UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

SEDE MEDELLÍN

Diseño de una Unidad didáctica mediada por una situación problema para la enseñanza aprendizaje de las operaciones básicas (suma, resta y multiplicación) con números enteros, para jóvenes con necesidades educativas especiales.

Natalia Ramírez Agudelo

Universidad Nacional de Colombia

Facultad de Ciencias

Medellín, Colombia

2014

Diseño de una Unidad Didáctica mediada por situación problema para la enseñanza aprendizaje de las operaciones básicas (suma, resta y multiplicación) con números enteros, para jóvenes con necesidades educativas especiales.

Natalia Ramírez Agudelo

Trabajo de grado presentado como requisito para optar el título de:

Magíster en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales

Director:

Magíster en Educación, José Alberto Rúa Vásquez

Universidad Nacional de Colombia

Facultad de Ciencias Exactas y Naturales

Medellín, Colombia

2014

AGRADECIMIENTOS

A mis maestros, que siempre fueron guías en mi vocación, consejeros y acompañantes en este largo camino, creando los mejores ambientes de aprendizaje para mi formación integral.

A mi asesor, José Alberto Rúa, por guiarme en el diseño de esta unidad didáctica mediada por una situación problema.

A mi familia que con su apoyo incondicional, su entrega y su amor, han hecho de mí quien soy.

A mi compañero Julian Arenas, que con su paciencia, energía y grandes consejos me ayuda cada día a ser mejor persona y mejor maestra.

Finalmente agradezco a Dios por darme una vida maravillosa y rodeada de tan grandes personas.

RESUMEN

Este proyecto busca mejorar en los estudiantes del Colegio Integrado Laureles sus procesos de enseñanza aprendizaje con los números enteros, a través de una unidad didáctica mediada por una situación problema, donde se trabaje con material concreto y de forma más kinestésica, ya que los estudiantes de este colegio son diagnosticados con necesidades educativas especiales. La metodología que aproxima a este trabajo es el estudio de caso, donde se toma un grupo experimental de estudiantes del grado séptimo del Colegio Integrado Laureles de Envigado con los cuales se hace una prueba diagnóstica y con los resultados de ésta se elabora la unidad didáctica mediada por una situación problema.

Por esta razón se mostrarán algunas estrategias que pueden ser de gran ayuda para que el proceso de enseñanza-aprendizaje de los números enteros, trascienda sus elementos repetitivos y de creación de rupturas en el estudiante, y de alguna manera pueda dejar de ser visto como algo complejo o abstracto, se trata de ir desde lo concreto a lo abstracto, donde el estudiante tendrá la posibilidad de crear, indagar y sobre todo comprender las características y los algoritmos de los números enteros, desde sus mismas construcciones y representaciones.

Palabras clave: Unidad didáctica, Situación Problema, Práctica Experimental, números enteros.

ABSTRACT

This project was made to improve the teaching and learning processes of integers to the students of Colegio Integrado Laureles through didactical unit measured by a problem situation, where students can work with concrete material and a kinesthetic form, because the students of Colegio Integrado Laureles are diagnosed with special educational needs (SEN). The methodology used to this project is case study. An experimental group of seventh graders of Colegio Integrado Laureles was selected to do a diagnostic test; its results were used to do a didactical unit measured by a problem situation, therefore this project will show different strategies that can help the teaching and learning processes of integers, these processes can transcend their repetitive elements in this manner students can learn these topics more easily, they can carry out integers from the concrete to the abstract.

Students will be able to create, inquire and specially understand the characteristics and algorithms regarding integers from their self-constructions and representations.

Key words: didactical unit, problem situation, experimental practice, integers.

Tabla de contenido

1. Introducción

Por medio de una situación problema se pretende desarrollar la adquisición de competencias con símbolos matemáticos en el proceso de construcción de las operaciones con números enteros, este trabajo se empezó en el seminario Integrativo V, didáctica del álgebra, en el semestre 2008/1, de la licenciatura en educación básica con énfasis en matemáticas (Universidad de Antioquia) en compañía de Vanessa Moreno Yépez y Tanit Ibarra Muñoz, con el fin de socializar a los compañeros el documento, “Una teoría para desarrollar competencia con símbolos matemáticos”, de: James Hiebert.

Lo que se pretendía al realizar la guía, era mostrarle a los compañeros docentes en formación del seminario (con base en lo que planteaba el documento), el proceso que requería el estudiante para dotar de significado a un símbolo matemático y la importancia que este revestía en otros procesos propios de la matemática. Para esto se planteó la construcción de las operaciones básicas con números enteros, teniendo como referentes concretos cuadrados de dos colores, los cuales significaban unidades positivas y unidades negativas, para así llegar a operaciones abstractas y bastante complejas para los estudiantes. La idea y la meta que cruza toda la guía era identificar que procesos estaban inmersos en cada actividad que se realizaba y la importancia de esta en la adquisición de competencias con símbolos matemáticos y en la apropiación de otros conceptos abstractos y de difícil adquisición por el estudiante.

Por tal motivo es necesario proyectar esta experiencia significativa a docentes en formación y en ejercicio, para que adquieran estrategias didácticas que proporcionen a sus estudiantes herramientas necesarias para el desarrollo del pensamiento matemático; y a su vez implementarla con estudiantes para ver su viabilidad e impacto.

Después de algunas adaptaciones y con el fin de transformar esta propuesta (guía) en una situación problema, en pro de la enseñanza – aprendizaje de estudiantes con necesidades educativas especiales (NEE), se diseñó una unidad didáctica mediada por la metodología de situación problema, la cual se pretende implementar con estudiantes del grado séptimo del Colegio Integrado Laureles.

2. TEMA

En la cotidianidad de la práctica docente, se evidencia que cada experiencia acarrea consigo utopías o metas diferentes; cada contexto, cada individuo, cada colegio… todo es una posibilidad de aprender y tratar de crear mejores ambientes de aprendizaje y en la medida de las posibilidades los más apropiados, según las necesidades y lecturas que se hace de los mismos, en el Colegio Integrado Laureles, se reconoce un contexto donde los estudiantes utilizan todo tipo de aprendizajes, como el visual, el auditivo, el repetitivo, el kinestésico, entre otros, lo cual genera interrogantes y motivaciones para pensar una estrategia para conceptualizar y simbolizar los contenidos o situaciones del campo matemático, los cuales se viven cada día, por eso se propone una aproximación al diseño de una unidad didáctica mediada por una situación problema que favorezca la enseñanza- aprendizaje de las operaciones básicas (suma, resta y multiplicación), para niños con dificultades de aprendizaje (necesidades educativas especiales).

3. JUSTIFICACIÓN DEL PROBLEMA

Debido a las dificultades encontradas en la enseñanza aprendizaje de los números enteros, sus operaciones y propiedades, ya que estos son enseñados habitualmente como los opuestos de los números naturales lo que produce una ruptura innecesaria en el conocimiento de los estudiantes y no les permite crear, conceptualizar o aplicar comprensivamente los algoritmos.

Este proyecto puede contribuir en la enseñanza-aprendizaje ya que pretende posibilitar y aproximar una alternativa para construir el concepto de los números enteros, por medio de las representaciones icónicas, sus operaciones y propiedades. De igual forma una situación problema que le ayude al estudiante a: interrogar, analizar, interpretar, construir, participar, crear y sobre todo aplicar comprensivamente los algoritmos. A su vez podrá ayudar a generar mejores ambientes de aprendizaje; y con ellos el desarrollo de aprendizajes significativos en los estudiantes. Beneficiando a la comunidad del Colegio Integrado Laureles, especialmente a los estudiantes del grado séptimo. Dado que el Colegio atiende estudiantes diagnosticados con dificultades de aprendizaje, especialmente a niños con trastorno por déficit de atención e hiperactividad (TDAH). Lo cual es un punto de anclaje para la puesta en marcha del proyecto, y de alguna manera lograr mitigar algunas de las necesidades que presenta esta población.

4. PLANTAMIENTO DEL PROBLEMA

En la enseñanza de los números enteros, las operaciones básicas estan presentes en nuestra vida cotidiana y se tornan de difícil comprensión para los estudiantes en el proceso de enseñanza aprendizaje, por múltiples razones, una de ellas puede ser porque la matemática es vista como la materia más difícil, es decir, la están estigmatizando, por otra parte porque no son muchas las evidencian de esfuerzos para buscar situaciones concretas y justificar por medio de estas todas sus propiedades; por esta razón se quiere plantear situaciones u operaciones con números enteros las cuales permitan descubrir algunas de las propiedades que estos números presentan.

Los números enteros permiten contar nuevos tipos de cantidades (como los saldos deudores) y ordenar por encima o por debajo de un cierto elemento de referencia (las temperaturas superiores o inferiores a cero grados (0°), los pisos de un edificio por encima o por debajo de la entrada al mismo…).

En el Colegio Integrado Laureles se manifiestan algunas necesidades en los estudiantes para aprender este tipo de operaciones y resolver sus algoritmos, por esta razón y algunas ya mencionadas, se plantea la siguiente pregunta:

¿Cómo crear un ambiente de aprendizaje adecuado para favorecer el proceso de enseñanza-aprendizaje de los números enteros, sus operaciones y propiedades?

5. PREGUNTA Y OBJETIVOS DE INVESTIGACIÓN

5.1. PREGUNTA DE INVESTIGACIÓN

La elaboración de este trabajo ha nacido del deseo de responder a la pregunta:

¿Cómo aproximar la creación de un ambiente de aprendizaje adecuado para estudiantes con necesidades educativas especiales, que favorezca el proceso de enseñanza-aprendizaje de los números enteros, sus operaciones y propiedades?

5.2. OBJETIVO GENERAL

Diseñar una situación problema para la enseñanza aprendizaje de las operaciones básicas (suma, resta y multiplicación) con números enteros, para estudiantes con necesidades educativas especiales

5.3. OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- ✓ Indagar y analizar las necesidades que se presentan en la enseñanza de los números enteros, para jóvenes con necesidades educativas especiales, del Colegio Integrado Laureles.
- ✓ Implementar una prueba diagnóstica que verifique si los estudiantes del colegio integrado Laureles de Envigado (Ant), tienen los conceptos básicos para desarrollar la unidad didáctica.
- ✓ Diseñar una unidad didáctica mediada por una situación problema, que favorezca la enseñanza - aprendizaje de las operaciones básicas con números enteros.

6. ANTECEDENTES

Los estudiantes son una gran motivación para la formación docente, ellos ponen al maestro en tareas bastante complejas como lo es crear ambientes de aprendizaje adecuados para la construcción de un conocimiento, siendo éste algo connatural al ser humano y de libre adquisición, partiendo de esto y del mismo modo reconociendo el contexto del Colegio Integrado Laureles, donde se atienden a estudiantes con dificultades de aprendizaje (DA) los cuales presentan algunas alteraciones que se manifiestan en dificultades en la adquisición y uso de habilidades de escucha, habla, lectura, escritura, razonamiento o habilidades matemáticas. Estas alteraciones son intrínsecas al individuo debido a disfunciones del sistema nervioso central y pueden tener lugar a lo largo de todo el ciclo vital. Problemas de conducta de autorregulación, atención, interacción social, entre otras. Las dificultades de aprendizaje tienen repercusión en una o más áreas del aprendizaje: lectura, escritura o cálculo.

Por tal motivo la enseñanza-aprendizaje es necesario trabajarla desde las representaciones simbólicas, donde el estudiante pueda experimentar los diferentes estilos de aprendizaje, por ejemplo; La enseñanza de los números enteros se ha basado en la explicación de los números negativos o los opuestos de los naturales, donde al estudiante se le empiezan a mostrar las propiedades y características de los mismos, sin darle la oportunidad de construir, pensar o indagarse el porqué de dichas particularidades. Un grupo de autores como José González, Manuel Jiménez y F. José Briales, se han preocupado por mostrar situaciones donde el estudiante pueda relacionar estos números con la vida cotidiana, en su trabajo "Aproximación a los números enteros a partir de una escalera". Analizando estos trabajos se puede evidenciar que es posible mostrar los números enteros con diferentes estrategias didácticas.

Al igual que Moriana Cabrera y Bravo Cano **En el trabajo con las regletas de CUISSENAIRE.** desde el cual también se manifiesta un trabajo con simbolos matemáticos donde básicamente los niños aprenden la composición y descomposición de los números e inician en las actividades de cálculo, todo ello sobre una base manipulativa.

7. MARCO REFERENCIAL

7.1. MARCO TEÓRICO

7.1.1. Los símbolos matemáticos una vía para desarrollar competencias desde la teoría de Hiebert

En las matemáticas es importante entender y utilizar los símbolos matemáticos. Por ejemplo, en la formación básica los símbolos más utilizados son el (+) y (-), que generalmente son manipulados para identificar los números positivos o negativos respectivamente, o también para representan la adición y sustracción; pero cuando los estudiantes ven este símbolo sólo se remiten a la operación como tal, perdiendo a veces otros significados y a su vez el desarrollo de otras teorías, procedimientos o competencias.

En este sentido (Hiebert, 1988), afirma: *"Los símbolos son entidades que representan o toman el lugar de algo. Las entidades mismas pueden tomar una variedad de formas, desde objetos concretos hasta marcas en un papel. Los símbolos que se pretenden trabajar son las marcas establecidas escritas que representan cantidades y operaciones sobre las cantidades".*

Por otro lado Hiebert se refiere a Goodman (1968), el cual propone una distribución entre símbolos que se pueden copiar exactamente y aquellos que no. Los símbolos copiables pueden ser reproducidos por personas diferentes en diversas ocasiones, sin perder su identidad. Ejemplo de estos son las partituras musicales, el idioma español y las notaciones matemáticas. Símbolos no copiables pierden su identidad cuando se producen leves cambios en su apariencia física (Hiebert, 1988).

Es importante notar que los sistemas de símbolos escritos son sólo uno de los lenguajes de las matemáticas (Goldin, Lesh, Landan y Hamilton). El lenguaje natural y los modelos concretos tales como los bloques de Dienes y las barras de Cuisenaire, son ejemplos de otros sistemas de representación que pueden ser usados para describir ideas matemáticas. Sin embargo, es importante resaltar que en el proceso enseñanza aprendizaje de la matemática escolar, se precisa en última instancia de la adecuada utilización de los símbolos escritos (Woodrow; 1982, retomado por Hiebert, 1988).

En ese sentido algunos autores proponen una sucesión de procesos cognitivos que se acumulan para producir competencias con símbolos matemáticos escritos. Se pueden identificar cinco tipos de procesos. Cada tipo de proceso debe ser abordado en una secuencia. El resultado de un proceso previo hecha las bases del siguiente proceso. De esta manera, el conocimiento previo y la práctica, parecen ser cruciales para el aprendizaje posterior (Hiebert, 1988).

1. **Conectar los símbolos con los referentes:** Para conectar los símbolos escritos con referentes cuantitativos apropiados, los estudiantes deben familiarizarse con cantidades relevantes y acciones sobre las cantidades, y de la misma manera con los caracteres escritos que van a representar las cantidades y las acciones. Entonces ellos deben crear una correspondencia entre caracteres escritos y las cantidades o acciones a las cuales ellos se refieren (Hiebert, 1988).

