



UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

# Metodología de diseño de un motor Jaula de Ardilla de alta eficiencia mediante la implementación de algoritmos de optimización bio-inspirados multi-objetivo

**Sergio Felipe Contreras Paredes**

Universidad Nacional de Colombia  
Facultad de Ingeniería, Programa de Maestría en Ingeniería Eléctrica  
Bogotá, Colombia  
2014



# Metodología de diseño de un motor Jaula de Ardilla de alta eficiencia mediante la implementación de algoritmos de optimización bio-inspirados multi-objetivo

**Sergio Felipe Contreras Paredes**

Tesis de investigación presentada como requisito parcial para optar al título de:  
**Magister en Ingeniería Eléctrica**

Director:

Camilo Andrés Cortes Guerrero Ph.D.

Codirector:

María Alejandra Guzmán Ph.D.

Línea de Investigación:

Modelado de campos electromagnéticos

Grupo de Investigación:

Compatibilidad Electromagnética EMC-UN

Universidad Nacional de Colombia

Facultad de Ingeniería, Programa de Maestría en Ingeniería Eléctrica

Bogotá, Colombia

2014



Para mis padres y hermana



*“Hay una fuerza motriz más poderosa que el vapor, la electricidad y la energía atómica: la voluntad”*

Albert Einstein (1879-1955)





# Agradecimientos

Me gustaría aprovechar esta oportunidad para agradecer a mi padre Abel Antonio Contreras Gonzalez, madre Doris Amanda Paredes Duarte y hermana Liz Amanda Vanesa Contreras Paredes por su confianza, compañía, palabras de ánimo y apoyo incondicional, ya que junto con su amor y paciencia, me han ayudado a culminar satisfactoriamente mi formación como Magister en Ingeniería - Ingeniería Eléctrica.

De igual forma doy mi más sincero agradecimiento a mi director el Doctor Camilo Andrés Cortés Guerrero, profesor asociado del Departamento de Ingeniería Eléctrica y Electrónica y coordinador del programa de Maestría y Doctorado en Ingeniería Eléctrica de la Universidad Nacional de Colombia, quien con su guía, ideas, conocimiento, esfuerzo y apoyo permanente me permitió lograr una correcta formulación de la propuesta de investigación, un desarrollo adecuado de la tesis y una acertada presentación de los resultados obtenidos. Agradezco a la Doctora María Alejandra Guzmán Pardo, profesora asociada del Departamento de Mecánica y Mecatrónica de la universidad Nacional de Colombia, quien como codirectora de esta tesis, mediante sus ideas y aportes, propició una adecuada selección y utilización de los algoritmos de optimización propuestos para la metodología de diseño de motores de inducción de alta eficiencia.

Doy las gracias al Doctor Javier Alveiro Rosero García, director del grupo de investigación Electrical Machines & Drives - EM&D de la Facultad de Ingeniería y profesor asociado de la Universidad Nacional de Colombia, por haber propuesto y permitido el uso de la licencia del software comercial FLUX 2D para la simulación de los fenómenos físicos en el motor de inducción mediante FEM. Al Doctor Francisco José Román Campos, director del grupo de investigación en Compatibilidad Electromagnética - EMC y profesor asociado de la Universidad Nacional de Colombia, por habernos permitido acceder a los medios del grupo tales como bibliografía, espacios de trabajo, recursos computacionales y talento humano. Extiendo mis agradecimientos al Ingeniero Luis Alberto Quiñonez Franco, quien como Ingeniero de Diseño Senior y líder del grupo de investigación y desarrollo de la fábrica de motores de Siemens S.A, puso a disposición de esta tesis las instalaciones y recursos, tanto humanos como materiales, del Laboratorio de Motores de dicha compañía, lo cual fue indispensable para la ejecución de los ensayos de eficiencia y pérdidas como parte de la componente experimental de esta tesis de maestría.

Doy el reconocimiento a la Universidad Nacional de Colombia y específicamente a la Facultad de Ingeniería por haberme abierto las puertas del conocimiento y concederme la posibilidad de formarme como Magister en Ingeniería. Así como a Colciencias por su programa " Jóvenes Investigadores e Innovadores 2012" del que fui beneficiario y a través del cual pude obtener recursos económicos para poder dedicar tiempo completo al desarrollo de esta tesis de maestría.

Finalmente, quiero agradecer a todas las personas que directa o indirectamente con su apoyo hicieron posible la culminación satisfactoria de esta tesis de investigación.

# Resumen

El motor de inducción tipo jaula de ardilla es uno de los equipos de uso final más importantes en la sociedad moderna, de ahí que la mayor parte de la energía consumida en los países se debe a su funcionamiento. En consecuencia, continuamente están apareciendo nuevas propuestas para el mejoramiento de su diseño, lo cual, no es una tarea trivial para la ingeniería. De hecho, la optimización del motor de inducción es por naturaleza un problema complejo debido a que envuelve un gran número de variables y parámetros en su diseño, razón por la cual, los métodos meta-heurísticos bio-inspirados han ido ganando campo en esta área. Actualmente, como parte de los objetivos de diseño del motor, la eficiencia ha crecido en importancia, aunque su aumento está en conflicto con los costos de fabricación del mismo. Por lo tanto, para el diseño de un motor de inducción trifásico tipo jaula de ardilla de alta eficiencia, en este documento se propone una metodología basada en la utilización de algoritmos de optimización bio-inspirada multi-objetivo. Así, se plantea el uso de tres algoritmos de optimización: NSGA-II, NSPSO y BCMOA. Estos algoritmos son usados para solucionar un problema de optimización de eficiencia y costo del motor, lo cual no ha sido antes presentado con estos métodos. Con este fin, para el análisis del motor se propone el uso de dos modelos matemáticos. El primero se basa en el Método de los Elementos Finitos (FEM) y el segundo en el circuito equivalente del motor de inducción. Este último se formula como herramienta para solucionar el problema de optimización, mientras que FEM, debido a su exactitud frente al comportamiento real de la máquina y alto tiempo de cómputo, es usado como método de comprobación del diseño optimizado. Este enfoque de diseño propuesto es novedoso, ya que los autores en su mayoría presentan los resultados de un diseño optimizado únicamente con el modelo aproximado por circuito equivalente. Por lo tanto, y para garantizar unos resultados confiables, también se plantea una metodología de ajuste de estos modelos matemáticos basada la comparación de los resultados teóricos con los medidos mediante ensayos bajo la norma IEC60034-2-1 en un caso base de un motor real. Finalmente, la metodología propuesta es probada en el diseño de un motor de inducción de 3.7kW y 2 Polos con cada uno de los algoritmos de optimización.

**Palabras clave:** Motor de inducción Jaula de Ardilla, optimización bio-inspirada Multi-objetivo, Prueba de eficiencia, circuito equivalente del motor, Método de los Elementos Finitos.

# Abstrac

The Squirrel Cage Induction Motor is one of the most important End-Use Equipment for the modern society, in fact the highest percentage of energy consumption in all the countries is due to its use. Consequently, new design improvements and methodologies are continually being proposed. Nowadays, the efficiency of the motor is the most relevant part of the design, nevertheless an efficiency increment may raise the production costs. Therefore, a multi-objective optimization methodology is interesting for researchers, nonetheless, the induction motor design is complex by nature and many variables and parameters should be considered. Thereby, bio-inspired optimization techniques have been used increasingly in this area. This document proposes a methodology based on bio-inspired multi-objective optimization algorithms for the three-phase squirrel cage induction motor design. Therefore, three optimization methods are used: NSGA-II, NSPSO and BCMOA to solve the problem related efficiency-costs of motor optimization abovementioned, which has never been presented before with these methods. In order to do that, two mathematic models are proposed to analyze the motor's performance. The first one is based on the Finite Elements Method (FEM) and the second one is a theoretical model developed and based on the induction motor equivalent circuit. The latter one, is formulated to solve the optimization problem, while FEM is used to verify the optimization of the design due to its precise analysis of the machine performance and its high computational cost. This is an innovative approach in contrast to previous ones, that only verify the optimized design results using the performance of a theoretical approximative models. Moreover, a methodology for adjusting the models is also presented in order to guarantee reliable results. This methodology is based on the comparison between theoretical results with measured results from tests carried out according to IEC60034-2-1 standards on a real motor. Finally, the proposed design methodology is tested in the design of an induction motor of 2,7kW and 2 poles using all optimization algorithms.

**Keywords: Squirrel cage induction motor, bio-inspired Multi-objective optimization, Efficiency test, Motor's equivalent circuit, Finite elements Method.**

# Contenido

<b>Agradecimientos</b>	<b>IX</b>
<b>Resumen</b>	<b>XI</b>
<b>Lista de figuras</b>	<b>XVII</b>
<b>Lista de tablas</b>	<b>XIX</b>
<b>Lista de símbolos</b>	<b>XX</b>
<b>1 Introducción</b>	<b>1</b>
<b>2 Uso racional y eficiente de energía en Colombia y el mundo</b>	<b>7</b>
2.1 Eficiencia energética en Colombia y el mundo . . . . .	7
2.1.1 La situación en Colombia . . . . .	9
2.2 Estado del arte en el diseño de motores de inducción y aumento en eficiencia mediante su optimización . . . . .	10
<b>3 Modelo del motor de inducción tipo Jaula de Ardilla</b>	<b>15</b>
3.1 Determinación experimental de la eficiencia y pérdidas de forma segregada .	15
3.2 Desarrollo del modelo del motor de inducción tipo Jaula de Ardilla mediante el método de los elementos finitos - FEM . . . . .	17
3.2.1 Modelado de motores de inducción tipo jaula de ardilla con el método de los elementos finitos . . . . .	18
3.3 Modelo matemático mediante el circuito equivalente por fase del motor de inducción tipo jaula de ardilla . . . . .	27
3.3.1 Dimensiones geométricas de las láminas magnéticas . . . . .	28
3.3.2 Pasos de ranura y longitud del núcleo . . . . .	29
3.3.3 Análisis del circuito magnético: Cálculo de la corriente de magnetización	29
3.3.4 Ecuaciones para el diseño del bobinado de la máquina . . . . .	34
3.3.5 Cálculo de las resistencias en las bobinas del estator y la jaula de ardilla en el rotor . . . . .	39

3.3.6	Cálculo de las inductancias de dispersión en las bobinas del estator y la jaula de ardilla en el rotor . . . . .	43
3.3.7	Efecto skin en los parámetros de la jaula de ardilla del rotor . . . . .	47
3.3.8	Reducción de los parámetros del rotor al estator para el modelo circuital	48
3.3.9	Determinación de la impedancia de la rama de magnetización en el modelo circuital . . . . .	48
3.3.10	Circuito equivalente y funcionamiento del motor en estado estable . .	50
<b>4</b>	<b>Algoritmos de optimización Bio-Inspirados Multi-objetivo</b>	<b>55</b>
4.1	Optimización Bio-inspirada . . . . .	55
4.2	Optimización Multi-objetivo . . . . .	57
4.2.1	Condiciones de dominancia . . . . .	58
4.3	Problema de optimización . . . . .	59
4.3.1	Problema de optimización multi-objetivo . . . . .	60
4.4	Algoritmos de optimización evolutivos . . . . .	60
4.4.1	Algoritmos genéticos simples . . . . .	61
4.4.2	Algoritmos genéticos multi-objetivo . . . . .	62
4.4.3	Algoritmo <i>Elitist Non-dominated Sorting Genetic Algorithms II - NSGA-II</i> . . . . .	63
4.5	Algoritmo de optimización por enjambre de partículas . . . . .	66
4.5.1	Optimización multi-objetivo por enjambre de partículas . . . . .	68
4.5.2	Algoritmo <i>Non-dominated sorting particle swarm optimization - NSPSO</i>	69
4.6	Algoritmos de optimización por Quimiotaxis de Bacterias . . . . .	72
4.6.1	Algoritmo de quimiotaxis de bacterias simple . . . . .	74
4.6.2	Optimización multi-objetivo por Quimiotaxis de Bacterias . . . . .	75
4.6.3	Algoritmo <i>Bacterial Chemotaxis Multi-objective Optimization - BCMOA</i>	76
4.7	Funciones de prueba y métricas de desempeño en optimización multi-objetivo	80
<b>5</b>	<b>Metodología de diseño motor de inducción tipo Jaula de ardilla</b>	<b>84</b>
5.1	Metodología de diseño de motores de inducción tipo jaula de ardilla basado en métodos de optimización bio-inspirados multi-objetivo . . . . .	84
5.1.1	Procedimiento para el ajuste y validación de de modelos matemáticos del motor de inducción tipo jaula de ardilla . . . . .	85
5.1.2	Procedimiento de optimización del diseño de motores de inducción tipo jaula de ardilla mediante métodos bio-inspirados multi-objetivo y el modelo por circuito equivalente . . . . .	90
5.2	Motor de inducción seleccionado como caso base para ser re-diseñado mediante la metodología propuesta . . . . .	94
5.2.1	Características constructivas del motor . . . . .	94
5.2.2	Materiales usados en el motor seleccionado . . . . .	96

---

5.3	Simulación del motor base seleccionado por el método de los elementos finitos	99
5.4	Resultados del proceso de formulación y ajuste de los modelos matemáticos del motor de inducción	100
5.5	Formulación del problema de optimización	103
5.5.1	Funciones objetivo	103
5.5.2	Variables de decisión	105
5.5.3	Funciones de restricción	106
5.5.4	Parámetros de entrada en el problema de optimización y consideraciones especiales para el diseño del motor	107
5.6	Estrategia para la componente de toma de decisión en el algoritmo multi-objetivo	109
5.7	Resultado de la metodología de diseño propuesta	111
5.7.1	Análisis del desempeño de los métodos de optimización probados	112
5.7.2	Selección de un diseño del motor de inducción sobre el frente de Pareto obtenido del procedimiento de optimización	112
5.7.3	Nueva geometría modelada por circuito equivalente y en FEM	114
<b>6</b>	<b>Conclusiones y aportes de la investigación</b>	<b>119</b>
6.1	Conclusiones	119
6.2	Aportes de la investigación	120
	<b>Bibliografía</b>	<b>122</b>
<b>A</b>	<b>Niveles de clasificación de los motores por eficiencia</b>	<b>132</b>
<b>B</b>	<b>Procedimiento de ensayo IEC 60034-2-1 2007</b>	<b>135</b>
B.1	Requisitos para el montaje y ejecución de los ensayos	135
B.1.1	Instrumentación	136
B.1.2	Fuente de alimentación	136
B.2	Protocolo de ensayos para la determinación de pérdidas y eficiencia	137
B.2.1	Medición de resistencia en frío	137
B.2.2	Ensayo de temperatura a carga nominal	137
B.2.3	Ensayo bajo carga	138
B.2.4	Ensayo sin carga	139
B.3	Algoritmo de cálculo de eficiencia con el método de segregación de pérdidas	140
<b>C</b>	<b>Método de los Elementos Finitos</b>	<b>143</b>
C.1	Ecuaciones de Maxwell	143
C.2	Enfoque general de la formulación de FEM-2D	144
C.2.1	Discretización del dominio	145
C.2.2	Ecuaciones de los elementos	145

C.2.3	Ensamble . . . . .	147
C.2.4	Condiciones de frontera . . . . .	147
C.2.5	Solución . . . . .	148
C.2.6	Cálculos sobre la estructura solucionada . . . . .	149



# Lista de Figuras

2-1	Niveles de clasificación de motores eléctricos por eficiencia . . . . .	8
3-1	Esquema del análisis de un motor de inducción trifásico mediante FEM-2D .	21
3-2	Acople entre FEM-2D y un circuito externo de la jaula de ardilla . . . . .	22
3-3	Dominios en el modelo del motor de inducción . . . . .	23
3-4	Enmallado del motor y en el entrehierro . . . . .	24
3-5	Geometría láminas del núcleo del estator . . . . .	28
3-6	Geometría láminas del núcleo del rotor . . . . .	28
3-7	Camino del flujo magnético . . . . .	32
3-8	Diagrama unifilar del bobinado por fase de un motor . . . . .	36
3-9	Determinación de la longitud media de una vuelta de bobina . . . . .	40
3-10	Determinación de la resistencia en el rotor . . . . .	41
3-11	Determinación de la resistencia en el anillo de corto circuito de la jaula de ardilla . . . . .	42
3-12	Geometría reducida a rectangular de la ranura del estator y del rotor . . . .	44
3-13	Circuito equivalente en estado estable del motor de inducción . . . . .	50
4-1	Concepto de convergencia y divergencia del frente óptimo de Pareto . . . . .	58
4-2	Concepto de dominancia y frente óptimo de Pareto . . . . .	59
4-3	Procedimiento del NSGA-II . . . . .	63
4-4	Cálculo de la distancia de amontonamiento en un mismo frente no-dominado	65
4-5	Concepto del cambio de punto de búsqueda con PSO . . . . .	68
4-6	Contador de nicho sobre un mismo frente Pareto-óptimo . . . . .	70
4-7	Nadado y Giro debido al movimiento de los flagelos . . . . .	73
4-8	Comportamiento quimiotáctico de la bacteria . . . . .	74
4-9	Medición de la diversidad en BCMOA . . . . .	78
4-10	Estrategia quimiotáctica en BCMOA . . . . .	79
4-11	Métrica $\Delta$ de diversidad . . . . .	82
5-1	Metodología de diseño de un motor de inducción tipo jaula de ardilla basado en métodos de optimización bio-inspirados multi-objetivo . . . . .	86
5-2	Procedimiento para la formulación, ajuste y validación de los modelos ma- temáticos del motor de inducción tipo jaula de ardilla . . . . .	87

<b>5-3</b>	Flujo de potencia y componente de pérdidas en el motor de inducción . . . . .	89
<b>5-4</b>	Procedimiento de optimización del diseño del motor de inducción tipo jaula de ardilla . . . . .	91
<b>5-5</b>	Geometría de la lámina del estator y rotor motor 3.7kW 2Polos . . . . .	96
<b>5-6</b>	Esquema de bobinado concéntrico y con conexión por polos de un motor de 2 polos . . . . .	96
<b>5-7</b>	Curva de magnetización lámina M530-50A . . . . .	97
<b>5-8</b>	Geometría del motor seleccionado . . . . .	100
<b>5-9</b>	Enmallado del motor seleccionado . . . . .	100
<b>5-10</b>	Pérdidas y eficiencia en motor 3.7kW, 2 polos y eficiencia IE2 por tres métodos de análisis . . . . .	101
<b>5-11</b>	Plot results with three methods of analysis . . . . .	102
<b>5-12</b>	Frentes Pareto-óptimos por los algoritmos de NSGA-II, NSPSO y BCGMOA .	111
<b>5-13</b>	Modelo de la nueva geometría en FEM FLUX-2D . . . . .	115
<b>5-14</b>	Líneas de campo magnético modeladas por FEM . . . . .	116
<b>5-15</b>	Resultados de eficiencia y pérdidas por modelo de circuito equivalente y FEM	116
<b>A-1</b>	Eficiencia nominal en motores de 2 polos 60Hz . . . . .	133
<b>A-2</b>	Eficiencia nominal en motores de 4 polos 60Hz . . . . .	133
<b>A-3</b>	Eficiencia nominal en motores de 6 polos 60Hz . . . . .	134
<b>B-1</b>	a) Curva y pérdidas en el ensayo sin carga; b) Curva del ensayo sin carga linealizada . . . . .	139
<b>C-1</b>	Elementos cuadrados y triangulares usados en la discretización de un dominio 2D . . . . .	145
<b>C-2</b>	Elemento finito triangular . . . . .	146
<b>C-3</b>	Dominios típicos en un modelo 2D del 1/4 de la geometría de un motor de inducción de 4 polos . . . . .	149

# Lista de Tablas

<b>3-1</b>	Parámetros constructivos en FLUX de las partes activas del motor . . . . .	20
<b>5-1</b>	Pruebas realizadas mediante IEC60034-2-1. Resultados de eficiencia . . . . .	88
<b>5-2</b>	Característica del motor eléctrico seleccionado (placa) . . . . .	95
<b>5-3</b>	Características adicionales lámina M530-50A . . . . .	98
<b>5-4</b>	Características del cobre usado en las bobinas del estator . . . . .	98
<b>5-5</b>	Características del aluminio usado en la inyección de la Jaula de Ardilla . . . . .	98
<b>5-6</b>	Puntos para la generación del enmallado . . . . .	99
<b>5-7</b>	Errores relativos entre métodos de análisis . . . . .	102
<b>5-8</b>	Comparación del desempeño de los algoritmos de optimización . . . . .	112
<b>5-9</b>	Solución óptima para una eficiencia cercana al 92,5% . . . . .	113
<b>5-10</b>	Características del motor a potencia nominal resultado del modelo por circuito equivalente . . . . .	114
<b>5-11</b>	Pérdidas y características de funcionamiento del motor optimizado por FEM . . . . .	117
<b>B-1</b>	Requerimientos en el suministro de energía durante las pruebas . . . . .	137

# Lista de símbolos

En las siguientes listas se encuentran los símbolos y abreviaturas necesarias para la correcta interpretación de las ecuaciones usadas a lo largo del documento. Estas están separadas por: símbolos con letras latinas, símbolos con letras griegas y abreviaturas.

## Símbolos con letras latinas

Símbolo	Término	Unidad SI	Definición
$B_{ag}$	Densidad de flujo en el entrehierro(Inducción)	T	
$B_{sy}$	Densidad de flujo en el yugo del estator	T	
$B_{ry}$	Densidad de flujo en el yugo del rotor	T	
$B_{syav}$	Densidad de flujo medio en el yugo del estator	T	
$B_{ryav}$	Densidad de flujo medio en el yugo del rotor	T	
$B_{st}$	Densidad de flujo en los dientes del estator	T	
$B_{rt}$	Densidad de flujo en los dientes del rotor	T	
$b_{ag}$	Entrehierro del motor	m	
$b_{sso}$	Abertura de la ranura del estator	m	
$b_{ss1}$	Ancho mayor ranura del estator	m	
$b_{ss2}$	Ancho menor ranura del estator	m	
$b_{st1}$	Ancho mayor del diente del estator	m	
$b_{st2}$	Ancho menor del diente del estator	m	
$b_{stav}$	Ancho medio del diente del rotor	m	
$b_{rso}$	Abertura de la ranura del rotor	m	
$b_{rs1}$	Ancho mayor ranura del rotor	m	
$b_{rs2}$	Ancho menor ranura del rotor	m	
$b_{rt1}$	Ancho menor del diente del rotor	m	
$b_{rt2}$	Ancho mayor del diente del rotor	m	

<b>Símbolo</b>	<b>Término</b>	<b>Unidad SI</b>	<b>Definición</b>
$b_{rtav}$	Ancho medio del diente del rotor	m	
$c_{al}$	Costo específico del aluminio	\$Col/kg	
$c_{cu}$	Costo específico del cobre	\$Col/kg	
$c_i$	Costo específico de la lámina magnética	\$Col/kg	
$C_i$	Costo de los núcleos magnéticos	\$Col	
$C_{cu}$	Costo del cobre	\$Col	
$C_{al}$	Costo del aluminio	\$Col	
$Cos(\phi)$	Factor de potencia (Power Factor)		
$d_w$	Diámetro calibre equivalente en los conductor de las bobinas del estator	m	
$d_i$	Densidad del acero magnético	m	
$d_{cu}$	Densidad del cobre	m	
$d_{al}$	Densidad del aluminio	m	
$D_{so}$	Diámetro externo del estator	m	
$D_{si}$	Diámetro interno del estator	m	
$D_{ro}$	Diámetro externo del rotor	m	
$D_{ri}$	Diámetro interno del rotor	m	
$D_{eri}$	Diámetro interno del anillo de corto circuito	m	
$D_{ero}$	Diámetro externo del anillo de corto circuito	m	
$f$	Frecuencia eléctrica de funcionamiento	Hz	
$f_r$	Frecuencia eléctrica en el rotor del motor	Hz	
$F_m$	Fuerza magnetomogriz	A/vuelta	
$F_{ag}$	Fuerza magnetomogriz en el entrehierro del motor	A/vuelta	
$F_{st}$	Fuerza magnetomogriz en los dientes del estator	A/vuelta	
$F_{rt}$	Fuerza magnetomogriz en los dientes del rotor	A/vuelta	
$F_{sy}$	Fuerza magnetomogriz en el yugo del estator	A/vuelta	
$F_{ry}$	Fuerza magnetomogriz en el yugo del rotor	A/vuelta	
$h_{ew}$	Altura de las cabezas de bobina	m	
$h_{sy}$	altura del yugo del núcleo del estator	m	

<b>Símbolo</b>	<b>Término</b>	<b>Unidad SI</b>	<b>Definición</b>
$h_{sso}$	Altura de la abertura de la ranura del estator	m	
$h_{ss}$	Altura de la ranura del estator	m	
$h_{ry}$	Altura del yugo del núcleo del rotor	m	
$h_{rso}$	Altura de la abertura de la ranura del rotor	m	
$h_{rs}$	Altura de la ranura del rotor	m	
$H_{ag}$	Intensidad de flujo en el entrehierro	A/m	
$H_{sy}$	Intensidad de flujo en el yugo del estator	A/m	
$H_{ry}$	Intensidad de flujo en el yugo del rotor	A/m	
$H_{syav}$	Intensidad de flujo medio en el yugo del estator	A/m	
$H_{ryav}$	Intensidad de flujo medio en el yugo del rotor	A/m	
$H_{st}$	Intensidad de flujo en los dientes del estator	A/m	
$H_{rt}$	Intensidad de flujo en los dientes del rotor	A/m	
$I_0$	Corriente motor sin carga	A	
$I_n$	Corriente nominal	A	
$I_s$	Corriente por fase en el estator	A	
$I_r$	Corriente por fase en el rotor	A	
$I_m$	Corriente de magnetización	A	
$j$	Unidad imaginaria $\sqrt{-1}$		
$J_{sw}$	Densidad de corriente en los conductores del estator	$A/m^2$	
$J_{ss}$	Densidad de corriente en las ranuras del estator	$A/m^2$	
$K_i$	Factor de apilamiento de la lámina magnética		
$K_{sf}$	Factor de relleno de la ranura		
$K_{ew}$	Coefficiente de forma de las cabezas de bobina		
$K_R$	Factor de corrección por efecto skin de la resistencia en las barras del rotor		
$K_L$	Factor de corrección por efecto skin de la inductancia en las barras del rotor		
$K_\alpha$	Factor de corrección por temperatura		
$K_d$	Factor de distribución del bobinado		

Símbolo	Término	Unidad SI	Definición
$K_q$	Factor de paso o de recorte del bobinado		
$K_w$	Factor de bobina		
$K_c$	Factor de Carter total		
$K_{cs}$	Factor de Carter para el estator		
$K_{cr}$	Factor de Carter para el rotor		
$K_h$	Coefficiente de pérdidas por histéresis	$W \cdot s / (T^2 m^3)$	
$K_e$	Coefficiente de pérdidas por corrientes de Eddy		
$K_{ex}$	Coefficiente de pérdidas suplementarias o por exceso	$W / ((T \cdot s^{-1})^{3/2} m^3)$	
$K_s$	Factor de saturación equivalente o total		
$K_{st}$	Factor de saturación en los dientes de las láminas		
$K_{sy}$	Factor de saturación en los yugos de las láminas		
$K_f$	Factor de forma debido a la saturación de los núcleos		
$l$	Longitud neta del núcleo magnético	m	
$l_g$	Longitud en bruto del núcleo magnético	m	
$l_b$	Longitud de las barras de la jaula de ardilla	m	
$l_{ew}$	Longitud de las cabezas de bobina	m	
$l_{er}$	Longitud media del anillo de corto circuito por fase	m	
$l_{tw}$	Longitud media del cobre por espira	m	
$l_{syav}$	Longitud media del yugo del estator	m	
$l_{ryav}$	Longitud media del yugo del rotor	m	
$l_w$	Longitud total del cobre	m	
$L_{mph}$	Inductancia de magnetización por fase	H	
$L_m$	Inductancia de magnetización	H	
$L_{sl}$	Inductancia de dispersión del estator por fase	H	
$L_{ssl}$	Inductancia de dispersión ranuras del estator por fase	H	

<b>Símbolo</b>	<b>Término</b>	<b>Unidad SI</b>	<b>Definición</b>
$L_{ewl}$	Inductancia de dispersión cabezas de bobina por fase	H	
$L_{sdl}$	Inductancia de dispersión por desplazamiento en el estator	H	
$L_{rl}$	Inductancia de dispersión por fase del rotor	H	
$L_{bl}$	Inductancia de dispersión en las barras del rotor por fase	H	
$L_{erl}$	Inductancia de dispersión en el anillo de corto circuito por fase	H	
$L_{rdl}$	Inductancia de dispersión por desplazamiento en el rotor	H	
$m$	Número de fases		
$M_{siy}$	Masa del yugo del estator	Kg	
$M_{sit}$	Masa de los dientes del estator	Kg	
$M_{sw}$	Masa de los conductores en el bobinado	Kg	
$M_{riy}$	Masa del yugo del rotor	Kg	
$M_{ritb}$	Masa del cuerpo de los dientes del rotor	Kg	
$M_{ritt}$	Masa de la punta de los dientes del rotor	Kg	
$M_{rb}$	Masa de las barras de la jaula de ardilla	Kg	
$M_{rer}$	Masa del anillo de corto circuito de la jaula de ardilla	Kg	
$N_s$	Número de ranuras del estator		
$N_r$	Número de ranuras del rotor		
$N_{tc}$	Número de espiras (vueltas) por bobina		
$N_{pc}$	Número de caminos de corriente por fase		
$N_{scp}$	Número de bobinas en serie por camino de corriente		
$N_{tp}$	Número de espiras por fase		
$N_{tpp}$	Número de espiras por fase por caminos de corriente		
$N_{pw}$	Número de alambres conectados en paralelo por espira		



<b>Símbolo</b>	<b>Término</b>	<b>Unidad SI</b>	<b>Definición</b>
$n_{syn}$	Velocidad sincrónica del motor	rpm	
$n$	Velocidad en el eje del motor	rpm	
$p$	Número de pares de polos del motor		
$p_h$	Pérdidas específicas del material por histéresis	W/kg	
$p_e$	Pérdidas específicas del material por corrientes de eddy	W/kg	
$P_n$	Potencia nominal del motor (Nameplate)	W	
$P_{in}$	Potencia eléctrica de entrada	W	
$P_{out}$	Potencia de salida	W	
$P_{shaft}$	Potencia mecánica en el eje	W	
$P_{loss}$	Potencia perdida	W	
$P_{il}$	Pérdidas magnéticas	W	
$P_{ihl}$	Pérdidas magnéticas por histéresis	W	
$P_{iel}$	Pérdidas magnéticas por corrientes de eddy	W	
$P_{sjl}$	Pérdidas en los conductores del bobinado	W	
$P_{rjl}$	Pérdidas en la jaula de ardilla	W	
$P_{bjl}$	Pérdidas en las barras de la jaula de ardilla	W	
$P_{erjl}$	Pérdidas en el anillo de corcuito de la jaula de ardilla	W	
$P_{mecl}$	Pérdidas mecánicas por fricción y ventilación	W	
$P_{sll}$	Pérdidas adicionales en carga	W	
$q$	Número de ranuras por polo por fase		
$Q$	Número de total de bobinas		
$Q'$	Número de bobinas por fase		
$Q''$	Número de bobinas por polo y por fase		
$r_{ss1}$	Radio mayor de la ranura estator	m	
$r_{rs1}$	Radio mayor de la ranura rotor	m	
$r_{rs2}$	Radio menor de la ranura rotor	m	
$R_s$	Resistencia bobinas por fase	$\Omega$	
$R_{ew}$	Resistencia cabezas de bobina por fase	$\Omega$	

<b>Símbolo</b>	<b>Término</b>	<b>Unidad SI</b>	<b>Definición</b>
$R_b$	Resistencia en las barras de la jaula de ardilla del rotor	$\Omega$	
$R_{er}$	Resistencia en los anillos de corto circuito de la jaula de ardilla del rotor		
$R_r$	Resistencia de la jaula de ardilla del rotor por fase	$\Omega$	
$R_{th}$	Resistencia Thevening	$\Omega$	
$s$	Deslizamiento del motor	$pu$	
$S_{sy}$	Área de la sección transversal del yugo del estator	$m^2$	
$S_{er}$	Área de la sección transversal del anillo del rotor	$m^2$	
$S_{ss}$	Área de la sección transversal de la ranura del estator	$m^2$	
$S_{rc}$	Área de la sección transversal del yugo del rotor	$m^2$	
$S_{rs}$	Área de la sección transversal de la ranura del rotor	$m^2$	
$S_b$	Área de la sección transversal de las barras de la jaula de ardilla	$m^2$	
$S_{cu}$	Área de la sección transversal equivalente del alambre de cobre usado	$m^2$	
$s_n$	Deslizamiento a carga nominal	$pu$	
$t_{er}$	Espesor del anillo de corto circuito	$m$	
$t_i$	Espesor la lámina magnética	$m$	
$Temp_a$	Temperatura ambiente	$C^\circ$	
$Temp_n$	Temperatura nominal o de funcionamiento	$C^\circ$	
$T_m$	Par electromagnético	$Nm$	
$T_n$	Par nominal	$Nm$	
$T_{bk}$	Par máximo (breakdown torque)	$Nm$	
$T_{lr}$	Par de arranque (loked-rotor torque)	$Nm$	
$V_n$	Tensión nominal de línea	$V$	
$V_{ph}$	Tensión nominal por fase	$V$	

Símbolo	Término	Unidad SI	Definición
$V_{th}$	Tensión Thevening	V	
$X_s$	Reactancia equivalente del estator	$\Omega$	
$X_r$	Reactancia equivalente del rotor	$\Omega$	
$X_m$	Reactancia equivalente de magnetización	$\Omega$	
$y$	Paso de bobina (coil pitch)		

## Símbolos con letras griegas

Símbolo	Término	Unidad SI	Definición
$\alpha_i$	Factor de forma de la densidad de flujo magnético		
$\delta$	Profundidad de Penetración	m	
$\epsilon$	Permitividad	$F/m$	
$\epsilon_0$	Permitividad del Vacío	$F/m$	$8,8542 \times 10^{-12}$
$\eta$	Eficiencia del motor	%	
$\lambda_{s,r}$	permeabilidad geométrica de ranura	$H/m$	
$\lambda_{ew}$	permeabilidad geométrica cabezas de bobina	$H/m$	
$\lambda_{er}$	permeabilidad geométrica anillos de corto circuito	$H/m$	
$\mu$	Permeabilidad Magnética	$H/m$	
$\mu_0$	Permeabilidad del Vacío	$H/m$	$4\pi \times 10^{-7}$
$\omega$	Frecuencia Angular	$rad/s$	
$\rho$	Resistividad eléctrica del material	$\Omega \cdot m$	
$\rho_{cu}$	Peso específico del cobre	$kg/m^2$	
$\rho_{al}$	Peso específico del aluminio	$kg/m^2$	
$\rho_i$	Peso específico del hierro	$kg/m^2$	
$\sigma$	Conductividad Eléctrica	$S$	
$\phi_m$	Flujo Magnético	$Wb$	
$\pi$	Constante		3,14159...

Símbolo	Término	Unidad SI	Definición
$\tau$	Paso polar (pole pitch)		
$\tau_{ew}$	Diámetro semicircunferencia de la cabeza de bobina	m	
$\tau_s$	Paso de ranura en el estator		
$\tau_r$	Paso de ranura en el rotor		

## Subíndices

Subíndice	Término
<i>ag</i>	Entrehierro (Airgap)
<i>al</i>	Aluminio
<i>b</i>	Barra (bar)
<i>c</i>	Bobina (coil), núcleo (core)
<i>cu</i>	Cobre
<i>er</i>	Anillo de corto circuito (End Ring)
<i>ew</i>	Cabezas de bobina (End winding)
<i>fe</i>	Hierro
<i>i</i>	núcleos del motor (iron)
$I^2R$	Pérdidas por Efecto Joule
<i>mec</i>	Mecánicas
<i>n</i>	Nominal
<i>o</i>	Abertura
<i>ph</i>	Fase (Phase)
<i>r</i>	Rotor (rotor)
<i>rs</i>	Ranura del rotor(rotor's slot)
<i>s</i>	Estator (stator), ranura (slot)
<i>ss</i>	Ranura del estator,(stator's slot)
<i>sll</i>	Pérdidas adicionales en carga (Stray Load Losses)
<i>syn</i>	Sincrónico
<i>t</i>	Espira(turn), diente (tooth)

---

**Subíndice    Término**


---

<i>tb</i>	Cuerpo del diente
<i>tt</i>	Punta del diente
<i>th</i>	Thevening
<i>w</i>	Alambre(wire)

## Superíndices

---

**Superíndice    Término**


---

'	Valores del rotor referidos al estator
---	----------------------------------------

## Abreviaturas

---

**Abreviatura    Término**


---

<i>AC</i>	Corriente Alterna(Alternating current)
<i>BCMOA</i>	Bacterial chemotaxis multiobjective optimization algorithm
<i>BF</i>	Quimiotaxis de Bacterias (Bacterial Foraging)
<i>DC</i>	Corriente Directa (Direct current)
<i>emf</i>	Fuerza electromotriz
<i>FEM</i>	Finite Element Method
<i>GA</i>	Algoritmos genéticos (Genetic Algorithm)
<i>IEC</i>	International Electrotechnical Commission
<i>IEEE</i>	Institute of Electrical and Electronics Engineers
<i>IM</i>	Motor de inducción (Induction motor)
<i>mmf</i>	Fuerza magnetomotriz
<i>NSGA – II</i>	Non-dominated Sorting Genetic Algorithm II
<i>NSPSO</i>	Non-dominated Sorting Particle Swarm Optimizer
<i>PSO</i>	Optimización por Enjambre de partículas (Particle swarm optimization)
<i>SC</i>	Jaula de Ardilla (Squirrel Cage)



# 1. Introducción

A nivel mundial se ha venido considerando el uso racional y eficiente de energía como punto fundamental en la fabricación y comercialización de equipos para uso final. Esto motivado especialmente por la dinámica de una economía globalizada, las crisis del petróleo en 1973 y 1979 (Rosa *et al.*, 2007) y el cambio climático debido a los gases por efecto invernadero (Boglietti *et al.*, 2005). A causa de esto, la competencia entre empresas es cada vez más fuerte y se mantiene en un constante cambio de acuerdo a los nuevos enfoques de desarrollo sostenible. En consecuencia, las empresas han guiado sus esfuerzos a garantizar un manejo eficiente de los recursos, aumentar la productividad y disminuir el impacto ambiental mediante un adecuado diseño y aplicación de tales equipos de uso final.

Como parte de los equipos de uso final, están aquellos que basan su funcionamiento en la transformación y uso de la energía eléctrica. Dentro de estos se encuentran los motores eléctricos, siendo de especial atención los motores de inducción tipo jaula de ardilla. Lo anterior se debe a su amplia utilización en las esferas de los grandes consumidores de energía eléctrica (industria, comercio, turismo y salud) gracias al bajo costo de fabricación, robustez y gran facilidad de mantenimiento de estas máquinas frente a otro tipo de motores. De hecho, en la actualidad más del 60 % de la energía consumida en los países es debida a los motores eléctricos, y cerca del 90 % de esta, a los motores tipo jaula de ardilla (Cortés *et al.*, 2008; Prias Caicedo, 2010). Por ende, gran parte de los esfuerzos de los países y sus instituciones para promover el uso racional y eficiente de energía se ha enfocado en la eficiencia energética de este tipo de máquinas eléctricas.

Por ejemplo, en los Estados Unidos (mediante la *Energy Policy Act - EPACT*) se estableció que todos los motores de propósito general que se vendieran y usaran en el país deberían cumplir una eficiencia mínima establecida por norma (Bonnett, 2000). De igual forma, en los países europeos los principales fabricantes pertenecientes al (*CEMEP*) suscribieron un acuerdo voluntario que buscaba disminuir en pocos años la comercialización de motores de baja eficiencia (Boglietti *et al.*, 2005), y en 2009, el Parlamento Europeo aprobó una regulación conocida como Directiva de Ecodiseño EuP para el mínimo rendimiento energético permitido en los motores eléctricos (Regulation-No.640/2009, 2009; Kanellakis *et al.*, 2013; Agamloh y Cavagnino, 2013).

En otros países del mundo se ha tomado como ejemplo estas regulaciones en el uso de motores

de alta eficiencia mediante la implementación de políticas nacionales. En el caso particular de Colombia se inició con la expedición de la ley URE (URE, 2001). Así, se crea el Programa para el Uso racional y Eficiente de la Energía (PROURE) y Programa Conoce (Prias Caicedo, 2010), dentro de los cuales se estructura un marco regulatorio mediante la formulación de un Reglamento Técnico de Etiquetado RETIQ. Con esto, al igual que en los Estados Unidos y Europa, se ha buscado incentivar el uso de motores de inducción tipo jaula de ardilla de alta eficiencia, y regular la fabricación y comercialización de motores no eficientes.

Lo anterior ha motivado a los fabricantes de motores a desarrollar nuevos diseños que cumplan con estas exigencias, con el fin de mantener o ampliar su participación en los mercados. Sin embargo, esto ha significado un gran reto para la industria manufacturera de este tipo de máquinas eléctricas (Rosa *et al.*, 2007). De acuerdo a Boglietti *et al.* (2005), los fabricantes de motores pueden optar por una de dos estrategias para aumentar su eficiencia. Una de ellas está basada en el re-diseño completo de un motor, a lo cual ellos llaman diseño con alto costo herramental (*High tooling cost - HTC*). El otro está basado en el re-diseño parcial de un motor, de tal forma que las variaciones tecnológicas en el proceso de producción, tengan un mínimo impacto económico en las compañías; a este se le conoce como diseño con bajo costo herramental (*No tooling cost - NTC*). La gran diferencia entre las dos aproximaciones es la modificación o no de la geometría en las láminas del estator y rotor, y usar o no el herramental que ya está siendo usado en los motores estándar de producción.

El motor de inducción actualmente es un producto maduro, con diseños bien estudiados y establecidos. Comúnmente, los fabricantes de motores tienen y aplican sus propias metodologías de diseño, y en general estas requieren de teoría, experiencia y varios procesos iterativos de diseño y pruebas antes de lograr un resultado final aceptable (Agamloh y Cavagnino, 2013). Por lo tanto, las dos estrategias de diseño (HTC/NTC) son atractivas para los fabricantes. Por consiguiente, varios autores han estudiado los re-diseños para el aumento de eficiencia basados en el NTC (Boglietti *et al.*, 2005; Alberti *et al.*, 2013; Agamloh y Cavagnino, 2013; Agamloh *et al.*, 2013). Por otra parte, Boglietti *et al.* (2005) mencionan que un re-diseño completo permite un aumento consistente en el valor de eficiencia, siendo los altos costos de financiamiento la limitante de este enfoque.

El diseño NTC se ha basado básicamente en el incremento en el volumen de los núcleos a través del aumento de la longitud de los mismos. Sin embargo, la extensión de la longitud del núcleo para aumentar la eficiencia de un motor se puede considerar equivalente a usar de forma sub-dimensionada un motor de mayor potencia a la necesaria. Ahora, debido a que en el re-diseño el valor de tensión es constante, se requiere de una modificación del número de espiras del bobinado del estator (Boglietti *et al.*, 2005). Por lo tanto, este enfoque de diseño representa un incremento en el costo de los motores (mayor cantidad de material), el cual también debe estar acorde al presupuesto de las empresas y los clientes. Agamloh *et al.*



(2013) presentan algunas de las limitantes y ventajas de esta estrategia de diseño. Otras estrategias de diseño por NTC comúnmente usadas tienen la misma desventaja: el incremento del factor de relleno de las ranuras, ajuste de la sección transversal de los anillos de corto circuito, el uso de cobre en la inyección de la jaula de ardilla o el recocido del núcleo del rotor.

Con todo lo anterior queda en claro que algunas de las mayores oportunidades de ahorrar energía y reducir el costo de operación en instalaciones industriales y comerciales viene de la optimización del diseño de motores eléctricos. Sin embargo, también se hace evidente que el costo de fabricación siempre será una herramienta de competencia comercial. Esto aún más en países en vía de desarrollo como Colombia, donde este aumento en el costo de los motores genera una respuesta contraria frente al remplazo de máquinas en la industria. En consecuencia, nuevas metodologías de diseño de motores de inducción basados en algoritmos de optimización se hacen necesarias.

En la literatura se cuenta con una gran cantidad de metodologías clásicas de diseño de motores tipo jaula de ardilla. Sin embargo, debido al contexto del problema, un proceso de optimización debe hacer parte de dichas metodologías, y el problema de optimización de un motor de inducción debe considerar la maximización de sus características (eficiencia) y la minimización del costo de fabricación.

En la práctica, los problemas de optimización con diferentes objetivos son comúnmente reducidos a un solo objetivo equivalente artificial con el fin de usar técnicas mono-objetivo convencionales de optimización. Sin embargo, [Branke et al. \(2008\)](#) establecen que hay una idea falsa de que la mayoría de tareas de optimización deben ser orientadas hacia un problema de optimización mono-objetivo, aún más, si se tienen objetivos en conflicto. Esto se debe a que la correlación entre objetivos depende básicamente de las diferentes alternativas de solución disponibles. Así, en un problema de optimización multi-objetivo real se obtiene como resultado un conjunto de soluciones llamadas Pareto-óptimas, en vez de una única solución como en el caso de los algoritmos mono-objetivo. Por lo tanto, con estas aproximaciones se corre el riesgo de hallar un óptimo que no corresponda a la solución que el usuario hubiera seleccionado del frente Pareto-óptimo ([Branke et al., 2008](#)).

Ahora, a lo largo de la historia, varias técnicas de optimización convencionales han sido usadas para el diseño de motores de inducción, las cuales emplean métodos basados en gradientes (naturaleza determinista). Sin embargo, las deficiencias de estos métodos son más notorias en problemas que envuelven un gran número de variables y restricciones, tendiendo a encontrar óptimos locales en vez de globales. Por lo tanto, algunos métodos estocásticos-metaheurísticos (intrínsecamente no deterministas), han sido usados para la optimización del diseño de los motores de inducción tipo jaula de ardilla. Este es el caso de los métodos bio-inspirados, los cuales están basados en la biomimesis y ya han dado resultados positivos

en otros análisis de los motores eléctricos.

Dentro los métodos bio-inspirados, están los llamados Algoritmos Evolutivos (EAs). Uno de los EA's más importantes son los Algoritmos genéticos (GAs), que están basados en la teoría de la evolución por selección natural de Charles Darwin. Otro de los métodos bio-inspirados, modela el comportamiento social y cognitivo de los enjambres de aves, de abejas o cardúmenes de peses, donde cada partícula del enjambre se mueve y guía a las demás partículas hacia áreas más promisorias del espacio de búsqueda (Li, 2003). El método es conocido como Optimización por Enjambre de Partículas (PSO) y fue propuesto por primera vez por Kennedy y Eberhart (1995).

Uno de los métodos bio-inspirados más recientes y novedosos es la optimización por quimiotaxis de bacterias BQ. En este método, una población de bacterias se mueve con el fin de encontrar las regiones con mayor concentración de alimento y escapar de aquellas donde haya sustancias nocivas para ellas Passino (2002).

En la última década, para el diseño de los motores eléctricos se han empleado algunas de las técnicas de optimización bio-inspiradas mono-objetivo ya mencionadas, para lo cual comúnmente se han reducido los problemas con varios objetivos en uno equivalente (Funciones de costo principalmente). Sin embargo, estos métodos de optimización bio-inspirados se han convertido en herramientas de gran interés para investigadores, por lo que en el campo de la optimización se han desarrollado versiones multi-objetivo de estos algoritmos.

Por todas estas razones, para la metodología de diseño de un motor de inducción tipo jaula de ardilla de alta eficiencia mediante la implementación de algoritmos de optimización, en esta tesis se propuso la utilización de algoritmos de optimización bio-inspirados multi-objetivo. Sin embargo, Branke *et al.* (2008) mencionan que antes de poder efectuar un proceso de optimización, construir un modelo matemático o computacional adecuado es aún más importante que la tarea de optimización en sí misma. Este modelo consiste básicamente en la formulación del problema de optimización: variables de decisión, funciones objetivo, restricciones, límites de las variables y las ecuaciones que relacionan todos ellos.

Uno de los modelos matemáticos más utilizado en las metodologías de diseño de los motores de inducción se basa en ecuaciones analíticas para la determinación y análisis del circuito equivalente de la máquina. Sin embargo, este modelo requiere de una serie de aproximaciones dada la compleja geometría de los motores y la naturaleza no lineal de los fenómenos físicos del mismo. Por lo anterior, hace varias décadas los modelos matemáticos basados en métodos numéricos se han convertido en herramientas estándar para el análisis de los motores eléctricos. En especial, el Método de los Elementos Finitos (FEM), ya que en general ofrece un análisis confiable, robusto y con un mejor nivel de exactitud y precisión (Boglietti *et al.*,

2007).

Sin embargo, es bien conocido que FEM requiere de un gran esfuerzo computacional y es usado en el refinamiento de los diseños, mientras que en los diseños preliminares o en los procesos de optimización, el modelo matemático por circuito equivalente es el más utilizado (Boldea y Nasar, 2010). No obstante, los fabricantes finalmente se basan en el ensayo de prototipos para llegar al diseño definitivo. Por lo tanto, en la presente tesis se propone el uso de un modelo matemático basado en el circuito equivalente y otro mediante FEM-2D, donde el primero es usado para solucionar el problema de optimización y el segundo para evaluar el comportamiento del motor optimizado. Para este fin, se propone una metodología para la elaboración y ajuste de dichos modelos, la cual se basa en la comparación y validación de los resultados teóricos con datos experimentales de mediciones hechas por la IEC60034-2-1 en un caso base de un motor real.

Para mostrar los resultados alcanzados con el trabajo, el documento de tesis se divide de la siguiente forma.

En el [Capítulo 2](#) se hace una breve presentación del contexto internacional y nacional en el que se mueven las reglamentaciones y normatividades para la medición, clasificación y regulación del uso de motores de alta eficiencia. En este mismo capítulo, se hace una revisión exhaustiva del estado del arte en el análisis y diseño de motores de inducción tipo jaula de ardilla mediante el uso de algoritmos de optimización bio-inspirados, mono-objetivo y multi-objetivo.

El [Capítulo 3](#) inicia con la presentación de la metodología de ensayo utilizada para la recopilación de datos experimentales en motores base. Posteriormente se relaciona la teoría y consideraciones necesarias para la elaboración del modelo FEM-2D del motor de inducción, el pre-proceso, proceso y pos-proceso del método. El capítulo termina con el desarrollo matemático y las ecuaciones necesarias para el cálculo de los parámetros del modelo por circuito equivalente y el cálculo de las características de funcionamiento del motor.

Acto seguido, en el [Capítulo 4](#) se explican los conceptos y la teoría necesaria para entender la lógica de los algoritmos de optimización bio-inspirados y los problemas multi-objetivo en general. Paralelamente, se presenta el funcionamiento los métodos de optimización por GA, PSO y BQ en sus casos básicos mono-objetivo, para terminar con la explicación de los métodos de optimización escogidos para ser usados como parte de la metodología de optimización propuesta en esta tesis: “*Non-dominated Sorting Genetic Algorithms-II (NSGA-II)*”, “*Non-dominated Sorting Particle Swarm Optimization (NSPSO)*” y “*Bacterial Chemotaxis Multi-objective Optimization (BCMOA)*”.

En el [Capítulo 5](#) se utilizan los conocimientos socializados anteriormente en este documento para llegar a los aportes y resultados de esta tesis, los cuales son presentados en este capítulo. Así, el capítulo inicia con la explicación de la metodología propuesta para la elaboración y ajuste de los modelos desarrollados en la tesis. En esta, se expondrá el mecanismo propuesto para el ajuste de los modelos teóricos a partir de resultados experimentales de ensayo. También se relaciona la información que fue necesaria para la elaboración de los modelos, y los resultados y análisis de la aplicación de dicha metodología. Continuando en el capítulo se llega al principal aporte de esta tesis, que es la metodología propuesta de diseño de motores de inducción tipo jaula de ardilla mediante la implementación de algoritmos de optimización bio-inspirados multi-objetivo. Para ello, en estas secciones del capítulo se exhibe el problema de optimización multi-objetivo propuesto: funciones objetivo, variables de decisión, parámetros, restricciones y consideraciones del problema. También se especifican los parámetros de ajuste de los algoritmos de optimización multi-objetivo probados, así como el mecanismo de toma de decisión propuesto para el uso de dichos algoritmos y las métricas usadas para la comparación del rendimiento de los mismos. Finalmente, en el capítulo se presentan, comparan y analizan los resultados obtenidos de la aplicación de la metodología con los distintos métodos de optimización seleccionados y con ello, el diseño optimizado de un motor de inducción de 3,7kW 2 polos.

Este documento se cierra con el [Capítulo 6](#) de conclusiones, donde se discuten los aportes de esta tesis de investigación.

## 2. Uso racional y eficiente de energía en Colombia y el mundo

La energía eléctrica es la forma de energía que se ha constituido como columna vertebral de la sociedad industrial moderna, esto debido a su versatilidad y gran conocimiento, especialmente a partir del siglo XIX, cuando los científicos e ingenieros lograron aprovecharla para el uso industrial y doméstico. Así, en la segunda mitad de este siglo se inventan los primeros motores eléctricos, siendo el diseño conocido como motor de inducción tipo Jaula de Ardilla el que actualmente es más usado. Con base en ello, en este capítulo se presentará una breve reseña de cómo han evolucionado las normativas y reglamentaciones para la clasificación de los motores por eficiencia, se mostrará la importancia de aumentar esta característica en las máquinas, y se hará un recorrido por el estado del arte en cuanto al diseño óptimo de motores eléctricos basados en métodos de optimización convencionales y no convencionales.

### 2.1. Eficiencia energética en Colombia y el mundo

La evaluación de la eficiencia energética junto con la reducción en el consumo de energía desde el punto de vista técnico, consiste en la minimización de la energía de entrada requerida para lograr una energía de salida (útil) deseada. Desde el punto de vista de las empresas, la reducción de la relación costo-energía es el principal objetivo para la inversión en nuevos equipos eficientes, y desde el punto de vista ecológico, el consumo de energía y la reducción en la emisión de gases de  $CO_2$  son el principal objetivo. En todos los casos, en las últimas cuatro décadas se ha venido considerando el uso racional y eficiente de energía como punto fundamental en las políticas energéticas nacionales y por lo tanto en la fabricación y comercialización de equipos para uso final.

