

CIENCIAS

FISICAS Y MATEMATICAS

# LO QUE HOY SE SABE ACERCA DE LAS CAUSAS DE LA ROTURA EN LOS CUERPOS SOLIDOS

(Conclusión)

POR EL PROF. JULIO CARRIZOSA VALENZUELA  
JEFE DE LOS LABORATORIOS DE ENSAYO DE MATERIALES  
DE LA UNIVERSIDAD NACIONAL

*Representación diagramática de las principales hipótesis sobre rotura.*—En el número pasado de esta Revista hicimos una enumeración sucinta de las principales hipótesis establecidas con el fin de explicar el fenómeno de la rotura. Para un recuento de estas hipótesis remitimos a dicha publicación, con el objeto de entrar inmediatamente en la comparación y crítica de ellas.

Aunque todas esas hipótesis se fundan en experiencias más o menos exactas, más o menos bien interpretadas, es lo cierto que las conclusiones que de ellas se derivan pueden ser muy diferentes y hasta contradictorias. Esta divergencia y oposición se muestra muy claramente si empleamos para compararlas el método diagramático de Caquot (1), el cual consiste en tomar como ejes coordinados las direcciones rectangulares entre sí del esfuerzo principal máximo y del mínimo. Se prescinde, pues, en esta representación del esfuerzo principal medio, dando por sentado que dicho esfuerzo no influye de manera apreciable como causa de rotura.

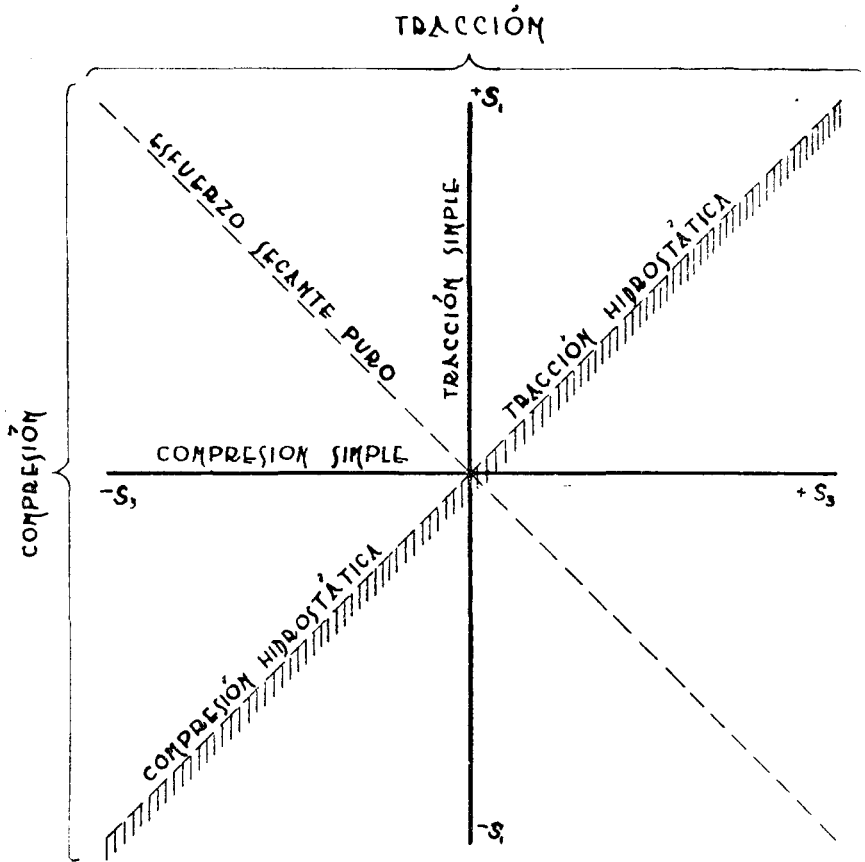
Se obtiene, pues, esta representación tomando según el eje vertical la magnitud  $S_1$  del esfuerzo principal máximo, y según el horizontal la del esfuerzo principal  $S_3$  mínimo. Supondremos positivos los esfuerzos de tracción y negativos los de

(1) V. A. Mesnager, Cours de Resistance des Matériaux, p. 335. También S. Timoshenko, Strength of Materials, p. 709.

compresión. La relación de magnitud entre los esfuerzos principales será por lo tanto:

$$s_1 > s_2 > s_3$$

Según las desigualdades anteriores, si trazamos la bisectriz I-I, fig. 1 del primer y tercer cuadrante, tendremos dividido el espacio en dos regiones, de las cuales la sombreada no podría



contener punto alguno representativo de un estado, pues las magnitudes de los esfuerzos principales presentarían un orden contrario al supuesto. La mitad de esta bisectriz, situada en el primer cuadrante, es el lugar de los estados sometidos a tracción hidrostática, o sea tensión de tracción igual en todos sentidos, que

llega a producir la rotura por separación o desgarramiento. Al contrario, la mitad inferior situada en el tercer cuadrante, es el lugar de los estados sometidos a compresión hidrostática; es decir, compresión igual en todos sentidos, la que, como se verá, no lleva a la rotura en la generalidad de los casos. En cuanto a la bisectriz II, sólo es utilizable la mitad contenida en el segundo cuadrante que representa el lugar de los estados sometidos a esfuerzo secante puro, caracterizado por esfuerzos principales iguales y de sentido contrario.

Con respecto a los ejes, el vertical en su parte útil representa los puntos sometidos a la tracción simple, y la parte útil del horizontal los que están sometidos a la compresión simple. La región a cada lado del eje vertical comprendida entre las bisectrices representa puntos sometidos a tracción, ya sea simple si coincide con el mismo eje, o combinada con tracción o compresión, según esté el punto a la derecha o izquierda respectivamente de dicho eje. Análogamente, la región a cada lado del eje horizontal comprendida entre las bisectrices del segundo y tercer cuadrante representa puntos sometidos a esfuerzos de compresión, simple, según el eje mismo, o combinada con tracción y compresión según estén situados encima o debajo de dicho eje respectivamente.

