0.18 \text{ TeV}
 \end{aligned} \tag{4.29}$$

Asignación A2

$$\begin{aligned}
K^0 - \bar{K}^0 & : M_{Z_2} > 118.63 \text{ TeV} \\
B_d^0 - \bar{B}_d^0 & : M_{Z_2} > 11.34 \text{ TeV} \\
B_s^0 - \bar{B}_s^0 & : M_{Z_2} > 10.75 \text{ TeV} \\
D^0 - \bar{D}^0 & : M_{Z_2} > 47.84 \text{ TeV}
\end{aligned} \tag{4.30}$$

Asignación A3

$$\begin{aligned}
K^0 - \bar{K}^0 & : M_{Z_2} > 118.63 \text{ TeV} \\
B_d^0 - \bar{B}_d^0 & : M_{Z_2} > 11.34 \text{ TeV} \\
B_s^0 - \bar{B}_s^0 & : M_{Z_2} > 0.53 \text{ TeV} \\
D^0 - \bar{D}^0 & : M_{Z_2} > 47.84 \text{ TeV}
\end{aligned} \tag{4.31}$$

Los anteriores resultados claramente muestran que los límites a la masa M_{Z_2} , a partir de FCNC, también son dependientes de familia. Para la asignación A1, la restricción más fuerte viene del sistema $B_d^0 - \bar{B}_d^0$, el cual restringe el espacio de parámetros ($\theta - M_{Z_2}$) a un límite inferior de 11.34 TeV, lo cual es mayor que los 2.03 TeV obtenidos en el capítulo anterior para esta asignación, (4.17). Para las asignaciones A2 y A3 se encuentra que la restricción más fuerte viene del sistema $K^0 - \bar{K}^0$, el cual impone un límite inferior de 118.63 TeV que es mucho mayor si se compara con los límites inferiores obtenidos anteriormente (ver (4.18) y (4.19)).

En el capítulo anterior se obtuvo que la segunda o la tercera familia debían transformar diferentemente con el fin de obtener el valor más bajo para la cota inferior sobre M_{Z_2} .

El análisis de FCNC muestra que, dado que en la asignación A1 la tercera familia es la que transforma diferentemente, esta debe ser la familia que ha de transformar distinto de las otras si queremos mantener el límite inferior para la masa M_{Z_2} tan bajo como sea posible.

Modelo B.

Recordemos que las FCNC en este modelo están presentes únicamente en la lagrangiana para la corriente neutra $Z^{\mu\prime} \equiv Z_3^\mu$, la cual puede ser escrita, al utilizar (3.21), como:

$$\mathcal{L}(Z_3) = -\frac{g}{2} Z_3^\mu J^\mu(Z_3^\mu), \tag{4.32}$$

con:

$$J^\mu(Z_3) = \sum_f \bar{f} \gamma^\mu T_L P_L f, \tag{4.33}$$

en donde nuevamente $T_L = \sqrt{2}T_{8L} + T_{15L}$. Así, para quarks ordinarios q' tipo up y down, la interacción que cambia sabor está dada por:

$$J^\mu(Z_3)_{FCNC} = \sum_{q'} \bar{q}' \gamma^\mu [T_L(4) - T_L(\bar{4})] P_L q'. \quad (4.34)$$

Por lo tanto, de (4.32) y (4.34):

$$\mathcal{L}(Z_3)_{FCNC} = -\frac{g}{\sqrt{2}} Z_3^\mu \sum_{q'} \bar{q}' \gamma^\mu P_L q' \quad (4.35)$$

Ahora, notemos que las submatrices $M_{3 \times 3}^u = M^u$ y $M_{3 \times 3}^d = M^d$ que se muestran en (2.43) y (2.44) también son diagonalizadas por transformaciones biunitarias $U_{L,R}$ y $V_{L,R}$, respectivamente, en donde otra vez $V_{CKM} = U_L^\dagger V_L$ es la matriz CKM.

Luego, en términos de los autoestados de masa, la anterior lagrangiana produce el siguiente Hamiltoniano efectivo a nivel árbol para la mezcla de mesones neutros:

$$\mathcal{H}_{eff}^{(\alpha,\beta)} = \sqrt{2} G_F C_W^2 (V_{Lj\alpha}^* V_{Lj\beta})^2 \frac{M_{Z_1}^2}{M_{Z_2}^2} (\bar{\alpha} \gamma_\mu P_L \beta)^2, \quad (4.36)$$

donde (α, β) tiene la misma connotación que en el Modelo A.

