



UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

# Estimación Topológica en Sistemas de Potencia

**Camilo Ernesto Ardila Franco**

Universidad Nacional de Colombia  
Facultad de Minas  
Departamento de Energía Eléctrica y Automática  
Medellín, Colombia  
2016



# Estimación Topológica en Sistemas de Potencia

Camilo Ernesto Ardila Franco

Tesis presentada como requisito parcial para optar al título de:  
**Magister en Ingeniería - Ingeniería Eléctrica**

Director:

Prof. Jairo José Espinosa Oviedo, Ph. D.

Línea de Investigación:

Matemáticas Aplicadas

Grupo de Investigación:

Grupo de Automática de la Universidad Nacional - GAUNAL

Universidad Nacional de Colombia

Facultad de Minas

Departamento de Energía Eléctrica y Automática

Medellín, Colombia

2016



A las personas más importantes en mi vida:  
Gloria E, César T, Paula A, César A y Ana P,  
por su incondicional apoyo y compañía durante  
todo este proceso.



# Agradecimientos

Desde el inicio, y durante la realización de este trabajo de investigación he tenido la oportunidad de compartir con muchas personas que han aportado desde perspectivas diferentes a mi formación académica y personal, a cada uno de ellos les doy mi más sinceros agradecimientos por el apoyo y acompañamiento que me brindaron durante ese tiempo.

A todos los integrantes de GAUNAL, en especial a Roviro, Luis, Alvaro, Alejo, Happy, César, Pablo y Mario quienes fueron mis compañeros de oficina en mis primeros días en el grupo de investigación y con quienes compartí la mayor parte del tiempo durante mi estadía.

A Alejo y Mario por el tiempo que dedicaron a asesorarme en este trabajo de investigación y por sus aportes, los cuales fueron de mucha importancia para alcanzar los objetivos planteados.

A Jairo, mi director de tesis, quien fue parte fundamental de mi formación profesional, gracias por el tiempo dedicado y por todos los conocimientos adquiridos.

A mi padre, madre, hermano y hermana por la gran motivación y apoyo que me brindaron durante todo este proceso. Nada de esto hubiera sido posible sin ustedes.





## Resumen

La principal función de los dispositivos de conmutación (interruptores y seccionadores) en un sistema de potencia es permitir modificar la topología del mismo. Aunque normalmente el estado de cada uno de dichos dispositivos es supervisado, factores como: errores en las comunicaciones, daños en los circuitos de control, daños en los medios aislantes de los interruptores, daños en las partes mecánicas de los equipos, entre otros, pueden generar información errónea, causando que el modelo del sistema no represente la realidad; lo anterior genera una discrepancia entre el valor medido y el estimado de algunas variables, como corrientes, voltajes, ángulos y potencias.

Así pues, es necesario determinar la topología correcta de la red para dar una pronta solución a los problemas que se puedan presentar. Esta tarea es compleja ya que el número de topologías aumenta de manera exponencial con el número de dispositivos de conmutación de estado desconocido.

En este trabajo se propone una metodología que permite dividir el universo de posibles topologías de un sistema en subconjuntos más pequeños y mutuamente excluyentes, que permiten realizar el proceso de estimación de forma eficaz. Además, se agrega información de modelos de confiabilidad de interruptores y seccionadores para brindar un diagnóstico de la topología, cuando no es posible garantizar la observabilidad con las mediciones disponibles. Se utilizan como variables los flujos de potencia, evitando posibles singularidades cuando se involucran ramas de muy baja impedancia en la estimación, y permitiendo estimar, incluso, la topología de subestaciones las cuales se caracterizan por dicha condición. Finalmente, los desarrollos son aplicados a una subestación del sistema eléctrico colombiano para ilustrar de manera práctica los resultados obtenidos.

**Palabras clave:** estimación topológica, mediciones redundantes, observabilidad, pseudo-mediciones, topología.

# Abstract

The main function of the commutation devices in a power system (circuit breakers and switches) is to modify the circuit topology. Even though the state of each device is supervised in its normal operation, several facts like communication errors, control circuits flaws, deterioration in the isolation of the circuit breakers, damages in the mechanic components of the devices, among others, can be mistakenly signaled, and consequently making the system model incapable of representing the real topology. As a result, large differences between the measurement and the estimated values of the analogical variables will be obtained.

Therefore, it is necessary to determine the correct topology of the system in order to give an adequate and efficient solution to the potential problems that may arise. However, it is a complex task since the possible number of topologies increases exponentially with the number of commutation devices in an unknown state.

This document proposes a methodology that consists in divide the universe of possible topologies of a power system into smaller and mutually exclusive subsets, which allows to make the estimation process on an effective way. In Addition, it has been added information of reliability models in commutation devices in order to give a diagnostic of the real topology when the topological observability of the system cannot be guaranteed with the available measurements.

Furthermore, the power flows through the branches are used like variables, avoiding possible singularities when branches of low impedance are included in the estimation. This process, even allows to estimate the topology of electrical substations which are characterized for the condition prior named.

Finally, the method was applied to a substation of the Colombian electric system with the purpose to illustrate the practical value of these results.

**Keywords:** Topological estimation, redundant measurements, observability, pseudo-measurements, topology

# Contenido

<b>Agradecimientos</b>	<b>vii</b>
<b>Resumen</b>	<b>ix</b>
<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
<b>2. Nuevo enfoque del proceso de estimación topológica</b>	<b>5</b>
2.1. Planteamiento del problema . . . . .	5
2.1.1. Información necesaria para realizar la estimación . . . . .	6
2.1.2. Proceso de estimación topológica . . . . .	7
2.2. Reducción del espacio de búsqueda haciendo uso de las mediciones disponibles	25
2.3. Resumen del capítulo . . . . .	26
<b>3. Confiabilidad</b>	<b>27</b>
3.1. Antecedentes . . . . .	27
3.2. Confiabilidad en sistemas de potencia . . . . .	28
3.3. Patrones de fallas de equipos . . . . .	29
3.3.1. Patrón A . . . . .	29
3.3.2. Patrón B . . . . .	30
3.3.3. Patrón C . . . . .	30
3.3.4. Patrón D . . . . .	31
3.3.5. Patrón E . . . . .	32
3.3.6. Patrón F . . . . .	32
3.4. Fundamentos teóricos de la probabilidad de falla . . . . .	33
3.4.1. Función de distribución acumulada de falla (fda) . . . . .	33
3.4.2. Función de densidad de probabilidad (fdp) . . . . .	33
3.4.3. Función de riesgo o tasa de falla . . . . .	34
3.4.4. Principales distribuciones de probabilidad . . . . .	34
<b>4. Estimación topológica usando modelos de probabilidad de falla</b>	<b>39</b>
4.1. Formulación matemática . . . . .	40
4.2. Problema de aplicación . . . . .	42

---

4.3. Resultados Obtenidos . . . . .	55
4.3.1. Tiempos de simulación . . . . .	58
4.4. Resumen de capítulo . . . . .	59
<b>5. Conclusiones</b>	<b>60</b>
<b>6. Trabajo futuro</b>	<b>62</b>
<b>A. Anexos</b>	<b>64</b>
A.1. Aplicación de los desarrollos mostrados en el Capitulo 2 a las configuraciones de subestaciones mas utilizadas en Colombia . . . . .	64
<b>Bibliografía</b>	<b>95</b>

# Lista de símbolos

Símbolo	Término
---------	---------

---

$n$	Número de dispositivos de conmutación en la región de interés
$\Omega$	Conjunto de posibles conexiones de la región de interés
$m$	Número de líneas conectadas a la región de interés
$N$	Número de nodos de la región de interés en versión nodo interruptor
$l$	Índice del $l$ -ésimo interruptor
$z$	Número de subconjuntos en el que se divide el conjunto $\Omega$
$C$	Matriz de conexión
$R$	Matriz de conexión reducida
$F$	Matriz de flujos de potencia
$S$	Base para el espacio nulo de la matriz MF
$B$	Vector de estados de interruptores y seccionadores
$F$	Función de distribución acumulada de falla
$f$	Función de densidad de probabilidad de falla
$\lambda$	Función de riesgo o tasa de falla
$\gamma \quad \eta \quad \beta$	Parámetros de la distribución Weibull

---

**Símbolo    Término**


---

$\alpha$ $k$	Parámetros de la distribución Gamma
$\mu$ $\sigma$	Parámetros de la distribución Normal y Log-normal
$X^{(I)}$	Vector de estados de los interruptores y seccionadores conocido
$X^{(F)}$	Vector de estados de interruptores y seccionadores desconocido
$Z_L$	Impedancia de línea
$Z_{eq}$	Impedancia del circuito equivalente de red

## Abreviaturas

---

**Abreviatura    Término**


---

$SP$	Sistema de potencia
$fda$	Función de distribución acumulada de falla
$fdp$	Función de densidad de probabilidad de falla
$DC$	Dispositivo de conmutación

# Capítulo 1

## Introducción

La estimación de estados en sistemas de potencia (SP) tiene sus inicios en 1970 cuando Fred C. Schweppe introduce el concepto y lo define como un algoritmo para encontrar los voltajes complejos (magnitud y ángulo) en todos los nodos del sistema [22, 21]. En la primera parte del documento [22], la estimación estática de estados se presenta como una combinación de la teoría de flujo de carga y la teoría de estimación de estados y se hace una revisión del estado del arte en dichos campos hasta la fecha; en este caso se realiza un modelado exacto de la red con el que es necesario un método iterativo para llevar a cabo la estimación. En la segunda parte se muestra, cómo haciendo algunas aproximaciones, se puede llegar a un modelo simplificado con el cual no es necesario iterar para realizar la estimación y se tratan aspectos de la implementación de la estimación estática de estados.

Posterior a la propuesta de Schweppe, se realizaron varios desarrollos que de la mano con el avance tecnológico de las computadoras, aportaron mucho al campo de la estimación de estados y sus aplicaciones en la supervisión de sistemas de potencia. Sin embargo, los esfuerzos de las investigaciones estaban más enfocados a la robustez de los métodos de estimación que a la identificación de errores de medición, paramétricos o topológicos [25].

Ya que no se prestaba suficiente atención a los posibles errores topológicos, los modelos utilizados en las estimaciones para representar las subestaciones eran modelos de barras y ramas; este método se denominó Estimación de Estados Convencional (CSE por sus siglas en inglés) [16]. En estos modelos los estados de los interruptores se asumían conocidos (lo que con frecuencia no era cierto) y se reemplazaban los interruptores cerrados por ramas de impedancia cero y los interruptores abiertos por circuitos abiertos. Como consecuencia, se perdía todo detalle de la subestación al realizar la estimación y fácilmente se incurría en errores de topología.

Fue hasta finales de los ochenta que los errores topológicos comenzaron a cobrar importancia, abriendo paso al planteamiento de métodos que permitían detectar e identificar errores en topología basados en la interpretación geométrica de los residuales de medición [5], seguido

de otras propuestas para el mismo fin [4, 14]. Posteriormente, también se enfocaron los esfuerzos en identificar errores en parámetros eléctricos de los elementos que conforman un SP [12].

A pesar de los avances realizados hasta los noventa, no existía la posibilidad de modelar en detalle las subestaciones, ya que el uso de impedancias altas o bajas para modelar el estado abierto o cerrado de un interruptor usualmente resultaba en problemas de precisión o mal condicionamiento numérico. Posteriormente se da uno de los avances más importantes, propuesto por Monticelli y García en 1991, que consiste en una forma exacta de modelar interruptores, permitiendo incluir modelos exactos de subestaciones en la identificación topológica y dando origen a un nuevo concepto de observabilidad [17], dicho método se caracterizaba por modelar la subestación a nivel nodo interruptor, es decir, que los interruptores se podían considerar como elementos activos del sistema siempre que se garantizaran las condiciones de observabilidad.

Con las aplicaciones resultantes del modelado exacto de interruptores y la evidente importancia de sus aplicaciones, se forjaron los pilares necesarios para el planteamiento de la Estimación Generalizada de Estados (EGE) en 1998 [15, 2]. La EGE no sólo permitía incluir en la estimación los estados de los interruptores (topología de la red), sino que además permitía llevar a cabo la identificación de parámetros y la estimación estática de estados convencional. Lo anterior se lograba incluyendo los flujos de potencia activa y reactiva a través de los dispositivos de parámetros desconocidos y de interruptores de estado desconocido en el proceso de estimación según lo propuesto en [18]. Dicho modelado consiste en tomar como variables de estado los flujos y agregar pseudo-mediciones con las que se garantiza que el flujo de potencia por los interruptores abiertos sea nulo y que los voltajes y ángulos en los extremos de un interruptor cerrado sean iguales. El impacto de este desarrollo ha sido tal, que incluso en la actualidad se proponen nuevos enfoques y modificaciones con el fin de aportar conocimiento en el campo de la estimación topológica debido a la gran importancia que representa para los SP de hoy en día [20].

A pesar de todos los desarrollos logrados y su indiscutible importancia, uno de los inconvenientes de la EGE y las propuestas desarrolladas anteriormente, en lo que a estimación topológica respecta, es la incapacidad de manejar con la ausencia de observabilidad. En [2] se define una variable como observable si se puede estimar su valor a partir de la información disponible. Sin embargo, este no es el caso del estado de los dispositivos de conmutación de una subestación ya que, dependiendo de la causa que genere el error topológico, es posible que existan una gran cantidad de situaciones que no sean observables.

En la actualidad, todo SP debe contar con un centro de control que permita garantizar su seguridad, confiabilidad y correcto funcionamiento. En el caso de Colombia esta labor es llevada a cabo por la empresa XM S.A. E.S.P. Una de las principales actividades del centro



---

de control consiste en coordinar el despacho y la planeación de la operación del sistema. Parte fundamental de dichas actividades es conocer de manera muy precisa el funcionamiento del SP y los elementos que lo conforman, para así garantizar la prestación de un buen servicio sin poner en riesgo dichos dispositivos.

El estimador de estados es una herramienta de la cual dispone el centro de control para conocer el estado del sistema en cualquier instante de tiempo; con él es posible encontrar los voltajes complejos (magnitud y ángulo) en todos los nodos del sistema, siempre que se garanticen las condiciones de observabilidad, es decir, que se tengan las mediciones necesarias para realizar la estimación. Durante este proceso, la topología de la red se asume conocida y esta información es ingresada al flujo de carga mediante un modelo matemático por medio de la matriz  $Y - Bus$  construida a partir de la forma en la que estén conectados los dispositivos del sistema.

Debido a la naturaleza dinámica de un SP, en él están ocurriendo cambios constantemente, que pueden ser en las variables analógicas (voltajes, corrientes, ángulos), en los parámetros del sistema (impedancias, admitancias), los cuales con frecuencia se asumen constantes, o pueden ser eventos discretos (cambios en los estados de los interruptores y seccionadores del SP). Estos últimos solo pueden ser generados en las subestaciones, ya que en ella se encuentran los dispositivos de conmutación que permiten modificar la topología de un SP. Usualmente el estado de dichos dispositivos es monitoreado constantemente y, ya sea por la actuación de protecciones o por la realización de una maniobra, su cambio de estado es transmitido al centro de control con el fin de actualizar la topología de la red en el modelo y poder representar de forma fiel lo que está ocurriendo con el SP. Sin embargo, existen diversas causas por las que la información que llega al centro de control es incorrecta y por lo tanto se incurre en errores en el modelado de la red, afectando así las estimaciones y dificultando el conocimiento del estado del sistema.

Algunas de las causas por las cuales no se conoce el estado de interruptores o seccionadores, o se tiene información incorrecta al respecto, son errores de comunicaciones (a nivel del equipo o a nivel de la subestación), daño en los circuitos de control encargados de indicar el estado del dispositivo, falta de mantenimiento o mantenimiento inadecuado de los equipos, daño en los circuitos de disparo y cierre, pérdidas de las propiedades dieléctricas del medio aislante en interruptores, etc [23],[25].

El hecho de desconocer los estados de los dispositivos de conmutación o tener información errónea respecto a ellos se denomina error topológico y se presentan cuando la topología de la red no es la misma que se tiene en el modelo de estimación (Matriz  $Y - Bus$ ). La presencia de estos errores se puede identificar haciendo uso de variables que se miden y que no son utilizadas en el proceso de estimación. La estimación será muy similar a la medición si el modelo es adecuado y en caso contrario se generarán diferencias entre el valor medido y

estimado, que serán indicio de que se está generando un error. Dichas diferencias se conocen como residuales de medición.

En la actualidad es posible distinguir cuando se presenta un error paramétrico, un error de medición o un error topológico haciendo uso de los residuales de medición [25]. Por tal razón, este trabajo se enfoca en analizar los aspectos más importantes de los errores topológicos, siendo estos los que generan mayor perturbación en el SP y cuyo desconocimiento lo pueden llevar a puntos de operación críticos que afecten la seguridad del mismo. Además se plantea el problema de estimación topológica con un nuevo enfoque, agregando información acerca de la confiabilidad de los dispositivos de conmutación para brindar una idea de la topología adecuada cuando la observabilidad no puede ser garantizada.

Con el fin de realizar un aporte a la solución del problema, se presentará un nuevo planteamiento que permite ver desde un enfoque diferente y mucho más general el proceso de estimación topológica, sin abordar los temas de estimación paramétrica o la identificación de errores de medición. Todo el desarrollo se analiza a nivel de subestación y se aplica a configuraciones que son comúnmente utilizadas en el sistema eléctrico colombiano, sin embargo, su uso puede ser ampliado a cualquier región del sistema de potencia siempre que se cumplan algunas condiciones que serán mencionadas en el planteamiento. En el capítulo 2 se presentará un método mediante el cual, al conocer los flujos de potencia por las líneas que llegan a la subestación, es posible agrupar en subconjuntos las topologías y de esta manera reducir el espacio de búsqueda para realizar la estimación topológica. Cada uno de dichos subconjuntos se caracterizará porque los elementos que los conforman generan las mismas mediciones disponibles, lo que implica ausencia de observabilidad. Por esta razón, en el capítulo 3 se presentan algunos modelos de probabilidad y patrones de falla que permiten representar posibles errores en los estados de interruptores y seccionadores, agregando información valiosa para estimar cuál de todas las topologías que conforman el subconjunto en cuestión es la correcta, como se muestra en el capítulo 4. Allí también se desarrolla un problema de aplicación en una subestación del sistema eléctrico colombiano, con el fin de ilustrar todo el procedimiento propuesto en este trabajo. Finalmente en el capítulo 5 se presentan las conclusiones.

# Capítulo 2

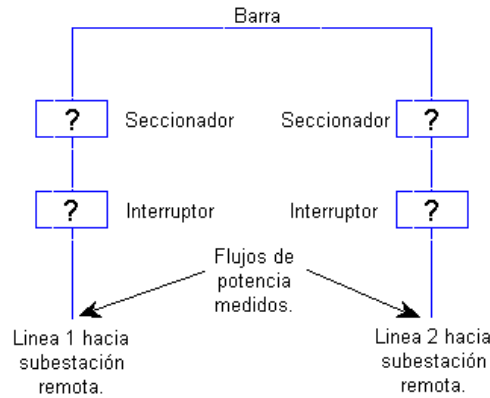
## Nuevo enfoque del proceso de estimación topológica

En este capítulo se desarrollará el planteamiento matemático propuesto para reducir el espacio de búsqueda de la topología de una subestación, en el proceso de estimación topológica. Para lo anterior se requiere conocer el flujo de potencia por las líneas que están conectadas a la subestación, que puede ser obtenido en las subestaciones remotas, y la configuración de la misma. Aunque el enfoque principal del planteamiento se realiza a nivel de subestación, este mismo procedimiento puede ser extendido a cualquier región del SP de potencia que se esté analizando.

### 2.1. Planteamiento del problema

En esta investigación se abordará el problema de estimar la topología de una subestación eléctrica cuando no se conoce el estado de ninguno de los dispositivos de conmutación que la conforman y la única información que se tiene son los flujos de potencia por las líneas. Dicha situación representa uno de los problemas más críticos, en donde se pierde la comunicación con la subestación y no es posible transmitir el estado de los dispositivos de conmutación al centro de control. Los flujos de potencia por las líneas se obtienen de las subestaciones remotas en las cuales se tiene certeza de las variables medidas.

En la Figura **2-1** se ilustra la situación mencionada. Los dispositivos de conmutación (interruptores y seccionadores), están representados por los cuadros en el diagrama y su estado se asumirá completamente desconocido, los flujos de potencia de entrada y salida de la subestación se miden en los extremos remotos de las líneas conectadas a esta y lo que se pretende lograr con el proceso de estimación topológica es, con base en las mediciones de potencia por las líneas, encontrar el estado (abierto o cerrado) de cada uno de los dispositivos de conmutación.



**Figura 2-1:** Representación de los dispositivos de conmutación en una subestación y los puntos en los que se requiere tener las medidas de los flujos de potencia.

La situación se planteará de tal manera que su uso pueda ser extendido a cualquier región del sistema de potencia, independiente de si es una subestación o no, además cualquier información adicional certera que se tenga de la topología de la subestación pueda ser adicionada disminuyendo la complejidad de la estimación. A continuación, se presentan algunas definiciones necesarias para realizar el planteamiento del problema.

- **Transición detectable:** es un cambio de estado en los DC de una región del sistema de potencia que genera un cambio en los flujos de potencia por las líneas que están conectadas a la región y por lo tanto es posible detectar su ocurrencia. Este tipo de conmutaciones pueden ser o no observables. No obstante, en este trabajo se estudiarán las conmutaciones no observables, ya que identificar una conmutación observable es trivial.
- **Transición no detectable:** es un cambio de estado en los DC de una región del sistema de potencia que no genera un cambio en los flujos de potencia por las líneas que están conectadas a la región y por lo tanto no es posible detectar su ocurrencia. Al no generar cambios en las mediciones, este tipo de conmutaciones son necesariamente no observables.

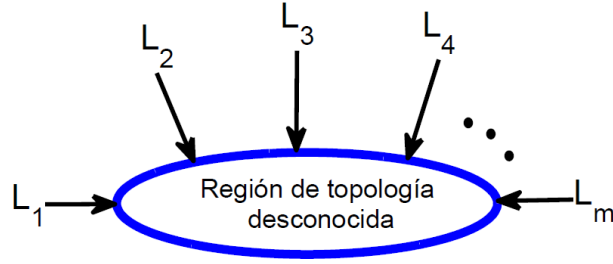
### 2.1.1. Información necesaria para realizar la estimación

A continuación se listan los insumos mínimos necesarios para llevar a cabo la estimación topológica según lo planteado en este documento. Los procedimientos mediante los cuales se puede agregar información serán descritos posteriormente.

- **Configuración de la región de interés:** la configuración de una región es la forma en la que están conectados los dispositivos que la conforman incluyendo los seccionadores e

interruptores. En el anexo A.1 se muestran algunas de las configuraciones más utilizadas en Colombia para subestaciones de alta tensión.

- **Flujos de potencia inyectados a la región de interés a través de las líneas:** para el caso en consideración, para el que no se tiene ningún tipo de información en la región de interés, es posible obtener información de los flujos de potencias por las líneas que llegan a la subestación mediante mediciones de variables analógicas (voltajes y corrientes fasoriales) en la subestaciones a las cuales están conectados los extremos remotos de las líneas. Todos los flujos de potencia por las líneas que llegan a la subestación deben de ser conocidos.



**Figura 2-2:** El interior de la elipse corresponde a la región de interés cuya configuración es conocida pero no se tiene información alguna de su conexión. Los flujos de potencia por las líneas, sean de entrada o salida a la región, deben ser conocidos.

### 2.1.2. Proceso de estimación topológica

Para una porción del sistema de potencia con  $N$  interruptores de estado desconocido, independientemente de cual sea su configuración o de si es una subestación o no, existen  $2^N$  posibles formas de conexión. La  $k$ -ésima forma de conexión se definirá como el vector  $B^{(k)}$ , el cual está dado por:

$$B^{(k)} = [B_1^{(k)} \quad B_2^{(k)} \quad \dots \quad B_N^{(k)}]^T \quad (2-1)$$

dónde  $B^{(k)}$  es un vector cuyas componentes contienen la información de la posición de los interruptores y disyuntores de la región de interés y  $B_i^{(k)} \in \{0, 1\}$  representa la posición abierto ( $B_i^{(k)} = 0$ ) o cerrado ( $B_i^{(k)} = 1$ ) del  $i$ -ésimo dispositivo de conmutación para  $i = 1, 2, \dots, N$ , en la  $k$ -ésima forma de conexión de la región de estudio.

