PRIMERA PARTE

TEORIA GENERAL DEL CALCULO DE PRESAS

ADVERTENCIA PRELIMINAR A LA TEORIA GENERAL DE PRESAS

Considero necesario antes de entrar en la descripción de las prescripciones usuales en las presas, declarar desde ahora cuál es el alcance de esta parte de esta tesis. No era mi intención internarme en un terreno tan extenso como es la teoria general de todos los tipos usuales de presas, pues al principio había dedicado todo mi interés a la segunda parte, que se refiere al caso concreto de las aguas de la quebrada de Piedras Blancas, y su almacenamiento con un embalse en la toma actual del acueducto. Después de terminada esta parte, el Presidente de Tesis, señor ingeniero Julián Cock, me dijo que convendría completar la tesis con el estudio general dicho. Al efecto me puse en la tarea de escribir tal teoría, pero vi que resultaba la tesis tan extensa que me pareció lo mejor limitar los estudios de los diversos tipos de presas a someras indicaciones sobre los métodos usados para calcularlas, y dar además la bibliografía necesaria de las obras donde se pueden encontrar los métodos y estudios completos.

De modo, pues, que en lo que sigue, no me propongo hacer un tratado sobre presas, sino hacer el recuento general de los estudios que se han hecho en este ramo, mas debo advertir que también como simple recuento resultará incompleto este trabajo, debido a la paupérrima literatura de consulta en esta materia de que se dispone en esta ciudad.

FINALIDAD DE LAS PRESAS

Desde la más remota antigüedad se ha visto el hombre en la necesidad de levantar presas en el curso de los ríos, y esto para obtener diversos fines: subir el nivel del agua hasta que ésta éntre en canales que cruzan tierras de labranza, que se desea fertilizar, como hacían los egipcios, o en acueductos destinados al abastecimiento de ciudades, como entre los romanos; formar grandes depósitos de reserva para almacenar el agua excedente en época de lluvias y compensar los déficits de las épocas secas, cuando se tiene una demanda uniforme, como en el abastecimiento de agua de una ciudad o para aprovechamientos hidroeléctricos con motores hidráulicos; regular el caudal de los ríos y prevenir los estragos producidos por las grandes avenidas; subir el nivel del agua en tramo largo de un río, y suprimir rápidos o cataratas, para hacer posible o mejorar la navegación aguas arriba de la presa.

DESCRIPCION DE LOS DIVERSOS TIPOS DE PRESAS.

IDEAS GENERALES SOBRE SU ELECCION

Las presas, en cuanto se refiere al material empleado en su construcción, pueden ser: de tierra, de escollera, de escollera y tierra, de hormigón, y metálicas. Esto en cuanto a presas permanentes, pues en presas temporales se ha empleado, y con buen resultado, la madera.

Omití en la enumeración las presas de adobe, pues aunque en los siglos pasados fue el material más empleado, y aún subsisten muchas en buen servicio, hoy ha sido descartado en los sistemas modernos de construcción.

En cuanto a la forma que adoptan, las presas pueden ser de cualquiera de los siguientes tipos:

Presa de gravedad, que es la que resiste el empuje horizontal del agua por la combinación de su peso propio con la componente vertical del empuje de la misma agua contra sus paredes.

Presa de gravedad aligerada, que en principio obra como la anterior pero se compone de una lámina metálica o de hormigón, que recibe el empuje del agua, y lo transmite a soportes o contrafuertes, en que se apoya, y mediante los cuales se asienta la obra en el terreno.

Presa de bóveda simple, que resiste el empuje del agua por la acción de arco apoyado en los estribos de las laderas, y además la acción de ménsula vertical empotrada en la roca.

Presa de bóveda múltiple, que puede reunirse con la de gravedad aligerada, pues consta de bóvedas pequeñas apoyadas en contrafuertes que se comportan como elementos de gravedad. Conviene advertir que aunque generalmente en estas presas las bóvedas trabajan comprimidas, no falta el caso de bóvedas metálicas que trabajan invertidas, y que van unidas a contrafuertes por uniones de tensión.

En el número de «Ingeniería Internacional» correspondiente a febrero de 1934 se describen ejemplos de este tipo de presa.

Presas cúpulas, que adoptan la forma de secciones de cúpulas partidas por planos aproximadamente axiales, y que miran con su convexidad aguas arriba. Talvez el único ejemplo notable que existe es el de la presa Coolidge.

Además de las presas descritas existen muchas que son combinaciones de aquéllas, como algunas presas de bóveda, que por una extremidad, o ambas, terminan con un tramo de gravedad, que les sirve de aliviadero.

Sobre la elección del tipo conveniente, sólo se pueden dar indicaciones muy generales, pues esta elección la determinan una multitud de factores, como situación del sitio elegido, naturaleza y perfil de la roca de cimentación, variabilidad del caudal de la corriente, materiales de más fácil adquisición.

Por tanto sólo hablaré someramente de las condiciones que hacen preferible cada uno de los tipos enumerados de presas.

Cuando el sitio elegido queda cerca de un punto de aprovisionamiento de los diversos materiales integrantes del hormigón, probablemente lo indicado será construir la presa de este material. En cambio, si el punto está muy retirado de todo centro urbano o fábrica de cemento, y los transportes son caros, entonces debe preferirse tierra, escollera, o una combinación de las dos, según las condiciones de la región.

Cuando el material indicado, según lo dicho antes, sea el hormigón, y se trate de valle muy abierto, conviene el tipo de gravedad. En cambio, cuando en el mismo supuesto, el cauce de la corriente sea un cañón estrecho, y por añadidura tenga buena roca en ambas vertientes, es preferible una presa de bóveda.

La calidad del lecho y la profundidad de la superficie de la roca también es de gran interés en la elección. Si en el sitio puede fabricarse hormigón barato, pero la roca es muy profunda, y en el lugar hay abundancia de escollera, puede ser más económico una presa de este material, pues en estas no hay que cimentar en la roca viva, y basta arreglar un poco la superficie de asiento de la presa.

Cuando se dispone de buena roca de cimentación, pero el valle es muy abierto puede convenir el tipo de bóvedas múltiples, a menos que en la regiòn sean muy terribles y frecuentes los terremotos, caso en que es de preferir un tipo pesado, como es el de gravedad.

También tiene importancia la variabilidad del caudal, pues si ésta es muy grande, y las demás condiciones indican una presa de gravedad, y por añadidura es difícil dar suficiente paso a las grandes avenidas por aliviaderos construídos en las orillas, lo más conveniente es el tipo de presa-aliviadero, es decir una de gravedad en que el agua vierte por sobre la coronación.

Como se ve, la elección del tipo adecuado depende de muchos factores, y es inoficioso insistir más en este punto, pues sólo una larga práctica podrá capacitar al ingeniero para decidir este punto con seguridad de acertar.

PRESAS DE TIERRA

Aunque se puede intentar un cálculo aproximado de una presa de tierra (véase por ejemplo: «Saltos de agua y Presas de embalse», de Gómez Navarro, pág. 647), se quedan tántos factores sin considerar en un cálculo de esa clase que lo mejor es atenerse uno a las enseñanzas de la experiencia, y dar a esta clase de presas perfiles que reproduzcan aproximadamente los encontrados estables en la práctica.

Talvez lo único que puede hacerse resaltar en presas de esta naturaleza, es que por costoso que parezca su realización, no debe permitirse en ningún caso que el agua de las avenidas excepcionales vierta por sobre la presa, pues aunque ésta se hubiera hecho con escrúpulo y con buen pavimento, si tal sucede, ahí principia su ruina. El aliviadero debe ser, pues, para este tipo de presas, lo mismo que las de escollera y su combinación con tierra, calculados y construídos con amplio margen de seguridad.

En estas presas se conocen varios tipos distintos, que provienen de diversos países donde se conocen estas construcciones desde muy antiguo.

Estas presas tienen siempre taludes suaves, cuyos valores varían según los países, y que llevan, especialmente en el paramento de aguas arriba un pavimento protector, que puede ser piedra muy bien arreglada, hormigón sencillo o armado, o escollera con una capa de hormigón, y encima una película impermeable, como asfalto, o tela asfaltada.

En las presas de tierra podemos distinguir algunos tipos, que varían en ciertas características.

PRESAS DE TIPO INDIO

En general están formadas por un macizo hormiguero de tierra que tiene un talud aguas arriba comprendido entre 2,5 a 1 y 3 a 1, y aguas abajo entre 1 a 1 y 1,5 a 1.

Estas presas tienen que soportar una filtración al través de su masa, que en algunas es de mucha consideración, ya sea porque en los países donde se han usado, el clima o la calidad de los materiales no ha permitido lograr la impermeabilidad suficiente, o porque la zanja con que se prolonga en algunas el cuerpo de la presa, no baja lo suficiente hasta encontrar un estrato impermeable, y filtra por debajo de la zanja.

Estrictamente hablando, la típica presa india no tiene zanja en la base. Por tanto en ellas la principal razón de filtración es la primera. Sinembargo, se han construído presas de tipo indio, en que se ha arreglado la base, abriendo una zanja hasta un estrato impermeable y se ha rellenado con tierra arcillosa, mampostería u hormigón.