En aritmética existen dos tipos de signos escritos: aquellos que representan cantidades (2, 31/2, 1.6) y aquellos que representan acciones u operaciones sobre cantidades (+, -)

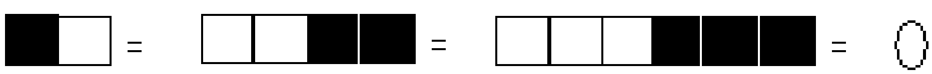
Existen también dos tipos de conexiones:

- Conexión de los símbolos que representan cantidades con los referentes: en el ejemplo que se presenta a continuación vemos como usualmente los estudiantes buscan dar significado a los símbolos a partir de referentes como lo son los cuadrados de colores, donde cada cuadrado va a representar una unidad de medida y dependiendo del color es positiva o negativa.

Ejemplo: Consideremos a los cuadrados oscuros como unidades positivas y a los blancos como unidades negativas y a partir de esto construye en cartulina, 20 cuadrados que representen unidades negativas y positivas como se muestra en la figura.

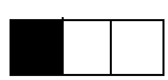
Unidades Negativas **Unidades Positivas**

El cero es un equilibrio, entonces se representa como:



También los números enteros tienen representaciones diferentes, por ejemplo +1 ó -1 pueden representarse así:

+1



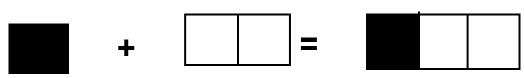
-1

- Conexión que se da entre los símbolos de operaciones y de acciones sobre cantidades: aquí se trata de dar un significado al símbolo que representa una acción sobre las cantidades y establecer entre ellos una conexión. En el caso siguiente se dotamos de significado al símbolo de la adición relacionándolo con el hecho de unir y al de la sustracción con el de quitar, estableciendo una conexión entre el símbolo de cantidad y el símbolo de operación.

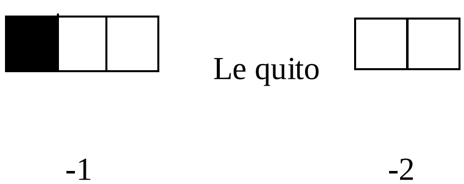
Así, los símbolos numéricos deben tener conexiones bien establecidas con cantidades referentes, antes de que el símbolo operacional pueda ser conectado con acciones sobre cantidades (Hiebert, 1988).

Ejemplo:

Para sumar (+1) + (-2) procedemos así:

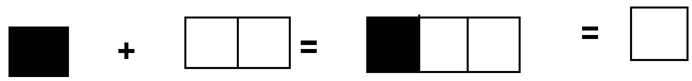


Para restar (-1) – (-2), a (-1) se le quita (-2).

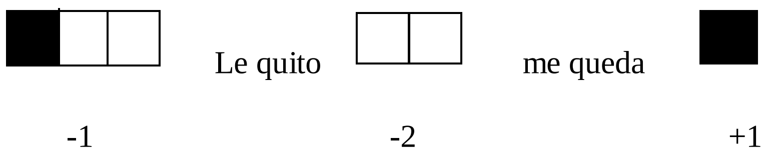


2. **Desarrollo de los procedimientos para manipular los símbolos:** Los procedimientos son formulados al manipular los referentes de los símbolos individuales, observando los resultados y entonces llevando a cabo la acción sobre los referentes, paralelamente con la acción sobre los símbolos. El criterio primordial para el éxito en el desarrollo de los procedimientos de símbolos es la validez, cuando la validez es cierta en el mundo de los referentes. "*Una regla es válida, y genera una respuesta correcta con símbolos si ésta refleja fielmente la validez de los referentes*" (Hiebert, 1988).

Para sumar (+1) + (-2) procedemos así:



Para restar (-1) – (-2), a (-1) se le quita (-2).



En este proceso hemos establecido procedimientos para la adición y sustracción de números enteros y hemos logrado a partir de conexiones establecidas anteriormente llegar a resultados.

3. **Elaborando procedimientos para los símbolos:** La elaboración de procedimientos para los símbolos, que ya han sido desarrollados, y extenderlos a situaciones nuevas o más complejas requiere de un proceso de reflexión en las reglas o procedimientos (Hiebert, 1988).

El poder de la Matemática proviene no de las conexiones entre símbolos y referentes, sino del hecho que los símbolos pueden ser manipulados sin relación a los referentes. Ellos se pueden deslastrar[1] de referentes particulares y de ésta forma generalizarse, representando una infinita variedad de situaciones de cantidades específicas (Hiebert, 1988).

El tercer proceso en la teoría consiste en analizar y elaborar reglas de manipulación de los símbolos. La elaboración de reglas puede tomar dos formas distintas:

[1] Esta palabra es utilizada por el autor para referirse a: desligar, separar, quitar.

- La elaboración puede ser en forma directa si el problema nuevo es equivalente al viejo en todos los aspectos importantes (Hiebert, 1988).

En ésta etapa del proceso el estudiante debe ser capaz de establecer reglas para los signos de operación de los números enteros, desligando los referentes concretos, para ser capaz de realizar operaciones con números más grandes.

Ejemplo: A partir de las reglas para los signos de operación de los números enteros realiza la siguiente operación:

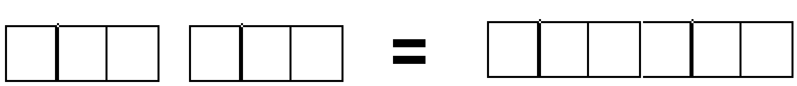
(8452) + (- 4263) = 4189

- La elaboración puede trascender a un nivel más avanzado. En los procesos anteriores construimos reglas para la adición y sustracción de números enteros, en este momento a partir de esas reglas establecidas construiremos el sistema multiplicativo.

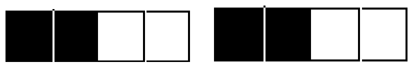
Ejemplo:

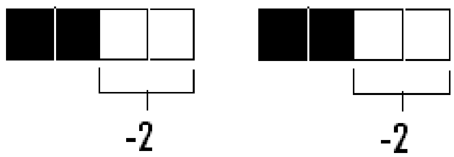
Teniendo en cuenta el manejo que le dimos a la adición y sustracción de números enteros, construyamos el sistema multiplicativo: el cual se piensa como agregar o quitar, n veces, un valor determinado.

Multiplicar (2) (-3)



Multiplicar (-2) (-2)

 Quitando 2 veces (-2) se obtiene



Por lo tanto  = 4

En este proceso se evidencia un cambio en el criterio para el éxito. Como se indicó antes, el criterio para el éxito en el desarrollo de los procedimientos es la validación. Por el contrario, el criterio para el éxito en la elaboración de procedimientos es la consistencia (Goldin, 1987, retomado por Hiebert, 1988). Las reglas que se extienden a nuevos contextos no pueden contradecir las reglas que se aplican en contextos familiares equivalentes. En otras palabras, (1) Todas las reglas que se aplican a los mismos problemas deben producir los mismos resultados; (2) Una regla individual puede ser aplicable a todos los problemas que son equivalentes en maneras relevantes (Hiebert, 1988)

4. **Haciendo una rutina de los procedimientos de los símbolos:** El sistema de los símbolos se emplea en forma más eficiente si los procedimientos son bien repasados. Cuando los procedimientos han sido practicados tan a menudo que se ejecutan automáticamente, con poca atención mental, entonces el estudiante obtiene la máxima eficiencia (Hiebert, 1988).

Lo que se pretende en este proceso es que el estudiante interiorice las operaciones y pueda llegar a una condensación de estas. A partir de ejercicios repetitivos como los siguientes:

- (+9) + (+1) = 10
- (+4) + (-5) = -1

- (-8) – (-2) = -6
- (-2) – (-4) = 2
- (-5) + (-3) = -8
- (+6) – (-2) = 8
- (-2) (-3) = 6
- (+5) (-2) = -10
- (-4) (-1) = 4
- (+8) (+2) = 16

Ventajas de rutinizar[2]:

- Rutinizar o automatizar reglas permiten que ellas pueden ser ejecutadas con muy poco esfuerzo mental.
- Es difícil imaginarse a los estudiantes aumentando su competencia con los símbolos matemáticos sin automatizar ciertos hechos y habilidades.
- La rutinización se basa en la hipótesis de que esta facilita un posterior entendimiento del sistema.

5. **Creando más sistemas de símbolos abstractos:** Los estudiantes pueden transferir significado de un sistema familiar de símbolos a un nuevo sistema más abstracto, si ellos han establecido significados para el sistema familiar (los primeros dos procesos se han consumado efectivamente), y si ellos reconocen una aplicación

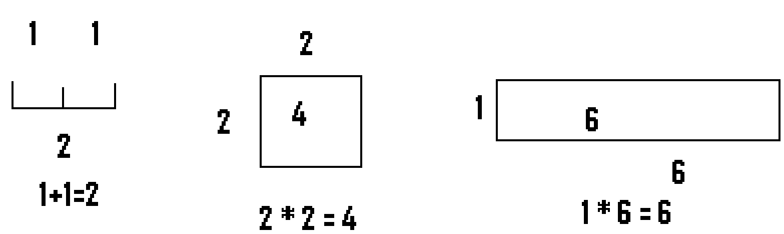
[2] Rutinizar es la forma de expresar la repetición de una acción, varias veces hasta ser reconocida y aprendida.

entre los sistemas de tal forma que el sistema familiar de símbolos y sus reglas pueden servir como referentes para el nuevo sistema (Hiebert, 1988)

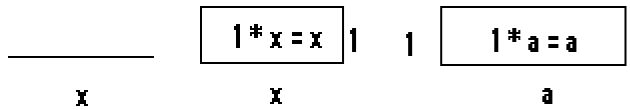
En la situación problema que se planteará, se pretende a través de la interiorización de procedimientos aritméticos llegar a construir sistemas algebraicos que involucran un nivel de abstracción más avanzado por parte de los estudiantes.

En el siguiente proceso algebraico se trabajó en base a propiedades y procedimientos construidos anteriormente con los números enteros y utilizando además elementos geométricos tangibles y didácticos los cuales consistían en recortar y formar rectángulos en papel, en los que se podían observar algunos casos de factorización, relaciones de equivalencia, áreas y otros.

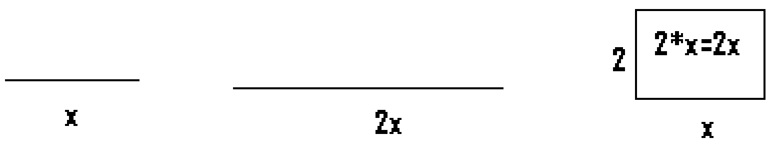
Los números o literales pueden representarse mediante figuras geométricas: segmentos o áreas. Por ejemplo: el número 2 puede representar un segmento de dos unidades de longitud, el 4 un área de un cuadrado de 2 por 2, el 6 un área de un rectángulo de base 1 y altura 6 o de altura 2 y de base 3, etc.



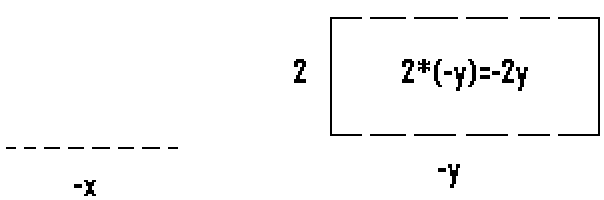
Las literales cuyos valores sean positivos representan segmentos o áreas de cualquier magnitud o cantidad desconocida.



Los coeficientes numéricos representan múltiplos o submúltiplos de la magnitud geométrica (segmento o área de un rectángulo o cuadrado). Así por ejemplo: **2*x*** puede representar dos veces la longitud del segmento ***x*** o el área de un rectángulo de altura **2** y de base ***x***; o bien de base **2** y altura ***x***.

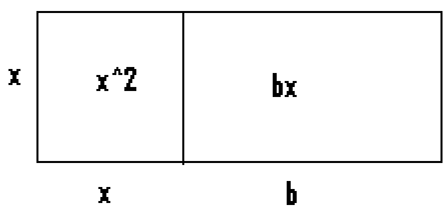


Los números negativos se pueden representar mediante segmentos punteados o áreas con segmentos punteados, al ser sumadas se restan de las áreas con segmentos continuos, los cuales representan los números positivos; o bien, si se suman áreas de segmentos punteados se obtienen regiones de segmentos punteados de mayor magnitud. Esto nos permite factorizar polinomios y obtener soluciones negativas de ecuaciones cuadráticas.



Geometría de cortar y pegar. Este método se usa para construir figuras geométricas y en cortar y mover las figuras recortadas a cualquier otra posición y adherirla o pegarla a la figura, para formar otra figura (rectángulos), este procedimiento no altera el área de la figura original aunque esta cambie de forma. Este método es muy antiguo y como sabemos fue usado por civilizaciones antiguas para resolver problemas relacionados con áreas (Morales & Sepulveda).

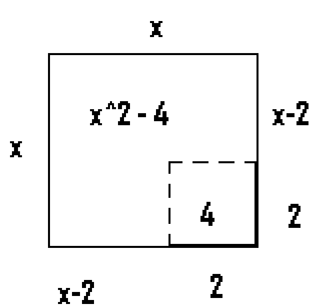
Ejemplificaremos este método con el ejemplo: x^2+bx=c, supongamos que b y c, son positivos.



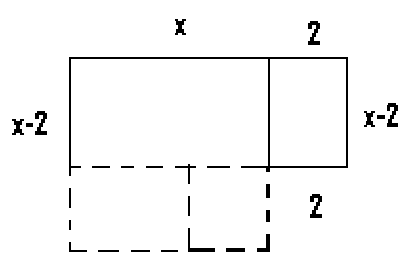
El polinomio $x^2 + bx$ se representa por medio de una figura rectangular rectilínea de base $x + b$ y de altura $\boldsymbol{x}$.

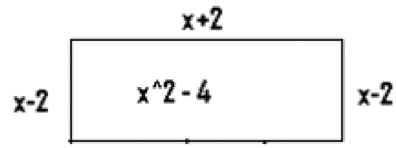
Factorización de diferencia de cuadrados: $a^2 - b^2$

1) $x^2 - 4$:



Obtenemos





Dando como resultado

Por lo tanto $x^2 - 4 = (X - 2)(X + 2)$

Ahora se podría proponer como tarea tratar de hallar la factorización de los siguientes polinomios recortando las áreas que se piden y realizando los procesos mostrados con antelación (se debe tener en cuenta que siempre se formaran rectángulos, sin importar los movimientos que se hagan y que las áreas se pueden sobreponer).

- $x^2 + 5x + 4$
- $x^2 + 3x - 4$
- $x^2 + 7x + 10$
- $2x^2 - 5x + 2$
- $x^2 -1$

Además de las actividades mencionadas anteriormente se pueden encontrar más actividades donde se ponga en práctica los cinco procesos para desarrollar competencias con símbolos matemáticos, algunas de éstas son:

BLOQUES LÓGICOS DE DIENES: El creador fue William Hull. Zoltan Dienes que los usó en escuelas de Canadá y Australia como material de aprendizaje de las matemáticas, quizás deberían ser llamados entonces bloques de Hull.

Por otro lado, y aunque son conocidos bajo este nombre, los bloques en sí no son ‘lógicos’, si se denominan así es por su principal función, que es la de ser material para trabajar los procesos lógicos en el aprendizaje de las matemáticas. No obstante, las aplicaciones finales son mucho más amplias, atendiendo, sobre todo, al hecho de que los procesos lógicos no sólo son propios del aprendizaje de las matemáticas.