De esta forma, al generar todas las posibles combinaciones de las componentes del vector  $B$

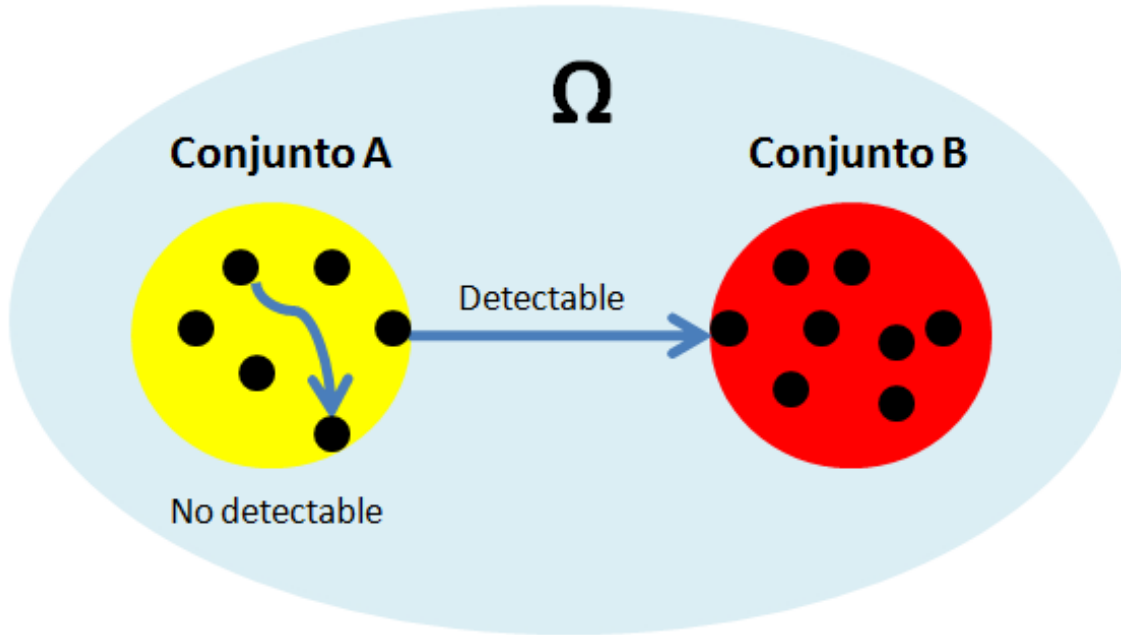
se llegará a que el universo de estados posibles de la región de estudio estará dado por:

$$\Omega = \{B^{(1)}, B^{(2)}, \dots, B^{(2^N)}\} = \left\{ \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}, \dots, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{pmatrix} \right\}. \quad (2-2)$$

Este conjunto se puede formar generando los números del 0 al  $2^N - 1$  en binario y cada número binario corresponderá a uno de los vectores del conjunto. Si por alguna razón se tiene información veraz respecto al estado de un grupo de dispositivos de conmutación, basta con eliminar los elementos del conjunto  $\Omega$  que no correspondan con esa información y de esta manera contribuir a disminuir la complejidad de la búsqueda.

De lo anterior se puede observar que, independientemente de la configuración de la región de interés, el universo de topologías crece exponencialmente con el número de dispositivos de conmutación involucrados. De esta manera, aunque el conjunto es finito, una vez detectado un error topológico no es viable comenzar a probar cada una de las posibles opciones ya que tomaría mucho tiempo encontrar una topología que sea coherente con las mediciones disponibles, pero de la cual tampoco se puede garantizar su existencia, debido a que, normalmente, pertenece a un conjunto de conmutaciones no detectables de las que cualquiera generaría el mismo efecto en las medidas.

Teniendo en cuenta dichas consideraciones, se propone dividir el conjunto  $\Omega$  en subconjuntos más pequeños que se caractericen porque las transiciones entre estados del mismo subconjunto sean indetectables y las transiciones entre elementos de subconjuntos diferentes sean detectables. Si esto es posible, se puede abordar el problema de la observabilidad topológica de manera más general, porque una vez se garantice que la topología de la región se encuentra dentro de cierto subconjunto, la única forma de que dicha conexión sea observable, es que el subconjunto esté formado por un solo elemento, de lo contrario existe más de una posible conexión de la región con la que se podrían obtener los mismos flujos de potencia a través de las líneas. En la Figura **2-3** se muestra una ilustración de la situación.



**Figura 2-3:** Ejemplo de partición del universo de topologías  $\Omega$  en dos subconjuntos, donde la transición entre los estados internos de cada subconjunto es indetectable y la transición entre estados de diferentes subconjuntos son detectables.

Abordando el problema desde este enfoque, con ninguno de los métodos de estimación topológica propuestos hasta la fecha, incluyendo la EGE, sería posible encontrar la verdadera topología de la región, puesto que no se tiene más información al respecto que permita discriminar entre los elementos de un mismo subconjunto. En el Capítulo 3 se propone la inclusión de otro tipo de información que permita llevar a cabo una búsqueda más profunda con criterios prácticos dentro de los elementos de los subconjuntos.

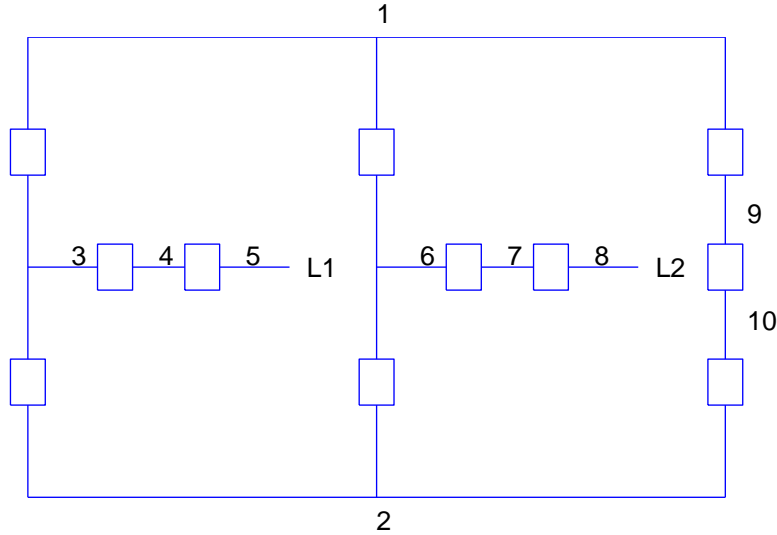
### Partición de $\Omega$ en subconjuntos

Con el fin de encontrar los subconjuntos en los que se deben agrupar las posibles topologías de la región, se plantea la siguiente hipótesis:

“Dada una subestación de configuración conocida y cuyos flujos de entrada y salida de potencia se pueden medir, cualquier grupo de estados de interruptores y seccionadores que permitan el intercambio de potencia entre las mismas líneas conformarán un conjunto de estados donde las transiciones entre ellos serán indetectables”. Lo anterior se debe a que no se generaría ningún cambio en los flujos de potencia medidos en la periferia.

Dicho de otra manera, conexiones de la subestación que resulten en la misma matriz  $Y - bus$  del sistema harán parte de un mismo subconjunto, debido a que cualquiera de esas conexiones

generará las mismas mediciones de los flujos de potencia. Para garantizar las condiciones de la hipótesis se deben encontrar los subconjuntos de conmutaciones que agrupen de la misma manera las líneas de la subestación. Se ilustrarán los procedimientos aplicados a la subestación de dos líneas en configuración doble barra mostrada en la Figura 2-4.



**Figura 2-4:** Subestación en configuración doble barra con dos líneas. Los rectángulos corresponden a los dispositivos de conmutación que contiene la subestación y los números son el índice único asignado a cada nodo.

Esta forma de representar una subestación se conoce como nodo-interruptor; los interruptores y seccionadores aparecen de forma explícita en el diagrama y se consideran como elementos activos, es decir: que independientemente de que estén abiertos o cerrados, ambos extremos de los dispositivos se considerarán como nodos independientes, a diferencia de la representación en barras y ramas en la cual los dispositivos en estado cerrado se remplazan por ramas de impedancia cero y los de estado abierto por circuitos abiertos.

En la Figura. 2-4 se pueden observar las dos líneas de la subestación  $L_1$  y  $L_2$ , los 11 dispositivos de conmutación que conforman la subestación. Una vez nombrados, resulta que se tienen 10 nodos en la subestación. En la Tabla 2-1 se muestra el par de nodos a los que está conectado cada interruptor y el número  $l$  que fue asignado a cada uno con el fin de diferenciar su estado cuando sea necesario.



Nodo 1	Nodo 2	Código de Interruptor ( $l$ )
1	3	1
1	6	2
1	9	3
2	3	4
2	6	5
2	10	6
3	4	7
4	5	8
6	7	9
7	8	10
9	10	11

**Tabla 2-1:** Índice asignado a los dispositivos de conmutación de la subestación en configuración doble barra con dos líneas.

Luego se genera una matriz de conexiones  $C^{(k)}$  asociada al vector  $B^{(k)}$  definida como:

$$C_{i,j}^{(k)} = \begin{cases} 0 & \text{Si no hay interruptor entre el nodo } i \text{ y el nodo } j. \\ B_l^{(k)} & \text{Si el } l\text{-ésimo interruptor está entre el nodo } i \text{ y el nodo } j \end{cases} \quad (2-3)$$

De la definición se puede observar que hay tantas matrices de conexión como elementos en el conjunto  $\Omega$  y que cada una de esas matrices es simétrica y de tamaño  $M \times M$ , donde  $M$  es el número de nodos que resulta al expandir la subestación en la versión nodo interruptor. Además, las componentes de las matrices de conexión estarán en el conjunto  $\{0, 1\}$ .

El siguiente paso consiste en tomar cada una de las matrices de conexión e ir eliminando filas y columnas de forma sistemática de modo que, para un estado dado de los interruptores,

de la matriz resultante se pueda concluir cómo están agrupadas las líneas. Esto se logra mediante los siguientes pasos:

1. Se evalúan todos los elementos del conjunto  $\Omega$  en la matriz de conexión definida en la Ecuación. (2-3) para obtener el conjunto de matrices  $\{C^{(1)}, C^{(2)}, \dots, C^{(2^N)}\}$ , cada una asociada a una conexión de la subestación
2. Se identifican y fijan las filas y columnas correspondientes a los nodos en los cuales hay líneas conectadas (nodos de inyección de potencia); estas filas y columnas son comunes para todas las matrices de conexión calculadas en el paso anterior. Para el ejemplo estas fueron resaltadas de color rojo en la Ecuación. (2-4) en la cual se presenta la forma general de la matriz de conexión para el caso de aplicación.

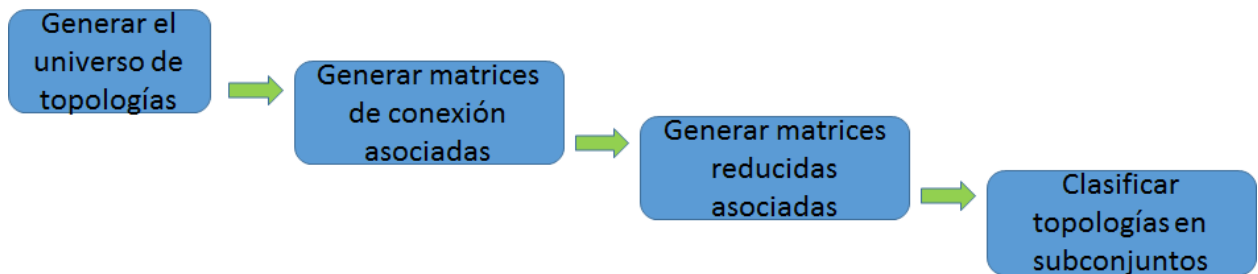
$$C^{(k)} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & B_1^{(k)} & 0 & 0 & B_2^{(k)} & 0 & 0 & B_3^{(k)} & 0 \\ 0 & 0 & B_4^{(k)} & 0 & 0 & B_5^{(k)} & 0 & 0 & 0 & B_6^{(k)} \\ B_1^{(k)} & B_4^{(k)} & 0 & B_7^{(k)} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & B_7^{(k)} & 0 & B_8^{(k)} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & B_8^{(k)} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ B_2^{(k)} & B_5^{(k)} & 0 & 0 & 0 & 0 & B_9^{(k)} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & B_9^{(k)} & 0 & B_{10}^{(k)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & B_{10}^{(k)} & 0 & 0 & 0 \\ B_3^{(k)} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & B_{11}^{(k)} \\ 0 & B_6^{(k)} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & B_{11}^{(k)} & 0 \end{bmatrix} \quad (2-4)$$

3. Para cada matriz  $C^{(k)}$  se eliminan todas las filas y las columnas que sean cero en todas sus componentes, ya que estas corresponden a nodos que no están conectados a ningún otro nodo de la subestación.
4. Para cada matriz resultante del paso anterior, se recorren todas las filas correspondientes a nodos que no tienen líneas conectadas directamente, realizando una de las siguientes acciones:

- a. Si la componente  $i, j$  de la matriz es un uno y  $j$  no corresponde al índice de un nodo de línea, se reemplaza la  $i$ -ésima fila por la suma booleana de la fila  $i$  y la fila  $j$  y la  $i$ -ésima columna por la suma booleana de la columna  $i$  y la columna  $j$  respectivamente. Luego se eliminan la fila  $j$  y la columna  $j$  y se coloca la diagonal de la matriz resultante en ceros, reduciendo así su dimensión en una fila y una columna.
  - b. Si la componente  $i, j$  de la matriz es un uno y  $j$  corresponde al índice de un nodo de línea, se reemplaza la  $j$ -ésima fila por la suma booleana de la fila  $i$  y la fila  $j$  y la  $j$ -ésima columna por la suma booleana de la columna  $i$  y la columna  $j$  respectivamente. Luego se eliminan la fila  $i$  y la columna  $i$  y se coloca la diagonal de la matriz resultante en ceros, reduciendo así su dimensión en una fila y una columna.
5. Se verifica si ya fueron eliminadas todas las filas y columnas que no corresponden a nodos de inyección de potencia; en caso afirmativo se finaliza la reducción de la matriz y en caso contrario se repite el paso 4. Nótese que al finalizar el proceso, la versión reducida  $R^{(k)}$  de la matriz  $C^{(k)}$  tendrá tantas filas y columnas como nodos de inyección de potencia tenga la subestación, ya que las columnas y filas correspondientes a dichos nodos son las únicas que no se eliminan de la matriz original.

Una vez realizados los pasos anteriores se obtiene un conjunto de  $2^N$  matrices reducidas  $\{R^{(1)}, R^{(2)}, \dots, R^{(2^N)}\}$ , donde  $R^{(k)}$  indica cómo están conectadas las líneas de la subestación para la  $k$ -ésima topología.

En la Figura 2-5 se muestra un diagrama de flujo en el que se resume de manera general los pasos que se deben seguir para finalmente lograr dividir el universo de topologías en los subconjuntos deseados.

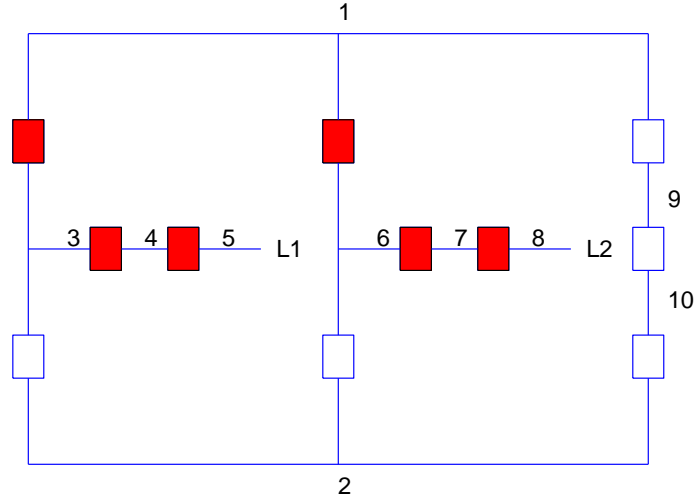


**Figura 2-5:** Procedimiento para dividir el universo posible de topologías de una subestación en subconjuntos. Los pasos necesarios para llevar a cabo cada una de las etapas del procedimiento fueron detallados individualmente en esta sección.

Para ilustrar los pasos anteriores se tomará el estado  $k = 964$  de la subestación propuesta en la Figura. 2-4 como ejemplo, donde el vector de estados de los interruptores está dado por:

$$B^{(964)} = [1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0]^T, \quad (2-5)$$

para esta topología, en la Figura 2-6 se puede observar de manera gráfica la conexión de la subestación según el código  $l$  asociado a cada uno, dependiendo de los nodos a los cuales se encuentra conectado (Tabla 2-1).



**Figura 2-6:** Configuración de la subestación de acuerdo con el estado  $B^{(964)}$  del conjunto  $\Omega$ . Los interruptores en color rojo están en estado cerrado mientras el resto están abiertos.

A continuación se muestran los resultados obtenidos al ejecutar cada uno de los pasos.

1. Al evaluar el vector de estados de la Ecuación. (2-5) en la matriz de conexión general de la Ecuación.(2-4) se obtiene la matriz de conexión de la Ecuación (2-6).
2. Se fijan las filas y columnas rojas (5,8) las cuales corresponden a los nodos de inyección de potencia o nodos de línea, como se muestra a Ecuación. (2-6).
3. Al eliminar las filas y las columnas correspondientes a los nodos 2, 9, 10, que no corresponden a nodos de inyección de potencia y tampoco tienen componentes distintas de cero, lo cual indica que no están conectados de ninguna manera al resto de la

subestación, se obtiene la matriz de la Ecuación. (2-7)

$$C^{(964)} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2-6)$$

$$C_{mod1}^{(964)} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (2-7)$$

4. Al aplicar el cuarto paso en la matriz de la Ecuación. (2-7), se empieza a recorrer la fila 1, encontrando que hay una componente distinta de cero en la segunda columna;

como en este caso ninguno de los nodos involucrados corresponde a un nodo de medición (numeral a del paso 4), se reemplaza la fila y la columna 1 (en la matriz de la Ecuación. (2-7)) por la suma booleana de las filas 1 y 2, y la columna 1 (en la matriz de la Ecuación. (2-7)) por la suma booleana de las columnas 1 y 2. Después se eliminan la fila y la columna 2, obteniendo el siguiente resultado:

$$C_{mod2}^{(964)} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (2-8)$$

Como la matriz de la Ecuación (2-8) aun contiene filas y columnas que no corresponde a nodos de inyección de potencia, se realiza un procedimiento similar al anterior entre las columnas 1 y 2, obteniendo la matriz:

$$C_{mod3}^{(964)} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (2-9)$$

En este punto aún no se cumplen las condiciones del paso número cinco, razón por la que se debe ejecutar nuevamente el paso cuatro. Al recorrer la primera fila de la matriz anterior se obtiene un uno en la segunda columna; a diferencia de los casos anteriores, la segunda columna corresponde a un nodo de inyección de potencia, por lo tanto se debe realizar la acción indicada en el numeral b del paso cuatro, donde se indica que

se reemplaza la fila dos por la suma booleana de las filas 1 y 2, y la columna 2 por la suma booleana de las columnas 1 y 2. Realizado lo anterior se obtiene:

$$C_{mod4}^{(964)} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (2-10)$$

Una vez concluidos todos los pasos del procedimiento se llega a que la matriz reducida asociada a la matriz de conexión  $C^{(964)}$  está dada por

$$R^{(964)} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (2-11)$$

5. Debido a que la primera fila y columna corresponden al nodo de inyección de la línea  $L_1$  y la segunda fila y columna corresponden al nodo de inyección de la línea  $L_2$ , los unos en la matriz de la Ecuación (2-11) indican que para el estado de los interruptores que se analizó, las dos líneas están conectadas entre sí, mostrando correspondencia con la Figura **2-6**.

Es natural que para el ejemplo, el espacio de posibles estados de interruptores  $\Omega$  solo se pueda dividir en dos subconjuntos: uno en el que las líneas están conectadas y el otro en el que las líneas están desconectadas. Sin embargo, el número de subconjuntos y la cantidad de elementos que contiene cada uno varía notablemente dependiendo de la configuración de la subestación que se esté analizando y el número de nodos de inyección que ellas tengan. En la Tabla **2-2** se muestran algunos datos importantes de los subconjuntos resultantes.

Subconjunto	Agrupación de líneas	Número de elementos en el subconjunto
$\Omega_1$	$L_1 L_2$	1990
$\Omega_2$	$L_1 - L_2$	58

**Tabla 2-2:** Subconjuntos resultantes de partir el conjunto  $\Omega$  de una subestación en configuración doble barra con dos líneas.

Para probar la hipótesis que se planteó es necesario demostrar que no existen dos combinaciones de estados de interruptores que, perteneciendo a diferentes subconjuntos generen las mismas mediciones. Esto implicaría la existencia de una transición indetectable entre dos subconjuntos, contradiciendo la hipótesis planteada.

Por lo tanto, se propone plantear ecuaciones de conservación de potencia en la subestación obteniendo una ecuación lineal de la forma:

$$F^{(k)} S = \vec{0}, \quad (2-12)$$

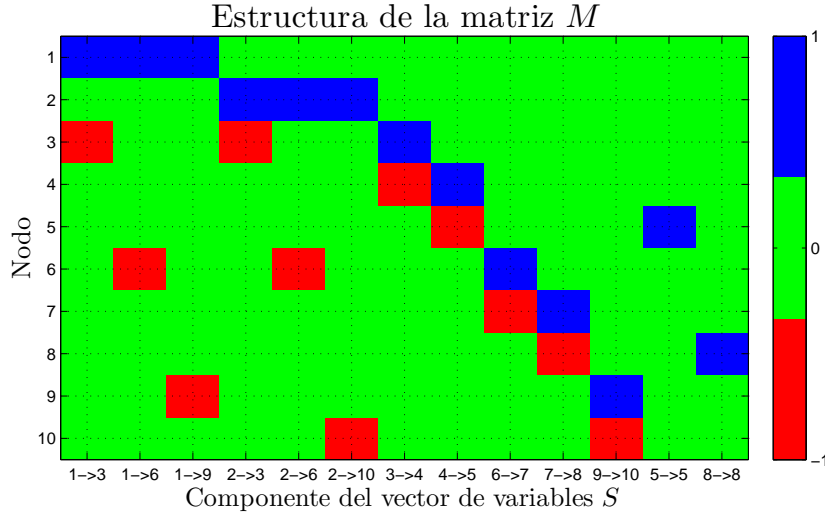
con  $F^{(k)}$  definida como

$$F^{(k)} = \begin{bmatrix} M \\ M_B^{(k)} \end{bmatrix}, \quad (2-13)$$

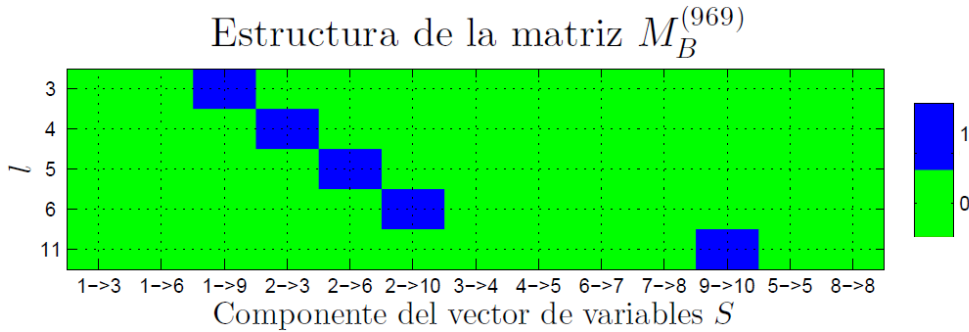
donde  $S$  es el vector de flujos de potencia por las ramas de la subestación,  $M^{(k)}$  es la matriz con la que se realizan los balances de potencia en los nodos, la cual es común para todas las posibles conexiones de la subestación y  $M_B^{(k)}$  es la matriz con la que se impone la restricción de que los flujos de potencia por interruptores abiertos deben de ser nulos. Esta última depende de cada conexión de la subestación. Para definir el vector  $S$  de manera formal y posteriormente las matrices  $M$ ,  $M_B^{(k)}$ , se usará la siguiente convención:







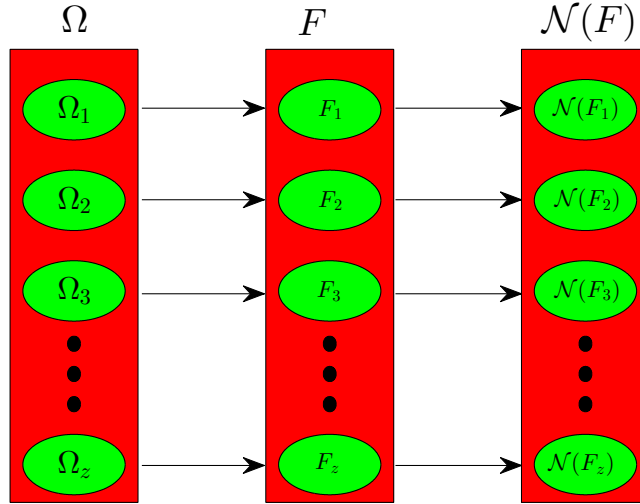
**Figura 2-7:** Representación gráfica de la matriz  $M$  para el ejemplo de la subestación en configuración doble barra con dos líneas de inyección de potencia.



**Figura 2-8:** Representación gráfica de la matriz  $M_B^{(964)}$ . En la figura se observa cómo se garantiza que el flujo de potencia a través del  $l$ -ésimo interruptor debe ser cero para satisfacer el sistema de ecuaciones lineales en (2-12)

Nótese que en este punto, cada elemento  $B^{(k)}$  del conjunto  $\Omega$  tendrá asociada una matriz  $F^{(k)}$ , cuyo espacio nulo (ver Ecuación (2-12)) contiene las posibles distribuciones de potencia que se puedan dar en la subestación bajo los estados de los interruptores dados en  $B^{(k)}$ . Por lo tanto, para que los subconjuntos  $\{\Omega_1, \Omega_2, \dots, \Omega_z\}$ , en los que se pretende dividir el conjunto  $\Omega$ , satisfagan las condiciones de la hipótesis, estos deben generar subconjuntos de matrices  $\{F_1, F_2, \dots, F_z\}$ , tales que sus espacios nulos no tengan intersecciones. De lo contrario, dos topologías de la subestación pertenecientes a distintos subconjuntos podrían generar la misma distribución de flujos de potencia por la subestación, implicando que la transición entre estados de dos subconjuntos diferentes es indetectable y no se cumplirían

las condiciones de la hipótesis.