Así, la contribución de $\mathcal{H}_{eff}^{(\alpha,\beta)}$ a las diferencias de masas en los sistemas $K^0 - \bar{K}^0$, $B_d^0 - \bar{B}_d^0$, $B_s^0 - \bar{B}_s^0$ y $D^0 - \bar{D}^0$, están dados, respectivamante, por:

$$\frac{\Delta m_K}{m_K} = \frac{2\sqrt{2} G_F C_W^2}{3} \text{Re}[(V_{Ljd}^* V_{Ljs})^2] \eta_K \frac{M_{Z_1}^2}{M_{Z_2}^2} B_K f_K^2. \quad (4.37)$$

$$\frac{\Delta m_B}{m_B} = \frac{2\sqrt{2} G_F C_W^2}{3} |V_{Lj\alpha}^* V_{Lj\beta}|^2 \eta_B \frac{M_{Z_1}^2}{M_{Z_2}^2} B_B f_B^2, \quad (4.38)$$

$$\frac{\Delta m_D}{m_D} = \frac{2\sqrt{2} G_F C_W^2}{3} |U_{Lju}^* U_{Ljc}|^2 \eta_D \frac{M_{Z_1}^2}{M_{Z_2}^2} B_D f_D^2, \quad (4.39)$$

Nuevamente el subíndice B se refiere a los bosones B_d^0 ó B_s^0

Asumiendo la misma contribución a las diferencias de masa debido al intercambio de Z_3 como se hizo para el intercambio de Z_2 en el Modelo A, y, utilizando el ansatz de Fritzsche para las matrices de masa de los quarks, el ingreso de los parámetros dados en la Tabla 14 en las expresiones (4.37), (4.38) y (4.39) arroja los siguientes límites inferiores para la masa del Z_3 para las tres posibles asignaciones de este modelo:

Asignación B1

$$\begin{aligned}
K^0 - \bar{K}^0 & : M_{Z_3} > 2.39 \text{ TeV} \\
B_d^0 - \bar{B}_d^0 & : M_{Z_3} > 6.61 \text{ TeV} \\
B_s^0 - \bar{B}_s^0 & : M_{Z_3} > 6.16 \text{ TeV} \\
D^0 - \bar{D}^0 & : M_{Z_3} > 0.16 \text{ TeV}
\end{aligned} \tag{4.40}$$

Asignación B2

$$\begin{aligned}
K^0 - \bar{K}^0 & : M_{Z_3} > 76.67 \text{ TeV} \\
B_d^0 - \bar{B}_d^0 & : M_{Z_3} > 6.61 \text{ TeV} \\
B_s^0 - \bar{B}_s^0 & : M_{Z_3} > 6.16 \text{ TeV} \\
D^0 - \bar{D}^0 & : M_{Z_3} > 44.04 \text{ TeV}
\end{aligned} \tag{4.41}$$

Asignación B3

$$\begin{aligned}
K^0 - \bar{K}^0 & : M_{Z_3} > 76.67 \text{ TeV} \\
B_d^0 - \bar{B}_d^0 & : M_{Z_3} > 6.61 \text{ TeV} \\
B_s^0 - \bar{B}_s^0 & : M_{Z_3} > 0.31 \text{ TeV} \\
D^0 - \bar{D}^0 & : M_{Z_3} > 44.04 \text{ TeV}
\end{aligned} \tag{4.42}$$

Es claro de los anteriores resultados que el límite inferior para la masa del Z_3 depende de cuál familia de quarks transforme de manera diferente. Obsérvese que para la Asignación B1, en la cual la familia más pesada es la que transforma diferentemente (ver Tabla 8), la restricción más fuerte proviene del sistema $B_d^0 - \bar{B}_d^0$, la cual arroja un límite inferior de $M_{Z_3} > 6.61 \text{ TeV}$. Para las Asignaciones B2 y B3 en donde quienes transforman diferentemente son la segunda y primera familia, respectivamente, la restricción más fuerte $M_{Z_3} > 76.67 \text{ TeV}$ proviene del sistema $K^0 - \bar{K}^0$.