Constan de 48 piezas sólidas, generalmente de madera o plástico, y de fácil manipulación. Cada pieza se define por cuatro variables: **color, forma, tamaño y grosor**. A su vez, a cada una de las piezas se le asignan diversos valores:

- **El color:** rojo, azul y amarillo.
- **La forma:** cuadrado, círculo, triángulo y rectángulo.
- **Tamaño:** grande y pequeño.
- **Grosor:** grueso y delgado.

Cada bloque se diferencia de los demás al menos en una de las características, en dos, en tres o en las cuatro.

A partir de la actividad con los bloques lógicos, el niño llegará a:

- Nombrar y reconocer cada bloque
- Reconocer cada una de sus variables y valores
- Clasificarlos atendiendo a un solo criterio, como puede ser la forma o el tamaño, para pasar después a considerar varios criterios a la vez.
- Comparar los bloques estableciendo las semejanzas y las diferencias.
- Realizar seriaciones siguiendo distintas reglas.
- Establecer la relación de pertenencia.

- Definir elementos por la negación.

Es por ello que los bloques lógicos podrían constituirse en un gran recurso pedagógico.

REGLETAS DE CUISSENAIRE: Son un material matemático destinado básicamente a que los niños aprendan la composición y descomposición de los números e iniciarles en las actividades de cálculo, todo ello sobre una base manipulativa. El material consta de un conjunto de regletas de madera de diez tamaños y colores diferentes. La longitud de las mismas va de 1 a 10 cm. Cada regleta equivale a un número determinado:

- La regleta blanca, con 1 cm. de longitud, representa al número 1.
- La regleta roja, con 2 cm. representa al número 2.
- La regleta verde claro, con 3 cm. representa al número 3.
- La regleta rosa, con 4 cm. representa al número 4.
- La regleta amarilla, con 5 cm. representa al número 5.
- La regleta verde oscuro, con 6 cm. representa al número 6.
- La regleta negra, con 7 cm. representa al número 7.
- La regleta marrón, con 8 cm. representa al número 8.
- La regleta azul, con 9 cm. representa al número 9.
- La regleta naranja, con 10 cm. representa al número 10.

Objetivos a conseguir con las regletas:

- Asociar la longitud con el color.
- Establecer equivalencias.

- Formar la serie de numeración de 1 a 10.
- Comprobar la relación de inclusión de la serie numérica.
- Trabajar manipulativamente las relaciones “mayor que”, “menor que” de los números basándose en la comparación de longitudes.
- Realizar diferentes seriaciones.
- Introducir la composición y descomposición de números.
- Iniciar las operaciones suma y resta de forma manipulativa.
- Comprobar empíricamente las propiedades conmutativa y asociativa de la suma.
- Iniciarlos en los conceptos doble y mitad.
- Realizar repartos.

7.1.2. Una mirada al diseño de situaciones problema para desarrollar competencias y pensamiento matemático desde mesa citado por rúa y bedoya.

En ocasiones las matemáticas son vistas como una ciencia exacta y abstracta, de difícil acceso. Desde la enseñanza aprendizaje en la básica se empiezan a trabajar los símbolos matemáticos como algo establecido, inamovible y se empiezan a enseñar los algoritmos, sin permitirles a los estudiantes que los construyan, que los descubran, que los manipulen, y especialmente que los interpreten, por esta razón se ve apropiado generar adecuados ambiente de aprendizaje para que los estudiantes puedan reflexionar acerca de un determinado concepto o tema, para ello se propone la implementación de las situaciones problemas las cuales son citadas desde Mesa por Rúa y Bedoya *“Una situación problema es un espacio de interrogantes frente a los cuales el sujeto está convocado a responder. En* *el campo de las matemáticas, una situación problema se interpreta como un espacio pedagógico que posibilita tanto la conceptualización como la simbolización y la aplicación comprensiva de algoritmos, para plantear y resolver problemas de tipo matemático".(Mesa, 1998)*

Pero además Bedoya y Rúa proponen siete actividades para complementar una situación problema:

"1. Definición de una red conceptual. Esta red debe tener a disposición un referente de algún saber que se ajuste a las condiciones sociales e individuales de los estudiantes.

2. Escoger un motivo. En una situación del contexto que sea capaz de facilitar actividades y el planteamiento de preguntas abiertas y cerradas.

3. Fijar varios estados de complejidad. Este estado de complejidad va encaminado a regular las actividades y el grado de dificultad de las preguntas que el estudiante debe enfrentar.

4. Proponer una estrategia. Aquí son importantes la didáctica y los momentos de enseñanza y aprendizaje para que afloren las propuestas creativas.

5. Ejercitación. Escoger ejercicios adecuados, es decir, prototipos que deben comprender los estudiantes.

6. Ampliación, cualificación y desarrollo de los conceptos tratados. Una situación problema que se diga interesante tiene que ofrecer esta opción a los estudiantes.

7. Implementar una estrategia de evaluación de las competencias. Esta es tal vez la actividad más difícil de implementar; la evaluación de competencias a través de logros de las mismas requieren la implementación de una forma de evaluar muy seria y cuidadosa." (Bedoya & Rúa)

Logrando no sólo la motivación de los estudiantes, sino además una interacción entre ellos como pares y con el docente, lo que permite que el conocimiento pueda ser visto como una construcción social y como algo transversal a otras áreas. Y a su vez se logran desarrollar sujetos competentes, los cuales sean capaces de utilizar su conocimiento científico, técnico o artístico para contribuir a la solución de problemas.

Bajo esta mirada los autores mencionan nueve tipos de competencias a desarrollar, las cuales son fundamentales para este trabajo:

- Competencias cognitivas básicas: en la cual se desarrolla la competencia interpretativa, argumentativa y propositiva.
- Competencias comunicativas: leer, escribir, hablar, escuchar según los requerimientos de cada situación.
- Competencias interpretativas de enunciados matemáticos.
- Competencia interpretativa de modelos matemáticos.
- Competencia pragmática y comunicativa.
- Competencia creativa.
- Competencia contrastativa.

- Competencia argumentativa.
- Competencia demostrativa.

Para finalmente lograr una evaluación de la situación, para esto los autores proponen una evaluación integral, por ejemplo si es cualitativa puede brindar mejor información de logros, carencias y dificultades de los estudiantes, más aun si se consideran algunos factores que desarrollan la inteligencia, donde mencionan a Berrio (2003, p. 11) “entre los factores que desarrollan al inteligencia merecen destacarse: las interacciones con el mundo, el lenguaje, la influencia social y la equilibración[3]”. Si bien es cierto la evaluación es un proceso fundamental en el contexto de la educación, y debe predominar que sea cualitativa e integral, esta se basa a partir de la observación y el análisis de algunos resultados. Y por eso es importante tener en cuenta las nueve competencias mencionadas anteriormente, especialmente la creativa, ya que es donde el estudiante toma iniciativas y esta a su vez potencializa todas las demás.

[3] Según Berrio esta teoría de equilibración se puede entender como un proceso continuo de perturbaciones y compensaciones mediante mecanismos de reguladores.

7.2. MARCO CONCEPTUAL Y DISCIPLINAR

Los números enteros son un conjunto de números que incluye a los números naturales distintos de cero (1, 2, 3,...), los negativos de los números naturales (..., −3, −2, −1) y al 0. Los enteros negativos, como −1 o −3 (se leen «menos uno», «menos tres», etc.), son menores que todos los enteros positivos (1, 2,...) y que el cero. El conjunto de todos los números enteros se representa por la letra $\mathbb{Z}$ = {..., −3, −2, −1, 0, 1, 2, 3,...}.

Operaciones con números enteros

La **suma** dos números enteros, se determina el signo y el valor absoluto del resultado del siguiente modo:

- Si ambos sumandos tienen el mismo signo: ese es también el signo del resultado, y su valor absoluto es la suma de los valores absolutos de los sumandos.
- Si ambos sumandos tienen distinto signo:
  - ✓ El signo del resultado es el signo del sumando con mayor valor absoluto.
  - ✓ El valor absoluto del resultado es la diferencia entre el mayor valor absoluto y el menor valor absoluto, de entre los dos sumandos.

Ejemplos.

$(+21) + (-13) = +8$

$(+17) + (+26) = +43$

$(-41) + (+19) = -22$

$(-33) + (-28) = -61$

La suma de números enteros cumple las siguientes propiedades:

- Propiedad asociativa. Dados tres números enteros a, b y c, las sumas (a + b) + c y a + (b + c) son iguales.
- Propiedad conmutativa. Dados dos números enteros a y b, las sumas a + b y b + a son iguales.
- Elemento neutro. Todos los números enteros a quedan inalterados al sumarles 0: a + 0 = a.

La **resta** de dos números enteros (*minuendo* menos *sustraendo*) se realiza sumando el minuendo más el sustraendo cambiado de signo.

Ejemplos

$(+10) - (-5) = (+10) + (+5) = +15$

$(-7) - (+6) = (-7) + (-6) = -13$

$(-4) - (-8) = (-4) + (+8) = +4$

$(+2) - (+9) = (+2) + (-9) = -7$

La **multiplicación** de dos números enteros se determinan el valor absoluto y el signo del resultado de la siguiente manera:

- El valor absoluto es el producto de los valores absolutos de los factores.
- El signo es «+» si los signos de los factores son iguales, y «−» si son distintos.

Regla de los signos

- (+) × (+)=(+) *Más por más igual a más.*
- (+) × (−)=(−) *Más por menos igual a menos.*
- (−) × (+)=(−) *Menos por más igual a menos.*
- (−) × (−)=(+) *Menos por menos igual a más.*

Ejemplos.

$(+4) \times (-6) = -24$

$(+5) \times (+3) = +15$

$(-7) \times (+8) = -56$

$(-9) \times (-2) = +18$.

La multiplicación de números enteros cumple las siguientes propiedades:

- Propiedad asociativa. Dados tres números enteros a, b y c, los productos (a × b) × c y a × (b × c) son iguales.
- Propiedad conmutativa. Dados dos números enteros a y b, los productos a × b y b × a son iguales.

- Elemento neutro. Todos los números enteros a quedan inalterados al multiplicarlos por 1: $a \times 1 = a$.

Propiedades algebraicas

El conjunto de los números enteros, considerado junto con sus operaciones de adición y multiplicación, tiene una estructura que en matemáticas se denomina anillo; y posee una relación de orden. Los números enteros pueden además construirse a partir de los números naturales mediante clases de equivalencia.

7.3. MARCO LEGAL

El marco legal se apoyará en los lineamientos curriculares: "El pensamiento numérico se adquiere gradualmente y va evolucionando en la medida en que los alumnos tienen la oportunidad de pensar en los números y de usarlos en contextos significativos, y se manifiesta de diversas maneras de acuerdo con el desarrollo del pensamiento matemático. En particular es fundamental la manera como los estudiantes escogen, desarrollan y usan métodos de cálculo, incluyendo cálculo escrito, cálculo mental, calculadoras y estimación, pues el pensamiento numérico juega un papel muy importante en el uso de cada uno de estos métodos. La invención de un algoritmo y su aplicación hace énfasis en aspectos del pensamiento numérico tales como la descomposición y la recomposición, y la comprensión de propiedades numéricas. Cuando se usa un algoritmo ya sea utilizando papel y lápiz o calculadora, el pensamiento numérico es importante cuando se reflexiona sobre las respuestas." "El pensamiento numérico se adquiere gradualmente y va evolucionando en la medida en que los alumnos tienen la oportunidad de pensar en los números y de usarlos en contextos significativos."

En los estándares básicos de competencias en matemáticas: "…En la primera sección se enunciaron algunos argumentos clásicos y actuales con respecto a la contribución de la educación matemática a la formación integral de los estudiantes: el desarrollo del pensamiento lógico, de la racionalidad y de la argumentación. Igualmente, en la sección siguiente, al analizar el proceso general de razonamiento, se mencionó el desarrollo de las competencias argumentativas que implican saber dar y pedir razones, probar y refutar, y ojalá avanzar hacia a demostración formal. No hay duda pues de que hay una estrecha relación entre el pensamiento lógico y el pensamiento matemático…”

8. METODOLOGÍA

Este trabajo de grado, monografía en profundización, se hace bajo una aproximación a un estudio de casos. Se tomará un grupo experimental de estudiantes (alumnos de grado séptimo del Colegio Integrado Laureles de Envigado) para el desarrollo de la propuesta.

El trabajo de campo se llevará en las siguientes etapas

Primera: Indagar y analizar las necesidades que se presentan en la enseñanza de los números enteros, para niños con necesidades educativas especiales, del Colegio Integrado Laureles.

Segunda: Rastreo de información relevante para abordar la temática escogida según la intencionalidad expuesta.

Tercero: Sondeo de los saberes y experiencias previas de los estudiantes.

Cuarta: Implementación de una prueba diagnóstica para evaluar los conocimientos previos de los estudiantes del grado séptimo del colegio Integrado Laureles.

Quinta: Diseño de una unidad didáctica mediada por situaciones problema, a partir de los resultados obtenidos en la prueba diagnóstica.

Sexta: Análisis de los resultados obtenidos.

Séptima: Implementación de la unidad didáctica en el contexto del aula de clase. La misma que no es objeto de este trabajo, pero no obstante será el valor agregado para la planificación y desarrollo del trabajo con los jóvenes para el próximo año.

8.1. Diseño de la unidad didáctica mediada por una situación problema

En esta unidad didáctica se quiere generar en los estudiantes una construcción del concepto de números enteros y a su vez una manipulación de los mismos por medio de las operaciones básicas (suma, resta y multiplicación), con material concreto. Con el objetivo de que interpreten, argumenten y propongan diversos problemas relacionados con su cotidianidad y los números enteros. Todo esto será mediado por la siguiente situación problema.

1. **TEMA A TRABAJAR:**

   Los algoritmos de las operaciones básicas con números enteros (suma, resta y multiplicación)

2. **GRADO EN EL CUAL SE PODRÍA IMPLEMENTAR:**

   Séptimo.

3. **CONCEPTOS PREVIOS:**

   - Clasificación
   - Conteo

- Algunas nociones de espacialidad
- Motricidad fina
- Figuras planas
- Colores
- Memoria
- Agilidad mental – concentración
- Reconocimiento de los números naturales

4. CONCEPTOS A TRABAJAR:

- Operaciones básicas con números enteros (sumas, restas y multiplicaciones)
- Agilidad mental
- Motricidad fina
- Memoria
- Relaciones entre las operaciones básicas

Introducción

Construcción y comprensión de los algoritmos en las operaciones básicas.

Se entiende por cálculo algorítmico a todo cálculo que se realice siguiendo pasos bien determinados, es decir una serie de reglas a aplicar en un orden y que puede ser utilizado independientemente de los datos con los que se trabaje.

Los algoritmos convencionales tratan a las cifras en forma aislada como si fuesen números y no se tiene noción de la totalidad que implican las cifras, es decir, la representación del valor posicional en el numeral. Además ocultan cálculos y propiedades que se aplican. Como consecuencia son de difícil comprensión para el alumno.

Si bien se trabajará con una población la cual presentan dificultades de aprendizaje (necesidades educativas especiales) y necesitan de forma más visual y kinestésica su ambiente de aprendizaje; siendo las operaciones básicas algo inherente y cercano a la vida diaria, por lo tanto se convierten en una actividad esencial para el hombre, se precisa entonces en los procesos de enseñanza aprendizaje que ésta se haga de forma consiente.

CONOCIMIENTOS PREVIOS – PRUEBA DIAGNÓSTICA.