**Figura 2-9:** Relación entre el conjunto de posibles conexiones de la subestación  $\Omega$ , las matrices de distribución de flujos de potencia  $F$  y el espacio nulo de dichas matrices  $\mathcal{N}(F_k)$

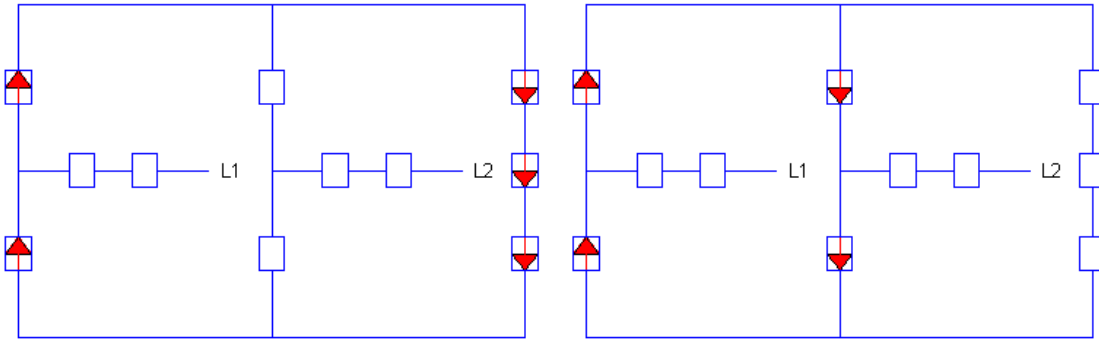
Tal como se definieron los conjuntos, la relación entre los elementos de  $\Omega$  y los elementos  $F$  es biyectiva, de donde los subconjuntos de  $F$  no tienen intersecciones. No obstante, aún se debe garantizar que no se puede generar una misma distribución de flujos de potencia en la subestación bajo condiciones presentadas en dos subconjuntos distintos de  $\Omega$  o  $F$ .

Cabe anotar que los conjuntos  $\Omega$  y  $F$  son conjuntos finitos cuyos elementos (vectores y matrices respectivamente) tienen en sus componentes solo ceros y unos para el caso del conjunto  $\Omega$  y ceros, unos y menos unos para el caso del conjunto  $F$ , como se puede observar en las Figuras 2-7 y 2-8 respectivamente. Sin embargo, para los vectores que forman el espacio nulo de las matrices en  $F$ , sus componentes resultan ser reales, debido a que representan flujos de potencia por las ramas de la subestación y como consecuencia de esto se tiene que cada subconjunto de  $S$  tendrá infinitos elementos. Por esta razón se hace imposible evaluar todas las distribuciones de flujos de potencia que se puedan presentar y se propone generar una base  $S_k$  asociada a cada subconjunto  $F_k$  y  $\Omega_k$ , de tal modo que cualquier vector que pertenezca al espacio nulo de cualquier matriz en  $F_k$  se pueda escribir como una combinación lineal de los vectores que conforman la base  $S_k$ .

Para construir la  $k$ -ésima base  $S_k$  se llevaron a cabo los siguientes pasos:

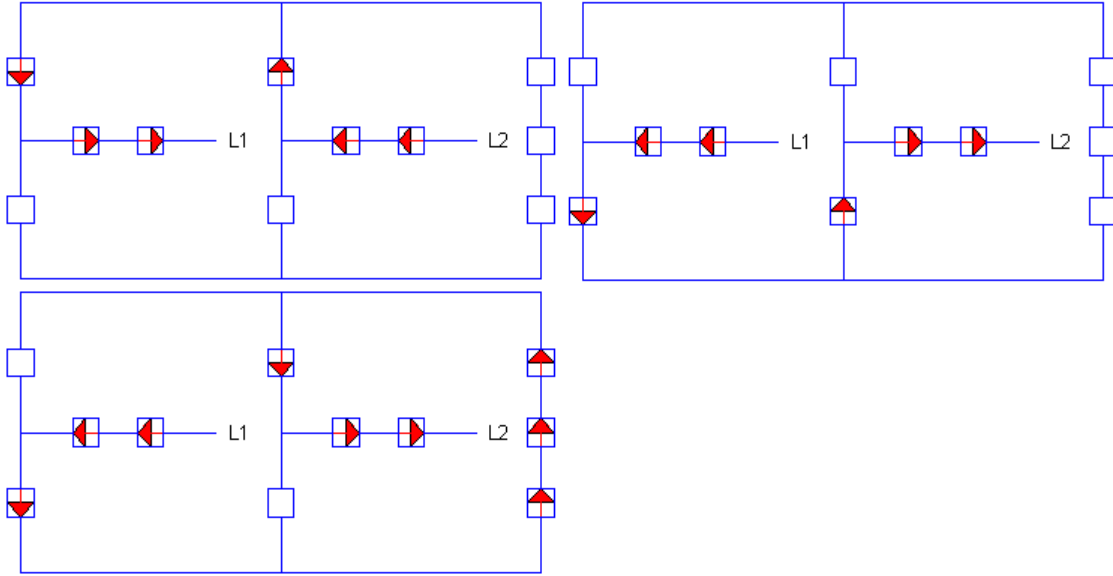
1. Se encontró una base para  $\mathcal{N}(F_k)$ .
2. Se creó una matriz generadora  $G_k$  cuyas columnas son todos los vectores obtenidos en el paso anterior.
3. Se calculó una factorización  $QR$  de la matriz  $G_k$ .
4. Finalmente, la base  $S_k$  se construyó con las columnas de la matriz  $G_k$  cuya columna correspondiente en la matriz  $R$  tenían pivote distinto de cero garantizando que los vectores escogidos no solo generan el mismo espacio columna de la matriz  $G$ , sino que también son el mínimo número de elementos que lo hacen.

Al realizar el procedimiento anterior en la subestación escogida como ejemplo, se obtuvieron los siguientes resultados:



**Figura 2-10:** Representación gráfica de los vectores en la base  $S_1$

En la Figura 2-10 se pueden observar las distribuciones de corrientes que forman la base  $S_1$ , dicha base está asociada al subconjunto  $\Omega_1$ , que se caracteriza porque ambas líneas están agrupadas en nodos diferentes (Ver Tabla 2-2). Como era de esperarse, no hay flujo de potencia por la líneas, pero si aparecen algunos flujos de potencia circulantes en la subestación, los cuales, aunque hacen parte de la solución matemática de la Ecuación (2-12). Obsérvese que en la práctica dichos flujos nunca existirán ya que no hay ninguna fuente que los genere.



**Figura 2-11:** Representación gráfica de los vectores en la base  $S_2$

Por otra parte, en la Figura 2-11 se muestran los elementos de la base  $S_2$  asociados al conjunto  $\Omega_2$ , en el cual ambas líneas están conectadas en el mismo nodo y por lo tanto, cualquier distribución de potencias en la subestación que represente un intercambio de potencias entre las dos líneas se puede representar como una combinación lineal de dichos elementos.

Finalmente, para que ninguna combinación lineal de los elementos en dos subconjuntos distintos puedan generar la misma distribución de potencias por la subestación, se tiene que cumplir que:

$$S_i x \neq S_j y \quad \text{si } i \neq j, \quad (2-15)$$

donde  $x, y$  son vectores de coeficientes del tamaño adecuado. La Ecuación (2-15) se puede reescribir de la forma:

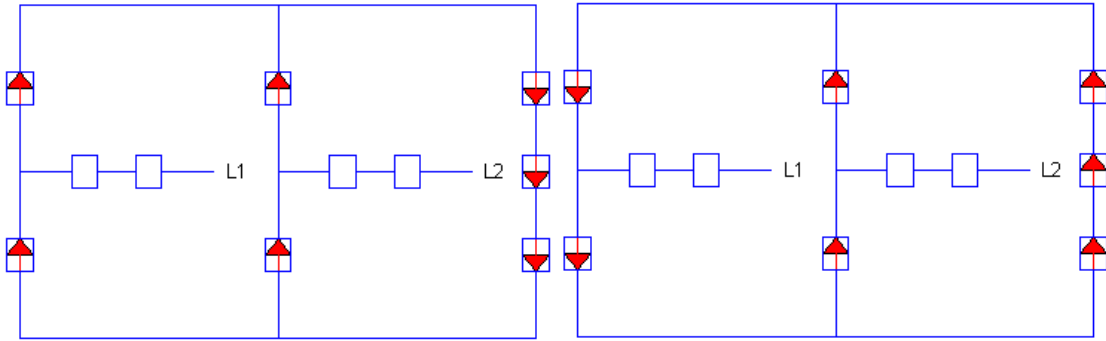
$$\begin{bmatrix} S_i & -S_j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \neq \vec{0}, \quad (2-16)$$

de donde se concluye que si el espacio nulo de la matriz  $[S_i \ -S_j]$  no es el conjunto vacío, existirá alguna combinación lineal de los vectores en las bases  $S_i, S_j$  de tal modo que la misma distribución de potencias por las ramas de la subestación se pueda lograr con los

elementos de dos subconjuntos distintos, implicando que las transiciones entre los estados del conjunto  $\Omega_i$  y  $\Omega_j$  serían indetectables contradiciendo así las condiciones de la hipótesis.

Lo anterior se debe probar para todos los pares de subconjuntos posibles y así determinar si las intersecciones entre subconjuntos de  $S$  son nulas.

Al analizar los subespacios generados por los elementos de la base  $S_1$  (ver Figura 2-10) y  $S_2$  (ver Figura 2-11) del ejemplo de aplicación, se encontró que los dos subespacios tienen elementos en la intersección, hecho que en principio parecía contradecir las condiciones de la hipótesis. A continuación se muestran los elementos en la intersección de los dos subconjuntos  $S_1, S_2$ .



**Figura 2-12:** Representación gráfica de una base para la intersección de los subconjuntos  $S_1$  y  $S_2$  del caso de aplicación de la subestación doble barra con dos líneas.

Como se puede observar en la Figura 2-12, en ninguno de los elementos en la intersección existen flujos de potencia por las líneas y tampoco se puede lograr que esto suceda con ninguna combinación lineal de estos. Es por esto que, aunque exista una intersección como resultado matemático del proceso realizado, en la práctica estas situaciones no se pueden presentar, puesto que la condición normal de dos o más líneas que están conectadas en el mismo nodo es que exista un flujo de potencia a través de ellas; en caso de que el flujo de potencia en cualquier línea sea nulo, esto implicaría que por alguna razón la línea está abierta.

Dicho de otra forma, las distribuciones de flujos de potencia mostradas en la Figura 2-12 no son posibles por dos razones:

1. Por más baja que sea la impedancia de las ramas que unen los nodos de una subestación, esta nunca será nula, razón que imposibilita la existencia de corrientes circulantes en la subestación sin ninguna fuente que haga la inyección.
2. Debido a los parámetros eléctricos, a las condiciones de voltaje, ángulo y carga o generación en cada línea, es prácticamente imposible que dos o más líneas tengan las

mismas condiciones de voltaje e impedancia vista desde la subestación. Por lo anterior, es necesario que exista un intercambio de potencia entre líneas conectadas en el mismo nodo.

En el mundo existen, básicamente, dos tendencias de configuraciones para subestaciones; una de ellas es la europea o de conexión de barras y la otra es la americana o de conexión de interruptores. En Colombia las configuraciones más utilizadas para cada una de las tendencias son:

Tendencia europea o de conexión de barras

- Barra sencilla
- Barra principal + barra de transferencia
- Doble barra
- Doble barra + seccionador de by-pass
- Doble barra + seccionador de transferencia

Tendencia americana o de conexión de interruptores

- Anillo
- Doble interruptor
- Interruptor y medio

El procedimiento mostrado en esta sección se aplicó para todas las configuraciones mostradas anteriormente, variando el número de líneas en cada una de las configuraciones. Los resultados fueron muy similares a los obtenidos en el ejemplo, probando así que para las subestaciones estudiadas se cumplen las condiciones planteadas en la hipótesis. Algunos de los resultados obtenidos se muestran en el Anexo A.1.

## **2.2. Reducción del espacio de búsqueda haciendo uso de las mediciones disponibles**

La división del conjunto  $\Omega$  en subconjuntos más pequeños, solo debe realizarse una vez, siempre que la configuración de la región no se vea alterada y las mediciones disponibles no cambien. El siguiente paso es identificar en cual subconjunto se encuentra la topología actual del sistema; esto se logra haciendo uso de las medidas de flujos de potencia por las líneas conectadas a la subestación, razón por la que es fundamental conocerlas.

Cada partición de  $\Omega$  se caracteriza por unir diferentes grupos de líneas en distintos nodos; en cada uno de estos nodos se debe de cumplir el balance de potencias. Para el ejemplo utilizado en esta sección, el subconjunto  $\Omega_1$  está formado por un solo nodo donde están agrupadas las dos líneas, así la suma de las potencias por las líneas debe de ser igual a cero. Para el subconjunto  $\Omega_2$  ambas líneas están separadas en un nodo cada una, de donde se sigue que el número de nodos resultantes es dos y, como cada uno tiene una sola línea asociada, se tiene que cumplir que el flujo de potencia por cada línea es nulo.

Para el caso general en el que se generan más subconjuntos con mayor número de nodos asociados, es necesario comprobar para cuál subconjunto se cumplen los balances de potencia con las mediciones disponibles en las líneas. Esta prueba se debe realizar comenzando por los subconjuntos con mayor número de nodos y terminando en los subconjuntos con menor número de nodos, con el fin de evitar la asociación de la topología a un subconjunto incorrecto. Al explorar los subconjuntos de esta manera, una vez las mediciones sean coherentes con los balances de potencia asociados, se garantizará que la topología del sistema esté definida por alguno de los elementos del subconjunto en cuestión.

Habiendo identificado el subconjunto que contiene la topología correcta del sistema, no es posible obtener más información desde las mediciones que permita identificar la verdadera topología. De hecho, por la forma en la que se definieron los subconjuntos si en ellos hay más de un elemento, las transiciones entre dichos elementos (estados de interruptores y seccionadores) serán indetectables y por lo tanto no observables. Con el fin de brindar una alternativa a la falta de observabilidad, en la Capitulo 3 se realiza una revisión de los modelos de confiabilidad que pueden ser aplicados a los dispositivos de conmutación para poder incluir información estadística que permita brindar un diagnóstico respecto a cual de las posibles topologías del subconjunto es la más probable en el momento en el que se generó el error topológico.

## 2.3. Resumen del capítulo

En este capítulo se mostró un procedimiento con el que es posible dividir el conjunto de  $2^n$  posibles topologías, de una región con  $n$  dispositivos de conmutación de estado desconocido, en subconjuntos más pequeños tomando como variables los flujos de potencia a través de las ramas de la región.

Cada uno de dichos subconjuntos se caracteriza porque las transiciones entre topologías del mismo subconjunto son indetectables y transiciones entre topologías de subconjuntos diferentes son detectables. Además, cada subconjunto cuenta con un balance de potencia que lo diferencia de los demás, y de esta manera es posible conocer en que subconjunto se encuentra la topología correcta de la región haciendo uso de las mediciones disponibles.



# Capítulo 3

## Confiabilidad

En este capítulo se presentará una breve historia del desarrollo de la teoría de confiabilidad y se describirán los patrones de falla con los que se puede caracterizar la tendencia a fallar de un equipo según la teoría de mantenimiento centrada en confiabilidad. También se mostrarán las funciones de probabilidad que son utilizadas para modelar dichos patrones de falla.

### 3.1. Antecedentes

La confiabilidad es una área de estudio que tiene sus inicios al final de la década de los cuarenta, en el periodo posterior a la segunda guerra mundial. En principio, se pretendía calcular la cantidad de repuestos necesarios para mantener equipamiento electrónico y mecánico operando por largos periodos de tiempo para fines militares [7]. Posteriormente, con el inicio de la carrera espacial en la década de los años cincuenta, comenzaron a aumentar las exigencias en cuanto a confiabilidad del equipamiento [6],[8].

Parte de los estudios realizados en los cincuentas se concentraron en mejorar la confiabilidad de los tubos electrónicos utilizados en la industria militar. Sin embargo, otras industrias como Vitro Corporation y Bell Telephone Laboratories se preocuparon por la confiabilidad de los componentes en otros campos de la industria. En la década posterior, los tubos electrónicos comenzaron a ser reemplazados por dispositivos discretos de estado sólido en muchas de las aplicaciones militares, dando así un nuevo enfoque al estudio de la confiabilidad en dichos dispositivos [11].

Aunque la implementación a gran escala de los circuitos electrónicos integrados tuvo sus inicios en la década de los sesenta, sus verdaderos efectos comenzaron a notarse en los años setenta. La introducción de las nuevas tecnologías que permitía dicha integración en la industria traía consigo la necesidad de estudiar la confiabilidad de los dispositivos y los procesos en los que eran utilizados [11]. Sin embargo, era cuestión de tiempo antes de que dicho conocimiento fuera implementado en otras áreas. Para los ochenta, las principales

aplicaciones de la confiabilidad se centraban en el estudio de la calidad de los productos en el mercado, encontrando grandes aplicaciones en la industria automotriz, eléctrica y de transporte aéreo [9]. Uno de los avances más importantes fue la integración de la confiabilidad y el mantenimiento, por Moubray en 1980 mediante su teoría de mantenimiento centrado en confiabilidad (RCM) [19].

En las décadas posteriores, los desarrollos de Moubray fueron aplicados a industrias en todo el mundo y se comenzó a prestar atención al análisis de causa y a los modelos de fallas en los procesos [9], extendiendo el uso de la teoría de confiabilidad en diversos campos del conocimiento en todo el mundo. En la actualidad, el estudio de confiabilidad es un factor determinante para garantizar la calidad en los productos y la adecuada prestación de servicios en diferentes sectores, siendo el sector eléctrico uno de los más importantes.

### 3.2. Confiabilidad en sistemas de potencia

Hoy en día, debido a la complejidad que ha alcanzado la ingeniería y los sistemas, existen diversos factores por los que se puede ver afectada la confiabilidad, a saber [24]:

- Fallas de software.
- Fallas debidas a factores humanos o errores en la documentación de operación.
- Fallas debidas a factores ambientales.
- Fallas debidas a factores que se replican con la redundancia.
- Fallas debidas a ambigüedades en las especificaciones.
- Fallas debidas a restricciones de tiempo durante el diseño.
- Fallas debidas a la combinación de tolerancia en los parámetros.

Con el uso de tecnología digital, el aumento en el tamaño, la redundancia utilizada en los esquemas de protección, la diversidad de fabricantes y proveedores de equipos y las exigencias de diseño, muchos de los factores mencionados anteriormente están presentes en los SP actuales, aumentando el número de causas posibles por las que se puede ver afectada la confiabilidad del sistema.

Aunque la teoría de confiabilidad no fue inicialmente desarrollada para SP, debido a las ventajas de su aplicación, su uso ha sido expandido a muchos otros campos de la ingeniería. En el sector eléctrico, por ejemplo, la confiabilidad es definida por la IEEE (Institute of Electrical and Electronics Engineers) como la capacidad del sistema para cumplir sin fallas su función dentro de un periodo especificado [3],[10].

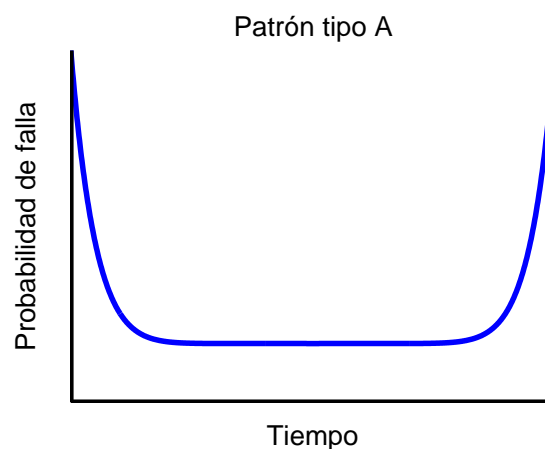
En la siguiente sección se mostrarán algunos de los patrones de falla que caracterizan la confiabilidad de los equipos en general y posteriormente se estudiarán las distribuciones de probabilidad que los representan.

### 3.3. Patrones de fallas de equipos

A lo largo de la historia de la confiabilidad y el mantenimiento, se han incorporado ciertos patrones estadísticos de fallas que caracterizan la vida útil de equipos bajo condiciones de trabajo son conocidas, como es el caso de los seccionadores y los interruptores en un SP. A continuación se presentan los seis patrones de fallas típicos que se han utilizado en el estudio de la confiabilidad de equipos desde los años sesenta [19] [9].

#### 3.3.1. Patrón A

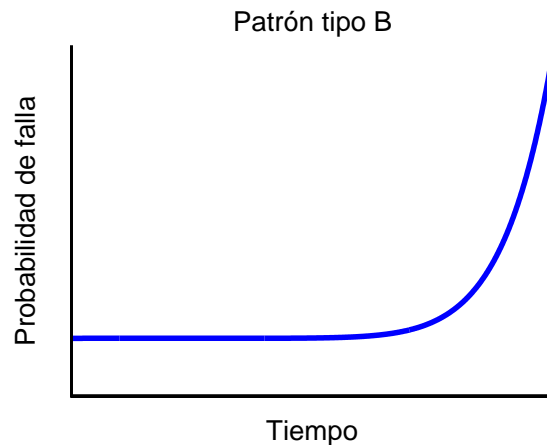
El patrón de falla A es también conocido como curva de la bañera y se caracteriza por tener una alta tasa de falla en el inicio de la vida de útil de los dispositivos denominada “mortalidad infantil”, seguido de una región con una probabilidad de falla aproximadamente constante y finalizando con un aumento en la probabilidad de falla al final de la vida útil del dispositivo.



**Figura 3-1:** Comportamiento de la probabilidad en el patrón de falla tipo A. Este patrón de falla se caracteriza por tener dos o más tasas de falla asociadas durante la vida útil del equipo.

### 3.3.2. Patrón B

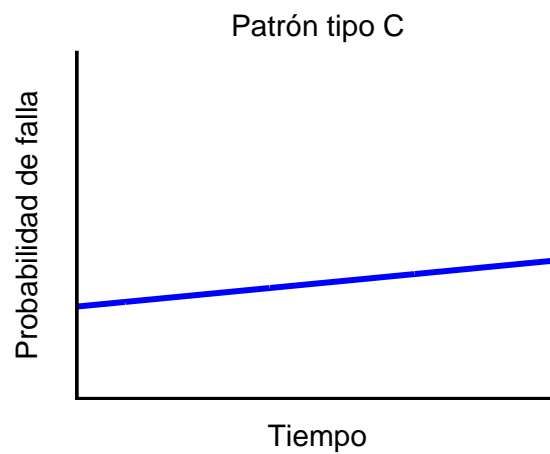
El patrón de falla B fue propuesto por Widsdom en la década de los cuarenta. Con este modelo es posible representar el comportamiento de fallas asociadas a factores como la fatiga, corrosión, abrasión, evaporación, entre otras. Se caracteriza por tener una probabilidad de falla aproximadamente constante en el inicio de la vida útil de los equipos seguido de un aumento en la probabilidad de falla al final, similar al del patrón A. La función de distribución de probabilidad que caracteriza este patrón de falla es la normal.



**Figura 3-2:** Comportamiento de la probabilidad en el patrón de falla tipo B. Este patrón de falla se caracteriza por tener una tasa de falla aproximadamente constante al inicio de la vida útil del equipo, que aumenta con el tiempo.

### 3.3.3. Patrón C

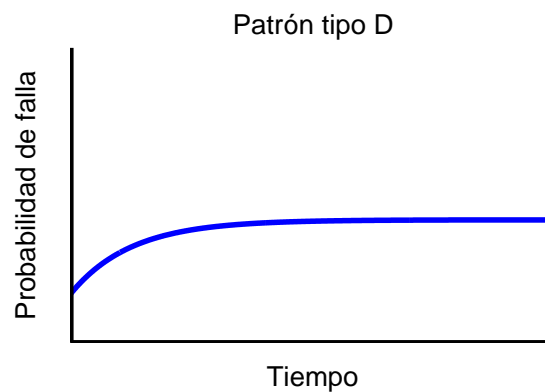
El patrón de falla C, a diferencia de los patrones A y B, crece lentamente durante todo el tiempo de operación del equipo, por lo que no tiene un límite de edad. Las fallas en componentes cuyo comportamiento puede ser representado por este patrón usualmente se dan por esfuerzos cíclicos.



**Figura 3-3:** Comportamiento de la probabilidad en el patrón de falla tipo C. Este patrón de falla se caracteriza por tener una tasa de falla creciente durante la vida útil del equipo, pero aproximadamente constante.

