Hacia una Concepción Estructural de la Formalidad en Lógica

Iván Camilo Verano Velásquez

Universidad Nacional de Colombia

Departamento de Filosofía

Entregado en cumplimiento parcial de los requisitos para el grado de Magíster en Filosofía

4 de agosto de 2010

Gonzalo Serrano

Doctor en Filosofía, Universidad Nacional de Colombia

Director

Tomás Barrero

Doctor en Filosofía, Universidad Nacional de Colombia

Jurado

Raúl Meléndez

Doctor en Filosofía, Universidad Nacional de Colombia

Jurado

Abstract

Towards a Structural Account of Formality in Logic

Most logicians and philosophers nowadays would agree with the characterization of logic as formal. But most of them would disagree when explaining what logic's formality consists in. Making clear the concept of formality in logic is no easy task, and serious attempts have been made recently in that direction (MacFarlane 2000, Sher 1991). The aim of this dissertation is to present a concept of logical formality alternative to those commonly found in the literature, i.e. the structural concept of formality. This structural account is based on the exposition of a structuralist theory of logic due to Arnold Koslow (1992). We aim to demonstrate how the structural account avoids standard objections to the traditional concepts of logical formality and how it may be used to propose a principled demarcation of logic. Some other consequences are a shift towards intuitionism in the philosophy of mathematics and logic and an expansion of the bounds of logic, accommodating certain concepts that are commonly regarded as extra-logical but that under the structural account count as properly logical. Among the more polemic results we find a weakening of the link between logic, truth, language and rationality. An historical upshot of the structural approach consists in freeing logic from the traditional logicist and foundational role commonly ascribed to it.

Keywords: logic, formality, structuralism, MacFarlane, Koslow, intuitionism.

Resumen

La mayoría de lógicos y filósofos hoy en día estarían de acuerdo con la caracterización de la lógica como formal. Sin embargo, la mayoría estaría en desacuerdo en la explicación sobre la formalidad de la lógica. Aclarar el concepto de formalidad en lógica no es una tarea fácil, y sólo recientemente se han hecho esfuerzos importantes en esa dirección (MacFarlane 2001, Sher 1991). El objetivo de esta monografía es presentar un concepto de formalidad lógica alternativo a aqellos hallados en la literatura, a saber, el concepto estructural de formalidad. Esta perspectiva estructural está basada en la formulación de una teoría estructural de la lógica debida a Arnold Koslow (1992). Buscamos demostrar cómo la perspectiva estructural evita ciertas objeciones estándar a los conceptos tradicionales de formalidad lógica, asi como también puede usarse para proponer una demarcación substancial de la lógica. Algunas otras consecuencias de este enfoque es un giro hacia el intuicionismo en la filosofía de la matemática y la lógica y una expansión de los límites de la lógica, logrando acomodar ciertos conceptos que comúnmente se consideran extra-lógicos. Entre los resultados más polémicos encontramos un debilitamiento del vínculo entre lógica, verdad, lenguaje y racionalidad. Una consecuencia histórica del enfoque estructuralista consiste en liberar la lógica del rol fundacionalista logicista comúnmente asociado a ella.

Palabras clave: lógica, formalidad, estructuralismo, MacFarlane, Koslow, intuicionismo.

Prefacio

La lógica ha sido, sin lugar a dudas, uno de los campos de estudio que más atención ha recibido en el último siglo. Los desarrollos técnico-matemáticos fueron acompañados por diversas concepciones de la lógica, así como por programas filosóficos específicos que buscaban explotar los recursos de esta renovada rama de estudio. Desde los programas logicista y formalista de Frege y Hilbert, pasando por los programas positivistas del Círculo de Viena hasta la concepción holista-naturalista del conocimiento y el significado de Quine, la lógica ha ocupado un lugar central y prominente en la articulación de estas y otras doctrinas. ¿Qué propiedades posee la lógica que la hacen tan importante en el contexto de estos programas en epistemología, semántica, filosofía de la ciencia y demás? Una respuesta tradicional que, de ser satisfactoria, daría cuenta de este carácter prominente de la lógica, consiste en afirmar que la lógica es *formal*. La formalidad de la lógica, prosigue la respuesta tradicional, permitiría entender la *necesidad* de sus enunciados e inferencias, su aplicación irrestricta en cualquier tipo de discurso racional, su validez universal y la justificación epistemológica de los argumentos obtenidos únicamente mediante los métodos de la lógica, entre otros resultados filosóficamente atractivos. El estatus especial de la lógica reside entonces en su carácter formal, hasta el punto de ser su característica definitoria.

Sin embargo, esta respuesta tradicional no constituye tanto una respuesta satisfactoria como un aplazamiento de la discusión, pues ¿qué quiere decir que la lógica sea formal? Sin una explicación satisfactoria del concepto de formalidad, la pregunta sobre el estatus y carácter preeminente de la lógica sigue sin responderse. Aún más, dado que la formalidad se postula tradicionalmente como su característica definitoria, el concepto mismo de logicidad depende de una caracterización satisfactoria de la noción de formalidad. Un examen de la literatura en filosofía de la lógica muestra que hay distintas concepciones sobre qué signifca decir que la lógica sea formal, sin claridad respecto a las diferencias y los problemas de cada una. En su tesis doctoral, John MacFarlane (2000) asume la tarea de investigar las concepciones más comunes y relevantes; sin embargo, hay una concepción cuyo análisis relega a investigaciones posteriores, la cual denominaré la concepción estructural. Esta monografía puede entonces entenderse como una extensión de la investigación de MacFarlane, puesto que su objetivo central será examinar la valía de la concepción estructural en relación con el problema de la demarcación (en tanto formal) de la lógica.

El plan de trabajo de esta monografía es el siguiente. En el primer capítulo motivaré la discusión esbozando la relevancia filosófica de una demarcación de la lógica, las posibles actitudes a adoptar para elaborar dicha demarcación, y finalmente el predominio histórico de la doctrina del *hylemorfismo lógico*, el cual relaciona estrechamente la lógica con los conceptos de “forma”, “esquema”, “sintaxis”, etc. El objetivo del capítulo es mostrar que el debate en torno a la formalidad de la lógica no es periférico o de simple interés histórico; al contrario, es un debate central sobre la noción misma de logicidad.

En el segundo capítulo presentaré tres nociones de formalidad halladas en la literatura clásica en lógica así como en algunos manuales contemporáneos. Estas nociones son, respectivamente, la noción de *formalidad gramatical*, *formalidad sintáctica* y finalmente *formalidad esquemática*. El objetivo es mostrar que estas tres nociones son insuficientes para demarcar el campo de la lógica. La manera más directa de hacer patente esta insuficiencia es demostrando cómo otras ciencias son igualmente “formales” en alguno de estos tres sentidos, por lo que ellos no son útiles para diferenciar la lógica de las demás ciencias.