Aunque el análisis hecho en el capítulo anterior no permite diferenciar entre familias, el estudio de FCNC muestra que al igual que en el Modelo A, en el Modelo B, la tercera familia de quarks debe transformar diferentemente con el fin de mantener el límite inferior para la masa, en este caso M_{Z_3} , lo más pequeño posible.

También se puede observar que los límites obtenidos a partir de los sistemas $B_d^0 - \bar{B}_d^0$ son no dependientes de familia para ambos modelos.

Conclusión

Se ha estudiado el impacto de la dependencia de familias, derivado de la no universalidad de familias de quarks, sobre el espacio de parámetros $(\theta-M_{Z_2})$ en las extensiones al SM basados en el grupo de simetría gauge $SU(3)_c \otimes SU(4)_L \otimes U(1)_X$, libres de anomalías y sin cargas eléctricas exóticas. Modelos con estas características son clasificados en dos grandes grupos, $b = c = 1$ y $b = 1, c = -2$, donde b y c son parámetros en el generador de carga eléctrica, (2.1). Dado que la cancelación de anomalías requiere que una familia de quarks transforme de manera diferente bajo el grupo gauge, no existe universalidad en las familias de quarks.

Estos modelos predicen la existencia de dos corrientes neutras Z' y Z'' que se mezclan con la corriente neutra del SM asociada al bosón Z . Esta mezcla puede ser restringida a que ocurra sólo entre Z y Z' por lo que $Z'' \equiv Z_3$ es un autoestado de masa, [4], [5], [16].

La dependencia de familias ha sido estudiada en este trabajo identificando las tres posibles asignaciones de autoestados de interacción en autoestados de masa. Para este análisis se han seleccionado dos modelos representativos de cada una de las clases en mención: el Modelo A, para el cual $b = c = 1$, [5], [16], y el Modelo B, para el cual $b = 1, c = -2$, [4], [5]. En el Modelo A, la corriente Z_3 se acopla sólo a fermiones exóticos mientras que los acoplos izquierdos de Z' a los quarks ordinarios son no diagonales en sabor. En el Modelo B, los quarks del SM acoplan diagonalmente a Z' pero los acoplos a Z_3 resultan ser no diagonales.

Para el Modelo A se encontró que las tres posibles asignaciones conllevan a tres diferentes regiones permitidas en el espacio de parámetros $(\theta-M_{Z_2})$, obtenidas a través de un ajuste utilizando datos experimentales en el polo del Z y datos de APV, obteniéndose así diferentes predicciones para el límite inferior de la masa del Z_2 y para el rango de valores del ángulo de mezcla entre Z y Z' . Estos límites fueron restringidos adicionalmente usando datos experimentales de la mezcla de mesones neutros en el análisis de efectos de FCNC asociados a la no universalidad de familias de quarks, utilizando el ansatz de Fritzsche para la matriz de masa de los quarks. La combinación del análisis de estas restricciones lleva a la conclusión de que la familia de quarks más pesada, es decir, la tercera, es la que debe transformar de manera diferente con el fin de tener un límite inferior para M_{Z_2} lo más bajo posible. Para el Modelo A, el límite inferior más pequeño proviene del sistema $B_d^0 - \bar{B}_d^0$ y es $M_{Z_2} > 11.34$ TeV, el cual

es mayor que el límite obtenido del análisis de la región permitida en el plano $(\theta-M_{Z_2})$, el cual es de $M_{Z_2} > 2.03$ TeV.