Debido a las crisis del petróleo ([Rosa et al., 2007](#)), surgen conceptos como el de *Desarrollo sostenible* y *Gestión de la Demanda de Energía* ([Pérez Arriaga et al., 2005](#)). Adicionalmente, con los cambios climáticos y el estudio del efecto de los gases invernadero, se sella el inicio de una nueva visión frente al uso racional y eficiente de la energía.

Los motores eléctricos y en especial los motores de inducción tipo jaula de ardilla, se constituyen como los mayores consumidores de energía en los principales sectores económicos de los países ([Rosa et al., 2007](#)). Por lo tanto, los países han establecido normas y reglamentaciones

como parte de programas de gestión de la demanda de energía con el fin de incentivar a los grandes y pequeños consumidores al uso de tecnologías más eficientes (motores de mayor eficiencia). Esto motivado no solo por la disminución en el valor de las facturas de dichos consumidores, sino también por el aporte a la reducción de gases de invernadero producidos en la generación de la energía necesaria para la alimentación de estas máquinas (Boglietti *et al.*, 2011b).

En este sentido, la legislación llamada *Energy Policy Act (EPAct)*, firmada en 1992 en los EEUU, se consagró como el primer esfuerzo en regular el uso de motores tipo jaula de ardilla ineficientes (Bonnett, 2000). Esto basado en los niveles de eficiencia dados por la norma NEMA-MG1, y cuyo valor de eficiencia debería ser determinado mediante el método B de la norma IEEE 112 (IEEE112, 2004).

Por su parte, el Comité Europeo de fabricantes de máquinas eléctricas y electrónica de potencia (CEMEP) suscribió un acuerdo voluntario en mayo del 2000 con el fin de reducir al menos al 50 % a finales de 2003 la venta de motores con baja eficiencia (Boglietti *et al.*, 2005). En 2007 en Europa se actualiza la norma para ensayos de eficiencia IEC60034-2-1, y con esto en octubre de 2008 IEC emite el código IE en la norma IEC60034-30 para la clasificación en IE1, IE2, IE3 e IE4 de motores trifásicos tipo jaula de ardilla (IEC60034-30, 2008). En la Figura 2-1 se presentan los niveles de clasificación establecidos por la NEMA MG1, CEMEP, IEC60034-30 y NTC5105 y sus equivalencias (Ver Apéndice A).

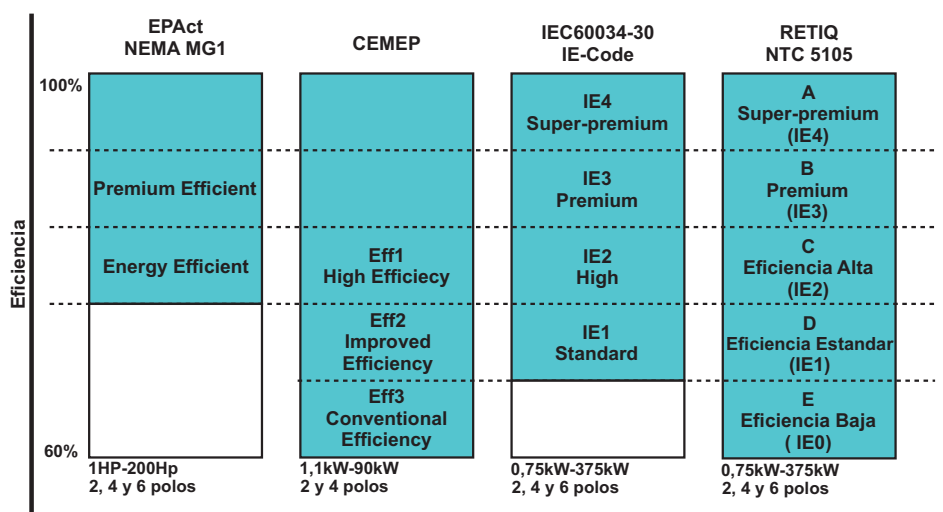


Figura 2-1.: Niveles de clasificación de motores eléctricos por eficiencia

Con base en esos niveles de clasificación, en 2009 la Comisión Europea de Regulación establece los requerimientos para el llamado “Ecodiseño EuP” y utilización de motores eléctricos

en la Unión Europea ([Regulation-No.640/2009, 2009](#); [Kanellakis \*et al.\*, 2013](#)). Así, se regulan tres requerimientos, dentro de los cuales está que, para el 1 de enero de 2015 y el 1 de enero de 2017, los motores con potencia nominal entre 7,5kW y 375kW, y 0,75kW y 375kW no deben tener una eficiencia menor a la IE3 o IE2 si se encuentran alimentados mediante variadores de frecuencia([Agamloh y Cavagnino, 2013](#)).

Bajo la misma filosofía, países como Canadá, China, Corea del Sur, Australia, Nueva Zelanda, Brasil, Chile y por supuesto Colombia, han adoptado medidas gubernamentales para la regulación del valor mínimo de eficiencia de funcionamiento en los motores eléctricos ([Agamloh y Cavagnino, 2013](#)). En todos los casos ha sido necesario adoptar unos niveles para la clasificación de los motores por eficiencia y una metodología para la determinación de forma experimental de estos valores.

### **2.1.1. La situación en Colombia**

En Colombia se firma la ley 697 del 3 de octubre de 2001 (Ley URE), a través de la cual se busca fomentar el uso racional y eficiente de la energía (URE) y promover la utilización de energías alternativas. Así, mediante esta ley se declara el URE como un asunto de interés social, público y de conveniencia nacional para garantizar un adecuado abastecimiento económico, la competitividad en la economía, la protección del consumidor y la utilización de energías no convencionales con el fin de cuidar el medio ambiente y conservar los recursos naturales. Con esta se establece la creación del Programa “PROURE” y se asigna al Ministerio de Minas y Energía como la entidad responsable de diseñar, promover y asegurar el desarrollo y seguimiento de este ([URE, 2001](#)).

Para desarrollar el PROURE en Colombia, mediante la Resolución No. 180919 del 1 de junio de 2010, se adoptó el Plan de Acción Indicativo 2010-2015 con visión al 2020, en el que se establecen estrategias y actividades para cumplir con los objetivos planteados en la ley URE. Este plan está conformado por subprogramas estratégicos que son de carácter transversal y tienen incidencia sobre los diferentes sectores del consumo energético ([Prias Caicedo, 2010](#)).

Como parte del sector industrial se establecen ocho subprogramas prioritarios, donde se destaca el subprograma enfocado a la optimización del uso de la energía eléctrica para fuerza motriz (SI-1), ya que en el país aproximadamente el 70 % de la energía eléctrica que se utiliza la industria colombiana está asociada al uso de motores eléctricos([Prias Caicedo, 2010](#)).

Para el SI-1 se establecen diez líneas de acción, dentro de las que se resaltan la sustitución de los motores actuales por motores de alta eficiencia, el establecimiento de incentivos tributarios para la importación de motores de última tecnología, la implementación del sistema de etiquetado en motores, entre otros ([Prias Caicedo, 2010](#)).

En este mismo orden de ideas, en el país se establece el proyecto de Reglamento Técnico de Etiquetado - RETIQ, el cual tiene como objetivo establecer y obligar el uso de etiquetas que informen sobre el desempeño de los equipos en términos de consumo energético e indicadores de eficiencia. El RETIQ aún no es vigente en el país; sin embargo, el Ministerio de Minas y Energía publicó el pasado 19 de junio de 2014 la versión final ajustada del documento principal del RETIQ.

Por todo esto, se concluye que en el mundo y ahora en Colombia, el URE se ha convertido en un tema esencial dentro de las políticas gubernamentales, siendo de gran interés el caso de los motores eléctricos, donde se ha buscado promover el uso de máquinas con una eficiencia aumentada.

Por lo tanto, los esfuerzos por parte de los fabricantes de motores se han enfocado en el diseño de motores de inducción que se puedan clasificar en uno de los rangos de eficiencia dados por norma. Sin embargo, esto ha abierto un campo de investigación para las estrategias y metodologías de diseño enfocadas al aumento de la eficiencia, considerando los factores de competitividad que exige una economía globalizada (costo del producto). En la siguiente sección se muestra el estado del arte en este campo de investigación.

## **2.2. Estado del arte en el diseño de motores de inducción y aumento en eficiencia mediante su optimización**

Diferentes metodologías han sido implementadas en el diseño de motores. De hecho, la mayoría de fabricantes utilizan metodologías propias basadas no solo en la teoría sino también en la experiencia. En la mayoría de los casos, la optimización del funcionamiento del motor se ha efectuado mediante algoritmos iterativos clásicos (directos e indirectos) salidos de la programación no-lineal (aproximaciones deterministas) (Boldea y Nasar, 2010). Sin embargo, dado el gran número de variables de diseño, la no linealidad del problema de optimización y la cantidad de funciones de restricción, se ha impulsado el uso de otras técnicas de optimización basadas en aproximaciones estocásticas.

En la revisión del estado del arte en este campo de investigación se encuentra que Kentli (2009) presenta un interesante y completo estudio sobre los métodos usados para la optimización del diseño en motores de inducción monofásicos y trifásicos en esa última década. Con este trabajo se tiene una objetiva recopilación de los principales métodos de optimización, mono-objetivo y multi-objetivo, que se han aplicado en este campo. De este, el autor concluye que los trabajos se han centrado en motores de inducción tipo jaula de ardilla polifásicos y que en esa última década los métodos de optimización probados han sido en su mayoría



métodos estocásticos, aún por encima de los métodos tradicionales deterministas, donde el método de Hooke-Jeeves fue el más utilizado. Sin embargo, de los métodos estocásticos se encuentran trabajos basados en métodos mono-objetivo en su mayoría, donde el método de los algoritmos genéticos (GA) ha sido el más investigado. Finalmente, el autor concluye que los principales objetivos propuestos por los autores son el costo y la eficiencia de la máquina, sin embargo también enfatiza en la falta de trabajos multi-objetivo en esta década.

Ahora, a partir del 2009 se continuó con la investigación en este campo. [Bhuvanewari et al. \(2009\)](#) presentan un algoritmo híbrido entre GA y el método de los enjambres de partículas (PSO) para optimizar el diseño de un alternador. Los autores consideran por separado tres funciones objetivo: el costo, la eficiencia y la regulación del alternador, lo aplican a dos alternadores de ejemplo y los resultados son comparados con los obtenidos con el método tradicional PSO. [Tutelea y Boldea \(2010\)](#), evalúan la eficacia de una versión modificada del método de optimización determinista convencional Hooke-Jeeve y los GA. Para este fin, los autores reducen un problema multi-objetivo en un problema con una sola función objetivo de costo mediante coeficientes de peso. En este mismo sentido, [Krishnamoorthy y Dharmalingam \(2010a\)](#) comparan el mismo método de Hooke Jeeves y los Algoritmos Genéticos GA y en [Krishnamoorthy y Dharmalingam \(2010b\)](#) se compara un método determinístico convencional (Rosenbrock) y los GA. En estos dos trabajos, los autores evalúan los métodos para el diseño de un motor de inducción de 3,7kW, 4 polos y 400V/50Hz. Ellos utilizan una sola función objetivo de costo y la técnica de “minimización secuencial sin restricciones” para convertir el problema de optimización con restricciones en una serie de problemas sin restricciones. De estos trabajos los autores concluyeron que los GA presentan un mejor rendimiento sobre los métodos convencionales. De igual manera resaltan la necesidad de evaluar los métodos en problemas multi-objetivo reales.

En el caso de los algoritmos de optimización basados en la naturaleza de los Enjambres de Partículas (PSO), varios autores han usado estos algoritmos para el diseño de motores eléctricos pero en un contexto mono-objetivo. Por ejemplo, [Sakthivel et al. \(2010f\)](#) utilizan PSO para el diseño de un motor de inducción trifásico. El método es probado en dos motores y comparado con el rendimiento de GA y métodos convencionales de diseño. Con este fin, los autores prueban dos casos separados a partir del planteamiento de la función objetivo usada: La primera es el costo anual de los materiales activos usados y el segundo es la función equivalente del costo anual total del motor (Costo anual del material, costo anual de las pérdidas en el motor y el costo anual de la energía perdida). Con un problema de optimización similar, [Sakthivel et al. \(2010d\)](#) prueban un método por enjambre de partículas adaptativo (*Adaptative Particle Swarm Optimization - APSO*) y en [Sakthivel y Subramanian \(2011b\)](#) se prueba un algoritmo de optimización por enjambre de partículas modificado (*Modified particle swarm optimization - MPSO*).

Recientemente, algunos autores han evaluado métodos de optimización para la solución de problemas de optimización multi-objetivo reales. [Chun et al. \(2008\)](#), por ejemplo, implementaron el método MOGA y el método por circuito equivalente para el diseño de un motor de 1,5kW, 4 polos y 380V/60Hz, donde las funciones objetivo usadas fueron las pérdidas electromagnéticas y el par de arranque. Por otra parte, [Çunkaş y Sağ \(2010\)](#) proponen la utilización de dos algoritmos de optimización multi-objetivo para la determinación de la eficiencia in-situ del motor de inducción: el algoritmo “*Non-dominated sorting Genetic Algorithm (NSGA-II)*” y el algoritmo “Strength Pareto Evolutionary Algorithm-2 (SPEA2)”. Para ello, los autores desean minimizar varios errores entre los valores medidos y calculados para determinar los parámetros del circuito equivalente del motor y con esto determinar la eficiencia. Por otra parte, [Ranjan et al. \(2013\)](#) prueban el algoritmo NSGA-II para el diseño de un motor de inducción trifásico de 5,0kW, 4 polos y 170V/50Hz, mediante la maximización de la eficiencia y la minimización de la densidad de potencia. Los autores comparan estos resultados con los obtenidos mediante otros métodos de optimización como lo son: búsqueda Tabú, Recocido simulado y los mismos algoritmos genéticos simples.

El uso de algoritmos multi-objetivo basados en los PSO para la solución de problemas relacionados con el diseño de motores eléctricos ha sido mucho menos explorado. En este ámbito los problemas se han resuelto mediante la reducción de los problemas con varios objetivos a uno solo equivalente. Sin embargo, [Zhang et al. \(2012\)](#) proponen un método para el diseño de la geometría de ranura en motores de inducción trifásicos NEMA - Clase D usando el método “*Gaussian multi-objective particle swarm optimization (G-MOPSO)*” propuesto por [dos Santos Coelho et al. \(2010\)](#) y el modelo por circuito equivalente del motor. En el problema de optimización los autores proponen como funciones objetivo la maximización del par de arranque y la minimización del deslizamiento del motor. Estos autores, una vez han seleccionado la mejor solución del frente Pareto-óptimo, utilizan FEM para mejorar la precisión en el diseño. Por lo tanto, este trabajo es un muy buen referente sobre los trabajos que actualmente se están desarrollando.

Ahora, mediante esta revisión del estado del arte en la optimización del diseño en motores de inducción tipo jaula de ardilla, se encontró que a pesar de que el método de optimización bio-inspirado por quimiotaxis de bacterias fue planteado en su versión mono-objetivo en 2002 ([Passino, 2002](#)), tan solo hasta el 2010 se encuentran trabajos que incorporan estos algoritmos en el diseño o análisis en estas máquinas. Así, [Sakthivel et al. \(2010a\)](#) utilizan un algoritmo adaptativo por quimiotaxis de bacterias (ABF) para la optimización del diseño de un motor de inducción clasificado como “*Energy Efficient*”. Para esto los autores plantean un problema de optimización mono-objetivo con nueve variables de decisión y seis funciones de restricción en el que prueban dos casos con funciones objetivo de costo diferentes. Los resultados son presentados en un motor de 5 y 10HP, 4 polos y 400V y 415V/50Hz respectivamente, y comparados con los métodos por GA, PSO y BF (*Bacterial Foraging*) simple.

En [Sakthivel y Subramanian \(2011a\)](#) los autores evalúan el algoritmo de optimización por quimiotaxis de bacterias simple (BF) para la optimización de un motor de inducción de 5HP, 4 polos y 400V/50Hz, donde la función objetivo es de costo y considera el efecto de las pérdidas de potencia en la máquina. Estos autores han implementado la optimización por quimiotaxis de bacterias para la determinación de la eficiencia de la máquina in-situ ([Sakthivel et al., 2010c, 2011](#)) y la determinación de los parámetros del modelo circuital de los motores de inducción ([Sakthivel et al., 2010e; Sakthivel y Subramanian, 2012](#)).

Para el análisis de los motores de inducción, recientemente [Santos et al. \(2013\)](#) utilizan la quimiotaxis de bacterias (BF) para la determinación de la eficiencia in-situ bajo una alimentación con tensiones des-balanceadas y en [Sousa Santos et al. \(2013\)](#) bajo armónicos y tensiones des-balanceadas igualmente. Los resultados son probados en un motor de 7.5kW en el primer caso y en uno de 0.55kW en el segundo.

A la fecha no se encuentran trabajos previos en la optimización del diseño en motores de inducción tipo jaula de ardilla, mediante la solución de problemas de optimización multi-objetivo basados en algoritmos por quimiotaxis de bacterias. Estos estudios se han adelantado en otros campos de la ingeniería eléctrica. Así por ejemplo, [Panigrahi et al. \(2010\)](#) plantean el uso del algoritmo por quimiotaxis de bacterias y un procedimiento de clasificación basado en *dominancia difusa* para seleccionar el frente Pareto-óptimo. Este método es probado para la solución de un problema de despacho eléctrico bajo carga conocido en inglés como *Environmental/Economic dispatch - EED*, el cual pretende minimizar la cantidad de emisiones y los costos de la generación. En [Panigrahi et al. \(2011\)](#) se plantea un nuevo método multi-objetivo por quimiotaxis de bacterias basado en la clasificación por no-dominancia (MOBF), el cual es probado en el mismo problema de optimización de EED mencionado anteriormente. En un contexto muy cercano al anterior mencionado, [Lu et al. \(2013\)](#) plantean la utilización del algoritmo de optimización multi-objetivo basado en la quimiotaxis de colonias de bacterias para la solución de problemas de optimización en el despacho eléctrico EED.

Finalmente, en la mayoría de estudios sobre optimización del diseño de motores de inducción se utiliza un modelo matemático analítico para el proceso. Sin embargo, en la mayoría de los casos no se presentan o usan formas de validación de los resultados mediante métodos de mayor precisión, los cuales, son comunes en la industria: análisis por el método de los elementos Finitos FEM y ensayo de prototipos. No obstante, hay algunos trabajos que han utilizado estas estrategias para el diseño.

Por ejemplo, los dos más antiguos son las propuestas de [Palko y Jokinen \(1997\)](#) y [Idir et al. \(1998\)](#). El primero propuso el uso de FEM 2D como método de análisis para optimizar las dimensiones de un motor tipo jaula de ardilla. Para esto, usó el método de *Crack-Nicholson Time Stepping* y GA para su optimización. En el segundo, se utiliza el modelo analítico

por el circuito equivalente para optimizar el diseño de un motor de inducción mediante el método de Redes Neuronales Artificiales (NNA). En este caso, FEM es usado para calcular los parámetros del circuito equivalente. Un procedimiento similar es usado por [Feyzi y Kalankesh \(2001\)](#); [Sharifian \*et al.\* \(2003\)](#); [Feyzi \*et al.\* \(2004\)](#), donde usan FEM iterativamente para extraer los parámetros del modelo por circuito equivalente del motor, y posteriormente, efectúan la optimización mediante métodos analíticos. En el caso de [Sharifian \*et al.\* \(2003\)](#), proponen un problema multi-objetivo, el cual es transformado a uno mono-objetivo mediante el método de ponderaciones. [Kentli \(2009\)](#) menciona un par de trabajos de optimización, en los que utilizan FEM para verificar la validez del diseño optimizado del motor, y otro, donde utilizan este método para modificar el motor resultante durante el proceso de optimización.

Tan solo en 2008, [Li y Yang \(2008\)](#) proponen un interesante trabajo en el que es utiliza FEM y PSO juntos para el diseño y optimización de motores ultrasónicos. En este caso, en cada iteración, se envían las soluciones del PSO al modelo en FEM. Por otra parte, en los últimos años se han propuesto varios trabajos de optimización en los que usan FEM en el diseño de motores eléctricos. Uno es el de [Zhang \*et al.\* \(2012\)](#) explicado líneas arriba, y otro es el propuesto por [Balaji y Kamaraj \(2012\)](#). En este, los autores proponen el uso del método de optimización multi-objetivo NSGAI para determinar el diseño óptimo de un motor sincrónico de reluctancia variable (SRM). Con este fin, para poder tomar en cuenta la geometría de la máquina y la no linealidad de los materiales, los autores hacen uso de FEM para su análisis.

De esta manera, se establece la vigencia e importancia de la investigación en el diseño de motores de inducción tipo jaula de ardilla con eficiencia aumentada. De igual forma, se identifican los campos de investigación en esta área, en los cuales a nivel mundial no se han presentado avances y sobre los cuales con esta tesis de investigación se aporta al tener como propósito el desarrollar una metodología de diseño de un motor de inducción tipo jaula de ardilla de alta eficiencia, basada en la implementación y evaluación de un método de optimización bio-inspirado multi-objetivo.

## 3. Modelo del motor de inducción tipo Jaula de Ardilla

En este capítulo se revisará la teoría referente a los modelos matemáticos del motor de inducción usados en esta tesis. Para esto, se estudiará el modelo electromagnético basado en el método de los elementos finitos (FEM) y modelo analítico basado en el circuito equivalente del motor. Además, como parte de la metodología propuesta en esta tesis, los modelos son ajustados y validados a partir de datos experimentales de ensayo de motores reales. Por lo tanto, el capítulo inicia presentando la metodología usada para la determinación de la eficiencia y pérdidas de forma experimental mediante ensayos de laboratorio. Posteriormente, se introducirán los mecanismos necesarios usados para desarrollar el modelo del motor de inducción mediante FE, y finalmente, se establecerán las ecuaciones necesarias para la elaboración del modelo del circuito equivalente del motor de inducción.

### 3.1. Determinación experimental de la eficiencia y pérdidas de forma segregada

La eficiencia está definida en términos generales como la razón entre la potencia de salida y la potencia de entrada. Ecuación (3-1).

$$\eta = \frac{P_{out}}{P_{in}} 100 \% \quad (3-1)$$

La eficiencia determinada mediante esta razón es conocida como eficiencia directa. De forma alternativa, la eficiencia se determina comúnmente hallando las pérdidas de forma segregada y usando la medición de la potencia de entrada y salida en el motor (Agamloh, 2011). Ecuación (3-2).

$$\eta = \frac{P_{in} - P_{loss}}{P_{in}} 100 \% \quad (3-2)$$

Este método es conocido como el método de segregación de pérdidas y es un método indirecto que da resultados precisos si las pérdidas adicionales en carga son determinadas de forma apropiada (Agamloh, 2011).

Los valores de eficiencia y pérdidas dados por los fabricantes son medidos o calculados de acuerdo a ciertas normas. A nivel mundial existen diferentes normas para ensayar máquinas eléctricas; [Agamloh \(2011\)](#) presenta una descripción general de los métodos dados en distintas normas. En este mismo artículo, [Agamloh \(2011\)](#) hace una comparación de los resultados de la de eficiencia calculada en 1000 motores entre 1 y 250 HP mediante el método directo A e indirecto B de la [IEEE112 \(2004\)](#).

A nivel nacional, el procedimiento para la determinación de la eficiencia y pérdidas en los motores de inducción está reglamentado por el RETIQ ([RETIQ, 2014](#)) (Anexo E sobre “Ensayos para determinar eficiencia en motores de inducción de corriente alterna”), el cual tiene como referencia principal la norma [IEC60034-2-1 \(2007\)](#). [Boglietti et al. \(2011b\)](#) analizan y discuten las características de la IEC60034-2-1 en relación a la clasificación de eficiencia planteada en la norma [IEC60034-30 \(2008\)](#). [Cao \(2008\)](#) hace un completo análisis de los ensayos para la determinación de la eficiencia en motores de inducción, haciendo énfasis en los métodos de la norma [IEC60034-2-1 \(2007\)](#). Tomando en cuenta lo anterior, en esta investigación se sigue el procedimiento de la norma [IEC60034-2-1 \(2007\)](#) para la determinación de las pérdidas y el valor de eficiencia en la máquina.

El método de la norma [IEC60034-2-1 \(2007\)](#) comúnmente aceptado se denomina “método de sumatoria de pérdidas segregadas”, el cual consiste en la obtención por separado de todas las pérdidas convencionales en el motor, para luego mediante su sumatoria, hallar las pérdidas totales del mismo ([Contreras y Acuña, 2010](#)). Las pérdidas adicionales en carga se hayan de manera indirecta a partir del alisamiento de las pérdidas residuales (resta de la diferencia entre la potencia de entrada y salida medidas), y la sustracción de las pérdidas totales halladas en la máquina de la potencia de entrada. Para el desarrollo de este método, se requiere de la ejecución de los siguientes ensayos:

- Medición de la resistencia DC del bobinado del estator con el motor a temperatura ambiente
- Ensayo de temperatura a carga nominal
- Ensayo con carga y medición de resistencia DC al apagado
- Ensayo sin carga y medición de resistencia DC al apagado

En el [Apéndice B](#) se presentan los requerimientos y procedimiento para la ejecución de los ensayos, así como los cálculos necesarios para la determinación de las pérdidas y eficiencia en el motor.

## 3.2. Desarrollo del modelo del motor de inducción tipo Jaula de Ardilla mediante el método de los elementos finitos - FEM

Con el aumento en la necesidad de lograr una mayor precisión durante un proceso de diseño y análisis de las máquinas eléctricas, se ha fomentado el uso de métodos numéricos para el cálculo de campos eléctricos y magnéticos. Estos métodos se basan en la determinación de la distribución de los campos en la estructura bajo estudio a través la solución de las ecuaciones de Maxwell. Para el análisis de los campos electromagnéticos, los principales métodos numéricos usados para la solución de ecuaciones diferenciales parciales son el método de las diferencias finitas (*Finite Difference Method - FDM*), el método de los elementos finitos (*Finite Element Method - FEM*) y el método de los elementos de frontera (*Boundary Difference Method - BEM*) (Cortés y Pérez, 2007).

El método de los elementos finitos (FEM) es una técnica numérica que permite obtener una solución del campo, incluso en problemas que varían con el tiempo e involucran materiales no-homogéneos, anisotrópicos o no lineales. Para ello, el dominio completo de análisis es dividido en un número finito de sub-dominios elementales, los cuales son llamados elementos finitos, y la ecuación diferencial es aplicada en cada uno de estos (Bianchi y Bolognani, 1999).

El análisis mediante FEM se caracteriza por desarrollarse en tres etapas principalmente:

1. Pre-procesamiento
2. Procesamiento
3. Post-procesamiento

En el [Apéndice C](#) se amplía la teoría referente al funcionamiento de FEM.

Por otra parte, el modelado de un dispositivo real consiste en un proceso de desprestigiar y simplificar ciertos fenómenos físicos para describir el funcionamiento del artefacto en un modelo matemático, donde el tipo y la cantidad de simplificaciones determinan la exactitud en la solución. De acuerdo a (Hameyer y Belmans, 1999, Capítulo 9), para el análisis del campo de un equipo electromagnético, las simplificaciones en el modelo del dispositivo real se pueden hacer en tres niveles: en el tiempo, en la geometría (2D/3D) y en la consideración de ciertos fenómenos importantes.

Para el análisis en los motores de inducción trifásicos tipo jaula de ardilla, en general se deben considerar los efectos de la saturación de los materiales (histéresis) simultáneamente con los fenómenos inductivos presentes en el funcionamiento del motor (Hameyer y Belmans,

1999). Por lo tanto, el problema de campo es no-lineal y variable en el tiempo, y requiere que sea calculada la corriente inducida debido a los efectos del movimiento del rotor (Bianchi, 2005). Para esto, los programas de simulación por FEM incluyen módulos diseñados para el análisis de máquinas rotativas. En estos, el programa aplica diferentes aproximaciones y estrategias para considerar el problema como cuasi-estacionario, contemplar la no-linealidad de los materiales mediante el análisis de la curva de magnetización e incluir el efecto en el campo debido al movimiento del rotor. De acuerdo a Bianchi (2005), este método de análisis se basa en la reproducción del funcionamiento del motor bajo carga para cierto punto de operación, en estado estable y considerando una fuente de tensión sinusoidal en un circuito externo como la alimentación del mismo.

Por otro lado, los motores de inducción son geometrías complejas, donde el tiempo de cómputo para analizar un modelo 3D puede llegar a durar varias horas. Por esta razón, el modelo usado es reducido comúnmente a una geometría 2D (Cortés *et al.*, 2008). Sin embargo, los efectos 3D en diferentes partes de la máquina son importantes para el análisis, debido a la longitud finita de los núcleos del mismo. A causa de esto, diferentes autores proponen efectuar el análisis del motor de inducción mediante FEM a través de un modelo 2D, y considerar los efectos de borde incluyendo elementos apropiados en un circuito equivalente, el cual es externo a la solución de campo hecha por FEM (Bianchi, 2005, Capítulo 13).

A continuación se precisan las técnicas y teoría relacionada con la elaboración de los modelos con FEM para el análisis de motores de inducción tipo jaula de ardilla.

### **3.2.1. Modelado de motores de inducción tipo jaula de ardilla con el método de los elementos finitos**

En los últimos 25 años el uso de FEM se ha convertido en una herramienta casi estándar para el análisis de los motores eléctricos. Inicialmente, para la elaboración del modelo por FEM del motor de inducción se debe contar con información del diseño de la máquina. Específicamente se deben conocer los datos generales o de placa del motor, los datos de la geometría de las láminas del estator y rotor, la configuración geométrica de los anillos de corto circuito y cabezas de bobina, el tipo de bobinado (esquema), el calibre y resistencia de los conductores, el número de espiras por fase por camino de corriente y las características de los materiales de las láminas magnéticas y conductores eléctricos (hierro, cobre y aluminio) (Cortés y Pérez, 2007).

Como se mencionó en la sección anterior, los modelos 3D y 2D del motor son posibles. Sin embargo, para esta investigación se decidió dentro de su alcance elaborar un modelo 2D. De esta manera, a continuación se presenta la forma en que se elaboraron dichos modelos y las consideraciones que fueron necesarias para obtener la exactitud deseada.



En cualquier programa de simulación por FEM, el primer paso es elegir el tipo de problema que se va a modelar y solucionar. En este caso, se elige el modulo para el análisis electromagnético de máquinas rotativas y se selecciona entre un análisis en estado estable o transitorio. Para esta investigación, se propuso el uso de un modelo en estado estable.

### **Pre-proceso: Definición de los parámetros de la geometría**

Como parte de los pasos de FEM, primero se construye la geometría de los núcleos de la máquina 2D. Para esto se debe contar con las dimensiones y geometría de la misma.

Para el análisis del motor se cuenta con técnicas disponibles para reducir el tiempo de procesamiento de la simulación, normalmente se puede reducir la geometría a  $1/2$ ,  $1/4$  o  $1/6$  del total, reemplazando las fronteras y haciendo uso de la periodicidad del fenómeno magnético. Por ejemplo, en un motor de 2 polos, 3 fases, 36 ranuras en el estator y 28 ranuras del rotor, este se podría modelar con un  $1/2$  de su geometría. Por lo tanto, el modelo consistiría de 18 ranuras del estator y 14 ranuras del rotor.

La elaboración del modelo geométrico del motor se puede hacer de muchas maneras. Sin embargo, la definición de la geometría del motor es recomendable hacerla parametrizando la mayoría de dimensiones de la máquina y utilizando herramientas de simetría y periodicidad en su forma. Hay diferentes razones para usar parámetros. Primero que todo, los parámetros simplifican las entradas del problema. También, el identificar las dimensiones con nombres permite hacer modificaciones mucho más fácilmente para la evaluación del modelo.

Por lo tanto, la elaboración de la geometría se inicia con la definición de diferentes parámetros que representan las dimensiones de las partes activas del motor. Dependiendo de los requerimientos en el diseño se pueden establecer varios de ellos. Para los fines de esta investigación se adaptaron y complementaron los propuestos en [Magsoft \(2006\)](#). Estos parámetros son presentados en la [Tabla 3-1](#)<sup>1</sup>.

### **Pre-proceso: Selección de los materiales para el modelo del motor**

La mayoría de programas de simulación cuentan con bibliotecas de materiales que pueden ser cargados en el modelo. Para el modelo por FEM del motor de inducción se requieren básicamente de tres tipos de materiales: cobre, aluminio y acero al silicio. Dependiendo de los fabricantes estos materiales pueden tener distintas propiedades eléctricas y magnéticas, por lo que en esta investigación se recomienda la utilización de materiales introducidos a partir de los datos del fabricante de los materiales usados en el motor a modelar.

---

<sup>1</sup>Los parámetros pueden ser visualizados sobre la geometría en la [Figura 3-5](#) y [Figura 3-6](#)

**Tabla 3-1.:** Parámetros constructivos en FLUX de las partes activas del motor

Parámetro		Descripción
AIRGAP	$b_{ag}$	Ancho del entrehierro
SOD	$D_{so}$	Diámetro externo del estator
SID	$D_{si}$	Diámetro interno del estator
SSHIGHT	$h_{ss}$	Altura de la ranura del estator
SSOPEN	$b_{so}$	Abertura de la ranura del estator
SSBR	$r_{ss1}$	Radio superior ranura del estator
SSHIGHTO	$h_{so}$	Altura entrada ranura estator
SSBR1	$r_{ss2a}$	Radio menor entrada ranura
SSBR2	$r_{ss2b}$	Radio mayor entrada ranura
RBHEIGHT	$h_{rs}$	Altura de la ranura del rotor
RBTOPR	$r_{rs1}$	Radio mayor de la ranura del rotor
RBBOTR	$r_{rs2}$	Radio menor de la ranura del rotor
ROD	$D_{ro}$	Diámetro exterior del rotor
TOPRB		Ubicación superior de las ranuras del rotor
RID	$D_{ri}$	Diámetro interno del rotor

Así, normalmente se necesita incluir datos de resistencia en el cobre y resistividad en el aluminio. Mientras que en el acero magnético se debe contar con información de la curva de magnetización, punto de saturación, pérdidas máximas, conductividad, densidad, factor de apilamiento, etc. Todos estos datos generalmente son entregados por los proveedores de dichos materiales, razón por la cual se deben conocer para la construcción de un modelo con un grado aceptable de exactitud.

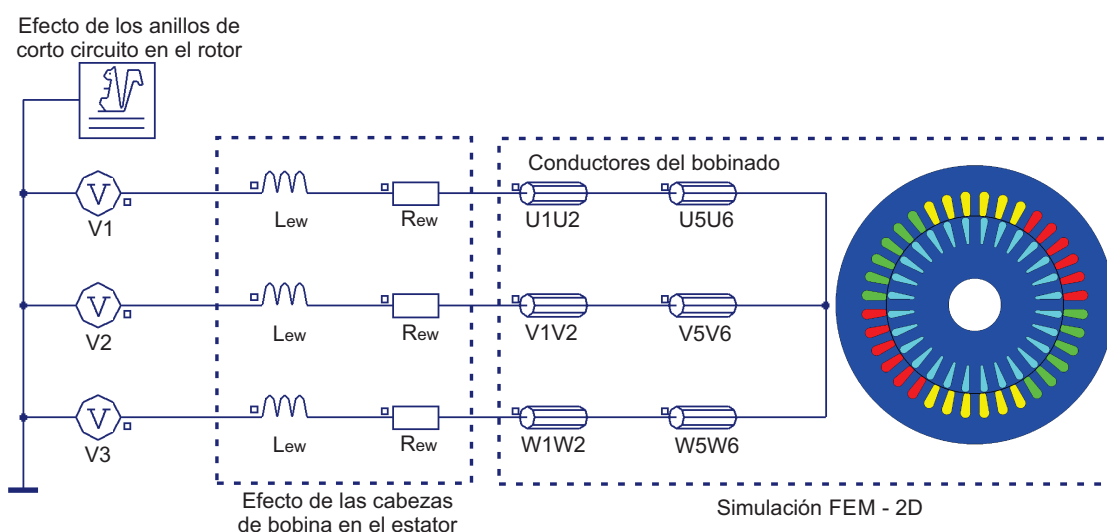
### **Pre-proceso: Consideración de los efectos de borde mediante circuito externo**

En esta investigación se consideraron los fenómenos 3D en el modelo 2D incluyendo un circuito externo acoplado al modelo por FEM.

El circuito eléctrico básicamente integra la resistencia e inductancia en las cabezas del bobinado del estator y la resistencia e inductancia del anillo de cortocircuito del rotor. Los valores de los elementos del circuito externo deben ser calculados de forma analítica con base en la geometría de dichas partes de la máquina, o medidas mediante ensayos de laboratorio antes

de la simulación por FEM. Finalmente, las ecuaciones resultantes del circuito externo son solucionadas simultáneamente con el problema por FEM.

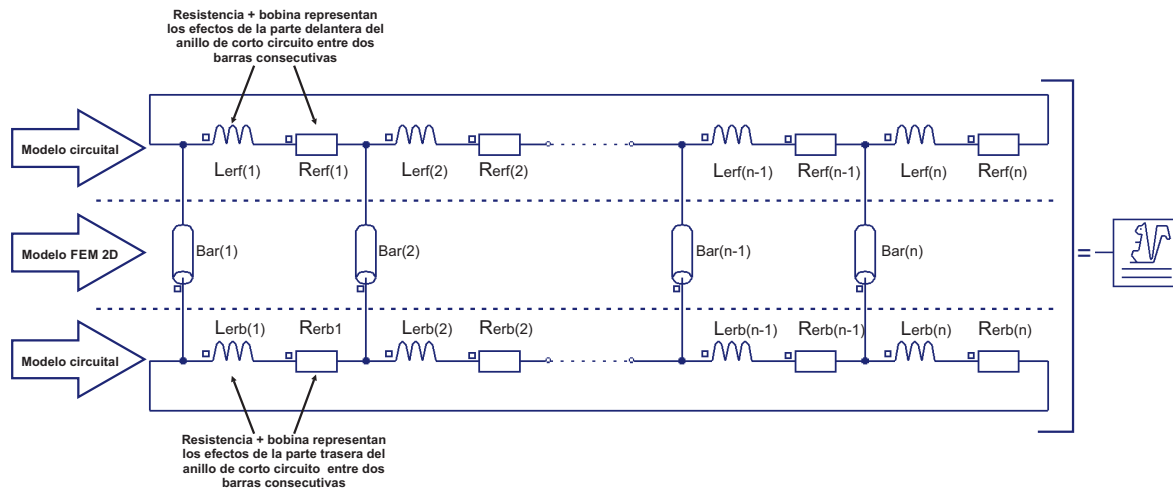
En la [Figura 3-1](#) se presenta un esquema del modelo implementado para el análisis del motor de inducción. En este se observa cómo mediante un circuito externo se incluyen las fuentes de alimentación AC y los efectos de borde por cada fase. Es importante resaltar que el acople entre el circuito externo y la simulación mediante FEM se hace a través de los elementos del circuito que representan las bobinas del estator por cada fase. En la [Figura 3-1](#) se establecen dos grupos de bobina por cada fase: U1U2/U5U6 para la fase R, V1V2/V5V6 para la fase S y W1W2/W5W6 para la fase T. Así, estos grupos de bobina se ubican de acuerdo al esquema de bobinado dentro de las ranuras del estator dibujadas en el modelo 2D, prestando especial atención al sentido de la corriente en cada lado de la bobina, el número de espiras y resistencia por cada grupo de bobina.



**Figura 3-1.:** Esquema del análisis de un motor de inducción trifásico mediante FEM-2D

En el caso de la jaula de ardilla, las barras son establecidas como conductores sólidos de un material específico, el cual en la mayoría de los casos es Aluminio al 99,5 % o 99,7 % de pureza. Entre cada dos barras, mediante el circuito externo se incluye una impedancia que representa los efectos de borde en el anillo de corto circuito por cada uno de los lados de la máquina (Ver [Figura 3-2](#)). Finalmente, en la mayoría de programas de simulación, a pesar de la independendencia eléctrica de la jaula de ardilla con el circuito del estator, esta es conectada a uno de los terminales del circuito con el fin de establecer una tierra común.

En el caso de las fuentes AC de tensión, a estas se les asigna su magnitud por fase (ej.  $220V/\sqrt{3}$ ,  $380V/\sqrt{3}$ ,  $440V/\sqrt{3}$  etc.), la frecuencia de funcionamiento ( $50Hz$ ,  $60Hz$ ) y un



**Figura 3-2.:** Acople entre FEM-2D y un circuito externo de la jaula de ardilla

desfase entre ellas de  $120^\circ$ .

Las ecuaciones analíticas usadas para el cálculo del valor de la resistencia e inductancia de dispersión en las cabezas de bobina  $R_{ew}$  y  $L_{ewl}$  y la resistencia e inductancia de dispersión en los anillos de corto circuito  $R_{er}$  y  $L_{erl}$ , coinciden con las usadas en el modelo matemático por circuito equivalente presentado en la [Sección 3.3](#), por lo que pueden ser consultadas en dicha sección.

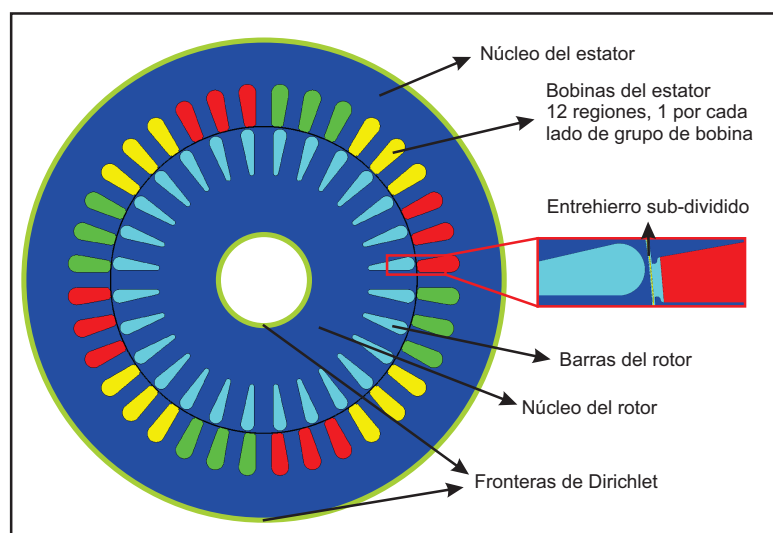
Finalmente, se debe tomar en cuenta que la simulación mediante este modelo computacional no considera de forma implícita los efectos de la temperatura en los materiales de la máquina. Por lo tanto, para el cálculo de los parámetros en el circuito externo, se deben efectuar correcciones por temperatura, los cuales también son presentados en la [Sección 3.3](#).

### Pre-proceso: Definición de los dominios del campo electromagnético

Para la simulación por FEM del motor de inducción se definen diferentes dominios con distintas propiedades físicas ([Figura 3-3](#)). Los principales dominios son ([Bianchi, 2005](#)):

- Núcleo del estator: región magnética no-conductora; Material: hierro magnético de grano no orientado.
- Núcleo del rotor: región magnética no-conductora; Material: hierro magnético de grano no orientado.
- Entrehierro: región no-conductora, no-magnética entre el núcleo del estator y rotor; Material: aire (vacío).

- Bobinado del estator: región no-magnética con varios conductores bobinados ubicados en las ranuras del estator; Material: cobre. Se introducen valores de resistencia y número de espiras.
- Barras de la jaula de ardilla: región no-magnética con conductor sólido, ubicado en las ranuras del rotor.



**Figura 3-3.:** Dominios en el modelo del motor de inducción

Las fronteras del dominio son el borde externo de la lámina del estator (con la carcasa) y el borde interno de la lámina del rotor (con el eje). Para todos los cálculos se establecen condiciones de Dirichlet en estas fronteras (Ver [Apéndice C](#)), las cuales consideran un campo magnético nulo fluyendo a través de estas fronteras. ([Bianchi, 2005](#)).

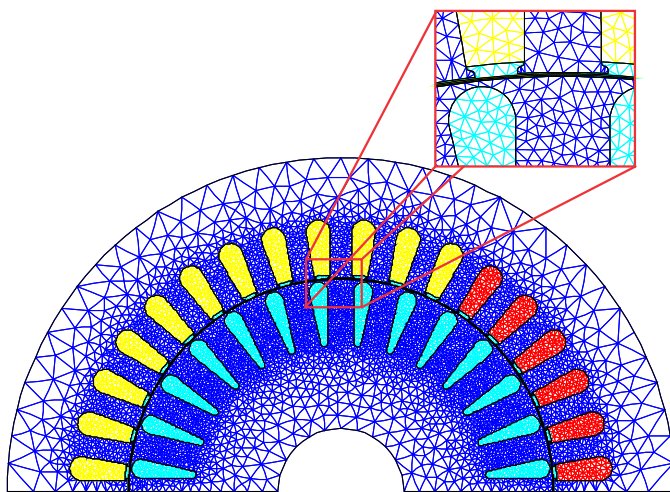
El eje del motor está fabricado en un acero no magnético, por lo que este puede ser omitido del análisis de campo ([Bianchi, 2005](#)). Por otra parte, la carcasa se fabrica generalmente de hierro fundido o aluminio AlSi-12, los cuales son malos conductores magnéticos y eléctricos frente a los utilizados en las partes activas al motor. Por lo tanto, al igual que con el eje del rotor, la carcasa es omitida del análisis de campo.

### Pre-proceso: Enmallado del dominio

Para lograr un buen análisis de este problema y con el fin de ahorrar en tiempo de cómputo, una malla fina solo se requiere alrededor del entrehierro, especialmente en estas tres áreas ([Cortés et al., 2008](#)):

- En la parte superior de las ranuras del rotor (junto al entrehierro), ya que debido al efecto Skin, la corriente a través de las barras del rotor se concentra en la parte superior de las mismas.
- Los dientes del estator. Los dientes representan una potencial región de saturación debido a la alta densidad de flujo en el área.
- El entrehierro por sí mismo. Una malla fina dentro y alrededor del entrehierro permite obtener una mejor precisión en los resultados encontrados.

Una buena práctica es establecer más de una capa de elementos en el entrehierro. Una sola capa con elementos triangulares consiste en que un lado de cada triángulo esté en contacto con una de las fronteras del entrehierro. En este caso, para analizar en concreto los fenómenos magnéticos en el entrehierro, se deben establecer dos o tres capas de elementos, subdividiendo el entrehierro en más de una región (Cortés *et al.*, 2008) (ver Figura 3-4).



**Figura 3-4.:** Enmallado del motor y en el entrehierro

Por otra parte, algunos tutoriales sugieren subdividir la región de la lámina del estator y el rotor en una región cercana y distante a las ranuras respectivamente. Así, un enmallado con mayor número de elementos se puede generar alrededor de las ranuras, mientras que hacia el borde externo en el estator y el borde interno del rotor, se genera una malla menos fina CEDRAT (2010).

Ahora, dependiendo del programa de simulación utilizado, el tamaño de los elementos en la generación de la malla se puede definir de diferentes maneras. En este punto, lo realmente importante es determinar el mejor balance entre la exactitud requerida en los resultados versus el tiempo y recursos computacionales disponibles para el análisis. Se debe tener en

cuenta que en la medida que se reduzca la geometría 2D completa a una sola porción basados en su simetría y periodicidad, la densidad en el enmallado se puede aumentar y lograr una mayor exactitud en los resultados.

Por ejemplo [Cortés \*et al.\* \(2008\)](#) utilizan 400 y 600 vértices de elementos en las divisiones de las tres zonas en el entrehierro y simula en un motor de 4 polos 1/2 geometría. [Sharifian \*et al.\* \(2003\)](#) evalúan el funcionamiento del motor mediante FEM e implementan un modelo 2D con 5462 elementos y 14502 nodos en la geometría completa de un motor trifásico de 2 polos, 3kW y 380V/50Hz.

Para la elaboración del enmallado se debe tomar en cuenta el momento y la forma en que se asignan las características de la malla deseada a la geometría ya construida. Así, es normal encontrar que primero se deben establecer las características de la malla deseada en una porción base de la geometría (ej. en la primera ranura del estator y rotor dibujada), antes de completar la geometría mediante herramientas de simetría y periodicidad. Con esto, las propiedades del enmallado se distribuyen en toda la geometría, permitiendo que las modificaciones se apliquen a todas las partes de la geometría por igual.

### **Pre-proceso: Incorporación del deslizamiento del rotor en FEM**

Para el modelo expuesto en el presente documento, se ha propuesto un análisis del motor usando simulación bajo carga en estado estable, por lo que se debe considerar como parte de la misma el deslizamiento de la máquina([Bianchi, 2005](#)). En consecuencia, se debe elegir un programa de simulación por FEM que permita simular el comportamiento del motor incluyendo este valor. Específicamente, los programas de simulación diseñados para el análisis de motores eléctricos cuentan con módulos cinemáticos y herramientas mediante las cuales se les puede dar propiedades dinámicas a la geometría. Específicamente se asignan unas regiones estáticas y otras regiones dinámicas: el estator y entrehierro en las primeras y el rotor y eje en las segundas. En un modelo con la región del entrehierro sub-dividida, se debe prestar especial atención al tipo de propiedad física asignada a cada una de esas regiones. Así por ejemplo, si el entrehierro está subdividido en dos, la parte del entrehierro con frontera en el estator deberá tener propiedades estáticas, mientras que la parte con frontera en el rotor deberá tener propiedades dinámicas [CEDRAT \(2010\)](#).

### **Procesamiento: Modulo de simulación/solución**

Dependiendo del programa de simulación usado, el proceso de solución del modelo se efectúa de diferentes maneras. Sin embargo, en general, para este paso se deben seleccionar los distintos parámetros y opciones para la solución del modelo efectuado. Por ejemplo, se deben seleccionar parámetros como la precisión mediante el valor del Gradiente Conjugado y su tolerancia y el método de solución del sistema de ecuaciones. De este último, se ajusta la

precisión, el número máximo de iteraciones y el método para calcular el factor de relación. Finalmente, se ajustan otras opciones deseadas en la simulación, tales como la variación de parámetros en el modelo, como por ejemplo el deslizamiento o cierta variable de la geometría del modelo (CEDRAT, 2010).

En el caso de la selección del método de solución del sistema, vale la pena resaltar que debido al avance en los programas de simulación, normalmente no se presta atención a este aspecto, ya que dependiendo del tipo de problema que se está solucionando el programa selecciona el método automáticamente. Por lo tanto, se resalta que para problemas no-lineales, como es el caso de los motores de inducción, el método utilizado es el de *Newton-Raphson* (Hameyer y Belmans, 1999).

Como la solución es de un problema en estado estable, la simulación del motor de inducción se efectúa para valores constantes de deslizamiento. En estos, la frecuencia del rotor es establecida como  $s\dot{f}$ , donde  $f$  es la frecuencia de alimentación. En este tipo de simulación, debido al ranurado de las láminas del estator y rotor, el resultado depende de la posición relativa del estator y rotor que es tomado en cuenta por la simulación. De este modo, otro de los parámetros de ajuste para la solución de este tipo de problemas de campo es la posición inicial del rotor. La posición relativa inicial del rotor se calcula con respecto a la posición usada en el modelo geométrico, y esta debe ser determinada de tal forma que el par electromagnético sea igual al valor promedio en un ciclo de la variación del par electromagnético cuando la posición del rotor cambia con respecto al estator (Magsoft-Corporation, 2006). Con esto, una vez se han ajustado todas las opciones para la solución, se compila el modelo.

### **Pos-proceso: análisis de los resultados para la determinación de las pérdidas en el modelo del motor de inducción**

El pos-proceso se puede considerar como uno de los pasos más importantes en el análisis mediante FEM, ya que es donde se obtienen y analizan los resultados del procesamiento computacional. Por ende, si no se efectúa un pos-proceso de forma correcta, los resultados serán erróneos.

En las máquinas electromagnéticas hay una gran cantidad variables para analizar. Para el análisis de las pérdidas y eficiencia mediante FEM, en el pos-proceso se calculan dos tipos de pérdidas básicamente: las pérdidas magnéticas, también llamadas pérdidas en el hierro y las pérdidas por efecto Joule en los conductores sólidos y bobinas (Cortés *et al.*, 2008).

En un análisis de estado estable hay diferentes formas para calcular dichos valores de pérdidas y eficiencia. Uno es simulando el funcionamiento en vacío de la máquina ( $s \approx 0$ )<sup>2</sup> para

---

<sup>2</sup>En los programas de simulación el deslizamiento se ajusta en un valor pequeño, como por ejemplo  $s =$



calcular las pérdidas magnéticas en los núcleos del estator y rotor, esto mediante la medición de la potencia consumida por las fuentes de alimentación del circuito externo. Las demás pérdidas se hallan simulando el funcionamiento con rotor bloqueado ( $s = 1$ ), donde se analizan las pérdidas por efecto joule en el rotor y estator de la máquina (Bianchi, 2005; Magsoft-Corporation, 2006).

Sin embargo, estos valores de pérdidas y eficiencia se pueden calcular en una simulación en estado estable con carga nominal<sup>3</sup>. Estos cálculos del pos-proceso se hacen de diferentes maneras de acuerdo al programa seleccionado. Por ejemplo, el *software* Flux (Magsoft-Corporation, 2006, Sección 6,6) presenta un procedimiento para el cálculo de los principales parámetros, pérdidas y eficiencia en un motor de inducción. Estos pueden ser hallados de forma directa o indirecta (Ver Apéndice C).

### 3.3. Modelo matemático mediante el circuito equivalente por fase del motor de inducción tipo jaula de ardilla

En el análisis de los motores eléctricos, solo el análisis mediante el método de los elementos finitos (FEM) o el análisis por el método extendido de circuito magnético (EMCM) son capaces de entregar resultados realistas de la distribución del campo magnético en el motor. Sin embargo, estos métodos requieren generalmente de un gran procesamiento computacional y por lo tanto son usados principalmente para el refinamiento del diseño, más no en los algoritmos de diseño y optimización preliminares o directos (HO y FU, 1998). Por consiguiente, para el desarrollo de una metodología de diseño basada en métodos de optimización bio-inspirados, se requiere de un modelo matemático basado en el análisis del modelo del circuito equivalente por fase del motor de inducción. Para esto, a continuación se presentan las ecuaciones necesarias para la determinación de los parámetros del circuito y el análisis del comportamiento de la máquina a partir de dicho modelo.