#### 3.3.4. Patrón D

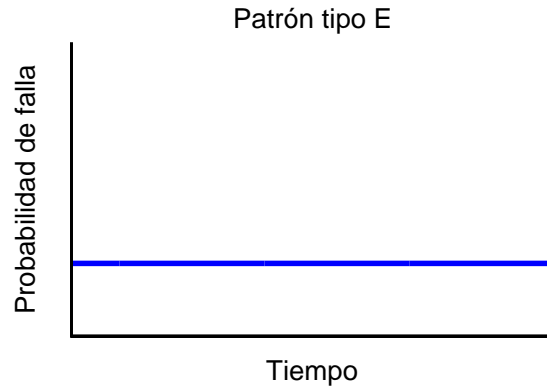
El patrón de falla D se caracteriza por presentar una baja probabilidad de falla cuando el equipo inicia su operación y posteriormente crece hasta un valor estable en el que no se identifica un tiempo límite de desgaste. La función de distribución de falla que representa este comportamiento está asociada a la distribución de Weibull cuando  $\beta \in (1, 2)$ .



**Figura 3-4:** Comportamiento de la probabilidad en el patrón de falla tipo D. Este patrón de falla se caracteriza por tener una tasa de falla creciente al inicio de la vida útil del equipo y por llegar después a un valor aproximadamente constante.

### 3.3.5. Patrón E

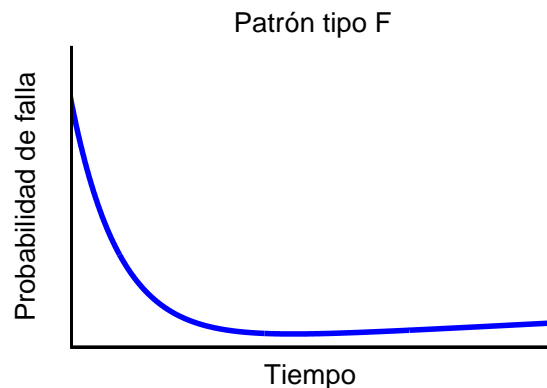
El patrón de falla E se caracteriza por presentar una probabilidad de falla constante durante toda la vida útil del equipo. La función de distribución asociada a este tipo de comportamiento es la exponencial.



**Figura 3-5:** En esta figura se puede observar el comportamiento constante de la probabilidad de falla en el patrón de falla tipo E.

### 3.3.6. Patrón F

El patrón de falla F se caracteriza por presentar una probabilidad de falla alta al inicio de la vida útil del equipo, que decrece rápidamente, de forma similar a la del patrón de falla A; seguido de un crecimiento muy lento de la probabilidad de falla que no permite definir un límite para la vida útil del equipo.



**Figura 3-6:** Comportamiento de la probabilidad de falla que caracteriza el patrón de falla tipo F, que se caracteriza por un rápido decrecimiento de la probabilidad de falla, seguido de un crecimiento muy lento.

Cabe anotar que los patrones de falla son aplicables a una gran variedad de equipos en diferentes procesos, siempre que se conozcan las condiciones de operación de los equipos y se tenga acceso a información que permita caracterizar el comportamiento de los mismos. En este trabajo, dicha teoría será aplicada a los interruptores y seccionadores de un SP, con el fin de brindar información acerca de la topología del sistema. Lo anterior se logró haciendo uso de funciones de probabilidad de falla en los equipos que representan los patrones de falla mostrados anteriormente. A continuación, se presenta la formulación matemática de la función de probabilidad de falla y las distribuciones más comunes que son aplicadas en los sistemas de potencia.

## 3.4. Fundamentos teóricos de la probabilidad de falla

### 3.4.1. Función de distribución acumulada de falla (fda)

La función de distribución acumulada de falla (fda) se define como la probabilidad de que un equipo, o cierto número de equipos de una población, falle antes de un tiempo  $t$  el cual es una variable continua y puede estar dado en diferentes unidades de medida [10]. Matemáticamente, la fda puede ser expresada como:

$$F(t) = \int_0^t f(x)dx, \quad t > 0, \quad (3-1)$$

donde  $f(x)$  es la función de densidad de probabilidad de falla (fdp). Para este caso en el que es de interés estudiar la probabilidad de falla de equipos individualmente, se definirá la fda como la probabilidad de que un equipo falla antes de un tiempo  $t$ . Análogamente, es posible definir la función de confiabilidad del equipo como el complemento de la fda y que sirve para estudiar la probabilidad de que el equipo no falle antes de determinado tiempo. La función de confiabilidad puede ser descrita matemáticamente de la siguiente manera:

$$R(t) = 1 - F(t) \quad (3-2)$$

### 3.4.2. Función de densidad de probabilidad (fdp)

La función de densidad de falla  $f(t)$  representa la probabilidad de ocurrencia de una falla en el instante de tiempo  $t$ , en el equipo al que está asociada y matemáticamente se puede definir cómo:

$$f(t) = \frac{dF(t)}{dt} = -\frac{dR(t)}{dt} \quad (3-3)$$

### 3.4.3. Función de riesgo o tasa de falla

La función de tasa de falla  $\lambda(t)$  es la tasa instantánea de falla a la que está sometida un equipo en el instante  $t$ . Esta función está estrechamente ligada a los patrones de falla mostrados en la sección anterior, ya que el patrón de falla en el que se debe clasificar un equipo depende de la naturaleza de su función de tasa de falla. Por ejemplo, para un equipo caracterizado con un patrón de falla A (“curva de la bañera”), su función de tasa de falla debe ser tal que en el inicio de la vida útil del equipo su valor comienza a decrecer notablemente, luego tome valores aproximadamente constantes y al final comience a aumentar.

#### Número esperado de fallas

El número esperado de fallas se define como la cantidad de fallas esperadas que ha de tener un equipo transcurrido el tiempo  $t$  y se calcula como:

$$E(t) = \int_0^t \lambda(x) dx \quad (3-4)$$

Existen varias distribuciones que han sido utilizadas para estudiar la confiabilidad y probabilidad de fallas de equipos en el sector eléctrico, incluyendo el análisis de fallas en interruptores de potencia [3],[10][9]. A continuación se definirá cada una de esas distribuciones y sus principales características.

### 3.4.4. Principales distribuciones de probabilidad

#### Distribución Exponencial

La distribución exponencial es un caso particular de la distribución gamma y es una de las más utilizadas en estudios de confiabilidad. Se caracteriza por tener una tasa de falla constante, es decir  $\lambda(t) = \text{constante}$ . La fdp para esta distribución está dada por

$$f(t) = \lambda e^{-\lambda t}, \quad t > 0, \quad (3-5)$$

de donde la fda y la función de confiabilidad estarán dadas respectivamente por:

$$F(t) = \int_0^t \lambda e^{-\lambda x} dx = 1 - e^{-\lambda t}, \quad (3-6)$$

$$R(t) = 1 - F(t) = e^{-\lambda t} \quad (3-7)$$

y el valor esperado de fallas en el tiempo  $t$  para esta distribución es:

$$E(t) = \frac{1}{\lambda} \quad (3-8)$$



### Distribución Weibull

La distribución fue formulada por Walodi Weibull y descrita detalladamente en 1951. Esta distribución guarda una estrecha relación con la distribución exponencial, se utiliza frecuentemente para estudiar la vida de equipos en servicio y está definida principalmente por tres parámetros:

$\gamma$ : Parámetro de posición, que representa el tiempo antes del cual no ocurren fallas.

$\eta$ : Parámetro de escala o característica de vida.

$\beta$ : Parámetro de forma que caracteriza la función.

Dependiendo de los valores que se asignen a los parámetros, la distribución Weibull puede representar una exponencial, gamma o normal. La función de tasa de falla  $\lambda(t)$  también dependerá del valor de los parámetros, pudiendo presentar tendencias diferentes. La fdp de la distribución Weibull está dada por:

$$f(t) = \beta \frac{(t - \gamma)^{\beta-1}}{\eta^\beta} e^{-\frac{(t-\gamma)^\beta}{\eta^\beta}} \quad (3-9)$$

La fda y la función de confiabilidad están dadas respectivamente por:

$$F(t) = 1 - e^{-\frac{(t-\gamma)^\beta}{\eta^\beta}} \quad (3-10)$$

$$R(t) = e^{-\frac{(t-\gamma)^\beta}{\eta^\beta}} \quad (3-11)$$

El valor esperado del número de fallas para un equipo cuya probabilidad de falla es modelada con esta distribución está dado por

$$E(t) = \eta^{-\frac{1}{\beta}} \Gamma \left( 1 + \frac{1}{\beta} \right), \quad (3-12)$$

donde  $\Gamma$  es la función gamma. La distribución Weibull es adecuada para modelar comportamientos de equipos en los que la tasa de falla crece o decrece con el tiempo, como es el caso de algunas regiones de los patrones de falla mencionados anteriormente [9].

### Distribución Gamma

Esta distribución se utiliza cuando se quiere estudiar el tiempo aproximado en el cual ocurrirán cierto número de fallas en un equipo. Para este caso la tasa de falla, al igual que en la distribución exponencial, es constante. Su función fdp está dada por:

$$f(t) = \alpha e^{-\alpha t} \frac{(\alpha t)^{k-1}}{\Gamma(k)} \quad (3-13)$$

Donde  $\Gamma(k)$  está dada por la expresión:

$$\Gamma(k) = \int_0^{\infty} t^{k-1} e^{-t} dt. \quad (3-14)$$

La fda y la función de confiabilidad están dadas respectivamente por:

$$F(t) = 1 - \frac{\alpha^k}{\Gamma(k)} \int_t^{\infty} t^{k-1} e^{-\alpha x} dx, \quad (3-15)$$

$$R(t) = \frac{\alpha^k}{\Gamma(k)} \int_t^{\infty} t^{k-1} e^{-\alpha x} dx \quad (3-16)$$

El valor esperado del número de fallas para un equipo cuya probabilidad de falla es modelada con esta distribución está dado por:

$$E(t) = \frac{k}{\alpha} \quad (3-17)$$

### Distribución Normal

La distribución normal es una de las distribuciones más utilizadas para modelar procesos en la naturaleza, como el desgaste de las piezas de un dispositivo que se da desde el comienzo de su vida útil. Debido a que el tiempo de vida de un dispositivo solo puede tomar valores positivos, para esta distribución se debe tener en cuenta dicho factor, ya que según la definición de la distribución la variable de tiempo podría tomar valores negativos.

La fdp para la distribución normal está dada por:

$$f(t) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(t-\mu)^2}{2\sigma^2}}, \quad (3-18)$$

donde  $\mu$  y  $\sigma$  son la media y la desviación estándar respectivamente; la variable de tiempo puede tomar valores en el intervalo  $(-\infty, \infty)$  siendo necesario restringir el dominio de la función a los  $t > 0$ . La fda y la función de confiabilidad están dadas respectivamente por:

$$F(t) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_0^t e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} dx, \quad (3-19)$$

$$R(t) = 1 - \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_0^t e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} dx \quad (3-20)$$

El valor esperado del número de fallas para un equipo cuya probabilidad de falla es modelada con esta distribución está dado por:

$$E(t) = \mu \quad (3-21)$$

### Distribución Log - Normal

La distribución log-normal se presenta cuando existe una variable aleatoria tal que su logaritmo tiene una distribución normal. La fdp para la distribución log-normal está dada por:

$$f(t) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} t^{-1} e^{-\frac{(\ln(t)-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad (3-22)$$

La fda y la función de confiabilidad están dadas respectivamente por:

$$F(t) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} t^{-1} \int_0^t e^{-\frac{(\ln(x)-\mu)^2}{2\sigma^2}} dx, \quad (3-23)$$

$$R(t) = 1 - \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} t^{-1} \int_0^t e^{-\frac{(\ln(x)-\mu)^2}{2\sigma^2}} dx \quad (3-24)$$

El valor esperado del número de fallas para un equipo cuya probabilidad de falla es modelada con esta distribución está dado por

$$E(t) = e^{\mu + \frac{\sigma^2}{2}} \quad (3-25)$$

## Resumen de capítulo

En este capítulo fueron descritos los patrones de falla con los cuales se modela la evolución de las tasas de falla por unidad de tiempo según la teoría de mantenimiento basada en confiabilidad. También se presentan de forma analítica las distribuciones de probabilidad, funciones de densidad de probabilidad acumulada de falla y de funciones de confiabilidad con las que puede ser modelado el comportamiento de cualquier dispositivo con el fin de brindar una estimación del tiempo en el que el dispositivo pueda fallar. Estos modelos serán utilizados en el Capítulo 4 para modelar la probabilidad de falla en seccionadores e interruptores.

# Capítulo 4

## Estimación topológica usando modelos de probabilidad de falla

En el Capítulo 2 de este documento se mostró como reducir a un subconjunto el número de posibilidades para encontrar la topología correcta del sistema. Sin embargo, dicho subconjunto carecía de observabilidad, por lo cual en el Capítulo 3 se mostraron algunas funciones de confiabilidad típicas con las que pueden ser modelados una gran variedad de dispositivos dependiendo de sus condiciones de operación y de los patrones de fallas que presenten.

Debido a la importancia que tienen los dispositivos de conmutación en el correcto funcionamiento de un SP, su confiabilidad y los factores que la afectan han sido ampliamente estudiados en las últimas décadas. Algunos de los factores de deterioro y desgaste en interruptores de potencia mejor documentados en la literatura son [1]:

- Deterioro y envejecimiento en los diferentes componentes.
- Anomalías en los diseños de fabricación.
- Uso de materiales inadecuados en la fabricación.
- Deterioro de empaquetaduras.
- Deterioro y desgaste de mecanismos de accionamiento.
- Deterioro del sistema de control.

Muchos de estos factores son muy bien representados por las funciones de probabilidad mostradas en el Capítulo 3, con las que ya se han modelado la confiabilidad en interruptores de potencia [10]. Por otra parte, el historial operativo de los equipos aporta información importante para determinar la confiabilidad de los mismos [26]; al realizar pruebas de tendencia sobre dichos datos y realizando análisis de los patrones de falla, se puede encontrar la distribución de probabilidad que mejor se ajuste a los datos y estimar los parámetros de las

funciones de confiabilidad. Un proceso similar ya ha sido aplicado a algunos interruptores de potencia de la empresa colombiana ISA (Interconexión Eléctrica S.A.) [13].

Probablemente, debido a las diferencias físicas que existen entre los interruptores y los seccionadores, para estos últimos no se cuenta con una metodología clara y el análisis de los estados de los equipos usualmente se realiza con técnicas de termografía, lo que puede resultar en una pérdida de información en lo que respecta a otros posibles factores de falla del equipo [9]. Sin embargo, desde el punto de vista de la estimación topológica, ambos equipos están en capacidad de modificar la topología de un SP y por lo tanto se debe estudiar cada dispositivo independientemente de su naturaleza. A continuación se muestra el desarrollo propuesto para incluir la información brindada por los modelos de confiabilidad en la estimación topológica.

## 4.1. Formulación matemática

Sea  $X^{(I)} = [X_1^{(I)} X_2^{(I)} \dots X_n^{(I)}]^T \in \Omega_i$  el vector que determina la última topología conocida de la región a estimar. Los estados de los dispositivos de conmutación pueden cambiar sin generar evidencias de un error topológico siempre que las transiciones entre estados sean no detectables, o lo que es lo mismo, que el vector de estados resultante se encuentre dentro del subconjunto  $\Omega_i$ . No obstante, cuando sea generada una transición detectable, el nuevo vector de estados se encontrará dentro de un subconjunto  $\Omega_j$  diferente al inicial y en este punto se detectaría el error topológico con el uso de los balances de potencia.

Una vez detectada la existencia de un error topológico e identificado el subconjunto  $\Omega_j$ , al cual pertenece la nueva topología, se propone hacer uso de las funciones de confiabilidad con las cuales se haya caracterizado cada dispositivo y así encontrar el vector de estados con la mayor probabilidad de ocurrencia. Lo anterior se logra calculando la probabilidad de que exista una transición entre el vector de estados inicial  $X^{(I)}$  y cada uno de los posibles estados que conforman el subconjunto  $\Omega_j$ .

Sea  $X^{(F)} = [X_1^{(F)} X_2^{(F)} \dots X_n^{(F)}]^T$  cualquier elemento del subconjunto  $\Omega_j$ , para encontrar la probabilidad de la transición entre el estado  $B$  y el estado  $X^{(F)}$  se generará un vector de probabilidades  $p$  de las mismas dimensiones de  $X^{(I)}$  y  $X^{(F)}$  de la siguiente manera:

$$p_l = \begin{cases} F_l(t) & \text{si } X_l^{(I)} \neq X_l^{(F)} \\ R_l(t) & \text{si } X_l^{(I)} = X_l^{(F)} \end{cases} \quad (4-1)$$

lo anterior se debe a que si el estado de un dispositivo de conmutación es diferente en ambos vectores de estados, quiere decir que existe una falla en el estado del interruptor y se analiza

la probabilidad de falla acumulada del dispositivo en el tiempo en el que se detectó el error. Por el contrario, si el estado del dispositivo de conmutación es el mismo en ambos vectores de estados, quiere decir que no hay falla y se debe evaluar la función de confiabilidad del dispositivo en el tiempo que se detectó el error. Finalmente, debido a que las fallas en los estados de los interruptores son eventos independientes, la probabilidad total de la transición del estado  $X^{(I)}$  al estado  $X^{(F)}$  se puede calcular como:

$$P_{X^{(I)} \rightarrow X^{(F)}} = \prod_{k=1}^l p_l \quad (4-2)$$

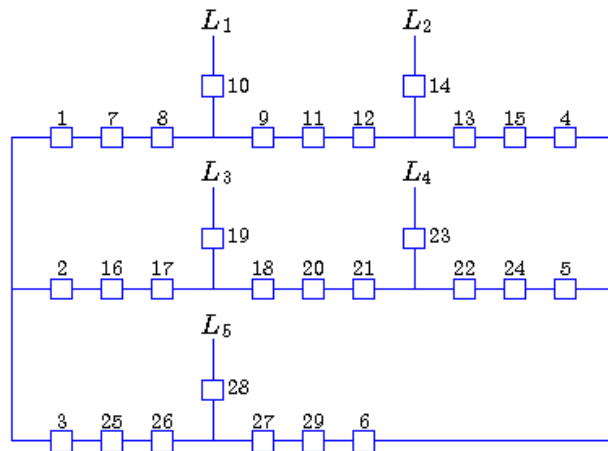
Nótese que la probabilidad de transición entre estados puede ser calculada en cualquier instante de tiempo, por lo cual, una vez conocido el estado inicial  $X^{(I)}$  es posible calcular la probabilidad de transición de este a cualquier otro estado de cualquier subconjunto. Lo anterior permite listar, en orden del más probable a menos probable, todos los estados de cada subconjunto de  $\Omega$ . De esta manera, ante la ocurrencia de un error topológico no sólo es posible identificar en que subconjunto de  $\Omega$  se encuentra la topología correcta, sino que los elementos de dicho subconjunto estarían listados en orden descendente de probabilidad de ocurrencia, brindando así una estimación de la verdadera topología de la subestación.

A continuación se muestra el procedimiento paso a paso de todo el proceso de estimación topológica haciendo uso de modelos de confiabilidad propuesto. Posteriormente en la sección 4.2 se aplicará el método al caso de una subestación del Sistema Interconectado Nacional (SIN) colombiano.

- 1) Para iniciar el proceso es necesario conocer la configuración de la región de estudio y los nodos en los cuales se estén realizando las mediciones de flujos de potencia. Se deben medir todos los flujos de entrada y salida a la región.
- 2) Generar el conjunto  $\Omega$  de todos los posibles estados de dispositivos de conmutación dentro de la región (Ver 2-2). Dicho conjunto estará formado por  $2^N$  posibles topologías.
- 3) Dividir el conjunto  $\Omega$  en subconjuntos caracterizados porque las transiciones entre elementos del mismo subconjunto son no detectables y las transiciones entre elementos de subconjuntos diferentes son detectables. Lo anterior se realiza con el procedimiento mostrado en la sección 2.1.2.
- 4) Modelar la probabilidad de falla en el estado de cada uno de los dispositivos de conmutación con la distribución que mejor represente su comportamiento. Cabe anotar que la mejor información que puede ser utilizada para dicho fin es la información propia del equipo, los datos históricos de fallas y mantenimientos. Algunas de las distribuciones utilizadas para este fin fueron mostradas en el capítulo 3.4.

- 5) Calcular la probabilidad de transición del último estado conocido al resto de estados del conjunto  $\Omega$  (Ver Eq. 4-2) y posteriormente listar en orden descendente de probabilidad las posibles topologías en cada subconjunto de  $\Omega$ . Ya que las probabilidades de transición entre estados cambian debido a la dependencia del tiempo de las funciones de probabilidad de falla, este paso se debe realizar cada vez que se considere que hubo cambios significativos en las probabilidades de falla de los equipos.
- 6) Los balances de potencia del subconjunto de  $\Omega$ , en el que se encuentra la topología inicial del sistema, se deben cumplir en todo momento, una incoherencia en dichos balances son evidencia de que existe un error topológico. Para encontrar el subconjunto en el que se encuentra la nueva topología se debe realizar el procedimiento de la sección 2.2 y con los resultados del paso 5 se tendría una estimación de la topología más probable a la menos probable dentro del subconjunto con el cual son coherentes las nuevas mediciones de flujos de potencia.
- 7) Posterior a la verificación del error topológico, la información del dispositivo que presentó la falla puede ser incluida en el histórico de fallas y de esta manera contribuir a la estimación de los parámetros de la función de probabilidad con la que se esté modelando el comportamiento del dispositivo.

## 4.2. Problema de aplicación



**Figura 4-1:** Esquema del patio de 500kV de la subestación. Las bahías de las líneas  $L_1$ ,  $L_3$ ,  $L_5$  están conectadas al patio de 220kV de la misma subestación, mientras las líneas  $L_2$ ,  $L_4$  están conectadas a una subestación remota. Los números sobre los dispositivos de conmutación corresponden al código  $l$  que fue asignado a cada uno.



Con el fin de ilustrar el procedimiento propuesto, se mostrará la ejecución de cada uno de los pasos en el patio de  $500kV$  de una subestación existente del SIN colombiano, el cual cuenta con 5 líneas conectadas en configuración de interruptor y medio. En la Fig. 4-1 se muestra un esquema conexión de la subestación. Ya que los flujos de potencia por las líneas se pueden medir, se cumplen los requisitos del primer paso para llevar a cabo el procedimiento.

Para generar el conjunto de posibles estados de interruptores  $\Omega$  según lo requerido en el segundo paso, se debe observar la cantidad de dispositivos de conmutación con los que cuenta la subestación. Ya que la subestación cuenta con 29 dispositivos ( $N = 29$ ), el número de posibles topologías será  $536'870.912 (2^N)$ . Como se había mencionado anteriormente, los elementos de  $\Omega$  se pueden formar expresando en forma binaria los números en el intervalo  $[0, 2^N - 1]$ . Por cada número se generará un vector de 29 componentes donde cada una contiene el estado del interruptor asociado a la topología descrita por el vector.

En el paso 3 se debe realizar la partición del conjunto  $\Omega$  en subconjuntos, para el caso de esta subestación se obtuvieron 49 subconjuntos. En la tabla 4-1 se muestra cada uno de ellos, los nodos en los que se agrupan las líneas, el número de elementos que los componen y el balance de potencia que los caracteriza.

