



RESEÑAS Y COMENTARIOS

JOHN VON NEUMANN AND MODERN ECONOMICS* Goodwin, Dore, Chakavarty (Eds.)

Por: Luciano Mora Osejo
Profesor Universidad Nacional

Altamente representativo de las preocupaciones y tendencias actuales de la ciencia económica este libro, editado por destacadas personalidades, presenta 14 contribuciones de calificados especialistas: P. A. Samuelson, K. A. Arrow, R. Goodwin, G. Thompson, J. M. Dore y A. Brody, entre otros, quienes puntualizaron definitivamente el profundo impacto que sobre la evolución de la teoría económica contemporánea tuvo el ensayo del brillante matemático y científico John von Neumann

* Goodwin, Dore, Chakavarty (editores), Oxford, Clarendon Press, 1989 - 241 páginas.
(Dedicado a la memoria de Nicholas Kaldor).

(1903-1957) publicado hace 55 años con el título: *Sobre un sistema de ecuaciones económicas y una generalización del teorema del punto fijo de Brouwer* y reeditado en 1945 bajo el título de *Un modelo de equilibrio económico general*.

¿No será acaso exagerado dedicar un libro con tan lujoso despliegue intelectual para celebrar el medio siglo de un artículo de sólo 10 páginas escrito por una personalidad indudablemente excepcional, pero de todos modos ajena al ajetreo cotidiano de la comunidad de economistas practicantes?

Realmente, no lo es si se consideran dos puntos coyunturales en el azaroso devenir de la ciencia económica: por un lado, un problema elemental, engañosamente simple, había resistido tercamente todos los esfuerzos para una solución: la demostración de que las múltiples interacciones de los mercados de productos económicos, en un régimen capitalista evolutivo, alcanzarían un estado de equilibrio, vale decir, una configuración de precios, tasas y cantidades coherente e inteligible; y, por otro, la polaridad que ha acompañado a la ciencia económica desde sus orígenes y que se agudiza en los momentos críticos: la oposición entre la corriente clásica que concede primacía a los grandes procesos circulares de la producción y del consumo y la vertiente neoclásica, que otorga validez raizal a las interacciones e intercambios elementales de los agentes económicos que luego se propagan en el cuerpo de la economía.

En los años que precedieron a la Segunda Guerra Mundial, el matemático austríaco Karl Menger organizó en Viena un seminario dedicado a examinar a fondo el primer problema mencionado, logrando congregarse en él a personalidades científicas de la talla de Kurt Gödel, Abraham Wald, Leo Szilard, Jacob Marschak, Karl Schlessinger y John von Neumann.

El seminario abordó este problema, conocido desde los tiempos de Leon Walras como el del *equilibrio general competitivo*, según una simplificación planteada por Gustavo Cassel en su libro de 1923 titulado *La teoría de la economía social*, a saber:

1) Los r factores de producción R_j están conectados con n productos por medio de n coeficientes fijos a_{ij} que representan la cantidad del factor j utilizada en producir una unidad del producto i . Por tanto:

$$\sum_i a_{ij} S_i = R_j \quad (1)$$

$$J = 1, 2, 3, \dots, r$$

Los precios de los factores q_j y los precios de los productos p_i , en condiciones de competencia general que anulan las utilidades, están ligados por las relaciones:

$$P_i = \sum_j a_{ij} q_j, \quad (2)$$

$$i = 1, 2, \dots, n$$

Finalmente, la demanda de cada producto D_i es función de los precios de todos los productos:

$$D_i = D_i(p_1, p_2, \dots, p_n), \quad (3)$$

$$i = 1, 2, \dots, n$$

En el equilibrio $D_i = S_i$.

Cassel, marginalmente, añade que tanto R_j como S_i pueden crecer con tasa uniforme y que el tiempo empleado en la producción de S_i se puede tener en cuenta con coeficientes a_{ij} retardados.

De inmediato se plantean varias cuestiones previas:

1. ¿Serán siempre positivos los precios P_i que resuelven el problema?
2. ¿Cómo asegurar, en el sistema (1), que el número de factores de

producción, r , no exceda el número de productos, i , es decir, $r > i$, caso en el cual el sistema podría ser inconsistente?

3. La demanda por cada factor podría ser inferior a su oferta; tal factor ya no sería *escaso* y su precio debería ser 0. Pero, entonces, las igualdades en (1) deben remplazarse por desigualdades.

$$\sum_i a_{ij} S_i \leq R_j \quad (4)$$

y, si vale la estricta desigualdad, $q_j = 0$

4. Eventualmente, se podría sustentar la tesis de que la demanda de cada producto es función de su precio únicamente o, más exactamente, una función decreciente:

$$D_i = D_i(P_i).$$

A. Wald, después de absolver estos prerequisites, abordó el problema en el Seminario de Menger. Estableció la consistencia del sistema de desigualdades y estuvo a punto de presentar la primera prueba, por inducción, de la existencia de una solución de equilibrio. Infortunadamente, el último de los 3 ensayos de Wald desaparecería irremediablemente.

Después de leer el libro de Cassel, Von Neumann, por insinuación de su amigo N. Kaldor, se percató de que la prueba de la existencia de una solución de equilibrio, que había eludido a todos sus predecesores, sería asequible, únicamente, si el problema se reducía a su mínima y esencial expresión: una sucesión circular ascendente (espiral) de transformaciones elementales que involucrara la producción, el consumo y los factores, y cuya única formulación posible se daría en términos de desigualdades lineales análogas a las que él mismo había introducido en el *problema del juego entre dos personas de suma cero* (*Teorema minimax*) y que se proponía desarrollar como el legítimo paradigma matemático de la teoría económica en su *Teoría de los juegos y del comportamiento económico* (1929).