A pesar de que una gran cantidad de información sobre el cálculo de los parámetros del circuito equivalente puede ser encontrada en la literatura, no es fácil encontrar una colección completa de las ecuaciones requeridas y los algoritmos relacionados (Boglietti *et al.*, 2011a). Por lo tanto, en esta sección del documento se presenta una importante recopilación de dichas ecuaciones, las cuales fueron usadas para la construcción del modelo y utilización en la metodología de diseño propuesta en esta investigación.

---

$1 \times 10^{-6}$

<sup>3</sup>para esto se debe simular al deslizamiento nominal y posición relativa del rotor-estator adecuada. Por lo tanto, el deslizamiento se debe conocer previamente o se puede identificar mediante la simulación de varios puntos de deslizamiento y el cálculo de la potencia de salida

### 3.3.1. Dimensiones geométricas de las láminas magnéticas

Para el desarrollo del modelo analítico mediante el circuito eléctrico equivalente, es necesario establecer unas variables y parámetros en la geometría de la lámina del estator y rotor del motor que se va a modelar. Se proponen entonces las variables y parámetros que se muestran en la [Figura 3-5](#) y [Figura 3-6](#), las cuales se explican en la Lista de Símbolos del documento y usan a lo largo de la tesis.

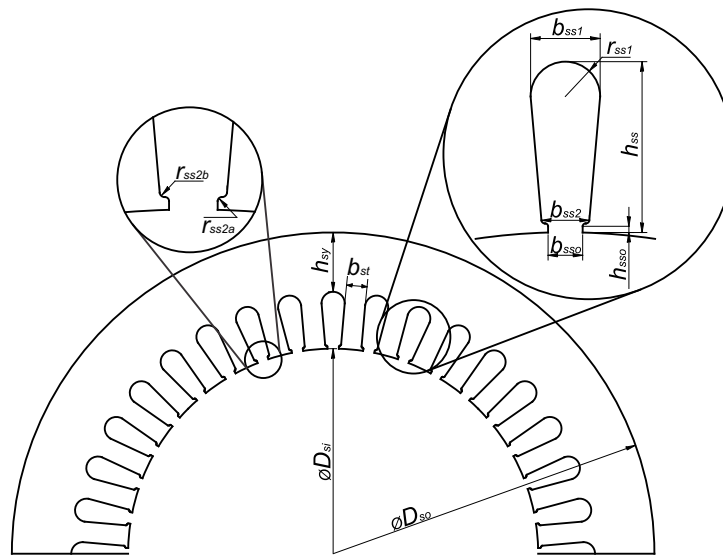


Figura 3-5.: Geometría láminas del núcleo del estator

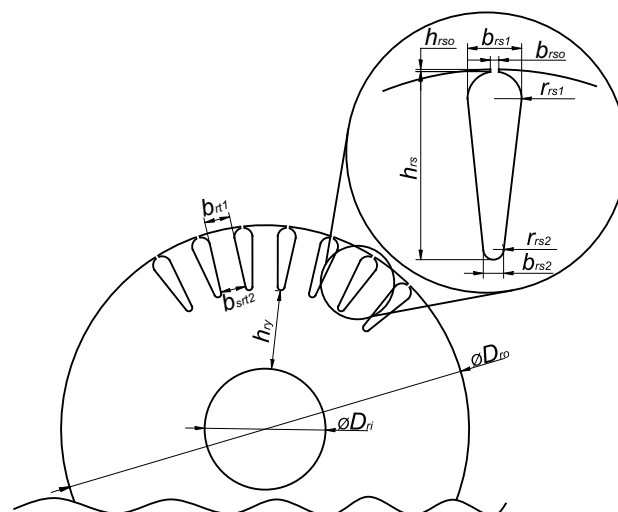


Figura 3-6.: Geometría láminas del núcleo del rotor

### 3.3.2. Pasos de ranura y longitud del núcleo

De la geometría de las láminas del rotor y estator se destacan dos parámetros en particular. Estos son el paso de ranura del estator y rotor ( $\tau_s$  y  $\tau_r$  respectivamente). Estos están dados por las Ecuaciones (3-3) y (3-4).

$$\tau_s = \frac{\pi D_{si}}{N_s} \quad (3-3)$$

$$\tau_r = \frac{\pi D_{ro}}{N_r} \quad (3-4)$$

Por otro lado, la longitud de los núcleos está ligada al espesor de la lámina  $t_i$ , el número de láminas apiladas y un factor de apilamiento  $K_i$ . Por lo tanto, la longitud en bruto de los núcleos está dada por la Ecuación (3-5) y la longitud neta del núcleo por la Ecuación (3-6).

$$l_g = \text{Número láminas} \cdot t_i \quad (3-5)$$

$$l = K_i \cdot l_g \quad (3-6)$$

### 3.3.3. Análisis del circuito magnético: Cálculo de la corriente de magnetización

El circuito magnético de un motor de inducción está conformado por materiales ferromagnéticos y espacios de aire llamados entrehierros (Pyrhonen *et al.*, 2009, Capítulo 3). El estudio del circuito magnético se basa en el análisis de la densidad e intensidad de campo magnético  $\vec{B}$ ,  $\vec{H}$  en diferentes partes de la máquina, lo cual está gobernado por la ley de Ampere. Así, primero se selecciona una adecuada densidad de campo magnético en el entrehierro del motor  $B_{ag}$  y luego se halla la correspondiente intensidad de campo  $H$  en diferentes partes de la máquina (Pyrhonen *et al.*, 2009).

Para llegar al análisis del circuito magnético y el cálculo de la corriente de magnetización, primero se debe presentar el factor de Carter  $K_c$ , con el cual se toma en cuenta el efecto del ranurado en la densidad de campo magnético en el entrehierro del motor.

#### Entrehierro y el factor de Carter

Normalmente en un motor de inducción, la superficie del estator y el rotor están divididas por ranuras. Por lo tanto,  $B_{ag}$  no es uniforme en el entrehierro, pues esta siempre decrece en las aberturas de las ranuras, por lo que se torna complicado definir la densidad de flujo magnético promedio del paso de ranura entre el estator y el rotor (Pyrhonen *et al.*, 2009, Sección 3.1).

Para tomar en cuenta este efecto en  $B_{ag}$ , se define el principio de Carter, el cual dice que durante el funcionamiento del motor, en promedio, el entrehierro pareciera ser más largo que su medida real así, la longitud física del entrehierro  $l_{ag}$  aumenta con el factor de Carter  $K_c$  (Pyrhonen *et al.*, 2009, Sección 3.1).

$K_c$  está dado por la Ecuación (3-7), donde  $K_{cs}$  y  $K_{cr}$  corresponden al factor de Carter para el estator y rotor con ranuras abiertas (Ecuaciones 3-8 y 3-9) (Boglietti *et al.*, 2008b; Pyrhonen *et al.*, 2009).

$$K_c \approx K_{cs} \cdot K_{cr} \quad (3-7)$$

$$K_{cs} = \frac{\tau_s}{\tau_s - kb_{sso}} \quad (3-8)$$

$$K_{cr} = \frac{\tau_r}{\tau_r - kb_{rso}} \quad (3-9)$$

Donde para  $K_{cs}$

$$k = \frac{2}{\pi} \left[ \arctan \left( \frac{b_{sso}}{2l_{ag}} \right) - \frac{2l_{ag}}{b_{sso}} \ln \sqrt{1 + \left( \frac{b_{sso}}{2l_{ag}} \right)^2} \right] \approx \frac{b_{sso}}{5l_{ag} + b_{sso}}$$

Y para  $K_{cr}$

$$k = \frac{2}{\pi} \left[ \arctan \left( \frac{b_{rso}}{2l_{ag}} \right) - \frac{2l_{ag}}{b_{rso}} \ln \sqrt{1 + \left( \frac{b_{rso}}{2l_{ag}} \right)^2} \right] \approx \frac{b_{rso}}{5l_{ag} + b_{rso}}$$

Por otra parte,  $l_{ag}K_cK_s$  corresponde al entrehierro efectivo, el cual incluye la longitud del entrehierro con el Factor de Carter ( $K_c$ ) y el efecto de la saturación del hierro (Factor de saturación  $K_s$ ), lo cual incrementa el entrehierro aparente.

### Valor de la densidad de flujo magnético en el entrehierro del motor

Para el diseño de los motores de inducción, el valor de  $B_{ag}$  se elige como un parámetro de entrada para el problema. Dependiendo del número de polos de la máquina ( $2p$ ), los valores de  $B_{ag}$  se encuentra en los siguientes rangos de acuerdo a Boldea y Nasar (2010).

- $B_{ag} = (0,5 - 0,75)T$  para motores de  $2p = 2$ .
- $B_{ag} = (0,65 - 0,78)T$  para motores de  $2p = 4$ .
- $B_{ag} = (0,7 - 0,82)T$  para motores de  $2p = 6$ .

- $B_{ag} = (0,75 - 0,85)T$  para motores de  $2p = 8$ .

[Pyrhonen et al. \(2009\)](#) indican que la densidad de flujo magnético en el entrehierro para motores asincrónicos debe ser de  $(0,7 - 0,9)T$ , mientras que [Nieves y Robles \(1995\)](#) presentan una tabla con valores de densidad de flujo magnético por número de polos y potencia de la máquina. Los valores normales están entre  $(0,58 - 0,68)T$  para 2 polos,  $(0,75 - 0,819)T$  para 4 polos y  $(0,735 - 0,755)T$  para 6 polos. En todos estos, los motores con mayor potencia tienen los menores valores de  $B_{ag}$ .

En condiciones de saturación magnética de los materiales, la forma de onda de la densidad de flujo magnético en el entrehierro producida por la mmf fundamental es distorsionada ([Boglietti et al., 2008b](#)). En estas condiciones, el pico de la densidad de flujo en los dientes y yugos de las láminas no dependen de la amplitud de la densidad de flujo en el entrehierro, sino de un valor menor (aplanamiento de la onda sinusoidal)  $B_{agm}$ .

De acuerdo a [Boldea y Nasar \(2010\)](#), para tener en cuenta el aplanamiento de la densidad de flujo magnético,  $B_{ag}$  es remplazado en la industria por el valor real máximo  $B_{agm}$  en un ángulo  $\theta = 30^\circ/p$ . Con esto,  $B_{ag} = B_{agm}/\cos 30^\circ = 2B_{agm}/\sqrt{3}$ . Para tomar en cuenta este efecto, al valor calculado final de la mmf  $F_m$  es multiplicado por  $2/\sqrt{3} = 1/\cos(30^\circ)$ .

### Análisis del circuito magnético

En el circuito magnético del motor de inducción, el flujo penetra el entrehierro y la sección de los dientes en dos partes iguales en los yugos del estator y el rotor. Para esto, se puede considerar la línea de campo magnético dibujada en la [Figura 3-7](#).

Debido a la distribución sinusoidal a lo largo de la periferia del motor del mmf y  $B_{ag}$ , es suficiente analizar las componentes de la mmf (valores pico) en el hierro y el entrehierro de la máquina ([Boldea y Nasar, 2010](#), Capítulo 5):

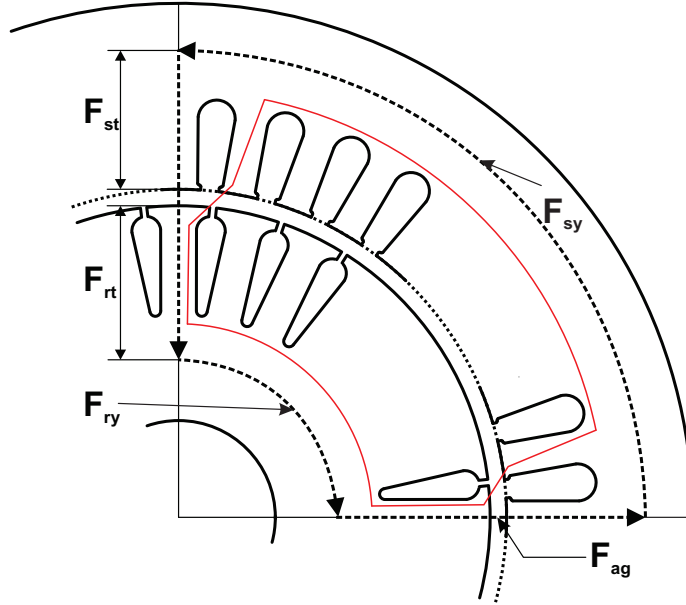
- fmm en los dientes del estator y rotor  $F_{st}, F_{rt}$ .
- fmm en el yugo del estator y el rotor  $F_{sy}, F_{ry}$ .
- fmm en el entrehierro  $F_{ag}$ .

El valor total de mmf  $F_m$  está dado por la Ecuación (3-10), la cual proviene de aplicar la ley de Ampere a lo largo de las líneas de flujo ([Pyrhonen et al., 2009](#); [Boldea y Nasar, 2010](#)).

$$2F_m = (2F_{ag} + 2F_{st} + 2F_{rt} + F_{sy} + F_{ry}) \quad (3-10)$$

Donde

$$2F_{ag} = 2K_c l_{ag} \frac{B_{ag}}{\mu_0} \quad (3-11)$$



**Figura 3-7.:** Camino del flujo magnético. Imagen adaptada de [Boldea y Nasar \(2010\)](#)

$$2F_{st} = H_{st}(2h_{ss}) \quad (3-12)$$

$$2F_{rt} = H_{rt}(2(h_{rs} + h_{rso})) \quad (3-13)$$

$$F_{sy} = l_{syav} H_{syav} \quad (3-14)$$

$$F_{ry} = l_{ryav} H_{ryav} \quad (3-15)$$

$H_{st}(B_{st})$ ,  $H_{rt}(B_{rt})$ ,  $H_{syav}(B_{syav})$  y  $H_{ryav}(B_{ryav})$  deben ser determinados de la curva de magnetización  $B/H$  de la lámina magnética que se está usando, donde:

$$B_{st} = \frac{B_{ag}\tau_s}{b_{st1}} \quad (3-16)$$

$$B_{rt} = \frac{B_{ag}\tau_r}{(b_{rt1} + b_{rt2})/2} \quad (3-17)$$

$$B_{syav} = B_{sy} \left( \frac{1 + 4 \cos(60^\circ) + \cos(30^\circ)}{6} \right) \quad (3-18)$$

$$B_{ryav} = B_{ry} \left( \frac{1 + 4 \cos(60^\circ) + \cos(30^\circ)}{6} \right) \quad (3-19)$$

$H_{syav}(B_{syav})$  y  $H_{ryav}(B_{ryav})$  son calculados a partir del valor medio de tres puntos en el yugo del estator y rotor:  $B_{s,ry}$ ,  $B_{s,ry} \cos(60^\circ)$  y  $B_{s,ry} \cos(30^\circ)$ , donde:

$$B_{sy} = \frac{1}{\pi} \frac{\pi D_{si}}{2p} \frac{2B_{ag}}{\sqrt{3}h_{sy}} \quad (3-20)$$

$$B_{ry} = \frac{1}{\pi} \frac{\pi D_{si}}{2p} \frac{2B_{ag}}{\sqrt{3}h_{ry}} \quad (3-21)$$

y

$$l_{syav} = 0,88 \exp^{-0,4B_{sy}^2} \frac{\pi(D_{so} - h_{sy})}{2p} \quad (3-22)$$

$$l_{ryav} = 0,88 \exp^{-0,4B_{ry}^2} \frac{\pi(D_{ri} + h_{ry})}{2p} \quad (3-23)$$

De acuerdo a lo expuesto en el apartado anterior,  $F_m$  máximo será igual a  $2F_m/\sqrt{3}$ .

### Coeficientes de saturación de los materiales

El factor de saturación está dado básicamente por la razón entre la mmf total y la mmf en el entrehierro de la máquina. A partir del cálculo del circuito magnético se puede determinar el factor de saturación total  $K_s$  mediante la Ecuación (3-24).

$$K_s = \frac{F_m}{2F_{ag}} = K_{st} + K_{sc} - 1 \quad (3-24)$$

Los factores de saturación en los dientes del estator y rotor  $K_{st}$  y en los yugos de la máquina  $K_{sy}$  están dados en la Ecuación (3-25) y (3-26).

$$K_{st} = 1 + \frac{2(F_{st} + F_{rt})}{2F_{ag}} \quad (3-25)$$

$$K_{sy} = 1 + \frac{F_{sy} + F_{ry}}{2F_{ag}} \quad (3-26)$$

Como se mencionó en los apartados anteriores, ante la saturación de las partes magnéticas del motor, la onda de flujo magnético se ve alterada (aplanada). Este efecto se puede representar mediante los factores de forma  $K_f$  y aspecto del flujo magnético  $\alpha_i$ . Estos factores dependen de la saturación de los dientes en el estator Ecuación (3-25) y pueden hallarse a partir de curvas que se encuentran en la literatura (Boldea y Nasar, 2010, Capítulo 14)(Pyrrhonon *et al.*, 2009, Capítulo 7).

De acuerdo a [Pyrhonen et al. \(2009\)](#), el valor de  $\alpha_i = 0,64$  corresponde a una máquina no saturada y puede ser utilizado como parámetro inicial de diseño. De igual manera, el mayor valor teórico de  $\alpha_i = 1$ , sin embargo en la práctica  $\alpha_i$  no excede el valor de 0,85. [Boglietti et al. \(2008b\)](#) ofrecen una objetiva explicación del comportamiento de la densidad de campo magnético frente a la saturación de los materiales y algoritmos para el cálculo de las mmf.

### Corriente de magnetización

Con el motor funcionando sin carga, la mayor influencia de la máquina se presenta en sus partes magnéticas. Es así que el mayor porcentaje de la corriente que requiere la máquina, que es conocido como corriente en vacío  $I_0$ , es requerido para la magnetización de la misma. Este porcentaje es conocido como corriente de magnetización  $I_m$  y está dado a partir de la ecuación de la amplitud de la mmf total de la máquina funcionando sin carga, Ecuación (3-27).

$$F_m = \frac{3N_{tpp}I_0\sqrt{2}K_w}{\pi p} \quad (3-27)$$

Normalmente se supone que durante un funcionamiento sin carga del motor la mayor potencia corresponde a la necesaria para la magnetización del motor,  $I_m = I_0$ , por lo que despejando la Ecuación (3-27),  $I_m$  está dado por la Ecuación (3-28).

$$I_m = \frac{\pi p(F_m/2)}{3N_{tpp}\sqrt{2}K_w} \quad (3-28)$$

Este parámetro será de gran importancia al momento de calcular los parámetros del circuito equivalente de la máquina.

### 3.3.4. Ecuaciones para el diseño del bobinado de la máquina

En un motor de inducción tipo jaula de ardilla las ranuras del estator son ocupadas por conductores eléctricos aislados entre sí y con el núcleo, y conectados entre ellos para constituir el bobinado. El diseño de los bobinados en las máquinas polifásicas consiste básicamente en asignar bobinas a las ranuras del estator por cada fase, establecer la dirección de las corrientes en las bobinas mediante la conexión entre ellas por fase, y finalmente, calcular el número de vueltas en las bobinas y el calibre del conductor ([Boldea y Nasar, 2010](#)).

El diseño de los diferentes tipos de bobinado es un tema complejo y depende en gran medida de las características del motor que se esté diseñando. Para profundizar en el diseño de bobinados hay una gran cantidad de bibliografía ([Boldea y Nasar, 2010](#), Capítulo 4), ([Pyrhonen et al., 2009](#), Capítulo 2), ([Langsdorf, 1979](#), Capítulo 4). Sin embargo, como se presentará en el Capítulo 5, las variables correspondientes al bobinado no se consideran como variables de optimización, aun cuando el bobinado debe ser re-calculado con cada nueva configuración



de las dimensiones del núcleo. Por ejemplo, [Agamloh et al. \(2013\)](#) y [Alberti et al. \(2011, 2013\)](#) han trabajado en el mejoramiento de la eficiencia del motor aumentando la longitud del núcleo del motor, para lo cual ellos indican la necesidad de un re-cálculo del número de espiras en la máquina.

A continuación se exponen únicamente las ecuaciones básicas que representan un bobinado concéntrico, de una sola capa y con conexión por polos, el cual es común en motores de baja potencia:

Cantidad total de bobinas.

$$Q = \frac{N_s}{2} \quad (3-29)$$

Cantidad de bobinas por fase.

$$Q' = \frac{Q}{m} \quad (3-30)$$

Cantidad de bobinas por polo y por fase.

$$Q'' = \frac{Q}{2pm} \quad (3-31)$$

Cantidad de ranuras por polo y por fase.

$$q = \frac{N_s}{2pm} \quad (3-32)$$

Paso polar y paso de ranura.

$$\tau = y = \frac{N_s}{2p} \quad (3-33)$$

Desplazamiento entre fases.

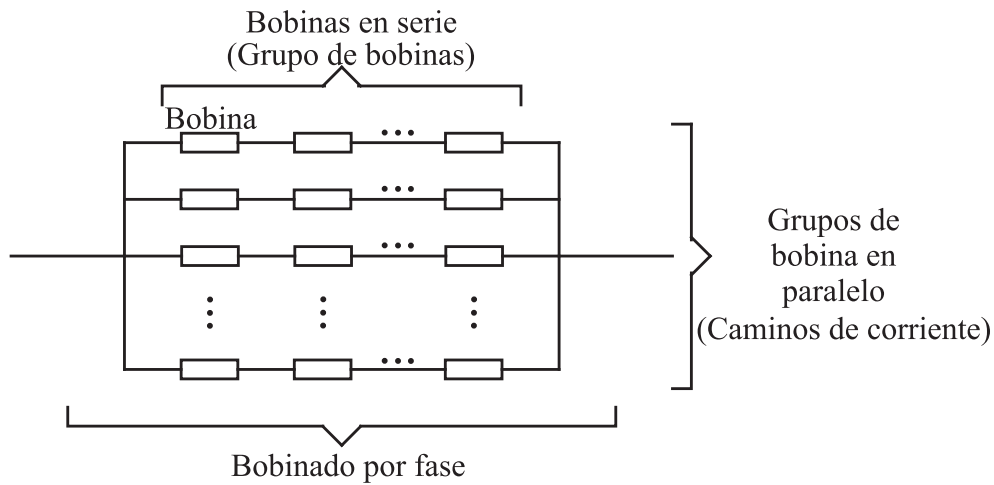
$$\text{Desplazamiento entre fases} = \tau \frac{2}{3} \quad (3-34)$$

De forma general, un bobinado por fase está conformado como se muestra en la [Figura 3-8](#). Para el caso,  $N_{tc}$  es el número de espiras (vueltas) por bobina <sup>4</sup> y  $N_{pc}$  es el número de caminos de corriente por fase.

A partir de lo anterior, como cada bobina ocupa dos ranuras (en un esquema de capa sencilla), el *número de bobinas en serie por fase por camino de corriente* está dado por la Ecuación (3-35) <sup>5</sup>. Con lo anterior, el *número de espiras por fase* está dado por la Ecuación (3-36) y

<sup>4</sup>el número de conductores en una ranura es igual al producto entre  $N_{tc}$  y  $N_{pw}$ , donde  $N_{pw}$  es el número de conductores en paralelo por cada espira

<sup>5</sup>En una conexión con un solo camino de corriente ( $N_{pc} = 1$ ) todas las bobinas están conectadas en serie, el número de bobinas en serie es igual al número total de bobinas por fase



**Figura 3-8.:** Diagrama unifilar del bobinado por fase de un motor

el número de espiras por fase por camino de corriente por la Ecuación (3-37). Se debe tener especial precaución en el momento de calcular la impedancia del bobinado del estator por fase, puesto que estos parámetros intervienen en este cálculo.

$$N_{scp} = \frac{N_s}{(2mN_{pc})} \quad (3-35)$$

$$N_{tp} = pqN_{tc} = \frac{N_s N_{tc}}{2m} \quad (3-36)$$

$$N_{tpp} = \frac{pqN_{tc}}{N_{pc}} = \frac{N_s N_{tc}}{2mN_{pc}} \quad (3-37)$$

Otro de los factores que intervienen en el cálculo del bobinado son el factor de relleno  $K_{sf}$  de las ranuras. Este factor hace relación al porcentaje del área de la ranura que puede ser ocupado por los conductores de cada bobina. Se deben tener en cuenta los aislamientos de las ranuras, el tamaño del motor y el alcance de la técnica constructiva usada por los fabricantes.

### El factor de bobinado

El factor de bobinado  $K_w$  indica la característica del bobinado para producir armónicos, por lo que se debe tomar en cuenta para el cálculo de las corrientes de fuga en el bobinado (Pyrhonen *et al.*, 2009). Lo anterior debido a que el bobinado se encuentra espacialmente distribuido en las ranuras del estator, por lo que el flujo de campo que atraviesa el bobinado no cruza todas las bobinas simultáneamente, pero si con un cierto desfase. Por lo tanto, el

factor de bobinado se relaciona con la distribución de la densidad de flujo en el entrehierro de la máquina, el cual, cuando se mueve con respecto del bobinado, induce tensiones en los conductores del mismo.

El factor de bobinado  $K_w$  (Ecuación 3-38) depende del número de ranuras donde se alojan las bobinas de la fase, la separación de estas ranuras, del paso de bobina, entre otros, y siempre es menor que 1. Este factor está dado por el producto entre el factor de distribución  $K_d$  (Ecuación 3-39) y el factor de paso o recorte  $K_q$  (Ecuación 3-38) (Pyrhonen *et al.*, 2009).

$$K_w = K_q \cdot K_y \quad (3-38)$$

$$K_d = \frac{\sin(\pi/6)}{q \sin(\pi/(6q))} \quad (3-39)$$

$$K_q = \sin\left(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{y}{\tau}\right) \quad (3-40)$$

### Cálculo del número de espiras del bobinado

Para el análisis del motor mediante el modelo matemático por circuito equivalente, se cuenta con datos iniciales de diseño como el número de ranuras y esquema de bobinado. Ahora, es necesario calcular el número de espiras por fase. Este valor se basa en el flujo de campo magnético por polo  $\phi_m$  (Corrales Martín, 1982). El flujo de campo magnético está dado por la Ecuación (3-43)

$$\phi_m = \alpha_i \tau l B_{ag} \quad (3-41)$$

Ahora, la fuerza electromotriz emf en el entrehierro por fase  $E_{ag}$  se puede escribir en términos del flujo de campo magnético en el entrehierro  $\phi_m$  y el número de espiras por fase  $N_{tpp}$ . Despejando el número de espiras por fase por camino de corriente, este puede ser calculado mediante la Ecuación (3-42)

$$N_{tpp-prev} = \frac{K_E(V_n/\sqrt{3})}{4K_f K_w f \phi_m} \quad (3-42)$$

Con este valor, y a través de la Ecuación (3-43), se halla el número de conductores por bobina (espiras en cada ranura), el cual deberá ser redondeado a un valor entero.

$$N_{tc} = \frac{N_{pc} N_{tpp-prev}}{pq} \quad (3-43)$$

Con el valor  $N_{tc}$  se recalculan  $N_{scp}$ ,  $N_{tp}$  y  $N_{tpp}$  mediante las Ecuaciones (3-35), (3-36) y (3-37) respectivamente. Adicionalmente, como se vio en el cálculo del flujo de campo magnético en el entrehierro, se requiere del valor de la densidad de flujo magnético en el entrehierro  $B_{ag}$ , el cual es seleccionado de acuerdo a lo presentado en el Sección 3.3.3. Para esto se utiliza

la Ecuación (3-44), y este deberá ser el valor usado para el resto de cálculos en el modelo matemático

$$B_{ag} = B_{ag} \frac{N_{tpp-prev}}{N_{tpp}} \quad (3-44)$$

### Cálculo del calibre de los conductores en el bobinado

El cálculo del calibre de los conductores se puede hacer de varias maneras. Muchas de estas estrategias están basadas en la práctica y son particulares de cada fabricante. Por ejemplo, a partir de un valor de eficiencia y factor de potencia deseados en el diseño se calcula la corriente nominal del motor  $I_n$ . Con este valor y un valor de densidad de corriente recomendada se calcula el área de los conductores. A partir de ello se elige el calibre de los mismos.

Sin embargo, para efectos del modelo propuesto, donde se cuenta con una geometría establecida, y a partir del análisis teórico y el cálculo de los parámetros del circuito equivalente se hallan las variables de funcionamiento como la corriente, eficiencia y factor de potencia, se propone la siguiente forma para el cálculo del calibre de los motores.

Primero se debe tener el área de la ranura  $S_{ss}$ , el número de espiras por bobina  $N_{tc}$  y un factor de relleno  $K_{sf}$  que contemple los aislamientos y tapa de la ranura, así como las técnicas de fabricación convencionales o disponibles. Para el cálculo del área de la ranura del estator, se puede utilizar la Ecuación (3-45) para el caso de la geometría presentada en la Figura 3-5.

$$S_{ss} = \frac{\pi b_{ss1}^2}{4} + \frac{(b_{ss1} + b_{ss2}) \cdot (h_{ss} - b_{ss1}/2 - r_{ss2a} - r_{ss2b} - h_{sso})}{2} \quad (3-45)$$

Ahora, el factor de relleno se puede definir como el porcentaje de la ranura que puede ser ocupado por los conductores y aislamientos de tal forma que sea constructivamente viable. Este factor puede ser considerado de varias formas. Para este caso, y basados en la práctica, el factor de relleno  $K_{sf}$  debe estar entre el 50% y 56% del área de la ranura, ya que se considera el porcentaje restante como espacio necesario para el material dieléctrico y la organización de los conductores.

Con estos dos parámetros se eligen los conductores cuya área de sección transversal equivalente ocupe el porcentaje del factor de relleno para el área de la ranura del estator. Para esto, se pueden utilizar dos, tres o más conductores del mismo calibre o calibres diferentes conectados en paralelo ( $N_{pw}$  número de conductores en paralelo por espira). Normalmente se elige la mejor configuración entre conductores de calibre 15AWG a 29AWG, lo cual debe ser consistente con el tamaño constructivo del motor, siendo los calibres entre 18AWG a 23AWG los más usados en motores con potencias entre 3.0kW y 7.5kW.

Con este cálculo se halla el área equivalente de los conductores  $S_{cu}$ , el cual está dado por la Ecuación (3-46).

$$S_{cu} = \sum_{i=1}^{N_{pw}} \frac{\pi}{4} d_{wi}^2 \quad (3-46)$$

### 3.3.5. Cálculo de las resistencias en las bobinas del estator y la jaula de ardilla en el rotor

En los motores tipo jaula de ardilla, las resistencias están dadas por el tipo de material usado, y en el caso del estator por el diseño del bobinado y en el rotor por la geometría de las ranuras y anillos de corto circuito.

#### Cálculo de la resistencia de las bobinas del estator

Para el cálculo de la resistencia de las bobinas del estator por fase se utilizó como referencia las ecuaciones presentadas por [Boglietti et al. \(2008a, 2011a\)](#), [Boldea y Nasar \(2010\)](#) y [CEDRAT \(2010\)](#). La resistencia está dada en la Ecuación (3-47).

$$R_s = \rho_{cu} \frac{N_{tpp} l_{tw}}{S_{cu}} K_R \quad (3-47)$$

Donde  $S_{cu}$  es el área equivalente de los conductores usados para conformar cada espira. Esta sección transversal está dada en la Ecuación (3-46).

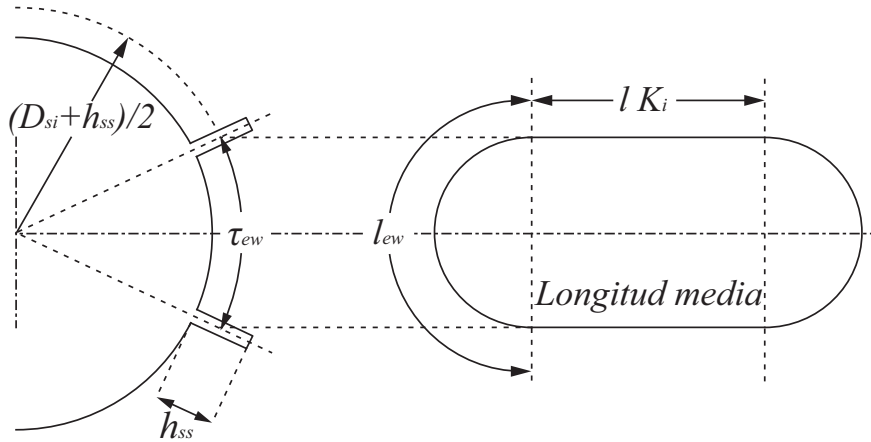
Por su parte,  $l_{tw}$  es la longitud media por espira y está compuesta por la suma de dos contribuciones: La parte de la espira embebida en la ranura ( $l$ ) y la correspondiente a la cabeza de bobina que sobresale del núcleo ( $l_{ew}$ ) ([Boglietti et al., 2011a](#)). Estas se presentan en las Ecuaciones (3-48) a (3-50) y la geometría se puede observar en la [Figura 3-9](#).

$$l_{tw} = 2(l + l_{ew}) \quad (3-48)$$

$$l_{ew} = K_{ew} \tau_{ew} \quad (3-49)$$

$$\tau_{ew} = \frac{\pi}{2p} (D_{si} + h_{ss}) \quad (3-50)$$

$K_{ew}$  es el coeficiente de forma de las cabezas de bobina. De acuerdo a [Boglietti et al. \(2008a, 2011a\)](#), este valor es cercano a  $\pi/2$  para arrollamientos de alambre. El valor de la longitud de las cabezas  $l_{ew}$  varía entre autores. Por ejemplo, [Nieves y Robles \(1995\)](#) considera que la longitud media de los alambres en las cabezas de bobina es 1.8 veces el paso polar  $\tau$  calculada en el diámetro interior del estator ( $D_{si}$ ). Por su parte, [CEDRAT \(2010\)](#) considera para el cálculo de  $\tau_{ew}$  el punto de medición en la parte superior de la ranura. [Boglietti et al.](#)



**Figura 3-9.:** Determinación de la longitud media de una vuelta de bobina. Imagen adaptada de Boglietti *et al.* (2011a)

(2011a) incluyen en el cálculo de  $\tau_{ew}$  una componente relacionada con la reducción de paso del bobinado expresado en número de ranuras. Sin embargo, esta reducción no aplica para el tipo de bobinado propuesto. Finalmente, basados en las mediciones de resistencia efectuadas en laboratorio <sup>6</sup>, se determinó que un coeficiente  $K_{ew} = 1,1$  daba un mejor resultado en el cálculo analítico para este tipo de máquinas.

Para el cálculo de la resistencia en las cabezas de bobina se puede utilizar la Ecuación (3-51), en la cual se reemplaza la longitud total de la espira por la longitud media de la cabeza de bobina.

$$R_{ew} = \rho_{cu} \frac{N_{tpp} l_{ew}}{S_{cu}} K_R \quad (3-51)$$

Finalmente, para un funcionamiento a 60Hz, el tamaño del conductor es pequeño con respecto a la penetración del campo  $\delta$ , el cual está dado por la Ecuación (3-52).

$$\delta = \sqrt{\frac{\rho}{\mu_0 \pi f}} \quad (3-52)$$

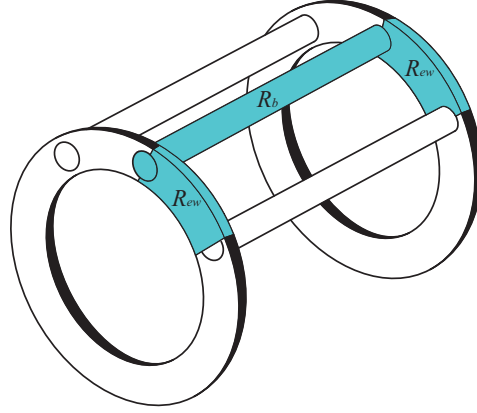
En otras palabras, el efecto skin en los conductores del estator es despreciable. Por lo tanto, la resistencia de los conductores AC y DC es igual y el factor  $K_R = 1$  (Boldea y Nasar, 2010).

### Cálculo de la resistencia de la jaula de ardilla

Para el cálculo de la resistencia de la jaula de ardilla se asume que el número de fases en el rotor es igual al número de barras  $N_r$  del mismo, y por lo tanto la resistencia por fase de la

<sup>6</sup>Como parte de la componente experimental del trabajo, se efectuaron 54 ensayos de eficiencia en distintas máquinas. En cada caso se hizo la medición de resistencia DC a temperatura ambiente mediante micrómetro, el cual está basado en mediciones con el método de equilibrio del puente de Wheatstone

jaula es referida a una barra y a dos sectores adyacentes del anillo (Ver [Figura 3-10](#)). Así, de acuerdo a [Boglietti \*et al.\* \(2008a, 2011a\)](#) y a [Boldea y Nasar \(2010\)](#), la resistencia de la barra  $R_b$  y el anillo de corto circuito  $R_{er}$  están dadas por las Ecuaciones (3-53) y (3-54).



**Figura 3-10.:** Determinación de la resistencia en el rotor. Imagen adaptada de [Boglietti \*et al.\* \(2008a\)](#)

$$R_b = \rho_{al} \frac{l_b}{S_b} \quad (3-53)$$

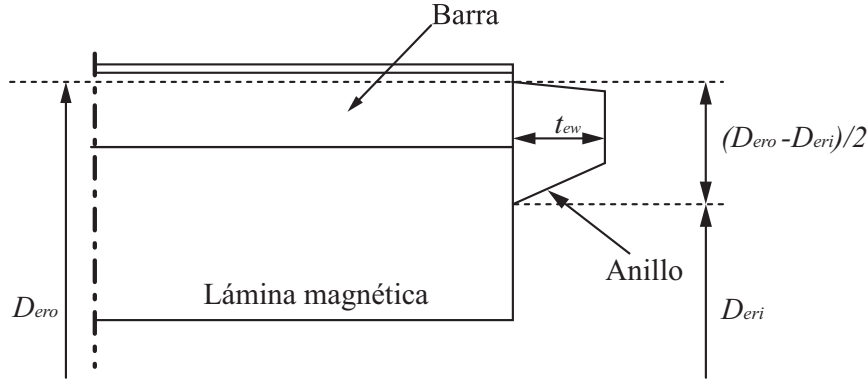
$$R_{er} = \rho_{al} \frac{l_{er}}{S_{er}} \quad (3-54)$$

De estas, la longitud de las barras  $l_b$  corresponde a la longitud neta del núcleo por el factor de apilamiento  $l$  (Ecuación 3-6) y la sección transversal de la barra  $S_b$  corresponde al área de las ranuras del rotor  $S_{rs}$ . En el caso particular de la geometría presentada en la [Figura 3-6](#), el área de la ranura está dada por la suma del área de dos semicircunferencias y un trapecio (Ecuación 3-55).

$$S_{rs} = S_b = \frac{\pi b_{rs1}^2 + b_{rs2}^2}{4} + \frac{(b_{rs1} + b_{rs2}) \cdot (h_{rs} - b_{rs1}/2 - b_{rs2}/2)}{2} \quad (3-55)$$

En el caso de la resistencia del anillo de corto circuito (Ecuación 3-54), esta tiene la mayor influencia en el funcionamiento del motor durante la operación bajo carga ([Hameyer y Belmans, 1999](#)). Esto a pesar de que la resistencia del anillo de corto es mucho menor que la resistencia de las barras (más o menos el 1% de la resistencia de la barra). La influencia de este valor de resistencia fue comprobado durante el proceso de ajuste entre los resultados de ensayo y de simulación, donde se identificó la importancia de calcular correctamente este parámetro del modelo. Por tal razón, su cálculo se hizo de acuerdo a las formulaciones hechas por [Cortés \*et al.\* \(2008\)](#); [Boldea y Nasar \(2010\)](#); [Hameyer y Belmans \(1999\)](#); [Boglietti \*et al.\*](#)

(2008a, 2011a) donde  $l_{er}$  corresponde a la longitud calculada en el punto medio del anillo de corto circuito  $(D_{ero} + D_{eri})/2$  y en  $1/N_r$  sectores del anillo (Ecuación 3-56).  $S_{er}$  es la sección transversal del anillo de corto con una geometría aproximada a un paralelepípedo de lados  $t_{er}$ , es decir  $(D_{ero} - D_{eri})/2$  (Ecuación 3-57). Esto se puede observar en la Figura 3-11:



**Figura 3-11.:** Determinación de la resistencia en el anillo de corto circuito de la jaula de ardilla. Imagen adaptada de CEDRAT (2010)

$$l_{er} = \frac{\pi (D_{ero} + D_{eri})}{2N_r} \quad (3-56)$$

$$S_{er} = \frac{t_{er} (D_{ero} - D_{eri})}{2} \quad (3-57)$$

Así, la Ecuación (3-54) queda convertida en (3-58):

$$R_{er} = \frac{\pi \rho_{al} (D_{ero} + D_{eri})}{N_r t_{er} (D_{ero} - D_{eri})} \quad (3-58)$$

Con las Ecuaciones (3-53) y (3-58) se puede calcular la resistencia por barra (por fase) equivalente de la jaula de ardilla, la cual se obtiene a partir de las pérdidas totales por efecto joule de la misma Ecuación (3-59) (Boglietti *et al.*, 2011a).

$$R_r = R_b + \frac{R_{er}}{2 \sin^2 \left( \frac{\pi p}{N_r} \right)} \quad (3-59)$$

### Corrección de las resistencias por temperatura

Durante el funcionamiento del motor el calor es irradiado hacia el ambiente a través de las diferentes piezas de las máquinas, afectando las propiedades eléctricas, magnéticas y aislantes según sea el tipo de material.



Debido a esto, para el análisis del motor mediante el modelo por circuito equivalente se debe tomar en cuenta el efecto térmico en los conductores. Es así que en el cálculo de las resistencias en las bobinas del estator  $R_s$  y la jaula de ardilla del rotor  $R_r$  se debe efectuar una corrección por temperatura.

Así, la relación entre la variación de la conductividad y el cambio de temperatura está dado por el *Factor de temperatura*  $1/K_\alpha$ . A partir de esto, la conductividad  $\rho$  de un material considerando cambios de temperatura ( $\Delta Temp$ ) estará dada por la Ecuación (3-76).

$$\rho = \rho_0 \cdot \left( 1 + \frac{1}{K_\alpha} \Delta Temp \right) \quad (3-60)$$

Para una temperatura de referencia de  $20^\circ C$ ,  $K_\alpha = 256$  para el cobre y el aluminio. Por ejemplo, si la conductividad del cobre a  $20^\circ C$  es de  $\rho_{cu} = 1,724 \times 10^{-8} [\Omega \cdot m]$ , el valor de la conductividad del cobre a  $100^\circ C$  es  $\rho_{cu} = (1 + (100 - 20)/256)$ .

Esta corrección se debe aplicar en las Ecuaciones (3-47), (3-51), (3-53), (3-54) y (3-58). El valor de temperatura para el análisis puede ser tomado de medidas hechas de forma experimental sobre un motor real o puede ser fijado de acuerdo a un valor deseado o al que se espera se establezca térmicamente el motor.

### 3.3.6. Cálculo de las inductancias de dispersión en las bobinas del estator y la jaula de ardilla en el rotor

Las reactancias pueden ser evaluadas a partir del campo magnético almacenado, ya que cualquier campo magnético dentro del motor es caracterizado por su energía magnética almacenada ( $L_i I_i^2 / 2$ ). En este caso, cuando en el interior del motor el campo magnético es producido por una sola fuente de corriente, la inductancia traslada los efectos del campo dentro de los elementos del circuito. En este sentido, además de la energía magnética relacionada con el campo de magnetización, hay líneas de campo que encierran solamente las bobinas del estator o la jaula del rotor. Estas son caracterizadas por inductancias equivalentes llamadas inductancias de dispersión  $L_{sl}$  y  $L_{rl}$  (Boldea y Nasar, 2010) y hacen parte de la impedancia característica en estas partes activas del motor.

En un motor con una sola fase bobinada, el flujo magnético total puede ser considerado como la adición de dos contribuciones (Boglietti *et al.*, 2011a):

- El flujo principal debido a las líneas de campo magnético que cruzan el entrehierro. Este flujo es producido simultáneamente por las corrientes en el estator y el rotor.
- Flujos locales debidos a las líneas que atraviesan cerca a los conductores en las ranuras y los dos dientes adyacentes, y las líneas de campo alrededor de las cabezas de bobina.

Por otro lado, el flujo total sería igual a la suma del flujo útil y el flujo de dispersión, que hace referencia a las líneas de flujo que no contribuyen en la conversión de energía. En este sentido, el flujo de dispersión total sería igual al flujo de dispersión en el entrehierro (que es igual al flujo principal menos el flujo útil) más la suma de flujos locales.

Debido a que la velocidad real del motor es impuesta en su mayoría por el flujo del primer armónico, convencionalmente se considera solamente la componente fundamental del flujo como útil en el proceso de conversión electromecánica de energía (Boldea y Nasar, 2010).

En las siguientes partes se presentan las ecuaciones que permiten calcular estos valores en el motor de inducción. La distribución del flujo de dispersión depende notablemente de la geometría de la ranura y en menor medida de la saturación de los dientes y el yugo del motor. A continuación se considera un primer caso en el que se aproxima la geometría de ranura a una rectangular (Figura 3-12), y posteriormente se presentarán las ecuaciones usadas en la geometría de ranura mostrada en la Figura 3-5 y Figura 3-6. Los dos casos se presentan para un bobinado de una sola capa.

### Cálculo de las inductancias de dispersión en el estator

La inductancia de dispersión equivalente en el estator  $L_{sl}$  está dada por la suma entre la inductancia de dispersión en las ranuras del estator  $L_{ssl}$ , las cabezas de bobina  $L_{ewl}$  y diferencial  $L_{sdl}$ .

La inductancia de dispersión en la ranura del estator está dada por la Ecuación (3-61) (Boldea y Nasar, 2010; Boglietti *et al.*, 2011a). Comúnmente se aproxima la geometría de las ranuras a una rectangular (Figura 3-12), esto para el cálculo de la permeabilidad geométrica de la ranura  $\lambda_s$ .

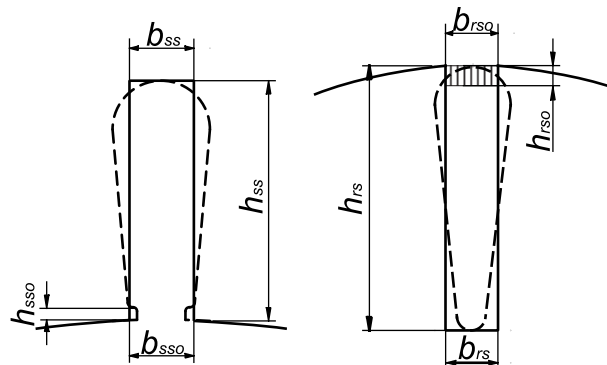


Figura 3-12.: Geometría reducida a rectangular de la ranura del estator y del rotor

$$L_{ssl} = \mu_0 N_{tc}^2 l \lambda_s \quad (3-61)$$

Donde  $\lambda_s$  es conocido como la permeabilidad geométrica de ranura y está dada por la Ecuación (3-62).

$$\lambda_s = \left[ \frac{(h_{ss} - h_{sso})}{3b_{ss2}} + \frac{h_{sso}}{b_{sso}} \right] \quad (3-62)$$

La permeabilidad geométrica de ranura depende de la forma de la misma. La ecuación (3-62) es válida para una geometría rectangular (aproximación de la geometría).

Para una geometría de ranura curva, los autores presentan diferentes aproximaciones para la permeabilidad geométrica  $\lambda_s$  (Pyrhonen *et al.*, 2009, Capítulo 4); (Boldea y Nasar, 2010, Capítulo 6). La permeabilidad geométrica para una geometría como la mostrada en la Figura 3-5 se presenta en la Ecuación (3-63), la cual fue tomada de (Boldea y Nasar, 2010, Sección 6.5).

$$\lambda_s = \frac{2(h_{ss} - r_{ss1} - r_{ss2a} - r_{ss2b} - h_{sso})}{3(b_{ss1} + b_{ss2})K1} + \frac{h_{sso}/b_{sso} + (r_{ss2a} + r_{ss2b})}{(b_{ss2} - b_{sso}/(2b_{ss2}) + 0,785)K2} \quad (3-63)$$

Donde

$$K1 = 1/4 + 3/4K2$$

$$K2 = \frac{3(2 - y/\tau) + 1}{4}$$

Por otra parte, la máquina tiene  $N_s$  ranuras en el estator y  $N_s/m$  de ellas se encuentran por fase. Por lo tanto, la inductancia de dispersión por fase  $L_{sl}$  está dada por la Ecuación (3-64) (Pyrhonen *et al.*, 2009).

$$L_{sl} = \frac{N_s}{m} L_{ssl} = \frac{4m}{N_s} \mu_0 l N_{tp}^2 \lambda_s \quad (3-64)$$

En la Ecuación (3-64) no se está considerando el efecto de la inductancia de dispersión en las cabezas de bobina  $L_{ewl}$ . La inductancia de dispersión en las cabezas de bobina está dada por la Ecuación (3-61), donde se reemplaza  $\lambda_s$  por la permeabilidad geométrica de las cabezas de bobina  $\lambda_{ew}$ , la cual depende del tipo de bobinado. Esta se expresa en las Ecuaciones (3-65) y (3-66) (Boldea y Nasar, 2010).

Bobinado de capa sencilla, concéntrico y conexión por polos consecuentes:

$$\lambda_{ew} = 0,67 \frac{q}{l} (l_{ew} - 0,64\tau_{ew}) \quad (3-65)$$

Bobinado de capa sencilla, concéntrico y conexión por polos:

$$\lambda_{ew} = 0,47 \frac{q}{l} (l_{ew} - 0,64\tau_{ew}) \quad (3-66)$$

Donde  $l_{ew}$  está dado por la Ecuación (3-49).

La inductancia de dispersión diferencial  $L_{sdl}$  es una componente de la inductancia de dispersión en el estator y el rotor, la cual está ligada a las corrientes que pueden producir armónicos de densidad de flujo espacial en el entrehierro. Esta, en algunos casos, es incluida en el cálculo de la inductancia de dispersión, para lo cual se puede usar la Ecuación (3-61), donde la permeabilidad geométrica corresponde a  $\lambda_{sd}$  dada en la Ecuación (3-67).

$$\lambda_{sd} = \frac{0,9\tau_s q^2 K_w^2 C_s \gamma_{sd}}{K_c l_{ag} K_s} \quad (3-67)$$

Donde

$$C_s = 1 - 0,033 \frac{b_{sso}^2}{l_{ag} \tau_s}$$

$$\gamma_{sd} = (0,11 \sin(\delta) + 0,28) \times 10^{(-2)} \quad \text{Para } q = 8$$

$$\gamma_{sd} = (0,11 \sin(\delta) + 0,41) \times 10^{(-2)} \quad \text{Para } q = 6$$

$$\gamma_{sd} = (0,14 \sin(\delta) + 0,76) \times 10^{(-2)} \quad \text{Para } q = 4$$

$$\gamma_{sd} = (0,18 \sin(\delta) + 1,24) \times 10^{(-2)} \quad \text{Para } q = 3$$

$$\gamma_{sd} = (0,25 \sin(\delta) + 2,6) \times 10^{(-2)} \quad \text{Para } q = 2$$

$$\delta = \pi(6y/\tau - 5,5)$$

Con esto, la Ecuación (3-64) queda transformada en la Ecuación (3-68).

$$L_{sl} = \frac{N_s}{m} [L_{ssl} + L_{ewl} + L_{sdl}] = \frac{4m}{N_s} \mu_0 l N_{tpp}^2 [\lambda_s + \lambda_{ew} + \lambda_{ed}] \quad (3-68)$$

### Cálculo de la inductancia de dispersión en el rotor

La inductancia de dispersión equivalente en el rotor  $L_{rl}$  está dada por la suma de la inductancia de dispersión en las barras (ranuras)  $L_{bl}$ , el anillo de corto circuito  $L_{erl}$  y diferencial  $L_{rdl}$ . Para el cálculo de  $L_{bl}$  y  $L_{erl}$  se usa la Ecuación (3-61) para una ranura con  $N_{tc} = 1$ . Por lo tanto:

$$L_{bl} = \mu_0 l \lambda_b \quad (3-69)$$

$$L_{erl} = \mu_0 l \lambda_{er} 2 \sin(p\pi/N_r)^2 \quad (3-70)$$

$$L_{rdl} = \mu_0 l \lambda_{rd} \quad (3-71)$$

$\lambda_b$  es la permeabilidad geométrica de ranura, la cual para una ranura rectangular y abierta corresponde a la Ecuación (3-62) (Figura 3-12); esta ecuación aplica únicamente para una geometría rectangular. Para el caso de una geometría de ranura circular como la presentada en la Figura 3-6, la permeabilidad geométrica se puede calcular con las ecuaciones presentadas por (Boldea y Nasar, 2010, Capítulo 6):

$$\lambda_b = 0,66 + \frac{2(h_{rs} - r_{rs1} - r_{rs2})}{3(b_{rs1} + b_{rs2}) + h_{rso}/b_{rso}} \quad (3-72)$$

$\lambda_{er}$  es la permeabilidad geométrica del segmento de anillo de corto circuito, la cual está dada por la Ecuación (3-73) si el anillo de corto circuito se encuentra adjunto al núcleo del rotor.

$$\lambda_{er} = \frac{2,3 \cdot (D_{ero} + D_{eri})}{2 \cdot 4N_r l \sin^2 \left( \frac{\pi p}{N_r} \right)} \cdot \log \left( 4,7 \frac{(D_{ero} + D_{eri})}{2(t_{er} + 2(D_{ero} - D_{eri})/2)} \right) \quad (3-73)$$

$\lambda_{rd}$  es la permeabilidad geométrica diferencial:

$$\lambda_{rd} = \frac{0,9\tau_r \gamma_{rd}}{(K_c \cdot l_{ag})(N_r/(6p))^2} \quad (3-74)$$

Donde

$$\gamma_{rd} = 9(6p/(N_r))^2 \times 10^{(-2)}$$

Con esto, la inductancia de dispersión en la jaula de ardilla está dada por la Ecuación (3-75).

$$L_{rl} = \mu_0 l (\lambda_b + \lambda_{er} + \lambda_{rd}) \quad (3-75)$$

### 3.3.7. Efecto skin en los parámetros de la jaula de ardilla del rotor

La principal característica de los motores asíncronos es que la velocidad de giro del rotor es menor a la velocidad de giro del campo magnético producido en su interior. Esta última es denominada velocidad sincrónica del motor  $n_{syn}$  (Ecuación 3-76). La diferencia entre la velocidad de giro del campo magnético y la velocidad de giro del rotor  $n$  es denominado el deslizamiento  $s$  de la máquina (Ecuación 3-77).

$$n_{syn} = \frac{f}{p} [rps] = \frac{60f}{p} [rpm] \quad (3-76)$$

$$s = \frac{n_{syn} - n}{n_{syn}} \quad (3-77)$$

Ahora, en las barras y anillos de corto circuito de la jaula de ardilla del rotor hay corrientes AC inducidas. Por lo tanto, la distribución de corriente en las barras no es uniforme y depende esencialmente de la frecuencia del rotor. Esta frecuencia es proporcional al deslizamiento del motor  $f_r = s \cdot f$  (Boldea y Nasar, 2010). Este fenómeno se traduce en un incremento en la resistencia equivalente en las barras de la jaula de ardilla (Ecuación 3-53) y una reducción en la reactancia equivalente en las barras del mismo (Ecuación 3-69) (Boglietti *et al.*, 2008b). En general, el efecto Skin en los anillo de corto circuito del rotor es despreciable (Boldea y Nasar, 2010; Boglietti *et al.*, 2011a). De forma global, la variación en los parámetros de las barras por el efecto Skin son tomadas en cuenta a través de dos coeficientes de proporción:  $K_R > 1$  para la resistencia (Ecuaciones 3-78 a 3-80) y  $K_L < 1$  para la inductancia (Ecuaciones 3-75) (Boglietti *et al.*, 2008b). Aproximando la geometría de la ranura del rotor a una rectangular, se tienen las siguientes ecuaciones para los coeficientes (Liwshitz-Garik, 1955; Boldea y Nasar, 2010).

$$K_R = \xi \frac{(\sinh 2\xi + \sin 2\xi)}{(\cosh 2\xi - \cos 2\xi)} = \frac{R_{ac}}{R_{dc}} \quad (3-78)$$

$$K_L = \frac{3}{2\xi} \frac{(\sinh 2\xi + \sin 2\xi)}{(\cosh 2\xi - \cos 2\xi)} = \frac{(L_{sl})_{ac}}{(L_{sl})_{dc}} \quad (3-79)$$

$$\xi = h_{rs} \sqrt{\frac{s\pi\mu_0 f b_{rs2}}{\rho_{al} b_{rso}}} \quad (3-80)$$

### 3.3.8. Reducción de los parámetros del rotor al estator para el modelo circuital

Para reducir los parámetros del rotor al estator, y con esto hacer los respectivos cálculos de funcionamiento en la máquina, se puede recurrir a las Ecuaciones (3-81) y (3-82) (Boldea y Nasar, 2010). Con estas, la resistencia e inductancia equivalente del rotor son:

$$R'_r = R_r \frac{4mK_w^2 N_{tpp}^2}{N_r} \quad (3-81)$$

$$L'_r = L_{rl} \frac{4mK_w^2 N_{tpp}^2}{N_r} \quad (3-82)$$

### 3.3.9. Determinación de la impedancia de la rama de magnetización en el modelo circuital

La impedancia de la rama de magnetización modela el comportamiento del circuito magnético del motor. Para determinar la curva de magnetización del motor y la inductancia, se con-

sidera el funcionamiento sin carga de la máquina. En este, el deslizamiento de la máquina  $s$  es cercano a cero. Así, la onda de la  $mmf$  gira casi a la misma velocidad del rotor, por lo que no se presenta un  $emf$  inducida en las barras del rotor considerable. Por otra parte, los armónicos presentes en la onda de la  $mmf$  producen algunas pérdidas en el núcleo del rotor y los devanados. Estas pérdidas no influyen notablemente en la densidad de flujo fundamental en el entrehierro y por lo tanto para esta investigación estos efectos de los armónicos son despreciados (Boldea y Nasar, 2010).