El ancho de la coronación debe ser grande: P. M. Parker, en su obra «Control of Water» exige como mínimo para presas de alguna consideración 4,20 mts.

La práctica inglesa tiende a emplear siempre la zanja o trinchera para unir a la presa con un estrato impermeable.

También se mejoran las condiciones de la presa, especialmente en cuanto se evita la tendencia al deslizamiento, abriendo una zanja en el pie aguas abajo de la presa, y formando en ella un talón fuerte y pesado.

Este tipo de presas ha soportado en la India las más duras pruebas. Por eso dice con sobrada razón Parker en su obra citada: "Tengo plena confianza en que en lo futuro se hará uso cada vez más extenso en los demás países de la presa india; porque si hubiera algún ingeniero que tuviera que habérselas con condiciones climatéricas peores que las de la India, y avenidas más intensas que las que se ven en aquél país, ese ingeniero podría considerarse el más desventurado."

Para el buen éxito la condición más indispensable es la elección del material de que pueda construirse la presa. Este ha de ser una mezcla de arena y arcilla en la proporción justa para que la arcilla llene justamente los huecos de la arena. Esta proporción debe buscarse experimentalmente viendo que quede impermeable, y que al secarse completamente no se agriete.

PRESAS DE TIPO FRANCES

El principal distintivo de estas presas es el revestimiento del paramento de aguas arriba, que es escalonado, y construído de mampostería o de hormigón. El talud medio del paramento es de 3 horizontales por 2 verticales. Las contrahuellas tienen generalmente una inclinación de 1 por 1. Este paramento se prolonga por un rastrillo que se hunde hasta buscar suelo sólido e impermeable. La pendiente del paramento de aguas abajo, también es escalonada, pero en éste no hay revestimiento, y las huellas y contrahuellas son mucho más anchas que en el otro paramento.

El material, que puede ser tierra o una mezcla de arcilla y arena, debe apisonarse intensamente.

Este tipo suele emplearse sólo para alturas relativamente pequeñas.

PRESAS DE TIPO INGLES

En estas presas se encomienda la impermeabilidad a un núcleo impermeable que se hunde hasta buscar suelo firme. Este núcleo puede estar formado por arcilla, o mejor por una mezcla de arena y arcilla. También se construyen últimamente de mampostería o de hormigón armado.

Esta pantalla debe hundirse de 0,60 mts. a 1,20 mts. entre terreno impermeable, y el ancho de la zanja, o trinchera varía en proporción con la profundidad, a partir de unos 1,5 mts. que debe tener como mínimo en el fondo. Cuando el núcleo se hace de un material muy rígido, como hormigón, puede calcularse la sección necesaria estableciendo las condiciones de equilibrio entre la parte aguas arriba, cuyo ángulo de reposo es el que corresponde a materiales muy húmedos, y el anterior. En muchos casos de presas se ha colocado al lado de este muro de arcilla otros dos llenos de material escogido, pero no impermeable. Los taludes pueden ser aproximadamente los mismos que se emplean en el tipo indio, es decir 3 por 1 en el paramento aguas arriba, y 2 por 1 en el de aguas abajo. Estas cifras son solamente aproximadas.

En este tipo de presas es digno de mencionarse un tipo de presa de pantalla inspeccionable. Consiste ésta en dos paredes delgadas de hormigón armado, separadas entre sí unos pocos pies, y de las cuales la de aguas arriba debe profundizarse hasta buscar impermeabilidad. A intervalos pequeños se desprenden de la pared doble y al nivel del suelo. tuberías de desagüe que van hasta el exterior, en la parte de aguas abajo. Las dos paredes están unidas de distintos niveles por tabiques horizontales, que tienen agujeros, de modo que una persona puede descender por ellos hasta el propio fondo de la presa.

Esta disposición tiene la ventaja de que en ella se pueden remediar las fugas que resulten, y el agua que a pesar de todo logra pasar al través de la pared de aguas arriba sale por los colectores.

Presas de tierra sedimentada. Cuando la tierra disponible para la presa está situada a alguna distancia aguas arriba, puede ser llevada al punto de la presa en suspensión en el agua por medio de canales que pueden ser de madera, y de la pendiente apropiada y depositada entre formaletas o muros que demarquen los paramentos formados, dejando aberturas o vertederos por donde vierte el agua, que forma una charca en el centro de la presa. Estas barreras o formaletas pueden construirse económicamente de madera.

Esta sedimentación es muy completa, pero para lograr una buena obra hay que vigilar muchos detalles, como es el tamaño de las partículas depositadas, pues si son muy grandes se pierde impermeabilidad, y si son excesivamente pequeñas retienen la humedad mucho tiempo, lo que hace que la obra permanezca en estado plástico mucho tiempo, con perjuicio de la estabilidad.

Una disposición muy conveniente en las presas de este material es construir la parte de aguas abajo de escollera y la de aguas arriba de tierra sedimentada hidráulicamente.

PRESAS MODERNAS DE TIERRA

Este tipo de presas se ha extendido mucho en los últimos tiempos; y merecen especial mención las grandes presas de tierra que se han terminado últimamente en los Estados Unidos. Por ejemplo: llama la atención una presa en el cañón de Bouquet, para el abastecimiento de Los Angeles. La altura de la presa sobre el río es de 56,40 mts., y sobre la roca de cimentación de 67,40 mts. El ancho en la base es de 366 mts.

La presa se construyó por zonas de materiales cuya impermeabilidad aumenta desde el paramento de aguas abajo, en que es de escollera, hasta el de aguas arriba, que está constituído por material impermeable de alta calidad. Además de esto, en el paramento de aguas arriba hay una pantalla de hormigón armado, de grueso que varía desde 15 cms., en la parte superior hasta 30 cms., en el pié de la presa, donde se une al rastrillo que se hunde en el terreno hasta buscar la roca viva.

Considero de interés citar una publicación hecha en «Proceedings» de la ASCE por Harry H. Hatch en abril de 1932, en que describe todos los ensayos que se efectuaban continuamente en la construcción de la presa de

Cobble Mountain, de sedimentación hidráulica. Estos ensayos se referían a la gravedad específica del material, resistencia a la penetración, tamaños de partículas hecho por cribas, decantación y otros métodos, proporción de materia orgánica, coeficiente de fricción, filtración; y se dan teorías muy interesantes de métodos empleados. Este estudio es muy valioso, y marca un paso muy grande en estas materias.

PRESAS DE ESCOLLERA

Estas presas están formadas por un núcleo estabilizador de escollera y una pantalla impermeabilizadora.

En nuestras latitudes, la presa de escollera está indicada para los casos en que no se disponga de buena tierra para fabricar uno de los tipos descritos anteriormente, y no convenga una presa de mampostería, sea porque la roca firme está muy profunda, o aunque esté superficial sea muy agrietada, lo que produciría una fuerte subpresión, con el consiguiente aumento del peso necesario de la presa, o en fin, cuando los materiales necesarios para fabricar hormigón resulten muy costosos en el sitio elegido para la presa.

Como en esta clase de presas falta la cohesión de las de hormigón, es muy difícil someter a un cálculo exacto el perfil requerido. Sin embargo puede establecerse la condición de que a embalse vacío y lleno, la resultante de todas las fuerzas actuantes pase por el centro de la base para lograr en cuanto se pueda, uniformidad en la presa sobre la cimentación. Naturalmente, la condición a embalse vacío se cumple con sólo hacer el perfil de un triángulo isósceles.

Para la condición a embalse lleno, llamemos θ el ángulo que cada paramento va a hacer con la vertical, e igualemos los momentos a cero. Las fuerzas que actúan son: en un sentido, componente horizontal de la presión del agua H aplicada a una altura H a partir de la base, siendo H la altura; en sentido contrario están: peso de la presa $H^2 \gamma \operatorname{tg}\theta$, en que γ es la densidad del material, que pasa por el centro; y componente vertical de la presión del agua $\frac{H^2}{2}$ tgθ, aplicada en una vertical que pasa a $\frac{2\ H}{3}$ tgθ del centro de la base.

Se tiene pues:

$$\frac{H^2}{2} \times \frac{H}{3} = \frac{H^2}{2}\, \mathrm{tg}\theta \times \frac{2\ H}{3}\, \mathrm{tg}\theta$$

(pues el momento del peso es nulo). De esta ecuación se obtiene:

$$\mathrm{tg}^2\,\theta = \frac{1}{2},\ \text{ó}\ \mathrm{tg}\,\theta = \sqrt{\frac{1}{2}} \therefore \theta = 35^{\circ}$$

Esto en cuanto al volcamiento. En cuanto al deslizamiento, a embalse lleno, se opone al movimiento la fricción engendrada por el peso y la componente vertical de la presión del agua. Esto debe ser mayor que la componente horizontal.

Se tiene pues:

$$\frac{H^2}{2} < \mathrm{f.}\,(H^2 \gamma\, \mathrm{tg}\,\theta + \frac{H^2}{2}\, \mathrm{tg}\,\theta),$$

en que f es el coeficiente de fricción.