En el tercer capítulo presentaré una noción alternativa, a saber, la noción de *formalidad estructural*; baso mi exposición en la articulación rigurosa de una teoría estructural de la lógica debida a Arnold Koslow (2005, 2007). El objetivo del capítulo es introducir los conceptos clave de dicha teoría y demostrar que dicha concepción tiene implicaciones relevantes en la demarcación de los límites de la lógica. La manera más natural de demostrar esta afirmación es notando cómo ciertos operadores tradicionalmente entendidos como extra-lógicos (e.g. el operador de intersección en teoría de conjuntos, la implicación epistémica de Peter Gärdenfors, entre otros) pasan a ser indistinguibles de los operadores lógicos tradicionales (e.g. conjunción, disyunción, etc.) en el marco de la teoría estructural de la lógica.

Finalmente, en el cuarto capítulo exploro las fortalezas y debilidades de la noción estructural. Esta tarea se aproximará tanto de manera negativa como positiva. Negativamente, se mostrará cómo la noción estructural escapa a los problemas que aquejan las primeras tres nociones. Positivamente, se mostrará la compatibilidad de la noción estructural con las intuiciones tradicionales respecto a la formalidad de la lógica, e.g. neutralidad ontológica, invarianza permutacional, etc. Adicionalmente, se explorará la compatibilidad de la concepción estructural con la concepción fregeana de formalidad (formalidad como constitutivo de las reglas para pensar objetos en general). Este último punto adquiere relevancia dentro del marco de la tesis doctoral de MacFarlane, donde se demuestra cómo esta noción fregeana "densa" de formalidad es la que realmente está en juego en los debates de formalidad en lógica: debe entonces explorarse la posibilidad de entender la concepción estructural como articulando la intuición fregeana. Se formulará igualmente algunas críticas a la concepción estructural, en función únicamente de su papel en la demarcación de la lógica. El objetivo del capítulo es entonces evaluar las aspiraciones de la teoría estructural para dar cuenta del concepto de logicidad, así como sus límites y alcances.

Agradezco a Gonzalo Serrano haber aceptado dirigir esta monografía, en especial el haberme remitido a la tesis doctoral de MacFarlane, la cual determinó el enfoque de esta monografía. Deseo también agradecer a los miembros del grupo de investigación *Dialéctica y Mos Geometricus*, dirigido también por Serrano, por comentarios al proyecto inicial de esta monografía; un agradecimiento especial a Clara Helena Sánchez por salvarme de errores bochornosos en los dos primeros capítulos. Agradezco también la ayuda de John MacFarlane y Arnold Koslow, quienes siempre estuvieron dispuestos a responder mis preguntas así como recomendar literatura valiosa. Finalmente debo agradecer a mi familia, que a pesar de no entender lo que hago, siempre me ha brindado

todo el apoyo que he necesitado. Esta monografía está dedicada a la memoria de mi hermano Andrés Verano. *Requies aeterna*.

Índice general

Capítulo 1

Introducción

1.1. Demarcaciones: Motivaciones y Consecuencias

En filosofía de la ciencia, uno de los problemas filosóficos más fascinantes consiste en hallar algún criterio o conjunto de criterios que nos permita delimitar el campo de la ciencia del de la no-ciencia. Este problema es conocido como el *problema de la demarcación*. La labor de un filósofo de la ciencia al abordar este problema no es igual al de, por ejemplo, un legislador que estipula, a manera de *fiat*, los límites entre dos terrenos contiguos. No se trata de arbitrariamente estipular qué ha de valer, de ahora en adelante, como ciencia, y qué no. Su labor tampoco se limita a describir qué creían sus antepasados que era la ciencia. Debe, pues, asumir una actitud prudente y conciliadora, e intentar proceder de una manera tanto normativa como descriptiva, de forma tal que arroje luz sobre la ciencia en su desarrollo histórico y nuestras intuiciones sobre ella, pero que también logre dar cuenta de las concepciones erróneas que antaño se tuvo de ella, explicando por qué son un error en primer lugar en vez de arbitrariamente declararlas como tal.

La demarcación entre dos o más ámbitos puede obedecer a dos motivaciones distintas.[1] Por un lado, puede tratarse de una demarcación *pragmática* en la que, para propósitos de división del trabajo, de asignación de departamentos en universidades, o en función de alguna tarea determinada, se distingue con mayor o menor claridad entre dichos ámbitos. Por otro lado, la demarcación puede ser una delimitación *substancial* (*principled*) en la cual una característica o propiedad determinada de un ámbito (o un selecto conjunto de éstas) lo diferencia de todos los demás que carecen de ella. Este tipo de demarcación, podría decirse con algo de ligereza, traza la línea divisora de acuerdo a la *esencia* del ámbito en cuestión, lo *define* de la manera menos ambigua posible.

A diferencia de las demarcaciones pragmáticas, estas delimitaciones "fuertes" no son dadas a fluctuar en función de algún interés o tarea peculiar o idiosincrática, sino que buscan fijar, de una manera casi que monolítica, aquello en virtud de lo cual algo *es lo que es*. Ambos tipos de demarcación se distinguen también en sus consecuencias filosóficas en áreas como la epistemología, la metafísica, etc. ¿Qué se sigue del hecho de que una demarcación pragmática resulte apropiada o inapropiada? No mucho; seguramente habrá otras muchas alternativas apropiadas, y la cuestión parece reducirse o a la creatividad que tenga aquel que busca trazar el límite o a si la demarcación cumple, en ese momento, la tarea que se le fijó. Naturalmente, también dicho límite variará en función de los intereses y objetivos con los que fue trazado en primer lugar. Poco, o nada, nos es explicado sobre la naturaleza del ámbito demarcado. ?Qué se sigue del hecho de que una demarcación "fuerte" sea apropiada o inapropiada? Potencialmente mucho. En el caso de la filosofía de la ciencia, para continuar con el ejemplo, importantes implicaciones resultarían en áreas como el estudio de la metodología científica, historia de la ciencia, teoría de la racionalidad, etc. Hay filósofos pesimistas respecto a la posibilidad de trazar una demarcación "fuerte", por lo que acogen como alternativa una posición pragmática. En esta monografía únicamente examinaremos un caso de una demarcación "fuerte".