Subconjunto	Agrupación de líneas	Número de elementos en el subconjunto	Ecuación de balance de potencia
$\Omega_1$	$L_1L_2L_3L_4L_5$	1,772	$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_{L_1} \\ S_{L_2} \\ S_{L_3} \\ S_{L_4} \\ S_{L_5} \end{bmatrix} = 0$
$\Omega_2$	$L_1L_2L_3L_4$ $L_5$	16,962	$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_{L_1} \\ S_{L_2} \\ S_{L_3} \\ S_{L_4} \\ S_{L_5} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$
$\Omega_3$	$L_1L_2L_3L_5$ $L_4$	10,788	$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_{L_1} \\ S_{L_2} \\ S_{L_3} \\ S_{L_4} \\ S_{L_5} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$
$\Omega_4$	$L_1L_2L_4L_5$ $L_3$	10,788	$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_{L_1} \\ S_{L_2} \\ S_{L_3} \\ S_{L_4} \\ S_{L_5} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$

Subconjunto	Agrupación de líneas	Número de elementos en el subconjunto	Ecuación de balance de potencia
$\Omega_5$	$L_1L_2L_5$ $L_3L_4$	7,252	$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_{L_1} \\ S_{L_2} \\ S_{L_3} \\ S_{L_4} \\ S_{L_5} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$
$\Omega_6$	$L_1L_3L_4L_5$ $L_2$	10,788	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_{L_1} \\ S_{L_2} \\ S_{L_3} \\ S_{L_4} \\ S_{L_5} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$
$\Omega_7$	$L_1$ $L_2L_3L_4L_5$	10,788	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_{L_1} \\ S_{L_2} \\ S_{L_3} \\ S_{L_4} \\ S_{L_5} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$
$\Omega_8$	$L_1L_2$ $L_3L_4L_5$	7,252	$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_{L_1} \\ S_{L_2} \\ S_{L_3} \\ S_{L_4} \\ S_{L_5} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$
$\Omega_9$	$L_1L_3L_5$ $L_2L_4$	343	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_{L_1} \\ S_{L_2} \\ S_{L_3} \\ S_{L_4} \\ S_{L_5} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$
$\Omega_{10}$	$L_1L_2L_4$ $L_3L_5$	343	$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_{L_1} \\ S_{L_2} \\ S_{L_3} \\ S_{L_4} \\ S_{L_5} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$
$\Omega_{11}$	$L_1L_5$ $L_2L_3L_4$	343	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_{L_1} \\ S_{L_2} \\ S_{L_3} \\ S_{L_4} \\ S_{L_5} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$

Subconjunto	Agrupación de líneas	Número de elementos en el subconjunto	Ecuación de balance de potencia
$\Omega_{12}$	$L_1L_3L_4$ $L_2L_5$	343	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_{L_1} \\ S_{L_2} \\ S_{L_3} \\ S_{L_4} \\ S_{L_5} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$
$\Omega_{13}$	$L_1L_2L_3$ $L_4L_5$	343	$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_{L_1} \\ S_{L_2} \\ S_{L_3} \\ S_{L_4} \\ S_{L_5} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$
$\Omega_{14}$	$L_1L_3$ $L_2L_4L_5$	343	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_{L_1} \\ S_{L_2} \\ S_{L_3} \\ S_{L_4} \\ S_{L_5} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$
$\Omega_{15}$	$L_1L_2L_3$ $L_4$ $L_5$	123,047	$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_{L_1} \\ S_{L_2} \\ S_{L_3} \\ S_{L_4} \\ S_{L_5} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$
$\Omega_{16}$	$L_1L_2L_4$ $L_3$ $L_5$	123,047	$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_{L_1} \\ S_{L_2} \\ S_{L_3} \\ S_{L_4} \\ S_{L_5} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$
$\Omega_{17}$	$L_1L_2$ $L_3L_4$ $L_5$	494,704	$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_{L_1} \\ S_{L_2} \\ S_{L_3} \\ S_{L_4} \\ S_{L_5} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$
$\Omega_{18}$	$L_1L_3L_4$ $L_2$ $L_5$	123047	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_{L_1} \\ S_{L_2} \\ S_{L_3} \\ S_{L_4} \\ S_{L_5} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$

Subconjunto	Agrupación de líneas	Número de elementos en el subconjunto	Ecuación de balance de potencia
$\Omega_{19}$	$L_1$ $L_2L_3L_4$ $L_5$	123,047	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_{L_1} \\ S_{L_2} \\ S_{L_3} \\ S_{L_4} \\ S_{L_5} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$
$\Omega_{20}$	$L_1L_3$ $L_2L_4$ $L_5$	5,488	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_{L_1} \\ S_{L_2} \\ S_{L_3} \\ S_{L_4} \\ S_{L_5} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$
$\Omega_{21}$	$L_1L_2L_5$ $L_3$ $L_4$	244,616	$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_{L_1} \\ S_{L_2} \\ S_{L_3} \\ S_{L_4} \\ S_{L_5} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$
$\Omega_{22}$	$L_1L_3L_5$ $L_2$ $L_4$	116,873	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_{L_1} \\ S_{L_2} \\ S_{L_3} \\ S_{L_4} \\ S_{L_5} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$
$\Omega_{23}$	$L_1$ $L_2L_3L_5$ $L_4$	29,408	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_{L_1} \\ S_{L_2} \\ S_{L_3} \\ S_{L_4} \\ S_{L_5} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$
$\Omega_{24}$	$L_1L_2$ $L_3L_5$ $L_4$	55,615	$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_{L_1} \\ S_{L_2} \\ S_{L_3} \\ S_{L_4} \\ S_{L_5} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$
$\Omega_{25}$	$L_1L_4L_5$ $L_2$ $L_3$	29,408	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_{L_1} \\ S_{L_2} \\ S_{L_3} \\ S_{L_4} \\ S_{L_5} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$

Subconjunto	Agrupación de líneas	Número de elementos en el subconjunto	Ecuación de balance de potencia
$\Omega_{26}$	$L_1$ $L_2L_4L_5$ $L_3$	116,873	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_{L_1} \\ S_{L_2} \\ S_{L_3} \\ S_{L_4} \\ S_{L_5} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$
$\Omega_{27}$	$L_1L_2$ $L_3$ $L_4L_5$	55,615	$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_{L_1} \\ S_{L_2} \\ S_{L_3} \\ S_{L_4} \\ S_{L_5} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$
$\Omega_{28}$	$L_1L_5$ $L_2$ $L_3L_4$	55,615	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_{L_1} \\ S_{L_2} \\ S_{L_3} \\ S_{L_4} \\ S_{L_5} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$
$\Omega_{29}$	$L_1$ $L_2L_5$ $L_3L_4$	55,615	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_{L_1} \\ S_{L_2} \\ S_{L_3} \\ S_{L_4} \\ S_{L_5} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$
$\Omega_{30}$	$L_1$ $L_2$ $L_3L_4L_5$	244,616	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_{L_1} \\ S_{L_2} \\ S_{L_3} \\ S_{L_4} \\ S_{L_5} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$
$\Omega_{31}$	$L_1L_5$ $L_2L_3$ $L_4$	343	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_{L_1} \\ S_{L_2} \\ S_{L_3} \\ S_{L_4} \\ S_{L_5} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$
$\Omega_{32}$	$L_1L_5$ $L_2L_4$ $L_3$	5,488	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_{L_1} \\ S_{L_2} \\ S_{L_3} \\ S_{L_4} \\ S_{L_5} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$

Subconjunto	Agrupación de líneas	Número de elementos en el subconjunto	Ecuación de balance de potencia
$\Omega_{33}$	$L_1L_4$ $L_2$ $L_3L_5$	343	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_{L_1} \\ S_{L_2} \\ S_{L_3} \\ S_{L_4} \\ S_{L_5} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$
$\Omega_{34}$	$L_1$ $L_2L_4$ $L_3L_5$	5,488	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_{L_1} \\ S_{L_2} \\ S_{L_3} \\ S_{L_4} \\ S_{L_5} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$
$\Omega_{35}$	$L_1L_3$ $L_2L_5$ $L_4$	5,488	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_{L_1} \\ S_{L_2} \\ S_{L_3} \\ S_{L_4} \\ S_{L_5} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$
$\Omega_{36}$	$L_1L_4$ $L_2L_5$ $L_3$	343	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_{L_1} \\ S_{L_2} \\ S_{L_3} \\ S_{L_4} \\ S_{L_5} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$
$\Omega_{37}$	$L_1L_3$ $L_2$ $L_4L_5$	5,488	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_{L_1} \\ S_{L_2} \\ S_{L_3} \\ S_{L_4} \\ S_{L_5} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$
$\Omega_{38}$	$L_1$ $L_2L_3$ $L_4L_5$	343	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_{L_1} \\ S_{L_2} \\ S_{L_3} \\ S_{L_4} \\ S_{L_5} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$
$\Omega_{39}$	$L_1L_2$ $L_3$ $L_4$ $L_5$	15'657,272	$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_{L_1} \\ S_{L_2} \\ S_{L_3} \\ S_{L_4} \\ S_{L_5} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$

Subconjunto	Agrupación de líneas	Número de elementos en el subconjunto	Ecuación de balance de potencia
$\Omega_{40}$	$L_1L_3$ $L_2$ $L_4$ $L_5$	1'715,351	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_{L_1} \\ S_{L_2} \\ S_{L_3} \\ S_{L_4} \\ S_{L_5} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$
$\Omega_{41}$	$L_1$ $L_2L_3$ $L_4$ $L_5$	238,736	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_{L_1} \\ S_{L_2} \\ S_{L_3} \\ S_{L_4} \\ S_{L_5} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$
$\Omega_{42}$	$L_1L_4$ $L_2$ $L_3$ $L_5$	238,736	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_{L_1} \\ S_{L_2} \\ S_{L_3} \\ S_{L_4} \\ S_{L_5} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$
$\Omega_{43}$	$L_1$ $L_2L_4$ $L_3$ $L_5$	1'715,351	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_{L_1} \\ S_{L_2} \\ S_{L_3} \\ S_{L_4} \\ S_{L_5} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$
$\Omega_{44}$	$L_1$ $L_2$ $L_3L_4$ $L_5$	15'657,272	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_{L_1} \\ S_{L_2} \\ S_{L_3} \\ S_{L_4} \\ S_{L_5} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$
$\Omega_{45}$	$L_1L_5$ $L_2$ $L_3$ $L_4$	1'864,703	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_{L_1} \\ S_{L_2} \\ S_{L_3} \\ S_{L_4} \\ S_{L_5} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$
$\Omega_{46}$	$L_1$ $L_2L_5$ $L_3$ $L_4$	1'864,703	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_{L_1} \\ S_{L_2} \\ S_{L_3} \\ S_{L_4} \\ S_{L_5} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$

Subconjunto	Agrupación de líneas	Número de elementos en el subconjunto	Ecuación de balance de potencia
$\Omega_{47}$	$L_1$ $L_2$ $L_3L_5$ $L_4$	1'864,703	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_{L_1} \\ S_{L_2} \\ S_{L_3} \\ S_{L_4} \\ S_{L_5} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$
$\Omega_{48}$	$L_1$ $L_2$ $L_3$ $L_4L_5$	1'864,703	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_{L_1} \\ S_{L_2} \\ S_{L_3} \\ S_{L_4} \\ S_{L_5} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$
$\Omega_{49}$	$L_1$ $L_2$ $L_3$ $L_4$ $L_5$	492'090,976	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_{L_1} \\ S_{L_2} \\ S_{L_3} \\ S_{L_4} \\ S_{L_5} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$

**Tabla 4-1:** Subconjuntos resultantes de partir el conjunto  $\Omega$  de la región de estudio de la subestación.

El siguiente paso consiste en modelar la probabilidad de falla en el estado de cada uno de los 29 dispositivos de conmutación que conforman la subestación. En la Tabla 4-2 se muestra la distribución de probabilidad de falla que fue propuesta para cada dispositivo junto con los parámetros que caracteriza cada una de ellas.

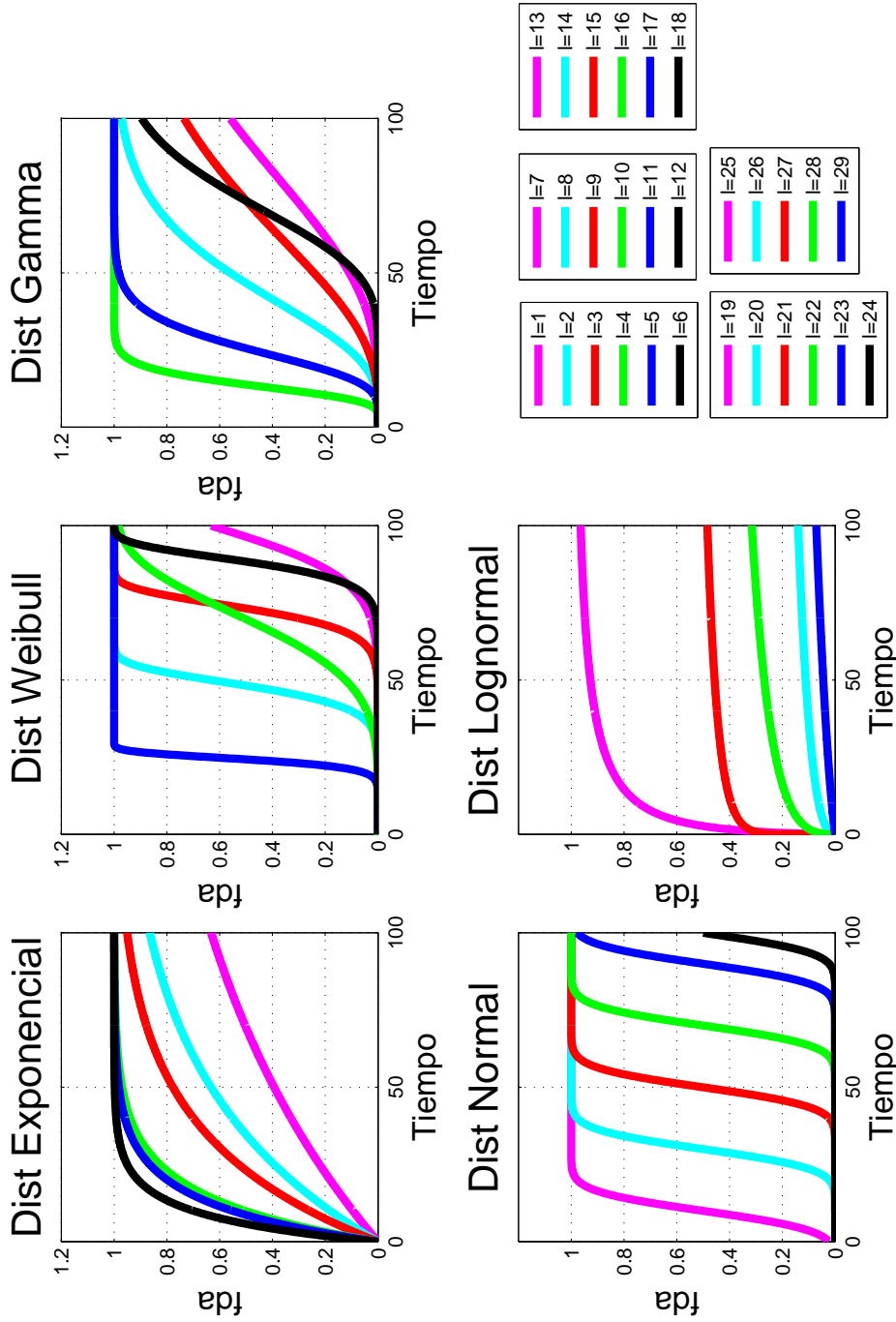
$l$	Distribución de probabilidad de falla	Parámetros
1	Exponencial	$\lambda = 0,01$
2	Exponencial	$\lambda = 0,02$
3	Exponencial	$\lambda = 0,03$
4	Exponencial	$\lambda = 0,07$
5	Exponencial	$\lambda = 0,08$



$l$	Distribución de probabilidad de falla	Parámetros
6	Exponencial	$\lambda = 0,012$
7	Weibull	$\beta = 10, \eta = 100, \gamma = 0$
8	Weibull	$\beta = 10, \eta = 50, \gamma = 0$
9	Weibull	$\beta = 15, \eta = 75, \gamma = 0$
10	Weibull	$\beta = 5, \eta = 75, \gamma = 0$
11	Weibull	$\beta = 13, \eta = 25, \gamma = 0$
12	Weibull	$\beta = 20, \eta = 90, \gamma = 0$
13	Gamma	$k = 5, \alpha = 0,05$
14	Gamma	$k = 5, \alpha = 0,1$
15	Gamma	$k = 4, \alpha = 0,05$
16	Gamma	$k = 10, \alpha = 0,7$
17	Gamma	$k = 8, \alpha = 0,3$
18	Gamma	$k = 15, \alpha = 0,2$
19	Normal	$\sigma = 5, \mu = 10$
20	Normal	$\sigma = 5, \mu = 30$
12	Normal	$\sigma = 5, \mu = 50$
22	Normal	$\sigma = 5, \mu = 70$
23	Normal	$\sigma = 5, \mu = 90$
24	Normal	$\sigma = 5, \mu = 100$

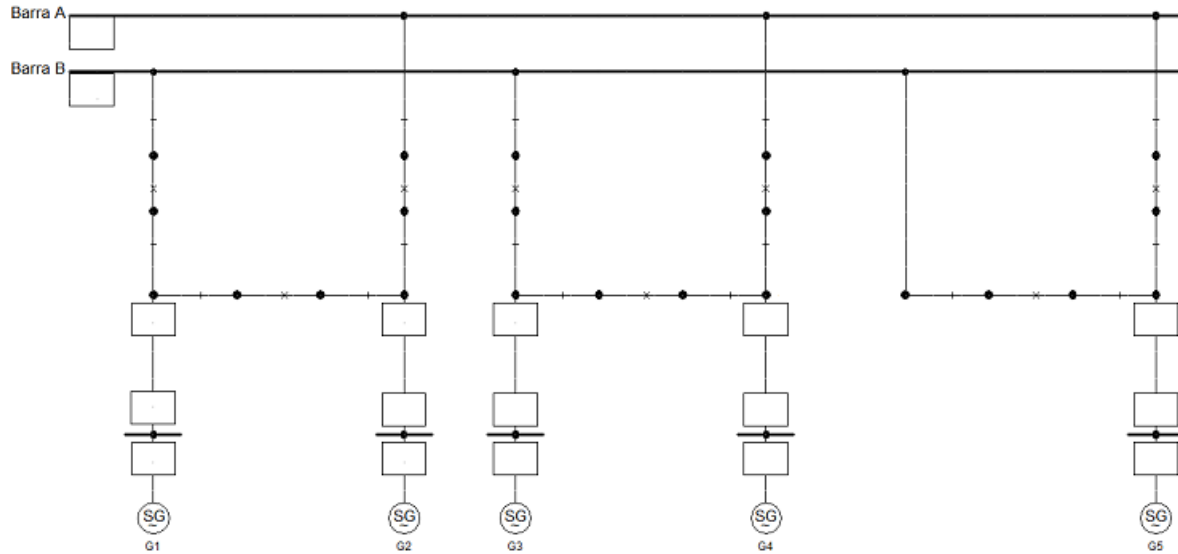
$l$	Distribución de probabilidad de falla	Parámetros
25	Lognormal	$\sigma = 2, \mu = 1$
26	Lognormal	$\sigma = 5, \mu = 10$
27	Lognormal	$\sigma = 10, \mu = 5$
28	Lognormal	$\sigma = 5, \mu = 7$
29	Lognormal	$\sigma = 3, \mu = 9$

**Tabla 4-2:** Distribuciones y parámetros con los que se modeló la probabilidad de falla en el estado de cada uno de los dispositivos de conmutación de la región de estudio en la subestación.



**Figura 4-2:** Evolución temporal de la probabilidad de falla acumulada en el estado de cada uno de los dispositivos de conmutación de la subestación. Las leyendas en la parte inferior derecha hacen referencia a la gráfica que ocupa el mismo lugar en la página. El índice  $l$  representa el código único que fue asignado a cada uno de los dispositivos de conmutación.

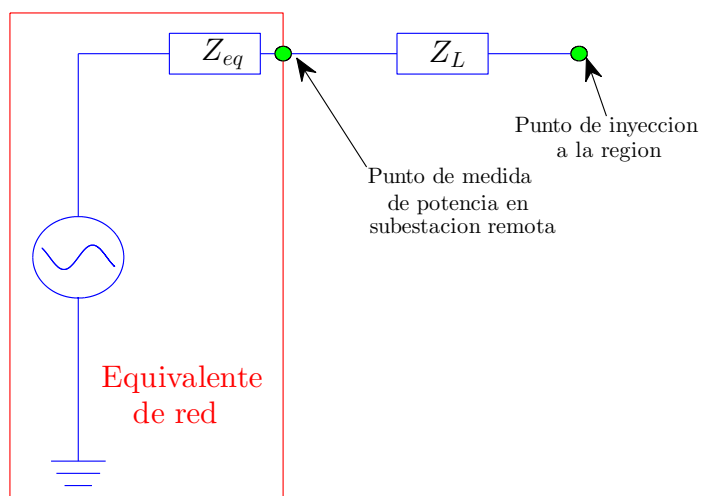
Para la simulación de los pasos 5 y 6 se modeló la subestación en el software DigSilent utilizando equivalentes de red supuestos en los extremos remotos de las líneas para simular el comportamiento del resto del sistema de transmisión al que está conectado la subestación (Ver Figura 4-3).



**Figura 4-3:** Diagrama del patio de 500 kV de la subestación.

Los errores topológicos se simularon utilizando el caso más pesimista, en el cual se conocía la condición inicial correcta de todos los dispositivos de conmutación, pero a partir de ese momento todos los estados de los dispositivos eran desconocidos. La condición inicial de los dispositivos de conmutación se generó de manera aleatoria, y se fue cambiando el estado de cada uno de los dispositivos en un tiempo generado aleatoriamente según la distribución con la que fue modelada la probabilidad de falla de cada uno de ellos. Cada vez que se cambiaba el estado de algún dispositivo se corría un flujo de carga en DigSilent y se verificaba que los flujos de potencia por las líneas cumplieran el balance de potencia correspondiente al subconjunto al cual pertenecía la condición inicial (transición indetectable). Una vez que no se cumpliera dicho balance de potencia (transición detectable), se procedía a identificar el subconjunto en el que se encontraba la nueva topología haciendo uso de los balances de potencia mostrados en la Tabla 4-1.

Ya que las mediciones con las que se deben hacer los balances de potencia son tomadas en las subestaciones remotas como se ilustra en la Figura 4-4, es necesario tener en cuenta la pérdida de potencia activa y reactiva por transmisión, lo cual se logra teniendo pleno conocimiento de los parámetros eléctricos de las líneas que conectan las dos subestaciones y las medidas de corriente y voltaje fasoriales.



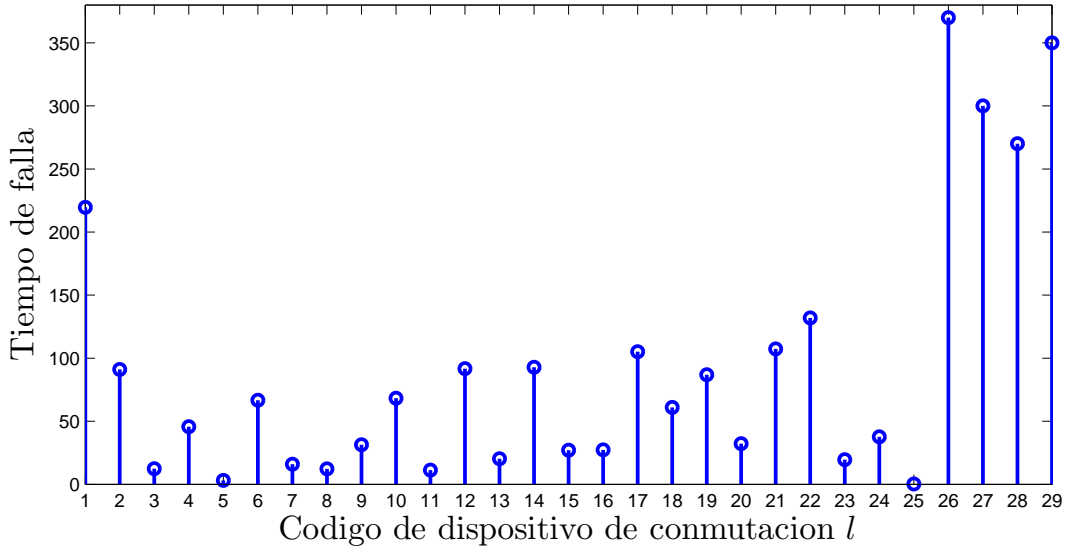
**Figura 4-4:** Circuito equivalente de red utilizado para modelar el resto del sistema al que está conectado la subestación.

Finalmente, una vez identificado el subconjunto en el que se encontraba la nueva topología, con la Ecuación (4-2) se calculó la probabilidad de transición de la condición inicial a cada uno de los elementos del conjunto final, y se ordenaron dichos elementos (topologías) de forma descendente en probabilidad de ocurrencia.

### 4.3. Resultados Obtenidos

Con el fin de garantizar un experimento estadísticamente válido, se generaron 800 simulaciones. A continuación, para ilustrar los resultados obtenidos, se mostraran los datos de una de las simulaciones.

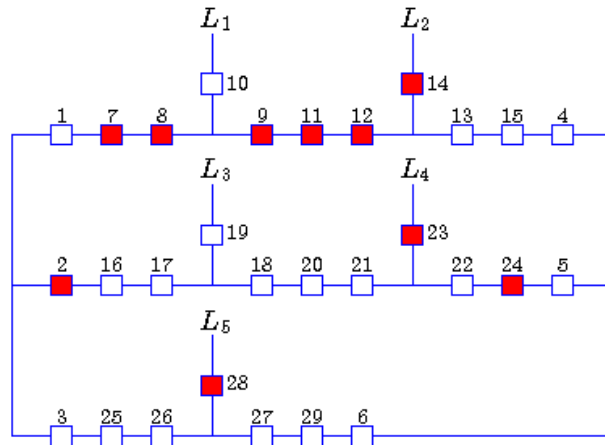
En la Figura 4-5, se muestran los tiempos en los que se generó la falla en cada uno de los dispositivos de conmutación.



**Figura 4-5:** Tiempos en los que se generó la falla en cada uno de los 29 dispositivos de conmutación. Estos tiempos fueron obtenidos de manera aleatoria siguiendo la distribución de probabilidad de falla con la que se modeló cada dispositivo de conmutación.

Luego se generó de manera aleatoria la topología inicial  $X^{(I)}$  de la subestación (Ver Figura 4-6) y se realizó un flujo de potencia en DigSilent, obteniendo que la conexión de la subestación se encontraba en el conjunto  $\Omega_{49}$ . Para este caso el vector  $X^{(I)}$  estaba dado por:

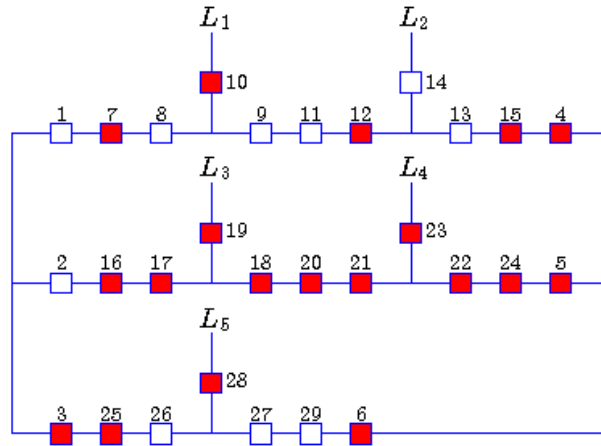
$$X^{(I)} = [01000011101101000000001100010]^T.$$



**Figura 4-6:** Topología inicial de la subestación  $X^{(I)}$ . En la figura los cuadros rojos corresponden a dispositivos de conmutación cerrados y los blancos a dispositivos abiertos.