Se tiene $\frac{1}{f} < (2\gamma + 1)\, \mathrm{tg}\,\theta.$

En estas ecuaciones se ha supuesto un perfil triangular, lo que no conviene en la práctica por la necesidad que hay de darle un ancho considerable a la coronación, a fin de que resista la acción erosiva de la lluvia, viento, etc. Flinn, Weston y Rogert exigen en su obra «Waterworks Handbook» un ancho mínimo de 3 mts., para la coronación de presas de escollera.

En cuanto a los taludes, que según el análisis anterior de volcamiento, y usando valores medios de densidad y fricción para la seguridad al deslizamiento, podrían ser de 1,5 verticales por 1 horizontal (cotg de 35°=1,48), la práctica recomienda valores menores, para la inclinación, especialmente en el paramento de aguas abajo. Aquí conviene advertir que en las presas de escollera, las pendientes crecen en sentido inverso al de las de tierra. Es decir que si en las de tierra la mayor pendiente se encuentra aguas abajo, en las de escollera está en el de aguas arriba. Esto depende que en las de tierra, sobre todo si tiene el núcleo impermeable interior, la parte de aguas arriba se impregna de agua, y en estas condiciones el talud natural de la tierra es muy inferior al de la tierra seca, que es prácticamente el estado de la parte aguas abajo de la presa.

En cambio la escollera, sobre todo si es arreglada a mano, aunque esté húmeda tolera taludes muy pronunciados. De modo que en éstas conviene hacer más pendiente el paramento aguas arriba que el de aguas abajo, para que la resultante de las fuerzas a embalse lleno pase por el centro de la base.

Los autores citados dicen en su obra que el talud aguas arriba puede ser de 1 vertical por ½ horizontal, mientras que el de aguas abajo debe ser de 1 por 1 o aún de 1 por 1½. Esto siempre que la parte de aguas arriba sea muy bien colocada a mano. El resto sí puede ser a piedra vertida.

En esta recomendación se nota tendencia a la economía, pues en las primeras presas construídas en los Estados Unidos se hacía alarde de gran prudencia. De esta prudencia puede ser ejemplo la presa de Río Grande, de 30,50 mts., sobre el lecho del río y que es una combinación de tierra arcillosa y escollera, con una base de 165 mts., en que la mera zona de escollera es suficiente para cumplir las condiciones de los autores antes citados, y podría por tanto haberse dejado con sólo aplicarle la pantalla impermeable. No obstante esto, esta presa tiene aguas arriba una parte de tierra arcillosa que ocupa un volumen mayor que la escollera. Por lo demás, no he podido encontrar referencias sino de una presa en los Estados Unidos, en que se hubieran usado pendientes que se acercan a las autorizadas por Flinn, Weston y Rodger, y es la presa de Escondido, que tiene un paramento aguas arriba de 1½ verticales por 1 horizontal. En el de aguas abajo la parte inferior es de 1 vertical por 1 horizontal, y la superior de 1 por 1. La altura de la presa sobre el lecho del río es de 24,10 mts.

En Europa son más comunes las pendientes fuertes en presas de escollera, especialmente en Italia, donde puede destacarse la del alto Belice en Sicilia. La altura es de 35,50 mts., sobre cimientos. El paramento de aguas arriba tiene un talud de 1,36 mts. verticales por 1 horizontal. El de aguas abajo tiene en las partes inclinadas un talud muy poco menor que el anterior, pero tiene intercaladas tres banquetas horizontales, cada una de 1 mt. de ancha.

Pero también conviene citar las precauciones extremas con que se compensó el atrevimiento de este proyecto. Pueden verse las principales características de esta presa en el libro «Saltos de agua y presas de embalse».

PRESAS DE MAMPOSTERIA

Las presas de mampostería se construyen de los siguientes tipos: de gravedad, de bóvedas y de cúpulas, y diversas combinaciones de estos tipos.

Antes de exponer el cálculo de las presas de mampostería, debo advertir que no me propongo hacerlo en forma completa, pues esto sería demasiado largo, pues son muchas y complejas las teorías. Sólo daré bosquejos e indicaciones bibliográficas para que el lector pueda encontrar en obras especiales el detalle completo del asunto.

PRESAS DE GRAVEDAD

Ya se dijo que son estas las en que se resiste el empuje horizontal del agua con la componente vertical de la misma agua y el peso de la mampostería.

El cálculo de las presas de gravedad es uno de los problemas de ingeniería más estudiados, especialmente en los últimos tiempos.

Al principio se estudiaba el problema de manera muy simple, considerando sólo el agua y el peso de la mampostería, pero luégo, a costa de muchas desgracias, se fueron conociendo detalles que antes ni se tenían en cuenta, como la subpresión.

Ya parece que hoy ha logrado situarse el problema en terreno firme, y puede asegurarse que no se ha dado el caso de ruina de ninguna presa calculada y construída de acuerdo con las doctrinas como están hoy.

Sin embargo, es natural suponer que tadavía se ignoren muchos detalles en esta materia, y que pasará mucho tiempo antes de conseguir el perfil ideal.

Antes de indicar los diversos métodos de análisis de las presas de gravedad, conviene enumerar siquiera las fuerzas que actúan en una presa e intervienen en su equilibrio.

Presión del agua. Lo único que necesita advertirse es la diferencia de condiciones de las presas según el agua pueda o no derramar por encima de su coronación. La presión del agua actúa no sólo sobre los paramentos sino en la base de la presa o en una junta horizontal. Esta última manera de obrar de abajo hacia arriba es lo que constituye la subpresión, que en los cálculos se considera variar linealmente desde cero, en el paramento de aguas abajo, hasta una fracción de la presión total del agua, en el de aguas arriba.

En la determinación de esta fracción hay que tener en cuenta la naturaleza del terreno, y en caso de estar agrietada la roca, la dirección de estas grietas.

PESO DE LA PRESA

Reacción de la fundación. Su valor total puede calcularse muy exactamente. Lo que es dudoso es la dirtribución en la cimentación. En los cálculos se supone que varía linealmente de un paramento a otro, y esto ha sido justificado por estudios teóricos de varios autores, aunque la distinta compresibilidad de la fundación puede alterar esta distribución.

Presión atmosférica. De interés en el estudio de la presa aliviadero, para la correcta disposición de la lámina.

Presión de oleaje. Esta presión generalmente no se tiene en cuenta. Cuando en los cálculos quiera incluirse la altura probable de ola máxima, sirve la fórmula de Stevenson:

$$h = 0{,}36 \sqrt{F} + (0{,}76 - 0{,}27 \sqrt[4]{F})$$

en que h es dicha altura, en metros; F es la longitud máxima del embalse en línea recta, medida en kms.

Fuera de estas fuerzas, recientemente han empezado a tener en cuenta en el proyecto de presa, los posibles esfuerzos provenientes de movimientos sísmicos.

Con esta rápida enumeración de las fuerzas, podemos entrar en los métodos de análisis.

ANALISIS POR HILADAS HORIZONTALES

Se emplea en cualquier forma de presa, pues se reduce en esencia a investigar si la parte de presa que descansa sobre un plano horizontal trazado por cualquier altura puede o no fallar por una de las dos maneras principales en que puede hacerlo una presa de gravedad; deslizamiento sobre el plano considerado, y volcamiento sobre el borde de este corte ideal, del lado de aguas abajo.

Fundado en la condición de falta de tensiones y estabilidad al volcamiento, trae Parker en «Control of Water» un método analítico para determinar el perfil de una presa de gravedad.

Aunque este método, indicado por Kreuter, tiene el mérito de ser un laudable esfuerzo por someter a un análisis exacto las presas de gravedad de ambos tipos, es tan laborioso que no parece de utilidad práctica. Por tanto, aunque pensaba exponerlo a grandes rasgos, me limito a dar la anterior información bibliográfica para quien quiera estudiarlo.

Más práctico es el terreno donde se sitúa Creager en «Masonry dams» y trataré de hacer un resumen de su estudio.

Para exponer el cálculo, busca las ecuaciones que expresen las diversas reglas de estabilidad, antes expuestas, distinguiendo dos clases de ecuaciones; ecuaciones de determinación, con las cuales establece la longitud y posición de la base inferior de cada faja, valiéndose de la inmediatamente superior, teniendo cuidado de cumplir determinada regla; y ecuaciones de investigación, con las cuales se examina una faja dada en longitud y posición, para ver si cumple determinada regla. Con esto, veamos el proceso de cálculo de las presas de coronación rectangular, que son las de vertedero separado.

Ante todo debe saberse que la condición predominante para el cálculo de una faja varía con la posición de ésta en la presa.

En las fajas superiores las condiciones gobernantes son las de volcamiento y deslizamiento.

Para establecer la de volcamiento se elige en la prolongación de la base de la faja, hacia el lado de aguas arriba, un centro de rotación para igualar momentos.

Sea Σ (W) la suma de las fuerzas verticales que actúan sobre la base considerada; Σ (Wx) la suma de los momentos de dichas fuerzas alrededor del centro elegido; Σ (P) la suma de las fuerzas horizontales que actúan sobre la parte de presa situada de la base considerada para arriba; Σ (Py) la suma de los momentos de estas fuerzas alrededor del centro escogido.