[1] Empleo aquí la misma distinción que traza MacFarlane (2000)

1.2. Demarcación en Lógica

Sin embargo, la demarcación no es un problema filosófico exclusivo de la filosofía de la ciencia. Existe tambien en la filosofía de la lógica, e igualmente tiene consecuencias filosóficas importantes. Ha recibido poca atención porque sólo recientemente se ha formulado explícitamente como un *problema* filosófico. Durante cientos de años, la lógica fue demarcada de las demás áreas de estudio por su carácter "formal", pobremente definido (caracterizado casi que únicamente a través de ejemplos y casos), presentando la silogística Aristotélica como el paradigma de la formalidad. Recibió esta noción, en manos de Kant, una caracterización más juiciosa, si bien idiosincrática (en algunos aspectos clave) a la filosofía kantiana. Unas nociones de lo que es "formalidad" sobrevivieron a la superación de la filosofía crítica kantiana, abriéndose paso en los escritos de los pioneros de la lógica matemática a comienzos del S. XX (Frege y Russell en especial).[2] Sin embargo, la confusión de varias nociones distintas y el fracaso del programa epistemológico logicista llamaron la atención sobre el problema de demarcar la lógica, y sobre la noción que durante siglos fue vagamente adoptada como el criterio que trazaba dicha demarcación: la formalidad. Por ejemplo, podemos hallar en el *Tractatus Logico-Philosophicus* (Wittgenstein, 1921) una de las primeras investigaciones filosóficas sobre la naturaleza de la lógica, el concepto de formalidad que la caracteriza, y su diferenciación con otras áreas, en especial la matemática.

¿Por qué es filosóficamente relevante demarcar la lógica? En muchos casos, el éxito o fracaso de programas epistemológicos reduccionistas específicos está determinado por una manera particular de delimitar lo lógico de lo no-lógico (véase MacFarlane, 2000, p. 7-14). En general, cualquier programa[3] o

[2]Esta pequeña historia es extraída, a muy grandes rasgos, de la meticulosa investigación de John MacFarlane en su tesis doctoral *What Does it Mean to Say that Logic is Formal?* (MacFarlane, 2000); remito a los primeros capítulos de dicho texto para los detalles más intrincados del tratamiento diverso que recibió la noción de "forma" en lógica.

[3]Estos no se limitan al caso paradigmático del logicismo, o siquiera a la filosofía de la matemática en general. También se puede mencionar el programa de la gramática recursiva en lingüística, la epistemología atomista positivista, las teorías de la verdad estilo Tarski, las teorías del significado tipo Davidson, y el programa "fuerte" en Inteligecia Artificial, por nombrar algunos.

teoría filosófica que apele a, o se apoye en, la lógica para dar cuenta de algún aspecto (que la emplee como *explanandum* de alguna doctrina) dependerá o presupondrá una demarcación de la lógica tal que sea deseable apelar a ella; sería un ocioso ejercico filosófico intentar aclarar cierto concepto apelando a uno más oscuro todavía. Asimismo, cualquier crítico o escéptico respecto al valor filosófico de la lógica operará bajo un entendimiento de la naturaleza y alcance de la lógica. Tanto críticos como defensores requieren un acotamiento del campo de la lógica para dar plausibilidad a sus programas o críticas. Una razón que en parte motivó esta investigación fue encontrar que una disciplina que tradicionalmente se asume es tan clara y fundamental, presenta enormes problemas filosóficos al intentar dar cuenta de su claridad y tema básico en contraste con las demás disciplinas, generando un sentimiento de malestar casi que paradójico.

Aquellas otras disciplinas que no buscan elaborar algún tipo de reducción, o proponer alguna explicación filosóficamente iluminadora, sino que únicamente *emplean* las herramientas conceptuales y resultados técnicos que forman parte de lo que tradicionalmente se ha denominado "lógica" (independientemente de la justificación de dicha denominación), pueden no verse afectadas en absoluto por la demarcación del campo de lo lógico. Poco interesa en, p. ej. ciencia de la computación si lo que se denomina lógica es, *realmente*, matemáticas; un metodólogo de la ciencia puede no verse afectado si la llamada lógica inductiva no es más que una teoría matemática de la probabilidad. Al igual que el proyecto de demarcación en ciencia, la demarcación en lógica consiste más en un intento por ganar mayor *entendimiento* sobre ésta, su alcance, su valor epistémico, sus límites infranqueables, que en reglamentar el uso estándar de la etiqueta "lógico". Como mencioné en la sección anterior, si bien no se trata de adoptar un enfoque puramente descriptivista, tampoco se trata de caer en el extremo opuesto de un revisionismo radical. En cierto sentido, una investigación de este estilo, para hacer eco de una famosa frase de Wittgenstein, dejará la lógica tal y como está. Lo que permitirá obtener será una mayor comprensión de la misma, y en esto reside el valor de esta monografía, de lograrse dicho resultado. La tarea que enfrentamos en esta investigación adquiere entonces el carácter de un *análisis conceptual*.

Sin embargo, la relevancia de la posibilidad de trazar un límite entre lo lógico y lo no lógico no se limita al éxito o fracaso de ciertos programas filosóficos particulares; después de todo, es muy difícil encontrar adeptos del logicismo de corte fregeano, defensores del positivismo lógico o seguidores del programa clásico en Inteligencia Artificial. El que estos programas hayan pasado a ser piezas de museo en la historia de la filosofía no quiere decir que entonces una demarcación de la lógica lo sea también. Hay intuiciones más profundas sobre la lógica, sobre su estatus y relevancia, que va más allá de su empleo en algún programa idiosincráctico a una escuela de pensamiento extinta. Por ejemplo, tenemos la intuición de que los dictámenes de la lógica son *a priori* y necesarios.[4] Si el carácter formal de la lógica es lo que explica dicha a prioricidad y necesidad, entonces necesitamos hallar un sentido de "formalidad" satisfactorio para reafirmar nuestra intuición. Si no lo hallamos, entonces tenemos razones para dudar de dichos atributos comúnmente adscritos a la lógica, abriendo la posibilidad de, por ejemplo, una filosofía sintética, naturalista u holista de la lógica tal que el problema de la demarcación se disuelva, o sea sólo pragmáticamente relevante. Otra intuición comúnmente asociada a la lógica es que sirve como esquema conceptual del discurso racional;[5] su carácter deductivo garantiza la conservación de la verdad, minimizando el riesgo de incurrir en el error, la falacia y los "saltos" de la razón. Si la noción de formalidad es la que explica el valor epistémico de la deducción (e.g. un argumento lógicamente válido *necesariamente* implica la verdad de la conclusión dada la verdad de la premisa, en virtud de su *forma*), entonces articular la preeminencia epistémica de la lógica, en relación con una teoría (deductivista) de la racionalidad, dependerá de una elucidación de la noción de formalidad. Si no hallamos una noción tal, tendremos buenas razones para sospechar de la infalibilidad epistémica de la lógica, considerando más bien teorías de la racionalidad no-deductivistas. Aún otra intuición común sobre la lógica nos dice que ésta es temáticamente neu-

[4]Esta posición puede hallarse en Leibniz, Kant y varios miembros del Círculo de Viena, e.g. Ayer y Hahn.