La curva básica de magnetización ( $F_{ag}(B_{ag})$  o  $I_0(B_{ag})$  o  $I_0/I_n(B_{ag})$ ) es muy importante en el diseño de un motor de inducción e influye notablemente en el factor de potencia y las pérdidas en el núcleo.

### Cálculo de la inductancia de magnetización

El bobinado, las dimensiones del circuito magnético y los materiales seleccionados, determinan la inductancia más importante de la máquina que es la inductancia de magnetización (Pyrhonen *et al.*, 2009). Para su cálculo, se considera una densidad de flujo en el entrehierro sinusoidal y en un punto de funcionamiento sin carga (Corrientes en el rotor cercanas a cero). Con esto, la inductancia de magnetización por una fase, cuando todas las demás fases en el estator y rotor están abiertas, está dada por la Ecuación (3-83).

$$L_{mph} = \frac{4\mu_0 (N_{tpp} \cdot K_w)^2}{\pi^2} \frac{l \cdot \tau_s}{pl_{ag}K_cK_s} \quad (3-83)$$

En un motor polifásico, todas las fases del bobinado contribuyen al flujo. La inductancia de magnetización de  $m$  fases puede ser calculada multiplicando la inductancia por fase por  $m/2$  (Pyrhonen *et al.*, 2009). Con esto, para un motor trifásico, la Ecuación (3-83) queda transformada en la Ecuación (3-84):

$$L_m = \frac{6\mu_0 (N_{tpp} \cdot K_w)^2}{\pi^2} \frac{l \cdot \tau_s}{pl_{ag}K_cK_s} \quad (3-84)$$

De igual manera, la reactancia de magnetización con el motor funcionando sin carga se puede hallar mediante la corriente de magnetización calculada en la Ecuación (3-28). A partir de esta corriente y la tensión de alimentación, la inductancia de magnetización se puede calcular mediante la Ecuación (3-85):

$$X_m = \sqrt{\left(\frac{V_n}{\sqrt{3}I_m}\right)^2 - R_s^2 - X_{sl}} \quad (3-85)$$

Donde  $X_{sl}$  es la reactancia de dispersión en el estator  $X_{sl} = \omega L_{sl}$

### Cálculo de la resistencia en la rama de magnetización

La resistencia de magnetización  $R_m$  puede ser calculada mediante la Ecuación (3-86):

$$R_m = \frac{3X_m^2 I_m^2}{P_i} \quad (3-86)$$

Sin embargo, esta puede ser despreciada del modelo circuital, considerando que en el funcionamiento sin carga la reactancia de magnetización predomina en el comportamiento de la máquina.

### 3.3.10. Circuito equivalente y funcionamiento del motor en estado estable

En un motor de inducción tipo jaula de ardilla, alimentado por una fuente trifásica AC balanceada, se producen corrientes por cada una de las fases, las cuales a su vez producen un campo magnético viajante en el entrehierro. Este campo variante en el tiempo, produce fuerzas electromotrices (*emf*) tanto en el estator como en el rotor. Un motor con bobinado y jaula simétricas, puede ser simulado de forma analítica mediante un modelo circuital por fase (Figura 3-13).

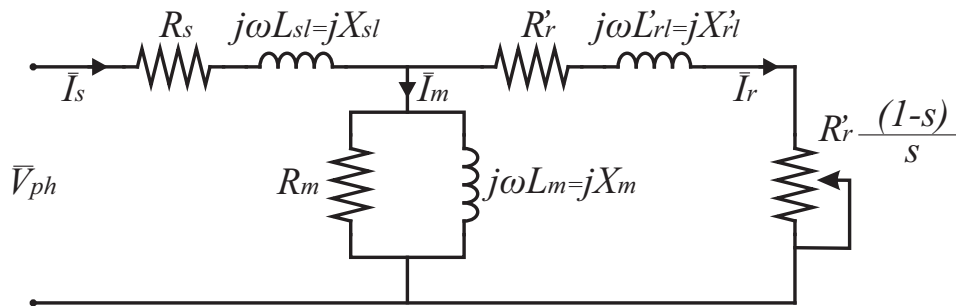


Figura 3-13.: Circuito equivalente en estado estable del motor de inducción

En los apartados anteriores se han presentado las ecuaciones necesarias para el cálculo de los parámetros de este circuito. En el presente numeral, se presentarán las ecuaciones mediante las cuales se puede analizar el funcionamiento, pérdidas y eficiencia del motor a partir del modelo.

En el modelo circuital se adiciona una resistencia virtual que depende del deslizamiento  $s$  (Ecuación 3-87), el cual modela el comportamiento del motor frente a la carga mecánica acoplada a él.

$$R'_c = R'_r \frac{1-s}{s} \quad (3-87)$$



### Cálculo de la corriente por fase en el motor

Se calculan las impedancias del circuito equivalente:

$$\bar{Z}_1 = R_s + iX_{sl} \quad (3-88)$$

$$\bar{Z}_2 = R'_r + R'_c + iX'_r \quad (3-89)$$

$$\bar{Z}_m = \frac{R_m \cdot iX_m}{R_m + iX_m} \quad (3-90)$$

$$\bar{Z}_{eq} = \bar{Z}_1 + \frac{\bar{Z}_2 \cdot \bar{Z}_m}{\bar{Z}_2 + \bar{Z}_m} \quad (3-91)$$

A partir de las impedancias del circuito equivalente, se calcula la corriente fasorial por fase del motor.

$$\bar{I}_n = \frac{\bar{V}_n}{\sqrt{3}\bar{Z}_{eq}} \quad (3-92)$$

### Cálculo del factor de potencia en el motor

El factor de potencia en la máquina, puede ser calculado para un valor de eficiencia deseado mediante la Ecuación (3-93).

$$\cos \phi = \frac{P_n}{\sqrt{3}V_n I_n \eta_n} \quad (3-93)$$

Sin embargo, este valor del factor de potencia, puede ser usado solamente en cálculos preliminares, ya que deberá ser re-calculado una vez se tenga el valor real de eficiencia en la máquina. Es por esto que el factor de potencia se puede calcular mediante el desfase entre la corriente y la tensión de fase en la máquina:

$$\cos \phi = \cos (\tan^{-1} (\bar{I}'_n)) \quad (3-94)$$

### Cálculo de la potencia de entrada del motor

A partir del circuito equivalente, la corriente nominal y el factor de potencia calculados, se puede determinar el valor de la potencia de entrada al motor:

$$P_{in} = \sqrt{3}V_n I_n \cos \phi_n \quad (3-95)$$

### Determinación de las pérdidas en el motor eléctrico

Basados en las componentes de pérdidas descritas en la [Sección 3.1](#), estas se pueden hallar de forma analítica de acuerdo a la siguientes ecuaciones:

Pérdidas por efecto Joule en el bobinado del estator:

$$P_{sjl} = 3I_s^2 R_s \quad (3-96)$$

Donde la corriente del estator por fase  $I_s = I_n$ , está dado por la Ecuación (3-92).

Las pérdidas magnéticas en los materiales ferromagnéticos son de gran importancia en la eficiencia energética del motor de inducción (Boldea y Nasar, 2010). Tradicionalmente las pérdidas en el núcleo se dividen en dos componentes: pérdidas por histéresis y pérdidas por corrientes de Eddy en los dientes y en el núcleo del estator y rotor. Las pérdidas fundamentales en el núcleo se pueden calcular mediante la Ecuación (3-97).

$$P_{il} = p_h \left( \frac{f}{60} \right)^{1,3} \left[ \left( \frac{B_{st}}{1,5} \right)^{1,7} M_{sit} + \left( \frac{B_{sy}}{1,5} \right)^{1,7} M_{siy} \right] + \dots$$

$$\dots + p_e \left( \frac{f}{60} \right)^2 \left[ \left( \frac{B_{st}}{1,5} \right)^2 M_{sit} + \left( \frac{B_{sy}}{1,5} \right)^2 M_{siy} \right] \quad (3-97)$$

Donde,  $p_h$  y  $p_e$  son las pérdidas específicas [ $W/kg$ ] por histéresis y corrientes de Eddy del material a 60Hz y 1.5 Teslas. Mientras que las densidades de flujo magnético en los dientes ( $B_{st}$ ) y el yugo del motor ( $B_{sy}$ ) están dados por las Ecuaciones (3-16) y (3-18). Las ecuaciones para el cálculo de la masa del yugo y los dientes ( $M_{sit}$  y  $M_{siy}$ ) se presentarán en el Capítulo 5.

Las pérdidas por efecto Joule en la jaula de ardilla en el rotor  $P_{rjl}$  están compuestas por las pérdidas en las barras y el anillo de la jaula:

$$P_{rjl} = P_{bjl} + P_{erjl} \quad (3-98)$$

$$P_{bjl} = N_r I_{rb}^2 R_b \quad (3-99)$$

$$P_{erjl} = N_r I_{er}^2 R_{er} \quad (3-100)$$

Donde

$$I_{rb} = (0,8 \cos \phi_n + 0,2) \frac{2m N_{tpp} K_w}{N_r} I_n \quad (3-101)$$

$$I_{er} = \frac{I_{rb}}{2 \sin \frac{p\pi}{N_r}} \quad (3-102)$$

Sin embargo, a partir del análisis del circuito equivalente, una forma alternativa del calcular las pérdidas en el rotor es:

$$P_{rjl} = s(P_{in} - P_{sjl} - P_{il}) \quad (3-103)$$

Las pérdidas mecánicas por fricción y ventilación  $P_{mec}$ , de acuerdo a (Sakthivel *et al.*, 2010e,f,d), pueden ser calculadas como:

$$P_{mecl} = 661D_{si}^3l \left( \frac{f^2}{p} \right) \quad (3-104)$$

Boldea y Nasar (2010) establece que las pérdidas mecánicas pueden aproximarse dependiendo de la cantidad de polos de la máquina:  $P_{mecl} = 0,03P_n$  para  $p = 1$ ,  $P_{mecl} = 0,012P_n$  para  $p = 2$  y  $P_{mecl} = 0,008P_n$  para  $p = 3$  y  $p = 4$ .

Las pérdidas adicionales en carga  $P_{sll}$  están dadas como un porcentaje de las potencia de salida basado en datos experimentales en el motor. Así, de acuerdo a (Sakthivel *et al.*, 2010e,f,d), estas se aproximan por la Ecuación (3-105).

$$P_{sll} = \frac{0,005P_in}{\eta} \quad (3-105)$$

Por su parte, IEC60034-2-1 (2007) considera una curva para calcular este porcentaje de pérdidas de acuerdo a la potencia del motor (Ecuación 3-106) y Boldea y Nasar (2010) establece un valor estándar para las pérdidas adicionales en carga como el 1% de la potencia nominal (de salida) del motor.

$$P_{sll} = P_{in}(0,025 - 0,005 \log_{10}(P_n/1 \times 10^3)) \quad (3-106)$$

### Determinación de la eficiencia en el motor eléctrico

Como se precisó en la Sección 3.1, la eficiencia está relacionada con la potencia de entrada, salida y perdida en el proceso de transformación de energía. Por lo tanto, la potencia de salida corresponde a la potencia nominal del motor deseada y las pérdidas totales se calculan como la sumatoria de las pérdidas halladas de manera segregada (Ecuación 3-107). Con esto, la eficiencia puede ser calculada mediante la Ecuación (3-109).

$$P_{loss} = P_{sjl} + P_{il} + P_{rjl} + P_{sll} + P_{mecl} \quad (3-107)$$

$$P_{out} = P_{in} - P_{loss} \quad (3-108)$$

$$\eta = \frac{P_{out}}{P_{in}} 100 \% \quad (3-109)$$

Las pérdidas mecánicas y adicionales en carga se calculan a partir de factores tomados de la experiencia. Por ejemplo, las pérdidas adicionales en carga están conformadas por un conjunto de pérdidas debidas en parte al efecto de los armónicos en piezas como la carcasa y eje del motor, pero también agrupan un porcentaje de pérdidas debido a los errores en las mediciones de potencia hechas en los ensayos para la determinación de eficiencia. Por

esta razón, en un análisis mediante un modelo matemático (FEM y circuito equivalente), las pérdidas adicionales en carga normalmente pueden ser despreciadas en el balance de potencia. De igual manera, tal como en el modelo por FEM (Sección 3.2), las pérdidas mecánicas pueden ser despreciadas para el análisis. Por tal razón, para este análisis la potencia se puede calcular mediante la razón de la potencia mecánica interna de la máquina y la potencia de entrada. Ecuación (3-110).

$$\eta = \frac{P_{in} - P_{sjl} + P_{il} + P_{rjl}}{P_{in}} 100 \% \quad (3-110)$$

### Análisis del funcionamiento de la máquina

A partir del análisis del circuito equivalente se pueden hallar diferentes parámetros del comportamiento de la máquina. Algunos de ellos son el par electromagnético nominal, el par máximo, el par de arranque y la corriente de arranque. Estas son presentadas a partir de Fraile (2003); Sakthivel *et al.* (2010d,f,a); Sakthivel y Subramanian (2011a,b) y Boldea y Nasar (2010).

El par interior del motor, si se desprecia las pérdidas mecánicas en el cálculo de la potencia de salida, está dado por la Ecuación (3-111).

$$T_m = \frac{P_{out}}{(2\pi f/p)(1-s)} \quad (3-111)$$

El par máximo del motor se puede calcular como:

$$T_{bk} = \frac{3p}{2\omega R_s} \frac{(V_n/\sqrt{3})^2}{\sqrt{R_s^2 + (X_{sl} + C_m X_r')^2}} \quad (3-112)$$

Donde

$$C_m = 1 + \frac{X_{sl}}{X_m}$$

El par de arranque se puede calcular mediante:

$$T_{lr} = \frac{3R_r' I_{lr}^2}{\omega p} \quad (3-113)$$

Donde  $I_{lr}$  corresponde a la corriente de arranque, la cual está dada por la Ecuación (3-114):

$$I_{lr} = \frac{V_n/\sqrt{3}}{\sqrt{(R_s + R_r')^2 + (X_{sl} + X_r')^2}} \quad (3-114)$$

## 4. Algoritmos de optimización Bio-Inspirados Multi-objetivo

En el presente capítulo se describe brevemente las técnicas de optimización usada para el desarrollo de la investigación. De esta forma se tratarán métodos de optimización bio-inspirados. Además, se presentará la teoría de los problemas multi-objetivo, su definición, características y propiedades. Finalmente, se describirán los tres de métodos de optimización Bio-inspirada utilizados en esta tesis. En estas últimas secciones, primero se introducirá la filosofía de funcionamiento de los métodos en un problema mono-objetivo, para luego presentar la dinámica de los mismos en un caso multi-objetivo.

### 4.1. Optimización Bio-inspirada

La Real Academia de la lengua española define la palabra optimización u optimizar como la *acción de buscar la mejor manera de realizar una actividad*. En matemáticas, la optimización consiste en el proceso de seleccionar el elemento, de un conjunto de ellos, que basados en un criterio de selección da la mejor solución. El problema de optimización en el caso más simple consiste en maximizar o minimizar una función objetivo mediante la selección sistemática de valores de entrada, tomados de un conjunto de valores permitidos, y calculando el valor de la función.

La teoría de optimización se ha movido en varios sentidos y ha sido aplicada en diferentes campos de la ciencia ([Branke et al., 2008](#)). De forma general se pueden diferenciar métodos de optimización deterministas y no deterministas. En los primeros el azar no se involucra en los estados futuros del sistema, produciéndose por tanto las mismas salidas siempre y cuando se tengan las mismas condiciones de partida o de estado inicial (cada estado futuro del sistema está determinado por el previo). Los segundos se basan en métodos probabilísticos para solucionar el problema de optimización, por lo que cada estado futuro del sistema está determinado por las acciones predecibles y por elementos aleatorios del estado previo. Los métodos no-determinísticos normalmente se soportan en técnicas heurísticas para llegar a soluciones aproximadas a los problemas de optimización. Los métodos de optimización bio-inspirados se encuentran enmarcados bajo la lógica de optimización meta-heurística. Por lo tanto, los métodos de optimización Bio-inspirados son métodos que utilizan operadores

estocásticos (intrínsecamente no deterministas) que basan su lógica en la Biomímesis (*Bio-mimicry*). Estos métodos tienen diferentes ventajas y desventajas, de las cuales se listan algunas a continuación ([Branke et al., 2008](#)):

### Ventajas

- Se llega a múltiples soluciones en cada iteración del método de optimización. Por lo tanto, se usa más de una solución (aproximación poblacional) en una iteración, diferente a la mayoría de algoritmos de optimización clásica, que actualizan una solución en cada iteración (aproximación puntual).
- Trabaja sin derivadas pues no están basados en gradientes para el proceso de búsqueda, utilizando procedimientos directos para tal fin.
- Utilizan operadores estocásticos, en vez de los operadores determinísticos usados en la mayoría de métodos clásicos de optimización.
- Convergen rápidamente a soluciones óptimas globales.
- Trabajan fácilmente con problemas de optimización con funciones continuas y combinatorias.
- Exploran y explotan adecuadamente el espacio de búsqueda.

### Desventajas

- Arroja soluciones aproximadas, no exactas.
- Altamente no-determinístico (probabilístico).
- No existen teoremas ni pruebas de convergencia.

En los métodos bio-inspirados la solución no se determina de forma directa sino mediante ensayos y pruebas manteniendo tres pasos en general:

1. Se generan candidatos de soluciones posibles de acuerdo a un patrón.
2. Los candidatos son sometidos a pruebas.
3. Si un candidato es rechazado se genera otro.

Los métodos de optimización bio-inspirados se pueden clasificar entre otros en los siguientes grupos:

- **Métodos basados en poblaciones:** ej. Algoritmos genéticos, Enjambre de partículas.
- **Métodos basados en trayectorias:** ej. Recocido simulado, Quimiotaxis de bacterias.

- **Constructivos:** ej. Colonias de Hormigas.

Estos algoritmos de optimización bio-inspirados inician su búsqueda con una población de soluciones creada normalmente de forma aleatoria dentro de un límite superior e inferior de cada variable de decisión. Posteriormente, el algoritmo de optimización inicia un proceso iterativo con el fin de actualizar la población de soluciones. La evaluación de una población significa la prueba de cada miembro por el valor de su función objetivo y restricciones. El algoritmo se detiene cuando uno o más criterios de terminación pre-establecidos sean alcanzados (Branke *et al.*, 2008).

## 4.2. Optimización Multi-objetivo

En general, en la teoría de optimización se tienen problemas mono-objetivo y multi-objetivo. Un problema de optimización mono-objetivo involucra una sola función objetivo y usualmente resulta en una sola solución llamada solución óptima. Por otra parte, una optimización multi-objetivo considera simultáneamente múltiples objetivos conflictivos entre sí. En este último caso, no hay comúnmente una única solución óptima, sino por el contrario se obtiene un grupo de soluciones óptimas con diferentes compensaciones, las cuales son llamadas soluciones Pareto óptimas (optimalidad de Pareto) o soluciones no-dominadas. A pesar de la presencia de múltiples soluciones Pareto óptimas, en la práctica solo se selecciona una de ellas. Por lo tanto, estos problemas de optimización hacen parte del campo de investigación conocido como toma de decisiones multi-criterio o en inglés *multiple criteria decision making-MCDM*. De esta manera, comparado con el problema de optimización mono-objetivo, en la optimización multi-objetivo hay al menos dos tareas igualmente importantes (Branke *et al.*, 2008, Capítulo 2):

- Un proceso de optimización para encontrar las soluciones Pareto óptimas (involucra un procedimiento. computacional)
- Un proceso de toma de decisión para seleccionar, del conjunto de soluciones Pareto óptimas, la más acorde a las necesidades. Para esto, normalmente se requiere información sobre las preferencias en la solución requerida.

La definición de la Optimalidad de Pareto parte de una asignación inicial de valores a las variables de decisión de un conjunto de individuos, sobre la cual se efectúa un cambio con el fin de buscar una nueva asignación de valores de tal manera que se mejoren las soluciones de un individuo sin hacer que se empeore la de los demás. A esto se le conoce como mejora de Pareto. Con esto, a una nueva asignación se le denomina Pareto-óptima cuando no pueden lograrse nuevas mejoras de Pareto en el conjunto de individuos (Branke *et al.*, 2008). Por tanto, el frente Pareto-Óptimo hace referencia al conjunto de individuos cuyas soluciones

corresponden a las mejores que se pueden obtener del espacio de búsqueda.

Los algoritmos para la obtención del frente óptimo de Pareto tienen dos objetivos esenciales (Branke *et al.*, 2001) (Ver Figura 4-1):

- El algoritmo deberá garantizar la convergencia del frente, haciendo referencia a la calidad de las soluciones encontradas.
- Mediante un mecanismo de diversidad, el algoritmo deberá asegurar una cobertura igualmente espaciada del frente óptimo de Pareto. Se debe garantizar una adecuada distribución de las soluciones encontradas y exención del conjunto óptimo de Pareto.

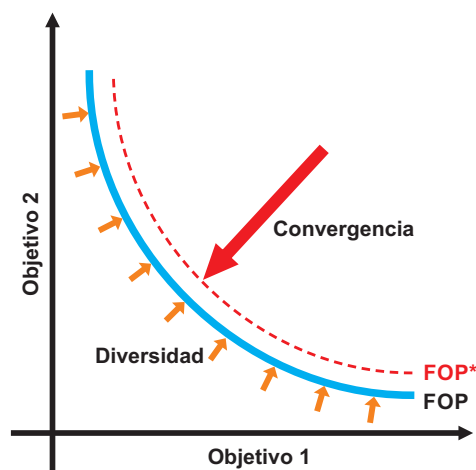


Figura 4-1.: Concepto de convergencia y divergencia del frente óptimo de Pareto

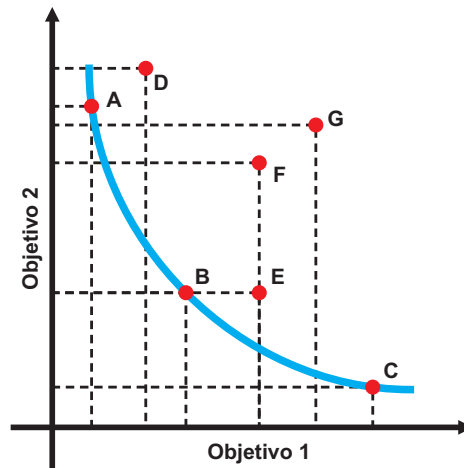
Los algoritmos de optimización multi-objetivo usan diferentes mecanismos para comparar y evaluar en cada iteración las soluciones de los individuos en el espacio de búsqueda, esto con el fin de seleccionar las mejores soluciones que se ubicarían en el frente Pareto-óptimo. Uno de estos mecanismos son las condiciones de dominancia, las cuales han sido ampliamente utilizadas en métodos de optimización multi-objetivo.

#### 4.2.1. Condiciones de dominancia

Entre dos soluciones, una solución  $A$  se dice que domina a otra solución  $B$  si se cumplen las siguientes dos condiciones:

- La solución  $A$  no es peor que la solución  $B$  en todos los objetivos.
- La solución  $A$  es **estrictamente** mejor que la solución  $B$  en por lo menos un objetivo.





**Figura 4-2.:** Concepto de dominancia y frente óptimo de Pareto

En el siguiente ejemplo (ver [Figura 4-2](#)) se explica la condición de dominancia. Se tienen siete elementos (A, B, C, D, E, F y G) y dos funciones objetivo. Por lo tanto:

- Los elementos A, B y C son No-dominados por lo que forman el frente óptimo de Pareto 1. Esto ya que, ningún elemento cumple con las dos condiciones de dominancia sobre A, B o C.
- Los demás elementos son dominados, ya que incumplen por lo menos una de las dos condiciones de dominancia.

Así, las soluciones **Pareto-óptimas** corresponde a aquellas que se encuentran ubicadas en el mejor frente de no-dominancia, es decir, en donde se encuentran los puntos que no son dominados por ninguna otra solución en el espacio de objetivos.

### 4.3. Problema de optimización

Antes de efectuar cualquier proceso de optimización, el problema de optimización debe ser modelado. En general, se deben tener en cuenta los siguientes puntos para plantear y solucionar el problema de optimización:

1. Se construye un modelo adecuado, el cual consiste en la correcta especificación de las variables de decisión, objetivos, restricciones, límites de las variables y ecuaciones del modelo que las relacionan.
2. Un algoritmo de optimización (mono-objetivo o multi-objetivo) encuentra el óptimo del modelo del problema de optimización especificado (no del problema de optimización real). Debido a esto, la solución óptima encontrada por un algoritmo de optimización debe ser siempre revisada mediante un análisis de post-optimalidad.

3. En un problema multi-objetivo se debe incorporar un proceso de toma de decisión para la selección de una solución óptima (articulación de las preferencias).

### 4.3.1. Problema de optimización multi-objetivo

El problema de optimización se puede establecer de forma general de la siguiente forma (Branke *et al.*, 2008).

Para un problema con M funciones objetivo, J restricciones de desigualdad, K restricciones de igualdad y P variables: Minimizar/Maximizar

$$\vec{y} = \vec{F}(\vec{x}) = [f_1(\vec{x}), f_2(\vec{x}), \dots, f_M(\vec{x})]^T \quad (4-1)$$

sujeto a

$$g_j(\vec{x}) \leq 0 \quad j = 1, 2, \dots, J \quad (4-2)$$

$$h_k(\vec{x}) = 0 \quad k = 1, 2, \dots, K \quad (4-3)$$

$$x_{imin} \leq x_i \leq x_{imax} \quad i = 1, 2, \dots, P \quad (4-4)$$

Donde

$$\vec{x} = [x_1, x_2, \dots, x_P]^T \in S \quad (4-5)$$

Una solución  $\vec{x} \in R^P$  es un vector de P variables de decisión. Las soluciones que satisfacen las restricciones y límites de las variables constituyen el *espacio de variables de decisión factible*  $S \subset R^P$ . La principal diferencia con un problema mono-objetivo, es que las funciones objetivo constituyen un espacio de M dimensiones adicional al espacio de variables de decisión, donde M es el número de objetivos  $Y \subset R^M$ . De esta manera, para cada solución  $\vec{x}$  en el espacio de variables de decisión  $S$ , va a existir un punto  $\vec{y} \in R^M$  en el espacio de objetivos  $Y$ .

Para hacer correctamente la presentación de los diferentes métodos de optimización que hacen parte de este documento, se utilizará la palabra *solución* como referencia al vector de variables de decisión y *punto* como su correspondiente vector de objetivos.

## 4.4. Algoritmos de optimización evolutivos

Las técnicas de computación evolutiva o algoritmos evolutivos (*Evolutionary Algorithms - EA*) constituyen una familia de meta-heurísticas estocásticas que basan su funcionamiento en mecanismos análogos a los principios que rigen la evolución natural de las especies biológicas, particularmente la teoría de la selección natural de las especies planteada por Charles Darwin en 1858 (El origen de las especies 1859). Al algoritmo diseñado para solucionar problemas de

optimización se le conoce como optimización evolutiva (*Evolutionary optimization (EO)*).

La idea de los EO es que un problema de optimización puede solucionarse mediante la aplicación de técnicas que permiten explorar y explotar el espacio de búsqueda a través de un proceso selectivo de acuerdo con el cual sobreviven los individuos más aptos. Cada individuo del espacio de búsqueda representa una posible solución al problema planteado, siendo más aptos aquellos individuos que más se acercan a la consecución del objetivo.

Los Algoritmos Genéticos (*Genetic Algorithms (GA)*) son una versión de los (*EA*) que usan principalmente tres operadores en una población de soluciones en cada generación: selección, cruce y mutación (Branke *et al.*, 2008).

#### 4.4.1. Algoritmos genéticos simples

Los GA fueron propuestos inicialmente por Holland entre 1962 y 1975. En los GA se emplean básicamente tres operadores (Branke *et al.*, 2008):

- **Cruce:** Un operador en el cual dos o más soluciones padres (actuales) son usadas para crear (a través de recombinación) una o más soluciones hijas.
- **Mutación:** Es un operador que es usado en una sola solución para crear una nueva solución mutada. La principal diferencia con el operador de cruce es que la mutación es aplicada a una sola solución.
- **Selección:** Es un operador que busca imitar el principio de selección del más apto formulada por Darwin. Existen diferentes tipos de selección: torneo, rueda de ruleta, elitismo etc.

En un GA se debe definir el método para codificar las soluciones candidatas. En los GA los cromosomas pueden ser representados mediante una codificación binaria o codificación real.

Un problema de optimización mediante GA típicamente tiene tres fases: 1) Iniciación, 2) Evaluación y 3) Operación Genética (Kamepalli, 2001).

*Fase 1:* se debe formar una población inicial de  $N$  individuos, siendo cada uno de ellos una solución candidata al problema ( $N$  es un parámetro de entrada del algoritmo). Esta población es evaluada y ranqueada de acuerdo a una función de *fitness*.

*Fase 2:* se deben elegir los individuos que van a ser padres y se van a reproducir, lo cual se hace basados en el valor de la función de *fitness* y el operador de selección. En Los GA se usa generalmente el operador de selección por torneo, el cual compara dos miembros de la población (seleccionados al azar) y basados en su valor de *fitness* el mejor es asignado como

padre para reproducirse.

*Fase3:* Para la producción de una nueva generación (hijos), se deben efectuar diferentes operaciones genéticas. Una de ellas es a través del operador de cruce, con el cual elige la forma como se van a formar las parejas de padres y en qué manera se transmitirá la información genética a los hijos. El tipo de cruce más utilizado es el cruce simple, en el que la información genética contenida en dos parientes seleccionados es utilizada para generar dos hijos que llevan algunas de las características útiles de sus padres. En este, aleatoriamente se forman las parejas de individuos y el punto de cruce en su cromosoma. El cruce se puede hacer en un punto simple, en varios puntos o de forma uniforme entre los cromosomas de los padres elegidos (Kamepalli, 2001). Otro operador usado en este paso es el de mutación. Con la mutación se busca crear nuevo material genético en la población para mantener su diversidad al evaluar información genética inexplorada o perdida. Esto básicamente se logra mediante el cambio del valor de un bit en una posición aleatoria de la cadena de bits del cromosoma. Como forma de control de la mutación, se utiliza un parámetro llamado "Probabilidad de mutación", el cual indica el número de bits mutados esperados en cada generación.

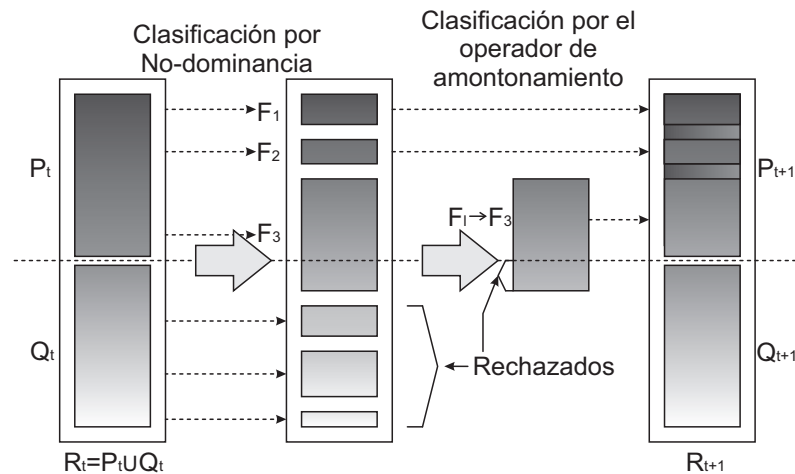
#### 4.4.2. Algoritmos genéticos multi-objetivo

En ciencias e ingeniería una gran parte de los problemas involucran más de un objetivo en un proceso de optimización. Así, el primer autor en implementar un problema multi-objetivo mediante algoritmos evolutivos de optimización fue David Schaffer en 1984 con su *vector-evaluated GA (VEGA)* (Schaffer, 1984). A partir de entonces, distintos autores han propuesto diferentes métodos. Se destaca que en 1999 surge una nueva generación de algoritmos genéticos para la solución de problemas multi-objetivo, ya que hasta ese momento los métodos propuestos no usaban mecanismos para preservar los mejores individuos o individuos elite entre generaciones. Así, Zitzler y Thiele (1999) proponen el método de GA multi-objetivo con elitismo multi-criterio basado en el concepto de no-dominancia; el método se llamó *Strength Pareto Evolutionary Algorithms (SPEA)*.

Con base en mecanismos de elitismo, Knowles y Corne (2000) proponen un método llamado *Pareto-archived Evolution Strategy (PAES)* y en los siguientes años, Zitzler *et al.* (2001) proponen el método *Strength Pareto Evolutionary Algorithms 2 (SPEA2)* y Deb *et al.* (2002) proponen un método basado en elitismo llamado *Non-dominated Sorting Genetic Algorithms II (NSGA-II)*, el cual es la modificación del NSGA propuesto por Srinivas y Deb (1994). Este último es uno de los procedimientos más popularmente usados para encontrar múltiples soluciones Pareto-óptimas en un problema de optimización multi-objetivo. A continuación se describe en detalle el NSGA-II.

### 4.4.3. Algoritmo Elitist Non-dominated Sorting Genetic Algorithms II - NSGA-II

Basados en los principios de los algoritmos evolutivos, la optimización multi-objetivo y el método NSGA, [Deb et al. \(2002\)](#) presentan el método NSGA-II, el cual puede encontrar soluciones mejor repartidas en los frentes Pareto-óptimos mediante una aproximación basada en elitismo y un operador de nicho para mantener la diversidad en las soluciones libre de parámetros ([Deb et al., 2002](#); [Çunkaş y Sağ, 2010](#)). El procedimiento general del NSGA-II es presentado en la [Figura 4-3](#).



**Figura 4-3.:** Procedimiento del NSGA-II. Imagen adaptada de [Deb et al. \(2002\)](#)

El procedimiento inicia con la generación de una población inicial de individuos  $P_0$  de tamaño igual a  $N$ , donde cada uno corresponde a un conjunto de las variables de decisión y es una posible solución al problema de optimización. Así, los individuos son evaluados para cada una de las funciones objetivo y son clasificados basados en el principio de no-dominancia. Con esto, cada uno de los frentes es formado con un número de soluciones, a las cuales se les asigna un valor de *fitness* igual al rango que ocupan (*ranking*). Paso seguido, utilizando el operador de selección por torneo binario, se seleccionan los padres, y aplicando los operadores de cruce y mutación se obtiene una población de hijos  $Q_0$  de tamaño  $N$ . Ahora, para las siguientes generaciones  $t$  el ciclo principal se puede resumir en tres partes:

- Parte 1:** Se forma una población  $R_t$  de tamaño  $2N$  donde se combinan la población de padres  $P_t$  e hijos  $Q_t$ :  $R_t = P_t \cup Q_t$ , asegurando así el elitismo al incluir en cada generación la población previa y actual. La población  $R_t$  se organiza de acuerdo a la no-dominancia y dominancia de sus individuos, y estos son agrupados en diferentes frentes ( $F_1, F_2 \dots F_{(2N)}$ ) y a los individuos perteneciente a cada uno de ellos se les asigna un valor de *fitness* correspondiente.

- **Parte 2:** Una nueva población  $P_{t+1}$  es llenada hasta alcanzar el tamaño de la población  $N$ . Para el llenado, se inicia con el primer frente  $F_1$  (mejor valor de *fitness*). En este proceso pueden ocurrir tres casos: 1)  $F_1$  es igual a  $N$ ; 2)  $F_1$  es menor a  $N$ ; 3)  $F_1$  es mayor a  $N$ . En el primer y segundo caso todo el mejor frente  $F_1$  es almacenado en  $P_{t+1}$ . Sin embargo, en el segundo caso el número de puestos restantes deberán ser ocupados con los individuos del frente subsecuente  $F_2$  o hasta  $F_l$  cuando con el número de individuos de los anteriores frentes no alcanza a completar  $N$  individuos en  $P_{t+1}$ . En el tercer caso y cuando el número de individuos del último frente  $l$  es superior al necesario para llenar  $P_{t+1}$ , este frente debe ser organizado usando el operador de comparación por ocupación en orden descendente. Con el frente organizado, son seleccionadas las mejores soluciones necesarias para completar  $P_{t+1}$ .
- **Parte 3:** De la nueva población  $P_{t+1}$  los padres son escogidos mediante el operador de selección por torneo binario, de los cuales se producirá una población de hijos  $Q_{t+1}$  de tamaño  $N$  a través de los operadores de combinación y mutación. Sin embargo, a pesar de que el operador de selección por torneo binario es usado, el criterio de selección se basa ahora en el operador de comparación por ocupación  $\prec_n$ .

En la metodología planteada por [Deb et al. \(2002\)](#) se propuso la utilización de una aproximación rápida de organización por no-dominancia basada en elitismo (*Elitist fast nondominated sorting*) y un método para la preservación de la diversidad en las soluciones de cada frente basado en una aproximación de comparación por ocupación.

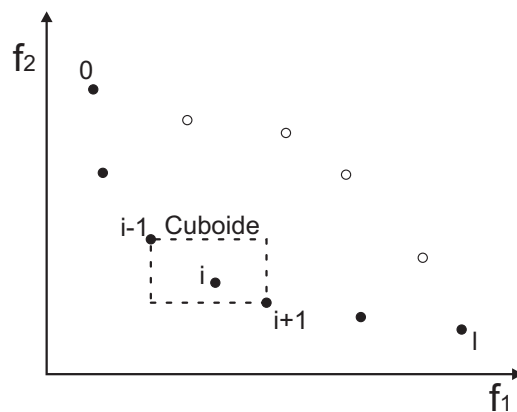
**Clasificación rápida por no-dominancia basada en elitismo:** Para iniciar el proceso de organización, dos entradas son calculadas para cada solución  $p$  de la población: 1) un contador de dominancia  $n_p$  (que es el número de soluciones que domina a la solución  $p$ ) y 2)  $S_p$  que es un grupo de soluciones que la solución  $p$  domina. Así, todas las soluciones en el primer frente Pareto-óptimo van a tener  $n_p = 0$ . Entonces, para cada solución  $p$  de este primer frente se visita cada miembro  $q$  de su grupo  $S_p$  y reduce el contador de dominancia de dicho miembro. Cuando el contador de dominancia de cualquier miembro  $q$  llega a cero, este es puesto en una lista separada  $Q$ , que corresponderán al segundo frente Pareto-óptimo. Luego, este procedimiento se hace sobre cada miembro del frente  $Q$  para construir el tercer frente, y así sucesivamente.

**Operador para la preservación de diversidad:** Como parte del NSGA-II, [Deb et al. \(2002\)](#) proponen una aproximación que soluciona las dificultades del operador por nicho basado en una función de repartición y su distancia de reparto ( $\sigma_{sharing}$ ), la cual depende del usuario. Así, la aproximación en NSGA-II se basa en un operador de comparación por amontonamiento (*crowded-comparison operator* ( $\prec_n$ )), el cual asume que cada individuo de la población cuenta con dos atributos: 1) el rango de no-dominancia ( $i_{rank}$ ) y 2) la distancia de amontonamiento ( $i_{distance}$ ). Así, el operador ( $\prec_n$ ) indica que entre dos soluciones  $i$  con diferente

rango de no-dominancia, se prefiere la solución con el menor  $i_{rank}$ , pero si las dos soluciones se encuentran en el mismo frente se selecciona la solución que se localiza en la región con menor ocupación.

**Procedimiento para estimar la distancia de amontonamiento (Crowded-distance)  $i_{distance}$ :**

La distancia de amontonamiento de una solución  $i$  es la distancia media entre dos puntos en cada lado de esta solución a lo largo de cada uno de los objetivos. Así, la distancia de amontonamiento  $i_{distance}$  corresponderá a al promedio de los lados del cuboide formado al usar los puntos vecinos de  $i$  como sus vértices [Figura 4-4](#). Para poder calcular esta distancia es necesario organizar las soluciones del frente en orden ascendente de magnitud para cada función objetivo, siendo  $i_{distance}$  igual a la suma de las distancias individuales calculadas para cada objetivo.



**Figura 4-4.:** Cálculo de la distancia de amontonamiento en un mismo frente no-dominado. Imagen adaptada de [Deb et al. \(2002\)](#)

### Manejo de restricciones con NSGA-II

Diferentes autores que han trabajado temas de optimización Bio-inspirada han propuesto, desarrollado y debatido diferentes métodos para el manejo de las restricciones, ya sea en métodos mono-objetivo o multi-objetivo. [Deb et al. \(2002\)](#) mencionan que en la mayoría de métodos de optimización mono-objetivo se han utilizado metodologías que se basan en el uso de parámetros de penalización de la función objetivo, y al mismo tiempo proponen una metodología basada en la selección por torneo para el manejo de las restricciones. El método se describe a continuación y es el usado en esta investigación.

El método se basa en la selección por torneo binario, donde dos soluciones son elegidas de la población y la mejor solución es escogida. Con la presencia de restricciones, cada solución debe ser factible o no factible. Así, pueden haber tres situaciones: 1) Ambas soluciones son

factibles; 2) Una es factible y la otra no; y 3) Ambas son no factibles. En el caso de un problema mono-objetivo, en el caso 1 se seleccionaría la solución con el mejor valor de la función objetivo, en el 2 se escogería la solución factible y en el 3 se tomaría la solución con la menor violación a las restricciones en general.

En la optimización multi-objetivo, [Deb et al. \(2002\)](#) modificaron la definición de dominancia entre dos soluciones A y B. Entonces: la solución A se dice que domina a la solución B por restricción, si alguna de las siguientes condiciones es verdadera:

1. La solución A es factible y la solución B no.
2. La solución A y B no son factibles, pero la solución A tiene una menor violación a las restricciones que la solución B.
3. La solución A y B son factibles y la solución A domina a la solución B.

Con este manejo de las restricciones se tiene como efecto que cualquier solución factible tiene un mejor rango de no-dominancia que una solución no factible. Todas las soluciones factibles son ranqueadas de acuerdo a sus niveles de no-dominancia basados en los valores de la solución de la función objetivo. Por otra parte, entre dos soluciones no factibles, la solución con la menor violación a las restricciones tiene un mejor ranquin.

## 4.5. Algoritmo de optimización por enjambre de partículas

Como parte de los algoritmos bio-inspirados de optimización, [Kennedy y Eberhart \(1995\)](#) presentaron un nuevo algoritmo de optimización fundamentado en la simulación del comportamiento social de los enjambres de aves, peces y abejas en la naturaleza, el cual se llamó método de optimización por enjambre de partículas, o en inglés *Particle swarm optimization (PSO)*. Este se enmarcó dentro de una nueva categoría de algoritmos conocidos bajo el nombre de inteligencia de enjambres (*Swarm intelligence*), el cual estudia el comportamiento colectivo y las propiedades de sistemas complejos, auto organizados y descentralizados con estructura social. Tales sistemas consisten en agentes simples interactuando en pequeñas sociedades conocidas como enjambres (*Swarms*). Así PSO emplea una población de partículas (puntos de búsqueda) que se mueven estocásticamente en el espacio de búsqueda. La mejor posición alcanzada por cada partícula es guardada en su memoria (se conoce como experiencia de la partícula) y esta experiencia es comunicada a una parte o a toda la población, influyendo así sus movimiento hacia la región más prometedora en el espacio de búsqueda ([Parsopoulos y Vrahatis, 2010](#)). Los PSO deben cumplir con cinco propiedades principalmente:

1. *Proximidad*: Es la habilidad de la población para efectuar cálculos de distancia y tiempo.



2. *Calidad*: La habilidad de las partículas para responder a factores de calidad en el espacio de soluciones.
3. *Diversidad*: Es la habilidad de producir una pluralidad en las diferentes respuestas.
4. *Estabilidad*: Es la habilidad de la población para mantener su comportamiento como grupo bajo determinados cambios leves en su ambiente.
5. *Adaptabilidad*: Es la habilidad de la población para cambiar su comportamiento cuando existe alguna señal que lo recomienda.

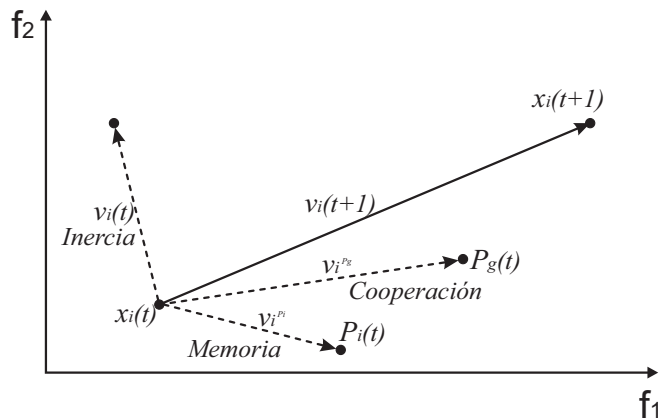
En PSO cada partícula  $i$  pertenece al espacio factible de búsqueda  $S = (\vec{x}_1, \vec{x}_2, \dots, \vec{x}_N)$  (donde  $N$  es el número de partículas), y representa en cada iteración  $t$  una solución candidata al problema de optimización  $\vec{x}(t)_i = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{iP})$  (donde  $P$  es el número de variables de decisión y  $\vec{x}(t)_i$  es la posición de la partícula). Esta partícula  $i$  en cada iteración conoce: 1) su mejor posición personal  $P_i = (p_{i1}, p_{i2}, \dots, p_{iP})$ , lo cual constituye la memoria de cada partícula y consiste en la mejor posición en que ha estado; 2) la mejor posición global  $P_g = (x_{g1}, x_{g2}, \dots, x_{gP})$ , lo cual constituye a la componente social del modelo, pues este valor corresponde a la memoria de la partícula que ha estado en la mejor posición de toda la población o el vecindario de cada partícula  $i$ ; y 3) la velocidad  $\vec{v}(t)_i = (v_{i1}, v_{i2}, \dots, v_{iP})$ , que representa el parámetro para el cambio de posición. Con esta información, en cada iteración se calcula el valor de velocidad, Ecuación 4-6, y con esta la posición de la partícula en la próxima iteración, Ecuación 4-7. Estas ecuaciones fueron el resultado de varias modificaciones respecto a las ecuaciones propuestas inicialmente por [Kennedy y Eberhart \(1995\)](#) y cuya versión contemporánea es la propuesta por [Clerc y Kennedy \(2002\)](#).

$$v_{ij}(t+1) = \omega v_{ij}(t) + C_1 R_1(t)(P_{ij}(t) - x_{ij}(t)) + C_2 R_2(t)(P_{gj}(t) - x_{ij}(t)) \quad (4-6)$$

$$x_{ij}(t+1) = x_{ij}(t) + \chi v_{ij}(t+1) \quad (4-7)$$

Con  $i = 1, 2, \dots, N$  y  $j = 1, 2, \dots, P$ .  $R_1$  y  $R_2$  son valores aleatorios uniformemente distribuidos en un rango de  $[0, 1]$ ; y  $C_1$  y  $C_2$  son factores de peso, también conocidos como parámetros cognitivo y social respectivamente.  $\omega$  se conoce como factor de inercia, que es usado como un parámetro de control de la explotación y exploración del espacio de búsqueda. Este busca controlar la velocidad (tamaño de los pasos) de las partículas y atraer a las mismas hacia las regiones más prometedoras una vez han sido identificados. Con esto se hace un refinamiento en la búsqueda al concentrar un grupo de partículas alrededor de la mejor solución.  $\chi$  es un parámetro llamado coeficiente o factor de constricción, el cual controla y restringe la magnitud de la velocidad. Hay también una velocidad máxima  $V_{max} > 0$  que establece los valores máximos que la velocidad puede tomar. Estos límites fueron introducidos como medida de control de la magnitud de las velocidades, resultando en la divergencia del enjambre (explosión del enjambre) ([Parsopoulos y Vrahatis, 2010](#)). Así, con los límites de

la velocidad se restringe el tamaño del paso que las partículas pueden dar en una región de búsqueda establecida. Con esto, si el paso es mayor a  $V_{max}$ , el valor de  $v_{ij}(t + 1)$  es asignado en las fronteras del campo de búsqueda. Este concepto de búsqueda se puede ver de forma esquemática en la [Figura 4-5](#).



**Figura 4-5.:** Concepto del cambio de punto de búsqueda con PSO

### 4.5.1. Optimización multi-objetivo por enjambre de partículas

La demostrada eficiencia del método PSO mono-objetivo ha atraído el interés de la comunidad científica. Así, un gran número de científicos han probado PSO mediante la comparación con métodos de optimización evolutivos ya establecidos. Como parte de los algoritmos multi-objetivo, [Coello y Lechuga \(2002\)](#) propusieron el (*Multi-objective PSO - MOPSO*), el cual fue uno de los primeros métodos de PSO basados en el principio de no-dominancia y elitismo ([Coello et al., 2004](#); [Parsopoulos y Vrahatis, 2010](#)).

En los siguientes años, y hasta cerca del 2008, varios métodos multi-objetivo fueron presentados por diferentes autores, los cuales pueden ser revisados en el Capítulo 11 de [Parsopoulos y Vrahatis \(2010\)](#). Como parte de estos trabajos, se resalta el propuesto por [Li \(2003\)](#), el cual fue llamado *Non-dominated Sorting Particle Swarm Optimization (NSPSO)*. Lo anterior ya que el método adoptó el concepto de organización por no-dominancia elitista y el análisis por nichos con la función de repartición y la distancia de amontonamiento usado en el método de [Deb et al. \(2002\)](#) NSGA-II. A continuación se presenta en detalle el método NSPSO, el cual fue elegido como algoritmo de estudio para la metodología de diseño de motores de inducción.

### 4.5.2. Algoritmo Non-dominated sorting particle swarm optimization - NSPSO

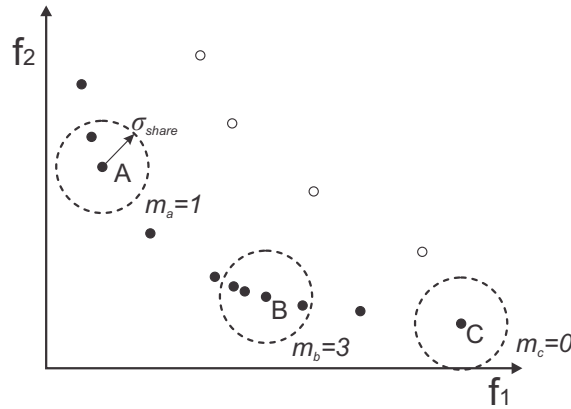
Partiendo del método de optimización por enjambre de partículas PSO propuesto por [Kennedy y Eberhart \(1995\)](#), [Li \(2003\)](#) propuso el método NSPSO para la solución de problemas de optimización multi-objetivo. Así, con el fin de garantizar la convergencia y diversidad del algoritmo, [Li \(2003\)](#) adoptó en particular las estrategias propuestas por [Deb et al. \(2002\)](#) en NSGA-II. En este sentido, en vez de comparar la mejor posición de cada partícula con su nueva posición, primero se combinan en una población temporal de tamaño  $2N$ , compuesta por la mejor posición personal de cada partícula de la población actual y la población con una nueva posición de las partículas. Una vez se tiene la población combinada primero se organiza la población de  $2N$  en un grupo de soluciones no-dominadas y dominadas, y el grupo de soluciones no-dominadas son ubicadas en el primer frente. Para la formación del siguiente frente, el frente uno es temporalmente removido de la población y luego son encontradas las soluciones no-dominadas de la población restante, las cuales conforman el segundo frente. Un procedimiento igual es seguido hasta organizar todas las soluciones en frentes Pareto-óptimos.