Establecido el sistema anterior de ejes, veamos cómo es posible representar las principales hipótesis ya expuestas acerca de las causas de la rotura. Consideremos sucesivamente dichas hipótesis en el orden en que fueron enunciadas:

Desde luego la hipótesis del esfuerzo principal máximo quedará representada por el contorno A-1-A-3-A (fig. 2), en que 0-1 es el límite de resistencia a la tracción simple (límite de fluencia o coeficiente de rotura), igual a 0-3, límite de compresión. Según esta hipótesis, todo punto situado dentro del contorno anterior estará en condiciones de resistir el esfuerzo combinado correspondiente.

En la hipótesis de la deformación máxima el esfuerzo intermedio tiene importancia; por tal motivo es preciso fijarle un valor en relación con los otros dos esfuerzos principales. Si suponemos que este esfuerzo intermedio se mantiene constantemente igual al esfuerzo principal inferior, estaremos dentro de un caso límite muy frecuente en las experiencias. En este supues-

to, la fórmula ya mencionada en publicación anterior, que nos permite obtener el límite de elasticidad (1), se cambiará en la siguiente:

$$\frac{S_1}{E} - \frac{1}{m E} (S_2 + S_3) = \frac{\sigma_r}{E}$$

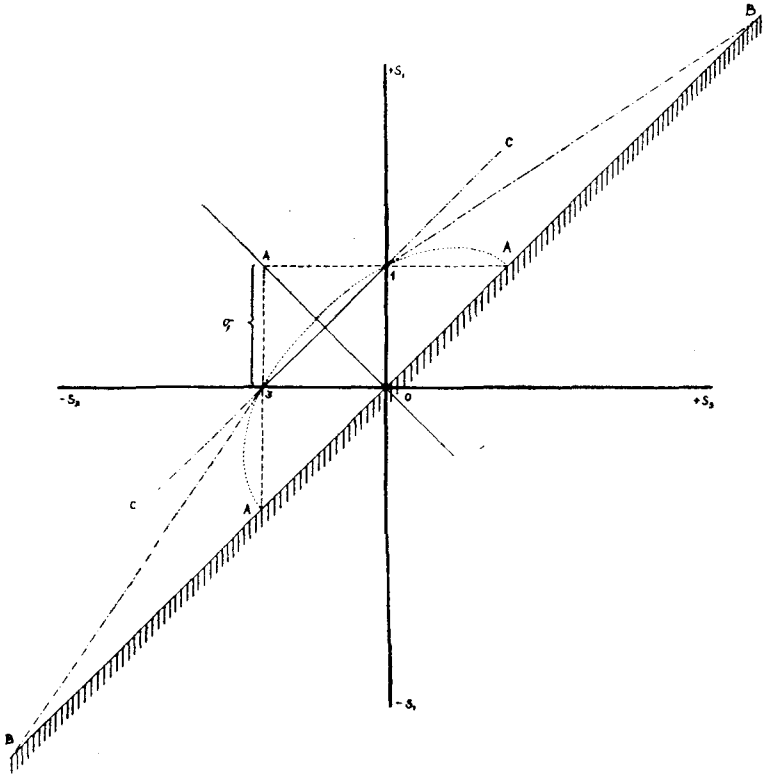


Figura 2

y al hacer, conforme a la hipótesis anunciada,  $s_2 = s_3$ :

$$S_1 = \frac{2}{m} S_3 + \sigma_r$$

(1) Véase el número anterior de la Revista de la Universidad, pág. 252.

que es la ecuación de la recta B-1-B (1). La ordenada de B en el primer cuadrante será:

$$S_1 = \frac{m}{m-2} \sigma_r \quad \text{o sea para } m = 3 \quad S_1 = 3 \sigma_r.$$

Luego en este punto B el material podría admitir esfuerzos principales tres veces mayores que si adoptáramos la primera hipótesis. En cambio, en el punto opuesto B del segundo cuadrante, por ser  $S_3$  negativo, se tendrá como ordenada de dicho punto para el mismo valor de  $m$ :

$$S_1 = \frac{3}{5} \sigma_r.$$

Es decir, aquí los esfuerzos máximos hasta el límite de fluencia o rotura serían inferiores que si adoptáramos el punto de vista de la primera hipótesis.

Si hacemos las mismas consideraciones anteriores para el cuadrante de compresión, obtendremos la recta simétrica B-3-B, que cerrará el contorno de la región no expuesta a rotura según esta segunda hipótesis.

La tercera hipótesis del esfuerzo secante máximo depende naturalmente de la expresión

$$\frac{S_1 - S_3}{2}$$

que es precisamente el valor de dicho esfuerzo secante máximo. Para que la rotura se produzca es necesario tener:

$$\frac{S_1 - S_3}{2} = \frac{\sigma_r}{2} \quad \text{de donde } S_1 = S_3 + \sigma_r$$

si nos colocamos en el mismo punto de vista anterior de que el esfuerzo principal medio es igual al mínimo; es decir,  $s_2 = s_3$ . La última expresión obtenida es la ecuación de la recta C-1, paralela a la bisectriz del primer cuadrante. Quiere decir, por consiguiente, que ninguno de los puntos de esta bisectriz está expuesto a rotura según esta hipótesis. Consecuencia ésta evidente si se tiene en cuenta que para cualquiera de los puntos de este eje el esfuerzo secante es nulo, pues dicha línea es el lugar de los puntos sometidos a un estado de triple tracción hidrostática; es decir, idéntica en todos sentidos.