ACTIVIDAD 1

Observa las imágenes:

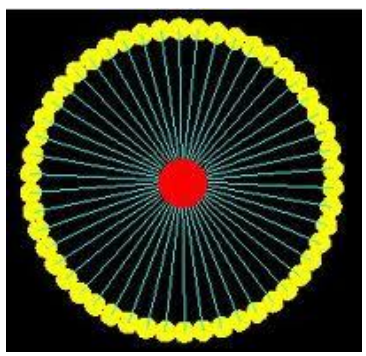


Imagen 1

Imagen 2

Imagen 3

Después de observar cada imagen, escribe los nombres de las figuras geométricas que encuentras sumergidas en cada imagen

____

____

____

Reconoce cada uno de los colores que se utilizan en cada imagen, escríbelos.

____

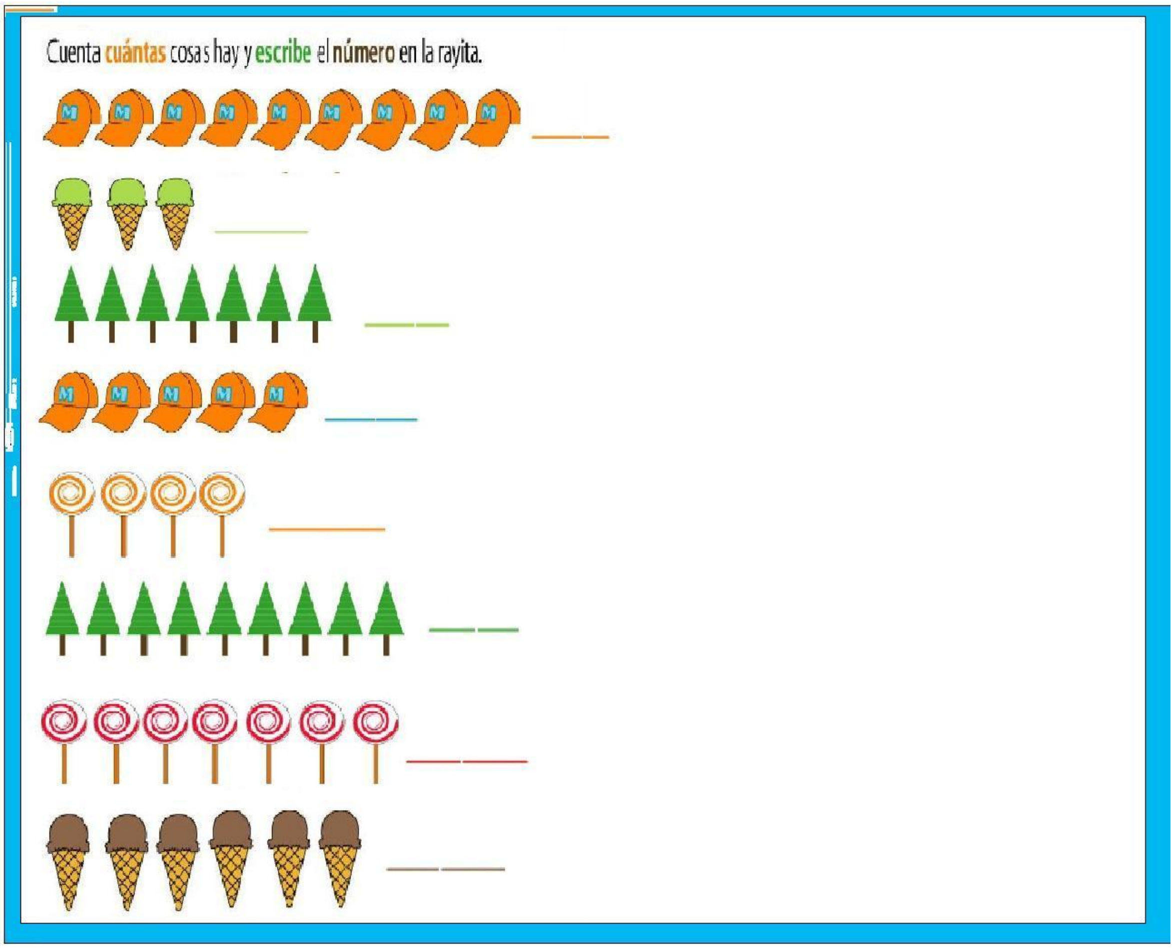
____

En la imagen 2 identifica los cuadros completos de color negro, cuenta y escribe la cantidad encontrada.

____

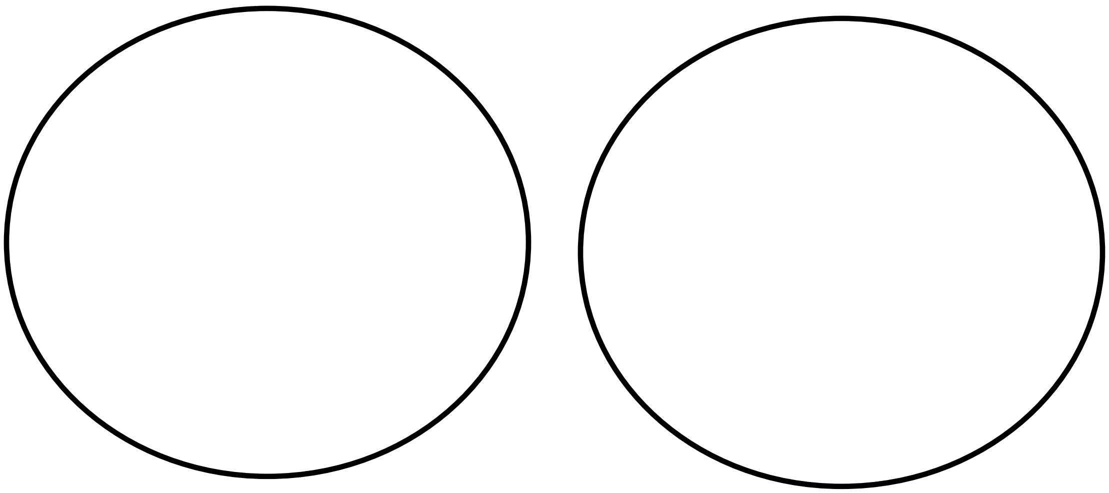
ACTIVIDAD 2

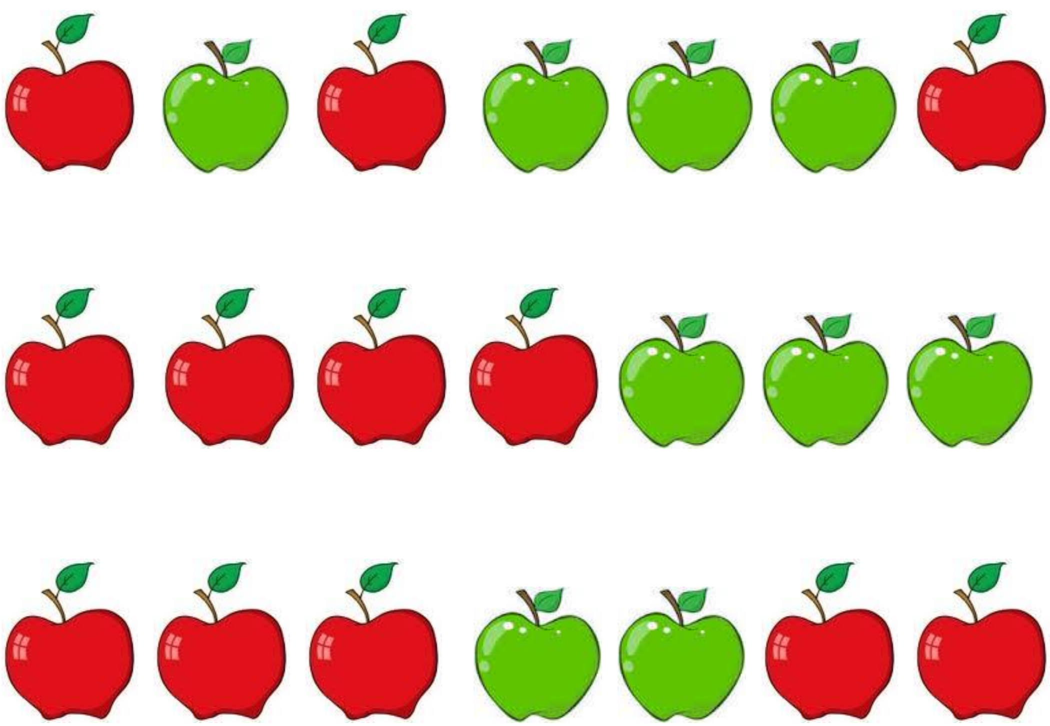
Cuenta los objetos y escribe sobre la línea el número correspondiente.



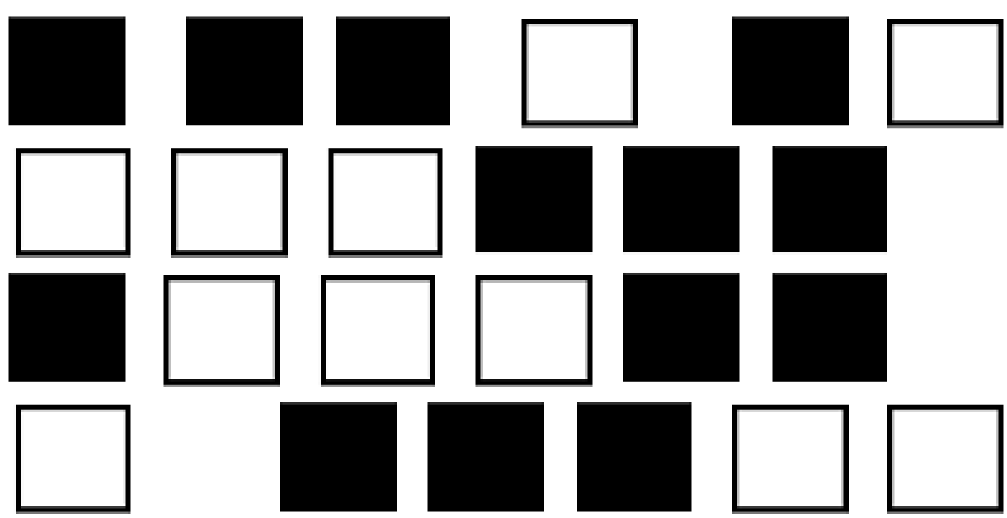
En los círculos selecciona las manzanas rojas y verdes y sobre la línea escribe la cantidad correspondiente.

Manzanas verdes________ Manzanas rojas________





Selecciona a tu izquierda los cuadrados blancos y a tu derecha los negros

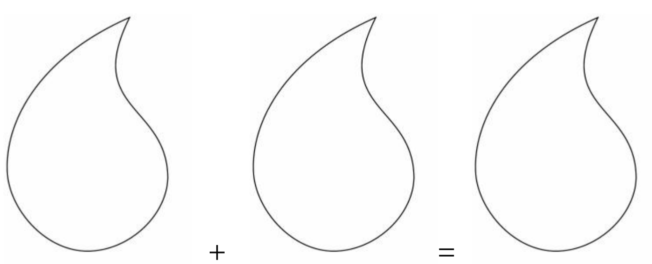


ACTIVIDAD 3

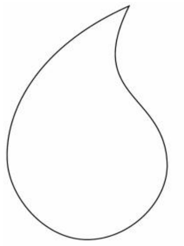
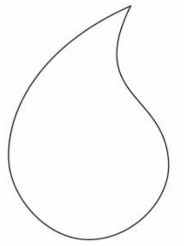
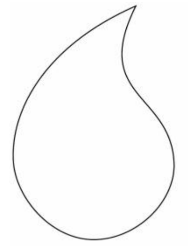
Encuentra los colores primarios y secundarios:

Colorea con vinilos la bandera de Colombia.

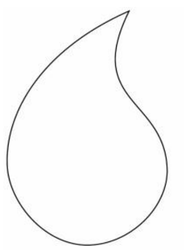
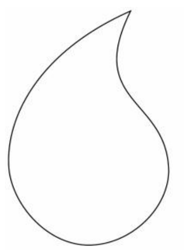
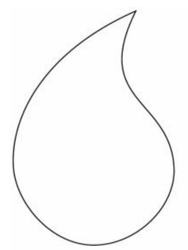
Colorea las gotas de los colores indicados y al final combina ambos colores



Amarillo Azul ¿qué color resulto? ______________

 +  = 

Amarillo Rojo ¿qué color resulto? ______________

 +  = 

Azul Rojo ¿qué color resulto? ______________

De acuerdo a la actividad:

Escribe cuales son los colores primarios: ________________, ________________, ________________.

Por qué crees que se llaman colores primarios: ________________________

____

Escribe cuales son los colores secundarios: _______________, _______________, _______________.

Por qué crees que se llaman colores secundarios: ____________________

____

Cómo encontrarías los colores blanco y negro, es posible, explica tu respuesta: ____

____

____

5. SITUACIÓN PROBLEMA:

La siguiente situación problema tiene como punto de partida y/o referencia situación didáctica, la cual se empezó a desarrollar con Vanessa Moreno Yepes y Tanit Ibarra Muñoz, en la licenciatura básica con énfasis en matemáticas de la Universidad de Antioquia, para la ponencia: "de lo concreto a lo abstracto", en el tercer encuentro de estudiantes de esta licenciatura. Se pretende entonces ampliar y cualificar dicha situación didáctica.

Se hace una pequeña adaptación del cuento "blanco y negro" de Pedro Pablo Sacristán.

6. MOTIVO REAL:

Cuento “blanco y negro”.

Hace mucho, muchísimo tiempo, cuando todo estaba empezando y hasta los planetas, las estrellas y casi todas las cosas antiguas eran tan pequeñas, iban al colegio, había una clase especial, ¡la favorita de todos!, porque era la más alegre. Allí estudiaban los revoltosos colores, desde el Blanco al Negro, pasando por el Rojo, el Azul, el Amarillo y todos los demás, preparándose para ser unos colores estupendos cuando fueran mayores. Todos ellos eran, además de graciosos y alegres, muy traviesos, pero especialmente Blanco y Negro, que andaban tan ocupados con sus travesuras que casi siempre llegaban tarde a las clases.

Una mañana se montó un gran revuelo en el cielo. Las nubes habían comenzado a practicar sus lluvias, pero estuvieron lloviendo tanto tiempo, y crearon una tormenta tan terrible, que todos, absolutamente todos, quedaron deprimidos y entristecidos por tener tan poca luz; fue entonces cuando las nubes depositaron las gotas de agua sobre la atmosfera y simultáneamente los rayos del sol las atravesaron, así que los colores viajaron a través de la tierra creando un arco multicolor ante los ojos humanos (el arcoíris), dejando sus rastros brillantes y espectaculares, devolviendo la alegría en el lugar y causando sonrisas por algunos instantes, ya que al poco tiempo se desvaneció.

Los colores recibieron grandes aplausos por su acto y estuvieron encantados de ser nombrados oficialmente ayudantes del Sol, quien les rogó que a partir de entonces acudieran a ayudarle para alegrar a todos, formando su espectacular arcoíris cada vez que las nubes dejaran caer su lluvia y sus rayos las atravesaran. Como blanco y negro llegaron tarde para viajar con sus amigos, ayudaron con su pigmentación, ya que el negro se escondió para no ocasionar una oscuridad parcial y el blanco ayudo reflejando una gran luz para que los demás colores pudieran resaltar y ser vistos por las personas. Lo hicieron tan bien, que ya no les importa no salir en el arcoíris, pues ahora son los colores más serios y más importantes, y nadie puede hacer nada sin ellos. Tanto así que no sólo ayudaron para que las personas pudiesen admirar el arcoíris, sino que decidieron ayudarlas también a realizar operaciones con números enteros, veamos como…

7. SITUACION PROBLEMA, ACTIVIDADES Y AMPLIACIONES:

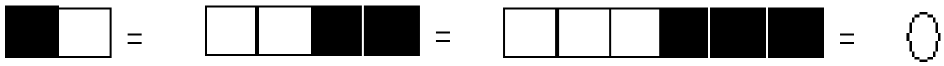
Actividad:

Reúnete con tus compañeros en grupos de tres estudiantes.