[5]Algunos que favorecen esta idea son (Haack, 1978), (Nolt, 1997), (Kant, 2003), (Frege, 1893/1903) y (Barwise y Etchemendy, 1999).

tral.[6] La manera más natural de entender dicha neutralidad es apelando a la noción de formalidad: la lógica es temáticamente neutra porque se ocupa de la forma, no del contenido, de los enunciados. De esta manera podemos ver que lo que está en juego en el debate de la formalidad en lógica es la valía filosófica misma de la lógica, y hasta cierto punto el concepto mismo de "logicidad", pues si logra demostrarse que no hay una distinción clara entre lógica y lo demás, no hay motivos para atribur a la lógica algún lugar de suyo propio; podría reducirse a algúna otra rama o disciplina, e.g. las matemáticas.

En esta monografía, para efectos de la argumentación, asumiré que la lógica es en principio demarcable. Para medir el éxito o fracaso de algún criterio de demarcación particular, asumiré que hay conceptos/teorías/sistemas claramente lógicos (e.g. el cálculo proposicional) así como hay otros claramente no lógicos (e.g. teoría de la evolución). Sin embargo, donde más interesante resulta el esfuerzo para demarcar la lógica es en la diferenciación (o asimilación) de la lógica con disciplinas y teorías cuyo carácter lógico ha sido controversial en la historia de la lógica moderna, a saber, la teoría de conjuntos y la teoría de la identidad. La forma como utilizaré esta suposición es la siguiente: si un criterio de demarcación genera como resultado que el concepto de evolución (por ejemplo) pertenece a la lógica pura, entonces el criterio es *prima facie* inadecuado. Sin embargo, si un criterio genera como resultado que la teoría de conjuntos o la teoría clásica de la identidad pertenece a la lógica pura, entonces se considerarán los argumentos para esta inclusión. En otras palabras, evitaremos las demarcaciones demasiado inclusivas (donde prácticamente se trivializa el campo siendo demarcado, en tanto incluye prácticamente todo) pero así mismo evitaremos caer en una actitud dogmáticamente conservadora.

1.3. Formalidad como Demarcación

Esta monografía se centrará en un criterio "fuerte" para demarcar la lógica, a saber, el criterio de formalidad. Una formulación simple y poco cuidadosa

[6] El término se atribuye a Gilbert Ryle. Entre otros que han advocado esta posición puede hallarse a (Haack, 1978), (Russell, 1919) y (Frege, 1893/1903).

de este criterio afirma que la lógica se caracteriza entre las demás ciencias por ser formal; no es acerca de ningún objeto específico (e.g. electrones, números, especies, valencias, minerales, etc.), sino que es "temáticamente neutra" (*topic neutral*), y por ende completamente *general*. Sus leyes esquemáticas valen sin importar qué enunciados específicos sean insertados dentro de su "esqueleto" sistematizado, y constituye, más que una doctrina, un marco o andamio en torno al cual se construye la ciencia y el discurso racional en general. Sus resultados se mantienen invariables ante la permutación de los objetos que constituyen los argumentos de sus funciones, y es independiente de cualquier interpretación particular[7] que se haga de sus postulados. Esta posición es la que denominaré, siguiendo en esto a MacFarlane, *hylemorfismo lógico*, y constituye no tanto una tesis determinada como más bien una escuela de pensamiento en general, puesto que muchos de sus adherentes difieren notablemente en su entedimiento del concepto de "forma" dada la existencia de varias nociones diferentes, si bien relacionadas entre sí. La idea clave del hylemorfismo lógico consiste, entonces, en entender la lógica como el estudio de ciertas verdades o inferencias necesarias que son tales no en virtud del contenido semántico de los enunciados en cuestión, ni tampoco gracias a alguna relación contingente entre enunciados, sino únicamente en virtud de la *forma* de dichas verdades e inferencias. Naturalmente, la pregunta que esta posición suscita es: ¿En qué consiste la formalidad de dichos enunciados e inferencias "puramente" lógicos? ¿Es acaso un tipo de patrón meramente gramatical? ¿Es la simple manipulación sintáctica acorde a ciertas reglas? ¿Consiste simplemente en un carácter esquemático, que abstrae todo tipo de referencia y contenido determinado? Puede que en alguno de estos sentidos, o en todos, la lógica sea formal. Sin embargo, me interesa examinar si apelando a estas nociones *sólo* la lógica resulta ser formal; en otras palabras, me interesa examinar las distintas concepciones de formalidad en tanto demarcaciones de la lógica.

Esta variedad de maneras de entender el concepto de formalidad es en parte causa de la confusión respecto a los límites de la lógica que sólo recientemente

[7] O de cualquier *modelo*, para emplear el término técnico. Si bien la teoría de modelos es importante en el estudio de varias nociones lógicas tradicionales, como "consecuencia lógica", "consistencia", etc., no es ella la que determina que dichas nociones sean *lógicas*.

ha empezado a hacerse patente. La discusión que ocupó gran parte de la atención de los filósofos de la lógica se centró no en qué consiste la formalidad de la lógica en tanto característica peculiar de ésta, sino en cómo demarcar de manera no arbitraria el grupo de constantes lógicas; se asumía que la formalidad se limitaba al uso de estas partículas especiales. Como veremos en el próximo capítulo, esta discusión presupone un entendimiento de la formalidad de la lógica que no resiste un escrutinio profundo. Sin embargo, ya desde los inicios de la lógica moderna pueden hallarse formulaciones sobre el problema de la formalidad en lógica. En la Introducción a la segunda edición de su libro *The Principles of Mathematics* (1938), Russell expresa el problema de una manera que pone de relieve el malestar cuasi-paradójico en torno a la caracterización de la lógica:

> La característica fundamental de la lógica, obviamente, es aquella que es indicada cuando decimos que las proposiciones lógicas son verdaderas en virtud de su forma [...] Confieso, sin embargo, que soy incapaz de dar una explicación clara de qué se quiere decir cuando se dice que una proposición es "verdadera en virtud de su forma". Pero esta frase, con lo inadecuada que es, apunta, creo, al problema que debe resolverse si una definición adecuada de lógica ha de hallarse (Russell, 1938, p. xii)[8]

En esta monografía nos ocuparemos de tan sólo *una* noción específica bajo la cual entender el concepto de formalidad: la noción que denominaré *estructural*. Motivaré la discusión en torno a esta noción particular revisando brevemente tres nociones prominentes en la historia de la lógica que son explícita o implícitamente formuladas en la mayoría de los manuales de lógica: formalidad como *gramática*, como *sintaxis* y como *esquema*. Un examen de los límites de estas nociones para demarcar el campo de la lógica mostrará la necesidad de hallar alternativas; a su vez, estas alternativas probarán su valor evitando los problemas en los que estas tres nociones inevitablemente caen.