(1) Este segundo punto B está en la prolongación de B-1 sobre la bisectriz AO.

Se comprende sin mayor explicación que la ecuación anterior del lugar es general; por consiguiente, si prolongamos la recta C-1 hacia el segundo y tercer cuadrante, obtendremos una zona encerrada por la bisectriz y por la recta C-1-3-C, dentro de la cual no habría peligro de rotura por esfuerzo secante.

En las hipótesis energéticas también se tiene en cuenta el esfuerzo principal medio; por consiguiente, será necesario suponer para este esfuerzo medio un valor determinado, como se hizo para la hipótesis del esfuerzo secante. Supondremos, pues, asimismo, que este esfuerzo medio se mantiene constantemente igual al esfuerzo mínimo.

Bajo el supuesto anterior la primera modalidad de la hipótesis energética, representada por la expresión (1) <sup>(1)</sup>, tendrá como nueva expresión:

$$s_1^2 - \frac{4}{m} s_1 s_3 + 2 \left( \frac{m-1}{m} \right) s_3^2 = \sigma_r^2$$

O sea la ecuación de una elipse, ya que  $m$  siempre será positivo, y su valor comprendido entre 2 y 4. Para  $s^3$  igual a cero, se tendrá  $s_1 = \sigma_r$ .

También para  $s_3 = s_1$ , se tiene el mismo valor anterior del esfuerzo principal máximo.

La segunda modalidad de la hipótesis energética está representada por la expresión (3) <sup>(1)</sup>. Esta relación se transforma en la siguiente:

$$2 (s_1 - s_3)^2 = 2 \sigma_r^2$$

si suponemos que  $s_2 = s_3$  como se hizo en los casos anteriores. Esta última ecuación se puede poner también:

$$s_1 - s_3 = \sigma_r, \text{ o sea } s_1 = s_3 + \sigma_r$$

Esta última es la ecuación de la misma recta C-1-3-C, obtenida cuando se estableció la representación de la tercera hipótesis. Quiere decir, por lo tanto, que la misma zona de seguridad determinada por la hipótesis del esfuerzo secante máximo es la que corresponde a esta segunda modalidad de la hipótesis energética.

(1) Véase el número anterior de la REVISTA UNIVERSIDAD.

*Análisis comparativo de las hipótesis de rotura.*—Por medio de la representación gráfica anterior es sencillo apreciar o poner de relieve cuán diferentes son estas teorías propuestas para explicar la rotura, y cómo ellas pueden conducir a resultados no sólo disímiles sino contradictorios. Así Foeppl, en su “Resistencia de Materiales”, pone de manifiesto esta contradicción, suponiendo que se sumerja en el mar, por ejemplo, un cubo de arenisca cuya resistencia a la compresión es de 500 kilogramos por centímetro cuadrado más o menos, y cuyas caras hayan sido barnizadas, con el fin de impedir la penetración del agua. Según la idea de Coulomb, ninguna presión, sea cualquiera su magnitud, podría causar la destrucción del cubo, puesto que siendo la presión igual en todas las caras, el cubo permanecería semejante a sí mismo; es decir, no habría lugar a considerar esfuerzo secante máximo, y por lo tanto la deformación transversal sería nula. Según la primera hipótesis de Rankine, el cubo se rompería desde que la profundidad alcanzada fuera de 5,000 metros; en cambio, según Poncelet (segunda hipótesis) el cubo se disgregaría, no a 5,000 metros de profundidad, sino a una profundidad más grande, ya que el acortamiento de las aristas crece, en efecto, más lentamente que la acción molecular, como consecuencia de la dilatación transversal proveniente de las presiones sobre las caras laterales. En fin, una destrucción del cubo sería también imposible en el caso de que el coeficiente  $m$  fuera igual a 2, o tendiera hacia este valor cuando la presión aumenta (se sabe que  $m$  varía, en efecto, para los materiales pétreos cuando la presión aumenta. (1).

Aparte de las consideraciones anteriores, la simple observación del diagrama de la figura 2 demuestra claramente que las zonas de seguridad correspondientes a cada hipótesis difieren notablemente entre sí, de tal manera que para un estado que ofrece seguridad según la hipótesis de Rankine, según la de Guest está precisamente en peligro de rotura.

No obstante las contradicciones apuntadas, estas diversas hipótesis tienen ciertas características comunes, que provienen de su origen experimental, y de los conceptos fundamentales que han servido de punto de partida para desarrollar las generalizaciones o las doctrinas fundadas en tales experiencias.

---

(1) V. A. Nadai. Plasticity.



Como una primera característica común, señalaremos la de que todas estas hipótesis coinciden cuando se trata de estados elásticos simples o de una sola dimensión; es decir, en los puntos 1 y 3 del diagrama anterior, figura 2, porque en estos puntos la tensión máxima normal, la dilatación y deformación angular máximas, y el cizallamiento máximo, son proporcionales. Esto revela el parentesco experimental de todas las teorías de rotura basadas en ensayos de simple tensión.

Una segunda característica común es la de que todas estas teorías, con excepción de las energéticas, establecidas más tarde, prescinden tácitamente de la tensión media cuando es el caso de hacer intervenir tensiones en las tres dimensiones del espacio. Se da por sentado, pues, que la tensión intermedia puede variar entre las tensiones máxima y mínima sin producir modificación alguna en el fenómeno de la rotura.

En fin, como tercera característica común hay que señalar la prescindencia en dichas hipótesis de toda influencia térmica, dinámica o de velocidad de aplicación de las cargas, y de forma del cuerpo. Es decir, las teorías de rotura atrás expuestas son de naturaleza atérmica, estática y amorfa, para definir en pocas palabras esta última característica que tiene mucha importancia cuando se trata de precisar el alcance de dichas hipótesis.