En lo que sigue, se distinguirá con el subíndice v las fuerzas que actúan en la presa a embalse vacío, y con el subíndice f las de embalse lleno. Llamando z la distancia del punto de aplicación de la resultante al punto de origen, se tiene:

$$\Sigma(Wx) + \Sigma(Py) = \Sigma(W)\,Z \therefore Z = \frac{\Sigma(Wx) + \Sigma(Py)}{\Sigma(W)}$$

Para atender la regla del tercio medio, esta distancia no debe ser mayor a embalse lleno, que 2/3 de la base considerada, más la distancia del origen al extremo aguas arriba de la base, que se llamará X. A embalse vacío, tal cantidad no debe ser menor que 1/3 de la base, L', más X.

Se tiene así las dos ecuaciones siguientes:

$$X + \frac{2\ L}{3} = \frac{\Sigma(Wx)_f + \Sigma(Py)_f}{\Sigma(W)_f}$$

$$X + \frac{L}{3} = \frac{\Sigma(Wx)_v + \Sigma(Py)_v\ \ v}{\Sigma(W)_v}$$

Estas ecuaciones sirven para la determinación de la faja, para lo cual es preciso hacer un tanteo. En esto ayuda el examen de los taludes generales de las fajas anteriores, y si se supone una base y se le aplican las ecuaciones anteriores, no habrá necesidad de más de una corrección, para ajustar la base.

En las fajas superiores es también muy importante atender al deslizamiento. Para esto, la tangente del ángulo de inclinación de la resultante debe ser menor que el coeficiente de fricción del material.

La tangente del ángulo de inclinación de la resultante es $\frac{\Sigma(P)}{\Sigma(W)}$, por lo cual esta condición se expresa $\frac{\Sigma(P)}{\Sigma(W)} = \frac{f}{K}$, en que K es el factor de seguridad, que no debe bajar de 2.

A medida que se va descendiendo en la presa, va haciéndose factor predominante la consideración de las fatigas de compresión.

En el cuerpo de la presa, en las fajas en que no halla juntas de construcción, no es necesario tener en cuenta la subpresión del agua, y basta establecer la condición de equilibrio entre el peso de la parte superior, la presión del agua y la reacción de la base de la faja.

La distribución de la presión en la base de la faja, es un problema que se ha discutido mucho y del cual se han dado soluciones aproximadas.

Se ha demostrado que en el perfil triangular la distribución de las presiones debe seguir una ley lineal.

En las presas comunes tal distribución no da errores considerables y es la ley que se emplea en los cálculos.

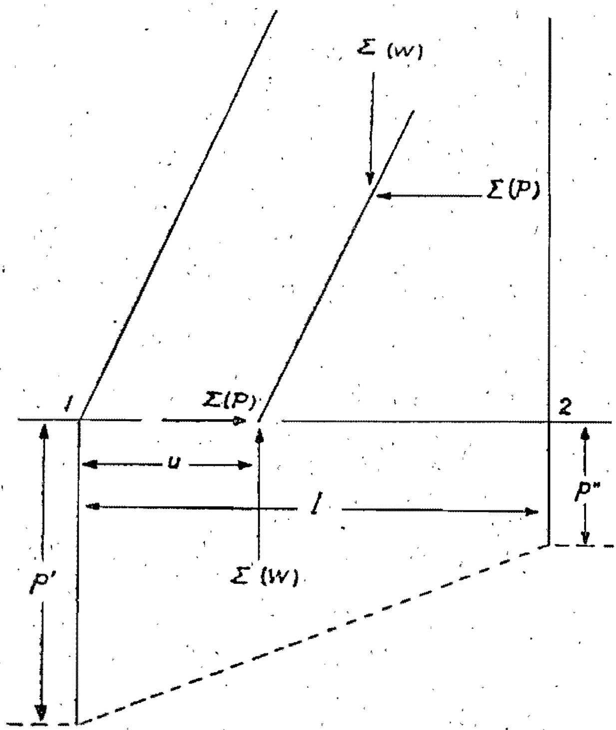
Admitido esto, busquemos los valores de las presiones unitarias verticales máxima y mínima en la base estudiada.

Tomando momentos alrededor del punto 2 de la figura, se tiene:

$$\Sigma(W)(L-u) = \frac{p'' L^2}{2} + (p' - p'')\frac{L^2}{3} = \frac{L^2}{6}(p'' + 2p')$$

Igualando fuerzas verticales se tiene:

$$\Sigma(W) = \frac{p' + p''}{2} \times L$$



Deduciendo de esta ecuación el valor de p", y reemplazando en la anterior resulta:

$$p' = \frac{2 \Sigma (W)}{L} \left(2 - \frac{3 u}{L} \right)$$

Si en lugar de reemplazar p" se reemplaza p', se tiene:

$$p'' = \frac{2 \Sigma (W)}{L} \left(\frac{3 u}{L} - 1 \right)$$

Si se quiere cumplir la condición del tercio medio, a embalse lleno, u valdrá $\frac{L}{3}$, y a embalse vacío, $\frac{2 L}{3}$, y se tendrá las siguientes ecuaciones:

$$P''_f = O; \; P'_f = \frac{2 \Sigma (W)_f}{L}$$

$$P''_v = \frac{2 \Sigma (W)_v}{L}; \; P'_v = O$$

Cuando en la junta sea preciso considerar la subpresión, me parece inexacto el procedimiento que indica Creager, que consiste en agregar a los valores anteriores, los de la subpresión en cada paramento, pues la subpresión altera la distribución de los esfuerzos en la presa, y es preciso analizarlo directamente, teniendo en cuenta esta subpresión desde el principio.

Si llamamos P el peso de la presa sobre la base estudiada, P la componente vertical del peso del agua, S el valor de la subpresión, se tendrá:

$$\Sigma (W) = P + P' - S$$

Si a es la distancia del extremo de aguas abajo de la base de la faja a la resultante de todas las fuerzas actuales, se tiene:

$$p' = \frac{\Sigma (W)}{L} \times \frac{4 L - 6 a}{L}; \; p'' = \frac{\Sigma (W)}{L} \times \frac{6 a - 2 L}{L}$$

Llamando a la distancia del extremo de aguas arriba a la resultante de P y P'; y a' la misma distancia para la resultante de la subpresión. Se tiene así:

$$p' = \frac{P + P'}{L} \times \frac{4 L - 6 a}{L} - \frac{S}{L} \times \frac{4 L - 6 a'}{L}$$

$$p'' = \frac{P + P'}{L} \times \frac{6 a - 2 L}{L} - \frac{S}{L} \times \frac{6 a - 2 L}{L}$$

Si, como es lo más general, se considera triangular la distribución de la subpresión, con un valor máximo igual a θ y, en que θ es un coeficiente menor que la unidad, se tiene:

$$a = \frac{2 L}{3}; \; S = \frac{\theta . y . L . \Delta}{2},$$

en que Δ es el peso específico del agua, y se deduce:

$$p' = \frac{P+P'}{L} \times \frac{4\ L-6\,a}{L}$$

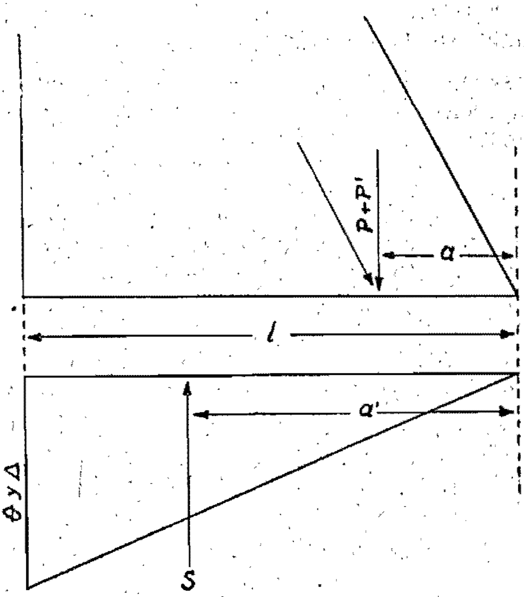
$$p'' = \frac{P+P'}{L} \times \frac{6\ a-2\ L}{L} - \frac{2\ S}{L} = \frac{P+P'}{L} \times \frac{6\ a-2\ L}{L} - \theta\,.\ y\,.\ \Delta$$

Para cumplir la ley del tercio medio, debe obtenerse como mínimo valor de p" el de cero, y se tiene así:

$$\frac{P+P'}{L} \times \left(\frac{6\ a}{L} - 2\right) = \theta.\,y.\,\Delta \;\therefore\; \frac{6\ a}{L} = \theta.\,y.\,\Delta \times \frac{L}{P+P'} + 2$$

$$p' = \frac{P+P'}{L} \times \left(2 - \frac{\theta\,.\,y\,.\,\Delta\,.\,L}{P+P'}\right) = \frac{2\,(P+P')}{L} - \theta\,.\,y\,.\,\Delta$$

Como antes de considerar subpresión se tenía: $P+P' = \Sigma\,(W)_f$, y se hallaba como máximo valor de la presión vertical: $p_f' = \dfrac{2\,\Sigma\,(W)_f}{L}$, resulta que si se considera subpresión, este valor disminuye precisamente en la medida de la máxima subpresión.