[8]En adelante, todos los textos en inglés serán traducidos según mi criterio. Véase la bibliografía para una lista de los mismos.

La relevancia de estudiar el concepto de formalidad en general se hace patente tras una revisión de la literatura en filosofía de la lógica. Si bien es común hallar criterios *técnicos* de demarcación, como p. ej. el hallado en el influyente análisis de William y Martha Kneale *The Development of Logic* (Kneale y Kneale, 1962, p. 742) en el cual la *completitud* de un sistema demarca la lógica de los otros sistemas matemáticos formales (e.g. la teoría de conjuntos), dichos criterios deben sin embargo justificar su valía. ¿ Por qué es relevante dicha propiedad técnica? ¿Qué hay acerca de ella que nos sea deseable conservar en lógica? Una respuesta a estos interrogantes debe valerse de una explicación o justificación *no-técnica.* La justificación más común consiste en una apelación a la noción de formalidad: dichos criterios técnicos son relevantes porque, de alguna manera u otra, preservan el carácter formal de la lógica. El caso más paradigmático de un criterio técnico en la literatura contemporánea es la propiedad de *invarianza permutacional.* Esta es una propiedad matemática sobre un tipo especial de funciones; sin embargo, sólo adquiere relevancia como criterio de demarcación si (i) se demuestra que dicha propiedad encarna o define una propiedad exclusiva de la lógica, y (ii) no permite que objetos extra-lógicos cuenten erróneamente como parte de la lógica. Alfred Tarski (1986) y Gila Sher (1991) han adoptado la invarianza permutacional como un criterio que cumple estas dos condiciones de manera independiente. Según ellos, la invarianza permutacional captura la formalidad de la lógica, una propiedad peculiar a esta, y da cuenta de la logicidad de los conceptos tradicionales. A la base de esta posición se encuentra, entonces, la formalidad como cuña para demarcar la lógica, por lo que es menester examinar esta noción más a fondo. A continuación presentaré algunas citas de autores prominentes en la historia de la filosofía de la lógica que apelan a la noción de formalidad en su caracterización de la lógica:[9]

- La Lógica Simbólica esencialmente trata la inferencia en general, y se distingue de varias ramas especiales de la matemática por su generalidad (Russell, 1938).

[9]En adelante, asumiré que los conceptos de "formalidad", "neutralidad temática" y "generalidad" hacen referencia a esa característica peculiar de la lógica; para una demostración de la equivalencia de estos términos, véase (MacFarlane, 2000).

- Dentro de toda la lógica de las proposiciones moleculares, no queremos saber nada acerca de proposiciones excepto si son verdaderas o falsas. Es más, nos interesan sólo aquellas combinaciones de proposiciones que son verdaderas en virtud de las reglas, dependiendo de si las proposiciones que las constituyen son verdaderas o falsas [...] Nuestras pruebas dependen siempre de la estructura, nunca sobre el simple hecho de que alguna proposición es verdad (Whitehead y Russell, 1962, p. 403).

- "Borogoves son mimsy siempre que esté brilling; ahora está brilling, y esto es un borogove; luego esto es un mimsy" Podemos reconocer aquí que la tercera oración se sigue de las primeras dos, incluso sin saber cómo se veria un mimsy borogove. [...] La correción lógica de estas deducciones se debe a su forma y es independiente de su contenido (Enderton, 1972, p. 2).

- Un enunciado es *lógicamente verdadero* si es verdadero sólo en virtud de su estructura lógica; i.e., si todos los demás enunciados con la misma estructura son igualmente verdaderos, sin importar su contenido temático [...] Dos enunciados son *lógicamente equivalentes* si concuerdan en su verdad o falsedad sólo en virtud de su estructura lógica; i.e., si ninguna revisión uniforme de los ingredientes extralógicos de los enunciados es capaz de hacer un enunciado verdadero y el otro falso (Quine, 1941, p. 1).

- Los objetos básicos de la metateoría [de la lógica] son los *lenguajes formales*. Lo esencial de un lenguaje formal es que, incluso si se le da una interpretación, *puede definirse sin referencia a ninguna interpretación*: no necesita dársele ninguna interpretación (Hunter, 1971, p. 4).

- La lógica tradicionalmente se ha ocupado con relaciones entre enunciados, y con propiedades de enunciados, que se dan exclusivamente en virtud de la 'forma', independientemente del 'contenido'(Boolos, Burgess, y Jeffrey, 2007).

- Una lógica *general*, pero *pura*, tiene sólo que ocuparse de principios *a priori* y es un *cánon del entendimiento* y de la razón; pero sólo por lo que se refiere a la parte formal de su uso, sea el contenido el que quiera (empírico o trascendental) (Kant, 2003, p. 68).

- Cuando una proposición se sigue lógicamente de otra, debería ser posible formular las dos proposiciones de manera tal que su relación pueda verse que dependa en su forma únicamente, es decir, en su estructura lógica en oposición a su contenido temático especial (Kneale y Kneale, 1962, p. 384).

1.3.1. Comentario en torno a la Verdad y la Necesidad

En la sección 1.2. se mencionaron brevemente dos nociones típicamente asociadas con la lógica: la nocion de verdad, por una parte, y la de necesidad, por otra. Es común hallar en los manuales de lógica una explicación de la noción de validez lógica en términos de verdad y necesidad. Así, un argumento lógicamente válido es aquel en el cual la conclusión *necesariamente* es *verdadera* cada vez que las premisas lo sean; en otra versión equivalente, se nos dice que en un argumento lógicamente válido es *imposible* que las premisas sean verdaderas y la conclusión falsa. Por lo tanto, los enunciados de la lógica pura tipo "P implica lógicamente a Q" denotan un tipo de necesidad o imposibilidad en relación con la verdad. Dada esta caracterización, no es extraño hallar autores que estipulan que la lógica es, por ejemplo, la ciencia de la inferencia necesaria, como lo nota Quine en su *Elementary Logic* (1941).