En cuanto a los conceptos fundamentales que han servido de punto de partida para establecer las teorías de rotura, y que han dado lugar seguramente también a las características comunes que dejamos señaladas, mencionaremos en primer término aquel que sirve también de base a la ciencia elástica en general, y que ha sido tenido hasta ahora como más exacto, consistente en suponer que una porción de un cuerpo limitado de cualquier modo puede considerarse como independiente del resto de la materia que lo rodea con tal de que las fuerzas que obran al través de la superficie circundante, y en su propia masa, estén en equilibrio mecánico o pueda presumirse que se compensan entre sí (1). Este concepto, que es básico en la enseñanza de la Resistencia de Materiales, pues que permite su estudio por medio de ecuaciones diferenciales, es el que conduce, cuando se trata de fenómenos que sobrepasan las condiciones implicadas en él, como la condición de elasticidad perfecta, a resultados paradójicos y contradictorios, o nos lleva a desechar varios factores de impor-

(1) V. W. Kuntze. Festigkeitstheoretische Untersuchungen.

tancia que juegan también un papel decisivo en el fenómeno de la rotura. Así, pues, aplicado sin restricción alguna, ha conducido a la creencia, ya muy generalizada, de que los materiales de construcción quedan completamente definidos por sus constantes de resistencia a las sollicitaciones simples, dejando por tanto de lado los modos más complejos de sollicitación, las condiciones de temperatura o de forma del cuerpo, y algunas otras circunstancias de la experiencia que tienen notoria influencia.

Un segundo concepto básico que pudiera considerarse como consecuencia del anterior, es el de que la resistencia llega siempre a superarse normal o paralelamente a un plano. Este concepto parece, sin embargo, estar de acuerdo con las experiencias que establecen tal hecho físico de que la resistencia es vencida simple, ya sea por deslizamiento paralelamente a un plano, o ya por desgarramiento (separación) a causa de fuerzas dirigidas normalmente al plano de separación. En este caso habría pues, un acuerdo entre la teoría que calcula las tensiones, descomponiéndolas según la normal y la tangente a los diversos planos transversales, y el fenómeno de la superación de la resistencia o rotura. Las tensiones límites normales significarían una resistencia al desgarramiento o en cierto modo una medida de la cohesión, mientras que las tangenciales denotarían una resistencia al deslizamiento, fenómeno este relacionado con las propiedades plásticas del material.

*Discusión de las principales experiencias sobre rotura.*—Dado que las hipótesis expuestas, a pesar de sus contradicciones tienen una base experimental innegable, importa para el fin que nos proponemos en esta síntesis, repasar los resultados obtenidos en algunas de esas experiencias antiguas ya célebres, para tratar de descubrir en su fuente, y a la luz de ensayos más recientes, las malas interpretaciones que conducen a las tesis contradictorias, puestas de manifiesto anteriormente.

En todas esas experiencias se comienza por distinguir entre los cuerpos frágiles o agrios y los cuerpos dúctiles, algunas veces incorrectamente llamados plásticos. Esta distinción, es, sin embargo, enteramente convencional, según se admite hoy. Ensayos realizados bajo altas presiones muestran que los llamados materiales frágiles, sin excepción, pueden ser transformados en plásticos bajo condiciones mecánicas apropiadas (1). Pueden

(1) V. Plasticity por A. Nadai, ob. cit.

consultarse también a este respecto las experiencias de Von Karman (1), hechas con mármoles y analizadas por A. Mesnager (2). Es, pues, más correcto hablar de un estado plástico o frágil de los materiales, que de materiales plásticos o frágiles.

Plasticidad o fragilidad no son, pues, según estos ensayos, propiedades específicas de la materia, sino aspectos de su comportamiento enfrente de las diversas sollicitaciones de fuerzas a que puede ser sometida. La suposición, hoy reconocidamente inexacta, de que los materiales pueden ser clasificados en frágiles y dúctiles, tiene mucha culpa en las contradicciones sobre rotura, ya expuestas. No deberíamos hablar, por consiguiente, de rotu-

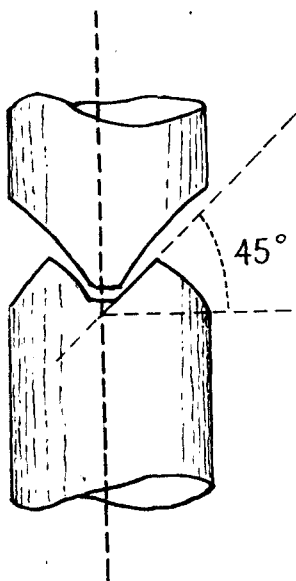


Figura 3

ra en los materiales dúctiles o frágiles, sino de las características que presenta una rotura frágil, o una rotura dúctil en cada material.

La rotura dúctil se caracteriza, en efecto, por las grandes deformaciones permanentes que la preceden. Además está acompañada de un estrechamiento notable en el lugar donde ella se

(1) Festigkeits Versuche unter allseitigem Druck. Zeitschrift des Vereines deutscher Ingenieure, p. 1749.

(2) Matériaux de construction.

produce, y su forma es plana hacia el centro, el cual aparece rodeado por un anillo cónico, donde el material parece haber deslizado según ciertos planos inclinados, fig. 3. Este anillo es tanto más pronunciado cuanto más dúctil es la rotura, hasta llegar a una sección de rotura completamente cónica. Si a lo anterior se agrega que la inclinación de las paredes cónicas no difiere notablemente de  $45^\circ$ , con relación al eje  $E$  de la pieza, parece lo indicado concluir con Guest en que la rotura ha sido determinada por el mayor esfuerzo secante, el cual precisamente tiene lugar, según planos a  $45^\circ$ . A esta misma conclusión llegó también Leblond (1), después de experiencias realizadas con probetas de sección cuadrada en acero y cobre, en las cuales comprobó la formación de un cuadrado de deformación con sus lados inclinados a  $45^\circ$  con respecto al eje de la pieza.