Pero estas presiones no son las máximas posibles, como se advirtió antes. Para obtener los valores de las máximas presiones no hay ecuación exacta.

Enger propone la siguiente: $p_i = p \sec^2 \phi$, en que ϕ es el ángulo que hace con la vertical el paramento considerado.

Bouvier propone la siguiente: $p_i = p \sec^2 \theta$, en que θ es el ángulo formado con la vertical por la resultante de las fuerzas.

En ambas ecuaciones p_i es la máxima presión unitaria, p es la máxima presión vertical, hallada por las reglas dadas antes.

Con esta presión se examina el material, y lo más seguro es ver cuál de las dos ecuaciones da mayor valor, y aceptar éste como definitivo.

Si el pié del paramento es muy inclinado, se comprende que pueden desarrollarse esfuerzos de flexión y cortantes en esta parte de la presa, debidos al empuje de la reacción en el extremo de la base, y sobre todo a asentamientos desiguales de la cimentación.

Creager trae varias condiciones que deben ser cumplidas por la inclinación del paramento en su pié, que tienen en cuenta el coeficiente de fricción del material de la presa.

Fuera de todas las condiciones antes citadas, recomienda Creager sumo cuidado al elegir el coeficiente de seguridad, y sobre todo que se parta de la base de que el factor no se refiera a la carga de rotura de los materiales, sino de su límite elástico, pues todas las teorías sobre estas estructuras parten del supuesto de que el conjunto se comporta como perfectamente elástico.

Además encarece, que al ejecutar la obra se ponga mucho cuidado en realizar escrupulosamente todas las hipótesis del cálculo.

METODO PIGEAUD. *Aplicable en presas triangulares.*

Puede verse la exposición completa en «Saltos de agua y presas de embalse», de Gómez Navarro.

El cálculo parte del supuesto que el agua sube hasta tocar el vértice del triángulo.

En este método no se consideran fajas separadas, sino que se trata todo el triángulo, pero en cambio no hay ecuaciones de determinación como en el anterior, sino de comprobación. Se suponen las tangentes de las inclinaciones de los paramentos, y luégo, subiendo el peso del material pueden deducirse las distintas fatigas. Este examen puede hacerse a cualquiera altura.

Para deducir las ecuacionen que sirven en el cálculo, se establecen las condiciones del equilibrio elástico en el cuerpo de la presa, considerado como un sólido isótropo.

Si llamamos N_1 y N_2 los esfuerzos normales (tensión o compresión, según el signo) horizontal y vertical, respectivamente, T es esfuerzo tangencial o cortante, y si γ es el peso específico del material, tales condiciones son:

$$\frac{d\,N_1}{d\,x} + \frac{d\,T}{d\,y} = O;$$

$$\frac{d\,N_2}{d\,y} + \frac{d\,T}{d\,x} - \gamma = O$$

$$\frac{d^2(N_1 + N_2)}{d\,x^2} + \frac{d^2(N_1 + N_2)}{d\,y^2} = O$$

Suponiendo luego para estos esfuerzos funciones lineales de las coordenadas, y aplicando las condiciones de los paramentos, se deduce el valor de los coeficientes que entran en la expresión de dichas funciones.

Llamando m la tangente de la inclinación, respecto de la vertical, del paramento de aguas arriba, n la misma tangente para el paramento de aguas abajo, Δ la densidad del agua, se obtiene para los esfuerzos los siguientes valores:

$$N_1 = a_1\,x + b_1\,y$$

$$N_2 = a_2\,x + b_2\,y$$

$$T = c\,x + d\,y$$

en que

$$a_1 = \frac{\gamma\, mn\,(m-n)}{(m+n)^2} - \frac{\Delta\, mn\,(2 - mn + m^2)}{(m+n)^3}$$

$$b_1 = \frac{2\,\gamma\, m^2 n^2}{(m+n)^2} + \frac{\Delta\, m^2\,(3\,n - 2\,mn^2 + m)}{(m+n)^3}$$

$$a_2 = -\frac{(m-n)\,\gamma}{(m+n)^2} + \frac{\Delta\,(2 - 3\,mn - n^2)}{(m+n)^3}$$

$$b_2 = \frac{\gamma\,(m^2 + n^2)}{(m+n)^2} - \frac{\Delta\,(m - n - 2\,m^2 n)}{(m+n)^3}$$

$$c = \gamma - b_2$$

$$d = {}' - d_1$$

Con estas ecuaciones pueden determinarse las fatigas en cualquier punto de la presa.

En el caso de embalse vacio, basta hacer $\Delta = O$.

Hallados estos esfuerzos, pueden determinarse, en magnitud y dirección, los máximos de cada punto.

El máximo esfuerzo normal vale:

$$F\,n = \frac{N_1 + N_2}{2} \pm \sqrt{\frac{(N_1 - N_2)^2}{4} + T^2}$$

La inclinación α_o de este esfuerzo respecto al eje de las x está dada por la siguiente ecuación:

$$\operatorname{tg} 2\,\alpha_o = \frac{2\,T}{N_1 - N_2},$$

que determina las dos direcciones principales.

El máximo esfuerzo cortante o tangencial está dado por la siguiente ecuación:

$$F_t = \sqrt{\frac{(N_1 - N_2)^2}{4} + T^2}$$

La inclinación α_1 de este esfuerzo, puede deducirse de la relación:

$$\operatorname{tg} 2\,\alpha_1 = \frac{N_2 - N_1}{2\,T}$$

Presas aliviaderos. El cálculo de presas aliviaderos no difiere del que se acaba de explicar sino en que el paramento de aguas abajo se determina de manera que no se perturbe la lámina vertiente cuando esté pasando aguas a la máxima rata supuesta.

Para determinar la forma de este paramento, se han hecho muchos experimentos para establecer la curva que adopta la superficie interior de la lámina vertiente. El paramento de la presa debe seguir muy estrechamente esta superficie, con el fín de no reducir la capacidad de descarga de la presa, ni dejar que se forme un vacío entre la presa y la lámina.

Como resultado de tales experimentos, ha logrado normalizarse una curva en los cálculos de presas aliviaderos, pero debe advertirse que de la curva presentada por Creager en su tratado, sólo una región, relativamente corta, es experimental, y el resto fué prolongado por el autor, basado en la teoría física del fenómeno, que por comparación con la que traen los textos elementales de física sobre el chorro de agua, se sabe que sigue una trayectoria parabólica.

La curva presenta diferencias notables, según que el paramento de aguas arriba sea vertical o inclinado.

En la fabricación de la presa conviene avanzar la línea de mampostería un poco más de lo indicado por la curva teórica para compensar cualquier diferencia que se presente entre las condiciones reales y las supuestas en el cálculo, pues bastan pequeñas irregularidades en la línea de la mampostería sobre todo en la coronación, para alterar notablemente la trayectoria de la lámina.

Creager trae tabuladas en su obra las coordenadas de las curvas de ambas caras de la lámina, en los casos de paramento de aguas arriba vertical e inclinado 45°.

Creager da sus tablas de coordenadas en pies para un pié de carga hidrostática sobre la coronación, pero es interesante ver que sirven para culquier sistema de unidades, sin cambiar las cifras tabuladas. Esto por ser la trayectoria una parábola y tener las parábolas la propiedad de ser todas semejantes.

También puede mostrarse esto directamente con facilidad.

En efecto: la ecuación del punto de velocidad media puede deducirse así:

A partir del punto en que la trayectoria del filete medio empieza a descender, el punto ha descendido al cabo del tiempo t una longitud $X = \frac{t^2 g}{2}$, (1) en que g es la gravedad.

En el mismo tiempo ha avanzado horizontalmente una cantidad $y = V_o t$, pues en este sentido la velocidad puede suponerse constante $\therefore y^2 = V_o^2 t^2$ (2).

Igualando los valores de t en (1) y (2), se tiene:

$$y^2 = \frac{2 . V_o^2 . x}{g},$$

que es la ecuación de una parábola, como se había dicho.

Pero se tiene también que la velocidad V_o y la altura H están ligadas por la relación:

$$V_o = K \sqrt{2 g . H} = K' \sqrt{H} \therefore V_o^2 = K'^2 H$$

Reemplazando el valor de V_o^2 en la ecuación del filete, se obtiene:

$$y^2 = \frac{2 K'^2}{g} \times x H$$

Se ve por esta ecuación que si se aumenta H n veces basta para conservar la igualdad aumentar en la misma proporción x é y, sin que se altere el coeficiente $\frac{2\ K'^2}{g}$.

De modo que si en vez de tener una carga $H = 1$, se tiene otra distinta, basta multiplicar por ella todos los números de la tabla, pero la unidad puede ser cualquiera, con tal que en ella se expresen las coordenadas.

En cuanto a la altura H debe elegirse de manera que no sea sobrepasada en caso de una gran avenida en la corriente.

Capacidad de descarga. Para ver si la anterior altura H es suficiente, se emplea la fórmula de Francis:

$$Q = C \cdot L_n \times \left[(H_c + H_v)^{3/2} - H^{3/2} \right]$$

en que Q es el caudal en M. C. por segundo.