Podría intentar demarcarse la lógica apelando a esta característica de necesidad. Sin embargo, es menester articular el sentido de esta supuesta "necesidad"; la estrategia estándar a comienzos del siglo XX consistía en apelar a las nociones de *a prioricidad* y *analiticidad* para dar cuenta de la necesidad involucrada en las inferencias lógicas. Ya es familiar el resultado de esta estrategia: implica una circularidad entre los conceptos mencionados, donde la analiticidad explica la necesidad, y ésta a su vez explica la analiticidad, etc. Esta crítica -hallada en (Quine, 1953)- presenta entonces una buena razón para considerar una ruta alternativa, a saber, apelar a la noción de formalidad para dar cuenta de la necesidad de las implicaciones lógicas. Por lo tanto, si alguien deseara mantener la idea de necesidad como atributo de la lógica, debe primero dar cuenta del concepto de formalidad sin presuponer el concepto de necesidad. Sin embargo, hay razones para dudar de la feasibilidad de esta aproximación, juzgando por la literatura reciente:

> La formalidad de la lógica es capturada por la posición según la cual las constantes lógicas refieren a operadores formales y la consecuencia lógica se apoya en leyes formales.[...] La consecuencia lógica[10] está [por lo tanto] basada en leyes formales, *y las leyes formales son (intuitivamente) necesarias.* (Sher, 2001, p. 259, itálicas son mías)

Lo que esta apelación a una intuición preteorética muestra es que incluso poseer un concepto satisfactorio de formalidad, como Sher cree tener, es insuficiente para dar cuenta de la necesidad; es perfectamente posible mostrar cómo cierta inferencia es necesaria de acuerdo a cierta *ley formal* (suponiendo que se entienda la noción de formalidad), pero esto no equivale a mostrar que la ley formal misma es necesaria. Esta parece ser la posición de Quine (1970) cuando mantiene un tipo de "necesidad" interna a nuestra red de creencias, pero descarta una necesidad "externa" del sistema en general -nuestras mejores teorías, incluso la lógica misma, son revisables dada una experiencia lo suficientemente recalcitrante. Para otros argumentos sobre cómo apelar a la necesidad y/o a prioricidad para demarcar la lógica es insuficiente e incluso innecesario, véase MacFarlane (2000, Secc. 1.1.3.).

1.4. Formalidad y Formalización

Considero importante distinguir entre dos cosas distintas. Por una parte, está el *concepto* de formalidad, según el cual ciertas reglas, proposiciones, etc.

[10]Aquí Sher se refiere a la implicación semántica "$\models$", objeto de estudio (entre otros conceptos) de la teoría de modelos tarskiana; en este artículo, Sher considera esta noción de consecuencia lógica como la noción principal en estudios lógicos.

son o no son formales. Por otra parte, está el *procedimiento* de formalización de cierto concepto informal o preteorético. Así, por ejemplo, puedo tener la idea informal de que un argumento válido es uno en el cual la conclusión necesariamente es verdadera dadas las premisas; eventualmente puedo formalizar esta idea empleando un cálculo veritativo-funcional (e.g. el cálculo proposicional clásico) . El enfoque de esta monografía está en el concepto de formalidad y no en la posibilidad de formalización. La razón reside en que la formalización, en tanto proceso, obviamente no es un criterio aceptable de demarcación de la lógica. La mayoría de las veces, los sistemas formales se desarrollan con miras a capturar (i.e. "formalizar") cierto concepto previamente aceptado como lógico. Así, por ejemplo, la inferencia **P**: "Jones es más alto que Smith; Smith es más alto que John; luego Jones es más alto que John", si bien es lógicamente verdadera, tuvo que esperar el desarrollo de la lógica de las relaciones (por parte de Peirce y Frege) para poder formalizarse y estudiarse a un nivel puramente lógico. Intuitivamente, sabíamos que **P** es verdad en virtud de su *forma*, por lo que operábamos bajo una noción de formalidad, si bien el proceso de formalización como tal llegó tarde en la historia de la lógica.

1.5. Prospecto

La conjetura que adelantaré en esta monografía afirma que el concepto estructural de formalidad permite entender y demarcar la lógica de forma tal que conserva la mayoría de los *insights* de la posición ortodoxa sin caer en los problemas peculiares de ésta. Así mismo, va más allá de la demarcación ortodoxa al incluír dentro de la lógica más de lo que tradicionalmente se ha incluído, por lo que no es un concepto de formalidad conservador que se limite a corroborar nuestras intuiciones sobre qué debe contar como parte de la lógica. El objetivo último es demostrar que la concepcion estructural provee condiciones suficientes y necesarias para demarcar la lógica, sin compromisos filosóficos demasiado substanciales. No aspiro a dar por terminado el debate en torno a la formalidad y la demarcación de la lógica al presentar esta concepción estructural; basta con llamar la atención sobre esta manera relativamente novedosa, subestimada en la literatura contemporánea sobre el tema.

En el siguiente capítulo pretendo esbozar tres concepciones tradicionales, muchas veces confundidas en los textos clásicos, sobre la formalidad de la lógica. Estas concepciones son relativamente independientes entre si, con implicaciones filosóficas distintas tales que vale la pena diferenciarlas; sin embargo, no es extraño encontrar autores que emplean indistintamente las tres concepciones, a menudo sin ser conscientes de ello, e.g. Quine. Analizaré así mismo los problemas de cada una de estas concepciones, motivando así la introducción de una concepción alternativa, a saber, la estructural.

Capítulo 2

El Concepto de Formalidad en Lógica

En este capítulo examinaré tres nociones comunes en la literatura que buscan dar cuenta de la formalidad de la lógica como característica inherente a la misma: la noción gramatical, la noción sintáctica y la noción esquemática.[1] Las tres nociones, como se puede hallar en MacFarlane (2000), son insuficientes o innecesarias de cara a la tarea de demarcación de la lógica. Dada esta carencia, motivaré la discusión de una concepción alternativa: la concepción estructural. Puesto que estas tres nociones son estándar en los manuales de lógica, demostrar su insuficiencia generará (espero) perplejidad respecto al estatus filosófico de la lógica, pues si no es peculiarmente formal en ninguno de esos sentidos, ¿En qué sentido lo es? ¿Acaso realmente es formal? La intuición central que guía esta monografía es aceptar que la lógica debe ser *peculiarmente* formal en algún sentido del término, por lo cual exploraré una concepción alternativa a las tres tradicionalmente postuladas.

[1]Para una prueba de la independencia de cada noción, véase (MacFarlane, 2000, Ch. 1).