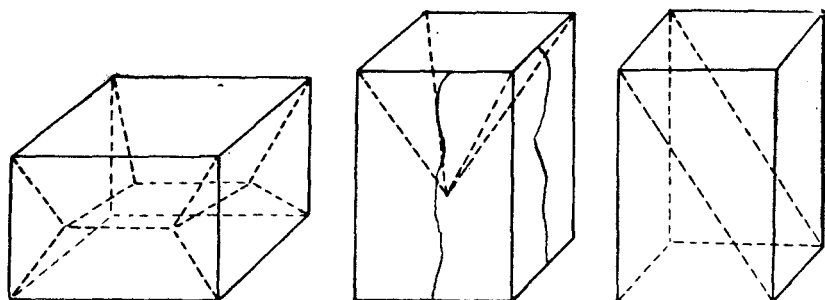


Figura 4

La rotura frágil, en cambio, se caracteriza porque se produce súbitamente, sin que la antecedan notables deformaciones. La forma de la rotura frágil es también muy diferente cuando el esfuerzo es simple de tracción, pues el aspecto tronco cónico desaparece, y la rotura se produce según planos perpendiculares a la dirección del esfuerzo principal. Seguramente este aspecto del fenómeno fue el que dio origen a la primera hipótesis de Rankine. Sin embargo, cuando el esfuerzo es simple pero de compresión, la rotura frágil se sigue produciendo según planos inclinados, fig. 4, siempre que las experiencias se realicen en las condiciones ordinarias. Para un paralelepípedo, por ejemplo, la ro-

(1) V. La Technique Moderne, vol. 15, p. 7, 1923.

tura se inicia a partir de las aristas de las bases, según planos inclinados a menos de  $50^\circ$  con relación al eje del esfuerzo. Si se hace variar la altura del cubo, es decir, si se ensayan prismas rectos de altura superior a la longitud de la base, el fenómeno es análogo, con la única diferencia de que los troncos de pirámide tienden a ser pirámides completas, y aun hay casos en que se obtiene una sola pirámide que comprime como una cuña el material situado en su rededor, y el prisma se abre en todas direcciones. Otras veces sólo se desarrolla una de las caras de la pirámide, la cual se extiende de un lado al otro de la pieza manteniendo una inclinación constante de menos de  $50^\circ$  con relación al eje. La rotura parece, pues, haberse producido a lo largo de un plano de deslizamiento como en los materiales dúctiles, lo cual significaría una nueva comprobación de la teoría de Guest. En realidad así fue interpretado en un principio este fenómeno hasta que nuevas experiencias demostraron que tratándose de materiales frágiles pero muy resistentes, la rotura se producía preferentemente según prismas verticales, siendo además de notar que la forma tronco-cónica o tronco-piramidal dependía de la relación entre la base y la altura de las piezas ensayadas. No obstante, las experiencias concluyentes fueron las del profesor Foeppel, de Munich, quien obtuvo la misma forma de rotura anterior, es decir, según prismas verticales, con sólo lubricar convenientemente las superficies de contacto de las cabezas de la máquina de ensayo. Con esta medida disminuyó el roce entre dichas cabezas y la pieza ensayada, la cual al poderse dilatar libremente en el sentido lateral, se rompía abriéndose según multitud de prismas verticales que luego se rompían por flexión lateral.

Una vez descartada la interpretación del fenómeno de rotura por compresión simple en materiales frágiles, según la hipótesis de Guest, quedaba por explicar esta última rotura en forma de prismas verticales. Según Alfons Leon (1), la causa es debida a la presencia de vacíos o cavidades en la masa del material, los cuales dan lugar a que las líneas de los esfuerzos principales se distribuyan de manera que se producen componentes transversales de tracción, las cuales causan en definitiva la rotura según planos perpendiculares a su dirección, como sucede en la tracción simple. Así quedaba, pues, reducido el fenómeno a ser interpretado mediante la aplicación de la primera hipótesis de Rankine, como se hizo para el caso de tracción simple.

(1) Oesterreichische Monatschrift für den öffentlichen Baudienst, pág. 160.

En resumen, las experiencias anteriores llevaron a la conclusión, hoy todavía admitida en muchos tratados serios de Resistencia, de que las roturas dúctiles obedecen a la ley de Guest, o sea a la hipótesis de la rotura por esfuerzo secante máximo; en cambio la rotura frágil quedaba explicada por la teoría del esfuerzo principal máximo. Tal era el estado de la cuestión hasta las experiencias de Foepppl y Karman. Foepppl (1) parece ser quien primero salió de la rutina de las experiencias con esfuerzos simples, y, por medio de un aparato de su invención, llamado cruz de presión, logró poner en juego simultáneamente esfuerzos en dos direcciones perpendiculares entre sí. Comprobó de esta manera que la rotura se producía, en el caso de superficies convenientemente lubricadas, cuando la presión lateral alcanzaba el mismo valor que en las experiencias sencillas de rotura directa por compresión. Esta conclusión realmente inesperada vino a echar por tierra la hipótesis de Saint-Venant, sobre la máxima dilatación, pues en las condiciones de esta experiencia tal dilatación lateral es exactamente el doble de la que se produce a la compresión simple.