Para garantizar la diversidad en las soluciones, [Li \(2003\)](#) propuso el uso de dos métodos de análisis por nichos. Para el primero se requiere del cálculo del contador de nicho  $m_i$  introducido por [Goldberg y Richardson \(1987\)](#), y para el segundo, de la distancia de amontonamiento  $i_{distance}$  propuesto por [Deb et al. \(2002\)](#):

El **contador de nicho** de una partícula  $i$  corresponde al número de otras partículas dentro de la distancia de repartición  $\sigma_{share}$  (distancia Euclidiana) desde la partícula  $i$ . Una característica indeseada en este método de análisis por nichos es la dependencia de  $\sigma_{share}$  del usuario, esto debido a la gran dependencia del rendimiento del algoritmo con este parámetro. Por lo tanto, [Li \(2003\)](#) adoptó la distancia de repartición dinámica propuesta por [Fonseca et al. \(1993\)](#). De esta manera, para un problema de optimización con dos funciones objetivo, la distancia de repartición dinámica se puede calcular con la [Ecuación 4-8](#).

$$\sigma_{share} = \frac{u_2 - l_2 + u_1 - l_1}{N - 1} \quad (4-8)$$

Donde  $u_i$  y  $l_i$  son las fronteras superior e inferior para cada uno de los dos objetivos y la población entera. En cada iteración se seleccionan, de los frentes Pareto-óptimos, las soluciones con el menor valor del contador de nicho. En la [Figura 4-6](#) se presenta el ejemplo de tres soluciones candidatas (A, B y C) ubicadas sobre un mismo frente Pareto-óptimo. En este ejemplo, para la partícula A el contador de nicho es igual a 1, para la B es igual a 3 y para la C es igual a 0. Por lo tanto, como la partícula C tiene el menor contador de nicho, C va a preferirse por encima de A y B, estimulándose la diversidad en las soluciones de los frentes Pareto-óptimos.



**Figura 4-6.:** Contador de nicho sobre un mismo frente Pareto-óptimo. Imagen adaptada de Li (2003)

En el caso del método de análisis por nichos propuesto en el NSGA-II, este se basa en el análisis de la densidad de soluciones alrededor de cada solución. Este cálculo se hace de la misma forma presentada en la Subsección 4.4.3 y Figura 4-4.

Adicionalmente, en NSPSO se implementa la estrategia de reemplazar partículas en las regiones sobre-ocupadas. Así, en regiones con los valores más altos en el contador de nicho o más bajo en la distancia de amontonamiento, estas partículas son removidas y reemplazadas en cada iteración por nuevas partículas generadas aleatoriamente. Como las nuevas partículas producidas han estado influenciadas por las partículas en las regiones con menor ocupación, estas tendrán una mejor oportunidad de llegar a algún lugar menos ocupado en el frente actual.

Basados en los principios presentados en los párrafos anteriores, a continuación se presenta el algoritmo general del método NSPSO tomado de Li (2003).

### Pasos del NSPSO

1. Se inicializa la población de forma aleatoria y se almacena en un archivo llamado *PSOList*.
  - a) La posición actual de la  $i$ -ésima partícula,  $\vec{x}_i$  y su velocidad actual  $\vec{v}_i$ , son inicializadas con valores reales aleatorios dentro del rango especificado para cada variable de decisión; a  $\vec{v}_i$  se le da una probabilidad del 50 % de moverse en una dirección diferente a la inicial; la mejor posición personal  $P_i$  es tomada de  $\vec{x}_i$ ;  $V_{max}$  se toma de los límites superior e inferior del rango de la variable de decisión.
  - b) Las partículas se evalúan de acuerdo a las funciones objetivo, conformándose la iteración  $t=0$ .

2.  $t=t+1$
3. Se agrupan las partículas de *PSOList* mediante comparaciones de no-dominancia en soluciones no-dominadas y dominadas. Las primeras se almacenan en un archivo llamado *nonDomPSOList*.
4. Para cada partícula se calcula a) el contador de nicho  $m_i$  o b) el valor de distancia de amontonamiento  $i_{distance}$ , para cada partícula.
5. Ahora, *nonDomPSOList* se organiza de acuerdo a  $m_i$  o  $i_{distance}$ .
6. Para ( $i = 0; i < N; i++$ )(pasos a través de *PSOList*):
  - a) De la mejor parte superior (ej. el mejor 5%) del archivo *nonDomPSOList* ya organizado, se selecciona de forma aleatoria un valor de mejor posición global  $P_g$  para la  $i$ -ésima partícula del archivo *PSOList*.
  - b) Aplicando la Ecuación (4-6) y la Ecuación (4-7), se calcula la nueva velocidad y posición para la  $i$ -ésima partícula del archivo *PSOList*.
  - c) Para garantizar el elitismo, en un archivo temporal llamado *nextPopList* se adhieren la mejor posición personal  $P_i(t)$  y la nueva posición  $\vec{x}_i(t+1)$  de cada partícula  $i$  hasta completar  $2N$  partículas en *nextPopList*.
7. Mediante comparaciones de no-dominancia se agrupan las partículas del archivo temporal *nextPopList* en soluciones no-dominadas y dominadas. Las primeras se almacenan en el archivo *nonDomPSOList* y las segundas en un nuevo archivo llamado *nextPopListRest*.
8. Ahora, se vacía el archivo *PSOList*.
9. Del archivo *nonDomPSOList* se seleccionan partículas de forma aleatoria y se adicionan al archivo previamente desocupado *PSOList* hasta completar  $N$  partículas.
10. Si el número de partículas de *nonDomPSOList* y el tamaño de *PSOList* es menor a  $N$  se debe:
  - a) Agrupar las partículas del archivo *nextPopListRest* en soluciones no-dominadas y dominadas mediante comparaciones de no-dominancia. Las primeras se almacenan en un nuevo archivo llamado *nextnonDomList* (partículas pertenecientes a un segundo frente Pareto-óptimo).
  - b) Almacene las partículas de *nextnonDomList* en el archivo *PSOList* siempre y cuando el número de partículas en él sea aún menor a  $N$ .
  - c) Copie el archivo *nextPopListRest* a un nuevo archivo llamado *nextPopListRest-Copy* y luego vacíe *nextPopListRest*.

- d) Ahora, copie las soluciones dominadas del archivo *nextPopListRestCopy* al archivo *nextPopListRest* vacío.
  - e) Si el tamaño de *PSOList* es aún menor a  $N$  vuelva a a).
11. si  $t$  es menor al número máximo de iteraciones, vaya a 2.
  12. La posición de las partículas  $Q$  en la población final se toma de *PSOList*.

### Manejo de restricciones con NSPSO

Para la solución de problemas de optimización con restricciones, diferentes técnicas para el manejo de las mismas han sido implementadas para identificar las soluciones factibles en el espacio de búsqueda. La técnica más usada es la de penalización, donde las funciones objetivo originales son transformadas a otra función que castiga las soluciones no factibles, adicionando penalidades a sus valores basados en el número y la magnitud de las restricciones violadas (Parsopoulos y Vrahatis, 2010). Por otro lado, Coello *et al.* (2004) comparan de forma directa dos soluciones en un problema multi-objetivo. Entonces, si ambas son factibles, el principio de no-dominancia se aplica de forma directa para elegir la mejor solución. Si una es factible y la otra no-factible, se elige la solución factible. Finalmente, si las dos soluciones son no factibles, entonces la solución con la menor cantidad de restricciones violadas domina la otra solución.

En el caso del algoritmo de Li (2003), el autor no propone una técnica en particular para el manejo de restricciones. Por lo tanto, cualquiera de las aproximaciones propuestas por otros autores puede ser aplicada. Sin embargo, se debe tener en cuenta que el resultado en la solución del problema de optimización estará guiado de acuerdo a la técnica utilizada.

## 4.6. Algoritmos de optimización por Quimiotaxis de Bacterias

Uno de los primeros trabajos y el más influyentes en el campo de la optimización bio-inspirada por Quimiotaxis de Bacterias (QB) se le atribuye a Passino (2002), quien en ese año presentó un algoritmo de optimización para problemas mono-objetivo bajo el nombre de *Bacterial Foraging Optimization algorithm (BFOA)*<sup>1</sup>. Passino (2002) partió de la idea Darwiniana de como la selección natural tiende a eliminar a los animales con estrategias pobres para la búsqueda y adquisición de alimento, manteniéndose entonces entre generaciones aquellos que tengan estrategias más exitosas; mismo principio de la optimización evolutiva a través de una política de adquisición de alimento óptima. Sin embargo, Passino (2002)

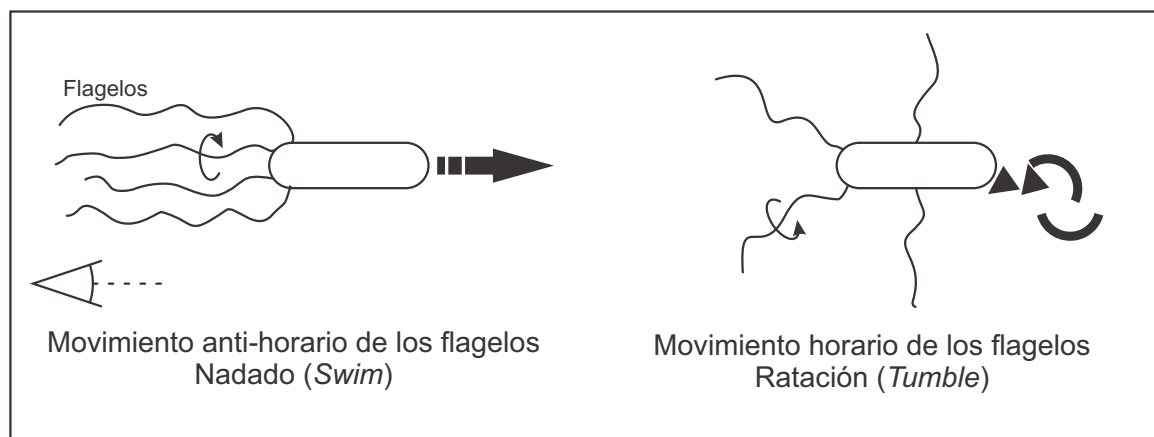
---

<sup>1</sup>*Foraging*: hace referencia a la acción de buscar recursos alimenticios silvestres.

introduce la idea de que los modelos de optimización basados en las dinámicas de alimentación son válidos para una búsqueda social, donde grupos de animales se alimentan de forma cooperativa.

En su trabajo, [Passino \(2002\)](#) basa su modelo en diferentes elementos involucrados en la teoría de búsqueda y obtención de alimento por parte de las especies animales. Sin embargo, el autor explica la metodología de optimización basado en la biología y física de la quimiotaxis en la bacteria E-Colie, ya que estos sencillos organismos han sido los más estudiados, conociéndose que aplican estrategias de búsqueda individual y social de forma óptima.

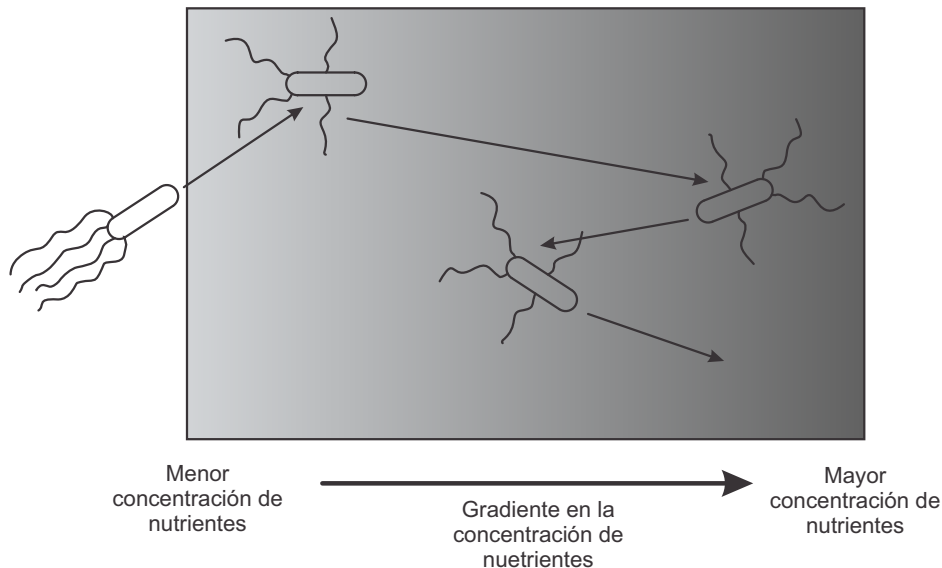
La bacteria E-Colie es un microorganismo simple que cuenta con flagelos en su superficie para su locomoción y un sistema de control para buscar alimento y evitar las sustancias nocivas. Con la oscilación de los flagelos la bacteria E-Colie se puede mover básicamente de dos formas: 1) Puede desplazarse en línea recta (nadar por cierto periodo de tiempo) (*Swim*) o 2) puede girar en el sitio (*Tumble*). Por la mecánica de funcionamiento de los flagelos (ver [Figura 4-7](#)), la bacteria solo puede efectuar uno de estos movimientos a la vez.



**Figura 4-7.:** Nadado y Giro debido al movimiento de los flagelos. Imagen adaptada de [Passino \(2002\)](#)

En general, los patrones de movimiento de las bacterias (también llamados contribuciones), que se van a producir frente a sustancias químicas atractivas y repelentes, son llamados quimiotaxis. De esta forma, si por ejemplo la bacteria E-Colie se encuentra en una región neutral por un largo periodo de tiempo, esta empezará a mover los flagelos para desplazarse en línea recta y girar de forma alterna con el fin de buscar alimento. Los grados de giro, dirección y distancia de movimiento los selecciona de forma aleatoria, habilitando por lo tanto a la bacteria para buscar los nutrientes. Ahora, cuando la bacteria detecta un aumento de gradiente en los nutrientes, el cambio en la concentración de los mismos dispara una

reacción tal que la bacteria va a invertir más tiempo nadando y menos girando (Figura 4-8). La dirección de movimiento es entonces sesgada hacia las regiones en que se percibe un incremento en los nutrientes. Finalmente, cuando la bacteria llega a una región con una concentración constante de nutrientes, ella retorna al comportamiento inicial de búsqueda, con el fin de nuevamente detectar el camino en que aumente la concentración de nutrientes (Passino, 2002).



**Figura 4-8.:** Comportamiento quimiotáctico de la bacteria. Imagen adaptada de Passino (2002)

Por otra parte, de acuerdo a estudios científicos, las bacterias han demostrado comportamientos sociales, ya que se organizan en grupos y mediante mecanismos de comunicación logran como grupo encontrar las regiones con mayor concentración de alimentos y escapar de ciertas regiones con elementos o estímulos negativos para ellas (Passino, 2002).

#### 4.6.1. Algoritmo de quimiotaxis de bacterias simple

Para el modelado del algoritmo de optimización, basado en el comportamiento quimiotáctico de las bacterias, se hace la suposición de que cada bacteria corresponde a una solución candidata al problema de optimización  $\theta$  que se encuentra en un ambiente que corresponde al espacio factible de búsqueda  $R^P$ . En este caso, el resultado de la función objetivo  $\vec{J}(\theta)$  representa los efectos combinados de atracción y repulsión por parte del ambiente en cada una de las bacterias. Por lo tanto,  $J$  representa la cantidad de nutrientes en la posición de la  $i$ -ésima bacteria.



Se define un paso quimiotáctico como un giro seguido de otro giro o un giro seguido de un desplazamiento recto. En BFOA [Passino \(2002\)](#) establece que la posición actual y nueva de cada bacteria está dada por: el paso quimiotáctico, la reproducción de las bacterias y un evento de eliminación-dispersión de las mismas  $J(\theta^i(j, k, l))$ . Donde  $i$  es el índice de cada bacteria,  $j$  el índice del paso quimiotáctico,  $k$  el índice del paso de reproducción y  $l$  el índice del evento de eliminación - dispersión. Por otra parte, [Passino \(2002\)](#) establece una variable para el tamaño del paso quimiotáctico  $C(i)$  y la dirección  $\phi(j)$ .

En el algoritmo BFMOA se incorpora una componente social en los movimientos mediante la producción e intercambio de señales entre bacterias (*Cell-to-cell signaling*). En este caso se introducen parámetros que establecen la profundidad (fuerza) y ancho (difusión) del efecto de atracción producido por las bacterias que se encuentran en regiones promisorias. Adicionalmente, [Passino \(2002\)](#) incluyó un efecto de repulsión entre bacterias. Este último permite evitar que dos bacterias se ubiquen en la misma posición, ya que esto en la realidad es físicamente imposible.

BFMOA incluye una componente reproductiva, la cual tiene lugar una vez el número total de pasos quimiotácticos se ha efectuado. Así, un grupo de bacterias que han tenido una buena cantidad de nutrientes se van a dividir en dos sin ser afectados por algún tipo de mutación. Para esto, la población es organizada en orden ascendente con base en el valor de la función  $J$ . Paso seguido, el 50 % inferior de las bacterias muere y el otro 50 % se divide en dos, las cuales estarán ubicadas en la misma posición.

Finalmente, [Passino \(2002\)](#) establece unos eventos de eliminación-dispersión en las bacterias. De acuerdo al autor se considera en orden de relevancia que una bacteria va a tener varios pasos quimiotácticos antes de uno de reproducción, y varias generaciones podrían tener lugar antes que un evento de eliminación-dispersión. Estos eventos mantienen el tamaño de la población y consiste en que, si se elimina una bacteria, esta simplemente se dispersa a otra locación del dominio de optimización de forma aleatoria. Para esto se cuenta con un parámetro que determina la probabilidad de que se presente un evento de eliminación-dispersión. BFMOA termina una vez el índice  $l$  ha alcanzado el número máximo de eventos.

#### 4.6.2. Optimización multi-objetivo por Quimiotaxis de Bacterias

Los métodos de optimización basados en la quimiotaxis de bacterias han venido cobrando importancia como métodos para la solución de diferentes problemas complejos en las ciencias y la ingeniería. Sin embargo, la mayor parte de los trabajos se han concentrado en el desarrollo de metodologías para la solución de problemas mono-objetivo, siendo entonces realmente novedosos los métodos de optimización multi-objetivo basados en quimiotaxis de bacterias que se han propuesto, y aún más, su utilización y prueba para la solución de diferentes problemas.

Los precursores fueron [Guzmán et al. \(2010\)](#), con su algoritmo de optimización multi-objetivo propuesto *Bacterial Chemotaxis Multi-objective Optimization (BCMOA)*. El método propuesto se basó en el uso de un procedimiento de organización rápido por no-dominancia para la identificación de los frentes Pareto-óptimos, la comunicación entre miembros de la colonia de bacterias y una estrategia quimiotáctica simple para el movimiento de la bacteria. Este se presenta en la siguiente sección y corresponde a uno de los algoritmos elegidos para el desarrollo de esta tesis.

En los años siguientes se han presentado otros algoritmos multi-objetivo. Estos han sido planteados y probados para la solución de un problema de despacho eléctrico (generación eléctrica), el cual es llamado problema de despacho económico y de emisiones ([Panigrahi et al., 2010, 2011](#); [Farhat y El-Hawary, 2011, 2012](#)). Tan solo el método *Multi-objective Bacterial Foraging Optimization (MOBF)*, propuesto por [Niu et al. \(2013\)](#), fue probado con la solución de problemas de prueba clásicos para nuevas metodologías de optimización propuestas y comparado con los resultados del NSGA-II y MOPSO, similar a como lo hizo [Guzmán et al. \(2010\)](#) en su trabajo.

#### **4.6.3. Algoritmo Bacterial Chemotaxis Multi-objective Optimization - BCMOA**

El algoritmo BCMOA propuesto por [Guzmán et al. \(2010\)](#) se basa en el comportamiento quimiotáctico de la bacteria *E.coli* para la búsqueda de alimento impulsadas por el cambio de gradiente en la concentración de los nutrientes. De igual manera, se basa en los comportamientos sociales de las colonias de bacterias mediante la comunicación de sus miembros, mientras que para el tratamiento multi-objetivo los autores proponen para la búsqueda de los frentes Pareto-óptimos el uso de la técnica de organización rápida por no-dominancia.

El algoritmo se inicia mediante la generación de una población de bacterias ubicadas en el espacio de búsqueda de forma aleatoria. Para cada bacteria, los valores de las funciones objetivo son calculados, donde el valor representa la cantidad de nutrientes presentes en el ambiente. Esta población de  $N$  bacterias es clasificada en diferentes frentes Pareto-óptimos  $F$  mediante el método de organización rápida por no dominancia propuesto por [Deb et al. \(2002\)](#) para el NSGA-II. En este sentido, las bacterias no-dominadas son ubicadas en el primer frente Pareto-óptimo  $F1$  y son consideradas como bacterias fuertes dentro de la población. Las demás bacterias (dominadas) son clasificadas en diferentes frentes Pareto-óptimos y son llamadas bacterias débiles, porque su ambiente es pobre en nutrientes.

El método está soportado en el elitismo, por lo que el comportamiento quimiotáctico se basa en una memoria temporal de las bacterias. Así, las bacterias fuertes comparan su posición

actual con la anterior mediante el principio de no-dominancia, y a partir de esto, las bacterias fuertes reaccionan con uno de dos posibles movimientos:

Entre una posición A y B de las bacterias fuertes en la población combinada:

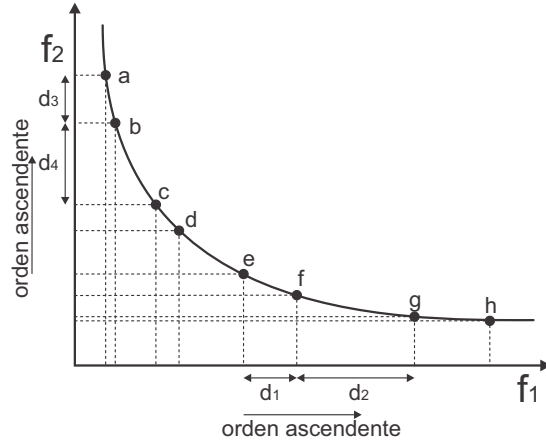
- Si la posición A domina a la posición B, la bacteria se moverá hacia la posición A, y en ella dará un pequeño paso (*short tumble*) en una dirección aleatoria sin alejarse de este punto que tiene una buena concentración de nutrientes.
- Si ambas posiciones A y B son no-dominadas, a partir de su posición cada una da un paso largo (*long tumble*) en una dirección aleatoria.

Como parte de la componente social del algoritmo, las bacterias fuertes producen señales indicando que se encuentran en regiones con una buena concentración de alimento. Es así que las bacterias débiles seleccionan de forma aleatoria a una bacteria fuerte, se mueve a una posición cerca a dicha bacteria y luego se mueve de forma recta (*swim*) en la misma dirección cerca de la posición con buena concentración de nutrientes. Una vez se aplica la estrategia quimiotáctica para cada bacteria de la población, el paso quimiotáctico finaliza.

Para la preservación de la diversidad de las soluciones, se utilizó el parámetro de densidad  $den_i$  propuesto por [Tripathi et al. \(2007\)](#). El cálculo del parámetro de densidad de la solución  $i$  se basa en la suma de la distancia con su vecino más cercano en el frente por cada función objetivo, y tomándolo en orden ascendente. Es decir, tomando como ejemplo la [Figura 4-9](#), si se toma el orden a, b, ..., g y h, la solución más cercana de a será b, de b será c y así sucesivamente. Así por ejemplo, si las soluciones del frente se organizan respecto  $f_1$ , e tendrá como su vecino inmediato a f, y por lo tanto su diferencia será  $d_1$ , y el vecino inmediato de f será g, por lo que la distancia será  $d_2$ . En el caso de organizar las soluciones respecto a  $f_2$ , el vecino más cercano de b será a y de c será b, por lo que las respectivas diferencias serán  $d_3$  y  $d_4$ . Basados en  $den_i$  se asigna un valor de *fitness* a cada solución, siendo las soluciones con mayor valor las mejores soluciones ya que se encuentran en regiones menos ocupadas. Para completar el paso quimiotáctico, cada bacteria débil elige a las bacterias fuertes entre el mejor 20 % superior de las bacterias organizadas por el parámetro de densidad  $den_i$ .

En la aplicación de la estrategia quimiotáctica, el tamaño del paso de las bacterias es bastante importante en el funcionamiento del algoritmo ([Guzmán et al., 2010](#)). Es así que en BCMOA se han definido tres tipos de tamaños de paso: tamaño del paso largo (*long tumble step size (LT)*), tamaño del paso corto (*short tumble step size (ST)*) y paso de nadado (*swim step size (SW)*). Para la selección de estos tamaños de paso [Guzmán et al. \(2010\)](#) proponen el uso de un factor  $Fac$  que decrece linealmente entre uno y cero en cada paso quimiotáctico de acuerdo a la Ecuación (4-9):

$$Fac(j) = (CHS_{max} - j)/CHS_{max} \quad (4-9)$$



**Figura 4-9.:** Medición de la diversidad en BCMOA. Imagen adaptada de [Tripathi et al. \(2007\)](#)

Donde  $CHS_{max}$  corresponde al número máximo de pasos quimiotácticos y  $j$  es el índice del paso.  $N$  es el número de partículas de la población,  $k$  el índice para  $P$  variables de decisión,  $F1(j)$  el grupo de soluciones no-dominadas,  $\theta_k(j)_{strong}$  la posición de una bacteria fuerte para la variable  $k$  y  $\theta_k(j)_{weak}$  la posición de una bacteria débil para la variable  $k$ . Con base en esta nomenclatura, los pasos están definidos en las Ecuaciones (4-12), (4-11) y (4-13) para cada variable  $k$  de las bacterias.

$$LT_k(j) = 1/N(\max(F1(j))_k - \min(F1(j))_k)Fac(j) \quad (4-10)$$

$$ST_k(j) = 0,1LT_k(j) \quad (4-11)$$

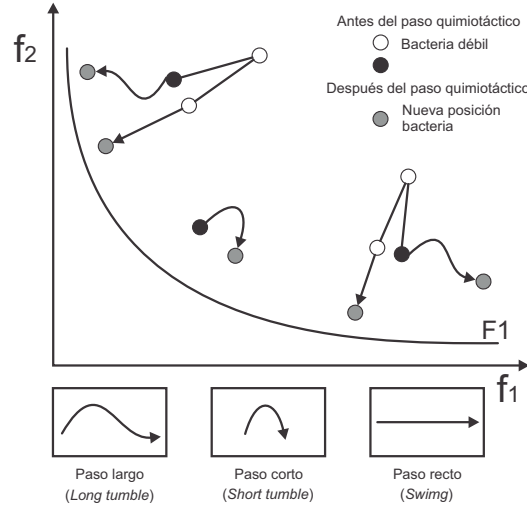
$$SW_k(j) = (\theta_k(j)_{strong} - \theta_k(j)_{weak})Fac(j) \quad (4-12)$$

Donde  $\max(F1(j))_k$  y  $\min(F1(j))_k$  son los valores máximos y mínimos para la variable  $k$  dentro de las soluciones del frente Pareto-óptimo  $F1(j)$ . En la [Figura 4-10](#) se representa el frente Pareto-óptimo  $F1$  y la estrategia quimiotáctica para un problema con dos objetivos planteada para BCMOA.

A continuación se presentan los pasos del algoritmo BCMOA ([Guzmán et al., 2010](#)):

### Pasos del algoritmo BCMOA

1. Se definen los parámetros del algoritmo: Tamaño de la población  $N$  y número máximo de pasos quimiotácticos  $CHS_{max}$ . Se inicializa la población ( $j = 1$ ) ubicando las bacterias de forma aleatoria en el espacio de búsqueda ( $\theta^i(j) \in R^P$ ).
  - a) Almacene la posición actual de cada bacteria  $\theta^i(j)$  en un archivo llamado *Bac*.



**Figura 4-10.:** Estrategia quimiotáctica en BCMOA. Imagen adaptada de [Guzmán et al. \(2010\)](#)

- b) Calcule el tamaño de los pasos quimiotácticos  $LT(j)$ ,  $ST(j)$  y  $SW(j)$  para cada variable de cada bacteria.
2. Para cada bacteria del archivo  $Bac$ , evalúe las funciones objetivo para la posición actual ( $J(\theta^i(j))$ ) y almacenarlas en el archivo  $ObjFunVal$ .
3. Si  $j = 1$ , copie los valores de  $ObjFunVal$  en un archivo llamado  $ObjFunVal_{prev}$ .
4. Clasifique la posición de todas las bacterias basados en el concepto de no-dominancia sobre  $J(\theta(j))$ . Almacene cada bacteria todas las bacterias no-dominadas en el primer frente Pareto-óptimo  $F1(j)$  y el resto de bacterias (dominadas) en un archivo llamado  $Bacdom$ .
5. Para cada bacteria de  $F1(j)$  se genera un vector aleatorio  $\Delta^i(j) \in R^P$ , donde cada elemento  $\Delta^i(j)$  con  $k = 1, 2, \dots, P$  es un valor aleatorio entre  $[-1, 1]$ .
6. Para cada bacteria del frente  $F1(j)$  compare el valor actual de las funciones objetivo  $J(\theta^i(j))$  con la solución previa  $J(\theta^i(j))_{prev}$  almacenada en el archivo  $ObjFunVal_{prev}$  mediante el principio de no-dominancia.
  - a) Si  $\theta^i(j)_{prev}$  domina  $\theta^i(j)$  la nueva posición para cada variable está dada por la Ecuación (4-13).

$$\theta_k^i(j+1) = \theta_k^i(j)_{prev} + ST_k(j)\Delta_k^i(j) \quad (4-13)$$

- b) Si  $\theta^i(j)$  domina  $\theta^i(j)_{prev}$  la nueva posición para cada variable está dada por la Ecuación (4-14).

$$\theta_k^i(j+1) = \theta_k^i(j) + ST_k(j)\Delta_k^i(j) \quad (4-14)$$

- c) Si  $\theta^i(j)$  y  $\theta^i(j)_{prev}$  son no-dominadas, la nueva posición para cada variable está dada por la Ecuación (4-15).

$$\theta_k^i(j+1) = \theta_k^i(j) + LT_k(j)\Delta_k^i(j) \quad (4-15)$$

7. Ahora, cada bacteria débil  $\theta_k^i(j)$  almacenada en el archivo *Bacdom* selecciona de forma aleatoria una bacteria fuerte del frente  $F1(j)$  y se mueve de acuerdo a la estrategia quimiotáctica planteada para el algoritmo. Así, el paso quimiotástico está dado por la Ecuación (4-16).

$$\theta_k^i(j+1) = \theta_k^i(j)_{strong} + \theta_k^i(j)_{strong}R1_k + SW_k(j) \quad (4-16)$$

Donde  $R1_k$  es un valor aleatorio entre  $[-0,01, 0,01]$

8. Se aplica la estrategia de **muros absorbentes**. Cuando una bacteria luego del paso quimiotástico sobrepasa las fronteras del espacio de búsqueda, las cuales están dadas por los variables máximo y mínimo de las variables de decisión  $k$ , a esta bacteria se le es asignado el valor máximo posible a dicha variable. Es decir, la bacteria es devuelta a la máxima o mínima posición posible respecto a cada variable.
9.  $ObjFunVal_{prev} = ObjFunVal$ .
10. Si  $j \leq CHS_{max}$ ,  $j = j + 1$  y regrese al paso 1.a) del algoritmo. De lo contrario, vaya a 10).
11. Detener el algoritmo.

### Manejo de las restricciones

Para el algoritmo BCMOA, [Guzmán et al. \(2010\)](#) proponen un manejo de las restricciones basado en la penalización de las funciones objetivo. De esta manera, la función objetivo es penalizada por violar una restricción, por lo que esta será igual a la función objetivo sin ser penalizada más una penalización constante. De esta manera, en un problema con múltiples restricciones, la función objetivo penalizada final será igual al valor de la función objetivo evaluada en cada bacteria por la suma de las penalizaciones correspondientes a todas las restricciones violadas.

## 4.7. Funciones de prueba y métricas de desempeño en optimización multi-objetivo

A lo largo del desarrollo de los algoritmos de optimización multi-objetivo, y por supuesto los métodos bio-inspirados, se han planteado un conjunto de problemas de prueba. Estos en

general se han convertido en mecanismos estándar para investigar el nivel de dificultad y las características de los problemas para los cuales el método se desempeña bien o mal.

Por otra parte, se han desarrollado métricas, las cuales permiten evaluar qué conjunto de soluciones encontrado por un método en particular es mejor que otro. En sí, las métricas están enfocadas a valorar el rendimiento del método frente a los dos principales objetivos de la optimización multi-objetivo: la convergencia y la diversidad de las soluciones del frente Pareto-óptimo (Ver [Sección 4.2](#)).

### Funciones de prueba

Las funciones de prueba han sido plateadas por distintos autores, y a partir de sus trabajos se han establecido como funciones estándar para la prueba de nuevos algoritmos de optimización multi-objetivo. Así, normalmente se tienen funciones de prueba sin y con restricciones.

Como parte de las funciones sin restricciones se encuentran por ejemplo las usadas por [Deb et al. \(2002\)](#), [Li \(2003\)](#) y [Guzmán et al. \(2010\)](#):

- Schaer's (SCH1)
- Fonseca y Fleming (FON) ([Fonseca y Fleming, 1998](#))
- Kursawe (KUR) ([Kursawe, 1991](#))
- Poloni (POL)
- Zitzler-Deb-Thiele(ZDT1, ZDT2, ZDT3 y ZDT4) ([Deb, 1999](#); [Zitzler et al., 2000](#))

Para los problemas con restricciones [Deb et al. \(2002\)](#) y [Guzmán et al. \(2010\)](#):

- SRN
- TNK ([Tanaka et al., 1995](#))
- WATER

Todas estas funciones de prueba, fueron elegidas y usadas inicialmente por [Deb et al. \(2002\)](#).

### Métricas de desempeño

Al igual que las funciones de prueba, las métricas se han planteado y usado por diferentes autores. Por ejemplo, hay métodos que evalúan la convergencia de las soluciones a un frente Pareto-óptimo conocido mediante el cálculo del error en las soluciones, la distancia euclidiana desde un grupo de puntos de referencia etc. Otras métricas se han diseñado para evaluar

la distribución y espaciado de las soluciones sobre un frente Pareto-óptimo conocido. Finalmente, hay otras métricas que evalúan ciertas combinaciones de convergencia y diversidad de las soluciones: el método de hipervolumen, de cobertura, las métricas R, etc. (Branke *et al.*, 2008).

Un ejemplo de ellas son las presentadas por Deb *et al.* (2002) y usadas por Li (2003) y Guzmán *et al.* (2010).

Como parte de las métricas de convergencia, está la métrica  $\Upsilon$ , en el que se tiene un conjunto H de 500 soluciones uniformemente distribuidas en el frente Pareto-óptimo, y se calcula para cada solución la distancia euclidiana mínima con H, siendo el promedio de esta distancia la métrica (Deb *et al.*, 2002). Entre otras, está la métrica conocida como *Métrica Proximidad o Distancia Generacional* (Li, 2003).

Dentro de las métricas de diversidad, Deb *et al.* (2002) proponen la métrica  $\Delta$ , que mide la distancia euclidiana entre soluciones consecutivas del conjunto Pareto-óptimo obtenido ( $d_1, d_2, \dots, d_n$ ), el promedio de estas distancias ( $\bar{d}$ ) y la distancia euclidiana entre los dos puntos extremos del frente Pareto-óptimo real, y las dos soluciones extremas del frente Pareto-óptimo hallado. Figura 4-11, Ecuación (4-17).

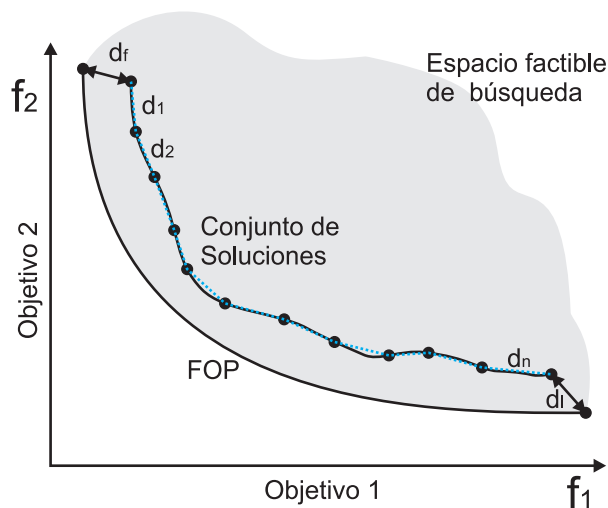


Figura 4-11.: Métrica  $\Delta$  de diversidad. Imagen adaptada de Deb *et al.* (2002)

$$\Delta = \frac{d_f + d_l + \sum_{i=1}^{N-1} |d_i - \bar{d}|}{d_f + d_l + (N - 1)\bar{d}} \quad (4-17)$$

Finalmente, existe un gran número de métricas que se han usado, dentro de las cuales se destacan por ejemplo la métrica de *Hypervolumen*, la cual considera el tamaño del área



no dominada en el espacio de funciones como indicador de la diversidad ([Zitzler y Thiele, 1998](#); [Zitzler \*et al.\*, 2003, 2007](#)), y de esparcimiento de Schott (SS) ([Knowles y Corne, 2002](#)). Otras pueden ser la cantidad de soluciones optimas ([Li, 2003](#)), los tiempos de ejecución y complejidad computacional.

## **5. Metodología de diseño motor de inducción tipo Jaula de ardilla**

Basado en las definiciones contenidas en el diccionario de la Real Academia Española, una *metodología* se podría definir como el conocimiento de un modo de proceder con orden y de forma sistemática y estructurada, el cual ha sido construido mediante la observación y el razonamiento de los fenómenos involucrados en tal proceso. En el presente capítulo se presentará una metodología de diseño de motores de inducción tipo jaula de ardilla de alta eficiencia mediante la implementación de algoritmos bio-inspirados multi-objetivo de optimización. En las primeras secciones se presenta la metodología de diseño, seguido por el procedimiento para el ajuste y validación de los modelos matemáticos usados para el diseño y se presentan los resultados de dicho proceso. Posteriormente, se expone el procedimiento de optimización del diseño propuesto junto con el problema de optimización como parte de la metodología de diseño, el ajuste de parámetros en los algoritmos de optimización probados y el mecanismo de toma de decisión planteado. El capítulo finaliza con los resultados obtenidos mediante la utilización de la metodología propuesta y el diseño teórico de un nuevo motor con eficiencia aumentada.

### **5.1. Metodología de diseño de motores de inducción tipo jaula de ardilla basado en métodos de optimización bio-inspirados multi-objetivo**

El diseño original y la optimización paso a paso de un dispositivo es en la práctica un proceso de prueba y error ([Hameyer y Belmans, 1999](#)). En el caso de los motores eléctricos es común contar en un principio con un diseño teórico, el cual ha estado limitado a varias aproximaciones y suposiciones que reducen la precisión y exactitud de los resultados obtenidos. Por lo tanto, estos resultados teóricos normalmente son validados mediante la construcción de varios prototipos, los cuales son sometidos a ensayos de laboratorio. Sin embargo, en la actualidad existen herramientas para desarrollar un modelo de simulación apropiado, con el cual varios de los aspectos de funcionamiento del motor pueden ser simulados en una computadora. Esta posibilidad es especialmente útil en motores con geometrías complejas, donde el modelo matemático omite varios fenómenos físicos presentes en el dispositivo y efectúa

suposiciones para poder llegar a un análisis aproximado.

En general, todas las tres aproximaciones ofrecen ciertas ventajas y desventajas y ninguno de los métodos es totalmente útil como única aproximación para el análisis de un dispositivo como el motor eléctrico. Por tal razón, para el desarrollo de esta tesis se propuso el uso de las tres aproximaciones con el fin de garantizar un resultado fiable y al mismo tiempo lograr la incorporación de un proceso de optimización bio-inspirado multi-objetivo en la metodología de diseño propuesta.

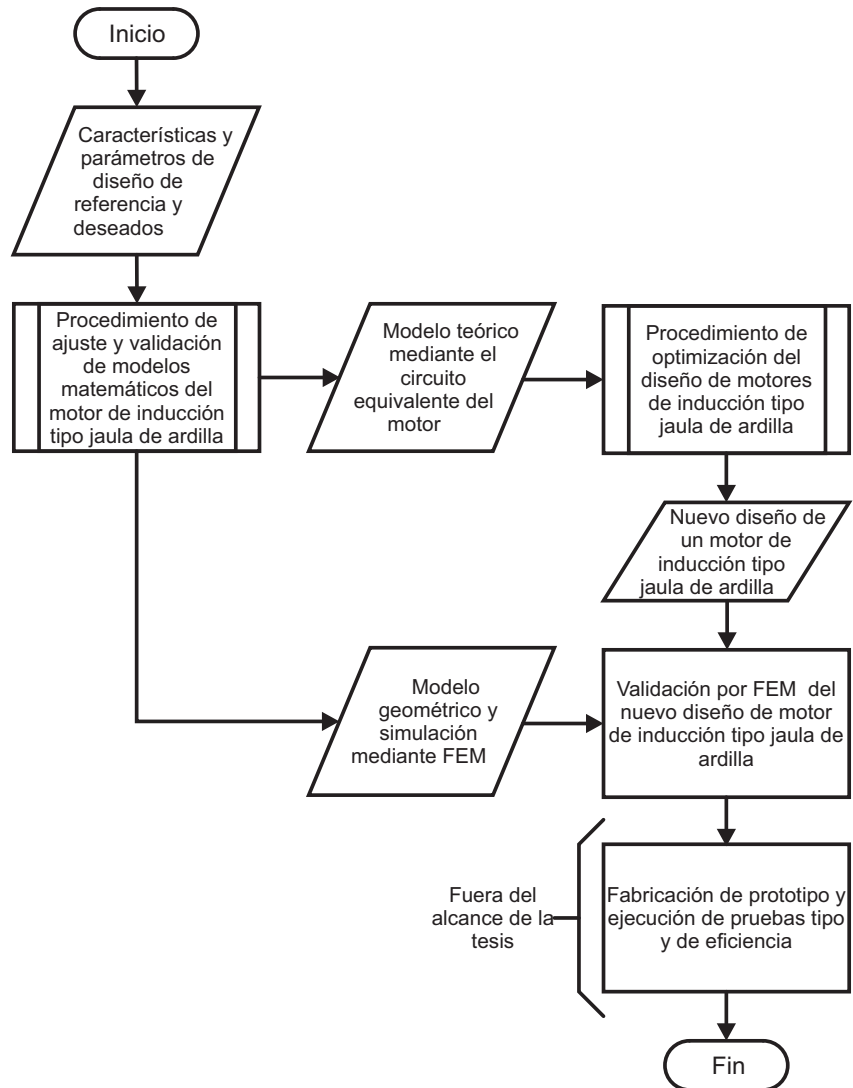
Por lo tanto, para esta tesis de maestría se propone una metodología para el diseño de motores de inducción tipo jaula de ardilla de hasta 100kW, baja tensión y alta eficiencia mediante la implementación de algoritmos de optimización bio-inspirados multi-objetivo. Esta metodología es presentada en la [Figura 5-1](#). La metodología propuesta incorpora un procedimiento para la formulación, ajuste y validación de los modelos matemáticos del motor de inducción necesarios para su diseño y optimización, un procedimiento de optimización del diseño dimensional del motor de inducción mediante la implementación de algoritmos de optimización bio-inspirados multi-objetivo, un proceso de validación por FEM del diseño optimizado y finalmente un proceso de prototipado y ensayos del motor. Este último se encuentra fuera del alcance de la tesis de investigación, sin embargo se contempla como parte esencial en una metodología de diseño de un motor de inducción tipo jaula de ardilla

En las siguientes sub-secciones se presentan los procedimientos, procesos y resultados de la metodología, la cual fue aplicada en la optimización del diseño de un motor de inducción tipo jaula de ardilla, el cual fue seleccionado como motor base.

### **5.1.1. Procedimiento para el ajuste y validación de de modelos matemáticos del motor de inducción tipo jaula de ardilla**

Con base en la metodología de diseño propuesta, se incorporó un procedimiento para el ajuste de los modelos matemáticos del motor de inducción tipo jaula de ardilla. Esta propuesta se presenta en la [Figura 5-2](#)

El procedimiento inicia con unos datos constructivos y de funcionamiento de un motor de inducción tipo jaula de ardilla conocido, el cual es seleccionado como caso base. A continuación se sigue con una componente experimental mediante ensayos tipo y de eficiencia hechos por norma. Una vez se tienen estos datos experimentales se formulan, ajustan y validan dos modelos matemáticos del motor de inducción: modelo por FEM y modelo por circuito equivalente. Los resultados de la componente experimental, de simulación y teóricos son comparados en un proceso iterativo, de tal manera que se obtengan resultados de potencia, pérdidas y eficiencia comparables y con errores por debajo del 10 % respecto al deslizamien-

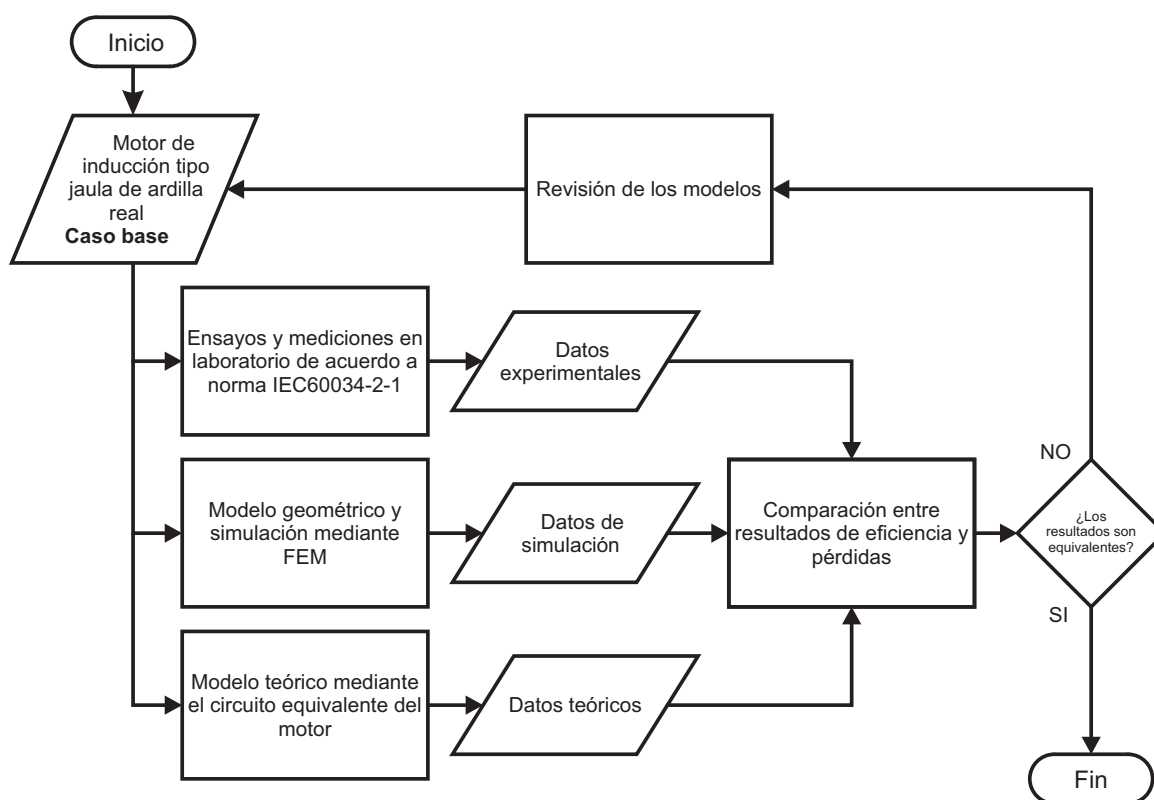


**Figura 5-1.:** Metodología de diseño de un motor de inducción tipo jaula de ardilla basado en métodos de optimización bio-inspirados multi-objetivo

to de la máquina. A continuación se presentan las características de estas componentes del procedimiento.

### Componente experimental: Ensayos de eficiencia por IEC60034-2-1

Se partió de un análisis experimental basado en la ejecución de ensayos para el análisis de motores reales a partir de la norma IEC60034-2-1, cuyo procedimiento fue presentado en la [Sección 3.1](#). Como ya se ha mencionado, en los ensayos de eficiencia por el método escogido se requiere de una especial atención con la instrumentación usada y procedimiento efectuado. Así, se hicieron ensayos a motores de 2 y 4 polos, potencias entre 3HP y 30HP y eficiencias



**Figura 5-2.:** Procedimiento para la formulación, ajuste y validación de los modelos matemáticos del motor de inducción tipo jaula de ardilla

con clasificación IE2 e IE0. Se completaron 54 ensayos diferentes, mediante los cuales se ajustó el procedimiento de ensayo implementado. Para esto, se compararon los resultados obtenidos con los declarados por el fabricante en las fichas técnicas de dichos motores. En la [Tabla 5-1](#) se presenta el resumen de los motores ensayados y el resultado de eficiencia medido y declarado en la máquina por el fabricante.

A partir de estos resultados, se logró obtener mediciones con un error medio menor al 2.5% respecto al valor declarado por el fabricante, razón por la cual se validaron los ensayos y cálculos hechos para la determinación de la eficiencia y por ende las pérdidas segregadas en la máquina como punto de referencia en la elaboración de los modelos teóricos.

### **Componente teórica: Modelo matemático del motor de inducción**

En una metodología de diseño de un motor de inducción, la componente experimental correspondería al último paso del diseño, en el que se valida el funcionamiento del nuevo motor mediante la fabricación y prueba de un prototipo. Sin embargo, este proceso es lento y costoso, por lo que la utilización de un método analítico para la verificación de un nuevo diseño

**Tabla 5-1.:** Pruebas realizadas mediante IEC60034-2-1. Resultados de eficiencia

		Clasificación IE/Eficiencia (%)											
		IE0						IE2					
Potencia/Polos		2			4			2			4		
Hp	kW	NP	TS	ER	NP	TS	ER	NP	TS	ER	NP	TS	ER
2	1,5	–	–	–	76,7	73,2	4,6	84,0	82,6	1,6	84,0	83,1	1,0
3	2,2	80,9	78,1	3,5	80,0	77,4	3,3	85,5	83,4	2,4	87,6	88,6	1,1
4	3,0	82,4	82,4	0,04	82,9	80,4	3,0	87,5	86,7	0,9	87,5	87,0	0,6
5	3,7	80,5	77,5	3,7	83,9	81,6	2,8	87,5	85,6	2,1	87,5	87,4	0,1
6,6	4,9	80,7	77,8	3,6	84,9	81,5	4,0	–	–	–	–	–	–
7,5	5,6	84,2	81,9	2,8	86,4	84,4	2,4	88,5	87,4	1,3	89,5	89,1	0,4
10	7,5	85,9	85,9	0,02	85,5	83,3	2,6	89,8	89,9	0,1	89,5	88,9	0,6
12	9,0	86,8	84,8	2,3	85,7	87,4	2,0	–	–	–	–	–	–
15	11	86,5	84,5	2,3	87,5	87,5	0,03	90,2	87,8	2,7	91,0	89,8	1,3
20	15	–	–	–	88,2	88,2	0,05	–	–	–	91,0	89,5	1,7
25	19	85,5	83,4	2,5	89,9	88,4	1,7	91,0	89,4	1,7	92,4	91,7	0,7
30	22	88,5	86,8	1,9	–	–	–	91,0	90,3	0,7	–	–	–
35	26	88,9	89,0	0,1	89,8	88,3	1,7	–	–	–	–	–	–
40	30	89,8	89,9	0,1	89,8	88,3	1,6	91,7	90,9	0,8	93,0	91,5	1,6
50	37	90,4	90,4	0,02	90,9	89,6	1,5	92,4	91,3	1,2	93,0	92,1	0,9
60	45	90,7	90,7	0,01	91,4	92,2	0,9	–	–	–	93,6	92,1	–
75	56	91,3	91,4	0,1	92,0	90,9	1,2	–	–	–	–	–	–
<b>Error medio</b>		1,5			2,1			1,4			0,9		
<b>NP</b>		Valor placa de características fabricante											
<b>TS</b>		Valores obtenidos de ensayo											
<b>ER</b>		Error relativo en %											

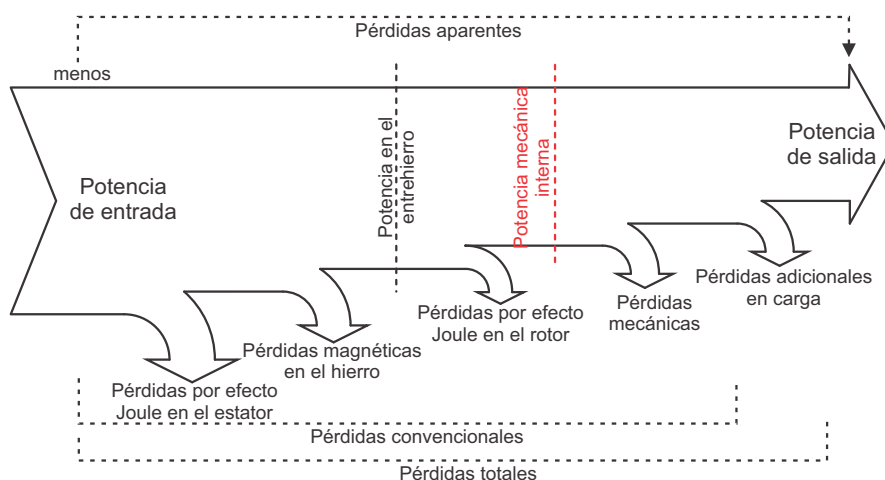
se hace necesario. Normalmente se usa el método de los elementos finitos, el cual fue presentado en la [Sección 3.2](#). Se propuso el uso de FEM como una forma de representar actividades reales (ensayos y mediciones) en un laboratorio ficticio (computadora) [Hameyer y Belmans \(1999\)](#). Sin embargo, debido al elevado procesamiento computacional de FEM y los procesos iterativos en lo que se basan los métodos de diseño y optimización, el procedimiento de optimización como parte de la metodología de diseño se basó en un el modelo analítico por

circuito equivalente del motor.