El Modelo B tiene la particularidad de que las tres familias de quarks poseen los mismos valores de hipercarga respecto al grupo $U(1)_X$, esto trae como consecuencia que los acoples de los campos fermiónicos a las corrientes neutras Z_1 y Z_2 sean universales. Por lo anterior, la región permitida en el espacio de parámetros $(\theta-M_{Z_2})$, es la misma para las tres distintas asignaciones de autoestados de interacción en autoestados de masa. Estos límites, independientes de familia, son $-0.00039 \leq \theta \leq 0.00139$, $0.89 \text{ TeV} \leq M_{Z_2}$. Dado que las FCNC están presentes para este modelo en los acoples izquierdos de los quarks ordinarios al bosón de gauge Z_3 , la contribución del intercambio de Z_3 a las diferencias de masas en la mezcla de mesones neutros, produce restricciones dependientes de familia sobre la masa M_{Z_3} . Estos resultados nos permiten concluir, que como en el Modelo A, la tercera familia de quarks es la que debe transformar de manera diferente, con el fin de tener el límite inferior más bajo posible para M_{Z_3} , cuya restricción más fuerte proviene del sistema $B_d^0 - \bar{B}_d^0$ y arroja un valor de $M_{Z_3} > 6.61$ TeV. Dado que $M_{Z_3}^2 = (g_4/2)(V^2 + v^2)$, también se tiene un límite inferior para la escala de rompimiento de la simetría $3 - 4 - 1$.

La conveniencia de distinguir la familia de quarks más pesada podría dar alguna indicación de por qué el quark top posee una masa muy superior a la de los demás fermiones.

La comparación de las predicciones hechas sobre los Modelos A y B muestra que los modelos para los cuales $b = 1$, $c = -2$ son preferenciales en el sentido que ellos dan límites inferiores para la masa del M_{Z_2} y M_{Z_3} más pequeños. Nótese que el límite inferior independiente de familia para el Modelo B, $M_{Z_2} > 0.89$ TeV no es afectado por las restricciones provenientes de datos de FCNC y además el límite inferior para la masa M_{Z_3} es $M_{Z_2} > 6.61$ TeV, un valor al alcance de la capacidad del LHC. Esto significa que los modelos para los cuales $b = 1$, $c = -2$ tienen una mejor oportunidad de ser verificados experimentalmente en el LHC o más a futuro en el ILC.

Aunque en este trabajo nos restringimos al caso particular $V \simeq V'$, $v' \simeq v$, para el cual la mezcla sólo está presente entre los bosones de gauge Z y Z' , el análisis hecho muestra que se ha cumplido el objetivo, es decir, se ha mostrado dependencia de las posibles asignaciones de familias de quarks asociadas a la no universalidad de ellas, en predicciones de los modelos $3 - 4 - 1$. Si se lleva a cabo un análisis en el cual se tengan presentes mezclas entre las tres corrientes neutras, las conclusiones acerca de las implicaciones fenomenológicas deben ser las mismas, aunque el análisis matemático se complica.

Para finalizar, se observa de las Figuras 1 y 2 que el ajuste χ^2 proporciona límites superiores para las masas M_{Z_2} y M_{Z_3} , respectivamente, los cuales dependen del valor permitido para el ángulo de mezcla θ , excepto en el límite $|\theta| \rightarrow 0$, donde M_{Z_2} puede ser arbitrariamente grande. Esta es una característica de los modelos $3 - 3 - 1$ y $3 - 4 - 1$ sin cargas eléctricas exóticas

y está asociado al hecho que sólo se considera el contenido básico de campo, entonces para todos estos modelos, la escala del acople de unificación gauge M_G puede ser tan grande como la escala de Plank. Este resultado puede ser modificado en la extensión $3 - 3 - 1$, por ejemplo, introduciendo nueva física a la escala $M_V \approx 2.0 \text{ TeV} < M_G$, extendiendo el sector escalar con un número apropiado de campos Higgses, [35]. Lo anterior nos previene de dar un límite superior para la escala del rompimiento de la simetría $3 - 4 - 1$ a partir de este ajuste.

Apéndices

Se incluyen aquí las matrices de Gell-Mann para $SU(4)$ utilizadas en el desarrollo de este trabajo. Se adjunta el artículo aceptado para publicación en Physical Review D.

Apéndice A

Matrices de Gell–Mann para $SU(4)$

Se muestra el conjunto de matrices de Gell-Mann para $SU(4)$ utilizadas en este trabajo, las cuales satisfacen la relación de conmutación $[\lambda_i, \lambda_j] = 2if_{ijk}\lambda_k$, en donde las f_{ijk} son las constantes de estructura del grupo dadas por $f_{ijk} = \frac{1}{4i}Tr([\lambda_i, \lambda_j]\lambda_k)$. Recuérdese que el número de generadores para $SU(N)$ está dado por $N^2 - 1$, por lo que se tienen 15 generadores para $SU(4)$, $\lambda_i, i = 1, 2, \dots, 15$.