Posteriormente se comenzaron a realizar las fallas de los dispositivos de conmutación en orden cronológico, comprobando que se cumpliera el balance de potencia correspondiente al subconjunto  $\Omega_{49}$  tras generar cada falla; después de 19 fallas, se detectó que el balance de potencia no se cumplía para el subconjunto  $\Omega_{49}$ , pero si lo hacía para el conjunto  $\Omega_{44}$ . La topología resultante después de la detección del error topológico  $X^{(F)}$  (Ver Figura 4-7), estaba dada por:

$$X^{(F)} = [00111110010100111111111110010]^T.$$

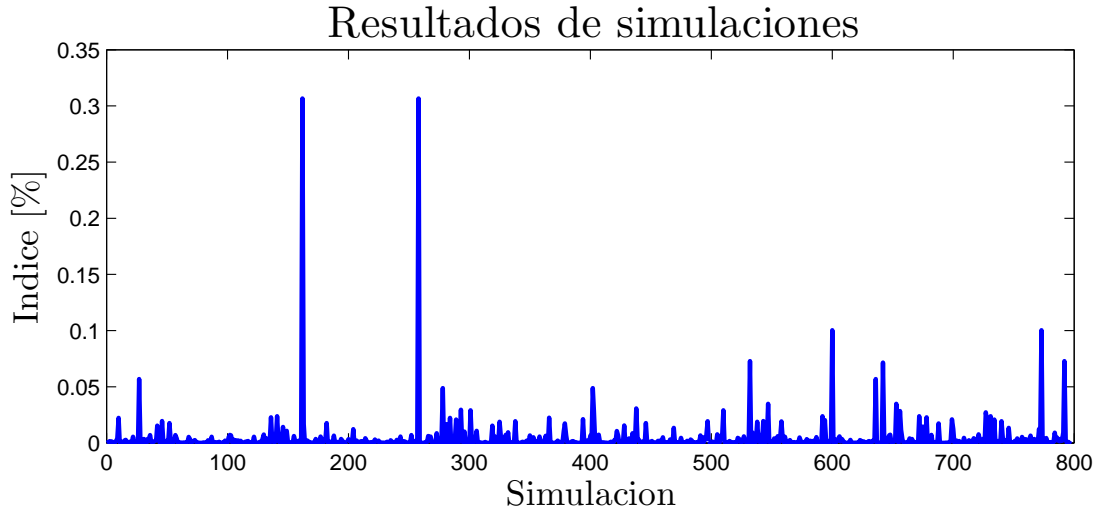


**Figura 4-7:** Topología final de la subestación  $X^{(F)}$  después de detectar el error topológico. En la figura los cuadros rojos corresponden a dispositivos de conmutación cerrados y los blancos a dispositivos abiertos.

Finalmente, al calcular la probabilidad de transición de la topología inicial de la simulación a todos los elementos del conjunto  $\Omega_{44}$ , se encontró que el elemento  $X^{(F)}$  se listó en la posición 36 de la lista de topologías más probables del subconjunto, el cual contaba con 15'657.272 topologías posibles. Como resumen de todas las simulaciones realizadas, para cada una de ellas se calculó el siguiente índice:

$$\text{Índice}[\%] = 100 \frac{\text{Posición de } X^{(F)} \text{ en la lista} - 1}{\text{Número de elementos en el subconjunto}}, \quad (4-3)$$

el cual representa el porcentaje de topologías con mayor probabilidad de ocurrencia en el subconjunto que la verdadera topología final. De esta manera, entre menor sea el valor del índice, más cerca estuvo la estimación de la topología verdadera. En la Fig 4-8 se muestran los valores obtenidos para el índice en las simulaciones realizadas.



**Figura 4-8:** Índice de acierto del método en la búsqueda de topologías. En el peor de los casos, la topología correcta de la subestación se encontraba dentro del 0.3% de topologías más probables resultantes del proceso de estimación, en el mejor de los casos la topología más probable coincidía con la verdadera topología de la subestación.

### 4.3.1. Tiempos de simulación

Las simulaciones con las cuales se llegaron a los resultados obtenidos en este trabajo fueron realizadas en un computador Dell Precision T5500, con dos procesadores Intel Xeon E5606 de 2.13 GHz cada uno, memoria RAM de 12 GB y sistema operativo Windows 10 de 64 bits. El software utilizado fue Matlab 2014b.

De todo el proceso de estimación presentado, sólo dos etapas necesitan recursos de simulación importantes: el cálculo de los subconjuntos en los que se divide el universo de posibles topologías de la región y el cálculo de la probabilidad de transición entre estados de un subconjunto a otro una vez se detecta un error topológico. El primer caso se debe de realizar una única vez siempre que la configuración de la región y los puntos de medición de potencia no cambien y para el ejemplo de aplicación tardó aproximadamente 4 días. Para el segundo caso, los cálculos se deben realizar cada vez que se detecta un error topológico; calcular un millón de probabilidades de transición tomó aproximadamente 187 segundos, de donde se puede hacer una estimación del tiempo necesario para calcular las probabilidades de transición a todos los elementos de un subconjunto dado, dependiendo del número de topologías que lo conformen.



## 4.4. Resumen de capítulo

En este capítulo se presentó una manera de encontrar la probabilidad de transición de una topología, inicialmente conocida, a cualquiera de las topologías del subconjunto en el que se encuentra la verdadera topología, mediante el modelado de la probabilidad de falla de cada dispositivo de conmutación. El método permite listar en orden de probabilidad de ocurrencia cada uno de los elementos del subconjunto final y evaluar el error de estimación.

Se utilizó como caso de estudio el patio de 500  $kV$  de una subestación del sistema eléctrico colombiano, para la cual se mostraron los tiempos de simulación que requieren los procedimientos más importantes que fueron necesarios para llegar a los resultados.

# Capítulo 5

## Conclusiones

En este trabajo se desarrolló un método, que utilizando como insumos la configuración de cierta región de un sistema de potencia y las mediciones de los flujos que son inyectados a esta, permite dividir el universo de  $2^N$  posibles topologías, en subconjuntos, de manera automática.

Dicho método se caracteriza por agrupar las topologías en subconjuntos de tal modo que las transiciones entre elementos del mismo subconjunto son indetectables, es decir, no generan alteraciones en las mediciones de las potencias inyectadas a la región; mientras que las transiciones entre elementos de subconjuntos diferentes, al generar cambios en las mediciones, son detectables.

Al dividir el universo de topologías de esa manera, es posible establecer un balance de potencia que caracteriza de manera única a cada subconjunto y así discriminar en cuál de ellos se encuentra la topología verdadera, aunque esta última no se pueda distinguir con exactitud a menos que el subconjunto final esté formado por un solo elemento, lo que explica por que a pesar del desconocimiento del verdadero estado de algunos de los dispositivos de conmutación de una subestación, la operación se pueda realizar de manera normal sin generar ningún tipo de problema hasta el momento en que se manifieste un error topológico mediante la ocurrencia de una transición detectable.

Con el fin de brindar una alternativa a la falta de observabilidad topológica dentro de cada subconjunto, se propuso utilizar modelos de confiabilidad en seccionadores e interruptores; con lo anterior se evaluó la probabilidad de falla de cada uno de los equipos en el tiempo, y por lo tanto, la probabilidad de ocurrencia de todos los elementos en cada subconjunto, permitiendo guiar la búsqueda de la topología correcta de la región con base en criterios estadísticos.

Finalmente, se validó mediante simulación la metodología propuesta. Esto se realizó tomando como región de estudio el patio de 500 *kV* de una subestación del sistema interconectado

nacional, obteniendo resultados con los que se pudo comprobar que una buena caracterización de los patrones y probabilidades de falla en los equipos de conmutación, brinda una alternativa adecuada para guiar el espacio de búsqueda en el proceso de estimación topológica y podría constituir una fuente de información importante cuando la observabilidad no puede ser garantizada.

Con los desarrollos realizados y los resultados obtenidos además de cumplir el objetivo general planteado, también se logró obtener una perspectiva más amplia del problema de observabilidad topológica con la que se pueden analizar todas las situaciones de conmutación que se presenten en una región del sistema de potencia. Esto permitirá realizar un estudio más profundo de las condiciones mínimas necesarias para evitar errores y en caso de no poder evitarlos, tener pleno conocimiento de las circunstancias bajo las cuales está operando el sistema y los puntos de operación a los que podría llegar debido a la ocurrencia de un error topológico.

# Capítulo 6

## Trabajo futuro

Durante la realización de este trabajo se identificaron oportunidades de mejora en los métodos propuestos, la viabilidad de cada una de esas mejoras debe ser estudiada a fondo de manera individual con el fin de mejorar principalmente la eficiencia de los algoritmos necesarios para cada uno de los procedimientos propuestos. A continuación se enumera cada uno de esos aspectos:

1. Una vez encontrados los subconjuntos en el que se divide el universo de topologías, es posible eliminar topologías para el caso en que se puede garantizar el estado de alguno de los dispositivos que inicialmente se consideró desconocido. Sin embargo, la opción de partir de una división de subconjuntos existente y adicionar nuevos dispositivos de conmutación de estado desconocido a la configuración no fue explorada. En caso de ser posible, esto ahorraría una gran cantidad de cálculos necesarios para estudiar configuraciones más grandes partiendo de cálculos ya existentes.
2. Uno de los procesos que mas esfuerzo computacional requiere es encontrar las matrices reducidas a partir de las matrices de conexión, ya que se debe realizar el proceso tantas veces como topologías existan. Para mejorar la eficiencia de este método, se propone estudiar la posibilidad de encontrar dos matrices  $T_1 \in \mathbf{R}^{m \times N}$  y  $T_2 \in \mathbf{R}^{N \times m}$  de tal manera que cada matriz reducida se pueda encontrar como una transformación de la matriz de conexión correspondiente de la forma:

$$R^{(k)} = T_1 C^{(k)} T_2, \tag{6-1}$$

para la  $k$ -ésima topología. En caso de ser posible, esto permitirá reducir notablemente los tiempos de cálculo y simplificar la programación de los algoritmos.

3. Uno de los aspectos considerado de mayor importancia y en el cual se debe profundizar para mejorar los tiempos de computo es la gestión de los recursos computacionales de

los que se disponga para realizar los cálculos, especialmente en los procesos asociados a la búsqueda de subconjuntos y al cálculo de probabilidades.

4. A partir del análisis de observabilidad topológica realizado en este documento, se encuentra viable la posibilidad de realizar un estudio detallado de las configuraciones de interés, ya que colocando unidades de medida en algunos nodos internos, sería posible disminuir los tamaños de los subconjuntos y por lo tanto la complejidad de la estimación.

# Apéndice A

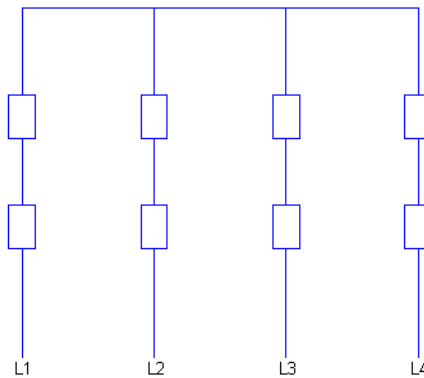
## Anexos

### A.1. Aplicación de los desarrollos mostrados en el Capítulo 2 a las configuraciones de subestaciones mas utilizadas en Colombia

A continuación se presentarán algunos resultados obtenidos al aplicar los desarrollos propuestos en este documento para las configuraciones de subestaciones mas utilizadas en el sistema eléctrico colombiano. En cada una de las configuraciones se analizaron situaciones para diferentes números de líneas obteniendo que en todos los casos se cumplen las condiciones de la hipótesis planteada. El número de líneas escogido para cada configuración fue con el mínimo número con le cual se logró representar todos los patrones de flujo de potencia por la subestación, es decir, que en el caso de la misma configuración con un número de líneas superior se obtendrían resultados muy similares.

#### Subestación en configuración barra sencilla

Una subestación en configuración en barra sencilla está conformada por dos dispositivos de conmutación por cada línea en la subestación como se ilustra en la Fig A-1. En la Tabla A-1 se muestra el número de posibles conexiones de la subestación (elementos que conforman el conjunto  $\Omega$ ) en función del número de líneas  $m$  de la subestación.



**Figura A-1:** Representación gráfica de una subestación en configuración barra sencilla con 4 líneas.

$m$	Número de elementos en $\Omega$
1	4
2	16
3	64
4	256
5	1024

**Tabla A-1:** Número de posibles conexiones de la subestación en configuración barra sencilla en función del número de líneas conectadas a la subestación.

### Subestación con 4 líneas

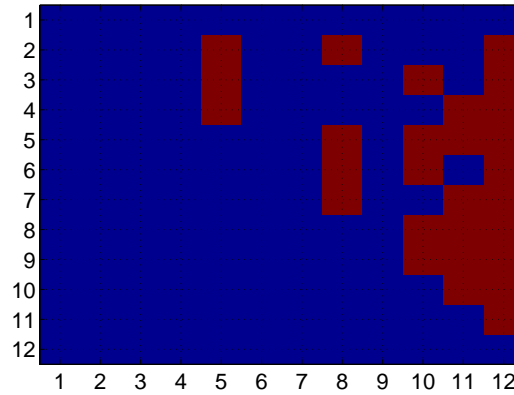
En una subestación en configuración barra sencilla con cuatro líneas se puede realizar 256 conexiones distintas. Usando las condiciones de la hipótesis se generan doce subconjuntos del conjunto  $\Omega$ . En la Tabla **A-2** se presentan dichos subconjuntos y el número de elementos con los que está conformado cada uno de ellos.

Subconjunto	Agrupación de líneas	Número de elementos en el subconjunto
$\Omega_1$	$L_1 - L_2 - L_3 - L_4$	189
$\Omega_2$	$L_1, L_2 - L_3 - L_4$	9
$\Omega_3$	$L_1, L_3 - L_2 - L_4$	9
$\Omega_4$	$L_1 - L_2, L_3 - L_4$	9
$\Omega_5$	$L_1, L_2, L_3 - L_4$	3
$\Omega_6$	$L_1, L_4 - L_2 - L_3$	9
$\Omega_7$	$L_1 - L_2, L_4 - L_3$	9
$\Omega_8$	$L_1, L_2, L_4 - L_3$	3
$\Omega_9$	$L_1 - L_2 - L_3, L_4$	9
$\Omega_{10}$	$L_1, L_3, L_4 - L_2$	3
$\Omega_{11}$	$L_1 - L_2, L_3, L_4$	3
$\Omega_{12}$	$L_1, L_2, L_3, L_4$	1

**Tabla A-2:** Subconjuntos en los cuales fue dividido el conjunto de todas las conmutaciones posibles de los dispositivos de conmutación de la subestación en configuración barra sencilla con 4 líneas

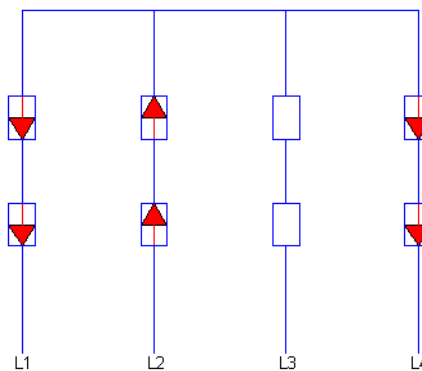
Para esta configuración en particular sólo existe un elemento en el conjunto  $\Omega$  que permite que todas líneas estén conectadas y dicho elemento corresponde a la conexión en la cual todos los dispositivos de conmutación de la subestación están cerrados, lo cual se puede deducir teniendo en cuenta la configuración de la subestación. En la Figura **A-2** se muestran los subconjuntos de  $S$  que tienen intersecciones.





**Figura A-2:** En esta figura se muestra los subconjuntos de  $S$  que tienen intersecciones para la subestación. La imagen muestra una matriz triangular superior. El color rojo en la componente  $i, j$  indica que la intersección entre los subconjuntos  $S_i$  y  $S_j$  no es un conjunto vacío, mientras que el color azul indica que si lo es.

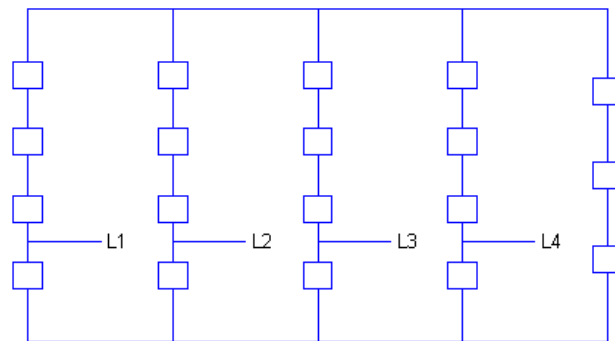
A pesar de que muchos de los subconjuntos de  $S$  tienen intersecciones, dichas intersecciones implican que al menos una línea que este conectada en un grupo de dos o mas líneas tenga un flujo de potencia nulo lo cual no es posible físicamente. Debido a la configuración de la subestación no es posible que se generen corrientes circulantes dentro de la misma por lo cual esta situación no se presenta dentro de las intersecciones de los conjuntos.



**Figura A-3:** Esta figura muestra uno de los vectores que conforma la base de la intersección de los subconjuntos  $S_8$  y  $S_{12}$ . En el conjunto  $\Omega_{12}$  todas las líneas están conectadas en un mismo nodo, razón por la cual no es posible que el flujo de potencia por la línea tres sea nulo y por lo tanto esta distribución de potencias no es posible. Situaciones similares se presentan en todas las otras intersecciones.

## Subestación en configuración barra principal + barra de transferencia

Una subestación en configuración en barra principal mas barra de transferencia está conformada por cuatro dispositivos de conmutación por cada línea, mas tres en la transferencia como se ilustra en la Figura A-4. En la Tabla A-3 se muestra el número de posibles conexiones de la subestación (elementos que conforman el conjunto  $\Omega$ ) en función del número de líneas  $m$  de la subestación.



**Figura A-4:** Representación gráfica de una subestación en configuración barra principal mas barra de transferencia con 4 líneas.

$m$	Número de elementos en $\Omega$
1	128
2	2.048
3	32.768
4	524.288
5	8'388.608

**Tabla A-3:** Número de posibles conexiones de la subestación en configuración barra mas barra principal de transferencia en función del número de líneas conectadas a la subestación. A diferencia de la configuración en barra sencilla, el número posible de conexiones aumenta mucho más con el incremento en el número de líneas debido a que, en este caso, hay mas dispositivos de conmutación por línea.

### Subestación con 4 líneas

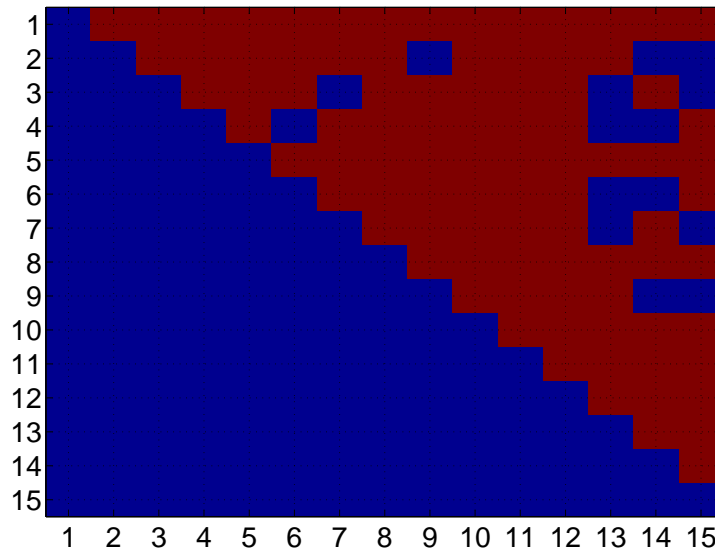
En una subestación en configuración barra principal más barra de transferencia con cuatro líneas se puede realizar 524.288 conexiones distintas. Usando las condiciones de la hipótesis se generan 15 subconjuntos del conjunto  $\Omega$ . En la Tabla **A-4** se presentan dichos subconjuntos y el número de elementos con los que está conformado cada uno de ellos.

Subconjunto	Agrupación de líneas	Número de elementos en el subconjunto
$\Omega_1$	$L_1 - L_2 - L_3 - L_4$	146.804
$\Omega_2$	$L_1, L_2 - L_3 - L_4$	32.438
$\Omega_3$	$L_1, L_3 - L_2 - L_4$	32.438
$\Omega_4$	$L_1 - L_2, L_3 - L_4$	32.438
$\Omega_5$	$L_1, L_2, L_3 - L_4$	35.042
$\Omega_6$	$L_1, L_4 - L_2 - L_3$	32.438
$\Omega_7$	$L_1 - L_2, L_4 - L_3$	32.438
$\Omega_8$	$L_1, L_2, L_4 - L_3$	35.042
$\Omega_9$	$L_1 - L_2 - L_3, L_4$	32.438
$\Omega_{10}$	$L_1, L_3, L_4 - L_2$	35.042
$\Omega_{11}$	$L_1 - L_2, L_3, L_4$	35.042
$\Omega_{12}$	$L_1, L_2, L_3, L_4$	40.630
$\Omega_{13}$	$L_1, L_2 - L_3, L_4$	686
$\Omega_{14}$	$L_1, L_3 - L_2, L_4$	686

$\Omega_{15}$	$L_1, L_4 - L_2, L_3$	686
---------------	-----------------------	-----

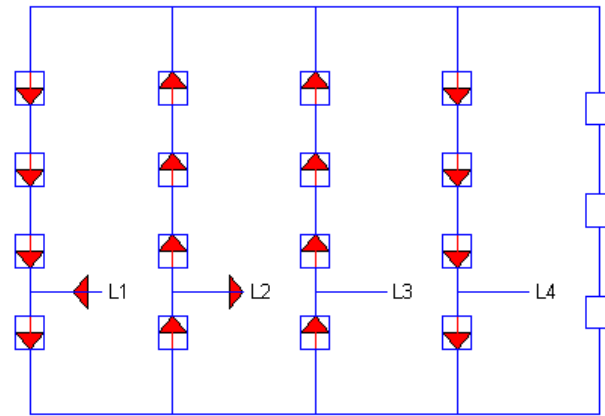
**Tabla A-4:** Subconjuntos en los cuales fue dividido el conjunto de todas las conmutaciones posibles de los dispositivos de conmutación de la subestación en configuración barra principal mas barra de transferencia con cuatro líneas

En la Figura A-5 se muestran los subconjuntos de  $S$  que tienen intersecciones.

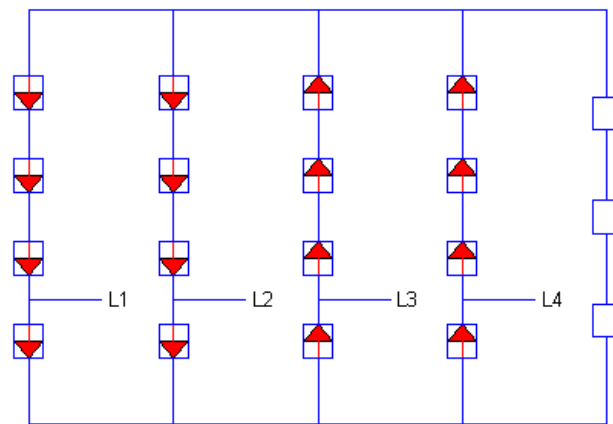


**Figura A-5:** En esta figura se muestra los subconjuntos de  $S$  que tienen intersecciones para la subestación. La imagen muestra una matriz triangular superior. El color rojo en la componente  $i, j$  indica que la intersección entre los subconjuntos  $S_i$  y  $S_j$  no es un conjunto vacío, mientras que el color azul indica que sí lo es.

A pesar de que todos los subconjuntos de  $S$  tienen intersecciones, dichas intersecciones implican que al menos una línea que este conectada en un grupo de dos o mas líneas tenga un flujo de potencia nulo, o que existen corrientes circulantes dentro de la subestación, lo cual no es posible físicamente.



**Figura A-6:** En este figura se muestra uno de los vectores que conforma la base de la intersección de los subconjuntos  $S_2$  y  $S_{12}$ .