Von Neumann, por estos motivos, reformuló el problema en un contexto completamente diferente: el elemento fundamental en la producción no es cada producto, sino un proceso que transforma, en el tiempo, los insumos en productos. Cualquier producto puede ser insumo. No es necesario distinguir entre productos y factores primarios; aún la demanda final queda absorbida en las demandas de insumos para el siguiente período de producción y también la *mano de obra* se asimila a un *producto* generado por un insumo: la energía vital consumida en el trabajo. En la edición de 1945 Von Neumann puntualizó su programa con estas palabras:

El fenómeno esencial que queremos atrapar es éste: las mercancías se producen entre sí y debemos determinar: 1) qué procesos se utilizan; 2) cuál es la velocidad de aumento relativo de la totalidad de bienes producidos; 3) qué precios serán generados; 4) cuál será la tasa de interés; y, para aislar por completo este fenómeno, se debe incluir la suposición adicional de que el consumo de mercancías tiene lugar, únicamente, a través de los procesos de producción, incluidas las necesidades de consumo para la vida de empleados y obreros ... es claro a qué clase de modelos teóricos aluden estas hipótesis.

De esta manera, pese a las ostensibles ligerezas conceptuales, incómodas para cualquier doctrina económica ortodoxa, en el ensayo de Von Neumann aparecen, por primera vez:

1. Una teoría de la producción como análisis de actividades y procesos.
2. Una demostración matemática de la existencia de una *forma de equilibrio competitivo*, donde *forma* hace alusión al proceso global implicado.
3. Esta forma de equilibrio es un *punto fijo* que realiza un *máximo*: la tasa máxima de crecimiento de la economía, que es también la tasa de interés (supuesto dado el salario real).
4. El primer modelo riguroso de una *Teoría del Capital*.

Precisamente sobre estos temas, la Asociación Económica Internacional organizó, en 1959, en Corfu, una conferencia y, como era de esperarse, las discusiones se centraron en torno a la interpretación del modelo de equilibrio general de Von Neumann dentro de los dos paradigmas que hemos mencionado: la escuela clásica de Smith, Ricardo y Marx, de un lado, y de otro, la escuela neoclásica de Walras, Marshall y Debreu. La primera posición estuvo representada por N. Kaldor y, la segunda, que tuvo a R. Solow como su principal expositor, contó con el apoyo

de P. A. Samuelson. Resulta muy significativo, y estimulante para las ulteriores investigaciones, que el modelo de Von Neumann funcione como un puente de conexión entre las dos vertientes activas del pensamiento económico contemporáneo.

Conviene señalar que Von Neumann no volvió a trabajar sobre su modelo; esta tarea fue asumida por sus numerosos y brillantes continuadores, entre otros, Kemeney, Thompson, Arrow, Morishima, Samuelson, Solow, Goodwin. Los nuevos métodos matemáticos de análisis económico, preconizados por Von Neumann: conjuntos convexos, puntos fijos, hiperplano de precios y cantidades, formas bilineales, dualidad, son ahora instrumentos corrientes para probar la existencia, la unicidad y la optimalidad de las soluciones (no así la estabilidad) y esto es indiferente de si transitamos por los predios, bien amurallados, de las escuelas clásicas o neoclásicas.

En un seminario taller sobre dinámica económica no lineal, que actualmente se está desarrollando en la Facultad de Economía de la Universidad Nacional, se sigue el programa de R. Goodwin: enriquecer el modelo de Von Neumann, dando cabida a fluctuaciones cíclicas alrededor del *punto fijo* mediante un modelo tipo Lotka-Volterra para la participación de los salarios en el producto, u , y para la tasa de empleo, v . Si el sistema se desagrega por sectores, en cada uno de ellos estas variables marcan un ciclo con período y fases específicas. Puesto que todos los sectores están acoplados por la demanda, en el nivel macro dan lugar a un movimiento cíclico persistente alrededor del punto de equilibrio general. Si se hacen intervenir las innovaciones tecnológicas, históricamente dadas (Schumpeter), éstas inducirán las bifurcaciones del sistema, con pérdida de estabilidad estructural de un estado y tránsito a un nuevo régimen de estabilidad estructural (equilibrio dinámico keynesiano).

Así, el debate en torno al modelo de Von Neumann continúa y ésto subraya la pertinencia del libro en referencia.

JOHN VON NEUMANN AND MODERN ECONOMICS, Goodwin R., Dore M., Chakavarty S., (editores), Oxford, Clarendon Press, 1989 (241 páginas).

(Dedicado a la memoria de Nicholas Kaldor)

CONTENIDO

- i. John von Neumann, un recuerdo personal. N. Kaldor.
- ii. Introducción. Los editores.

- PARTE I. El modelo de crecimiento de Von Neumann en perspectiva histórica (Arrow, K.; Punzo, L.)
- PARTE II. El modelo de crecimiento de Von Neumann. Las cuestiones centrales (Chakavarty, S.; Dore, M., Samuelson, P.)
- PARTE III. El modelo de crecimiento de Von Neumann y la dinámica (Goodwin, R.; Brody, A.)
- PARTE IV. El modelo de crecimiento de Von Neumann y la teoría de los juegos (Dore, M.; Harsanyi, J. C.)
- PARTE V. El modelo de crecimiento de Von Neumann: retrospectiva y reformulación (Afriat, S.; Thompson, G.).