Consideremos a los oscuros como unidades positivas y a los blancos como unidades negativas y a partir de esto construye en cartulina, 20 cuadrados que representen tus propias unidades negativas y positivas como se muestra en la figura.

Unidades Negativas **Unidades Positivas**

El cero es un equilibrio, entonces se representa como:



De acuerdo con lo anterior ¿Cómo podrías representar los siguientes números: -1, 5, -12. 3?

____

____

____

¿Crees que con este material que con este material podrías realizar sumas y

restas?____

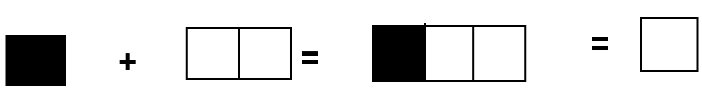
En caso de que se pueda ¿Cómo lo harías? ______________________________

____

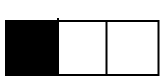
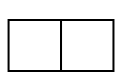
____

Ahora te mostramos una forma de realizar adiciones y sustracciones con números enteros con los cuadritos que realizaste, compárala con la que creaste:

Para sumar (+1) + (-2) procedemos así:



Para restar (-1) – (-2), a (-1) se le quita (-2).

 Le quito  me queda 

-1 -2 +1

Convente de la veracidad de esta operación____________________________

____

Ahora teniendo tu propio material concreto realiza las siguientes operaciones:

- (+9) + (+1) =
- (+4) + (-5) =
- (-8) – (-2) =
- (-2) – (-4) =
- (-5) + (-3) =
- (+6) – (-2) =

Explica tus procedimientos ____

____

____

Teniendo en cuenta el manejo que le dimos a la adición y sustracción de números enteros, construyamos el sistema multiplicativo, ¿Cómo lo harías?

____

____

Y ¿puedes multiplicar números positivos y negativos?____

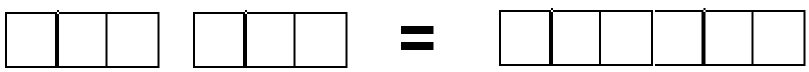
____

Multiplicar se piensa como agregar o quitar, n veces, un valor determinado. Convéncete de la veracidad de esta afirmación.

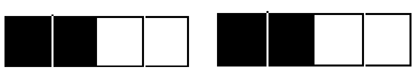
____

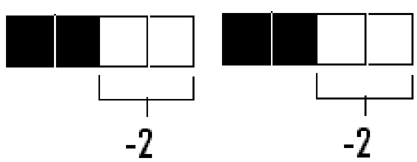
____

Multiplicar (2) (-3)



Multiplicar (-2) (-2)

 Quitando 2 veces (-2) se obtiene



Obtenemos:  = 4

Explica los procedimientos realizados de tal manera que ter convenzas de efectividad del proceso ____

____

Con tu material concreto realiza las siguientes multiplicaciones, explicando tu proceso

- (-2) (-3)=
- (+5) (-2)=

- (-4) (-1)=
- (+8) (+2)=

Establece reglas para la multiplicación de números enteros.

____

____

____

¿Qué has aprendido?

____

____

____

____

Socialiaza tus repuestas con el resto del grupo

8. **NIVELES DE COMPLEJIDAD:** tomados de la situación problema "la ballena azul"

   Nivel C: en este nivel, en el enunciado del problema o en el ejercicio aparece explícita toda la información necesaria para su resolución y suele implícitamente, indicar la estrategia a seguir, requiere del manejo de dos variables en el enunciado y el establecimiento de relaciones entre ellas.

Nivel D: en este nivel, toda la información necesaria para resolver el problema o el ejercicio se encuentra explícita en el enunciado, sin embargo, no se insinúa una estrategia a seguir, sino que el estudiante debe reorganizar la información para establecer un camino para llegar a la respuesta, puede implicar también la búsqueda de una regularidad o patrón que relacione las variables.

Nivel E: en los problemas de este nivel no aparecen explícitamente datos y relaciones que permitan realizar directamente una modelación, lo que posibilita diferentes formas de abordar el problema. El estudiante debe descubrir en el enunciado relaciones no explícitas que le permitan establecer una estrategia para encontrar la solución, debe además poner en juego un conocimiento matemático más estructurado, es decir, debe establecer relaciones entre los datos y condiciones del problema.

Nivel F: en este nivel se ubican los estudiantes que son capaces de resolver problemas no rutinarios complejos. El estudiante debe descubrir en el enunciado relaciones no explícitas que le posibiliten establecer una estrategia para encontrar la solución, pone en juego un conocimiento matemático que da cuenta de un mayor nivel de conceptualización logrado”. (SEDUCA, 2000, 14)

9. ESTRATEGIAS DE INTERVENCIÓN DIDÁCTICA:

La estrategia que se puede utilizar esta pensada para una población con dificultades de aprendizaje (necesidades educativas especiales), motivo por el cual se emplearán diferentes estilos de aprendizaje como el visual, el auditivo y el kinestésico, los cuales se trabajarán en dos momentos, el primero se desarrollará desde un interacción en el aula, con el material tangible, con trabajo en equipos colaborativos e individuales, con ejercicios y socializaciones de algunas actividades, y el segundo momento se llevará a cabo con la retroalimentación con los estudiantes y el docente.

10. FORMAS DE LENGUAJE:

Lenguaje icónico: Un lenguaje icónico es todo aquel que utiliza símbolos básicos y además define maneras de combinarlos para producir un "ícono" comprensible como expresión.

Lenguaje natural: también llamado lenguaje ordinario, es el que utiliza una comunidad lingüística con el fin primario de la comunicación y se ha construido con reglas y convenciones lingüísticas y sociales durante el período de constitución histórica de esta sociedad. Es el lenguaje que hablamos todos.

Lenguaje formal: clase de lenguaje artificial en el que no sólo se construyen convencionalmente los símbolos propios del lenguaje, sino también sus reglas de construcción y sus reglas de transformación, convirtiéndose en la práctica en un cálculo.

11. COMO SE VA A EVALUAR:

Las actividades propuestas en la situación problema permiten valorar el proceso en su desarrollo.

Se tendrá en cuenta los tres tipos de evaluación planteadas por el Ministerio de Educación, en los Lineamientos Curriculares de Matemáticas, según la participación de los agentes:

Autoevaluación: realizada por los mismos implicados del proceso, en este caso los estudiantes.

Heteroevaluación: múltiples evaluaciones realizadas por el docente para los estudiantes

Coevaluación: realizada por parte de los estudiantes, donde cada uno se dará una calificación.

12. MEDIOS Y MEDIADORES A UTILIZAR:

MEDIOS

- Papel
- Cartulina planca y negra
- Lápiz, borrador
- Tijeras y regla

- Activiades de clase
- Fichas (guias)

MEDIADORES

- Situacion problema
- Docentes
- Lideres de los equipos colaborativos
- Computador
- Video Been

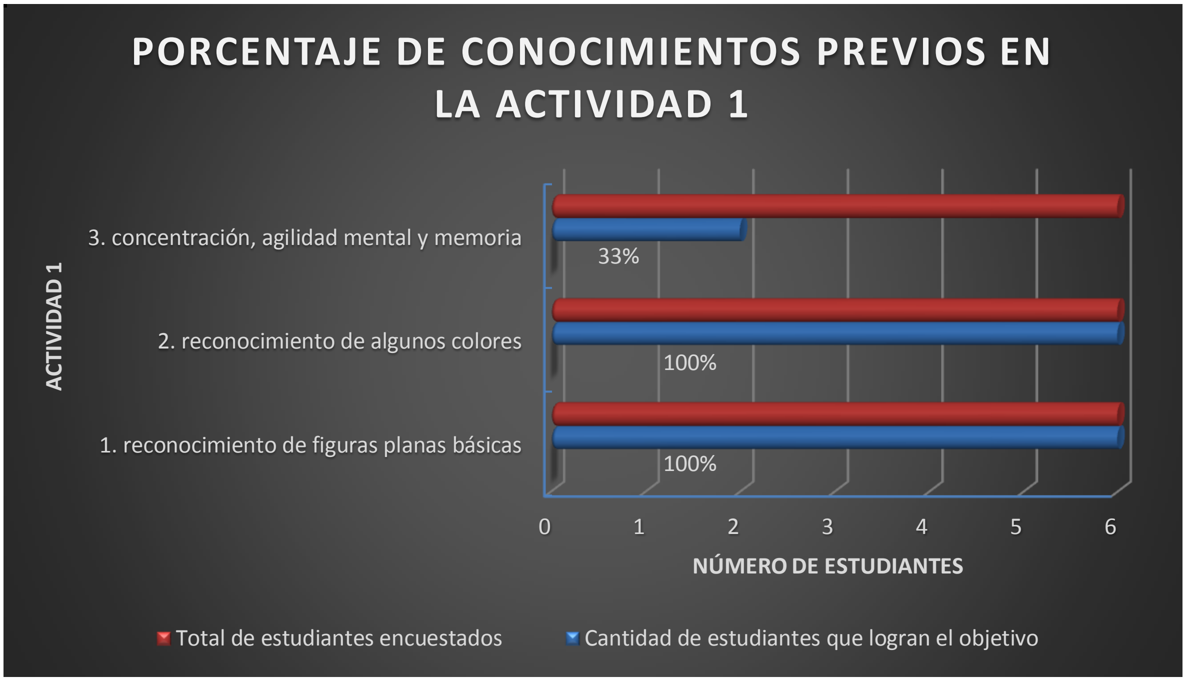
9. RESULTADOS Y HALLAZGOS

9.1 De la prueba diagnóstica

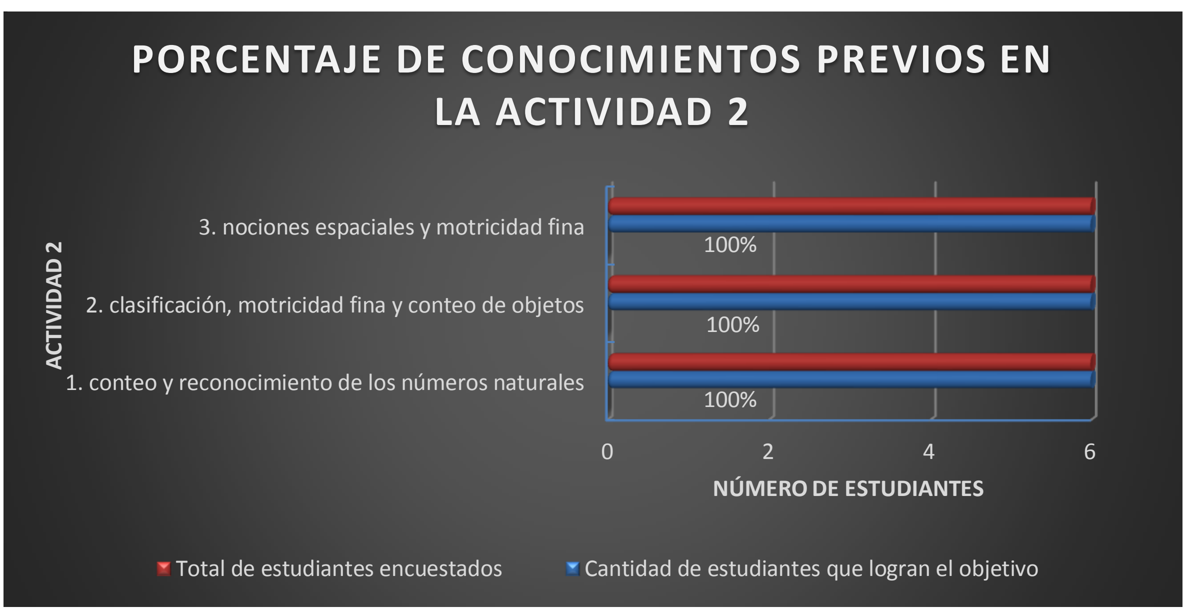
De la prueba diagnóstica se descubren y se analizan algunas de las necesidades que se manifiestan en la enseñanza de los números enteros, y más específicamente con los jóvenes que presentan necesidades educativas especiales del Colegio Integrado Laureles, donde se evidencia una necesidad con el trabajo kinestésico, ya que son jóvenes que en ocasiones tienen dificultades para desarrollar de forma más espontánea su motricidad fina.

La prueba diagnóstica pretendió evaluar algunos conceptos básicos que los estudiantes debían saber tales como: clasificación, conteo, algunas nociones de espacialidad, motricidad fina, figuras planas, colores, memoria, agilidad mental, concentración y reconocimiento de los números naturales; fue implementada con seis estudiantes del grado séptimo los cuales académicamente no obtuvieron un buen desempeño durante el año, razón por la cual estaban en refuerzos. También se debe tener presente que son estudiantes que presentan diagnósticos por sus dificultades en el aprendizaje.

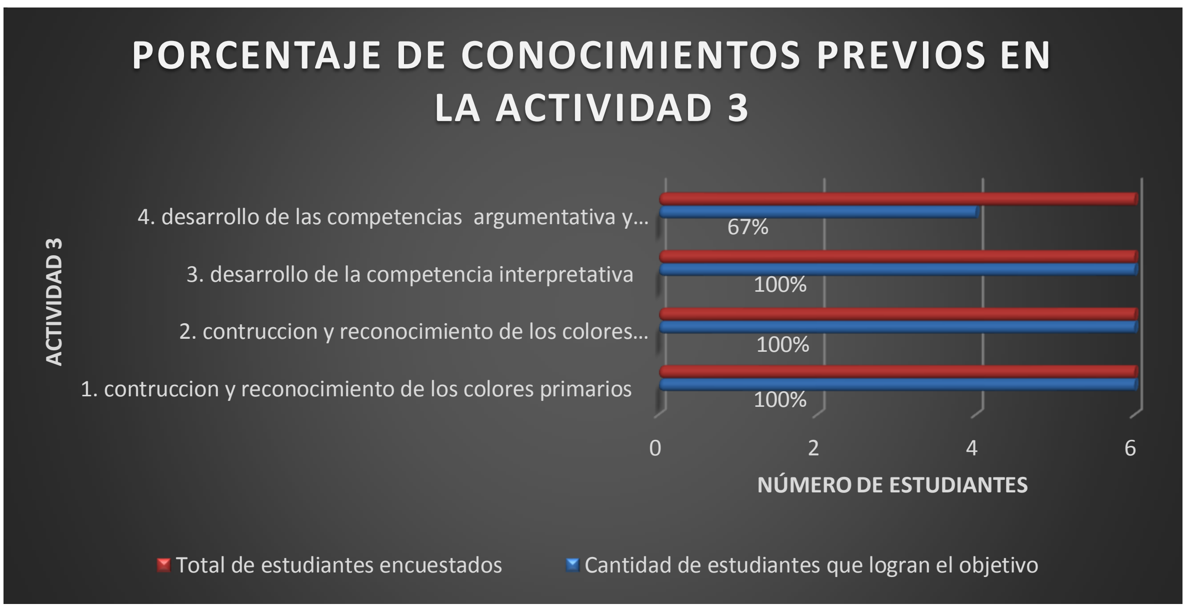
En la actividad 1, se les pedía un reconocimiento de formas y colores, además se evalúa la concentración, la agilidad mental y la memoria; todos los estudiantes reconocen las figuras básicas tales como el círculo, el cuadro y el triángulo, sólo algunos reconocen el paralelogramo y el rombo; los colores son identificados por todos. Respecto a la concentración, la agilidad mental y la memoria se evidencian una falencia, al parecer en la lectura de la pregunta, ya que la mayoría de estudiantes responden la cantidad total de cuadrados negros, sin discriminar los que estaban completos y otros responden otra cosa.