También realizó Foepppl, experiencias de triple tensión comprimiendo probetas por medio de aceite, en una cámara muy resistente de acero. De esta manera pudo comprobar que la resistencia de las calcáreas, de la sal gema, del cuarzo y de algunos metales era muy grande, y aun podía suponerse indefinida descontando los defectos de homogeneidad y la existencia de vacíos interiores que en algunos casos ocasionan la rotura prematura. Comprobó, además, que haciendo variar la intensidad de las compresiones, la rotura se obtenía independientemente de la compresión media, la cual podría variar, por ejemplo, entre cero y la máxima, sin alterar la carga de rotura. Se llegó, pues, a la conclusión de que la rotura sólo depende de las tensiones extremas, y es independiente de la tensión media. En fin, Von Karman, mencionado atrás, realizó también sus experiencias, en las cuales quedó demostrado que el mármol, por ejemplo, cuyo comportamiento es frágil en las condiciones ordinarias, puede llegar a presentarse como un material dúctil, capaz de presentar notables deformaciones antes de la rotura.

---

(1) Mitteilungen an der Mech. Tech. Laboratorium, Munchen, 1900.

Posteriormente a estas experiencias célebres, son muchas más las que se han realizado contando con medios cada vez más perfeccionados (1). En todas ellas se han ido encontrando cada vez mayores complicaciones del fenómeno de la rotura, el que en un principio parecía susceptible de una explicación sencilla, por medio de alguna de las hipótesis enunciadas al comenzar. Se ha encontrado, pues, que no sólo es preciso tener en cuenta la multiplicidad de la sollicitación, sino que también influye la velocidad de aplicación de las cargas (2). Un material manifiestamente dúctil para velocidades de aplicación de la carga moderadas, se puede caracterizar como frágil cuando esta velocidad aumenta. Además de la velocidad interviene también la temperatura, como es obvio. Con altas temperaturas se rebaja el límite de fluencia en los metales y el material se hace más dúctil, o, mejor dicho, el diagrama de tensión simple muestra una transición más curva entre las pequeñas y más grandes deformaciones. Además se hace sensible el fenómeno de flujo lento (creep y relaxation). Se comprende también que pueden ser muchas y muy variadas las modalidades de sollicitación que pudieran concebirse al tener en cuenta todos los elementos influyentes: desde la carga fija aplicada por tiempo indefinido, hasta las cargas variables gradual o súbitamente, y cuyos valores pueden también cambiar de sentido, como sucede en los ensayos de fatiga por alternabilidad de esfuerzos. Y si a todo esto hay que agregar la influencia de la forma de la probeta o muestra ensayada, se llega a la conclusión de que este fenómeno de la rotura sólo había sido considerado en su aspecto más superficial, y, por consiguiente, menos interesante desde el punto de vista científico.

*Estado actual de las teorías sobre rotura. Línea y superficie de resistencia elástica.*—Entre las hipótesis enunciadas al comenzar, incluimos algunas muy recientes, como las hipótesis energéticas, pero dejamos de lado algunas que pueden considerarse como una combinación o extensión de aquellas más simples. Entre ellas la hipótesis de Mohr (3) que puede considerarse como una extensión de la teoría de Guest. Puesto que la producción del es-

---

(1) Para un resumen de estas experiencias y de los medios puestos en juego, puede consultarse "Experiments on combined Stresses", Joseph Marin. The Pennsylvania State College.

(2) V. Kuntze, W. Arch. Eisenhuttentv. Bd. 2. 1928-29.

(3) Mohr Otto, "Abhandlungen aus dem Gebiete der Technischen Mechanik". 2ª ed., p. 192.

tado plástico en los metales dúctiles depende aparentemente del valor que tiene el esfuerzo secante según la superficie de deslizamiento, Mohr supuso además con Coulomb, que fuera del esfuerzo secante intervenía también el esfuerzo normal, y que por tanto, “el límite elástico, y la máxima resistencia de un material están determinados por las tensiones según los planos de deslizamiento o de rotura, y que el esfuerzo secante en los planos de deslizamiento alcanza en el límite un máximo dependiente del esfuerzo normal que obra sobre el mismo plano, y de las propiedades del material”. Como se ve, hasta aquí no hay propiamente nada nuevo, si se tiene en cuenta que Coulomb había hecho idéntica hipótesis muchos años antes; sin embargo, Mohr, introdujo en la concepción antigua una noción nueva, al extender esta hipótesis al caso de sollicitaciones multidimensionales; es decir, al caso de esfuerzos dirigidos simultáneamente según varias direcciones en el espacio. Además, mediante su ingeniosa representación del círculo que lleva su nombre, facilitó la introducción de la llamada línea o curva de resistencia elástica, que es sencillamente la gráfica de una relación entre el esfuerzo unitario normal y tangencial según el plano de deslizamiento o de rotura; es decir:

$$t = f(n)$$

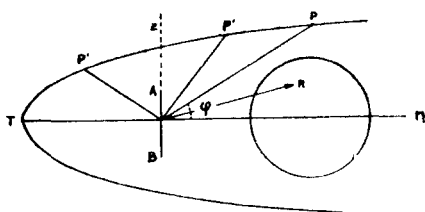


Figura 5

Ecuación que se refiere a los ejes de Mohr, fig. 5. (1)

La curva o gráfica de la ecuación anterior limita una región dentro de la cual ningún esfuerzo llegará a producir deformaciones permanentes; por consiguiente, será condición de equilibrio elástico para todo cuerpo sometido a esfuerzos, el que en ningún punto la tensión pueda alcanzar la curva intrínseca con

(1) Para mayor explicación sobre el círculo de Mohr, o sobre las mismas curvas de resistencia elástica, pueden consultarse nuestras conferencias de Resistencia. Tomo II, págs. 291 y 312.