H_c = altura sobre la cresta, medida un poco aguas arriba para corregir la curvatura en la superficie del agua.

H_v = altura correspondiente a la velocidad de llegada del agua a la presa, $= \frac{V^2}{2\ g}$

C = coeficiente que depende de la forma de la cresta, y de la altura H_c.

L_n = ancho neto a longitud de cresta, fuera de estribos y columnas, teniendo cuidado, al rebajar de la longitud el espesor de las columnas, de rebajar también la contracción que se forma en las aristas de columnas o estribos. Cuando la contracción es completa en una arista, puede suponerse = 0,1 H_c. Cuando la columna se dispone especialmente redondeada en las aristas, la contracción puede mermar hasta 0,04 H_c.

En cuanto al coeficiente C, Creager da para medidas en pies, el valor de 3,94.

Para reducirlo a unidades métricas, tomemos las ecuaciones:

$$Q = C \, . \, L_n \, . \left[(H_c + H_v)^{3/2} - H^{3/2} \right] \quad (1),$$

en que está dado todo en pies.

Llamamos K el factor cuando se expresa todo en metros, y p la relación del pie al metro. Las cantidades ligadas por la constante serían:

$$Q \, p^3 \text{ y } L_n \, . \left[(H_c + H_v)^{3/2} - H^{3/2} \right] . \, p^{5/2}, \text{ y se tendría:}$$

$$Q \, p^3 = K \, L_n \left[(H_c + H_v)^{3/2} - H^{3/2} \right] . \, p^{5/2} = \frac{Q}{C} \, p^{5/2} ;$$

$$\left\{ \text{por } (1) \right\} \therefore K = \frac{C \, p^3}{p^{5/2}} = C . \sqrt{p}$$

$$p = 0{,}305 \therefore K = 3{,}94 \, . \sqrt{0{,}305} = \underline{2{,}17}$$

Este es, pues, el coeficiente para el sistema métrico.

Deflexión del agua al pié de la presa. Aunque antes se vió que la forma de la presa debía seguir la de la lámina vertiente, esto no debe continuar hasta el pié de la presa, pues ahí daría el agua un golpe demasiado fuerte, a menos que la presa fuera de poca altura, golpe que produciría una intensa erosión del material en que se asienta la presa.

Para corregir ésto se desvía la lámina paulatinamente aguas abajo, curvando el paramento hasta aproximarlo a la horizontal en su parte inferior.

La curva que se da al paramento para obtener este cambio de dirección, es generalmente circular. El radio de este círculo, como puede apreciarse a pirori, depende de la altura de la presa y de la altura del agua sobre la cresta.

En la obra de Creager puede verse un ábaco que relaciona estas variables, según lo sancionado por la experiencia.

En el cálculo de las presas bóvedas se han hecho últimamente grandes progresos, y ya hoy se ha situado la cuestión en un terreno muy seguro al establecer una fiscalización de los resultados por medio de ensayos hechos en modelos reducidos, y aplicando métodos rigurosos de examen, entre los cuales merece destacarse el fotoelástico.

Las primeras presas bóvedas fueron calculadas empleando la conocida fórmula de tubos delgados, $p = \frac{H\,r}{t}$, en que p es presión unitaria en el material, en toneladas por m^2, H altura del agua en metros, r, radio medio de la sección horizontal del tubo, y t, espesor de éste en mts.

Después se ha visto que esta fórmula es inadecuada para representar los esfuerzos en el material, pues hay muchas causas que intervienen para alterar la compresión uniforme que se supone en el establecimiento de la fórmula anterior, como son: la acción de ménsula, que ejerce una sección de la presa comprendida entre dos planos verticales radiales, empotrada en la roca de cimentación; el empotramiento de cada elemento de bóveda en los muros de los lados, torsión producida en cada bóveda elemental producida por la diferente rigidez de las inmediatamente vecinas, a causa de la distinta longitud; contracciones debidas a la temperatura, etc.

Parker en su obra da algunas correcciones para introducir en la fórmula de tubos, que atienden al grueso y a la presión vertical debido al peso de la presa.

La del grueso se expone así:

$$p' = p \times \frac{2\,r_s}{r_s + r_a},$$

en que p' es la presión unitaria corregida, p la calculada por la fórmula de tubos, r_s, el radio del paramento de aguas arriba y r_a el del paramento de aguas abajo.

La corrección por presión vertical es:

$$\Delta\, p = \frac{\rho' - 1}{3\ W}\left(1 + \frac{r_s}{r_s + r_a}\right) \times p$$

en que Δ p es el incremento que se debe agregar a la presión, ρ es la densidad del material, $\frac{1}{W}$ la relación de Poisson, que para hormigón varia de 0,16 a 0,22.

El valor del espesor deducido de las fórmulas anteriores no es definitivo y debe ser examinado por métodos de cálculo más rigurosos.

Al efecto transcribe Parker un método de aplicación sumamente laborioso propuesto por Vischer y Wagoner, cuyo proceso es el siguiente: Se divide la presa en su parte más elevada en un número cualquiera, m, de partes iguales; cada una de espesor a, por planos horizontales.

Como la presa ya está aproximadamente determinada por las fórmulas indicadas, se puede saber de cada sección la longitud y el espesor. Se supone que de la presión del agua en una faja considerada, una proporción $Pn—Xn$ es resistida por la acción de arco. $Pn—Xn$ es la presión resistida por el enésimo arco parcial, a contar de la coronación.

Esta presión $Pn—Xn$ se considera constante en el arco, y radial en cada punto.

Con estos datos, por las teorías elásticas, se averigua la deflexión radial en el centro de este arco.

Luégo se considera una ménsula vertical empotrada en la roca de fundación de la unidad de ancha, y comprendida por dos planos paralelos que sin mucho error pueden suponerse normales al eje de cada arco seccional. Esta ménsula está cargada por las fracciones de presión que dejó sin atender la acción de arco, es decir, las cargas X_1, X_2, X_3, Xm, y están aplicadas a distancias de la base iguales a ma, (m—1)a, (m—2)a····, a.

En estas condiciones, y conociendo en cada punto las cargas aplicadas, se puede averiguar la deflexión radial en cada punto.

Luégo se igualan estas deflexiones y las calculadas con los arcos, pero como en las deflexiones de las ménsulas entran las cargas X, se dispone de una serie de ecuaciones para calcular X_1, X_2, X_3,·······

Este método a más de muy laborioso, no está libre de crítica, pues supone que las presiones $Pn—Xn$, son constantes a lo largo de todo el arco enésimo, y esto no puede aceptarse, por el razonamiento que haré en seguida. Se acepta que dos miembros resistentes se distribuyen una carga determinada en proporción a sus respectivas rigideces. Para resolver esta cuestión se hace una distribución cualquiera de la carga, asignándole a cada miembro una parte de ella. Se calcula luégo la posición de cada punto común a los dos miembros; después de que estos miembros se han deformado a causa del esfuerzo. La distribución supuesta será correcta si todos los puntos comunes tienen posiciones concordantes en los miembros. Si los puntos no coinciden habrá que variar la distribución.

En el método anterior, en un arco elemental, la carga total es constante, se supone constante la carga de arco, y sobre esa base se calculan las deflexiones y se igualan en el punto central. Pero no se hace ninguna referencia a las ménsulas laterales. Si se calculan las deflexiones radiales, darían estas últimas resultados distintos. Para igualarlos habría que variar la distribución, pero esto afectaría la deflexión de cada miembro en el centro. Sin necesidad de cálculo, se comprende que la acción de ménsula debe aumentar del centro hacia los estribos, donde van haciéndose más cortas las ménsulas, y por consiguiente más rígidas.

Además, el valor citado por Parker de la flexión radial en la clave de un arco cargado radial y uniformemente, no es correcto, pues como puede verse en el estudio de William Cain, tal deflexión, si se desprecia el esfuerzo cortante vale:

$$\frac{p\ r^2}{E\ t} \times \frac{(\phi_1 - \text{sen}\ \phi_1) \quad (1 - \cos\ \phi_1)}{(\phi_1 + ½\ \text{sen}\ 2\ \phi_1) - \dfrac{1 - \cos\ \phi_1}{\phi_1 \left(1 + \dfrac{K^2}{r^2}\right)}}$$

Si se quiere tener en cuenta en el cálculo el esfuerzo cortante, la expresión es mucho más complicada.

Estos inconvenientes están evitados en parte en el más riguroso

METODO DE STUCKY

En esencia, este método no difiere del anterior sino en que estudia varias secciones fuera de la central, y en que la repartición de la carga no se supone constante sino que se entra a determinarla.

Para hacer el método práctico, pues, se comprende la tremenda complicación que entrañaría el estudio completo de régimen elástico de una estructura tan indeterminada como una presa de bóveda, se hacen algunas simplificaciones, como omitir en los cálculos la consideración de la flexión de las ménsulas en el sentido de la tangente del arco, cosa justificada en las presas de bóveda de relación $\frac{L}{h}$ no muy grande. (L es longitud de la cuerda máxima, y h altura máxima).

Para aplicar este método, se escogen tantas secciones como se crea necesario, secciones de la unidad de anchas, y un número también conveniente de secciones horizontales o arcos elementales, de un ancho igual a la unidad.