En la actividad 2, se trabajaba el conteo, el reconocimiento de los números naturales, la clasificación, la motricidad fina, algunas nociones espaciales y algunas formas. Todos los estudiantes responden a los logros que se querían alcanzar; recortan figuras, cuentan objetos, escriben de forma correcta números naturales, reconocen su derecha y su izquierda, reconocer formas y colores.



En la actividad 3, se pretendía hacer un reconocimiento de los colores primarios y secundarios, además de desarrollar competencias básicas como lo son interpretar, argumentar y proponer; los resultados fueron muy positivos, ya que no sólo recordaron cuales eran dichos colores, sino que además la mayoría se dio a la tarea de interpretar, argumentar y dar una posible propuesta de porque reciben estos nombres y que pasa con el negro y el blanco, todos logran sacar sus conclusiones, como por ejemplo que el blanco y el negro no se pueden construir. Excepto un estudiante que dijo no saber y no lo quiso intentar.



A manera de conclusión general los conceptos previos que se necesitan para desarrollar dicha propuesta son conocidos por los estudiantes, además se evidencia gran motivación por parte de ellos, ya que son actividades donde interactúan más con objetos, formas y colores volviéndose un trabajo kinestésico, y desarrollando en los estudiantes motricidad fina con: el manejo de las tijeras, de los espacios y con la utilización de vinilos, entre otras. La motivación de los estudiantes es muy importante para la realización de la situación problema, dentro de la cual también estaba la prueba diagnóstica, que por los resultados arrojados, se puede concluir que la unidad didáctica si puede generar buenos ambientes de aprendizaje y a su vez crear aprendizajes significativos en los estudiantes.

10. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

10.1. Conclusiones

El diseño de esta situación problema, demostró que es posible motivar a los estudiantes para que logren desarrollar competencias matemáticas. Especialmente ya que no sólo se quedó en el diseño, sino que además se logra hacer una prueba diagnóstica la cual sale satisfactoria para la implementación de la misma.

Con la implementación de la prueba diagnóstica se empieza a evidenciar la motivación de los estudiantes, para realizar las actividades que se les proponen, especialmente por el trabajo con material concreto.

Se potencializa el trabajo en equipo, aprovechando el talento de cada uno de los estudiantes.

Se logra una participación de los estudiantes desinteresada, en tiempos que no corresponden a sus labores académicas. Mejorando su actitud frente a las matemáticas y mostrando una motivación para realizar el trabajo.

La posibilidad de retomar y resolver la situación problema, ya que se evidencia que el trabajo con material concreto resulta más ameno para los estudiantes.

10.2. Recomendaciones

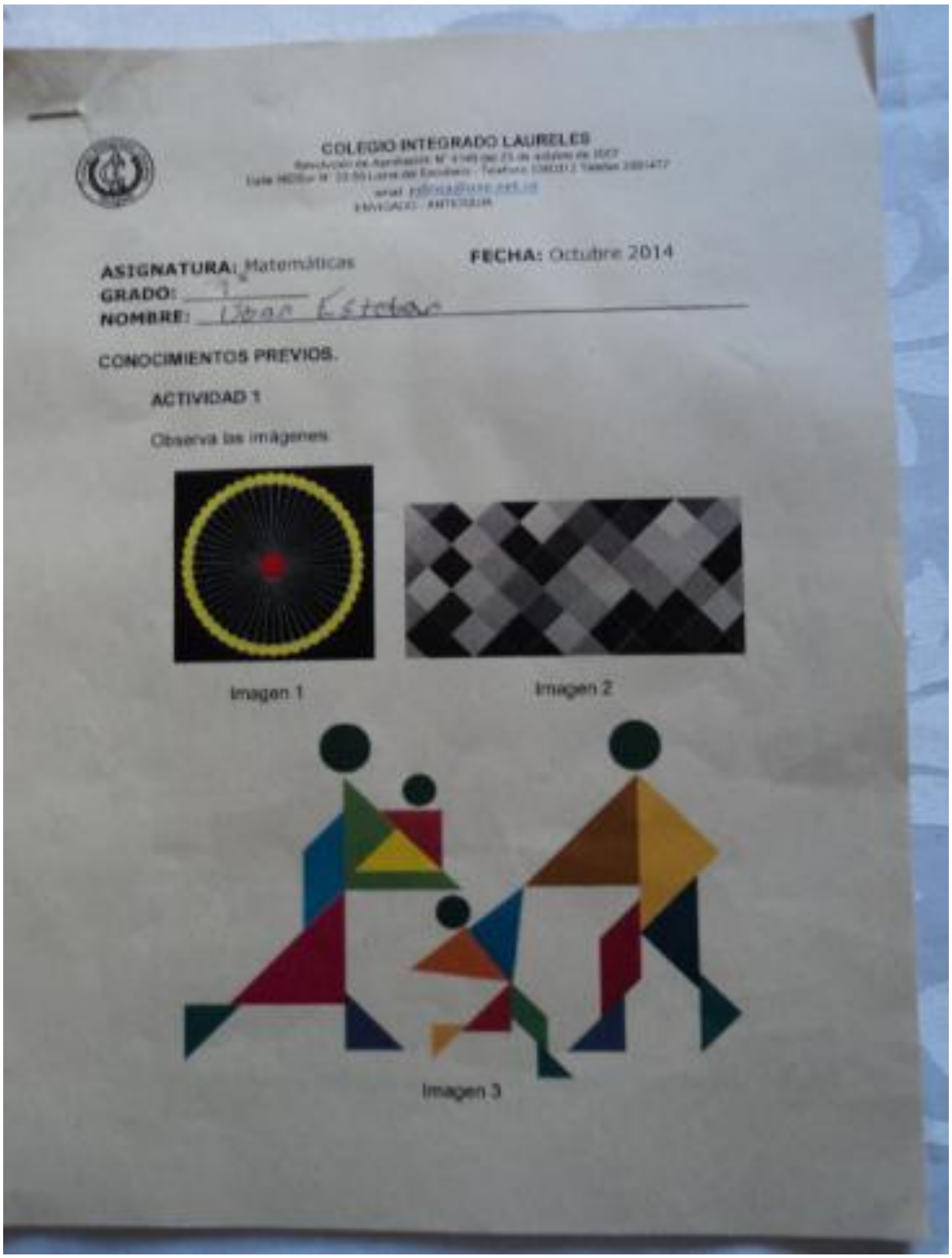
Dar continuidad y concluir las actividades de la situación problema, para enriquecer el proceso de enseñanza aprendizaje en los estudiantes y el docente.

Realizar más actividades donde se desarrolle una mejor comprensión de lectura por parte de los estudiantes y a su vez se potencialice la concentración, la agilidad mental y la memoria.

Seguir creando actividades que motiven a los estudiantes y que les ayuden a desarrollar competencias con símbolos matemáticos y competencias básicas como: interpretar, argumentar y proponer.

11. ANEXOS

11.1. Prueba diagnóstica presentada a los estudiantes y registro de algunos desarrollos


COLEGIO INTEGRADO LAURELES

ASIGNATURA: Matemáticas

FECHA: Octubre 2014

GRADO:

NOMBRE:

CONOCIMIENTOS PREVIOS.

ACTIVIDAD 1

Observa las imágenes

Imagen 1

Imagen 2

Imagen 3

Después de observar cada imagen, escribe los nombres de las figuras geométricas que encuentras sumergidas en cada imagen

1) círculos 2) cuadrados 3) triangulos, rectangulos y círculos

Reconoce cada uno de los colores que se utilizan en cada imagen, escribelos.

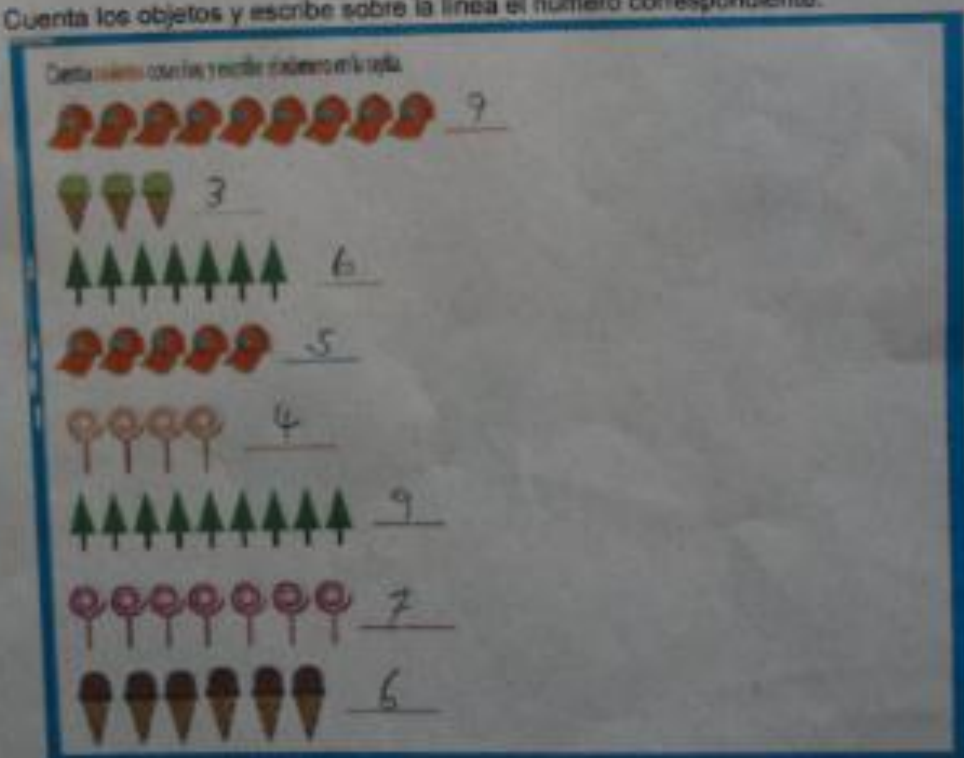
1) verde, amarillo, rojo y negro 2 blanco, negro, Gris

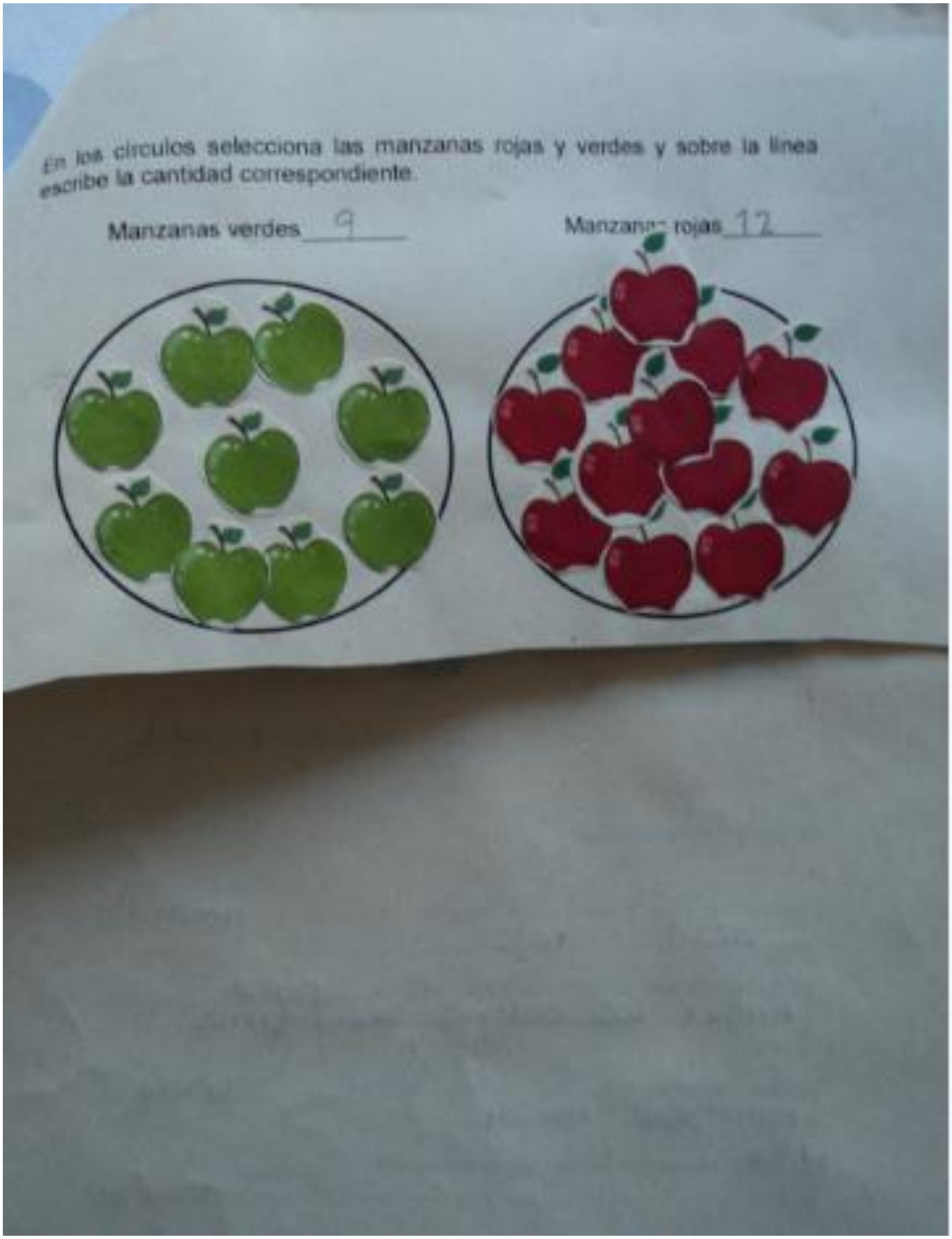
En la imagen 2 identifica los cuadros completos de color negro, cuenta y escribe la cantidad encontrada.