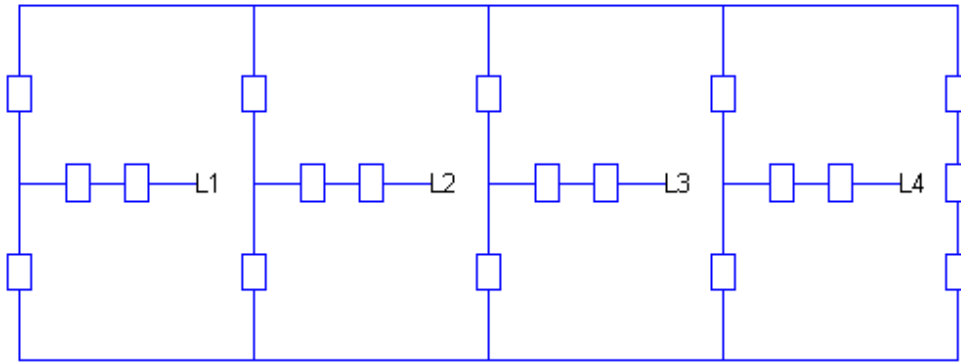


**Figura A-7:** En este figura se muestra uno de los vectores que conforma la base de la intersección de los subconjuntos  $S_1$  y  $S_{12}$ .

En el conjunto  $\Omega_{12}$  todas las líneas están conectadas en un mismo nodo, razón por la cual no es posible que el flujo de potencia por la línea tres y cuatro sean nulos, y por lo tanto la distribución de potencias mostrada en la Fig **A-6** no es posible. Por otra parte en el conjunto  $\Omega_{12}$  todas las líneas están conectadas en un mismo nodo, razón por la cual no es posible que el flujo de potencia por todas sea nulo, además existe una corriente circulante en el interior de la subestación sin ninguna fuente que la genere y por lo tanto la distribución de potencias de la Fig **A-7** tampoco es posible. Situaciones similares se presentan en las otras intersecciones.

## Subestación en configuración doble barra

Una subestación en configuración doble barra está conformada por cuatro dispositivos de conmutación por cada línea mas tres en el acople como se ilustra en la Fig A-8. En la Tabla A-5 se muestra el número de posibles conexiones de la subestación (elementos que conforman el conjunto  $\Omega$ ) en función del número de líneas  $m$  de la subestación.



**Figura A-8:** Representación gráfica de una subestación en configuración doble barra con 4 líneas.

$m$	Número de elementos en $\Omega$
1	128
2	2.048
3	32.768
4	524.288
5	8'388.608

**Tabla A-5:** Número de posibles conexiones de la subestación en configuración doble barra en función del número de líneas conectadas a la subestación.

### Subestación con 4 líneas

En una subestación en configuración doble barra con cuatro líneas se puede realizar 524288 conexiones distintas. Usando las condiciones de la hipótesis se generan 15 subconjuntos del

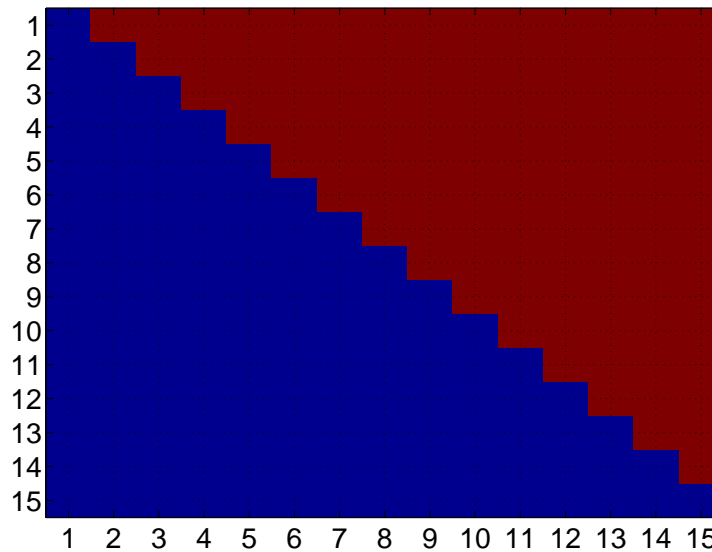
conjunto  $\Omega$ . En la Tabla **A-6** se presentan dichos subconjuntos y el número de elementos con los que está conformado cada uno de ellos.

Subconjunto	Agrupación de lineas	Número de elementos en el subconjunto
$\Omega_1$	$L_1 - L_2 - L_3 - L_4$	447.800
$\Omega_2$	$L_1, L_2 - L_3 - L_4$	11.048
$\Omega_3$	$L_1, L_3 - L_2 - L_4$	11.048
$\Omega_4$	$L_1 - L_2, L_3 - L_4$	11.048
$\Omega_5$	$L_1, L_2, L_3 - L_4$	2.402
$\Omega_6$	$L_1, L_4 - L_2 - L_3$	11.048
$\Omega_7$	$L_1 - L_2, L_4 - L_3$	11.048
$\Omega_8$	$L_1, L_2, L_4 - L_3$	2.402
$\Omega_9$	$L_1 - L_2 - L_3, L_4$	11.048
$\Omega_{10}$	$L_1, L_3, L_4 - L_2$	2.402
$\Omega_{11}$	$L_1 - L_2, L_3, L_4$	2.402
$\Omega_{12}$	$L_1, L_2, L_3, L_4$	550
$\Omega_{13}$	$L_1, L_2 - L_3, L_4$	14
$\Omega_{14}$	$L_1, L_3 - L_2, L_4$	14
$\Omega_{15}$	$L_1, L_4 - L_2, L_3$	14

---

**Tabla A-6:** Subconjuntos en los cuales fue dividido el conjunto de todas las conmutaciones posibles de los dispositivos de conmutación de la subestación en configuración doble barra con cuatro líneas.

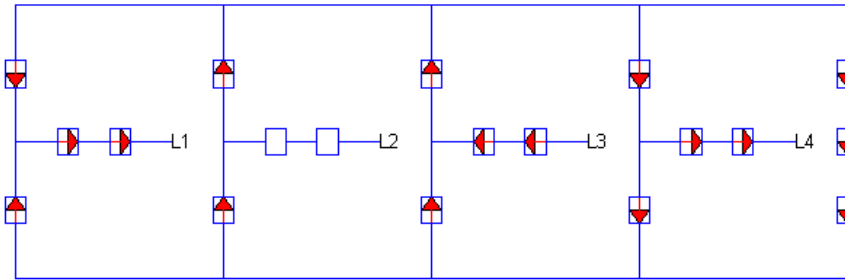
En la Fig A-9 se muestran los subconjuntos de  $S$  que tienen intersecciones.



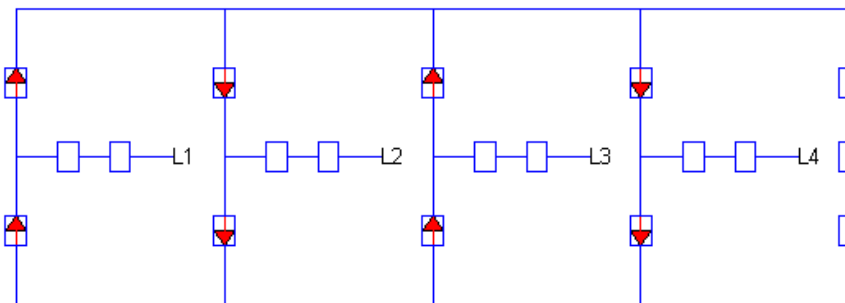
**Figura A-9:** En esta figura se muestra los subconjuntos de  $S$  que tienen intersecciones para la subestación. La imagen muestra una matriz triangular superior. El color rojo en la componente  $i, j$  indica que la intersección entre los subconjuntos  $S_i$  y  $S_j$  no es un conjunto vacío, mientras que el color azul indica que si lo es.

A pesar de que muchos de los subconjuntos de  $S$  tienen intersecciones, dichas intersecciones implican que al menos una línea que este conectada en un grupo de dos o mas líneas tenga un flujo de potencia nulo, o que existen corrientes circulantes dentro de la subestación, lo cual no es posible físicamente.





**Figura A-10:** En esta figura se muestra uno de los vectores que conforma la base de la intersección de los subconjuntos  $S_{10}$  y  $S_{12}$ .

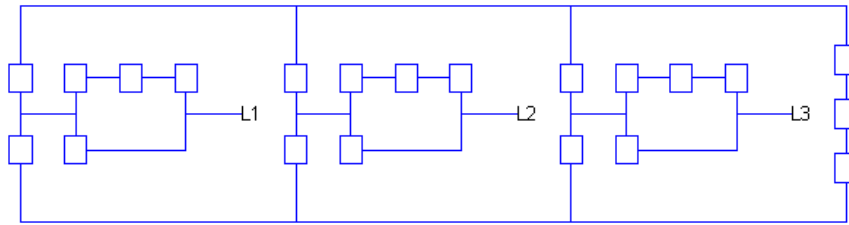


**Figura A-11:** En esta figura se muestra uno de los vectores que conforma la base de la intersección de los subconjuntos  $S_1$  y  $S_{12}$ .

En el conjunto  $\Omega_{12}$  todas las líneas están conectadas en un mismo nodo, razón por la cual no es posible que el flujo de potencia por las líneas sea nulo y por lo tanto la distribución de potencias mostrada en la Fig A-10 no es posible. Por otra parte en el conjunto  $\Omega_1$  todas las líneas están desconectadas, razón por la cual no es posible que exista una corriente circulante en el interior de la subestación sin ninguna fuente que la genere y por lo tanto la distribución de potencias de la Fig A-11 tampoco es posible. Situaciones similares se presentan en las otras intersecciones.

### Subestación en configuración doble barra + seccionador de by-pass

Una subestación en configuración doble barra más seccionador de by-pass está conformada por seis dispositivos de conmutación por cada línea más tres en el acople como se ilustra en la Fig A-12. En la Tabla A-7 se muestra el número de posibles conexiones de la subestación (elementos que conforman el conjunto  $\Omega$ ) en función del número de líneas  $m$  de la subestación.



**Figura A-12:** Representación gráfica de una subestación en configuración doble barra más seccionador de by-pass con 3 líneas.

$m$	Número de elementos en $\Omega$
1	512
2	32.768
3	2'097.152
4	134'217.728
5	8.589'934.592

**Tabla A-7:** Número de posibles conexiones de la subestación en configuración doble barra mas seccionador de by-pass en función del número de líneas conectadas a la subestación.

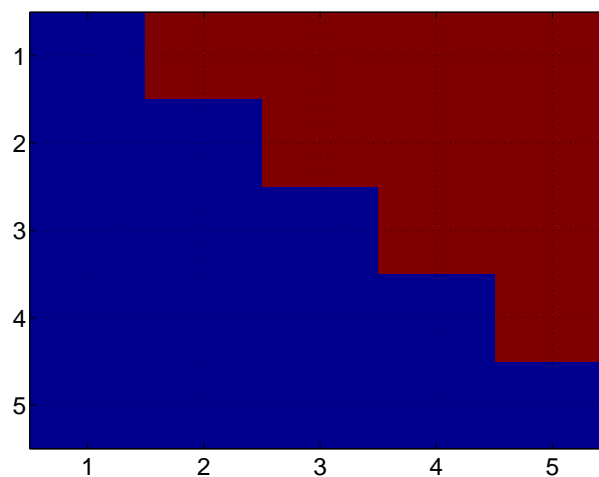
### Subestación con 3 líneas

En una subestación en configuración doble barra más seccionador de by-pass con tres líneas se puede realizar 2097152 conexiones distintas. Usando las condiciones de la hipótesis se generan cinco subconjuntos del conjunto  $\Omega$ . En la Tabla A-8 se presentan dichos subconjuntos y el número de elementos con los que está conformado cada uno de ellos.

Subconjunto	Agrupación de líneas	Número de elementos en el subconjunto
$\Omega_1$	$L_1 - L_2 - L_3$	1'394.396
$\Omega_2$	$L_1, L_2 - L_3$	191.970
$\Omega_3$	$L_1, L_3 - L_2$	191.970
$\Omega_4$	$L_1 - L_2, L_3$	191.970
$\Omega_5$	$L_1, L_2, L_3$	126.846

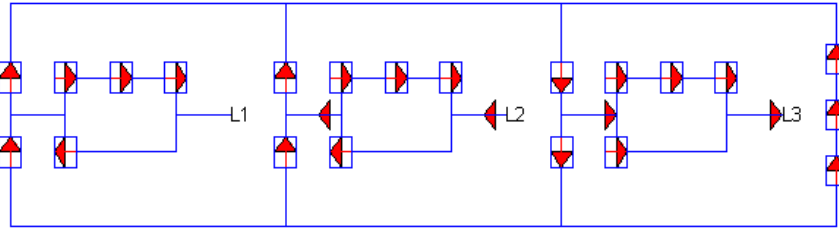
**Tabla A-8:** Subconjuntos en los cuales fue dividido el conjunto de todas las conmutaciones posibles de los dispositivos de conmutación de la subestación doble barra más seccionador de by-pass con tres líneas.

En la Fig A-13 se muestran los subconjuntos de  $S$  que tienen intersecciones.

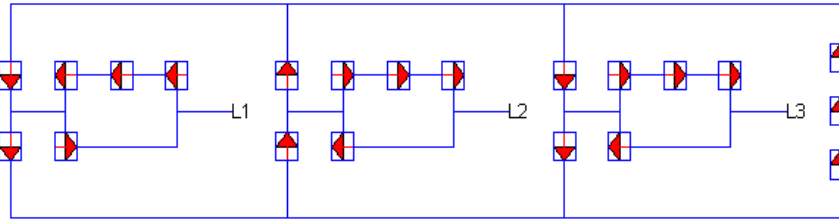


**Figura A-13:** En esta figura se muestra los subconjuntos de  $S$  que tienen intersecciones para la subestación. La imagen muestra una matriz triangular superior. El color rojo en la componente  $i, j$  indica que la intersección entre los subconjuntos  $S_i$  y  $S_j$  no es un conjunto vacío, mientras que el color azul indica que si lo es.

A pesar de que todos los subconjuntos de  $S$  tienen intersecciones, dichas intersecciones implican que al menos una línea que este conectada en un grupo de dos o mas líneas tenga un flujo de potencia nulo, o que existen corrientes circulantes dentro de la subestación, lo cual no es posible físicamente.



**Figura A-14:** En este figura se muestra uno de los vectores que conforma la base de la intersección de los subconjuntos  $S_4$  y  $S_5$ .



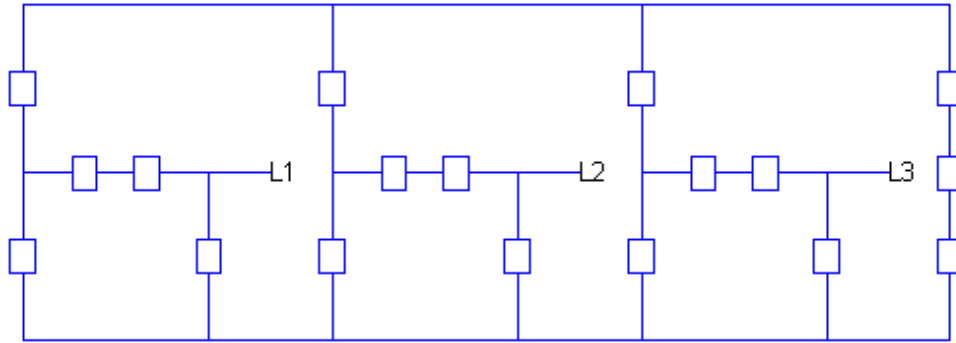
**Figura A-15:** En este figura se muestra uno de los vectores que conforma la base de la intersección de los subconjuntos  $S_1$  y  $S_5$ .

En el conjunto  $\Omega_5$  todas las líneas están conectadas en un mismo nodo, razón por la cual no es posible que el flujo de potencia por la línea uno sea nulo y por lo tanto la distribución de potencias mostrada en la Fig A-14 no es posible. Por otra parte en el conjunto  $\Omega_1$  todas las líneas están desconectadas, razón por la cual no es posible que exista una corriente circulante en el interior de la subestación sin ninguna fuente que la genere y por lo tanto la distribución de potencias de la Fig A-15 tampoco es posible. Situaciones similares se presentan en las otras intersecciones.

## Subestación en configuración doble barra + seccionador de transferencia

Una subestación en configuración doble barra más seccionador de transferencia está conformada por cinco dispositivos de conmutación por cada línea más tres en el acople como se ilustra en la Fig A-16. En la Tabla A-9 se muestra el número de posibles conexiones de la

subestación (elementos que conforman el conjunto  $\Omega$ ) en función del número de líneas  $m$  de la subestación.



**Figura A-16:** Representación gráfica de una subestación en configuración doble barra más seccionador de transferencia con 3 líneas.

$m$	Número de elementos en $\Omega$
1	256
2	8.192
3	262.144
4	8'388.608
5	268'435.456

**Tabla A-9:** Número de posibles conexiones de la subestación en configuración doble barra más seccionador de transferencia en función del número de líneas conectadas a la subestación.

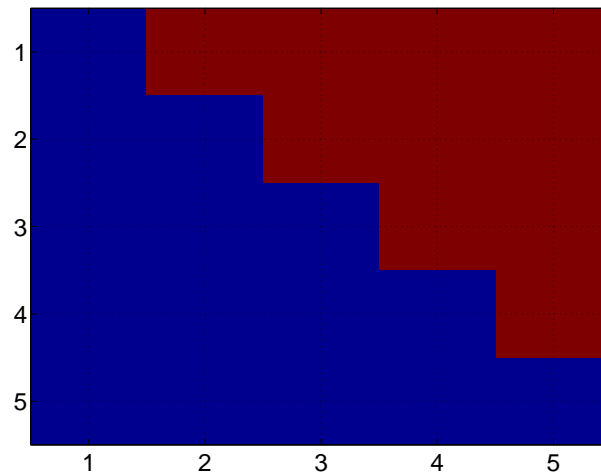
### Subestación con 3 líneas

En una subestación en configuración doble barra más seccionador de transferencia con tres líneas se puede realizar 262144 conexiones distintas. Usando las condiciones de la hipótesis se generan 5 subconjuntos del conjunto  $\Omega$ . En la Tabla **A-10** se presentan dichos subconjuntos y el número de elementos con los que está conformado cada uno de ellos.

Subconjunto	Agrupación de líneas	Número de elementos en el subconjunto
$\Omega_1$	$L_1 - L_2 - L_3$	1'360.748
$\Omega_2$	$L_1, L_2 - L_3$	492.342
$\Omega_3$	$L_1, L_3 - L_2$	492.342
$\Omega_4$	$L_1 - L_2, L_3$	492.342
$\Omega_5$	$L_1, L_2, L_3$	692.679

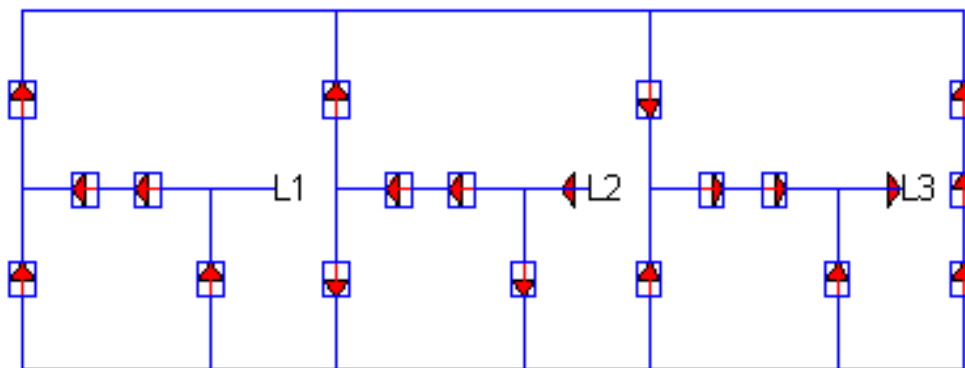
**Tabla A-10:** Subconjuntos en los cuales fue dividido el conjunto de todas las conmutaciones posibles de los dispositivos de conmutación de la subestación en configuración doble barra más seccionador de transferencia con 3 líneas.

En la Fig **A-17** se muestran los subconjuntos de  $S$  que tienen intersecciones.

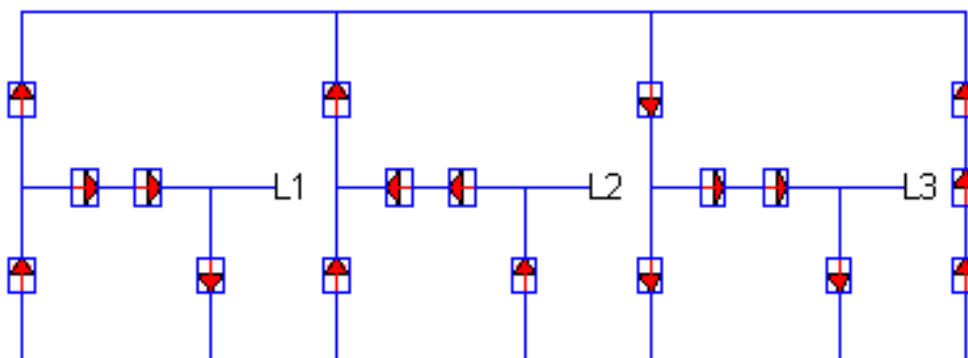


**Figura A-17:** En esta figura se muestra los subconjuntos de  $S$  que tienen intersecciones para la subestación. La imagen muestra una matriz triangular superior. El color rojo en la componente  $i, j$  indica que la intersección entre los subconjuntos  $S_i$  y  $S_j$  no es un conjunto vacío, mientras que el color azul indica que si lo es.

Aunque todos los subconjuntos de  $S$  tienen intersecciones, dichas intersecciones implican que al menos una línea que este conectada en un grupo de dos o mas líneas tenga un flujo de potencia nulo, o que existen corrientes circulantes dentro de la subestación, lo cual no es posible físicamente.



**Figura A-18:** En este figura se muestra uno de los vectores que conforma la base de la intersección de los subconjuntos  $S_4$  y  $S_5$ .

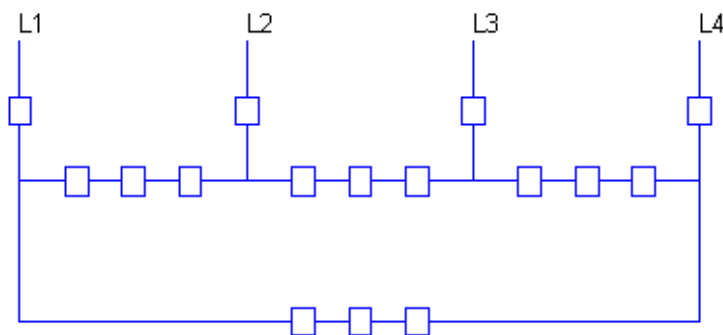


**Figura A-19:** En este figura se muestra uno de los vectores que conforma la base de la intersección de los subconjuntos  $S_1$  y  $S_2$ .

En el conjunto  $\Omega_5$  todas las líneas están conectadas en un mismo nodo, razón por la cual no es posible que el flujo de potencia por la línea uno sea nulo y por lo tanto la distribución de potencias mostrada en la Fig A-18 no es posible. Por otra parte en el conjunto  $\Omega_2$  la línea uno y dos están conectadas en un mismo nodo, razón por la cual no es posible que el flujo de potencia por ambas sea nulo, además existe una corriente circulante en el interior de la subestación sin ninguna fuente que la genere y por lo tanto la distribución de potencias de la Fig A-19 tampoco es posible. Situaciones similares se presentan en las otras intersecciones.

### Subestación en configuración anillo

Una subestación en configuración de anillo está conformada por cuatro dispositivos de conmutación por cada línea como se ilustra en la Fig A-20. En la Tabla A-11 se muestra el número de posibles conexiones de la subestación (elementos que conforman el conjunto  $\Omega$ ) en función del número de líneas  $m$  de la subestación.



**Figura A-20:** Representación gráfica de una subestación en configuración de anillo con 4 líneas.



$m$	Número de elementos en $\Omega$
1	16
2	256
3	4.096
4	65.536
5	1'048.576

**Tabla A-11:** Número de posibles conexiones de la subestación en configuración de anillo en función del número de líneas conectadas a la subestación.

### Subestación con 4 líneas

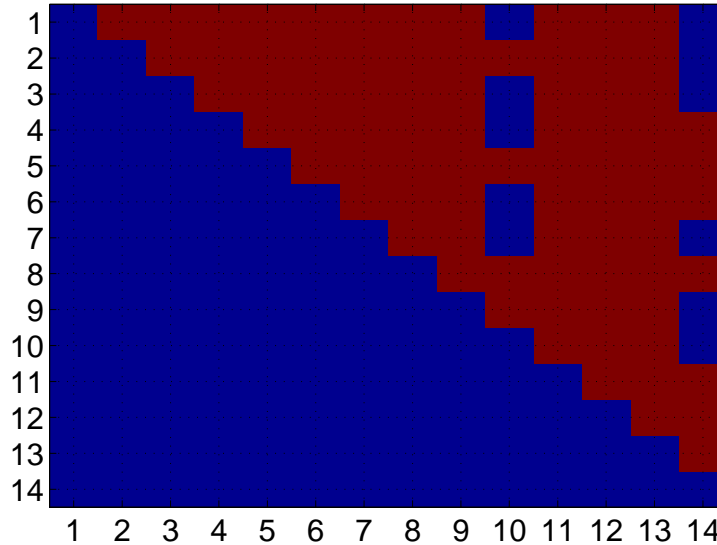
En una subestación en configuración de anillo con cuatro líneas se puede realizar 65536 conexiones distintas. Usando las condiciones de la hipótesis se generan 14 subconjuntos del conjunto  $\Omega$ . En la Tabla **A-12** se presentan dichos subconjuntos y el número de elementos con los que está conformado cada uno de ellos.