Los arcos encuentran una ménsula, o mejor la cruzan, en puntos a, b, c, d, e, etc., a partir de la coronación. Se supone que en esos puntos existen los empujes p_a, p_b, p_c,...etc.

Valiéndose de las ecuaciones de elasticidad, se puede determinar la flexión horizontal en cada punto de la ménsula, debido a una carga unidad aplicada en diversos puntos. Estas flexiones valdrán para el punto a: δaa, δab, δac, δad,.......etc., cuando la carga = 1 se aplique en a, b, c, d, e, etc.

Semejantes serán estas deflexiones para los demás puntos.

La flexión total en el punto a será igual a la suma de las flexiones unitarias anteriores multiplicadas por las cargas de cada punto correspondiente.

Llamando $\delta a\mathrm{R}$ la flexión en el punto a debida a la acción de arco, debe tenerse:

$$\delta aa.p_a + \delta ab.p_b + \delta ac.p_c + \delta ad.p_d + \delta ae.p_e \dots + \delta an.p_n = \delta a\mathrm{R}$$

Para los demás puntos se tendrán ecuaciones semejantes, lo mismo que en las demás secciones verticales o ménsulas.

Para el cálculo de $\delta a\mathrm{R}$ se estudia el arco elástico fundado en la teoría de los pesos elásticos, de la cual se deducen expresiones para el momento flectante, fuerza tangencial y cortante, en cualquier parte del arco, y con estos se obtienen las deformaciones en cada punto.

Luégo continúa el proceso fundado en los mismos principios que el de Vischer y Wagoner, es decir que tiene una serie de ecuaciones en función de p_a, p_b, p_c, de las cuales se pueden deducir estos valores.

Luégo se obtienen valores de deformaciones correspondientes a cambios de temperatura, que, como se sabe, corresponden a compresiones o tensiones en el sentido del arco, es decir a cargas que en su proceso puedèn manejarse como las cargas exteriores.

METODO DE CAIN

W. Cain estudia el arco puro, desentendiéndose por entero de la acción de ménsula, para lo cual sí es válida una repartición uniforme de la carga en toda la longitud del arco.

Para abordar el estudio de la cuestión divide los arcos en delgados y gruesos, no según el valor absoluto del espesor, sino por el valor de la relación del espesor sobre el radio del arco.

Para determinar los elementos hiperestáticos del arco, lo considera como empotrado, de carga constante, busca el trabajo elástico ejecutado bajo la carga, y luégo aplica las condiciones de la clave, donde no hay, a causa de la simetría, ni rotación ni traslación tangencial. Para simplificar la cuestión, y por no ser de interés en este caso, en los arcos delgados omite el trabajo del esfuerzo cortante, y considera únicamente el momento flectante en cada punto, y el empuje tangencial.

Estos valores, en cada punto del arco, resultan funciones de los correspondientes a la clave, en que valen M_o y P_o, dados por las siguientes ecuaciones:

$$P_o = pr\left(1 - \frac{2\,\phi_1}{D_o} \times \operatorname{sen} \frac{K^2}{r^2}\right),$$

en que p es la presión, o mejor la profundidad bajo agua; ϕ_1 es la distancia angular de arranques a la clave; $K = \frac{I}{t}$, relación del momento de inercia de la sección normal del arco al espesor de éste;

$$D_o = \left(1 + \frac{K^2}{r^2}\right) . \phi_1 . (\phi_1 + {}^1/_2 \operatorname{sen} 2\phi_1) - 2 \operatorname{sen}^2 \phi_1$$

r = radio del arco.

M_o vale: $$M_o = -(pr - P_o) . r . \left(1 - \frac{\operatorname{sen} \phi_1}{\phi_1}\right)$$

En el curso del arco valen:

$$M = r\,(pr - P_o) \times \left(\frac{\operatorname{sen} \phi_1}{\phi_1} - \cos \phi\right);$$

ϕ es la distancia angular de la clave al punto donde se busca el momento M.

P, en el mismo punto vale:

$$P = pr - (pr - P_o) \cos \phi$$

El esfuerzo cortante en el punto vale:

$$S = (pr - P_o) \operatorname{sen} \phi$$

Luégo calcula fórmulas análogas para los cambios de temperatura, y deduce valores de momentos y empujes debidos a estos cambios.

De modo que para calcular un arco delgado por este método, se sigue el siguiente proceso:

Se averigua el valor de D_o, cuya expresión se dió atrás, y que como se vió es función de la relación $\frac{I}{t}$, y del ángulo ϕ_1, mitad del ángulo total subtendido por el arco. De modo que para tener la relación $\frac{I}{t}$, es preciso tener idea del espesor del arco, pues de éste ya puede deducirse I. Este cálculo preliminar, como se dijo atrás, se hace por la fórmula aproximada de los tubos.

Una vez averiguado D_o puede averiguarse P_o por la fórmula dada atrás. Para facilitar estos cálculos trae Gómez Navarro en su obra «Saltos de agua y presas de embalse», una tabla que da los valores del coeficiente $\frac{2 \operatorname{sen} \phi_1}{D_o}$, que aparece en la expresión de P.

Con el valor de P_o, se tiene también $pr - P$, que, como se ve, entra en la expresión de todos los demás elementos.

Para tener en cuenta en los cálculos los cambios de temperatura, obtiene las siguientes fórmulas.

En cualquier punto, el momento debido a una elevación de temperatura t_o vale:

$$M = H\, r \left(\cos \phi - \frac{\operatorname{sen} \phi_1}{\phi_1}\right)$$

La carga normal vale:

$$P = H \cos \phi$$

El esfuerzo cortante vale:

$$S = H \operatorname{sen} \phi,$$

$$\text{en que } H = \frac{2 \operatorname{sen} \phi_1}{D_1} \times \frac{E\, I}{r^2} \times \mathscr{E}\, t_o$$

$$\text{En esta fórmula } D_1 = \frac{D_o}{\phi_1}$$

E = coeficiente de dilatación del material de la presa.

La flexión radial en la clave debida a la presión p ya la dí atrás en la crítica del método de Wagoner y Vischer, y podemos escribirla abreviadamente:

$$N_1 = C \times \frac{pr^2}{E\ t}\text{, en que C es un coeficiente}$$

función de ϕ_1, r y K.

La misma flexión debida a un aumento t_o de temperatura vale:

$$N_1 = f\, \mathscr{E}\, t_o \,.\, \frac{\operatorname{sen} \phi_1}{D_1} \left[\left(1 + \cos \phi_1\right) \left(1 + \frac{K^2}{r^2}\right) - 2 \times \frac{\operatorname{sen} \phi_1}{\phi_1} \right]$$

en que f es la flecha del arco $= r\,(1 - \cos \phi_1)$.

También se da una tabla de valores del coeficiente C para el cálculo de la flexión.

En los arcos gruesos, hay que distinguir el eje neutro de la fibra central del arco.

Aquí las fórmulas son más complicadas que en los delgados. Pero en esencia el cálculo sigue un proceso muy semejante al anterior. Se calcula primero una expresión análoga a la de D_1 pero con un término más que tiene cuenta del trabajo elástico del esfuerzo cortante, que si en los arcos delgados se podía despreciar, en los gruesos tiene en cambio importancia.

Esta expresión toma la siguiente forma:

$$D_n = \left(\phi_1 + \frac{1}{2} \operatorname{sen} 2\,\phi_1\right)\left(1 + \frac{K^2}{r_n^2}\right)$$

$$- \frac{1 - \cos 2\,\phi_1}{\phi_1} + \frac{2{,}88\, r}{r_n} \times \frac{K^2}{r_n} \left(\phi_1 - \frac{1}{2} \operatorname{sen} 2\,\phi_1\right)$$

r_n es el radio del eje neutro, menor que r radio de la línea central del arco.

Con esto puede calcularse $p_e\, r_e - P_o$, en que p_e y r_e se refieren a la línea extrema.

Tal expresiòn vale:

$$P_e\, r_e - P_o = \frac{P_e\, r_e}{D_n}\, 2 \operatorname{sen} \phi_1\, \frac{K^2}{r_n^2} = X$$

De esto puede deducirse el valor de M en cualquier punto, y que vale:

$$M = X \cdot r_n \left(\frac{\operatorname{sen} \phi_1}{\phi_1} - \cos \phi\right)$$

El empuje tangencial vale:

$$P = P_e \cdot r_e - X \cos \phi$$

El esfuerzo cortante vale:

$$S = X \cdot \operatorname{sen} \phi$$

El momento en la clave vale:

$$M_o = X\, r - n \left(1 - \frac{\operatorname{sen} \phi_1}{\phi_1}\right)$$

Como en estos arcos no es uniforme el régimen de compresión, sino que en algunos puntos pueden desarrollarse esfuerzos de tensión, es preciso calcular en los puntos que quieran estudiarse, los esfuerzos tanto en el intradós como en el trasdós.