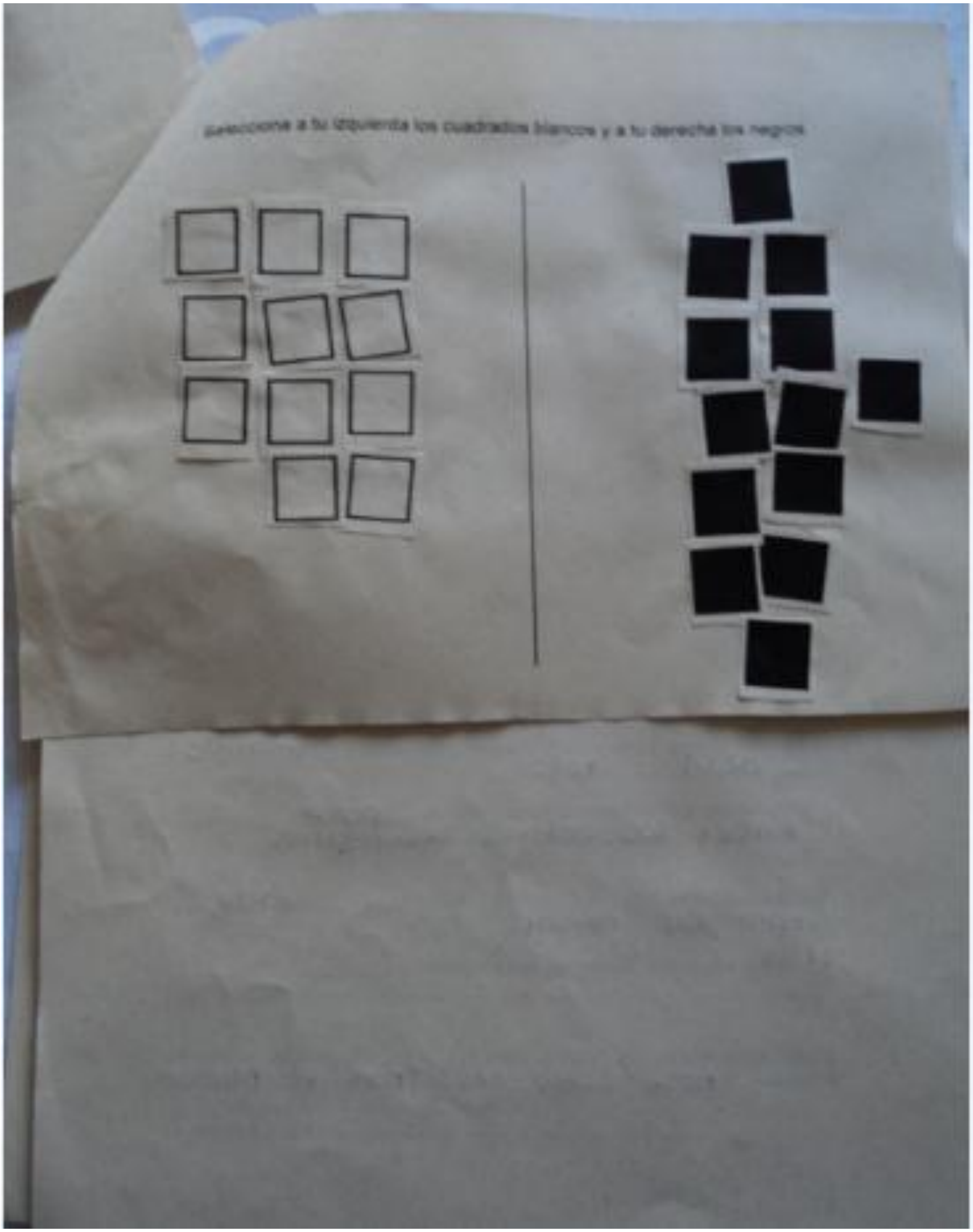
Violeta, rosado, azul, café, amarillo, verde, naranja verde oscuro, azul oscuro

ACTIVIDAD 2

Cuenta los objetos y escribe sobre la línea el número correspondiente.




En los circulos selecciona las manzanas rojas y verdes y sobre la linea escribe la cantidad correspondiente.
Manzanas verdes 9
rojas 12


Selecciona a tu izquierda los cuadrados blancos y a tu derecha los negros


ACTIVIDAD 3
Encuentra los colores primarios y secundarios:
Colorea con vinilos la bandera de Colombia
Colombia
Colorea las gotas de los colores indicados y al final combina ambos colores
Amarillo
Azul
¿qué color resulto? verde

Amarillo + Rojo ¿qué color resulto? anaranjado

rojo + azul ¿qué color resulto? morado

De acuerdo a la actividad:

Escribe cuales son los colores primarios: Amarillo, Azul, rojo

Por qué crees que se llaman colores primarios: por que son el origen de los demas colores

Escribe cuales son los colores secundarios: Verde, [illegible], morado, naranjado

Por qué crees que se llaman colores secundarios: son los colores que salen de los primarios

Cómo encontrarías los colores blanco y negro, es posible, explica tu respuesta: no con una conbinacion mas bien son colores base

COLEGIO INTEGRADO LAURELES

ENVIGADO - ANTIOQUIA

ASIGNATURA: Matemáticas **FECHA:** Octubre 2014

GRADO: [illegible]

NOMBRE: [illegible]

CONOCIMIENTOS PREVIOS.

ACTIVIDAD 1

Observa las imágenes.

Imagen 1

Imagen 2

Imagen 3

Después de observar cada imagen, escribe los nombres de las figuras geométricas que encuentras sumergidas en cada imagen

Cr... Circulo ... y triangulos

Reconoce cada uno de los colores que se utilizan en cada imagen, escríbelos.

amarillo rojo verde gris azul oscuro

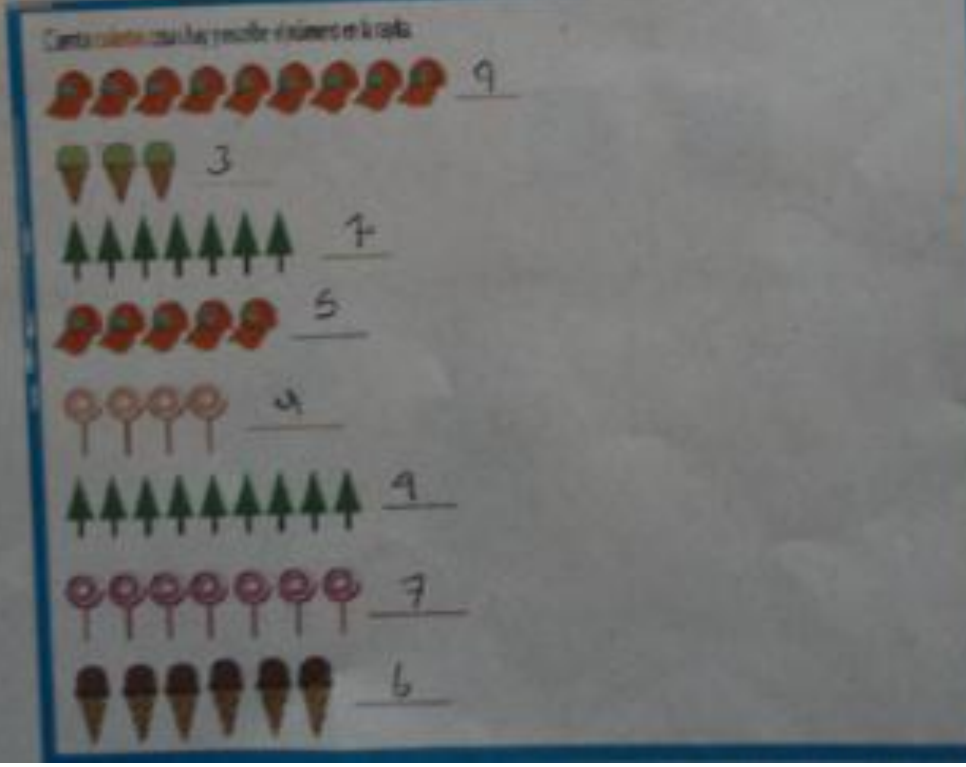
negro blanco naranjado café

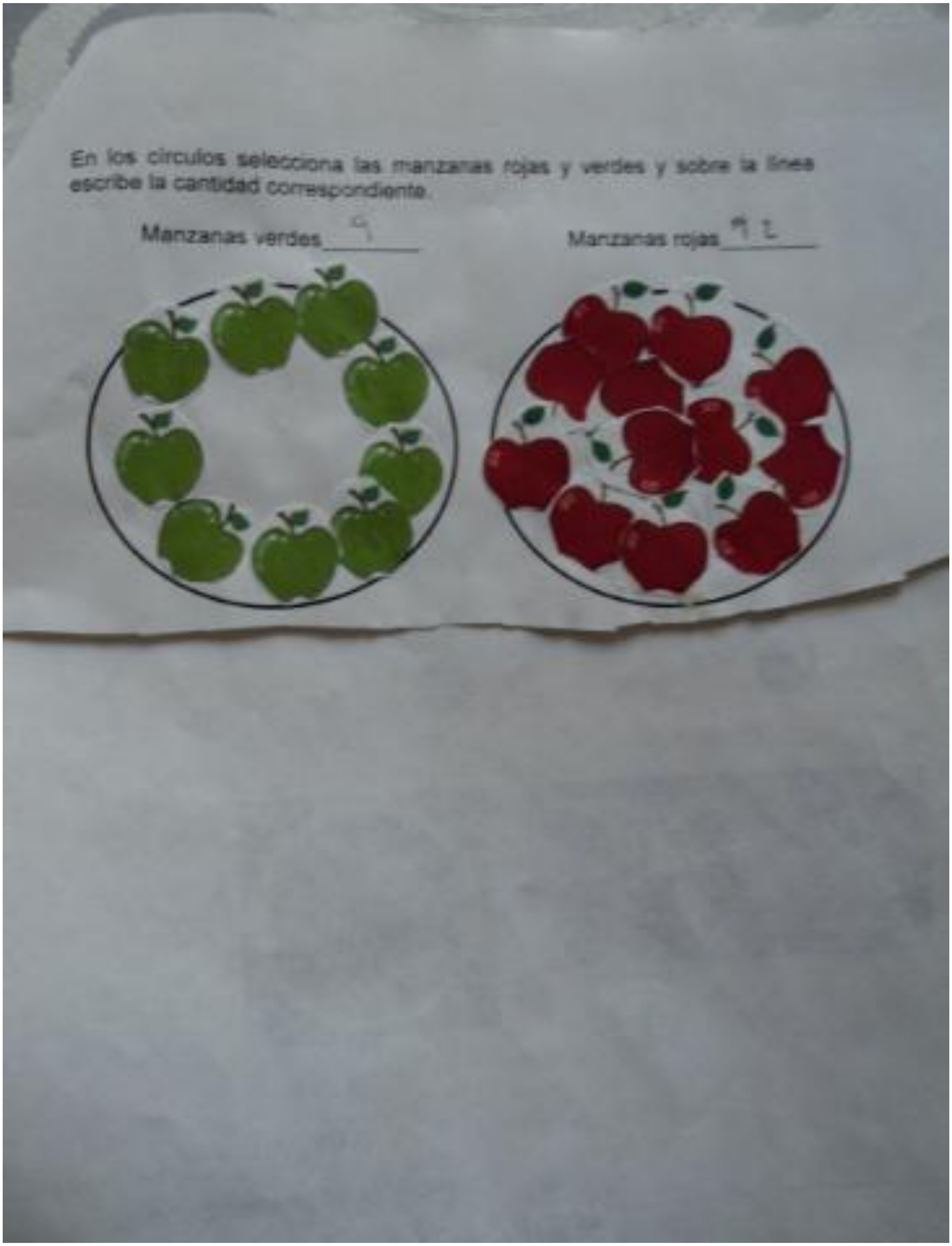
En la imagen 2 identifica los cuadros completos de color negro, cuenta y escribe la cantidad encontrada.