En la [Figura 5-2](#) se parte de un caso base (diseño de motor conocido) para obtener a partir de ensayos de laboratorio datos de funcionamiento, pérdidas y eficiencia de la máquina. De igual forma, con la geometría conocida e información de los materiales usados en ese diseño base, se elabora el modelo por FEM, el cual es revisado y ajustado mediante comparaciones con los datos reales obtenidos de los ensayos. Finalmente, un modelo analítico basado en el circuito equivalente del motor es implementado con base en las dimensiones y características del motor con que se ha venido desarrollando este proceso; los resultados obtenidos mediante este modelo son revisados y ajustados mediante comparaciones con el modelo por FEM y los ensayos hechos de forma experimental. Una vez los modelos arrojan resultados aceptables desde el punto de vista comparativo (Errores relativos menores al 10%), el modelo analítico por el circuito equivalente es usado en la metodología de diseño de un motor de inducción tipo jaula de ardilla basado en métodos de optimización bio-inspirados multi-objetivo, propuesto en esta tesis, y que se explicará en las siguientes secciones. Sin embargo, los resultados arrojados por esta metodología de diseño serán validados con un método de mayor precisión al analítico, como lo es FEM ([Capítulo 2](#)).

### Mecanismo de comparación entre los métodos teóricos, por simulación y experimentos

Para el desarrollo de la metodología global para la formulación y validación de los modelos, se planteó la comparación de los mismos a través de los valores de pérdidas y eficiencia de la máquina. Sin embargo, vale la pena recordar el flujo de potencia de la máquina y componentes de pérdidas en la misma [Figura 5-3](#).



**Figura 5-3.:** Flujo de potencia y componente de pérdidas en el motor de inducción

El flujo de potencia del motor se puede dividir en potencia de entrada, potencia de salida, componente de pérdidas convencionales y pérdidas adicionales en carga. Las pérdidas convencionales de acuerdo a la norma IEC se dividen en pérdidas en carga y constantes. Las pérdidas en carga corresponden a las pérdidas por efecto joule en los conductores del estator y rotor. Las pérdidas constantes corresponden a las pérdidas magnéticas en los núcleos y mecánicas por ventilación y fricción en el motor. Las pérdidas adicionales en carga están conformadas por un conjunto de pérdidas presentes en la máquina que son difíciles de medir, las cuales son atribuidas a componentes armónicas presentes en el campo magnético generado en el motor. Sin embargo, en la parte experimental del análisis de los motores, las pérdidas adicionales en carga también reciben contribuciones de las diferencias o errores en la medición de las pérdidas convencionales.

Ahora, en los modelos por elemento finitos y por circuito equivalente del motor, no se consideran de forma implícita dos componentes de pérdidas: las pérdidas mecánicas y las pérdidas adicionales en carga. Es por esto que, para la comparación de la eficiencia obtenida entre los métodos, se consideran únicamente las componentes convencionales de pérdidas menos las pérdidas mecánicas del motor. Es decir, la eficiencia calculada con los métodos teóricos estará dada por la razón entre la llamada potencia mecánica interna y la potencia de entrada.

Sin embargo, para el cálculo de la eficiencia mediante las mediciones en laboratorio hechas por la norma IEC60034-2-1, se deben considerar las pérdidas adicionales en carga, especialmente por la necesidad de compensar los errores de medición implícitos en las pruebas. De esta forma, la potencia mecánica interna del motor estará dada por la potencia de salida menos las pérdidas mecánicas del motor, y el valor de eficiencia comparativo con los métodos teóricos, se calcula con este valor de potencia.

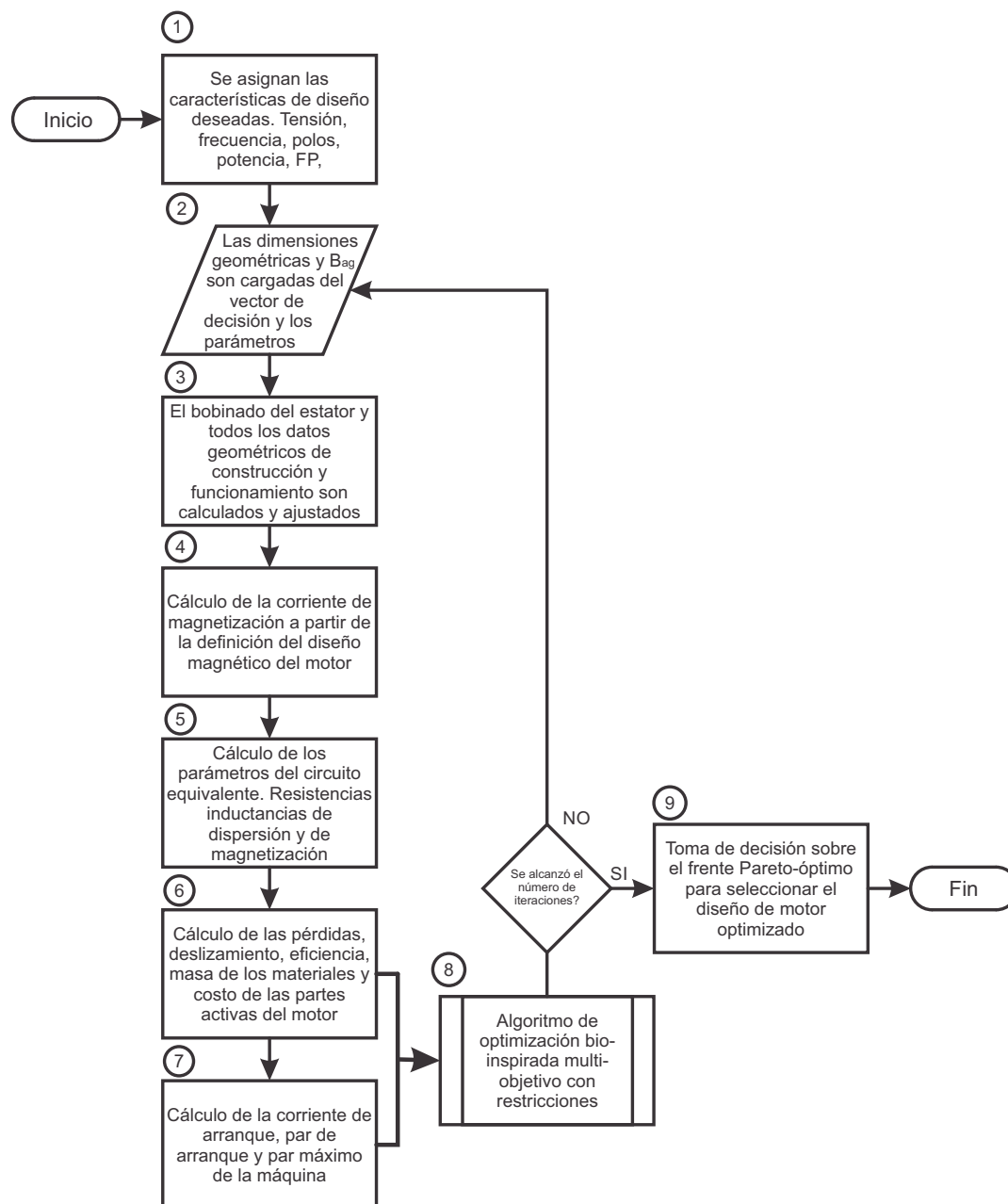
### **5.1.2. Procedimiento de optimización del diseño de motores de inducción tipo jaula de ardilla mediante métodos bio-inspirados multi-objetivo y el modelo por circuito equivalente**

En el diseño de los motores de inducción hay comúnmente diferentes factores y características en el diseño. Dentro de los factores que más influyen en el diseño de una máquina de inducción se encuentra el costo, los materiales, las especificaciones normalizadas y ciertos factores especiales en el diseño. Por otra parte, las mayores características en el diseño de un motor de inducción pueden ser divididas en cinco áreas: diseño eléctrico, diseño magnético, diseño del aislamiento, diseño térmico y diseño mecánico (Boldea y Nasar, 2010)

Para la propuesta del procedimiento de optimización del diseño se tomó como referencia la metodología general presentada por Chun *et al.* (2008), la cual fue modificada para incluir como parte de esta tesis de investigación una fase de optimización bio-inspirada multi-objetivo



en el proceso de diseño. La metodología se muestra en la [Figura 5-4](#) y fue implementada mediante código en Matlab.



**Figura 5-4.:** Procedimiento de optimización del diseño del motor de inducción tipo jaula de ardilla

Este procedimiento se planteó para efectuar el diseño eléctrico y magnético del motor de inducción, considerando la eficiencia, el costo y los requerimientos dados por norma a través

de la formulación de un adecuado problema de optimización. Los diseños térmico y mecánico del motor no se consideran en este procedimiento. El procedimiento de optimización del diseño se explica a continuación

1. El procedimiento inicia con la definición de diferentes aspectos del diseño: tensión nominal, número de polos, potencia nominal, tipo de bobinado, eficiencia deseada, factor de potencia y características de funcionamiento tales como la corriente nominal, corriente de arranque, par de arranque y par máximo del motor.
2. En este paso del procedimiento las dimensiones geométricas y características constructivas son introducidas. Algunas de ellas son constantes y se cargan como parámetros de diseño. Otras dimensiones son cargadas como de un vector de variables de decisión definido. Las dimensiones restantes se calculan a partir de los valores de los parámetros y variables ya introducidos. En este paso la densidad media de flujo magnético en el entrehierro también es asignado a partir del vector de variables de decisión. Adicionalmente, se deben incluir datos relacionados con el costo de fabricación del motor (problema multi-objetivo), es así que valores del precio específico del material se deben incluir como parámetros de entrada al procedimiento.
3. El número de espiras del bobinado, calibre de los conductores (para garantizar el factor de relleno) y en general las características del bobinado en el estator son calculados. Así, en este paso todas las dimensiones y características constructivas deben quedar definidos y ajustados.
4. Con las dimensiones geométricas del estator y rotor definidas en el paso 3), se calculan los parámetros del circuito magnético del motor, para luego hallar la corriente de magnetización y factores de saturación en los materiales ferromagnéticos del motor. Para esto se debe tener la curva de magnetización del material utilizado en los núcleos del motor.
5. Con las dimensiones geométricas, características del bobinado, corriente de magnetización y factores de saturación en la máquina se calculan los parámetros del modelo de circuito equivalente por fase del motor inducción: resistencia por fase del estator, inductancia de dispersión en el estator, resistencia por fase de la jaula de ardilla, inductancia de dispersión de la jaula de ardilla e inductancia de magnetización de la máquina.
6. Mediante el circuito equivalente se calcula la corriente nominal del motor, el factor de potencia, la potencia eléctrica de entrada, las pérdidas por efecto joule en el bobinado del estator y la jaula de ardilla y las pérdidas magnéticas. Con la potencia de entrada y salida halladas, se determina el valor de eficiencia del motor. En este mismo paso, con las dimensiones de la máquina y características del bobinado se calculan las masas

del hierro, cobre y aluminio usado en las partes activas del motor. Con la cantidad de material usado y el costo específico del material, se calcula el costo de las partes activas del motor.

7. Mediante el circuito equivalente se calculan características de funcionamiento del motor tales como el par nominal de funcionamiento, el deslizamiento nominal, corriente de arranque, par de arranque y par máximo del motor.
8. Con los valores de eficiencia, costo de las partes activas del motor y características de funcionamiento del motor se utiliza un algoritmo de optimización bio-inspirado multi-objetivo con restricciones para la clasificación de los diseños candidatos a ser óptimos en frentes Pareto-óptimos y buscar los mejores diseños del motor. Así, se tiene un diseño candidato por cada elemento de la población del algoritmo bio-inspirado elegido. ¿Se alcanzó el número máximo de iteraciones del algoritmo de optimización?
  - a) NO, se regresa al paso 2) del procedimiento de optimización del diseño con el fin de asignar nuevas variables de decisión al modelo teórico del motor y probar nuevos diseños candidatos a ser óptimos.
  - b) SI, se termina el proceso de diseño y obtiene un conjunto de soluciones Pareto-óptimas.
9. Mediante un mecanismo de toma de decisión, se selecciona del mejor frente Pareto-óptimo, el diseño óptimo del motor de inducción tipo jaula de ardilla de alta eficiencia.

Dentro de los pasos mencionados anteriormente se encuentra un gran número de ecuaciones interrelacionadas, que poco a poco se van constituyendo en el gran modelo matemático que representa al motor (Nieves y Robles, 1995). Estas ecuaciones fueron presentadas en la [Sección 3.3](#) del [Capítulo 3](#); los algoritmos de optimización propuestos para el paso 8) se presentaron en el [Capítulo 4](#), mientras que el problema de optimización se presentará en las siguientes secciones.

Las metodologías fueron probadas y validadas en **UN** motor seleccionado de los 54 ensayados como parte de la componente experimental de la tesis. El motor se seleccionó con base en:

- Es un motor con una alta demanda en el mercado nacional de acuerdo a datos del fabricante.
- Por su diseño con eficiencia IE2 presenta un alto costo de fabricación.
- Para los motores de menor potencia y número de polos es más complicado su mejorar su eficiencia, por lo que sus valores de clasificación son menores y los rangos para pasar entre niveles de clasificación es mayor (IEC60034-30, 2008). Por lo tanto, el potencial de mejora es más atractivo.

- De acuerdo al fabricante, el diseño del motor comparte características con motores de otras potencias y número de polos del mismo tamaño constructivo, por lo que la metodología propuesta podrá ser extendida y probada con estos motores fácilmente.
- Por su tamaño constructivo y potencia nominal ofrece una relativa facilidad para la reproducción, repetición y comprobación de los resultados obtenidos.
- Se contó con información constructiva y de materiales usados en su fabricación.
- la potencia y número de polos ha sido trabajada o es similar a la usada por otros autores en trabajos en la misma área de investigación.

## **5.2. Motor de inducción seleccionado como caso base para ser re-diseñado mediante la metodología propuesta**

Se seleccionó un motor de inducción tipo jaula de ardilla de 5HP (3.7 kW) 2 polos y eficiencia IE2. En la [Tabla 5-2](#) se presentan las características nominales del motor.

Del motor se cuenta con los planos correspondientes a la geometría de ranura del estator y rotor, dimensiones del anillo de corto circuito, esquema de bobinado y datos constructivos y de materiales requeridos para obtener el modelo del motor.

### **5.2.1. Características constructivas del motor**

Son consideradas partes activas del motor todas aquellas que permiten la conducción de corrientes eléctricas o campos magnéticos, y por lo tanto son responsables del funcionamiento del motor. En las siguientes partes del documento se relacionan las principales características constructivas del motor y los materiales usados en el mismo.

#### **Geometría de las láminas magnéticas**

El motor seleccionado pertenece al tamaño constructivo IEC 112M. La geometría de la lámina del estator y rotor se presenta en la [Figura 5-5](#).

#### **Esquema de bobinado del motor seleccionado**

En la práctica se emplean diferentes tipos de bobinado en el diseño de los motores eléctricos. La selección de uno u otro depende de las características constructivas y de funcionamiento deseado en la máquina. En el caso de los motores de menor potencia, un esquema concéntrico es comúnmente utilizado. Es así que, en el motor seleccionado, el bobinado es concéntrico

**Tabla 5-2.:** Característica del motor eléctrico seleccionado (placa)

Motor		2P, 5.0HP, IE2
Característica	Unidad	Valor
Potencia nominal (mecánica)	HP	5
	kW	3,7
Tensión nominal	V	220/440
Conexión	–	YY/Y
Corriente nominal	A	13,2/6,6
Factor de potencia	–	0,85
Eficiencia	%	87,5
Clase IE	–	IE2
Factor de servicio	–	1,15
Número de polos	–	2
Velocidad nominal	rpm	3535
Deslizamiento	pu	0,018
Par nominal ( $T_n$ )	Nm	10,1
Par de arranque ( $T_a/T_n$ )	–	4,3
Corriente de arranque ( $I_a/I_n$ )	–	9,7
Forma constructiva	–	IMB3
Frame IEC	–	112M
Clase térmica	–	F
Protección mecánica	–	IP55

con conexión por polos. Esto significa que en el estator el número de grupos de bobina va a ser igual al número de polos de la máquina ( $2p$ )<sup>1</sup>. El esquema de bobinado se puede ver en la [Figura 5-6](#).

<sup>1</sup>En un esquema concéntrico con conexión por polos consecuentes, el número de grupos de bobina va a ser igual a el número de pares de polos  $p$

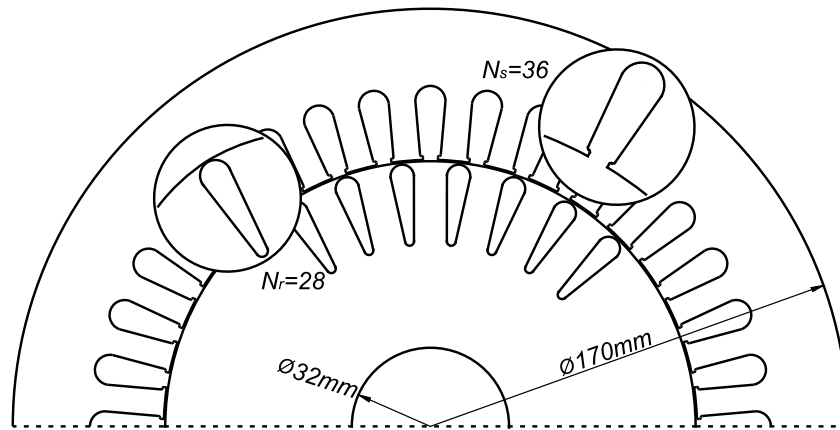


Figura 5-5.: Geometría de la lámina del estator y rotor motor 3.7kW 2Polos

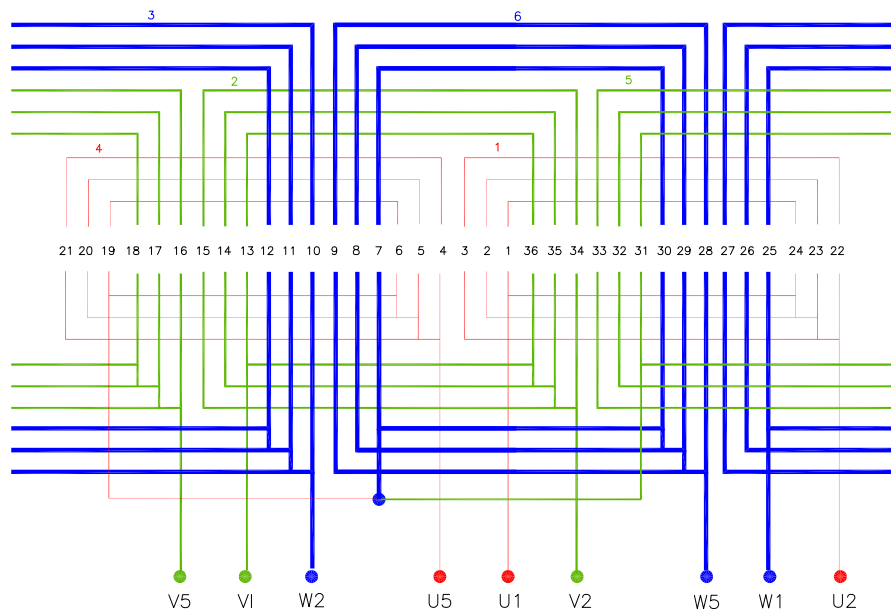


Figura 5-6.: Esquema de bobinado concéntrico y con conexión por polos de un motor de 2 polos

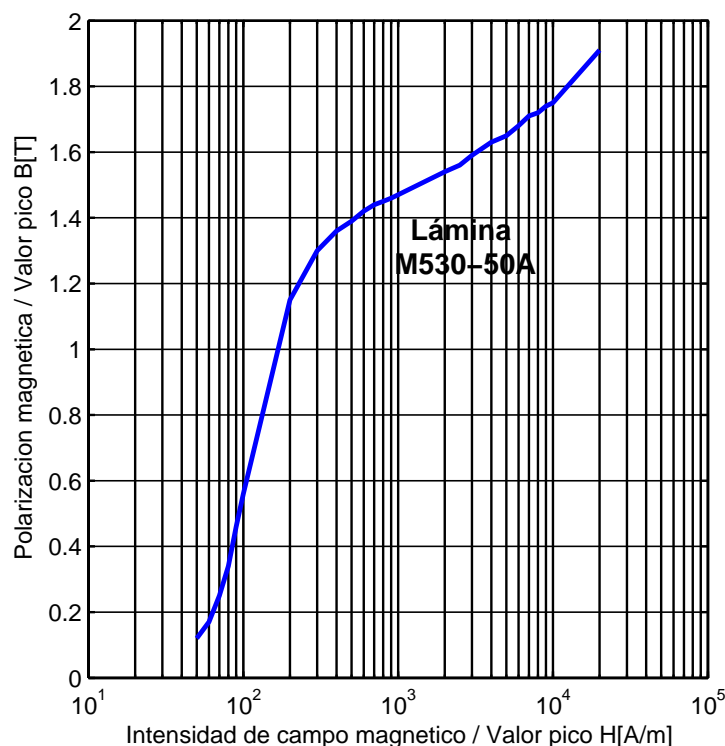
### 5.2.2. Materiales usados en el motor seleccionado

En la construcción de un motor tipo jaula de ardilla se utilizan diferentes materiales. Estos varían dependiendo del diseño del motor, fabricante, potencia nominal, nivel de tensión, clase de protección IP etc. Sin embargo, estas máquinas eléctricas requieren de dos tipos de materiales básicos para su funcionamiento: materiales con alta permeabilidad magnética y

con alta conductividad (Boldea y Nasar, 2010). Las características de los materiales utilizados para la elaboración del modelo se presentan a continuación.

### Lámina magnética usada en los núcleos del estator y rotor

Existen diferentes tipos de lámina magnética. En los motores de inducción comúnmente se utiliza la lámina magnética de granulo no orientado. La referencia de la lámina de acuerdo a sus pérdidas magnéticas y espesor es la M530 – 50A según la norma DIN EN 10106 1996. La curva de magnetización (polarización magnética) de la lámina usada para la elaboración del modelo, se presenta en la [Figura 5-7](#).



**Figura 5-7.:** Curva de magnetización lámina M530-50A

Para efectos de la elaboración de un modelo confiable del motor, fue necesaria la información del material incluida en la [Tabla 5-3](#).

**Tabla 5-3.:** Características adicionales lámina M530-50A

Tipo de lámina	Densidad <i>kg/m<sup>3</sup></i>	Pérdidas máximas <i>W/kg</i> (1.5[T]/60Hz)	Resistividad $\Omega.m$	Espesor <i>mm</i>	Factor de apilamiento
M530-50A	7700	6,72	$3,6 \times 10^{-7}$	0,5	0,985

**Características del cobre y aluminio usado en el bobinado y la Jaula de Ardilla del motor**

El motor está fabricado con alambre de cobre para las bobinas del estator y aluminio para la Jaula de Ardilla en el rotor. En la [Tabla 5-4](#) se presentan las principales características de los alambres redondos de cobre, y en la [Tabla 5-5](#) las del aluminio utilizado. El alambre de cobre redondo está fabricado bajo la norma NEMA MW-1000 y NTC361.

**Tabla 5-4.:** Características del cobre usado en las bobinas del estator

Calibre AWG	Alambre desnudo	Alambre aislado	Resistencia dc a 20°C $\Omega/km$	Resistividad dc a 20°C $\Omega.m$
	Diámetro nominal	Diámetro Máximo		
	mm	mm		
18	1,024	1,110	20,93	$1,72 \times 10^{-8}$
19	0,912	0,993	26,39	$1,72 \times 10^{-8}$
20	0,813	0,892	33,21	$1,72 \times 10^{-8}$
21	0,724	0,800	41,88	$1,72 \times 10^{-8}$
22	0,643	0,714	53,09	$1,72 \times 10^{-8}$
23	0,574	0,643	66,63	$1,72 \times 10^{-8}$
24	0,511	0,577	84,07	$1,72 \times 10^{-8}$

**Tabla 5-5.:** Características del aluminio usado en la inyección de la Jaula de Ardilla

Característica	Resistividad dc a 20°C
	$\Omega.m$
Aluminio al 99,5 % de pureza	$2,78 \times 10^{-8}$

La densidad del cobre y aluminio es de  $8891kg/m^3$  y  $2700kg/m^3$  respectivamente.



### 5.3. Simulación del motor base seleccionado por el método de los elementos finitos

Con base en la teoría presentada en la [Sección 3.2](#) del [Capítulo 3](#), se elaboró el modelo por FEM del motor seleccionado. Para este fin, se utilizó el software de simulación FLUX 11.1, 2D (CEDRAT design solutions for electrical engineering <http://www.cedrat.com/>, Francia) .

Para el desarrollo de este modelo en el software, se utilizó la aplicación magnética AC 2D en estado estable con H normal <sup>2</sup>.

Como parte del pre-proceso se parametrizó y construyó la geometría del motor utilizando los conceptos ya mencionados en la [Sección 3.2](#) del [Capítulo 3](#). En este caso, considerando la simetría periódica de la geometría, el esquema de bobinado y el campo magnético, se decidió hacer el modelo de 1/2 geometría ( $180^\circ C$ ). Posteriormente se definieron los dominios, fronteras, materiales y características físicas del modelo. En este mismo paso, se construyó el circuito externo al modelo FEM-2D, y calcularon los parámetros mediante las ecuaciones presentadas en la [Sección 3.3](#) del [Capítulo 3](#).

Paso seguido se construyó la malla del dominio. Para esto, se especificó la densidad de la malla mediante puntos y líneas de malla. Con los puntos de malla, Flux ajusta la distribución de nodos entre dos puntos geométricos. Mientras que con las líneas de malla, una línea geométrica es dividida en un número predeterminado de segmentos, y los nodos son ubicados en los finales de los segmentos en la línea. Se crearon cinco puntos de malla de acuerdo a los requerimientos del problema. Estos se presentan en la [Tabla 5-6](#).

**Tabla 5-6.:** Puntos para la generación del enmallado

Nombre	Descripción	Valor (mm)
MRTOP	Parte superior de la barra del rotor	0,8
MSBOT	Parte inferior de la ranura del estator	2
MAIRGAP	A través del entrehierro	1
MSOD	Diámetro externo del estator	7
MRID	Diámetro interno del rotor	6

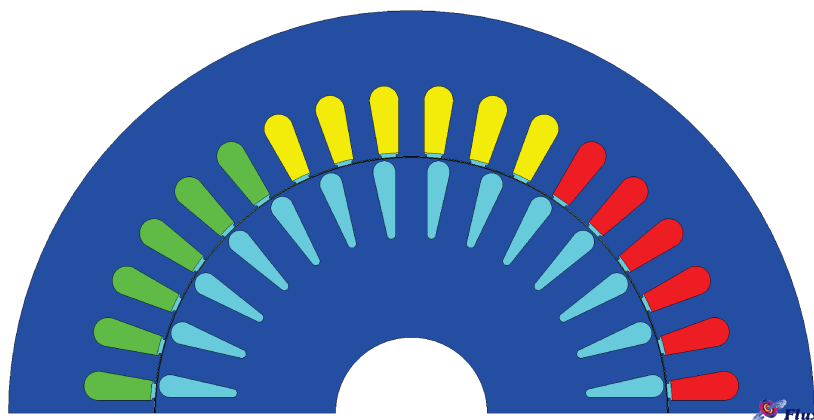
Con estos puntos de malla, se obtuvieron las siguientes estadísticas de malla:

- **Número de nodos:** 45.080

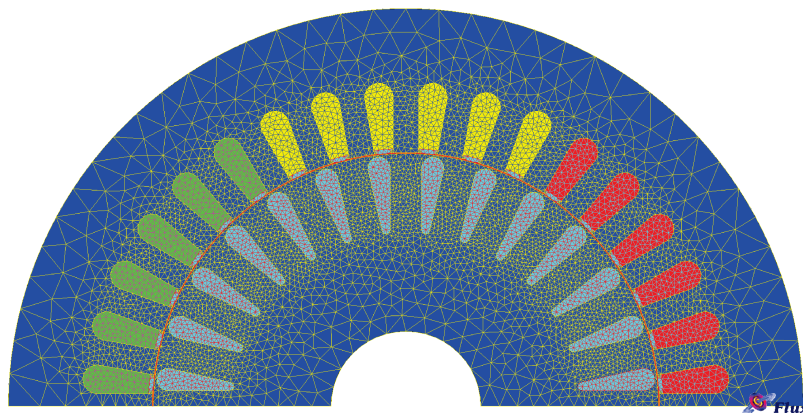
<sup>2</sup>Steady State AC Magnetic 2D with H normal (Flux 2D solver)

- **Número de elementos:** 22.494

La geometría de este modelo y el enmallado se presentan en la [Figura 5-8](#) y [Figura 5-9](#).



**Figura 5-8.:** Geometría del motor seleccionado



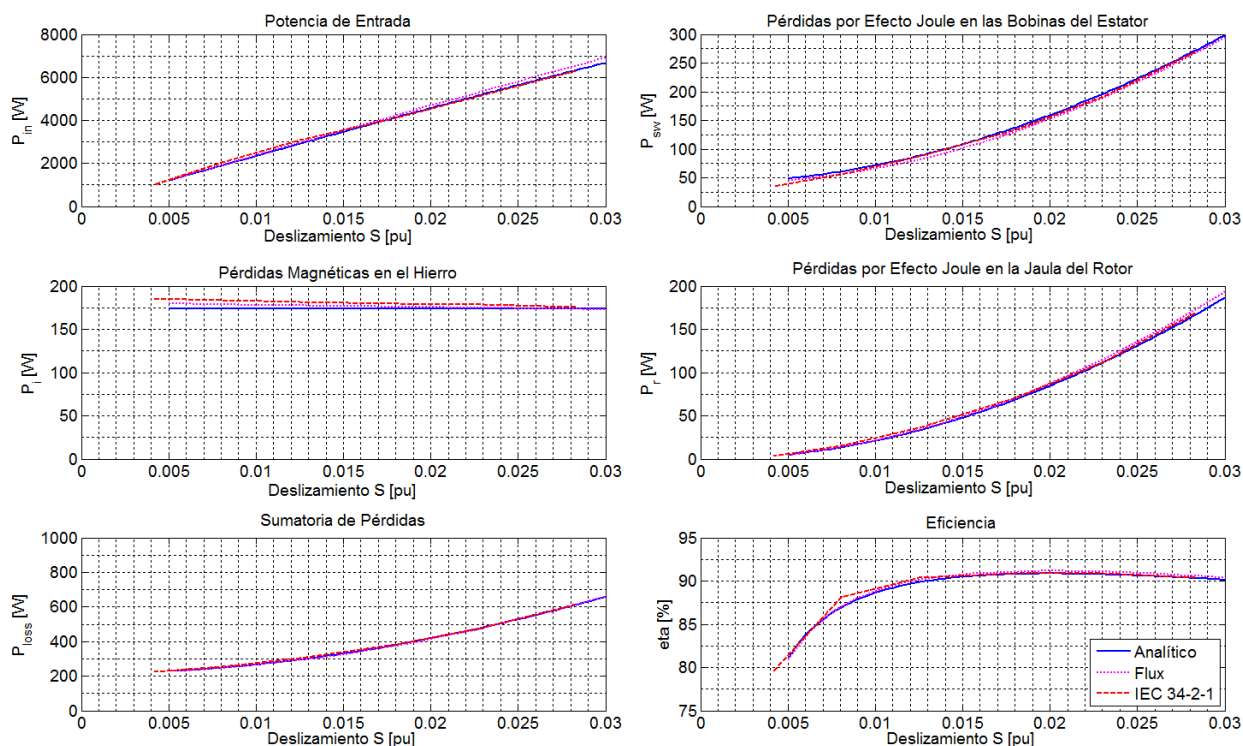
**Figura 5-9.:** Enmallado del motor seleccionado

Para el pos-proceso del problema, se calcularon las pérdidas del motor que se presentan en la siguiente sección.

#### **5.4. Resultados del proceso de formulación y ajuste de los modelos matemáticos del motor de inducción**

Sobre la máquina se efectuaron ensayos de acuerdo a la norma IEC60034-2-1 y se modeló y simuló mediante FEM y por el circuito equivalente del motor. Los resultados son presentados

en la [Figura 5-10](#).



**Figura 5-10.:** Pérdidas y eficiencia en motor 3.7kW, 2 polos y eficiencia IE2 por tres métodos de análisis

Los resultados experimentales y teóricos se compararon en magnitud respecto a la potencia de entrada, pérdidas por efecto joule en el estator y el rotor, pérdidas magnéticas, pérdidas totales y la eficiencia del motor. Las pérdidas se calcularon en vatios y la eficiencia en porcentaje y fueron halladas para un deslizamiento entre el 0,005 y 0,03. Lo anterior tomando en cuenta lo expuesto en la [Sección 5.1.1](#).

Los errores relativos entre los valores de las curvas fueron calculados, y son presentados en la [Figura 5-11](#) y resumidos en la [Tabla 5-7](#).

A estos resultados se llegó luego de todo un proceso de ajuste de los modelos teóricos. Se identificó la importancia de un correcto cálculo de las impedancias del circuito externo que simulan los efectos de borde. Esto principalmente con el cálculo de la impedancia de la resistencia e inductancia del anillo de corto circuito en el rotor.

Para el proceso de ajuste, el error relativo fue calculado para un deslizamiento entre 0.005 y 0.03, tomando como valor de referencia las mediciones hechas en los ensayos. En este sentido,

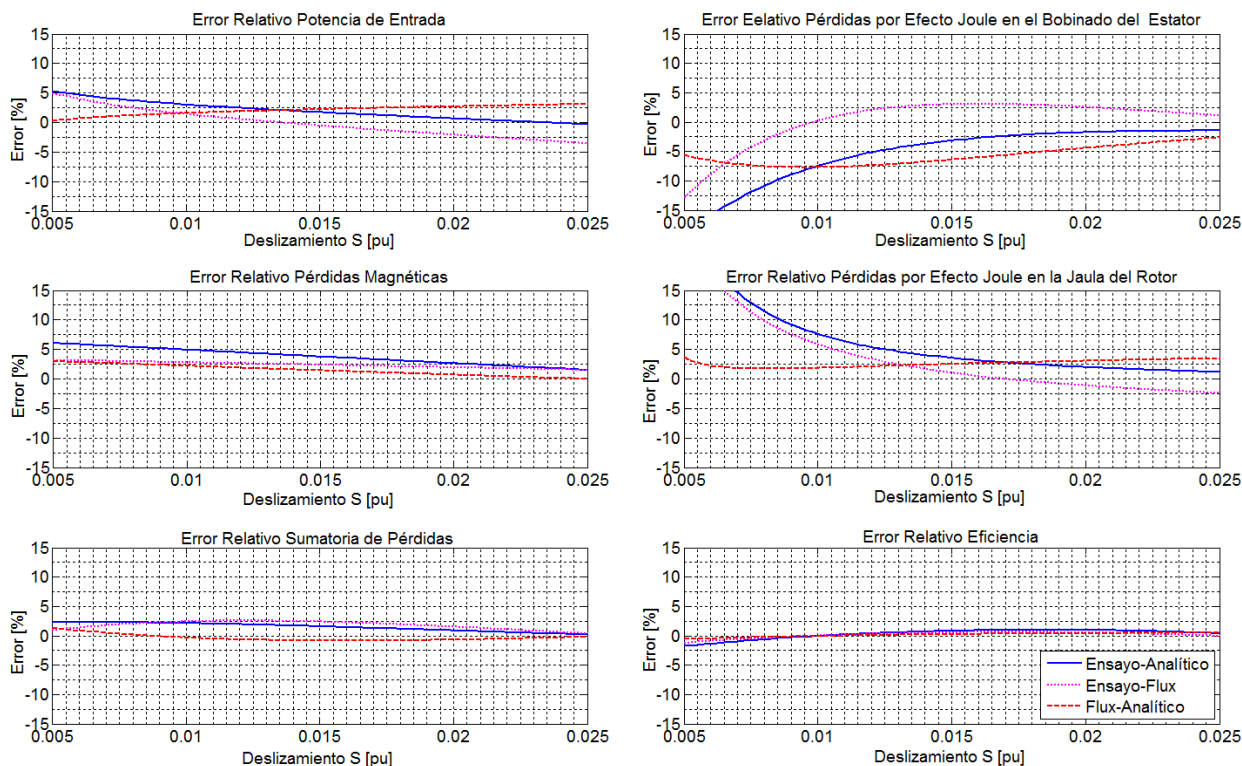


Figura 5-11.: Plot results with three methods of analysis

Tabla 5-7.: Errores relativos entre métodos de análisis

Pérdidas analizadas	Error relativo Max. [%]			Error relativo promedio [%]			Error relativo [%] slip=0.018		
	TS*/AN	TS*/FE	FE*/AN	TS*/AN	TS*/FE	FE*/AN	TS*/AN	TS*/FE	FE*/AN
Potencia de entrada	5,3	5,3	3,1	1,4	-1,0	2,3	1,0	-1,6	2,6
Pérdidas por efecto joule estator	-14,4	-12,9	-7,7	-4,6	0,4	-5,0	-2,0	2,9	-5,0
Pérdidas electromagnéticas	6,1	3,2	3,0	3,2	2,2	1,1	3,0	2,1	0,9
Pérdidas por efecto joule rotor	14,6	14,0	3,6	5,0	2,3	2,8	2,4	-0,5	2,9
Sumatoria de pérdidas	2,3	2,6	1,3	1,2	1,4	-0,3	1,1	1,9	-0,8
Eficiencia	1,8	1,3	0,6	0,2	0,02	0,2	1,0	0,6	0,4

\* Valores de referencia  
 TS: Resultados por IEC60034-2-1  
 FE: Resultados por FEM  
 AN: Resultados por circuito equivalente

los errores fueron menores al 15 % y el error relativo medio fue menor al 5 %. Los mayores errores se presentaron para valores bajos de deslizamiento, mientras que el menor error se obtuvo cerca a los valores nominales de deslizamiento. Para el deslizamiento nominal de 0.018, el error relativo medio fue menor al 5 %, lo cual dio como resultado un proceso de ajuste de los modelos teóricos usados frente a los resultados experimentales satisfactorio.

Con lo anterior, se establecieron las bases para el uso del modelo por circuito equivalente en la metodología de diseño propuesta y la verificación del diseño optimizado mediante FEM,

considerando la imposibilidad de la fabricación de prototipos y ejecución de ensayos sobre este nuevo diseño.

## 5.5. Formulación del problema de optimización

Como se mencionó al comienzo del capítulo, la eficiencia se ha convertido en uno de los objetivos primordiales en el diseño de un motor de inducción tipo jaula de ardilla, aun si el costo del motor se incrementa. Sin embargo, el costo tanto de las partes activas como de fabricación es de gran importancia para la industria. Comúnmente los problemas de optimización consideran de forma separada a la eficiencia o el costo como funciones objetivo (Boldea y Nasar, 2010), aun siendo objetivos conflictivos. Es por esto que para la presente investigación se planteó un problema de optimización multi-objetivo en el cual se desea maximizar la eficiencia energética del motor de inducción tipo jaula de ardilla minimizando al mismo tiempo el costo de las partes activas del motor.

La formulación general de un problema de optimización multi-objetivo se presentó en la Sección 4.3 del Capítulo 4. Con base en lo planteado en ese capítulo, en los trabajos hechos por Sakthivel *et al.* (2010d,f,a); Sakthivel y Subramanian (2011a,b) con problemas mono-objetivo, las recomendaciones hechas por Boldea y Nasar (2010) y el proceso de ajuste desarrollado para la formulación de la metodología de diseño propuesta, a continuación se plantea el problema de optimización que se propone para la metodología de diseño.

### 5.5.1. Funciones objetivo

Considerando el problema de optimización planteado se considera por lo tanto la minimización de  $M = 2$  funciones objetivos que corresponden a:

- El negativo de la eficiencia energética del motor ( $f_1$ )
- El costo del material usado en las partes activas ( $f_2$ )

Por lo tanto, se debe minimizar:

$$\vec{y} = \vec{F}(\vec{x}) = [f_1(\vec{x}), f_2(\vec{x})]^T$$

Las ecuaciones para el cálculo de las funciones objetivo son presentadas en la Ecuación (5-1) y la Ecuación (5-2).

$$f_1(\vec{x}) = -\eta = -\frac{P_{out}}{P_{in}} 100\% = \frac{P_{loss} - P_{in}}{P_{in}} 100\% \quad (5-1)$$

$$f_2(\vec{x}) = C_{cu}(M_{cu}) + C_{al}(M_{al}) + C_i(M_{siy} + M_{sit} + M_{riy} + M_{ritt} + M_{ritb}) \quad (5-2)$$

El cálculo de  $P_{in}$ ,  $P_{loss}$  y  $P_{out}$  fue presentado en la [Sección 3.3](#) del [Capítulo 3](#) a partir de las ecuaciones del modelo por circuito equivalente del motor.

El cálculo de la masa de los materiales ( $M_{cu}$ ,  $M_{al}$ ,  $M_{siy}$ ,  $M_{sit}$ ,  $M_{riy}$ ,  $M_{ritt}$ ,  $M_{ritb}$ ) para el motor seleccionado está dado por las Ecuaciones (5-3) a (5-7) para la lámina magnética, la Ecuación (5-8) para el cobre y las Ecuaciones (5-9) a (5-11) para el aluminio. La masa de los materiales se calcula a partir de la geometría de las láminas, las características del bobinado y la jaula de ardilla. Estas ecuaciones se presentan a continuación y las variables y parámetros usados son relacionados en la lista de símbolos del documento.

### Masa de la lámina magnética

$$M_{siy} = \pi d_i l h_{sy} (D_{si} + 2h_{ss} + h_{sy}) \quad (5-3)$$

$$M_{sit} = d_{il} \left[ \pi h_{ss} (D_{si} + h_{ss}) - N_s \left( \frac{\pi b_{ss1}^2}{4} + (b_{ss1} + b_{ss2}) \dots \dots \frac{(h_{ss} - r_{ss1} - r_{ss2a} - r_{ss2b} - h_{sso})}{2} + b_{ss2} r_{ss2a} + b_{sso} r_{ss2b} + b_{sso} h_{sso} \right) \right] \quad (5-4)$$

$$M_{riy} = \pi d_i l h_{ry} (D_{ro} - 2h_{rso} - 2h_{rs} - h_{ry}) \quad (5-5)$$

$$M_{ritb} = d_{il} \left[ \pi h_{rs} (D_{ro} - 2h_{rso} - h_{rs}) - N_r \left( \frac{\pi b_{rs1}^2 + b_{rs2}^2}{4} + \dots \dots + \frac{(b_{rs1} + b_{rs2})(h_{rs} - b_{rs1}/2 - b_{rs2}/2)}{2} \right) \right] \quad (5-6)$$

$$M_{ritt} = \pi d_i l h_{rso} (D_{ro} - h_{rso}) \quad (5-7)$$

### Masa del cobre

$$M_{cu} = 3d_{cu} (N_{tpp} l_{tw}) (S_{cu}) \quad (5-8)$$

### Masa del aluminio

$$M_{al} = M_b + M_{er} \quad (5-9)$$

$$M_b = d_{al} N_r l S_b \quad (5-10)$$

$$M_{er} = 2d_{al}\pi/4t_{er}(D_{ero}^2 - D_{eri}^2) \quad (5-11)$$

### 5.5.2. Variables de decisión

Una variable es una magnitud que representa una característica en el modelo del problema de optimización. En el caso del problema multi-objetivo, esta variable puede tomar un valor de forma aleatorio dentro de los límites superior e inferior especificados para dicha magnitud. Ahora, el motor de inducción es una máquina compleja, por lo que a partir de la definición y comportamiento del modelo matemático se establecen las variables de decisión que se espera permitan llegar a una adecuada solución al problema de optimización. Por lo tanto, en esta tesis de investigación se seleccionaron  $P = 9$  variables de decisión con base en el modelo matemático establecido para el problema de optimización y el estado del arte en el tema. Estas se relacionan a continuación:

$$\vec{x} = [x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9]^T$$

Donde

- $x_1 =$  Densidad media de flujo magnético en el entrehierro ( $B_{ag}$ ) en  $[T]$
- $x_2 =$  Longitud del núcleo ( $l$ ) en  $[m]$
- $x_3 =$  Longitud del entrehierro ( $l_{ag}$ ) en  $[m]$
- $x_4 =$  Diámetro interno del estator ( $D_{si}$ ) en  $[m]$
- $x_5 =$  Altura de la ranura del estator ( $h_{ss}$ ) en  $[m]$
- $x_6 =$  Ancho superior de la ranura del estator ( $b_{ss1}$ ) en  $[m]$
- $x_7 =$  Altura de la ranura del rotor ( $h_{rs}$ ) en  $[m]$
- $x_8 =$  Ancho superior de la ranura del rotor ( $b_{rs1}$ ) en  $[m]$
- $x_9 =$  Ancho inferior de la ranura del rotor ( $b_{rs2}$ ) en  $[m]$

Dentro de  $x_{imin} \leq x_i \leq x_{imax}$   $i = 1, 2, \dots, 9$ . Los demás valores dimensionales de diseño se establecen como parámetros fijos de entrada o pueden ser expresados en términos de las variables y los parámetros.

Uno de los aportes a la investigación fue la inclusión de la **longitud del núcleo**  $l$  como variable de decisión en el problema de optimización. Esto se basó en el trabajo de [Boglietti et al. \(2005\)](#), donde presentaron un concepto para el diseño de motores de alta eficiencia sin

necesidad de la elaboración de nuevo instrumental para la fabricación de los nuevos diseños, a lo que denominaron *no-tooling cost (NTC)*. Esta propuesta fue reforzada en el trabajo presentado por [Alberti et al. \(2013\)](#); [Agamloh et al. \(2013\)](#), donde proponen el incremento en la longitud del núcleo y la no modificación de las geometrías de la lámina del estator-rotor del motor como una solución de bajo costo para incrementar la eficiencia energética en el mismo. Sin embargo, esta medida de diseño eleva el costo de las partes activas del motor y en algunos casos se hace necesario el cambio de tamaño constructivo del motor para poder lograr la eficiencia deseada (no es suficiente con el aumento de la longitud en un mismo tamaño constructivo). Es por esto que en esta investigación se propone la disminución del costo en las partes activas del motor, mediante la optimización de la geometría de las láminas del estator-rotor y la longitud del entrehierro, esto con el fin de poder optimizar (disminuir) la longitud del núcleo del motor (mayor factor de ahorro) y mantener la potencia de los motores con eficiencia aumentada en un mismo tamaño constructivo (objetivo comercial).

### 5.5.3. Funciones de restricción

En el diseño de un motor de inducción hay factores de diseño relacionados con las especificaciones dadas por norma (NEMA, IEEE, IEC etc). Estos factores normalizados están establecidos con el fin de facilitar la globalización en el uso de los motores de inducción para varias aplicaciones. En general, estos factores limitan las opciones en el diseño de la máquina, pero provee soluciones que son ampliamente aceptadas ([Boldea y Nasar, 2010](#)). Con base en ello y acorde con el problema establecido, se plantean  $C = 7$  funciones de restricción de desigualdad  $g(\vec{x})$ . Esta funciones se presentan a continuación:

$$g_j(\vec{x}) \leq 0 \quad j = 1, 2, \dots, 9$$

Donde

- $g_1$  = Coherencia dimensional en  $[m]$
- $g_2$  = Eficiencia energética mínima( $\eta$ ) en %
- $g_3$  = Razón entre el par máximo y nominal ( $t_{bk}$ )
- $g_4$  = Razón entre la corriente de arranque y nominal ( $i_{LR}$ )
- $g_5$  = Razón entre el par de arranque y nominal ( $t_{LR}$ )
- $g_6$  = Factor de potencia nominal  $\cos \phi_n$
- $g_7$  = Corriente nominal del motor ( $i_n$ ) en  $[A]$



Donde

$$\begin{aligned}
 g_1 &= \text{abs}((D_{so} - D_{ri}) - 2(h_{ry} + h_{rs} + h_{rso} + l_{ag} + h_{ss} + h_{sy})) \\
 g_2 &= (P_{in} - P_{loss}) / (P_{in}) & g_3 &= T_{bk} / T_m \\
 g_4 &= I_{lr} / I_n & g_5 &= T_{lr} / T_m \\
 g_6 &= \cos \phi_n & g_7 &= |V_n| / (\sqrt{3} |Z_{eq}|)
 \end{aligned} \tag{5-12}$$

La definición de los símbolos usados en estas ecuaciones se encuentra en la Lista de Símbolos y las ecuaciones para el cálculo de los parámetros presentes en las funciones de restricción son presentadas en el [Sección 3.3](#) del [Capítulo 3](#).

La función de restricción  $g_1$  no se ha incluido en trabajos de optimización anteriores. Esta se propone como un mecanismo para garantizar la coherencia dimensional entre los diseños finales del frente Pareto-óptimo. La expresión está dada en la Ecuación (5-12) ( $g_1$ ) y busca garantizar que la sumatoria radial de las dimensiones geométricas de la lámina del rotor (yugo y altura de ranura), el entrehierro y el estator (yugo y altura de ranura), sean igual a la diferencia entre el radio externo de la lámina del estator (carcasa) y el radio interno de la lámina del rotor (eje). Para esto se dio una tolerancia mecánica de  $1 \times 10^{-6}m$ . Esta restricción se hace necesaria debido a que en los métodos de optimización bio-inspirados se tiene una población de elementos dentro de un espacio de búsqueda factible que representan posibles soluciones al problema de optimización. Debido a la naturaleza metaheurística de estos métodos, las variables pueden escoger cualquier valor entre el límite superior e inferior definido, siendo entonces posible que se obtengan motores en el frente Pareto-óptimo con incoherencias constructivas.

#### 5.5.4. Parámetros de entrada en el problema de optimización y consideraciones especiales para el diseño del motor

Para el funcionamiento del modelo matemático propuesto como parte del problema de optimización se consideraron ciertos parámetros de diseño. A continuación se relacionan algunos de ellos. Otros son omitidos por solicitud del fabricante de los motores usados.

Dentro de los parámetros del diseño eléctrico está la tensión nominal  $V_n = 440V$ , potencia nominal  $P_n = 3,7kW$ , frecuencia  $f = 60Hz$ , número de fases  $m = 3$  y número de pares de polos  $p = 1$ .

De la parte constructiva, se consideraron como parámetros el número de ranuras del estator ( $N_s = 36$ ) y del rotor  $N_r = 28$ , así como el diámetro del eje del motor ( $D_{ri} = 32mm$ )

y el diámetro interno de la carcasa ( $D_{so} = 170mm$ ) (Ver [Figura 5-5](#)). Esto último con el fin de mantener el diseño optimizado en un mismo tamaño constructivo del motor y con ciertas características comunes con los motores estándar (por ejemplo el número de ranuras).

Para el cálculo del número de espiras, calibres y el número de alambres en paralelo por espira en el bobinado del estator, fueron escogidos como parámetros de entrada el factor de relleno (valor dispuesto a partir de la experiencia) y el diámetro o sección transversal de los conductores usados. Los parámetros relacionados con los materiales corresponden básicamente a la densidad, resistividad y pérdidas magnéticas específicas según sea el material (Ver la [Subsección 5.2.2](#)).

Como parte de los aportes de esta investigación, gracias al procedimiento de diseño propuesto (Ver [Figura 5-2](#)), se encontró que es de gran importancia incluir los efectos no lineales de los materiales ferromagnéticos en el modelo matemático por circuito equivalente usado en los algoritmos de optimización. Esto se debe especialmente al funcionamiento de los métodos de optimización usados, ya que los elementos ubicados en el espacio factible de búsqueda encuentran de forma sistemática diferentes soluciones candidatas al problema de optimización. Es así que, en el caso del motor de inducción, la variación de las dimensiones de las láminas del estator-rotor, entrehierro, número de espiras y longitud del núcleo harán que este se sature para ciertos diseños candidatos. Por lo tanto, la curva de magnetización de la lámina magnética utilizada, así como las curvas estandarizadas ([Boldea y Nasar, 2010](#), Capítulo 14) de los factores de forma y de densidad de flujo versus la saturación de los dientes de las láminas, deberán ser entradas al modelo matemático del problema de optimización.

También se identificó la importancia del anillo de corto circuito de la jaula para el cálculo de la impedancia en el modelo de circuito equivalente. [Hameyer y Belmans \(1999\)](#) mencionan en el Capítulo 9 que durante la operación con carga del motor, la resistencia de los anillos de corto circuito tienen la mayor importancia en el comportamiento del motor a pesar de ser mucho menor a la resistencia de las barras. Esta apreciación fue comprobada con la metodología global propuesta para la elaboración de los modelos ([Figura 5-2](#)), especialmente con las comparaciones entre los resultados arrojados por el modelo por circuito equivalente y por FEM. Por lo tanto, para el modelo matemático usado en el problema de optimización se incluyeron parámetros relacionados con el re-dimensionamiento de los anillos de corto circuito. [Boldea y Nasar \(2010\)](#) proponen en el capítulo 15 dimensionar el anillo de corto circuito a partir del área de sección transversal de las barras del rotor. Por consiguiente, en esta investigación se consideró como parámetro de entrada la razón entre el área de las barras de la jaula y anillo del motor del caso base. Con este, las dimensiones del anillo de corto circuito se re-calculan con cada diseño de motor candidato hallado y evaluado con el algoritmo de optimización.

Finalmente, otro de los parámetros de entrada está relacionado con el costo de los materiales. Así, se consideraron los costos específicos del hierro  $C_{fe}$ , cobre  $C_{cu}$  y aluminio  $C_{al}$  suministrados por el fabricante de los motores considerados en esta investigación.