Al efecto se tienen las siguientes relaciones en el arranque:

Esfuerzos en trasdós:

$$S_e = -\frac{M_1}{I} \times \frac{\frac{t}{2} + C}{r_e} - r_n + \frac{P_1}{r_e \log_e \frac{r_e}{r_i}}$$

En el intradós:

$$S_i = \frac{M_o}{I} \times \frac{\frac{t}{2} - C}{r_i}\, r_n + \frac{P_1}{r_i \log_e \frac{r_e}{r_i}}$$

Los esfuerzos en la clave valen:

En el intradós:

$$S_i = \frac{M}{I} \frac{\frac{t}{2} - C}{r_i} r_n + \frac{P_o}{r_i \log_e \frac{r_e}{r_i}}$$

En el trasdós:

$$S_e = -\frac{M_0}{I} \frac{\frac{t}{2} + C}{r_i} r_n + \frac{P}{r_e \log_e \frac{r_e}{r_i}}$$

Como *M* es siempre negativo, S_e en la clave será siempre positivo, es decir, será siempre compresión.
En cambio S_i podrá ser compresión o tensión.

M es siempre positivo. Por tanto S_i en arranque será siempre compresión; en cambio S_e podrá ser compresión o tensión.

Para la temperatura se dispone de fórmulas análogas a las de arco delgado. Lo mismo para las flexiones radiales debidas a cambios de temperatura y a la presión del agua.

De modo que aquí el cálculo es análogo al de arcos delgados con la diferencia de que en la clave y los arranques hay que estudiar la naturaleza de los distintos esfuerzos.

Para facilitar los cálculos de todas las cantidades enumeradas, presentó F. H. Foroler a la Sociedad Americana de Ingenieros civiles, una serie completa de ábacos, con cuya ayuda se puede aplicar el método de Cain de la manera más expedita.

En los estudios anteriores está considerado el arco como empotrado. Cain también contempló el caso de arco rotulado y dedujo fórmulas para ello, y Foroler presentó ábacos para este caso. Pero después se ha visto que los únicos cálculos que se acercan a los resultados observados en presas existentes, son los de arco empotrado.

Por tanto, lo mejor es aplicar el método de Cain, empleando para ello los ábacos de Foroler, que dan momentos y esfuerzos en arcos gruesos y delgados, en función del ángulo subtendido por el arco, y de la relación del espesor al radio medio.

De las teorías de presas de bóveda, la que puede dar mejor cuenta del régimen de trabajo en las presas corrientes, es tal vez la de Stucky, pero es tal la complicación de la consideración de las ménsulas, y el peligro de tener que corregir mucho, porque en resumen el método es un mero tanteo, que sobre todo en cañones estrechos, predomina la tendencia a la consideración del arco solo.

Para justificar este punto de vista y hacer imposible cualquier esfuerzo de ménsula, ha surgido la idea de realizar en la práctica una serie de anillos independientes, libres de deslizarse uno sobre otro, unidos por uniones plásticas rellenas con asfalto.

Para eso de divide la presa en anillos, por medio de juntas horizontales de asfalto, con una lámina impermeabilizadora de cobre o plomo. Los anillos pueden tener unos cuantos metros de ancho, y se calculan como arco elástico puro, empotrado o rotulado, según se juzgue más conforme con la realidad, aunque, como se vió al bosquejar el método de Cain, casi seguramente es preferible considerarlo empotrado.

Esta independencia de los anillos, facilita el que puedan variar los radios para ir acomodándose a la conformación de las orillas. Esto tiene importancia, pues se demuestra teóricamente y lo confirma la práctica, que hay economía en escoger para un arco un ángulo entre 100 y 130, y como el cañón en general va cerrándose hacia abajo, el radio también debe ir mermando, y si no se disponen anillos independientes se dificulta mucho la construcción.

En la obra de Gómez Navarro aparece una comparación muy elocuente entre los perfiles de una presa de gravedad, una presa de bóveda corriente, y una presa de bóveda de anillos independientes, en que sorprende la extraordinaria economía que puede obtenerse con este último tipo. Basta saber que en la obra que cita este autor, se obtuvo por este método una economía en volumen de hormigón sobre el tipo de gravedad, de aproximación 85 por 100, y respecto de una bóveda del tipo de Stucky una de 63 por 100.

Esta idea de los anillos independientes es verdaderamente feliz, y estoy convencido de que se abrirá campo entre los proyectistas de presas que quieran alejar toda indeterminación en el régimen elástico de la obra, y que en todo caso ésta se comporte en la práctica lo más de acuerdo posible con las hipótesis del cálculo.

PRESAS ALIGERADAS

Son presas en que la presión del agua se trasmite a una pared relativamente delgada, en general de hormigón armado, la cual está apoyada sobre contrafuertes aislados que obran como elementos de gravedad. La pared que recibe la presión puede ser en bóveda, y entonces se tiene el tipo conocido como presa de bóveda múltiple, o puede ser plana.

Los elementos de gravedad o contrafuertes, se calculan sencillamente aplicando cualquiera de las teorías que cité al tratar de las presas de gravedad, y en cuanto a la pered o tabique, si es plana, se divide en fajas horizontales, cuya carga variará con la profundidad, medida desde el nivel máximo del agua.

En cuanto a las bóvedas múltiples, el cálculo es más complicado que el de las bóvedas simples, porque en éstas los arcos son horizontales, mientras que en el tipo de bóvedas múltiples, resulta más económico dar a los ejes de las bóvedas una inclinación hacia aguas abajo.

ESTUDIOS MODERNOS SOBRE PRESAS BOVEDAS

En el número de Abril de 1932, presenta A. V. Karpov, un interesante estudio sobre un método de cálculo de presas bóvedas, en que avanza mucho en la teoría de este problema.

En su análisis establece ecuaciones con las cuales se puede dar cuenta de muchos factores que afectan el cálculo de las presas, conservando sin embargo sencillez en el procedimiento.

En resumen, el estudio del Sr. Karpov persigue lo siguiente:

Determinar un tipo de presas de bóveda en que los momentos flectantes en los arcos horizontales en que puede suponerse descompuesta la bóveda, quedan anulados.

Para eso supone la presa dividida en elementos horizontales y verticales, separados por planos axiales y horizontales.

Considera primero los elementos horizontales independientes, y busca las condiciones que debe llenar para que no se produzcan momentos flectantes. En seguida considera los efectos de las variaciones de temperatura, acortamientos de la línea central bajo la acción de las cargas, contracción del hormigón con los años, y para compensar estos efectos propone dejar en la presa juntas o aberturas de dirección vertical, cuya sección por un plano horizontal sea una V cuyo vértice está en el paramento interior en las proximidades del arco y el trasdós en las cercanías de la corona. Según que el arco se dilate o se contraiga, las aberturas se cierran o se abren.

Estas aberturas constituyen las juntas de construcción, y pueden ir rellenas de fibra asfaltada. Al aplicar la carga, estas juntas se cierran herméticamente, pero conservando cierta elasticidad para contrarrestar las variaciones de longitud del arco.

Considera después los elementos verticales como presa de gravedad, con lo cual puede soportar parte de la carga.

Igualando después las deflexiones en cada punto de presa de gravedad y arco elástico, restablece la continuidad en la estructura.

Las principales ecuaciones del análisis de Karpov son:

El empuje en un arco vale:

$T = p_1 R_1$, en que puede suponerse constante la presión p_1 para una elevación dada. R es el radio exterior del arco.

Luégo entra a calcular las aberturas necesarias para compensar los efectos mencionados, para lo cual determina la suma total de los ángulos de las V de las aberturas, por unidad de longitud del eje del arco.

El movimiento que se quiere "compensar" es

$$\Delta\ x\ a\ R = 2\ \alpha_m \left(\frac{1}{E}\frac{T}{t} + Ct\ Tt\right) + \left(DhaL - DhaR\right)$$

en la cual Δ x a R es el movimiento del arranque derecho hacia el izquierdo; DhaL, y DhaR son los momentos horizontales en los arranques; T es el empuje debido a las cargas, y Tt es la elevación de temperatura en grados (+ baja, — aumentos); Ct coeficiente de dilatación del material; α = mitad de la luz, E módulo de elasticidad, y t espesor.

El ángulo ϕ que deben sumar las aberturas por unidad de longitud de arco, es una función complicada de la elevación de temperatura, la carga, la longitud del arco, y su módulo de elasticidad.

En cuanto al espesor, en la primera parte de su estudio, el autor concluye que para que se anulen los momentos, el arco debe ser circular y de espesor constante a una elevación dada.

En la discusión de la memoria de Karpov L. T. Evans y H. W. Sibert demuestran que tal conclusión del autor es falsa. En efecto, Sibert prueba que cambiando la forma circular del arco por otra, pueden encontrarse otras leyes de variación del espesor. Sin embargo, como el espesor constante es consecuencia de la forma circular, y ésta es la que simplifica más los cálculos, me parece que esta objeción no es grave, y continúa siendo de gran interés este estudio de Karpov, como que tiene en cuenta muchos factores antes descuidados como la forma de la garganta en que se sitúa la presa.

Más seria que la anterior es la objeción de R. A. Sutherland, quien observa que al aplicar las cargas irían paulatinamente cerrándose las hendiduras propuestas, lo que haría que los elementos verticales tuvieran que soportar la carga antes de que entraran a cooperar los arcos horizontales, lo cual alteraría considerablemente las condiciones supuestas.