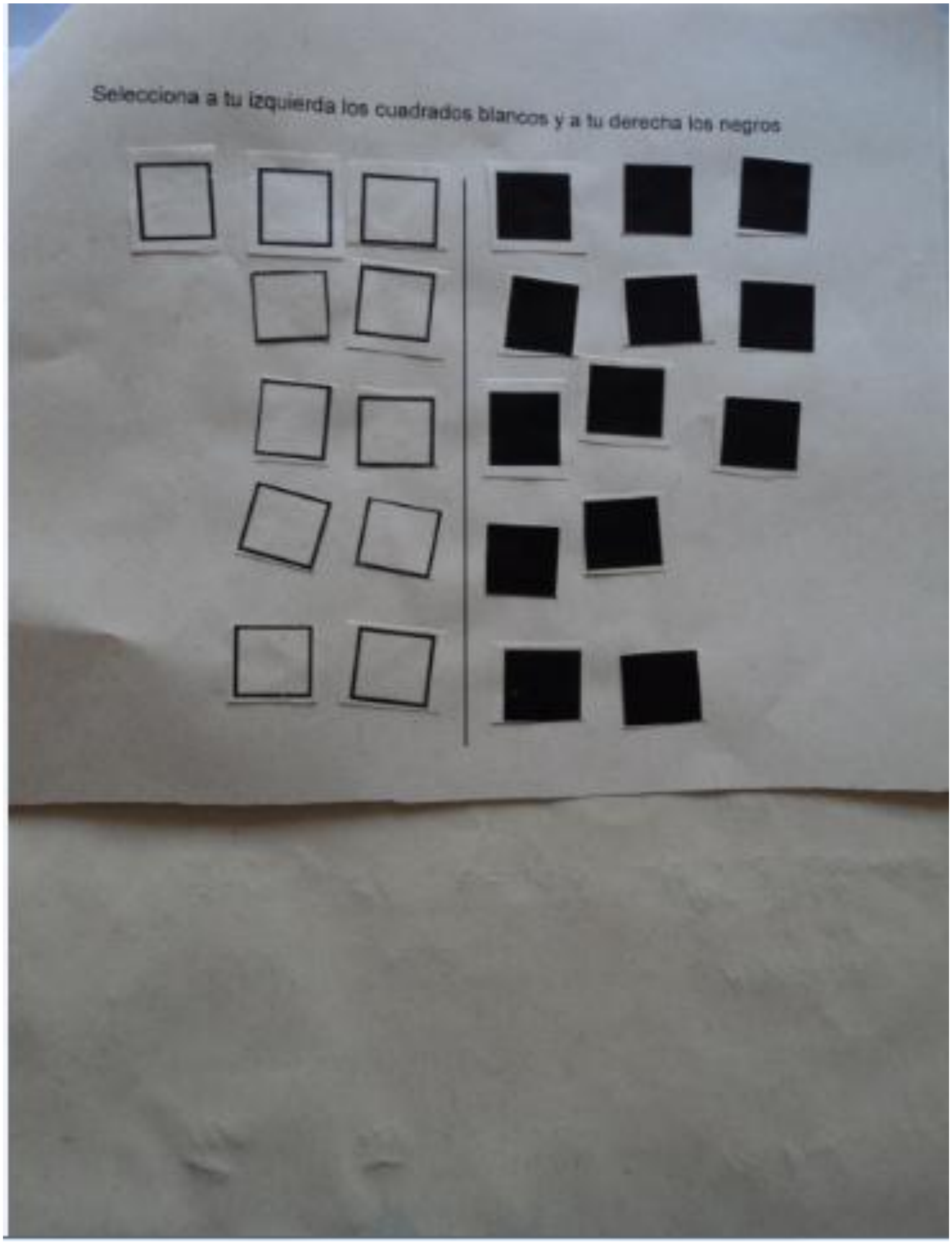
24 cubos negros encontrados

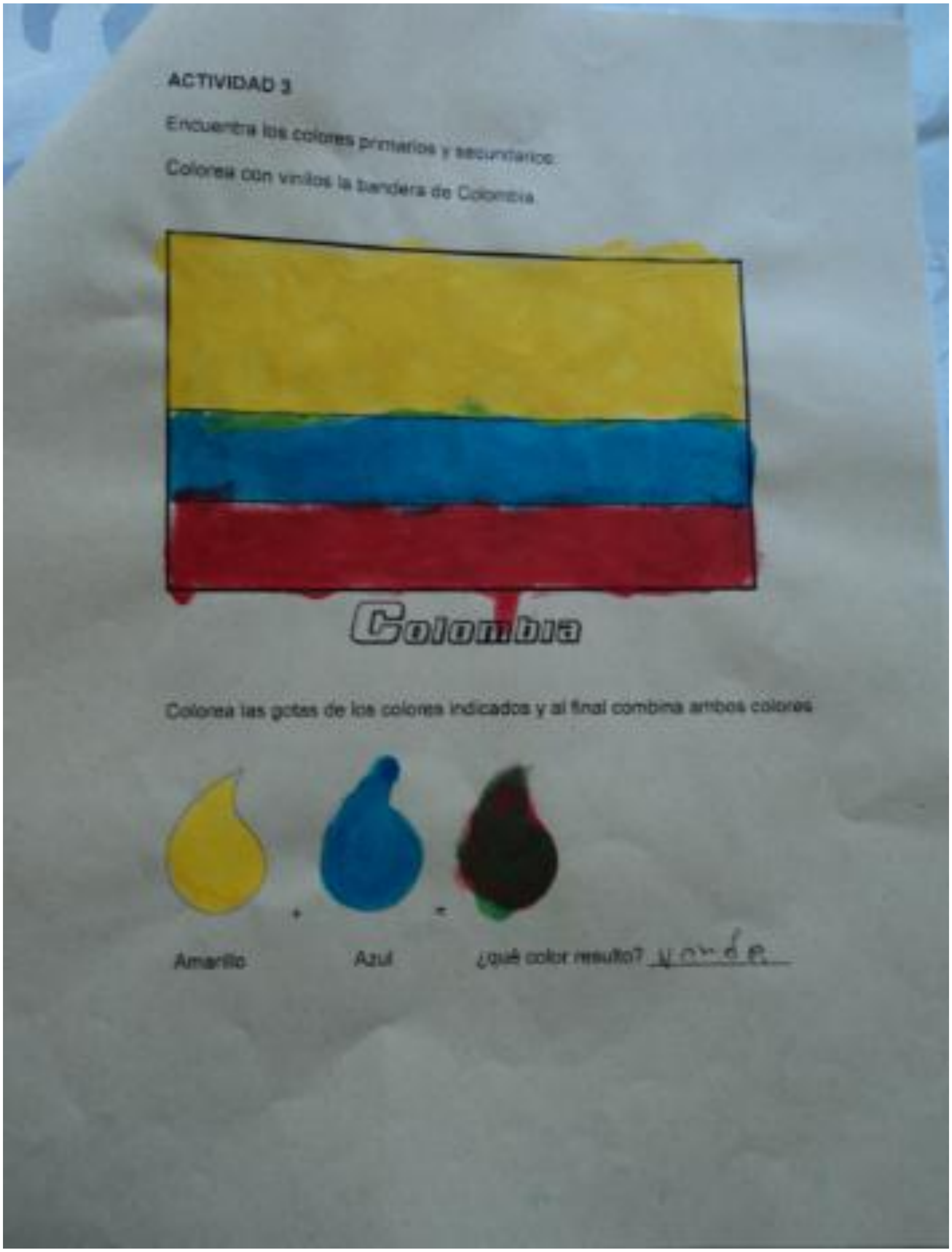
ACTIVIDAD 2

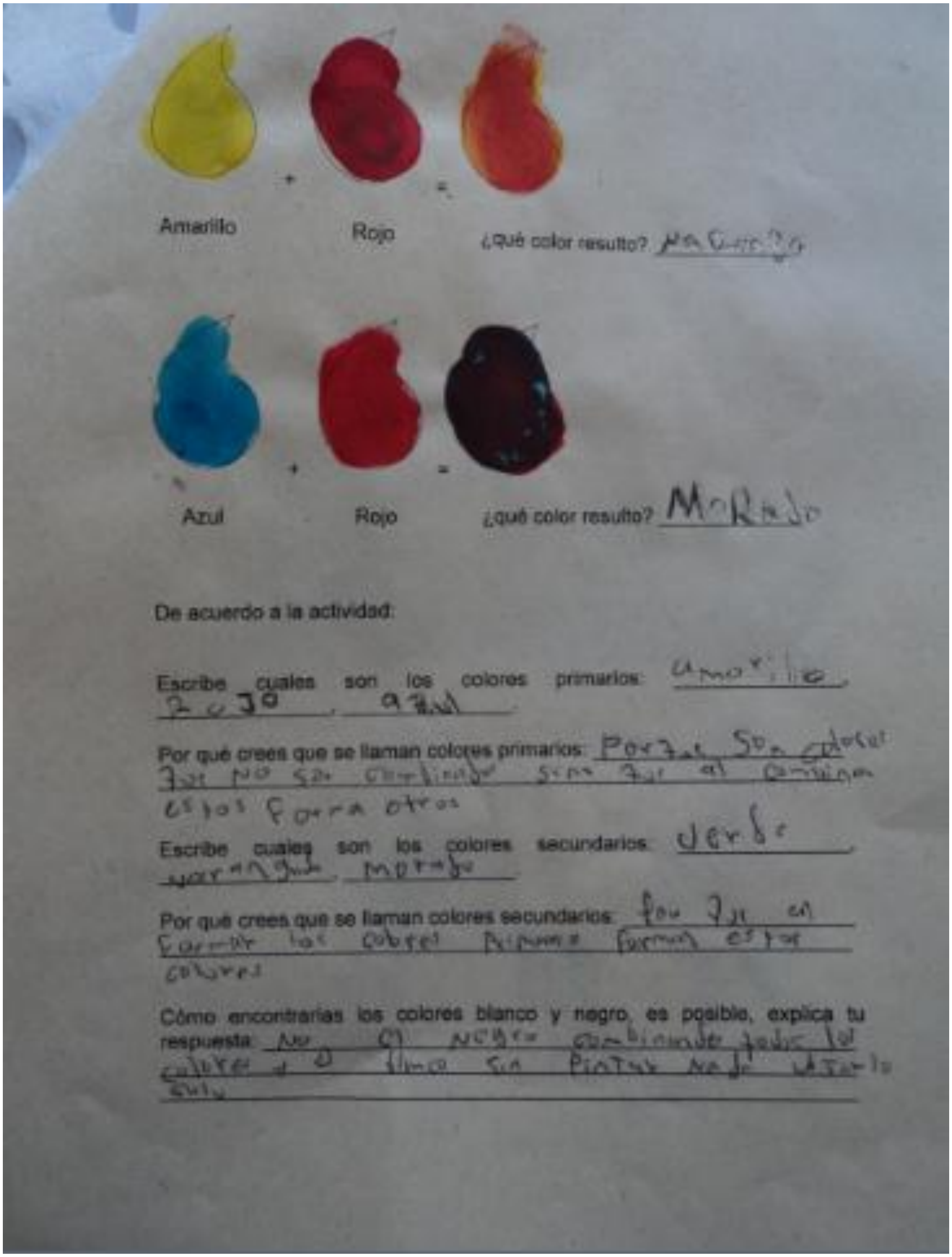
Cuenta los objetos y escribe sobre la línea el número correspondiente.




En los circulos selecciona las manzanas rojas y verdes y sobre la linea escribe la cantidad correspondiente.
Manzanas verdes 9
Manzanas rojas 9 2


Selecciona a tu izquierda los cuadrados blancos y a tu derecha los negros


ACTIVIDAD 3
Encuentra los colores primarios y secundarios:
Colorea con vinilos la bandera de Colombia
Colombia
Colorea las gotas de los colores indicados y al final combina ambos colores
Amarillo
Azul
¿qué color resultó? verde



Amarillo + Rojo = ¿qué color resulto? NaRanja

Azul + Rojo = ¿qué color resulto? MoRaDo

De acuerdo a la actividad:

Escribe cuales son los colores primarios: amarillo, rojo, azul.

Por qué crees que se llaman colores primarios: Porque son colores que no son combinados sino que al combinar estos forman otros

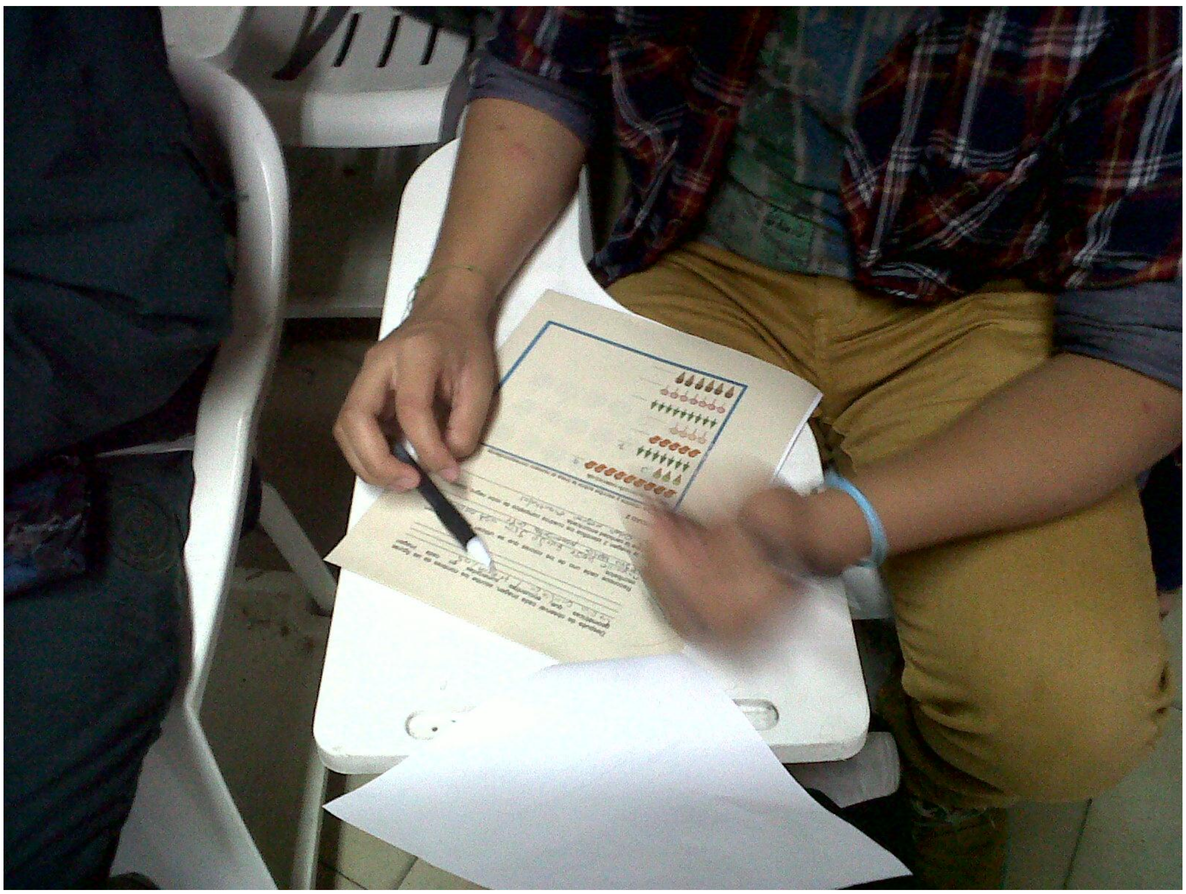
Escribe cuales son los colores secundarios: verde, naranja, morado.

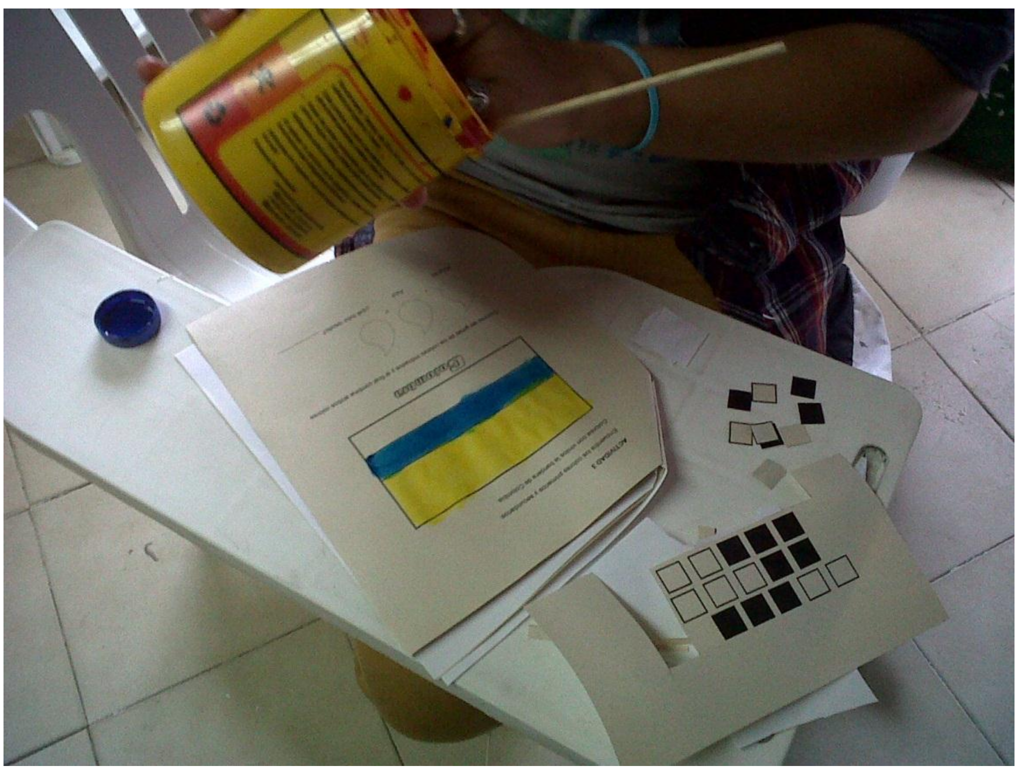
Por qué crees que se llaman colores secundarios: Porque en formar los colores primarios forman estos colores

Cómo encontrarías los colores blanco y negro, es posible, explica tu respuesta: No, el negro combinando todos los colores y el blanco sin pintar nada dejarlo así

11.2. Registro fotográfico

En las siguientes fotografías no aparecen los rostros de los estudiantes, para respetar su identidad, especialmente porque son estudiantes diagnosticados con dificultades para el aprendizaje.





12. BIBLIOGRAFÍA

Hiebert, J. (1988). A theory of developing competence with written mathemetical symbols. *Educational Studies in Mathematics* , 333-355.

Mancera Martínez, Eduardo. El papel de la geometría como herramienta para la didáctica de las matemáticas. *Comité Interamericano de Educación Matemática México.*

Morales, I., & Sepulveda, A. Propuesta para la enseñanza de la factorización en el curos de álgebra.

Moriana Cabrera, B., & Bravo Cano, R. (n.d.). *Regletas de Cuissinaire em Infantil de 5 años*. Retrieved marzo 17, 2008, from http://www.juntadeandalucia.es/averroes/vertie/createaching/TUCCI_WEBS/TCregletas_inf05/TCregletas0.htm

Bedoya Beltrán, J & Rúa Vásquez, J. Modelos de situación problema para la movilización y evaluación de competencias matemáticas en formación universitaria, Capitulo VII.

Alicia Bruno. La enseñanza de los números negativos: aportaciones a una investigación. NÚMEROS Revista de didáctica de las matemáticas N°29, marzo de 1997.

GRUPO ALBUQUERIA DE MATEMÁTICAS: José González Alba, Manuel Jiménez Girón, Francisco José Briales. Aproximación a los números enteros a partir de una escalera.