$$\begin{aligned}
 \lambda_1 &= \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \lambda_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \lambda_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\
 \lambda_4 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \lambda_5 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \lambda_6 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\
 \lambda_7 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -i & 0 \\ 0 & i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \lambda_8 = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \lambda_9 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\
 \lambda_{10} &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \lambda_{11} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \lambda_{12} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & i & 0 & 0 \end{pmatrix} \\
 \lambda_{13} &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \lambda_{14} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & i & 0 \end{pmatrix}, \lambda_{15} = \frac{1}{\sqrt{6}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -3 \end{pmatrix}
 \end{aligned} \tag{A.1}$$

Apéndice B

Effects of quark family nonuniversality in $SU(3)_c \otimes SU(4)_L \otimes U(1)_X$ models

Bibliografía

- [1] Glashow, Nucl. Phys. **22**, 579 (1961); S. Weinberg, Phys. Rev. Lett. **19**, 1264 (1967); A. Salam, in *Elementary Particles Theory: Relativistic Groups and Analyticity* (Nobel Symposium N° 8), edited by N. Svartholm (Almqvist and Wiksell, Stockholm, 1968), p. 367.
- [2] M. B. Voloshin, Sov. J. Nucl. Phys. 48, 512 (1988); F. Pisano and T. A. Tran, ICTP preprint IC/93/200, Proc. of The XIV Encontro Nacional de Física de Partículas e Campos, Caxambu (1993); V. Pleitez, Report N° IFT-P.010/93, hep-ph/9302287 (1993) (no publicado); R. Foot, H. N. Long and T. A. Tran, Phys. Rev. D 50, R34 (1994); F. Pisano and V. Pleitez, Phys. Rev. D 51, 3865 (1995); I. Cotaescu, Int. J. Mod. Phys. A 12, 1483 (1997).
- [3] W.A. Ponce, D.A. Gutiérrez and L.A. Sánchez, Phys. Rev. **D69**, 055007 (2004).
- [4] L.A. Sánchez, F. A. Pérez and W.A. Ponce, Eur. Phys. J. **C35**, 259 (2004).
- [5] W. A. Ponce and L. A. Sánchez, Mod. Phys. Lett. **A22**, 435 (2007).
- [6] J. F. Donoghue, E. Golowich, and B. R. Holstein, *Dynamics of the Standard Model*, (Cambridge University Press, New York, United States of America, 1994); C. P. Burgess and G. D. Moore, *The Standard Model: A Primer*, (Cambridge University Press, New York, United States of America, 2007).
- [7] W. Buchmüller and C. Lüdeling, *Field Theory and Standard Model*, (Lectures given at the European School of High-Energy Physics, Kitzbühel, Austria, August, 2005).
- [8] Particle Data Group, C. Amsler *et al.*, Phys. Lett. **B667**, 1 (2008).
- [9] H. Fusaoka and Y. Koide, Phys. Rev. **D57**, 3986 (1998).
- [10] CDF Collab, Phys. Rev. Lett. **93**, 221802 (2004); http://www.fnal.gov/pub/presspass/press_releases/tevatronresults.html.