respecto a un plano determinado. Es evidente que en cada punto del cuerpo existirán tres tensiones principales cuya representación dará lugar a un círculo de Mohr, cuyo diámetro será la diferencia entre las tensiones principales extremas. Como se ve en la teoría del círculo de Mohr, todas las tensiones al través de un plano cualquiera que pase por el punto estarán representadas por vectores OR, fig. 5, cuyos extremos caerán dentro del círculo de Mohr; por consiguiente, si el equilibrio existe, dicho círculo deberá necesariamente encontrarse en el interior de la curva intrínseca, como está en la figura. Sólo en un caso límite puede concebirse el que dichos círculos sean tangentes a la curva, pero en ningún caso podrían cortar esta curva, a menos que se admita la rotura del equilibrio elástico. Puede decirse, por consiguiente, que la curva intrínseca es la envolvente de los círculos de Mohr correspondientes a los sistemas elásticos que pueden realizarse hasta el momento en que comienzan las deformaciones permanentes. Se comprende que cada material dará lugar a una curva intrínseca típica.

Esta representación de Mohr ha tenido una enorme influencia en la dilucidación del problema de la rotura, y son numerosas las experiencias que parecen dar la razón a esta hipótesis. No obstante hay dos hechos que no se explican con ella, como son: La ninguna intervención que se da en esta teoría al esfuerzo medio, y la fractura de materiales frágiles a la tracción por un esfuerzo triple de tracción (1), rotura que no obedece a la curva envolvente de los círculos máximos de Mohr. En cuanto al esfuerzo medio, ya habíamos hecho notar atrás, que según las experiencias de Foepppl la rotura parecía producirse independientemente de dicho esfuerzo; sin embargo, experiencias hechas con materiales dúctiles por Lode, Ros y Eichinger (2), han demostrado que tal afirmación no es completamente exacta, pues en estos materiales según que el esfuerzo medio sea igual al mínimo o al máximo, el diámetro del círculo de Mohr puede variar hasta en un 15%. La constatación de Foepppl se debió a que en los materiales frágiles, con los cuales experimentó, esta variación es mucho menor, o no existe.

De la noción de línea o curva de resistencia elástica se pasa naturalmente a la de superficie de resistencia elástica, o superfi-

(1) V. Nadai, ob. cit., p. 63.

(2) V. Nadai, ob. cit., p. 67. También W. Kuntze, ob. cit.

cie límite de rotura. Si se supone, en efecto, que se elijan como ejes coordenados los tres ejes principales de esfuerzos relativos a un punto del elemento ensayado, los esfuerzos principales  $s_1, s_2, s_3$ , considerados como coordenadas corrientes, determinarán en cada una de las hipótesis de la rotura una superficie particular, de ecuación:

$$f(s_1, s_2, s_3) = 0$$

que se llama superficie límite de rotura o de deformación plástica. Todo punto cuyas tensiones queden dentro del volumen encerrado por la superficie anterior estará fuera de peligro contra la rotura o la deformación plástica. De acuerdo con esta convención, cada una de las teorías de rotura atrás enunciadas tendrá una superficie o sólido que la representa. Así, por ejemplo, la primera de Rankine, estará representada por un cubo, etc. (1).

Fuera de la teoría de Mohr, la segunda modalidad de la hipótesis energética de Hencky parece estar llamada a representar todavía más exactamente el fenómeno de la rotura en las condiciones ordinarias de la experimentación. Mencionaremos las experiencias de Lessells y MacGregor, realizadas en tubos delgados de acero níquel-cromo-molibdeno, sometidos a esfuerzos interiores combinados con tensión axial (2). Vale la pena mencionar también la teoría presentada por Markus Reiner y Freudenthal al último Congreso de Mecánica Aplicada, en la cual se generaliza la hipótesis de Hencky substituyendo en ella el concepto estático por el dinámico.

En fin, la fig. 6 muestra un diagrama de las experiencias de Ros y Eichinger, Karman, Boker, referidas a los ejes en cruz del esfuerzo máximo y mínimo que ya hemos empleado para representar las diversas hipótesis de rotura. Podemos superponer sobre este diagrama el de las diversas teorías de rotura para que se puedan apreciar mejor las notables diferencias que se presentan entre las diversas hipótesis de rotura y los resultados experimentales.

*Resumen de resultados. Nuevos derroteros.*—Se deduce de todo lo anterior que el fenómeno de la rotura en los cuerpos sólidos policristalinos, es demasiado complejo, porque sobre la manera de comportarse un material dado bajo la acción de fuer-

(1) V. Nadai, ob. cit., p. 70.

(2) Proceedings of the Fifth International Congress for Applied Mechanics.

zas crecientes hasta la rotura influye, como lo hemos visto, la distribución especial de las solicitaciones, su velocidad de aplicación, su misma naturaleza, si son de compresión, tracción, etc., y la temperatura del cuerpo que sufre su acción. Aún descontando la velocidad de aplicación de la carga y la temperatura, el fenómeno sigue siendo complicado, ya que la rotura es precedida por una especie de ablandamiento gradual de la textura del cuerpo en la mayor parte de los casos, el cual pasa a ser plástico o semiplástico. Por consiguiente, no le son ya aplicables las denominaciones corrientes de esfuerzo principal de la teoría elástica, desde luego que en tal estado no hay lugar a considerar un estado elás-