Subconjunto	Agrupación de líneas	Número de elementos en el subconjunto
$\Omega_1$	$L_1 - L_2 - L_3 - L_4$	57.475
$\Omega_2$	$L_1, L_2 - L_3 - L_4$	1.744
$\Omega_3$	$L_1, L_3 - L_2 - L_4$	225
$\Omega_4$	$L_1 - L_2, L_3 - L_4$	1.744
$\Omega_5$	$L_1, L_2, L_3 - L_4$	127
$\Omega_6$	$L_1, L_4 - L_2 - L_3$	1.744

$\Omega_7$	$L_1 - L_2, L_4 - L_3$	225
$\Omega_8$	$L_1, L_2, L_4 - L_3$	127
$\Omega_9$	$L_1 - L_2 - L_3, L_4$	1.744
$\Omega_{10}$	$L_1, L_2 - L_3, L_4$	49
$\Omega_{11}$	$L_1, L_3, L_4 - L_2$	127
$\Omega_{12}$	$L_1 - L_2, L_3, L_4$	127
$\Omega_{13}$	$L_1, L_2, L_3, L_4$	29
$\Omega_{14}$	$L_1, L_4 - L_2, L_3$	49

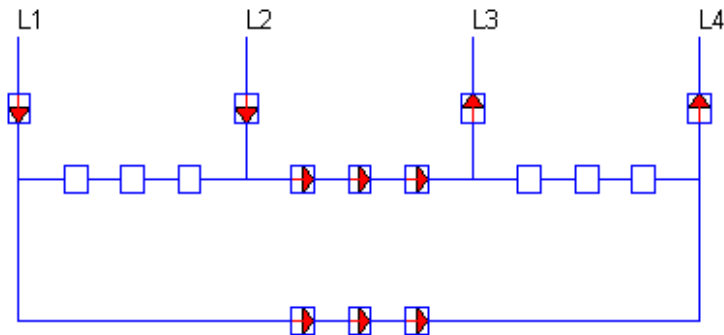
**Tabla A-12:** Subconjuntos en los cuales fue dividido el conjunto de todas las conmutaciones posibles de los dispositivos de conmutación de la subestación en configuración de anillo con 4 líneas.

En la Fig **A-21** se muestran los subconjuntos de  $S$  que tienen intersecciones.

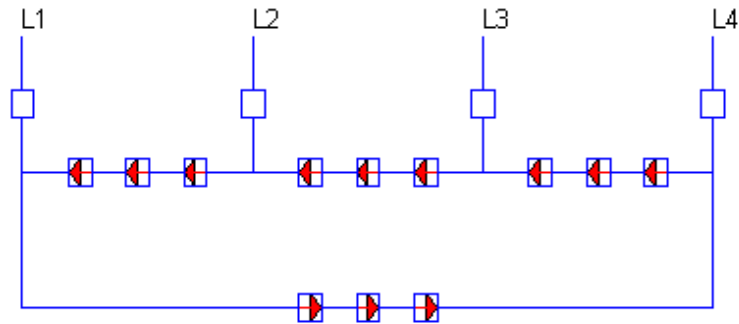


**Figura A-21:** En esta figura se muestra los subconjuntos de  $S$  que tienen intersecciones para la subestación. La imagen muestra una matriz triangular superior. El color rojo en la componente  $i, j$  indica que la intersección entre los subconjuntos  $S_i$  y  $S_j$  no es un conjunto vacío, mientras que el color azul indica que si lo es.

A pesar de que muchos de los subconjuntos de  $S$  tienen intersecciones, dichas intersecciones implican que al menos una línea que este conectada en un grupo de dos o mas líneas tenga un flujo de potencia nulo, o que existen corrientes circulantes dentro de la subestación, lo cual no es posible físicamente.



**Figura A-22:** En esta figura se muestra uno de los vectores que conforma la base de la intersección de los subconjuntos  $S_4$  y  $S_5$ .

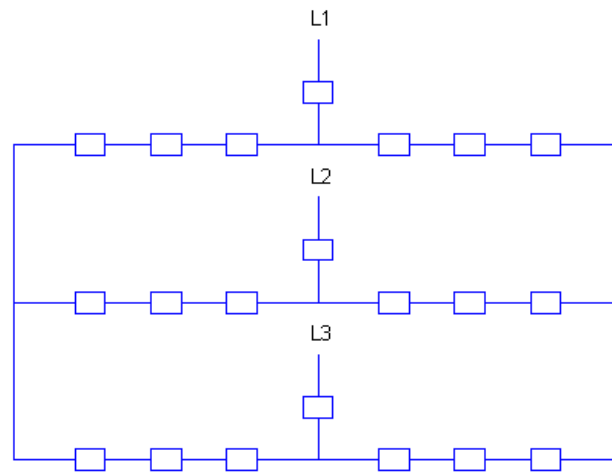


**Figura A-23:** En esta figura se muestra uno de los vectores que conforma la base de la intersección de los subconjuntos  $S_1$  y  $S_2$ .

En el conjunto  $\Omega_{13}$  todas las líneas están conectadas en un mismo nodo, razón por la cual no es posible que el flujo de potencia por las líneas uno y cuatro hacia las líneas dos y tres sea nulo y por lo tanto la distribución de potencias mostrada en la Fig A-22 no es posible. Por otra parte en el conjunto  $\Omega_{13}$  todas las líneas están conectadas en un mismo nodo, razón por la cual no es posible que el flujo de potencia por ellas sea nulo, además existe una corriente circulante en el interior de la subestación sin ninguna fuente que la genere y por lo tanto la distribución de potencias de la Fig A-23 tampoco es posible. Situaciones similares se presentan en las otras intersecciones.

## Subestación en configuración doble interruptor

Una subestación en configuración doble interruptor está conformada por siete dispositivos de conmutación por cada línea como se ilustra en la Fig A-24. En la Tabla A-13 se muestra el número de posibles conexiones de la subestación (elementos que conforman el conjunto  $\Omega$ ) en función del número de líneas  $m$  de la subestación.



**Figura A-24:** Representación gráfica de una subestación en configuración doble interruptor con 2 líneas.

$m$	Número de elementos en $\Omega$
1	128
2	16.384
3	2'097.152
4	268'435.456
5	34.359'738.368

**Tabla A-13:** Número de posibles conexiones de la subestación en configuración doble interruptor en función del número de líneas conectadas a la subestación.

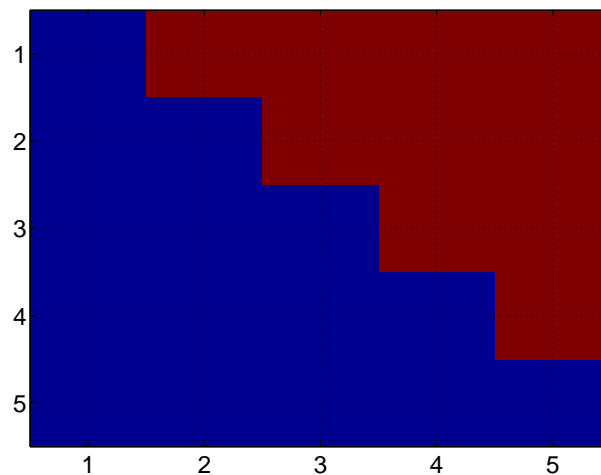
### Subestación con 3 líneas

En una subestación en configuración doble interruptor con tres líneas se pueden realizar 2097152 conexiones distintas. Usando las condiciones de la hipótesis se generan cinco subconjuntos del conjunto  $\Omega$ . En la Tabla A-14 se presentan dichos subconjuntos y el número de elementos con los que está conformado cada uno de ellos.

Subconjunto	Agrupación de líneas	Número de elementos en el subconjunto
$\Omega_1$	$L_1 - L_2 - L_3$	2'050.430
$\Omega_2$	$L_1, L_2 - L_3$	15.135
$\Omega_3$	$L_1, L_3 - L_2$	15.135
$\Omega_4$	$L_1 - L_2, L_3$	15.135
$\Omega_5$	$L_1, L_2, L_3$	1.317

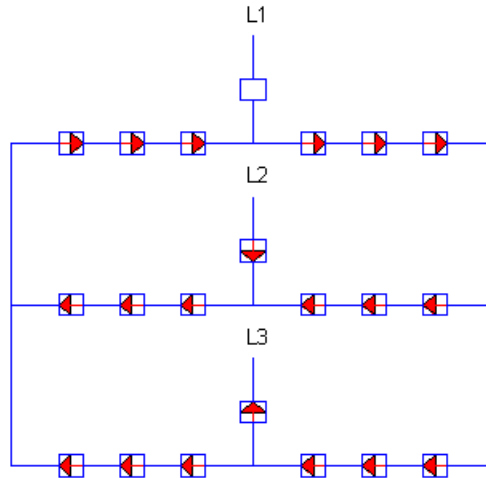
**Tabla A-14:** Subconjuntos en los cuales fue dividido el conjunto de todas las conmutaciones posibles de los dispositivos de conmutación de la subestación en configuración doble interruptor con tres líneas.

En la Fig A-25 se muestran los subconjuntos de  $S$  que tienen intersecciones.

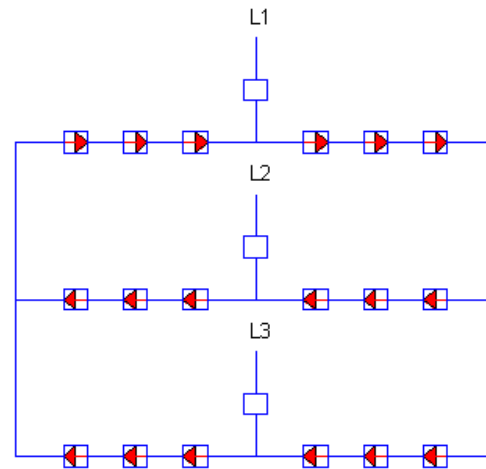


**Figura A-25:** En esta figura se muestra los subconjuntos de  $S$  que tienen intersecciones para la subestación. La imagen muestra una matriz triangular superior. El color rojo en la componente  $i, j$  indica que la intersección entre los subconjuntos  $S_i$  y  $S_j$  no es un conjunto vacío, mientras que el color azul indica que si lo es.

Al analizar las intersecciones, se encuentra que existen intersección entre todos los subconjuntos formados para este caso. Sin embargo, dichas intersecciones implican que el flujo de potencia por líneas conectadas a otras líneas sea nulo, o que existen corrientes circulantes dentro de la subestación cuando no hay ninguna línea conectada, lo cual no es posible físicamente.



**Figura A-26:** En este figura se muestra uno de los vectores que conforma la base de la intersección de los subconjuntos  $S_4$  y  $S_5$ .



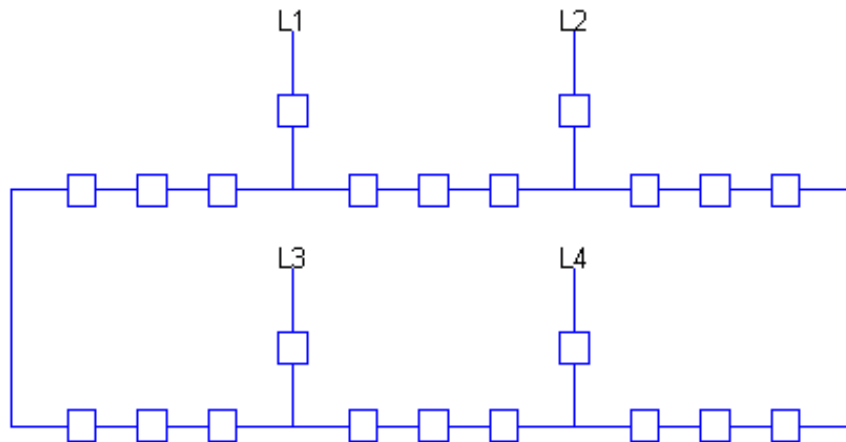
**Figura A-27:** En este figura se muestra uno de los vectores que conforma la base de la intersección de los subconjuntos  $S_1$  y  $S_5$ .

En el conjunto  $\Omega_{15}$  todas las líneas están conectadas en un mismo nodo, razón por la cual no es posible que el flujo de potencia por la línea uno sea nulo y por lo tanto la distribución de

potencias mostrada en la Fig **A-26** no es posible. Por otra parte en el conjunto  $\Omega_1$  todas las líneas están conectadas en nodos diferentes, razón por la cual no es posible que exista una corriente circulante en el interior de la subestación sin ninguna fuente que la genere y por lo tanto la distribución de potencias de la Fig **A-27** tampoco es posible. Situaciones similares se presentan en las otras intersecciones.

## Subestación en configuración interruptor y medio

Una subestación en configuración interruptor y medio está conformada por once dispositivos de conmutación por cada par de líneas como se ilustra en la Fig **A-28**. En la Tabla **A-15** se muestra el número de posibles conexiones de la subestación (elementos que conforman el conjunto  $\Omega$ ) en función del número de líneas  $m$  de la subestación.



**Figura A-28:** Representación gráfica de una subestación en configuración interruptor y medio con 4 líneas.



$m$	Número de elementos en $\Omega$
1	128
2	2.048
3	262.144
4	4'194.304
5	536'870.912

**Tabla A-15:** Número de posibles conexiones de la subestación en configuración interruptor y medio en función del número de líneas conectadas a la subestación.

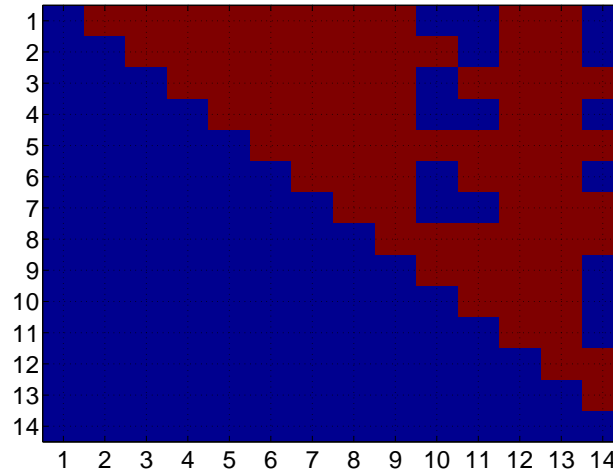
### Subestación con 4 líneas

En una subestación en configuración interruptor y medio con cuatro líneas se puede realizar 4194304 conexiones distintas. Usando las condiciones de la hipótesis se generan 14 subconjuntos del conjunto  $\Omega$ . En la Tabla **A-16** se presentan dichos subconjuntos y el número de elementos con los que está conformado cada uno de ellos.

Subconjunto	Agrupación de líneas	Número de elementos en el subconjunto
$\Omega_1$	$L_1 - L_2 - L_3 - L_4$	3'903.555
$\Omega_2$	$L_1, L_2 - L_3 - L_4$	124.944
$\Omega_3$	$L_1, L_3 - L_2 - L_4$	14.400
$\Omega_4$	$L_1 - L_2, L_3 - L_4$	1.905
$\Omega_5$	$L_1, L_2, L_3 - L_4$	1.023
$\Omega_6$	$L_1, L_4 - L_2 - L_3$	1.905
$\Omega_7$	$L_1 - L_2, L_4 - L_3$	14.400
$\Omega_8$	$L_1, L_2, L_4 - L_3$	1.023
$\Omega_9$	$L_1, L_2 - L_3 - L_4$	124.944
$\Omega_{10}$	$L_1, L_2 - L_3, L_4$	3.969
$\Omega_{11}$	$L_1, L_3, L_4 - L_2$	1.023
$\Omega_{12}$	$L_1 - L_2, L_3, L_4$	1.023
$\Omega_{13}$	$L_1, L_2, L_3, L_4$	141
$\Omega_{14}$	$L_1, L_3 - L_2, L_4$	49

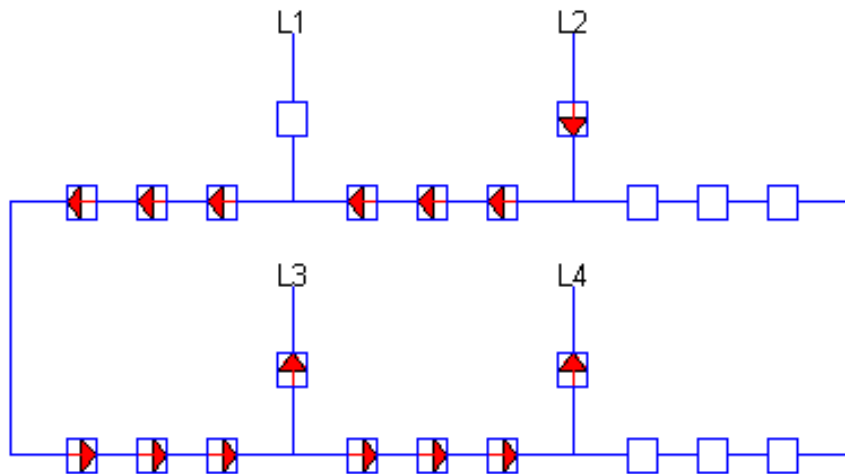
**Tabla A-16:** Subconjuntos en los cuales fue dividido el conjunto de todas las conmutaciones posibles de los dispositivos de conmutación de la subestación en configuración interruptor y medio con cuatro líneas.

En la Fig **A-29** se muestran los subconjuntos de  $S$  que tienen intersecciones.

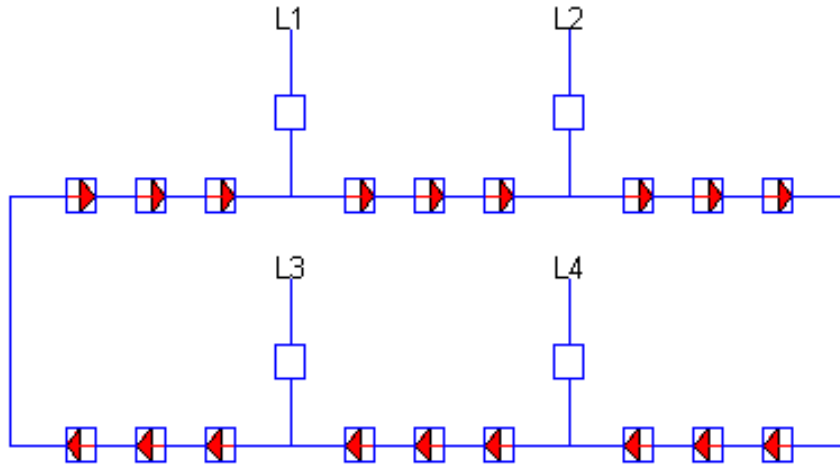


**Figura A-29:** En esta figura se muestra los subconjuntos de  $S$  que tienen intersecciones para la subestación. La imagen muestra una matriz triangular superior. El color rojo en la componente  $i, j$  indica que la intersección entre los subconjuntos  $S_i$  y  $S_j$  no es un conjunto vacío, mientras que el color azul indica que si lo es.

Al analizar las intersecciones, se encuentra que existen intersección entre muchos de los subconjuntos formados para este caso. Sin embargo, dichas intersecciones implican que el flujo de potencia por líneas conectadas a otras líneas sea nulo, o que existen corrientes circulantes dentro de la subestación cuando no hay ninguna línea conectada, lo cual no es posible físicamente.



**Figura A-30:** En esta figura se muestra uno de los vectores que conforma la base de la intersección de los subconjuntos  $S_{12}$  y  $S_{13}$ .



**Figura A-31:** En esta figura se muestra uno de los vectores que conforma la base de la intersección de los subconjuntos  $S_1$  y  $S_{13}$ .

En el conjunto  $\Omega_{13}$  todas las líneas están conectadas en un mismo nodo, razón por la cual no es posible que el flujo de potencia por la línea uno sea nulo y por lo tanto la distribución de potencias mostrada en la Fig A-30 no es posible. Por otra parte en el conjunto  $\Omega_1$  todas las líneas están conectadas en nodos diferentes, razón por la cual no es posible que exista una corriente circulante en el interior de la subestación sin ninguna fuente que la genere y por lo tanto la distribución de potencias de la Fig A-31 tampoco es posible. Situaciones similares se presentan en las otras intersecciones.

# Bibliografía

- [1] ACEVEDO, J E. ; ROCHA, F A.: Caracterización de fenómenos de desgaste y deterioro en interruptores de potencia y su aplicación en la definición de la estrategia de mantenimiento. En: *Revista CIER* 52 (2009), p. 4
- [2] ALSAC, O ; VEMPATI, N ; STOTT, B ; MONTICELLI, A: Generalized state estimation. En: *IEEE Transactions on Power Systems* 13 (1998), Nr. 3, p. 1069–1075
- [3] BAEZA, R ; RODRÍGUEZ, J ; HERNÁNDEZ, J L.: Evaluación de confiabilidad de sistemas de distribución eléctrica en desregulación. En: *Revista Facultad de Ingeniería-Universidad de Tarapacá* 11 (2003), Nr. 1, p. 33–39
- [4] CLEMENTS, K A. ; COSTA, A S.: Topology error identification using normalized Lagrange multipliers. En: *IEEE Transactions on Power Systems* 13 (1998), Nr. 2, p. 347–353
- [5] CLEMENTS, K A. ; DAVIS, P W.: Detection and identification of topology errors in electric power systems. En: *IEEE Transactions on Power Systems* 3 (1988), Nr. 4, p. 1748–1753
- [6] COHEN, H: Space reliability technology: A historical perspective. En: *IEEE Transactions on Reliability* 33 (1984), Nr. 1, p. 36–40
- [7] COPPOLA, A: Reliability engineering of electronic equipment a historical perspective. En: *IEEE Transactions on Reliability* 33 (1984), Nr. 1, p. 29–35
- [8] ESCOBAR, L A. ; VILLA, E R. ; YAÑEZ, S: Confiabilidad: historia, estado del arte y desafíos futuros. En: *Dyna* 70 (2003), Nr. 140, p. 5–21
- [9] GARCÍA, G L.: *Introducción a la teoría de la confiabilidad y su aplicación en el diseño y mantenimiento de equipos industriales de un proceso de renovación*, Universidad Nacional de Colombia, Tesis de Grado, 2006
- [10] GONDRES, I ; BÁEZ, R ; LAJES, S ; DEL CASTILLO, A: Determinación de la confiabilidad en interruptores de potencia: caso de estudio. En: *Ingeniare. Revista chilena de ingeniería* 21 (2013), Nr. 2, p. 271–278

- 
- [11] KNIGHT, C R.: Four decades of reliability progress. En: *Reliability and Maintainability Symposium, 1991. Proceedings., Annual IEEE*, 1991, p. 156–160
- [12] LIU, W H. ; LIM, S L.: Parameter error identification and estimation in power system state estimation. En: *IEEE Transactions on power systems* 10 (1995), Nr. 1, p. 200–209
- [13] LOPERA, C M. ; MANOTAS, E C.: Aplicación del análisis de datos recurrentes sobre interruptores FL245 en Interconexión Eléctrica SA. En: *Número especial en aplicaciones en la industria y estadística industrial* 34 (2011), p. 249–266
- [14] MILI, L ; STEENO, G ; DOBRACA, F ; FRENCH, D: A robust estimation method for topology error identification. En: *IEEE Transactions on Power Systems* 14 (1999), Nr. 4, p. 1469–1476
- [15] MONTICELLI, A: Modeling circuit breakers in weighted least squares state estimation. En: *IEEE Transactions on Power Systems* 8 (1993), Nr. 3, p. 1143–1149
- [16] MONTICELLI, A: *State estimation in electric power systems: a generalized approach*. Vol. 507. Springer Science & Business Media, 1999
- [17] MONTICELLI, A ; GARCIA, A: Modeling zero impedance branches in power system state estimation. En: *IEEE Transactions on Power Systems* 6 (1991), Nr. 4, p. 1561–1570
- [18] MONTICELLI, A ; GARCIA, A: Modeling zero impedance branches in power system state estimation. En: *IEEE Transactions on Power Systems* 6 (1991), Nr. 4, p. 1561–1570
- [19] MOUBRAY, J: *Reliability centered maintenance*. Industrial Press, 1997
- [20] RIVERA, G P.: *Estimación de estado generalizada (GSE) con aplicación al sistema nacional interconectado del Ecuador*, Escuela politécnica nacional, Tesis de Grado, 2015
- [21] SCHWEPPE, F C. ; ROM, D B.: Power system static-state estimation, Part II: Approximate model. En: *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems* (1970), Nr. 1, p. 125–130
- [22] SCHWEPPE, F C. ; WILDES, J: Power system static-state estimation, Part I: Exact model. En: *IEEE Transactions on Power Apparatus and systems* (1970), Nr. 1, p. 120–125
- [23] SCHWEPPE, F C. ; WILDES, J: Power system static-state estimation, Part I: Exact model. En: *IEEE Transactions on Power Apparatus and systems* (1970), Nr. 1, p. 120–125
- [24] SMITH, D J.: *Reliability, maintainability and risk 8e: Practical methods for engineers including reliability centred maintenance and safety-related systems*. Elsevier, 2011

- 
- [25] TARANGO, E: *Detección e identificación de errores topológicos mediante una técnica de estimación de estado generalizada*, Universidad Autónoma de Nuevo León, Tesis de Grado, 2002
- [26] ZAPATA, C J.: Confiabilidad en ingeniería. En: *Universidad Tecnológica de Pereira* (2011)