2.1. Caracterización Habitual de la Lógica

Tradicionalmente, los manuales de lógica formal presentan como objeto de estudio de ésta o el razonamiento válido tal como es expresado en un argumento, o un lenguaje lógico que se diferencia del lenguaje natural por alguna característica propiamente lógica.[2] Mediante ejemplos concretos suele ilustrarse tanto los objetos con que se ocupará el lógico como el método mediante el cual llevará a cabo su análisis. Considérese, a manera de ejemplo, los enunciados [1]-[4]:

1. Tabitha es un gato negro; luego Tabitha es un gato.
2. Todos los hombres son mortales; Sócrates es hombre; luego Sócrates es mortal.
3. Camilo es soltero; luego Camilo no está casado.
4. Alicia vio un conejo blanco: luego Alicia está dormida.

La lógica, se nos dice, se ocupa de un tipo especial de argumentos, a saber, aquellos que son válidos en virtud de su forma. Otras formulaciones estipulan que la lógica es el estudio de la inferencia necesaria, donde la necesidad se da en virtud de la forma de los enunciados involucrados en la inferencia (Quine, 1941, p. 1). Así, [1] y [2] son de interés para el lógico, pues una vez se elimina cualquier contenido temático representan -supuestamente- casos particulares de una plantilla (*template*) general, como por ejemplo podrían ser $(P \wedge Q) \supset Q$ y $(\forall x)([(Hx \supset Mx) \wedge Hs] \supset Ms)$. El enunciado [3], si bien es obviamente válido, debe su validez no a su forma, sino al significado de sus términos. Si "casado" significara "joven", dejaría de tener validez dicha inferencia. El caso de [4] ejemplifica una inferencia que no es válida en absoluto (Alicia podría

[2] Así, por ejemplo, encontramos autores que afirman lo siguiente: "La lógica es el estudio del razonamiento. El razonamiento es un proceso del pensamiento, pero no existe un método no controversial para estudiar el pensamiento. Como resultado, la lógica contemporánea (...) no tiene nada que decir sobre el pensamiento. En su lugar, los lógicos estudian ciertas excrecencias del pensamiento: pedazos de razonamiento verbalizados: argumentos" (Nolt, 1997, p. 3) ; para la segunda posición, véase (Mora y Leblanc, 1962).

estar despierta en un huerto, p. ej.). En este capítulo nos concentraremos en cómo suele entenderse la noción de "forma" o formalidad mediante la cual se suele caracterizar la lógica, examinando tres nociones diferentes, aunque relacionadas entre sí. Analizaremos los problemas de estas nociones frente a la tarea de demarcación en lógica, con el fin de abrir el camino a un análisis de una concepción estructural que extraeré de una teoría algebraica de la lógica debida a Arnold Koslow (1992).

A continuación exploraremos tres conceptos de formalidad que buscan explicar qué significa decir que algo sea o no sea formal. Dichos conceptos son: (i) forma como gramática, (ii) forma como regla o norma sintáctica, y finalmente (iii) forma como esquema.

2.2. Forma y Gramática

2.2.1. Tres Conceptos de Gramática

La idea según la cual la lógica es formal en tanto se ocupa de la estructura gramatical de los enunciados, y no de su contenido semántico, ha tenido una trayectoria importante en la historia de la lógica moderna. Algunos autores clásicos que, explícita o implícitamente, adoptan esta concepción de formalidad son Frege, Russell, Wittgenstein, Dummett y Quine. Bajo esta perspectiva gramatical, las relaciones lógicas de implicación, consistencia entre enunciados y demás se dan en virtud de su estructura gramatical. Vale la pena aquí diferenciar tres ideas de gramática que no deben confundirse. Por un lado, está la *gramática*$_1$ en tanto rama de la lingüística empírica, como estudio sobre las reglas (contingentes) de formación de enunciados, palabras, conjugación de verbos, etc. Este sentido de gramática no es de nuestro interés, pues intuitivamente sabemos que enunciados con *gramática*$_1$ distinta tienen, sin embargo, el mismo *status* lógico (la misma forma lógica, según nuestra concepción pre-teórica del término), como es el caso con los enunciados [5]-[7]:

5. Bruto apuñaló a César.
6. César fue apuñaleado por Bruto.
7. No es el caso que Bruto no haya apuñalado a César.

En un curso introductorio de lógica clásica, estos enunciados serían simbolizados simplemente como P. Aunque estrictamente [7] debe simbolizarse $\neg\neg P$, la equivalencia lógica clásica $P \equiv \neg\neg P$ estipula que desde el punto de vista estrictamente lógico es indiferente escoger entre P o $\neg\neg P$, por lo que la decisión se toma teniendo en cuenta consideraciones extra-lógicas (e.g. el *sentido* en el contexto de la aserción, el uso pragmático del enunciado en el lenguaje natural, etc.).[3] En el caso de la lógica de predicados, 5-7 pueden análogamente simbolizarse como bRc, donde xRy es la relación de dos términos “x apuñaló a y”, “b” denota a Bruto y “c” a César. Igualmente tenemos el caso donde enunciados con igual $gramática_1$ no comparten igual forma lógica. Un par de ejemplos tomados de Brendan Jackson (fotrhcominga) ilustran este punto:

8a. Bola de Nieve es un gato negro; luego Bola de Nieve es un gato.

8b. Bola de Nieve es un gato ficticio; luego Bola de Nieve es un gato.

9a. Bart rompió un vidrio; luego hay un vidrio que fue roto por Bart.

9b. John buscó un unicornio; luego hay un unicornio que fue buscado por John.

Si bien [8a]-[8b] y [9a]-[9b] tienen, respectivamente, la misma estructura $gramatical_1$ (sujeto-predicado-adjetivo en el primer caso, sujeto-verbo-objeto en el segundo), no comparten la misma forma lógica, pues [8a] y [9a] son, respectivamente, inferencias que intuitivamente sabemos son lógicamente válidas, mientras que [8b] y [9b] no lo son.

[3] El enunciado [7] es controversial en el contexto del debate entre la aproximación clásica o la aproximación intuicionista a la lógica; sin embargo, para efectos de la argumentación, podemos obviar esta controversia.

Por otra parte, está la idea de *gramática*$_2$ como el término que empleó Wittgenstein (en particular en las *Investigaciones Filosóficas* y los escritos posteriores) para designar el uso de una palabra o enunciado en un juego de lenguaje, término que además se diferenciaba entre gramática superficial y gramática profunda. Si bien podría pensarse, en el espíritu del positivismo lógico y del *Tractatus*, que bRc es la gramática profunda de los enunciados [5]-[7] (que se diferencian sólo por su gramática superficial), la *gramática*$_2$ es más parte de una jerga particular dentro de la filosofía Wittgensteiniana media y tardía que la caracterización estrictamente formal que esperábamos, pues recordemos que estamos persiguiendo éste concepto de gramática a la luz de su relevancia para dar cuenta del carácter formal de la lógica moderna .