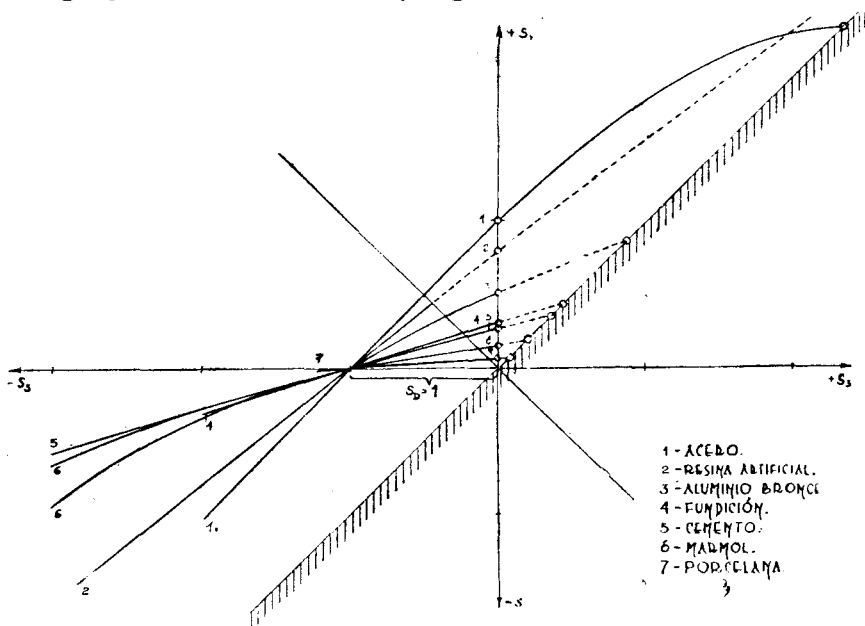


Figura 6

tico propiamente dicho. Ahora bien, esos estados plásticos no están aún bien estudiados a pesar de los muchos trabajos interesantes que comienzan a realizarse. En otros casos la rotura sobreviene como consecuencia de una súbita perturbación del equilibrio interior, fenómeno en el cual tienen influencia ciertas combinaciones inestables de las tensiones interiores, en cuya producción no es extraña la forma exterior del cuerpo unida a las formas de sollicitación.

Se podría contestar a todo esto que no interesa para el constructor el comportamiento del material en aquel período plástico, puesto que toda estructura debe mantenerse lejos de tal límite en proporción del coeficiente de seguridad elegido. Sin embargo, si se examina a la luz de la Teoría Matemática de la Elasticidad, o por la experiencia directa mediante la fotoelasticimetría, el resultado de los métodos empleados usualmente para el cálculo de estructuras, se llega a la conclusión de que no es raro el caso de que aún bajo las cargas corrientes de trabajo se lleguen a sobrepasar en algunos lugares de la estructura las solicitaciones elásticas de seguridad, sin que de ello resulte ningún perjuicio para su estabilidad, debido a que en los lugares afectados se producen deslizamientos plásticos que dan lugar a una redistribución de los esfuerzos hacia formas estables que garantizan el equilibrio ulterior de la construcción. Este fenómeno ha sido llamado por A. Caquot, proceso de adaptación, y su estudio se conoce ya con el nombre de teoría de la adaptación, nuevo capítulo de la Resistencia de Materiales que estudia las solicitaciones o tensiones una vez producidos deslizamientos locales. Estos deslizamientos locales obligarán a realizar un estudio menos resumido, y mucho más preciso de las tensiones en el interior de una estructura, ya que los llamados esfuerzos secundarios hasta ahora despreciados, son los que pueden llegar a determinar tensiones de dos a diez veces mayores que las de trabajo; por ejemplo en las uniones de piezas imperfectamente diseñadas, o alrededor de los orificios de los remaches en estructuras trianguladas.

Sin embargo, a pesar de las reservas anteriores, es evidente que existen algunas conclusiones que pueden considerarse como tierra firme, o sólidos puntos de partida para nuevas investigaciones, o para guiar al calculista en la elección de sus coeficientes de trabajo. Nos atrevemos a mencionar las siguientes:

1) Todos los materiales en general pueden resistir enormes presiones, sin que se produzca rotura, cuando estas presiones obran idénticamente en todos sentidos (presión hidrostática). Estas grandes presiones que pueden producirse o que existen en las profundidades del océano, y en el interior de la tierra, pueden producir en los cuerpos sólidos deformaciones permanentes cuando el sólido no es suficientemente compacto, o deformaciones elásticas que se pueden prolongar indefinidamente para

cualquier valor de la presión (1). Las roturas accidentales producidas en mármoles, etc., se explican por una falta de homogeneidad en la masa sólida o por la existencia de vacíos, donde penetra el líquido transmisor del esfuerzo.

2) Contrastando con lo anterior, la materia sólida en general tiene una resistencia limitada a la tracción hidrostática; es decir, a la tracción distribuída uniformemente en todos sentidos. En estas condiciones, la materia no presenta deformaciones plásticas y la rotura sobreviene por separación o desgarramiento, bajo la acción de una tensión que se considera íntimamente relacionada con la cohesión del material.

3) La rotura se presenta solamente en dos formas: por deslizamiento, y por desgarramiento. Hemos dicho que estos dos géneros de rotura no son peculiares, a las temperaturas corrientes, de ningún material, sino de la forma de sollicitación o de la velocidad de aplicación del esfuerzo.

4) La rotura depende principalmente, en las condiciones ordinarias de velocidad de aplicación de las cargas y de temperatura, de la mayor diferencia entre los esfuerzos principales, siempre que se trate de esfuerzos combinados. El esfuerzo intermedio tiene poca influencia relativamente.

5) Al haber sido definido un material, por medio de su curva de resistencia elástica, se puede asegurar que la estructura a que pertenece se conservará indefinidamente si, para cualquiera de sus puntos, el círculo de Mohr correspondiente a los esfuerzos principales máximo y mínimo puede inscribirse en la región comprendida por dicha curva. Se puede decir que esta regla es necesaria y suficiente, y de carácter absolutamente general, siempre que no se salga de las condiciones ordinarias de aplicación de las cargas.

---

(1) V. A. Nadai, *ob. cit.*