## 5.6. Estrategia para la componente de toma de decisión en el algoritmo multi-objetivo

Como ya se mencionó en el [Capítulo 4](#), en un problema de optimización multi-objetivo no hay una única solución óptima, sino por el contrario se obtiene un grupo de soluciones óptimas con diferentes compensaciones. Sin embargo, a pesar de la presencia de múltiples soluciones Pareto-óptimas, en la práctica solo se selecciona una de ellas. Estos problemas de optimización hacen parte del campo de investigación conocido como toma de decisiones multi-criterio o en inglés *multiple criteria decision making-MCDM*. De esta manera, para esta investigación se propuso y usó un mecanismo de toma de decisión basado en cinco pasos:

1. Se identifican y trazan los valores actuales o de referencia de eficiencia y costo de las partes activas del motor.
2. De acuerdo a las necesidades se prioriza y define entre:
  - a) bajar el costo manteniendo el valor de eficiencia actual o de la clasificación deseada.
  - b) subir eficiencia manteniendo el costo actual o deseado.
  - c) seleccionar entre la mejor relación costo-eficiencia dada en el frente Pareto-óptimo.
3. Se registra para la potencia, frecuencia y número de polos del motor que se está diseñando, los niveles de clasificación nominal y mínimo dados por norma para cada nivel de clasificación (IE1, IE2, IE3 o IE4).
4. Se define el nivel de clasificación por eficiencia sobre el cual se puede clasificar el motor. Para esto se debe considerar el valor con tolerancia.
5. Se selecciona el punto en el frente Pareto-óptimo con base en los criterios de los punto 2) y 4), los cuales requieren de la información de los puntos 1) y 3) para la selección del mismo.

Para este proceso se desarrolló un algoritmo de toma de decisión multi-criterio que se basa en los criterios de selección de los puntos 2) y 4). Así, primero se organizan los puntos del frente Pareto-óptimo en orden descendente respecto al objetivo de interés elegido en el punto 2). Luego, mediante el cálculo de la diferencia entre los puntos del frente y los valores del criterio deseado se elige la menor de ellas. De esta forma, se cumple con el proceso de pos-optimalidad necesario en los métodos multi-objetivo.

### Algoritmos de optimización bio-inspirados multi-objetivo

Los algoritmos de optimización probados con la metodología de diseño corresponden a:

- Non-dominated Sorting Genetic Algorithms II (NSGA-II).
- Non-dominated Sorting Particle Swarm Optimization (NSPSO).
- Bacterial Chemotaxis Multi-objective Optimization (BCMOA).

Estos algoritmos fueron adoptados y adaptados de código abierto en Matlab. Así, se utilizó el código *NGPM - A NSGA-II Program in Matlab* de Lin Song (2011), el código NSPSO de Li (2003) y el código BCMOA de Guzmán *et al.* (2010). Todos los códigos fueron probados con las funciones de prueba ZDT3 y ZDT4, y luego adaptados para el problema de optimización.

### Selección de los parámetros en los métodos de optimización

Los métodos de optimización bio-inspirados multi-objetivo se caracterizan por necesitar del ajuste de unos parámetros para su funcionamiento (Capítulo 4). Este ajuste está relacionado directamente con el problema de optimización que se está solucionando. Por esta razón, el correcto funcionamiento del algoritmo dependerá de una adecuada selección y sintonización de estos parámetros, lo cual en muchos casos es casi particular para el tipo de problema que se desea solucionar. Por lo tanto, para esta tesis de investigación los parámetros fueron seleccionados con base en el estado del arte, tanto de trabajos en los que se han usado algoritmos de optimización similares para problemas de diseño de motores de inducción, como de los parámetros usados por los mismos autores de los algoritmos para la solución de las funciones de prueba. Adicionalmente, se llevó a cabo un proceso de pruebas no estructuradas para la sintonización de estos parámetros con el problema de optimización planteado.

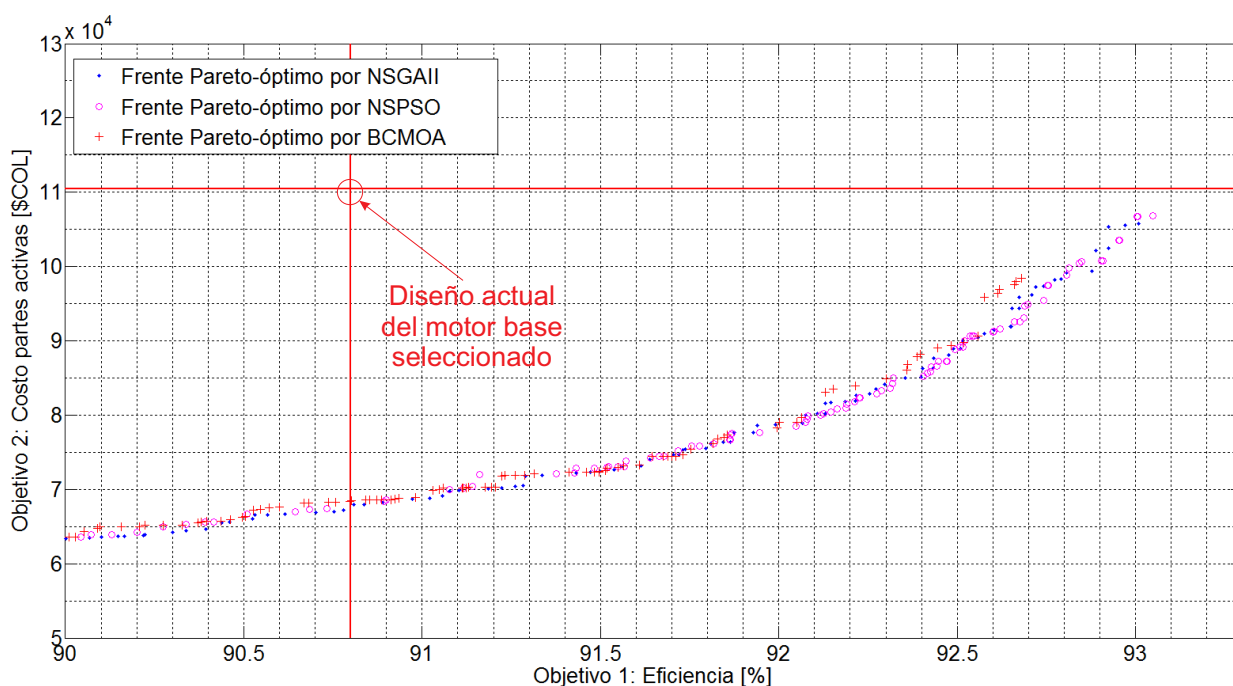
Para aplicar y comparar la metodología de diseño con cada uno de los tres métodos de optimización seleccionados, fue establecido un tamaño de población de 100 individuos/partículas y un número de 500 iteraciones. Además, considerando la naturaleza metaheurística de estos métodos de optimización, cada caso fue corrido en 10 oportunidades y una de las soluciones fue escogida de forma aleatoria.

En el caso del NSPSO este depende del ajuste de varios parámetros para el cálculo de la velocidad de la partícula y con esta su nueva posición. Comúnmente el factor de inercia  $\omega$  y las constantes de aceleración  $C_1$  y  $C_2$  son ajustadas para garantizar la convergencia del problema. En este sentido, los valores son ajustados mediante pruebas no estructuradas y a partir de los coeficientes usados por Sakthivel *et al.* (2010d,b,f). Finalmente  $\omega$  fue elegido para variar de forma lineal entre 0,9 y 0,3 sobre el número de iteraciones y  $C_1$  y  $C_2$  fueron ambos elegidos con un valor de 2,0.

En el caso del método BCMOA, uno de los parámetros es el factor para el tamaño del paso corto, paso largo y natación de las bacterias. En este sentido, el algoritmo se probó para la función ZDT4 con un tamaño de paso corto de 0,001, paso largo de 0,01 y natación de 1, sin embargo, mediante un proceso de pruebas no estructuradas se eligió un paso de natación de menor tamaño 0,01, y se eligieron los mismos pasos corto y largo para la optimización en el diseño de motores de inducción.

## 5.7. Resultado de la metodología de diseño propuesta

La optimización fue hecha para un motor de 2 polos, 3.7kW (5HP) y una eficiencia inicial IE2. Para este propósito se utilizó la metodología de diseño propuesta y los resultados fueron validados mediante FEM. Por lo tanto, diez casos de simulación fueron corridos por cada uno de los métodos de optimización: NSGA-II, NSPSO y BCMOA. De estas diez aproximaciones del frente Pareto-óptimo se escogió de forma aleatoria uno por cada algoritmo de optimización usado. Estos frentes Pareto-óptimos son presentados en la [Figura 5-12](#).



**Figura 5-12.:** Frentes Pareto-óptimos por los algoritmos de NSGA-II, NSPSO y BCMOA

De los frentes de Pareto hallados, se encontró que con la metodología de diseño propuesta y con cualquiera de los tres algoritmos se obtuvieron soluciones (diseños) que mejoran el diseño del motor base. Por tal razón, el frente de Pareto obtenido por NSGA-II, NSPSO y BCMOA podría ser entregado al decisor para la componente de toma de decisión y selección

de la solución de interés. Sin embargo, se presentaron diferencias en el rendimiento entre los tres algoritmos. Este análisis mediante las métricas de desempeño se presenta a continuación

### 5.7.1. Análisis del desempeño de los métodos de optimización probados

El rendimiento de los métodos de optimización para este problema fue evaluado a partir del tiempo de cómputo, el número de puntos que convergieron en el frente de Pareto y la métrica  $\Delta$  propuesta por [Deb et al. \(2002\)](#). Estas métricas fueron tomadas del promedio de diez corridas con cada método de optimización. Para el uso de la métrica  $\Delta$  se tomaron los puntos extremos promedios entregados en las diez corridas del NSGA-II como puntos del FPO1 real o de referencia. Estos resultados son presentados y comparados en la [Tabla 5-8](#).

**Tabla 5-8.:** Comparación del desempeño de los algoritmos de optimización

Características	<i>NSGAI</i>	<i>NSPSO</i>	<i>BCMOA</i>
Tiempo de computo [min]	25,0	68,1	22,8
Métrica $\Delta$	0,9542	0,9901	1,0629
Elementos en FPO1 [%]	100	100	90

De este resultado se encontró que el método más eficiente fue el NSGA-II, seguido por el método NSPSO. El método BCMOA fue el método con menor tiempo de cómputo, seguido por el NSGA-II. Sin embargo, aunque el método BCMOA permitió la obtención de soluciones en un frente de Pareto igual al NSGA-II y NSPSO, este solo logró ubicar en los diez casos corridos en promedio el 90 % de las soluciones. Con esto, se nota deficiencias en la explotación y exploración con el método para este problema, el cual no pudo ser solucionado mediante la modificación de sus parámetros. El método BCMOA da mejores resultados que el NSPSO en las funciones de prueba ZDT3 y ZDT4 ([Guzmán et al., 2010](#)). Sin embargo, para este problema de optimización, NSPSO presentó un mejor rendimiento que BCMOA.

### 5.7.2. Selección de un diseño del motor de inducción sobre el frente de Pareto obtenido del procedimiento de optimización

Tomando los frentes de Pareto obtenidos de la metodología de diseño y aplicando la estrategia para la toma de decisión propuesta, el decisor priorizó en seleccionar entre las soluciones con mejor relación costo-eficiencia. Por tal razón a modo de ejemplo se seleccionó un punto para una eficiencia cercana al 92.5 % debido a que con esta eficiencia se lograría una mejora en eficiencia representativa. Las características de este nuevo diseño son resumidas en la

**Tabla 5-9** si se tomara del frente NSGA-II, NSPSO o BCMOA.

**Tabla 5-9.:** Solución óptima para una eficiencia cercana al 92,5 %

Variables	Acutual	NSGAI	NSPSO	BCMOA
$x_1$	0,51	0,59	0,60	0,63
$x_2$	150,0	117,7	109,6	104,4
$x_3$	0,28	0,20	0,20	0,20
$x_4$	108,5	103,5	103,5	103,5
$x_5$	15,0	11,1	12,1	12,4
$x_6$	6,1	6,7	6,7	6,7
$x_7$	16,6	20,0	20,0	19,9
$x_8$	4,8	7,0	7,1	7,1
$x_9$	1,8	1,4	2,0	1,4
$f_1$	90,8	92,5	92,5	92,5
$f_2$	110,472	89,814	89,150	89,000

Vale la pena mencionar que el punto con eficiencia cercano al 92,5 % de eficiencia tomado del frente de Pareto de cada uno de los métodos y presentado en la **Tabla 5-9**, no son iguales ni comparables como tal entre ellos. Con este resultado se desea mostrar que con los tres algoritmos de optimización probados, y omitiendo el desempeño de los mismos para este problema de optimización, se puede obtener una solución que mejora la eficiencia y costo de las partes activas del motor base.

Ahora, considerando la solución tomada de uno de los algoritmos, por ejemplo el NSGA-II debido a su mejor desempeño, se resalta el resultado de la variable  $x_2$ , que corresponde a la longitud de los núcleos del motor  $l$ . Se logró una reducción de 32,3mm en promedio, lo cual es representativo en el diseño de motores de inducción. Por ejemplo, el diseño actual del motor de 3kW (4HP) 2 polos tiene una longitud de los núcleos igual a 130mm y el de 2.2kW (3HP), que está fabricado en el tamaño IEC 090, de 125mm según información del fabricante. Por otro lado, con el diseño del motor optimizado para una eficiencia cercana al 92.5 % en este frente, se logró un ahorro en el costo de las partes activas de \$COL 20.658.

Vale la pena mencionar que del punto seleccionado del frente BCMOA se tiene la mayor reducción en la longitud del núcleo con 45,6mm, y un ahorro en el costo de \$COL 21.472.

### 5.7.3. Nueva geometría modelada por circuito equivalente y en FEM

Los valores de funcionamiento obtenidos con cada uno de los algoritmos son resumidos en la [Tabla 5-10](#) para el valor nominal de potencia y por el modelo por circuito equivalente.

**Tabla 5-10.:** Características del motor a potencia nominal resultado del modelo por circuito equivalente

Características	<i>Actual</i>	<i>NSGAI</i>	<i>NSPSO</i>	<i>BCMOA</i>
Deslizamiento	0,0184	0,0113	0,0111	0,0113
Corriente nominal [A]	6,9	6,5	6,4	6,6
Par nominal [Nm]	10,1	10,1	10,0	10,1
Potencia de entrada [W]	4219	4181	4153	4169
Factor de potencia	0,80	0,85	0,85	0,83
Pérdidas Joule estator [W]	141,4	147,4	144,6	139,2
Pérdidas magnéticas [W]	174,3	121,5	123,6	128,7
Pérdidas Joule rotor [W]	71,8	44,7	43,0	44,1
Pérdidas totales [W]	387,4	313,2	311,2	312,0
Par máximo / $T_n$	4,78	4,50	4,50	4,62
Par de arranque / $T_n$	2,37	1,67	1,61	1,68
Corriente de arranque / $I_n$	7,98	8,39	8,37	8,37

Se encontró que los tres métodos de optimización usados en la metodología permitieron tener puntos en sus frentes de Pareto con eficiencia interna cercana al 92.5%. De la [Tabla 5-10](#) se puede analizar que los diseños entregados por los tres métodos fueron similares. De estos se puede resaltar que la potencia de entrada se redujo en promedio 51W, mientras que el factor de potencia aumentó en 0,04. Los mayores ahorros de energía se obtuvieron en la componente de pérdidas magnéticas del motor (con una disminución del 28.5%) y en las pérdidas por Efecto Joule en el rotor (con el 38.8%). Con esto, las pérdidas totales disminuyeron en un 19.4%.

Las normas IEC y NEMA exigen ciertos parámetros de diseño que fueron incluidos. Para un motor de esta potencia y número de polos se tiene:

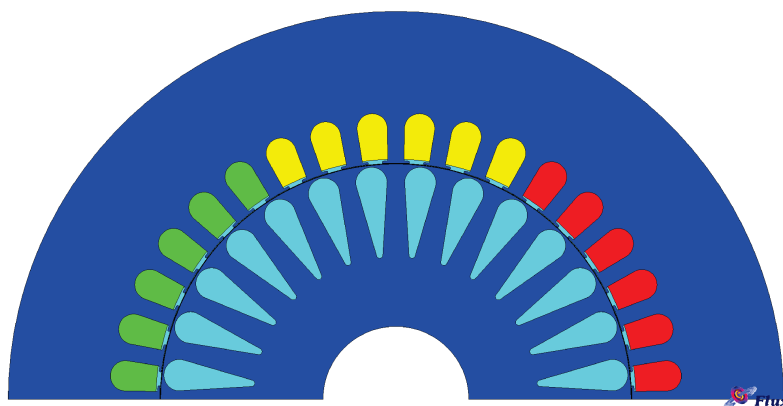
- El par máximo debe ser mayor 2 veces el par nominal
- La corriente de arranque no puede ser mayor a 8.4 veces la corriente nominal



- El par de arranque debe ser mayor a 1.6 veces el par nominal
- La corriente nominal debe ser menor a 7.6A

En el motor diseñado se obtuvo un par máximo de  $4.5 T_n$ , una corriente de arranque de  $8.38 I_n$ , un par de arranque de  $1.65 T_n$  y una corriente nominal de 1.1 A menor al límite impuesto por norma.

De los tres diseños, se escogió como referencia el obtenido por el método NSGAI para ser modelado en FEM debido a su mejor desempeño mostrado mediante las métricas usadas. En la [Figura 5-13](#) se presenta esta nueva geometría modelada. Se estableció una malla de 29423 nodos y 14654 elementos y en la [Figura 5-14](#) se presenta el resultado de las líneas de campo obtenidas con la simulación por FEM.



**Figura 5-13.:** Modelo de la nueva geometría en FEM FLUX-2D

En la [Figura 5-15](#) se presentan los resultados de funcionamiento de este nuevo diseño para diferentes puntos de deslizamiento y en la [Tabla 5-11](#) los datos entregados por FEM para el punto nominal.

En la [Figura 5-15](#) se comparan las curvas obtenidas en el procedimiento de optimización mediante el modelo por circuito equivalente y en el proceso de validación del diseño mediante la simulación por FEM. Del resultado se encontró que el ajuste del modelo por FEM y Circuito Equivalente hecho en el procedimiento de formulación y validación de modelos matemáticos, propuesto como parte de la metodología de diseño, es comparable con un error menor relativo medio menor al 5%, lo que da garantías que en el proceso de prototipado y pruebas del diseño optimizado los resultados sean acordes a lo obtenido teóricamente.

Ahora, comparando los resultados del modelo por FEM entre el motor base y el motor optimizado, se encontró una disminución en el deslizamiento (aumento en la velocidad nominal

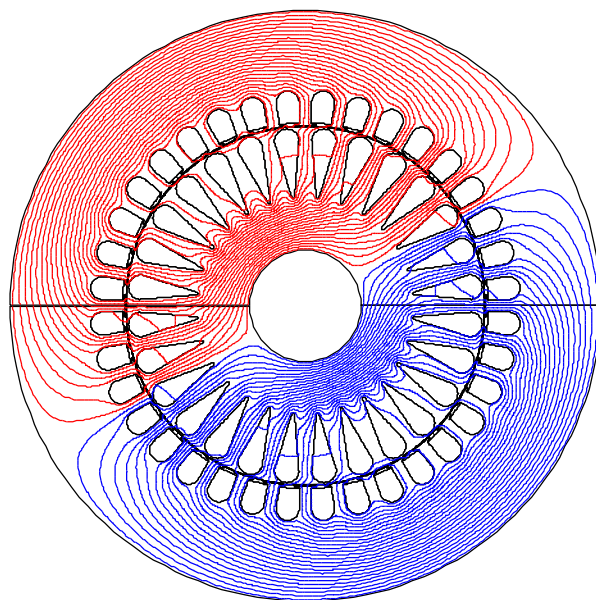


Figura 5-14.: Líneas de campo magnético modeladas por FEM

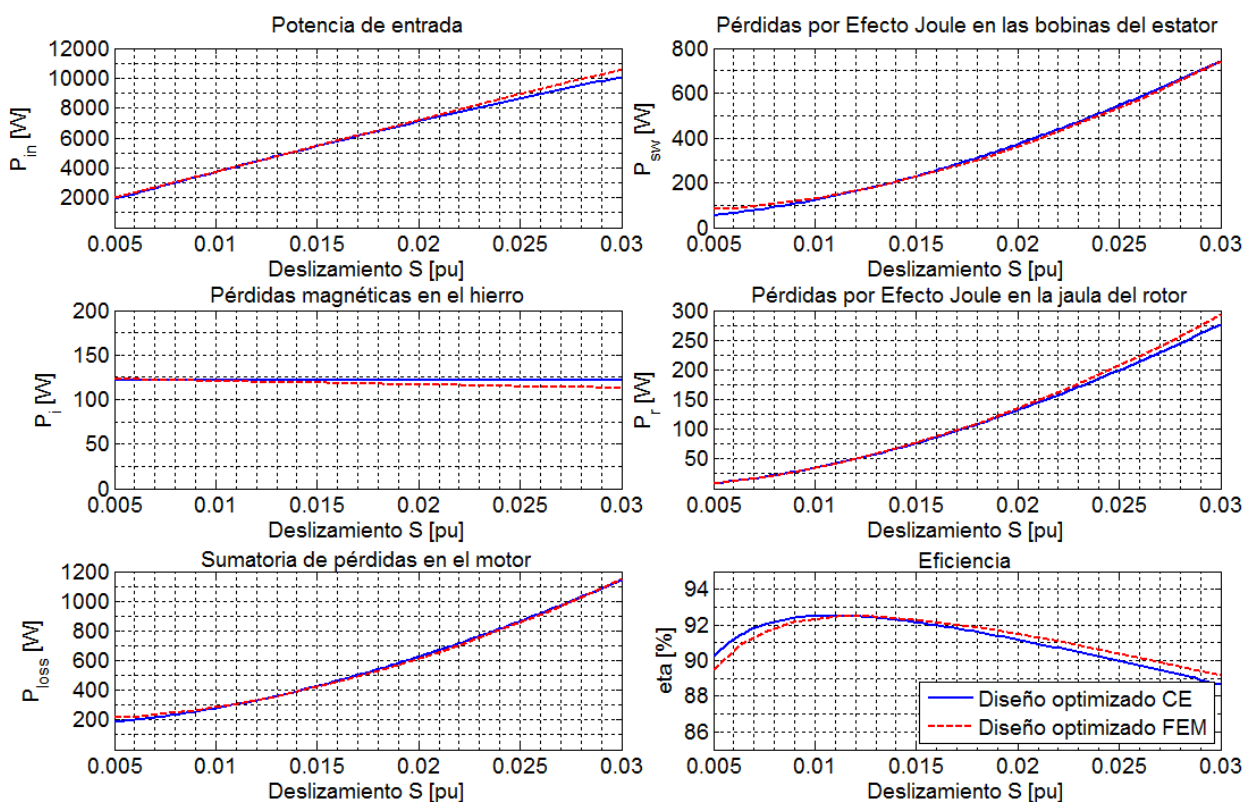


Figura 5-15.: Resultados de eficiencia y pérdidas por modelo de circuito equivalente y FEM

**Tabla 5-11.:** Pérdidas y características de funcionamiento del motor optimizado por FEM

Características	<i>ActualFEM</i>	<i>NSGAIIFEM</i>
Deslizamiento	0,0184	0,0111
Corriente nominal [A]	7,2	6,7
Par nominal [Nm]	10,7	10,2
Potencia de entrada [W]	4402	4134
Factor de potencia	0,80	0,80
Pérdidas Joule estator [W]	138,0	148,7
Pérdidas magnéticas [W]	175,8	120,3
Pérdidas Joule rotor [W]	76,44	42,7
Pérdidas totales [W]	390,3	311,8
Eficiencia / $T_n$	91,13	92,45

en 26 rpm's), una disminución en la corriente nominal de 0,5A y en la potencia de entrada de 268W. Con esto, se obtuvo un aumento en la eficiencia en 1,32 puntos porcentuales. En la norma IEC60034-30 (IEC60034-30, 2008) se presenta que para un motor de 3,7kW, 2 polos, 60Hz, la diferencia porcentual entre los niveles IE2 e IE3 es de 1,0 punto porcentual (Ver Apéndice A). Por lo tanto, con la optimización del diseño mediante esta metodología se podría lograr una reclasificación del motor. Sin embargo, esto debe ser comprobado mediante la fabricación y ensayo de prototipos.

Con la validación del diseño mediante FEM se obtuvo una disminución en las pérdidas magnéticas del 31,6% y en las pérdidas por efecto joule en la jaula de ardilla del 44.13%. Sin embargo, en el modelo por FEM, al igual que lo obtenido con el modelo por circuito equivalente, se presentó un aumento en las pérdidas por efecto joule en el bobinado del 7.7%.

Vale la pena resaltar que estos valores corresponden al punto nominal de funcionamiento de la máquina. Como se encontró en las curvas de la Figura 5-15, con un aumento en el deslizamiento por encima a 0.022 (motor sub-dimensionado) o una disminución por debajo de 0,007 (motor sobre-dimensionado), el valor de eficiencia llegará a ser menor al valor del caso base (ver Figura 5-10). Por lo tanto, una limitante del diseño optimizado es el comportamiento de la eficiencia respecto a la carga aplicada de la máquina. Esto con base a las curvas Figura 5-15 y Figura 5-10, donde se obtuvo que el comportamiento en el diseño base era más plano. Sin embargo, este resultado solo podrá ser corroborado mediante la fabricación y ensayo del prototipo de este diseño, ya que el error en el modelo por FEM aumentaba para bajos y altos deslizamientos.

Finalmente, el número de espiras del motor tuvo que ser re-calculado para el diseño del motor. Así, en el diseño de motor base se usaba un bobinado concéntrico con conexión por polos y 19 vueltas por bobina. En el motor optimizado por NSGA-II, NSPSO y BCMOA, las vueltas fueron ajustadas a 21, 22 y 22 respectivamente.

Finalmente, con la aplicación de la metodología propuesta, se obtuvo que la eficiencia puede ser mejorada hasta 1,7 puntos porcentuales con los tres métodos de optimización, alcanzando un menor costo en los materiales de las partes activas. Por otra parte, con otra de las opciones del criterio de toma de decisiones, el costo podría bajarse hasta en \$COL 41.000, manteniendo la eficiencia actual, o la eficiencia podría elevarse hasta 2.2 puntos porcentuales sin superar el costo de las partes activas del motor base.

# 6. Conclusiones y aportes de la investigación

## 6.1. Conclusiones

En esta tesis de investigación, tres métodos de optimización bio-inspirados multi-objetivo fueron seleccionados y probados para solucionar el complejo problema de diseñar un motor de inducción tipo jaula de ardilla con eficiencia aumentada y sin sacrificar el costo de su diseño. Así, de la metodología de diseño propuesta se concluye que con los tres algoritmos de optimización probados (NSGA-II, NSPSO y BCMOA) se pueden obtener frentes de Pareto con soluciones que permiten mejorar el costo de las partes activas y la eficiencia del motor respecto al caso base. Lo anterior siempre y cuando se ajusten, como se indica en este documento, los parámetros de funcionamiento de los algoritmos de optimización.

Con la metodología de diseño propuesta, los métodos de optimización probados, los modelos matemáticos formulados y el problema de optimización planteado se logra optimizar la eficiencia hasta en 2 puntos porcentuales y el costo hasta en 40.000 pesos colombianos (dependiendo del punto escogido en el frente Pareto-óptimo) sobre el motor base seleccionado. Con esto, un motor IE2 podría ser re-clasificado con una eficiencia IE3.

Como parte de esta tesis de investigación se planteó un problema de optimización multi-objetivo con 2 funciones objetivo, 9 variables de decisión y 7 funciones de restricción. Para la solución de este problema el método NSGA-II presento el mejor desempeño en cuanto a la diversidad en las soluciones entregadas en su frente de Pareto, mientras que el BCMOA fue el algoritmo con menor tiempo de computo para su ejecución.

Sin embargo, el método BCMOA demostró complejidad para la sintonización de sus parámetros, por tal razón se concluye que con los valores seleccionados para el BCMOA en esta tesis se pueden lograr frentes de Pareto similares a los entregados por el NSGA-II y NSPSO, pero con un porcentaje promedio de partículas en este frente del 90 %, mientras que en los otros métodos siempre se tenía el 100 % de las partículas. Por otra parte, en el algoritmo NSPSO el autor no propone un método para su aplicación en un problema con restricciones, por lo que se propuso en esta investigación el uso de una estrategia de penalización de las funciones objetivo por la violación de restricciones. De aquello se concluye que el algorit-

mo NSPSO con este tratamiento de restricciones es capaz de entregar frentes de Pareto que mejoran el diseño del motor base y son similares a los entregados por el NSGA-II y BCMOA.

En la metodología de diseño propuesta se incluyó un procedimiento para la formulación, ajuste y validación de los modelos matemáticos del motor de inducción utilizados. Por lo tanto se construyeron dos modelos, FEM y Circuito Equivalente, cuyos resultados de funcionamiento fueron comparados con datos experimentales de ensayo. De esta propuesta se llega a que es necesario incluir las diferentes consideraciones presentadas en esta tesis para la elaboración de los modelos, con el fin de obtener un error relativo medio menor al 10% frente a la potencia de entrada, componentes de pérdidas y eficiencia en función del deslizamiento. Adicionalmente se concluye que estas consideraciones en los modelos y el porcentaje de error logrado en su ajuste, son suficientes para obtener un diseño optimizado del motor de inducción que puede ser verificado posteriormente por el modelo por FEM.

Finalmente, en la investigación se llegó al planteamiento de una serie recomendaciones como parte de la formulación de la metodología de diseño propuesta. De esto se concluye que para el cálculo de los parámetros del modelo por circuito equivalente se deben incluir en cada iteración las características no lineales y de saturación de las láminas magnéticas, el re-cálculo del número de espiras, el cálculo de la permeabilidad geométrica equivalente para una geometría real de las ranuras y el re-dimensionamiento del anillo de corto circuito en el rotor. Con estas consideraciones se concluye que los resultados entregados en el procedimiento de optimización del diseño mediante los algoritmos de optimización bio-inspirados multi-objetivo y el modelo por circuito equivalente son reproducibles en una simulación mediante FEM.

## 6.2. Aportes de la investigación

Como aportes para la ingeniería de esta investigación se pueden listar los siguientes:

A partir del estado del arte en el diseño de motores eléctricos de inducción, ningún autor antes había usado los algoritmos de optimización NSGA-II, NSPSO y BCMOA como herramientas para la solución de un problema de diseño de motores de inducción tipo jaula de ardilla de diseño estandar y de alta eficiencia. Por lo tanto, la prueba y comparación de estos algoritmos es un aporte de esta investigación, pues se encontró que para este problema en particular los tres algoritmos son efectivos para la optimización del diseño del motor.

En los trabajos de autores pasados, los resultados de la optimización han sido presentados con base únicamente en el modelo matemático por circuito equivalente. En esta tesis de investigación se utilizó el modelo por circuito equivalente como parte del procedimiento de optimización y un modelo de mayor exactitud como lo es FEM para la verificación y valida-

ción del diseño optimizado obtenido. Este enfoque se soportó mediante un procedimiento de formulación, ajuste y validación de los modelos matemáticos frente a datos experimentales de ensayo, lo cual es un planteamiento novedoso que permitió tener confianza en el producto de la investigación.

Debido a la metodología de diseño propuesta se lograron identificar varias consideraciones necesarias en el modelo por circuito equivalente del motor de inducción tipo jaula de ardilla para la solución de problemas de optimización de su diseño. La inclusión de estas consideraciones y su manejo como parte de un modelo matemático de un problema de optimización bio-inspirado multi-objetivo, son aportes de esta tesis. Dentro de estos están:

- Un algoritmo para el re-cálculo del número de espiras
- Ecuaciones para el re-dimensionamiento del anillo de corto circuito en cada nuevo diseño
- El uso de ecuaciones para el cálculo de la reluctancia geométrica de las ranuras del estator y rotor con la geometría real de la máquina
- La inclusión de un algoritmo para el análisis del circuito magnético de la máquina y cálculo de la Fmm (Fuerza Magnetomotriz) total considerando las características no-lineales y de saturación en los yugos y dientes de las láminas magnéticas en cada iteración y por cada individuo del procedimiento de optimización.
- La identificación y utilización de las ecuaciones que mejor modelaran los parámetros resistivos e inductivos del modelo para el motor del caso base

Vale la pena resaltar que en el estado del arte los autores no destacan la importancia o profundizan en el modelo matemático usado en los algoritmos de optimización y no esclarecen si toman en cuenta o no este tipo de consideraciones en el modelo por circuito equivalente utilizado.

# Bibliografía

- Agamloh, E. (2011). “Induction Motor Efficiency ”. *Industry Applications Magazine, IEEE*, Vol. 17, No. 6, pp. 20–28.
- Agamloh, E., Boglietti, A., and Cavagnino, A. (2013). “The Incremental Design Efficiency Improvement of Commercially Manufactured Induction Motors ”. *Industry Applications, IEEE Transactions on*, Vol. 49, No. 6, pp. 2496–2504.
- Agamloh, E. and Cavagnino, A. (2013). “High efficiency design of induction machines for industrial applications ”. In *Electrical Machines Design Control and Diagnosis (WEMDCD), 2013 IEEE Workshop on*, pp. 33–46.
- Alberti, L., Bianchi, N., Boglietti, A., and Cavagnino, A. (2011). “Core axial lengthening as effective solution to improve the induction motor efficiency classes ”. In *Energy Conversion Congress and Exposition (ECCE), 2011 IEEE*, pp. 3391–3398.
- Alberti, L., Bianchi, N., Boglietti, A., and Cavagnino, A. (2013). “Core Axial Lengthening as Effective Solution to Improve the Induction Motor Efficiency Classes ”. *Industry Applications, IEEE Transactions on*, Vol. PP, No. 99, pp. 1–1.
- Balaji, M. and Kamaraj, V. (2012). “Evolutionary computation based multi-objective pole shape optimization of switched reluctance machine ”. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, Vol. 43, No. 1, pp. 63 – 69.
- Bhuvanewari, R., Sakthivel, V. P., Subramanian, S., and Bellarmine, G. (2009). “Hybrid approach using GA and PSO for alternator design ”. In *Southeastcon, 2009. SOUTHEASTCON '09. IEEE*, pp. 169–174.
- Bianchi, N. (2005). *Electrical Machine Analysis Using Finite Elements*. Power Electronics And Applications series. CRC Press/Taylor & Francis Group.
- Bianchi, N. and Bolognani, S. (1999). “Design optimisation of electrical motors by an adaptive model based optimisation technique ”. In *Electrical Machines and Drives, 1999. Ninth International Conference on (Conf. Publ. No. 468)*, pp. 291–296.
- Boglietti, A., Cavagnino, A., Ferraris, L., Lazzari, M., and Luparia, G. (2005). “No tooling cost process for induction motors energy efficiency improvements ”. *Industry Applications, IEEE Transactions on*, Vol. 41, No. 3, pp. 808–816.



- Boglietti, A., Cavagnino, A., and Lazzari, M. (2007). “Geometrical Approach to Induction Motor Design”. In *Industrial Electronics Society, 2007. IECON 2007. 33rd Annual Conference of the IEEE*, pp. 149–156.
- Boglietti, A., Cavagnino, A., and Lazzari, M. (2008a). “Algorithms for the computation of the induction motor equivalent circuit parameters - Part I”. In *Industrial Electronics, 2008. IECON 2008. 34th Annual Conference of IEEE*, pp. 2020–2027.
- Boglietti, A., Cavagnino, A., and Lazzari, M. (2008b). “Algorithms for the computation of the induction motor equivalent circuit parameters - Part II”. In *Industrial Electronics, 2008. IECON 2008. 34th Annual Conference of IEEE*, pp. 2028–2034.
- Boglietti, A., Cavagnino, A., and Lazzari, M. (2011a). “Computational Algorithms for Induction-Motor Equivalent Circuit Parameter Determination - Part I: Resistances and Leakage Reactances”. *Industrial Electronics, IEEE Transactions on*, Vol. 58, No. 9, pp. 3723–3733.
- Boglietti, A., Cavagnino, A., and Vaschetto, S. (2011b). “Induction motor EU standards for efficiency evaluation: The scenario after IEC 60034-2-1”. In *IECON 2011 - 37th Annual Conference on IEEE Industrial Electronics Society*, pp. 2786–2791.
- Bojacá, F. (2010). “Evaluación de los métodos para la determinación de las pérdidas adicionales en los motores de inducción”. Trabajo para obtener el título de magister en ingeniería eléctrica, Universidad Nacional de Colombia, Bogotá D.C., Colombia.
- Boldea, I. and Nasar, S. (2010). *The Induction Machines Design Handbook*. The electric power engineering series. CRC Press/Taylor & Francis Group, second edition edition.
- Bonnett, A. (2000). “An overview of how AC induction motor performance has been affected by the October 24, 1997 implementation of the Energy Policy Act of 1992”. *Industry Applications, IEEE Transactions on*, Vol. 36, No. 1, pp. 242–256.
- Branke, J., Deb, K., Miettinen, K., and Slowinski, R. (2008). *Multiobjective optimization: Interactive and evolutionary approaches*, Vol. 5252. Springer.
- Branke, J., Kaußler, T., and Schmeck, H. (2001). “Guidance in evolutionary multi-objective optimization”. *Advances in Engineering Software*, Vol. 32, No. 6, pp. 499 – 507.
- Cao, W. (2008). “Assessment of induction machine efficiency with comments on new standard IEC 60034-2-1”. In *Electrical Machines, 2008. ICEM 2008. 18th International Conference on*, pp. 1–6.

- CEDRAT (2010). “FLUX® Induction Motor With Skewed Rotor ”. Package for electromagnetic and thermal analysis using finite elements, Users guide. Flux 2D KF305-O-103-EN-03/10, CEDRAT and LMBE Laboratory of ESIEE (Amiens), CEDRAT 15 Chemin de Malacher - Zirst 8246 Meylan Cedex France.
- Chapra, S. C. and Canale, R. P. (2007). *Métodos numéricos para ingenieros*. McGraw Hill/Interamericana Editores S.A. de C.V., quinta edición edition.
- Chun, Y.-D., Han, P.-W., Choi, J.-H., and Koo, D.-H. (2008). “Multiobjective optimization of three-phase induction motor design based on genetic algorithm ”. In *Electrical Machines, 2008. ICEM 2008. 18th International Conference on*, pp. 1–4.
- Clerc, M. and Kennedy, J. (2002). “The particle swarm - explosion, stability, and convergence in a multidimensional complex space ”. *Evolutionary Computation, IEEE Transactions on*, Vol. 6, No. 1, pp. 58–73.
- Coello, C., Pulido, G., and Lechuga, M. (2004). “Handling multiple objectives with particle swarm optimization ”. *Evolutionary Computation, IEEE Transactions on*, Vol. 8, No. 3, pp. 256–279.
- Coello, C. A. and Lechuga, M. (2002). “MOPSO: a proposal for multiple objective particle swarm optimization ”. In *Evolutionary Computation, 2002. CEC '02. Proceedings of the 2002 Congress on*, Vol. 2, pp. 1051–1056.
- Contreras, S. F. and Acuña, L. C. (2010). “Determinación Experimental de pérdidas Adicionales en Carga en Máquinas de Inducción Jaula de Ardilla ”. Trabajo para obtener el título de ingenieros electricistas, Universidad Nacional de Colombia, Bogotá D.C., Colombia.
- Corrales Martín, J. (1982). *Cálculo industrial de máquinas eléctricas Tomo II*. Marcombo Boixareu Editores.
- Cortés, C. A., Depres, W., Driesen, J., and Pérez., J. J. (2008). “Determinación de pérdidas eléctricas en motores de inducción modelados electromagnéticamente con el método de los elementos finitos ”. *Ingeniería e Investigación*, Vol. 28, No. 3, pp. 64–74.
- Cortés, C. A. and Pérez, J. J. (2007). “Simulación y Medición de Fenómenos de Calidad de Potencia (PQ) y Pérdidas Eléctricas en Máquinas Eléctricas ”. Proyecto de investigación no. 34-342-06-2-01, Universidad de la Salle, Cra 2 No 10-70 piso 7 bloque C, Bogotá D.C, Colombia.
- Deb, K. (1999). “Multi-objective genetic algorithms: problem difficulties and construction of test problems ”. *Evolutionary computation*, Vol. 7, No. 3, pp. 205–230. cited By (since 1996)517.

- Deb, K., Pratap, A., Agarwal, S., and Meyarivan, T. (2002). “A fast and elitist multiobjective genetic algorithm: NSGA-II”. *Evolutionary Computation, IEEE Transactions on*, Vol. 6, No. 2, pp. 182–197.
- dos Santos Coelho, L., Ayala, H., and Alotto, P. (2010). “A Multiobjective Gaussian Particle Swarm Approach Applied to Electromagnetic Optimization”. *Magnetics, IEEE Transactions on*, Vol. 46, No. 8, pp. 3289–3292.
- Farhat, I. A. and El-Hawary, M. (2011). “Multi-objective short-term hydro-thermal scheduling using bacterial foraging algorithm”. In *Electrical Power and Energy Conference (EPEC), 2011 IEEE*, pp. 176–181.
- Farhat, I. A. and El-Hawary, M. (2012). “Multi-objective economic-emission optimal load dispatch using bacterial foraging algorithm”. In *Electrical Computer Engineering (CCECE), 2012 25th IEEE Canadian Conference on*, pp. 1–5.
- Feyzi, M. and Kalankesh, H. V. (2001). “Optimization of induction motor design by using the finite element method”. In *Electrical and Computer Engineering, 2001. Canadian Conference on*, Vol. 2, pp. 845–850.
- Feyzi, M., Kalankesh, H. V., and Sharifian, M. B. B. (2004). “A comparative study of three optimization methods in FEM design of induction motors”. In *Power Electronics and Motion Control Conference, 2004. IPEMC 2004. The 4th International*, Vol. 1, pp. 305–309.
- Fonseca, C. and Fleming, P. (1998). “Multiobjective optimization and multiple constraint handling with evolutionary algorithms. II. Application example”. *Systems, Man and Cybernetics, Part A: Systems and Humans, IEEE Transactions on*, Vol. 28, No. 1, pp. 38–47.
- Fonseca, C. M., Fleming, P. J., *et al.* (1993). “Genetic Algorithms for Multiobjective Optimization: Formulation, discussion and generalization.”. In *International Conference on Genetic Algorithms*, Vol. 93, pp. 416–423.
- Fraile, M. J. (2003). *Máquinas Eléctricas*. McGraw Hill/Interamericana de España, 5 ed. edition.
- Goldberg, D. E. and Richardson, J. (1987). “Genetic algorithms with sharing for multimodal function optimization”. In *Genetic algorithms and their applications: Proceedings of the Second International Conference on Genetic Algorithms*, pp. 41–49. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Guzmán, M. A., Delgado, A., and Carvalho, J. D. (2010). “A novel multiobjective optimization algorithm based on bacterial chemotaxis”. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, Vol. 23, No. 3, pp. 292 – 301.

- Hameyer, K. and Belmans, R. (1999). *Numerical modelling and design of electrical machines and devices*. Advances in electrical and electronic engineering. WIT Press.
- HO, S. L. and FU, W. N. (1998). “Review and Future Application of Finite Element Methods in Induction Motors”. *Electric Machines & Power Systems*, Vol. 26, No. 2, pp. 111–125.
- Idir, K., Chang, L., and Dai, H. (1998). “Improved neural network model for induction motor design”. *Magnetics, IEEE Transactions on*, Vol. 34, No. 5, pp. 2948–2951.
- IEC60034-1 (2010). *Rotating electrical machines – Part 1: Rating and performance*. International Electrotechnical Commission, Geneva, Switzerland, 12.0 edition.
- IEC60034-2-1 (2007). *Rotating electrical machines – Part 2-1: Standard methods for determining losses and efficiency from tests (excluding machines for traction vehicles)*. International Electrotechnical Commission, Geneva, Switzerland, 1.0 edition.
- IEC60034-30 (2008). *Rotating electrical machines – Part 30: Efficiency classes of single-speed, three-phase, cage-induction motors (IE-code)*. International Electrotechnical Commission, Geneva, Switzerland, 1.0 edition.
- IEEE112 (2004). *IEEE Normad Test Procedure for Polyphase Induction Motors and Generators*. Institute of Electrical and Electronics Engineers, New York, United States.
- Kamepalli, H. (2001). “The optimal basics for GAs”. *Potentials, IEEE*, Vol. 20, No. 2, pp. 25–27.
- Kanellakis, M., Martinopoulos, G., and Zachariadis, T. (2013). “European energy policy—A review”. *Energy Policy*, Vol. 62, No. 0, pp. 1020 – 1030.
- Kennedy, J. and Eberhart, R. (1995). “Particle swarm optimization”. In *Neural Networks, 1995. Proceedings., IEEE International Conference on*, Vol. 4, pp. 1942–1948.
- Kentli, F. (2009). “A Survey on Design Optimization Studies of Induction Motors During the Last Decade”. *Journal of Electrical & Electronics Engineering*, Vol. 9, No. 2, pp. 969–975.
- Knowles, J. and Corne, D. (2000). “Approximating the Nondominated Front Using the Pareto Archived Evolution Strategy”. *Evolutionary Computation*, Vol. 8, No. 2, pp. 149–172.
- Knowles, J. and Corne, D. (2002). “On metrics for comparing nondominated sets”. In *Evolutionary Computation, 2002. CEC '02. Proceedings of the 2002 Congress on*, Vol. 1, pp. 711–716.

- Krishnamoorthy, A. and Dharmalingam, K. (2010a). “Multi-objective design optimization of three phase induction motor using Hooke and Jeeves method and GA ”. In *Recent Advances in Space Technology Services and Climate Change (RSTSCC)*, 2010, pp. 413–418.
- Krishnamoorthy, A. and Dharmalingam, K. (2010b). “Optimized design of three phase IM using Rosenbrock’s method and GA ”. In *Communication Control and Computing Technologies (ICCCCT), 2010 IEEE International Conference on*, pp. 465–469.
- Kursawe, F. (1991). “A variant of evolution strategies for vector optimization ”. In Schwefel, H.-P. and Männer, R., editors, *Parallel Problem Solving from Nature*, Vol. 496 of *Lecture Notes in Computer Science*, pp. 193–197. Springer Berlin Heidelberg.
- Langsdorf, A. (1979). *Teoría de las máquinas de corriente alterna*. McGraw-Hill.
- Li, S. and Yang, M. (2008). “Particle swarm optimization combined with finite element method for design of ultrasonic motors ”. *Sensors and Actuators A: Physical*, Vol. 148, No. 1, pp. 285 – 289.
- Li, X. (2003). “A non-dominated sorting particle swarm optimizer for multiobjective optimization ”. In *Genetic and Evolutionary Computation—GECCO 2003*, pp. 37–48. Springer Berlin Heidelberg.
- Liwschitz-Garik, M. M. (1955). “Computation of Skin Effect in Bars of Squirrel-Cage Rotors [includes discussion] ”. *Power apparatus and systems, part iii. transactions of the american institute of electrical engineers*, Vol. 74, No. 3, pp. 778–771.
- Lu, Z.-G., Feng, T., and ping Li, X. (2013). “Low-carbon emission/economic power dispatch using the multi-objective bacterial colony chemotaxis optimization algorithm considering carbon capture power plant ”. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, Vol. 53, No. 0, pp. 106 – 112.
- Magsoft, C. (2006). “Pflux2D 9.2 Induction Machine: Constructing the Model ”. Users guide. flux 2d, CEDRAT, CEDRAT 15 Chemin de Malacher - Zirst 8246 Meylan Cedex FRANCE.
- Magsoft-Corporation (2006). “Flux 2D Application Induction Motor Technical Paper ”. Users guide. flux 2d, CEDRAT, CEDRAT 15 Chemin de Malacher - Zirst 8246 Meylan Cedex FRANCE.
- NEMA-MG1 (2011). *Motors and Generators*. National Electrical Manufacturer Association, Rossling, Virginia-US.

- Nieves, J. A. and Robles, R. R. (1995). “Aplicación del Diseño Metodico Integral al Motor Asincrónico Trifásico con Jaula de Ardilla ”. Trabajo para obtener el título de ingenieros electricistas, Universidad Nacional de Colombia, Bogotá D.C., Colombia.
- Niu, B., Wang, H., Wang, J., and Tan, L. (2013). “Multi-objective bacterial foraging optimization ”. *Neurocomputing*, Vol. 116, No. 0, pp. 336 – 345. Advanced Theory and Methodology in Intelligent Computing Selected Papers from the Seventh International Conference on Intelligent Computing (ICIC 2011).
- Palko, S. and Jokinen, T. (1997). “Optimisation of squirrel cage induction motors using finite element method and genetic algorithms ”. In *Electrical Machines and Drives, 1997 Eighth International Conference on (Conf. Publ. No. 444)*, pp. 21–25.
- Panigrahi, B., Pandi, V. R., Das, S., and Das, S. (2010). “Multiobjective fuzzy dominance based bacterial foraging algorithm to solve economic emission dispatch problem ”. *Energy*, Vol. 35, No. 12, pp. 4761 – 4770. The 3rd International Conference on Sustainable Energy and Environmental Protection, {SEEP} 2009.
- Panigrahi, B., Pandi, V. R., Sharma, R., Das, S., and Das, S. (2011). “Multiobjective bacteria foraging algorithm for electrical load dispatch problem ”. *Energy Conversion and Management*, Vol. 52, No. 2, pp. 1334 – 1342.
- Parsopoulos, K. E. and Vrahatis, M. N. (2010). *Particle swarm optimization and intelligence: advances and applications*. IGI Global- Information Science Reference Hershey.
- Passino, K. (2002). “Biomimicry of bacterial foraging for distributed optimization and control ”. *Control Systems, IEEE*, Vol. 22, No. 3, pp. 52–67.
- Pérez Arriaga, J. I., Sánchez de Tembleque, L. J., and Pardo Buendía, M. (2005). *La gestión de la demanda de electricidad*. Fundación Alternativas.
- Prias Caicedo, O. F. (2010). “Programa de Uso Racional y Eficiente de Energía y Fuentes No Convencionales - PROURE. Plan de Acción 2010-2015 ”.
- Pyrhonen, J., Jokinen, T., and Hrabovcova, V. (2009). *Design of Rotating Electrical Machines*. John Wiley & Sons, Ltd.
- Ranjan, S., Mishra, S., and Behera, S. (2013). “A comparative performance evaluation of evolutionary algorithms for optimal design of three-phase induction motor ”. In *Computing, Communications and Networking Technologies (ICCCNT), 2013 Fourth International Conference on*, pp. 1–5.
- Regulation-No.640/2009, E. C. (2009). “Commission Regulation (EC) No. 640/2009 of 22 July 2009 Implementing Directive 2005/32/EC of the European Parliament and of the

- Council with regard to ecodesign requirements for electric motors ”. *Official Journal of the European Union*, Vol. , pp. 26.
- RETIQ (2014). *Reglamento Técnico de Etiquetado*. Ministerio de Minas y Energía, Bogotá, Colombia.
- Rosa, D., V, E., Viego, F. P., and Costa, A. M. (2007). “Incertidumbre en la evaluación del ahorro de energía por sustitución de motores eléctricos ”. *Ingenierías*, Vol. 10, No. 35, pp. 27–31.
- Sakthivel, V., Bhuvanewari, R., and Subramanian, S. (2010a). “Design optimization of three-phase energy efficient induction motor using adaptive bacterial foraging algorithm ”. *COMPEL: The International Journal for Computation and Mathematics in Electrical and Electronic Engineering*, Vol. 29, No. 3, pp. 699 – 726.
- Sakthivel, V., Bhuvanewari, R., and Subramanian, S. (2010b). “Multi-objective parameter estimation of induction motor using particle swarm optimization ”. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, Vol. 23, No. 3, pp. 302 – 312.
- Sakthivel, V., Bhuvanewari, R., and Subramanian, S. (2010c). “Non-intrusive efficiency estimation method for energy auditing and management of in-service induction motor using bacterial foraging algorithm ”. *Electric Power Applications, IET*, Vol. 4, No. 8, pp. 579–590.
- Sakthivel, V., Bhuvanewari, R., and Subramanian, S. (2011). “An accurate and economical approach for induction motor field efficiency estimation using bacterial foraging algorithm ”. *Measurement*, Vol. 44, No. 4, pp. 674 – 684.
- Sakthivel, V. and Subramanian, S. (2012). “Bio-inspired optimization algorithms for parameter determination of three-phase induction motor ”. *COMPEL: The International Journal for Computation and Mathematics in Electrical and Electronic Engineering*, Vol. 31, No. 2, pp. 528 – 551.
- Sakthivel, V. P., Bhuvanewari, R., and Subramanian, S. (2010d). “Adaptive particle swarm optimization for the design of three-phase induction motor considering the active power loss effect ”. *International Journal of Computer and Electrical Engineering*, Vol. 2, No. 4, pp. 627–636.
- Sakthivel, V. P., Bhuvanewari, R., and Subramanian, S. (2010e). “Bacterial Foraging Technique Based Parameter Estimation of Induction Motor from Manufacturer Data ”. *Electric Power Components and Systems*, Vol. 38, No. 6, pp. 657–674.
- Sakthivel, V. P., Bhuvanewari, R., and Subramanian, S. (2010f). “Economic Design of Three-Phase Induction Motor by Particle Swarm Optimization ”. *Journal of Electromagnetic Analysis and Applications*, Vol. 2, No. 5, pp. 301–310.