- [11] P. D. Collins, A. D. Martin and E. J. Squires, *Particle Physics and Cosmology*, (Wiley, Durham, England, 1989).
- [12] S.L. Glashow, J. Illiopoulos and L. Maiani, Phys. Rev. D **2**, 1285 (1970).
- [13] N. Cabibbo, Phys. Rev. Lett. **10**, 531 (1963); M. Kobayashi and T. Maskawa, Prog. Theor. Phys. **49**, 652 (1973).
- [14] S. Fukuda *et al.* (SuperKamiokande Collaboration), Phys Rev. Lett. **86**, 5651 (2001), K. Eguchi, *et al.* (KamLAND Collaboration), Phys Rev. Lett. **90**,021802 (2003).
- [15] D.E. Kaplan and M. Schmaltz, JHEP **0310**, 039 (2003); O.C.W. Kong, arXiv: hep-ph/0308148; O.C.W. Kong, J. Korean Phys. Soc. **45**, S404 (2004); O.C.W. Kong, Phys. Rev. D**70**, 075021 (2004).
- [16] L.A. Sánchez, L.A. Wills-Toro and Jorge I. Zuluaga, Phys. Rev. D**77**, 035008 (2008).
- [17] S. Villada, *Fenomenología de un modelo de tres familias con simetría gauge $SU(3)_c \otimes SU(4)_L \otimes U(1)_X$* , Tesis de Maestría, Escuela de Física, Universidad Nacional de Colombia, Sede Medellín, 2009.
- [18] L.M. Krauss and F. Wilczek, Phys. Rev. Lett. **62**, (1989) 1221; L.E. Ibañez and G.G. Ross, Phys. Lett. **B260**, (1991) 291.
- [19] J. Bernabeu, A. Pich and A. Santamaria, Nucl. Phys. **B363**, 326 (1991).
- [20] F.M. Borzumati and C. Greub, Phys. Rev. D**58**, 074004 (1998).
- [21] J. Guéna, M. Lintz, M.-A. Bouchiat, Mod. Phys. Lett. **A20**, 375 (2005); J.S.M Ginges, V.V. Flambaum, Phys. Rep. **397**, 63 (2004); J.L. Rosner, Phys. Rev. D**65**, 073026 (2002); A. Derevianko, Phys. Rev. Lett. **85**, 1618 (2000).
- [22] L. Durkin and P. Langacker, Phys. Lett. **B166**, 436 (1986).
- [23] G. Altarelli, R. Casalbuoni, S. De Cutis, N. Di Bartolomeo, F. Feruglio and R. Gatto, Phys. Lett. **B261**, 146 (1991).
- [24] F. Abe *et al.* (CDF Collab.), Phys. Rev. Lett. **74**, 2626 (1995); S. Abachi *et al.*, Phys. Rev. Lett. **74**, 2632 (1995).
- [25] J.T. Liu, Phys. Rev. D**50**, 542 (1994); J.T. Liu and D. Ng, Phys. Rev. D**50**, 548 (1994); D. Gómez Dumm, F. Pisano and V. Pleitez, Mod. Phys. Lett. **A9**, 1609 (1994).
- [26] J.-A. Rodríguez and M. Sher, Phys. Rev. D**70**, 117702 (2004); C. Promberger, S. Schatt and F. Schwab, arXiv: hep-ph/0702169 (to appear in Phys. Rev. D.)

- [27] M. Blanke, A.J. Buras, A. Poschenrieder, C. Tarantino, S. Uhlig and A. Poschenrieder, S. Recksiegel, C. Tarantino, S. Uhlig and A. Weiler, *JHEP* **0701**, 066 (2007).
- [28] F.J. Gilman and M.B. Wise, *Phys. Rev. D* **27**, 1128 (1983); A. J. Buras, M. Jamin and P.H. Weisz, *Nucl. Phys. B* **347**, 491 (1990); J. Urban, F. Krauss, U. Jentschura and G.Soff, *Nucl. Phys. B* **523**, 40 (1998).
- [29] H. Fritzsch, *Phys. Lett. B* **73**, 317 (1978); *Nucl. Phys. B* **155**, 189 (1979).
- [30] T.P. Cheng and M. Sher, *Phys. Rev. D* **35**, 3484 (1987).
- [31] S. Hashimoto, *Int. J. Mod. Phys. A* **20**, 5133 (2005).
- [32] A. Abulencia *et al.* [CDF Collaboration], *Phys. Rev. Lett.* **97**, 242003 (2006); V.M. Abazov *et al.* [D0 Collaboration], *Phys. Rev. Lett.* **97**, 021802 (2006).
- [33] M. Ciuchini, E. Franco, D. Guadagnoli, V. Lubicz, M. Pierini, V. Porretti and L. Silvestrini, arXiv: hep-ph/0703204.
- [34] M. Artuso *et al.* [CLEO Collaboration], *Phys. Rev. Lett.* **95**, 251801 (2005); H.W. Lin, S. Ohta, A. Soni and N. Yamada, *Phys. Rev. D* **74**, 114506 (2006).
- [35] D. A. Gutierrez, W. A. Ponce and L.A. Sánchez, *Eur. Phys. J. C* **46**, 497 (2006); J. C. Salazar, W. A. Ponce and D. A. Gutiérrez, *Phys. Rev. D* **75**, 075016 (2007).