- Sakthivel, V. P. and Subramanian, S. (2011a). “Energy conservation through improved design of three-phase squirrel cage induction motor using BF optimization algorithm ”. In *Computer, Communication and Electrical Technology (ICCCET), 2011 International Conference on*, pp. 327–332.
- Sakthivel, V. P. and Subramanian, S. (2011b). “Using MPSO algorithm to optimize three-phase squirrel cage induction motor design ”. In *Emerging Trends in Electrical and Computer Technology (ICETECT), 2011 International Conference on*, pp. 261–267.
- Santos, V. S., Felipe, P. V., and Sarduy, J. G. (2013). “Bacterial foraging algorithm application for induction motor field efficiency estimation under unbalanced voltages ”. *Measurement*, Vol. 46, No. 7, pp. 2232 – 2237.
- Schaffer, J. D. (1984). “Some experiments in machine learning using vector evaluated genetic algorithms (artificial intelligence, optimization, adaptation, pattern recognition) ”. *Vanderbilt University, Nashville, TN*, Vol. .,
- Sharifian, M. B. B., Kalankesh, H., and Feyzi, M. (2003). “Multi-objective optimization of induction motor slot design using finite element method ”. In *Electronics, Circuits and Systems, 2003. ICECS 2003. Proceedings of the 2003 10th IEEE International Conference on*, Vol. 3, pp. 1308–1311.
- Sousa Santos, V., Quispe, E., Sarduy, J., Viego, P., Lemozy, N., Jurado, A., and Brugnoli, M. (2013). “Bacterial Foraging Algorithm application for induction motor field efficiency estimation under harmonics and unbalanced voltages ”. In *Electric Machines Drives Conference (IEMDC), 2013 IEEE International*, pp. 1108–1111.
- Srinivas, N. and Deb, K. (1994). “Multiobjective optimization using nondominated sorting in genetic algorithms ”. *Evolutionary computation*, Vol. 2, No. 3, pp. 221–248.
- Tanaka, M., Watanabe, H., Furukawa, Y., and Tanino, T. (1995). “GA-based decision support system for multicriteria optimization ”. In *Systems, Man and Cybernetics, 1995. Intelligent Systems for the 21st Century., IEEE International Conference on*, Vol. 2, pp. 1556–1561 vol.2.
- Tripathi, P. K., Bandyopadhyay, S., and Pal, S. K. (2007). “Multi-Objective Particle Swarm Optimization with time variant inertia and acceleration coefficients ”. *Information Sciences*, Vol. 177, No. 22, pp. 5033 – 5049.
- Tutelea, L. and Boldea, I. (2010). “Induction motor electromagnetic design optimization: Hooke Jeeves method versus genetic algorithms ”. In *Optimization of Electrical and Electronic Equipment (OPTIM), 2010 12th International Conference on*, pp. 485–492.



- Çunkaş, M. and Sağ, T. (2010). “Efficiency determination of induction motors using multi-objective evolutionary algorithms ”. *Advances in Engineering Software*, Vol. 41, No. 2, pp. 255 – 261.
- URE, L. (2001). *Ley 697 de Octubre 3 de 2001*. Congreso de la República, Bogotá, Colombia.
- Zhang, D., Park, C.-S., and seop Koh, C. (2012). “A New Optimal Design Method of Rotor Slot of Three-Phase Squirrel Cage Induction Motor for NEMA Class D Speed-Torque Characteristic Using Multi-Objective Optimization Algorithm ”. *Magnetics, IEEE Transactions on*, Vol. 48, No. 2, pp. 879–882.
- Zitzler, E., Brockhoff, D., and Thiele, L. (2007). “The hypervolume indicator revisited: On the design of pareto-compliant indicators via weighted integration ”. *Lecture Notes in Computer Science (including subseries Lecture Notes in Artificial Intelligence and Lecture Notes in Bioinformatics)*, Vol. 4403 LNCS, pp. 862–876. cited By (since 1996)86.
- Zitzler, E., Deb, K., and Thiele, L. (2000). “Comparison of multiobjective evolutionary algorithms: empirical results ”. *Evolutionary computation*, Vol. 8, No. 2, pp. 173–195. cited By (since 1996)1779.
- Zitzler, E., Laumanns, M., and Thiele, L. (2001). “SPEA2: Improving the Strength Pareto Evolutionary Algorithm ”. TIK-Report 103, Swiss Federal Institute of Technology (ETH), Computer Engineering and Networks Laboratory (TIK), Department of Electrical Engineering, Zurich ETH Zentrum, Gloriastrasse 35, CH-8092 Zurich, Switzerland.
- Zitzler, E. and Thiele, L. (1998). “Multiobjective optimization using evolutionary algorithms — A comparative case study ”. In Eiben, A., Bäck, T., Schoenauer, M., and Schwefel, H.-P., editors, *Parallel Problem Solving from Nature — PPSN V*, Vol. 1498 of *Lecture Notes in Computer Science*, pp. 292–301. Springer Berlin Heidelberg.
- Zitzler, E. and Thiele, L. (1999). “Multiobjective evolutionary algorithms: a comparative case study and the strength Pareto approach ”. *Evolutionary Computation, IEEE Transactions on*, Vol. 3, No. 4, pp. 257–271.
- Zitzler, E., Thiele, L., Laumanns, M., Fonseca, C., and da Fonseca, V. (2003). “Performance assessment of multiobjective optimizers: an analysis and review ”. *Evolutionary Computation, IEEE Transactions on*, Vol. 7, No. 2, pp. 117–132.

# A. Niveles de clasificación de los motores por eficiencia

Para los motores de inducción tipo jaula de ardilla, [Rosa et al. \(2007\)](#) resaltan la importancia de entender el valor nominal de eficiencia declarado en la placa de características del motor y su incertidumbre para los procesos de sustitución de motores de baja eficiencia. Por lo tanto, se debe considerar que dependiendo de la norma usada para la clasificación de los motores, se tienen diferentes rangos de tolerancia.

Adicionalmente, de acuerdo a la norma IEC60034-1 se establece que en el valor de eficiencia declarado en placa (eficiencia nominal), se cuenta con una tolerancia de -15 % del porcentaje de pérdidas para motores de menos de 150kW ( $-15\%(1-\eta)$ ) y de -10 % para potencias mayores ([Rosa et al., 2007](#); [IEC60034-1, 2010](#)). Por otro lado, en la norma NEMA-MG1 se establecen en tablas los valores nominales y mínimos para la clasificación de los motores ([NEMA-MG1, 2011](#), Secciones 12.58-12.60).

Las normas presentan valores discretos en tablas para esta clasificación, lo cuales se dan por el número de polos, la frecuencia y potencia nominal del motor. Adicionalmente, establecen mecanismos para identificar los valores no discretizados en las tablas ([NEMA-MG1, 2011](#); [IEC60034-30, 2008](#)). En las Figuras [A-1](#), [A-2](#) y [A-3](#) se han graficado los valores de los distintos niveles de clasificación:

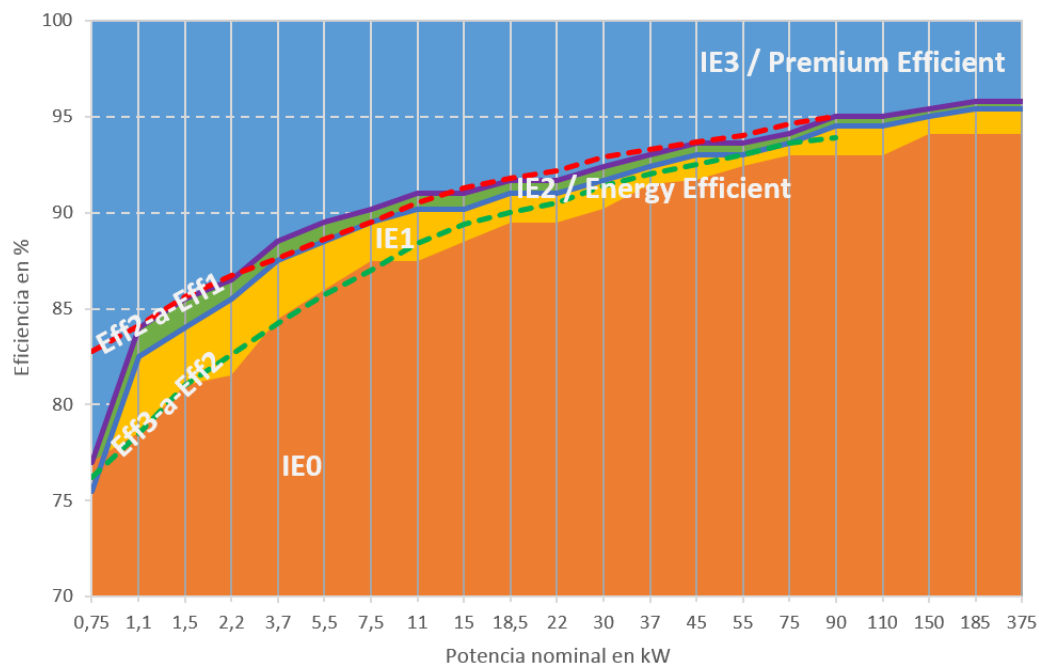


Figura A-1.: Eficiencia nominal en motores de 2 polos 60Hz

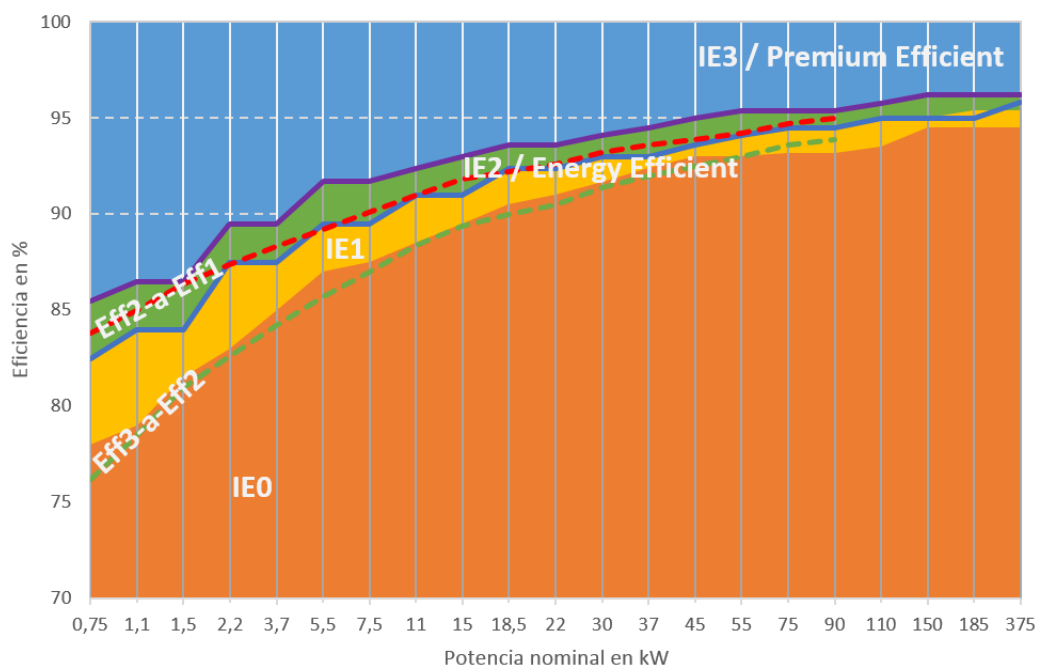


Figura A-2.: Eficiencia nominal en motores de 4 polos 60Hz

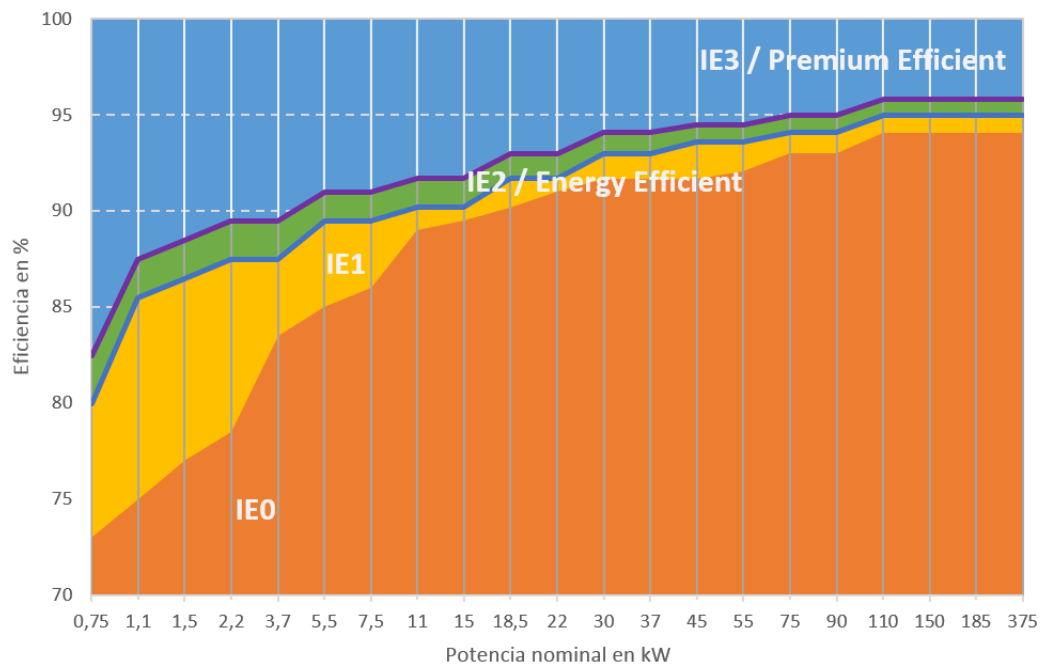


Figura A-3.: Eficiencia nominal en motores de 6 polos 60Hz

## **B. Procedimiento de ensayo, cálculo de la eficiencia y pérdidas segregadas por la IEC60034-2-1**

Las pérdidas de potencia en los motores de inducción están compuestos básicamente por ([Pyrhonen et al., 2009](#)):

- Pérdidas resistivas en los conductores del estator y rotor
- Pérdidas en los materiales que conforman el circuito magnético
- Pérdidas adicionales en carga
- Pérdidas mecánicas por fricción y ventilación

Estas determinan básicamente la eficiencia en la conversión de energía en la máquina, y el sistema de ventilación necesario para mantener la temperatura bajo control ([Boldea y Nasar, 2010](#)).

Durante la etapa de diseño, normalmente se calculan los distintos tipos de pérdidas en el motor tan preciso como sea posible. Una vez la máquina se encuentra fabricada, las pérdidas deben ser determinadas mediante pruebas. El método de segregación de pérdidas ha llegado a ser el método estándar para determinar las diferentes componentes de pérdidas. Para la ejecución de estos ensayos se requiere de un freno dinamómetro, mediciones de tiempo, temperatura y energía ([Boldea y Nasar, 2010](#)).

### **B.1. Requisitos para el montaje y ejecución de los ensayos**

Dependiendo de la norma usada y tipo de ensayo implementado, se establecen distintos requerimientos en cuanto a las fuentes de alimentación, el montaje del motor de prueba y el método de medición dependiendo de si son magnitudes eléctricas o mecánicas. De esta manera, a continuación se resumen las principales consideraciones que es necesario tener en cuenta para la ejecución de los ensayos. [Cao \(2008\)](#) presenta una completa tabla comparativa con estos valores.

### B.1.1. Instrumentación

Para la ejecución de los ensayos, se debe utilizar instrumentación con fecha de calibración no mayor a 12 meses respecto al día en que se estén efectuando los mismos. De igual manera, se debe contar con instrumentos con cierto grado de precisión. Así, para el método de sumatoria de pérdidas segregadas de la norma IEC 60034-2-1, el error en los instrumentos usados para la medición de magnitudes eléctricas debe ser menor o igual a 0,2 %. En relación a los transformadores de corriente, estos deben tener una precisión no mayor a 0,3 %, tomando en cuenta que todo el sistema (instrumentos y transformadores) no debe superar una precisión en la medición del 0,2 % (IEC60034-2-1, 2007).

En relación a la medición de resistencia, tanto la norma IEC como IEEE especifican el uso de instrumentos de alta precisión para la medición de esta variable. Por lo tanto, los instrumentos deben contar con unos límites de error no mayores al 0.2 % de la escala completa. En máquinas de inducción, la resistencia medida corresponde a la resistencia entre líneas del devanado del estator y el valor usado corresponde al promedio aritmético de este valor para cada conjunto de terminales (Contreras y Acuña, 2010). Cuando la resistencia del devanado (con carga) no se puede medir directamente, el valor de la resistencia de ensayo se puede calcular a través de la comparación entre la resistencia medida a una temperatura específica y la medición de temperatura a la cual se desea conocer el valor de la resistencia, esto a partir de la relación entre temperatura y resistencia propia de los materiales conductores (Contreras y Acuña, 2010).

La medición del par mecánico debe tener una precisión del  $\pm 2\%$  de la escala completa, mientras que la medición de velocidad debe hacerse con una precisión de  $pm1\%$  de la escala completa o de 1 revolución por minuto (IEC60034-2-1, 2007).

Finalmente, las mediciones de temperatura se deben hacer utilizando alguna de las metodologías que se presentan en las normas y las cuales son descritas en Contreras y Acuña (2010). En estas, se debe usar instrumentación que cuente con una precisión no mayor a  $\pm 1^\circ C$ .

### B.1.2. Fuente de alimentación

En la norma se establecen condiciones para el desbalance de tensión, forma de onda y variación de frecuencia de la fuente de alimentación usada en los ensayos. De esta manera, los rangos se precisan en la Tabla B-1<sup>12</sup>

---

<sup>1</sup>THD: Índice de distorsión armónica

<sup>2</sup>Las variaciones de frecuencia durante toda la prueba no deberá ser mayor a 0,33 % de la frecuencia promedio.

**Tabla B-1.:** Requerimientos en el suministro de energía durante las pruebas

Norma	THD	Balance de tensión	Variación de frecuencia
IEC 60034-2-1	0,02	0,5 %	$\pm 0,1$ %

## B.2. Protocolo de ensayos para la determinación de pérdidas y eficiencia

### B.2.1. Medición de resistencia en frío

El procedimiento para la medición de la resistencia en frío en el motor, se especifica de forma clara en la norma IEEE 112 ([IEEE112, 2004](#)). En relación a esta y las normas referentes a la medición de temperatura, [Contreras y Acuña \(2010\)](#) especifican la mejor practica para medir este valor. Así, se debe medir la resistencia entre terminales del motor con la conexión a la que se van a hacer los ensayos, el motor estando estable a temperatura ambiente y el rotor inmóvil. La temperatura ambiente también debe ser registrada en este ensayo.

### B.2.2. Ensayo de temperatura a carga nominal

El ensayo de temperatura a carga nominal del motor, es comúnmente conocido en la industria como ensayo de calentamiento. En esta prueba se busca encontrar la temperatura a la que estabiliza el motor cuando este trabaja en carga nominal. Para la ejecución del ensayo, la máquina debe ser equipada con instrumentos para la medición de temperatura en los puntos más calientes en su bobinado ([Contreras y Acuña, 2010](#)).

Con la máquina alimentada a tensión, frecuencia y carga nominal, se registra en intervalos de 30 minutos la potencia, corriente (3 fases), tensión (3 fases), velocidad, frecuencia (3 fases), temperatura ambiente y la temperatura medida por cada uno de los detectores ubicados en la máquina, adoptándose como temperatura de referencia para cada punto el mayor valor medido. Se considera que la máquina se ha estabilizado térmicamente cuando en dos mediciones consecutivas, la temperatura de referencia no presenta variaciones mayores a  $1^{\circ}\text{C}$ . ([Contreras y Acuña, 2010](#)). En este punto, se debe medir la resistencia dc de los devanados (igual que se hizo en frío) al apagado de la máquina.

**Medición de resistencia al apagado de la máquina:** Esta medición de resistencia se hace una vez se haya desenergizado y detenido el motor, lo cual se debe hacer en el menor tiempo posible. Esto con el fin de registrar la resistencia estando el motor a una temperatura cercana a la de estabilización. De acuerdo a [IEC60034-2-1 \(2007\)](#), la medición en motores con una potencia nominal de 38kW o menos debe hacerse en un tiempo menor a 30 segundos y 90 segundos en motores entre 38kW y 150kW. Para mayor información sobre los requerimientos

de esta medición, por ejemplo en caso de no poderse hacer en el tiempo especificado, se puede referir a la sección 5.8.4.5 de la norma [IEEE112 \(2004\)](#) y 8.8 de la norma [IEC60034-2-1 \(2007\)](#).

### B.2.3. Ensayo bajo carga

La mayoría de los métodos para la determinación de eficiencia requieren un ensayo con carga, con el cual se busca identificar el comportamiento mecánico y eléctrico de la máquina bajo la exigencia de una potencia mecánica específica de salida ([Contreras y Acuña, 2010](#)). El ensayo se hace con el motor acoplado a una máquina de carga, como por ejemplo un freno dinamómetro. En este último caso, se debe hacer un ensayo de corrección de las mediciones hechas con el anemómetro ([IEC60034-2-1, 2007](#)).

El ensayo se inicia con el motor operando a una temperatura (medida en el punto de referencia definido en la prueba de estabilización térmica; punto de máxima temperatura) menor a  $\pm 5^{\circ}C$  de la temperatura de estabilización en la prueba de temperatura a carga nominal. Así, se somete el motor a seis puntos de carga, que de acuerdo a la norma pueden ser: 150 %, 125 %, 100 %, 75 %, 50 % y 25 % del valor de carga (par) nominal<sup>3</sup>. En cada punto se registran los valores de tensión (3 fases), corriente (3 fases), potencia activa (3 fases), frecuencia, velocidad, par y resistencia.

Para la medición de la resistencia se pueden utilizar dos procedimientos. Uno de ellos es el mencionado en el literal 6.4.4.2 de la norma [IEC60034-2-1 \(2007\)](#), para lo cual se requiere medir la resistencia antes de tomar el punto de mayor carga y luego del de menor carga (con la máquina desenergizada y detenida). El otro procedimiento se basa en la medición en cada punto de carga de la temperatura en el punto de referencia definido en la prueba de estabilización térmica y la temperatura ambiente. Con estos valores y el de resistencia medida en frío, se calcula de forma indirecta la resistencia en cada punto de carga. Este último procedimiento fue el utilizado en los ensayos efectuados en la presente investigación.

Finalmente, cabe resaltar que el ensayo se inicia con el valor de carga más alto y continúa en orden descendiente hasta la carga mínima. El ensayo se debe ejecutar en el menor tiempo posible para minimizar los cambios de temperatura en la máquina durante el proceso ([Contreras y Acuña, 2010](#)). La norma [IEC60034-2-1 \(2007\)](#) establece que las variaciones de temperatura durante la prueba no deberá exceder los  $5^{\circ}C$  de la temperatura de estabilización. Al finalizar el ensayo, se debe hacer una nueva medición de resistencia al apagado, esto de la misma manera que se efectuó en el ensayo de temperatura a carga nominal. Para mayor información se puede consultar a [IEC60034-2-1 \(2007\)](#); [Contreras y Acuña \(2010\)](#).

---

<sup>3</sup>Los puntos de carga pueden variar basados en [IEC60034-2-1 \(2007\)](#), sin embargo, los valores señalados son ampliamente usados en la industria

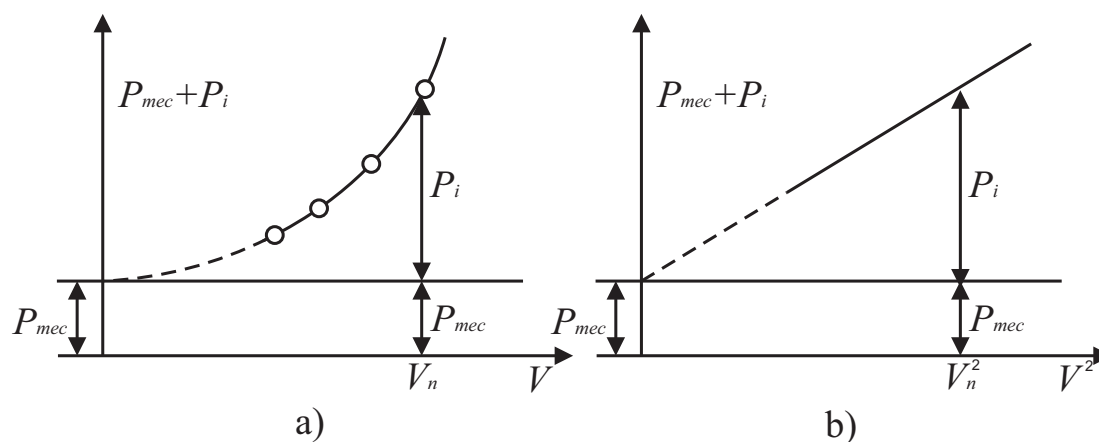


### B.2.4. Ensayo sin carga

El ensayo sin carga es comúnmente conocido como ensayo en vacío de la máquina. Esto se debe a que el ensayo normalmente se efectúa con el motor desacoplado de cualquier carga mecánica (Contreras y Acuña, 2010). Este se hace para hayas las pérdidas mecánicas (por fricción y ventilación) y magnéticas en el núcleo de la máquina.

El ensayo se hace variando la tensión de alimentación de la máquina, para lo cual se deben tomar un mínimo de siete puntos de tensión. La norma establece que cuatro o más valores deben estar a una separación aproximadamente igual entre el 125 % y el 60 % de la tensión nominal. Los tres valores restantes se deben ubicar entre el 50 % y el 20 % de la tensión nominal o hasta el punto en donde la corriente no disminuya más. Al igual que el ensayo con carga, este debe iniciar con el punto mayor de tensión y se debe hacer en el menor tiempo posible. En cada punto de tensión, se deben registrar los valores de tensión (3 fases), corriente (3 fases), potencia activa y resistencia. Para esta última, este se calcula a partir de la medición de la temperatura.

Las pérdidas se determinan mediante un análisis de regresión lineal en la curva de pérdidas constantes (potencia de entrada menos pérdidas por efecto joule en el estator) versus la tensión al cuadrado (Figura B.2.4<sup>4</sup>). Esta regresión se hace en los puntos más bajos de tensión y extrapolando los valores hasta el punto de corte con el eje de las ordenadas.



**Figura B-1.:** a) Curva y pérdidas en el ensayo sin carga; b) Curva del ensayo sin carga linealizada

Las pérdidas mecánicas por fricción y ventilación corresponden con el valor de potencia en la intercepción de la curva linealizada y extrapolada con el eje de las ordenadas (valor

<sup>4</sup>Imagen adaptada de Fraile (2003)

de tensión igual a cero). Con esto, las pérdidas magnéticas serían el resultado de restar el valor de pérdidas mecánicas a las pérdidas constantes. Este valor calculado en el método B establecido en la norma [IEEE112 \(2004\)](#) es constante para cada punto de carga del ensayo enunciado en el numeral [B.2.3](#). Sin embargo, en la norma [IEC60034-2-1 \(2007\)](#) para el cálculo de las pérdidas magnéticas se toma en cuenta la caída de tensión en el devanado del estator en cada punto de carga, lo cual depende de la corriente que circula por este en cada punto. Las ecuaciones y cálculos se presentan en [Contreras y Acuña \(2010\)](#) y [Boglietti \*et al.\* \(2011b\)](#).

### **B.3. Algoritmo de cálculo de eficiencia con el método de segregación de pérdidas**

En la norma [IEC60034-2-1 \(2007\)](#), se presenta el paso a paso para calcular la eficiencia mediante la segregación de pérdidas y cálculo indirecto de pérdidas adicionales en carga. [Contreras y Acuña \(2010\)](#) explican en detalle el algoritmo de cálculo basado en este método. Por su parte, [Boglietti \*et al.\* \(2011b\)](#) dan una explicación bastante específica de las ecuaciones utilizadas en estos cálculos.

Con base en el trabajo hecho por los autores mencionados en el párrafo anterior y el contenido de la norma [IEC60034-2-1 \(2007\)](#), el procedimiento de cálculo para la determinación de eficiencia a partir de los datos medidos en los ensayos efectuados se resume en los siguientes párrafos.

El cálculo parte con el valor de la resistencia dc medida estando el motor estable térmicamente en las condiciones ambientales y geográficas locales (temperatura ambiente, humedad y altura). Con esto, los demás cálculos serán hechos con las mediciones de potencia, tensión, corriente, par, velocidad y temperatura medidas en los demás ensayos con la misma conexión y condiciones a la que se efectuó esta medición inicial.

Del ensayo de temperatura a carga nominal (Numeral [B.2.2](#)), se obtienen mediciones del funcionamiento a condiciones nominales y a la temperatura de estabilización, y se mide el valor de resistencia dc de los bobinados al apagado (se deben tener en cuenta las consideraciones expuestas en el numeral [B.2.2](#)). Del valor de resistencia medida al apagado y con la resistencia medida en frío, se calcula un factor de corrección por temperatura y altura a una temperatura ambiente de  $25^{\circ}C$  y una altura de 1000 msnm.

Con el ensayo bajo carga (Numeral [B.2.3](#)) se calculan básicamente las denominadas pérdidas bajo carga: Pérdidas por efecto joule o  $I^2R$  en el estator y rotor. Del ensayo también se calcula la potencia de salida (potencia mecánica en el eje) mediante las mediciones de par y velocidad. Todos estos valores se hallan para cada punto de carga, teniendo especial aten-

ción a la forma de calcular la resistencia dc en cada uno de ellos (Para revisar las ecuaciones refiérase a [Boglietti \*et al.\* \(2011b\)](#); [Contreras y Acuña \(2010\)](#)).

Mediante el ensayo sin carga en la máquina (Numeral [B.2.4](#)) se hallan las pérdidas denominadas constantes, las cuales son independientes de la carga en el motor. Estas se calculan sustrayendo las pérdidas por efecto joule en el estator de la potencia de entrada medida en cada punto de tensión durante el ensayo. Las pérdidas por efecto joule se obtienen con la corriente medida en cada punto y la resistencia calculada a partir de la temperatura medida en los mismos en cada punto. Las pérdidas constantes corresponde a la suma de las pérdidas mecánicas y las pérdidas magnéticas (Ver Figura [B.2.4](#)), las cuales se calculan de forma segregada de la forma expresada en el numeral [B.2.4](#).

Con la potencia de entrada medida y las pérdidas convencionales (pérdidas constantes y pérdidas bajo carga) y la potencia de salida calculadas, se obtienen las denominadas pérdidas residuales en cada punto de carga. Esta corresponde a la sumatoria de las pérdidas no convencionales, las cuales se haya de forma indirecta restando de las pérdidas totales aparentes las pérdidas convencionales. Las pérdidas totales aparentes es el valor de pérdidas hallado restando de la potencia de entrada medida la potencia de salida calculada.

Una vez se tienen el cálculo de las pérdidas residuales, se procede con el alisamiento de las mismas. Este se hace mediante una regresión lineal de la función de pérdidas residuales versus el par al cuadrado en cada punto de carga. La valides del ensayo se verifica mediante el coeficiente de correlación de dicha regresión, el cual debe ser mayor a 0,95. En caso de que este sea menor, se puede eliminar el peor punto de carga con el fin de mejorar el coeficiente. Si una vez eliminado el peor punto el coeficiente aún se mantiene por debajo de este valor, la prueba es insatisfactoria y se debe revisar la instrumentación usada y los errores durante el ensayo antes de volver a repetir las pruebas.

Una vez los ensayos sean válidos, se calculan las pérdidas adicionales en carga  $P_{sll}$ , las cuales están dadas por el producto entre la pendiente de la regresión lineal y el valor del par al cuadrado en cada punto de carga. [Boglietti \*et al.\* \(2011b\)](#) presentan el valor de pérdidas adicionales en carga obtenido en diez motores con potencias entre 4kW a 70,5kW y 2, 4 y 6 polos y [Cao \(2008\)](#) presenta resultados de eficiencia en cinco motores con potencias entre 7,5kW y 150kW en 4 polos. En el país, [Bojacá \(2010\)](#) presenta el resultado de ensayos hechos bajo esta norma en motores de fabricación nacional entre 0.74kW y 74,6kW en 2, 4 y 6 polos.

Finalmente, con las pérdidas convencionales calculadas y las pérdidas residuales alisadas con un factor de correlación por encima de lo requerido, se obtiene la segregación de las diferentes pérdidas. En este punto las pérdidas por efecto joule en el estator y rotor calculadas son corregidas por temperatura y altura. Con esto, las pérdidas totales serán el resultado de la

suma de las pérdidas halladas y la eficiencia se calcula con la ecuación  $\eta = (P_{in} - P_{loss})/P_{in}$ .

# C. Método de los Elementos Finitos

El método de los elementos finitos FEM, se ha utilizado como método numérico para resolver problemas que implican la solución de ecuaciones diferenciales parciales con condiciones de frontera. FEM divide el dominio de la solución en un número finito de regiones con formas simples llamados *elementos*. Con esto, se puede desarrollar una solución aproximada de la ecuación diferencial parcial para cada uno de estos elementos y la solución total se genera uniendo las soluciones individuales (Chapra y Canale, 2007, Capítulo 31). Debido a que una descripción completa va más allá del alcance de este documento, el presente anexo ofrece una introducción y descripción general de FEM.

## C.1. Ecuaciones de Maxwell

Generalmente, un problema de campo es descrito por una ecuación diferencial, la cual está definida en el dominio como (Bianchi, 2005)

$$L\phi(P, t) = f(P, t) \tag{C-1}$$

junto con las condiciones de frontera. Estas últimas restringen el campo a lo largo de la frontera  $\Gamma$  del dominio bajo análisis. En la ecuación (C-1)  $L$  es un operador diferencial,  $\phi$  es la función desconocida que debe ser determinada y  $f$  es una función de forzado, los cuales están en función del espacio  $P = (x, y, z)$  y el tiempo  $t$  (Bianchi, 2005).

Para la soluciones de problemas de electromagnetismo, las ecuaciones diferenciales parciales que se deben resolver ( $\phi$ ) son las conocidas ecuaciones de Maxwell. Así por ejemplo, los campos eléctricos y magnéticos en un medio son descritos por la ecuación de Ampere-Maxwell Ecuación (C-2) expresada en forma diferencial <sup>1</sup>.

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \tag{C-2}$$

En problemas de magnetismo solucionados por FEM, debido a que la densidad de campo magnético  $\vec{B}$  es sinusoidal en todo el espacio, es posible definir un nuevo campo vectorial denominado potencial magnético  $\vec{A}$ , que es la variable independiente del sistema de ecuaciones. El objetivo de utilizar el campo  $\vec{A}$  es por la posibilidad de derivar campos eléctricos

---

<sup>1</sup>En problemas con campos estacionarios, la derivada temporal del vector  $\vec{D}$  es igual a cero

inducidos y magnéticos a partir de las Ecuaciones (C-3) y (C-4) (Bianchi, 2005, Capítulo 1).

$$\vec{B} = \nabla \times \vec{A} \quad (\text{C-3})$$

$$\vec{E} = -\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \quad (\text{C-4})$$

En el caso del motor de inducción, en un análisis usando simulación bajo carga la densidad de corriente  $J = \sigma \vec{E}$  puede ser replanteada, Ecuación (C-5).

$$\vec{J} = \vec{J}_s - \sigma \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} + \sigma \vec{v} \times \vec{B} \quad (\text{C-5})$$

Donde  $\vec{v}$  es la velocidad de movimiento de los conductores dentro del campo magnético  $\vec{B}$  y  $\vec{J}_s$  es la densidad de corriente forzada.

En un problema 2D, el vector de densidad de corriente y el vector de potencial magnético son normales al plano (x,y):  $\vec{J} = (0, 0, J_z)$  y  $\vec{A} = (0, 0, A_z)$ ; por lo que el vector de intensidad de campo y densidad de flujo magnético tienen componentes solo en el plano(x,y) normal al eje z: ( $\vec{H} = (H_x, H_y, 0)$  y  $\vec{B} = (B_x, B_y, 0)$ ). Con esto, el problema de campo a partir de la Ecuación (C-5) es descrito en la ecuación diferencial Ecuación (C-6), la cual debe ser solucionado mediante FEM (Bianchi, 2005, Capítulo 13).

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{1}{\mu} \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{1}{\mu} \frac{\partial A_z}{\partial y} \right) = J_{sz} - \sigma \frac{\partial A_z}{\partial t} + \sigma \vec{v} \times \nabla A_z \quad (\text{C-6})$$

## C.2. Enfoque general de la formulación de FEM-2D

En términos generales, el objetivo de FEM es definir una función  $\phi^*$  para cada m-th elemento que aproxime la función desconocida  $\phi$  tan preciso como sea posible. Así, una función es comúnmente expresada como una combinación lineal de funciones base como se presenta en la Ecuación (C-7).

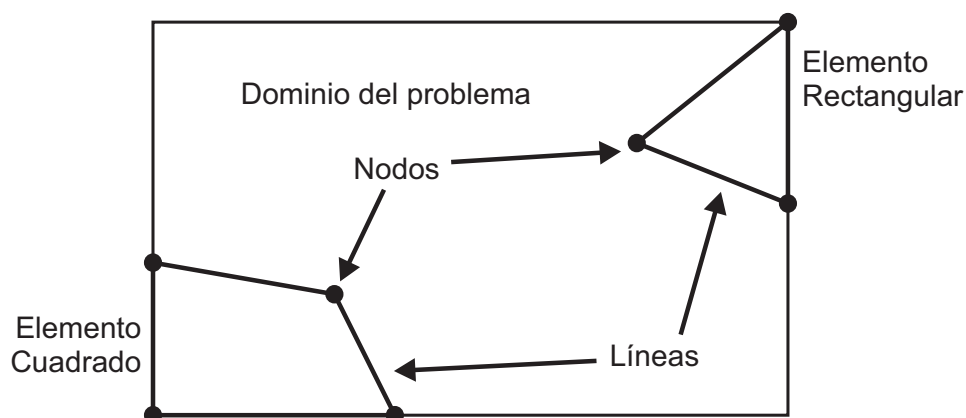
$$\phi_m^*(P, t) = \sum_{j=1}^n \Phi_{mj} v_{mj}(P, t) \quad (\text{C-7})$$

Donde  $n$  es el número de nodos del elemento,  $v_{mj}$  es la función de interpolación y  $\Phi_{mj}$  son los coeficientes desconocidos que deben ser determinados durante el proceso de cálculo en el j-th nodo del m-th elemento (Bianchi, 2005), que para el caso del motor de inducción es el vector potencial magnético  $\Phi_{mj} = \vec{A}_{zmj}$ .

Para esto, generalmente la implementación de FEM sigue un procedimiento estándar paso a paso. A continuación se presenta un panorama general de cada uno de esos para un problema 2D (Chapra y Canale, 2007; Bianchi, 2005).

### C.2.1. Discretización del dominio

Este paso consiste en dividir el dominio de la solución en elementos finitos [Figura C-1](#)<sup>2</sup>. Los elementos usados normalmente son cuadrados o rectangulares. Cada elemento está conformado por nodos y líneas.



**Figura C-1.:** Elementos cuadrados y triangulares usados en la discretización de un dominio 2D

En el caso de los motores de inducción, por lo general se discretiza el dominio mediante elementos finitos triangulares.

### C.2.2. Ecuaciones de los elementos

Una vez se tiene un dominio dividido en un número finito de elementos, el siguiente paso consiste en elegir las ecuaciones de interpolación  $v_{mj}$  para aproximar la solución de cada elemento. Para esto primero se debe elegir una ecuación de  $v_{mj}$  adecuada con coeficientes desconocidos que aproximará la solución. Segundo, se formula el sistema para resolver el problema de campo evaluando los coeficientes  $\Phi_{mj}$  de tal modo que la función aproxime la solución de manera óptima ([Chapra y Canale, 2007](#)).

De este modo, primero se debe elegir el orden de la función de interpolación  $v_{mj}$ . Esta puede ser de primer, segundo, tercer u orden superior. Por supuesto, entre mayor sea el orden se podrá obtener una mejor aproximación, pero se hará más complejo el problema de campo. Una vez se ha seleccionado el orden de  $v_{mj}$ , la solución desconocida en cada elemento es escrita como la Ecuación (C-7).  $v_{mj}$  es la función de interpolación referida al j-th nodo del m-th elemento.

<sup>2</sup>Imagen adaptada de [Chapra y Canale \(2007\)](#)

En el problema de campo del motor de inducción se puede suponer que el vector potencial magnético ( $\Phi_{mj} = \vec{A}_{z mj}$ ) varía linealmente entre pequeñas porciones del dominio, por lo que la función de interpolación podría ser de primer orden.

Debido a lo anterior, una interpolación lineal de la función  $\phi$  es asumida en cada elemento como  $\phi_m(x, y) = a + bx + cy$ . En general, en un elemento triangular de lados  $i, j, k$  Figura C-2, en los tres nodos del triángulo los valores son dados por la Ecuación (C-8) (Bianchi, 2005, Capítulo 3).

$$\begin{aligned} \Phi_i &= a + bx_i + cy_i \\ \Phi_j &= a + bx_j + cy_j \\ \Phi_k &= a + bx_k + cy_k \end{aligned} \tag{C-8}$$

Con la solución del sistema de Ecuaciones (C-8) se puede conocer el valor de la función  $\phi_m$  en cualquier parte del elemento Figura C-2. Así, se obtienen las ecuaciones elementales  $N_e$  que dependen de la geometría y del tipo de malla.

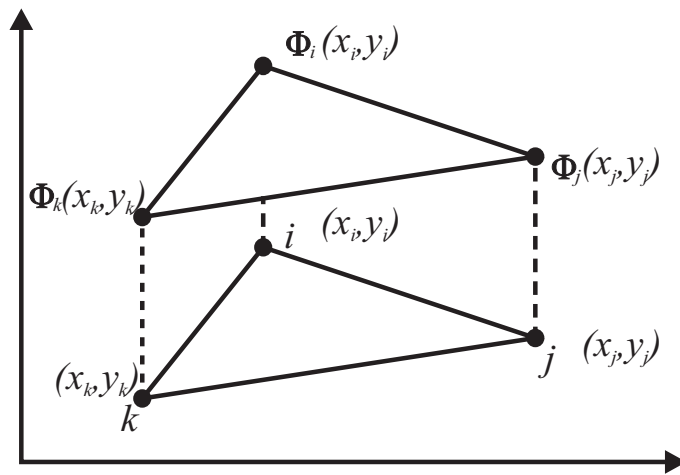


Figura C-2.: Elemento finito triangular

Una vez se ha elegido la función de interpolación y hallado las ecuaciones elementales  $N_e$ , el segundo paso consiste en desarrollar la ecuación que rige el comportamiento del elemento. Esta ecuación representa un ajuste de la ecuación diferencial que se está tratando (Para los motores de inducción Ecuación(C-6)). En este, los valores de  $\Phi_{mj}$  (Ecuación (C-7)) tienen que ser calculados en los nodos de cada elemento (Figura C-2). Para desarrollar el sistema, tanto el método variacional (Método de Rayleigh-Ritz) como residual (Método de Galerkin) puede ser usado aplicándolo a cada elemento. Con esto se obtiene un sistema de ecuaciones de  $n$  ecuaciones con  $n$  variables  $\Phi_{mj}$  desconocidas, que pueden expresarse en forma matricial



y cuya solución corresponde a los valores de  $\Phi_{mj}$ .

$$[\mathbf{K}] \cdot [\mathbf{A}] = [\mathbf{F}] \quad (\text{C-9})$$

donde  $[\mathbf{K}]$  es una matriz de propiedades del elemento o matriz de rigidez,  $[\mathbf{A}]$  es un vector columna de las incógnitas en los nodos (vector potencial magnético) y  $[\mathbf{F}]$  es un vector columna determinado por el efecto de cualquier influencia externa aplicada a los nodos (condiciones de borde).

### C.2.3. Ensamble

Una vez se han obtenido las ecuaciones de los elementos, estas deben unirse para caracterizar el comportamiento de todo el sistema (Chapra y Canale, 2007, Capítulo 31). Este proceso se efectúa de tal forma que las soluciones de los elementos contiguos se acoplen, de tal manera que los valores de las incógnitas en los nodos comunes sean equivalentes. Cuando todos los sistemas individuales están ensamblados, el sistema completo se puede expresar como la Ecuación (C-10).

$$[\mathbf{K}] \cdot [\mathbf{A}'] = [\mathbf{F}'] \quad (\text{C-10})$$

### C.2.4. Condiciones de frontera

Antes de resolver la Ecuación (C-10) debe modificarse para considerar las condiciones de frontera. Básicamente se tienen tres condiciones diferentes:

#### Condición de frontera de Dirichlet:

Bajo esta condición, a la función desconocida  $\phi(P, t)$  le es asignado sobre la frontera  $\Gamma$  una función conocida constante  $g(P, t)$  (Hameyer y Belmans, 1999, Capítulo 3).

$$\phi(P, t) = g(P, t) = \text{constante} \quad \text{En todo } \Gamma \quad (\text{C-11})$$

En el caso de los problemas de campo magnético, esta condición de frontera asigna un valor conocido constante al vector de potencial magnético  $A_z$  sobre la frontera  $\Gamma$  (ej.  $A_z = 0$  sobre toda la frontera). De esto se deduce que las líneas de flujo son tangenciales a la frontera y las líneas de flujo no la cruzan. Tal condición equivale a considerar un material externo con cero permeabilidad magnética, lo cual actuaría como un material aislante magnético justo afuera del dominio (Bianchi, 2005, Capítulo 4).

#### Condición de frontera de Neumann:

En este tipo de frontera, a la derivada de la función desconocida  $\phi(P, t)$  en la dirección normal en toda la frontera  $\Gamma$  se le establece un valor conocido constante (Hameyer y Belmans, 1999,

Capítulo 3).

$$\frac{\partial\phi(P, t)}{\partial n} = g(P, t) = \text{constante} \quad \text{En todo } \Gamma \quad (\text{C-12})$$

Si la derivada es constante en dirección normal a la frontera, las líneas de potencia pueden pasar la frontera fuera del dominio de estudio. La principal propiedad de esta condición de frontera es que conociendo las simetrías del campo y usando condiciones de Neumann en las fronteras, se puede reducir el modelo numérico y obtener el mismo resultado ([Hameyer y Belmans, 1999](#), Capítulo 3).

En el caso del problema de campo magnético, esta condición de frontera consiste en imponer un valor conocido a la derivada del vector potencial magnético  $\partial A_z / \partial n$  normal a la frontera  $\Gamma$ . Así, las líneas de campo tendrán un ángulo de incidencia dado respecto a la frontera. En el caso de una condición homogénea (ej.  $\partial A_z / \partial n = 0$ ) las líneas son forzadas a ser perpendiculares a la línea de frontera y por lo tanto la densidad de campo magnético  $\vec{B}$  a tener solamente componentes normales sobre la frontera. Esta condición es equivalente a tener un material externo justo en la frontera con permeabilidad magnética infinita ([Bianchi, 2005](#), Capítulo 4).

### Condición de frontera Binarias o Periódicas:

En dispositivos axisimétricos especialmente, el campo magnético se puede repetir periódicamente a lo largo de los  $360^\circ$  de la geometría. Así, con esta condición de frontera, los potenciales en toda la frontera  $\Gamma$  dependen de la solución del problema de campo y así inherentemente ocurre siempre en parejas, Ecuación (C-13).

$$k\phi_1(P, t) + \phi_i(P, t) = m \quad (\text{C-13})$$

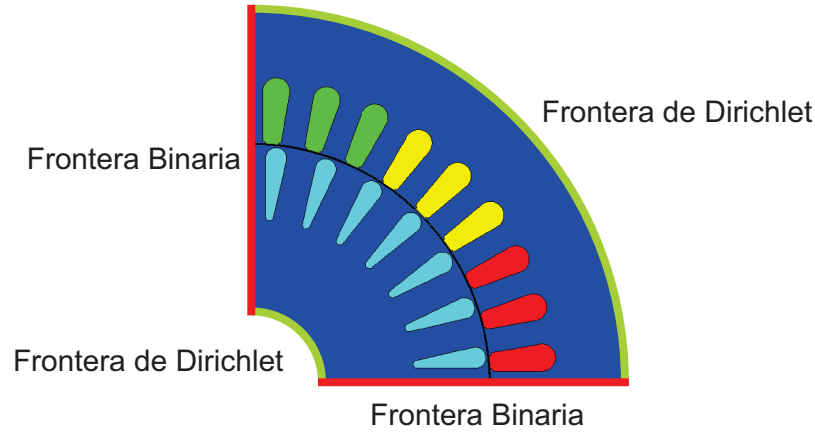
Si  $m = 0$  y  $k$  es igual a 1 o -1, esta frontera es llamada condición de frontera binaria.

En otras palabras, y para el problema de campo magnético, esta condición consiste en asignar una correspondencia entre los valores del vector de potencial magnético  $A_z$  entre dos o más líneas de frontera  $\Gamma$  de la estructura. Por esta razón, para esta condición dos o más fronteras son elegidas.

Para el caso del motor de inducción, un ejemplo del uso de las fronteras de Dirichlet y Binarias es presentado en la [Figura C-3](#).

### C.2.5. Solución

La solución consiste en resolver el sistema de ecuaciones presentado en la Ecuación (C-10) una vez se hayan incluido las condiciones de frontera en el vector  $[\mathbf{F}]$ . Para esto se utilizan



**Figura C-3.:** Dominios típicos en un modelo 2D del 1/4 de la geometría de un motor de inducción de 4 polos

diferentes técnicas (Ej. Eliminación de Gauss, descomposición LU etc), las cuales pueden ser encontradas en una gran cantidad de literatura.

### C.2.6. Cálculos sobre la estructura solucionada

En este punto la estructura ha sido dibujada, las condiciones de frontera han sido asignadas, las propiedades eléctricas y magnéticas de los materiales han sido fijados junto a las fuentes de campo y la solución ha sido hallada. Ahora, en el Pos-proceso se deben hallar los valores que se desean evaluar sobre el modelo. En el caso de la eficiencia, las pérdidas deben ser calculadas sobre la estructura.

#### Pérdidas por efecto joule en el modelo

Como la densidad de corriente ya determinada en cada punto de la estructura en el instante de tiempo  $t$ , las pérdidas por efecto joule instantáneas se calculan a partir de la Ecuación (C-14) (Bianchi, 2005, Capítulo 4).

$$P_j(t) = \int_{\tau} \rho \vec{J}^2 d\tau \quad (\text{C-14})$$

en el modelo 2D, donde  $\vec{J} = J_z u_z$  la integral de volumen es reducida a la Ecuación (C-15).

$$P_j(t) = l \int_S \rho J_z^2 dS \quad (\text{C-15})$$

Donde  $l$  es la longitud axial (en el eje  $z$ ) de la estructura.

## Energía magnética y pérdidas en el hierro

La energía magnética almacenada en la estructura puede ser calculada mediante la Ecuación (C-16).

$$W_m = \int_{\tau} \int_0^B \vec{H} \cdot d\vec{B} d\tau = \int_{\tau} \int_0^A \vec{H} \cdot d\vec{A} d\tau \quad (\text{C-16})$$

Tradicionalmente las pérdidas en el núcleo están divididas en dos componentes: las pérdidas por histéresis y por efecto Joule debido a las corrientes de Eddy (Cortés y Pérez, 2007). Las pérdidas por histéresis son iguales al producto entre el área de la curva de histéresis y la frecuencia del campo magnético, Ecuación (C-17).

$$P_{ihl} \approx K_h f B_m^2 [W/kg] \quad (\text{C-17})$$

Las pérdidas debidas a las corrientes de Eddy son causadas por la inducción de corrientes eléctricas in el material magnético debido a una corriente alterna externa o a un campo magnético viajero. Ecuación (C-18).

$$P_{iel} \approx K_e f^2 B_m^2 [W/kg] \quad (\text{C-18})$$

Mediante FEM se halla la distribución del campo magnético  $B_m$  con conductividad eléctrica igual a cero y luego las pérdidas pueden se calculadas mediante la Ecuación (C-19)(Formulas de Bertotti) en estado armónico, la cual es una generalización de las Ecuaciones (C-17) y (C-18).

$$dP_{ie} \approx [K_h f B_m^2 + K_e (B_m \cdot f)^2 + K_{ex} (B_m \cdot f)^{3/2} \times 8,67] k_i \quad (\text{C-19})$$

Donde  $B_m$  es la densidad de flujo máxima,  $f$  la frecuencia de alimentación,  $k_h [W \cdot s / (T^2 m^3)]$  un coeficiente de pérdidas por histéresis,  $k_{ex} [W / ((T \cdot s^{-1})^{3/2} m^3)]$  es un coeficiente de pérdidas suplementarias o por exceso,  $k_e$  está dado por la Ecuación (C-20) y  $k_i$  es el factor de apilamiento de las láminas magnéticas (valor cercano a 1). Este último coeficiente considera el aislamiento eléctrico de las láminas de los núcleos magnéticos.

$$k_e = \pi^2 \frac{\sigma_{fe} t_i^2}{6} \quad (\text{C-20})$$

donde  $\sigma_{fe} [1/(\omega \cdot m)]$  es la conductividad de la lámina magnética y  $t_i [m]$  es el espesor de la lámina magnética .

De esta manera, para el cálculo de las pérdidas en el hierro del motor en una región, es necesario suplir de dichos coeficientes, los cuales comúnmente son suministrados en las fichas técnicas del material magnético utilizado en los motores. Generalmente, los fabricantes proveen el valor de pérdidas en el hierro para valores dados de la densidad del campo magnético y frecuencia. Dos valores de pérdidas, para dos valores diferentes de densidad de flujo magnético y/o frecuencias son suficientes para determinar los coeficientes  $k_h$  y  $k_{ex}$  (Coeficientes de Bertotti).

### Características del motor en operación a carga nominal

Una vez se ha efectuado el análisis por FEM para diferentes valores de deslizamiento, se pueden calcular los siguientes valores mediante las herramientas de pos-proceso del software utilizado con el fin de determinar el valor de eficiencia a potencia nominal. A continuación se presenta un ejemplo de dichas variables y sus cálculos (Magsoft-Corporation, 2006):

- El valor rms de la corriente por fase ( $I_u, I_v, I_w$ ) y el valor medio  $I_1 = (I_u + I_v + I_w)/3$
- Las pérdidas magnéticas  $P_{il}$  en los núcleos del estator
- La potencia activa y reactiva ( $P_1$  y  $Q_1$ ) consumida por el motor de la fuente de alimentación trifásica y el factor de potencia  $\cos \phi = (P_1 + P_{il})/\sqrt{(P_1 + P_{il})^2 + Q_1^2}$
- El par electromagnético  $T_e$
- Las pérdidas por efecto Joule en el bobinado del estator  $P_{sjl} = 3R_s I_1^2$
- Las pérdidas por efecto Joule en la jaula del rotor  $P_{rjl} = sP_{ag} = s(P_1 - P_{sjl})$
- Potencia de salida del motor  $P_{shaft} = P_1 - P_{sjl} - P_{rjl} - P_{mecl}$ , donde  $P_{mecl}$  son las pérdidas mecánicas en el motor, las cuales deben ser incluidas a partir de ensayos o con valores aproximados como  $P_{mecl} = 0,05P_n$
- La velocidad del motor  $n = (1 - s)n_{syn}$
- Par de salida (mecánico) del motor  $T = 60P_{shaft}/(2\pi n)$
- Eficiencia del motor,  $\eta = P_{shaft}/(P_1 + P_{il})$
- De una curva  $P_{shaft}(s)$  se obtiene el valor de deslizamiento nominal  $s_n$ , el corresponde al valor de potencia de salida  $P_{shaft}$  igual a la potencia nominal de la máquina  $P_n$