2.2.2. Gramática Lógica

El tercer sentido de gramática, *gramática*$_3$, hace referencia a la gramática formal o lógica de un lenguaje. Así enunciado, recordando el propósito de esta investigación, esta noción dice muy poco, incurriendo de hecho en una *petitio principii*: la lógica es formal en tanto se ocupa de la gramática formal de un enunciado. Debemos, pues, caracterizar la *gramática*$_3$ sin invocar la noción de formalidad. Uno de los filósofos que asocian formalidad con *gramática*$_3$ es Quine. En la Introducción a su *Methods of Logic*, anota:

> Las verdades lógicas son enunciados a la par con el resto (...) son enunciados de formas como 'p o no p', 'Si p entonces p', 'Si p y q entonces q', 'Si todo es así y asá entonces algo es así y asá', y otros más complejos y reconocibles menos rápidamente. Su característica es que no sólo son verdaderos sino que se mantienen verdaderos incluso cuando realizamos substituciones en las palabras y frases que los componen a nuestro antojo, siempre y cuando las llamadas "palabras" lógicas (...) se mantengan sin perturbar. Podemos escribir cualesquiera enunciados en las posiciones de 'p'y de 'q'y cualesquiera términos en las posiciones 'así y asá', en las formas citadas arriba, sin miedo a caer en falsedad. Todo lo que cuenta, cuando un

> enunciado es lógicamente verdadero, es su estructura en términos de las palabras lógicas.(Quine, 1972, p. 4)[4]

La *gramática*$_3$ de un enunciado se identifica con el patrón u orden de ocurrencia de las partículas lógicas, junto con otros signos de puntuación.[5] En otras palabras, cuando de lógica se trata, lo único que importa es la estructura de un enunciado en cuanto únicamente determinada por el arreglo, orden o patrón de ocurrencia de los términos lógicos. Dicha estructura es formal en tanto ignora el contenido o significado particular de los términos no-lógicos que las partículas lógicas relacionan. Otra expresión de esta concepción que identifica forma lógica con *gramática*$_3$ puede hallarse en (Mora y Leblanc, 1962). Tras distinguir entre términos *fácticos* (no-lógicos) y términos lógicos, i.e. los conectores tradicionales, Mora y Leblanc llaman a las estructuras compuestas únicamente por partículas lógicas "estructuras lógicas", anotando que "el carácter formal de la lógica se revela en el hecho de que esta disciplina se ocupa únicamente de estructuras formales en el sentido [de estructuras lógicas]" (Mora y Leblanc, 1962, p. 20). Entre otros autores que adoptan esta diferenciación entre términos lógicos y términos no-lógicos encontramos (Boolos y cols., 2007), (Russell, 1938), (Whitehead y Russell, 1962), (Wittgenstein, 1921), (Dummett, 1981). La génesis de dicha distinción en la lógica moderna puede hallarse en el artíclo seminal de G. Frege, *Begriffsschrift*, al distinguir entre dos tipos de signos, "...aquellos por los que podemos entender diferentes objetos [variables no-lógicas] y aquellos que tienen un significado completamente determinado [constantes lógicas]" (Frege, 1967, p. 11). Es común hallar esta distinción formulada en el vocabulario de los lógicos medievales, entre términos *categoremáticos* (términos no-lógicos) y términos *sincategoremáticos*. La diferencia es más común hallarla hoy en día formulada entre el lexicón (o los términos no-lógicos) y las partículas (términos lógicos). La dicotomía suele presentarse en los siguientes términos:

> La distinción es esta: las palabras clasificadas en las categorías conforman el lexicón, mientras que las palabras o signos que no

[4]Véase también (Quine, 1951, p. 1).

[5]Véase la proposición 5.4611: "Los signos de las operaciones lógicas son signos de puntuación" (Wittgenstein, 1921).

> son clasificados así pero son manejados sólo como partes de construcciones específicas son las partículas. En nuestra notación lógica, por ende, una partícula es el signo ¬ cuya prefijación constituye la construcción de negación; otra partícula es el punto,[6] cuya interposición constituye la construcción de conjunción; otra es el signo ∃ de la construcción cuantificacional; y otros son los paréntesis [...] (Quine, 1970, p. 27).

Para propósitos de brevedad, basta entender por "categorías" predicados n-ádicos, e.g. 'x corre', 'x ama a y', etc. Con esta distinción que ubica las palabras lógicas como partículas $gramaticales_3$, al mismo nivel que los signos de puntuación, y no como parte del lexicón, puede enunciarse la tarea de la lógica de la siguiente manera, siguiendo la famosa frase de Quine:

> La relevancia de dicha gramática para la lógica reside en que la lógica explora las condiciones de verdad de enunciados a la luz de cómo dichos enunciados están construidos gramaticalmente. La lógica persigue la verdad a través del árbol de la gramática. (Quine, 1970, p. 35)

Esta concepción de la forma lógica es la que Brendan Jackson (Jackson, forthcomingb) llama, a grandes rasgos, la "concepción clásica", puesto que diferencia de manera discreta y explícita la forma de un enunciado ($gramática_3$) de su contenido temático particular mediante una distinción gramatical entre términos lógicos y términos no-lógicos. De esta manera, si se quisiera dar la estructura logico-formal de un enunciado o argumento S de un lenguaje natural, basta con abstraer el contenido semántico mismo. Esto implica entonces que el significado y la verdad de un enunciado o conjunto de enunciados están determinados por la forma lógica del enunciado en conjunción con el signficado de los términos no-lógicos que contenga. De igual manera, los enunciados

[6] En el desarrollo de la notación lógica, la conjunción ha sido representada mediante un punto, mediante el signo "∧" y, más popularmente, mediante el signo "&".

"moleculares" pueden formarse recursivamente mediante la aplicación reiterada de las partículas lógicas de acuerdo a sus reglas de construcción (reglas comúnmente entendidas como *formales* en tanto *sintácticas*; esta será otra noción de formalidad que analizaremos en la sección 2.3. compatible con la que analizamos en esta sección).

2.2.3. Problemas con esta noción

Sin embargo, esta posición está sujeta al menos a dos objeciones que resultarán fatales si se usa para dar cuenta de la formalidad de la lógica. La primera objeción llama la atención sobre el criterio de elección de las "partículas lógicas": ¿Qué determina que sean ciertas palabras, y no otras, las que tomemos como componentes meramente lógicos? ¿Hay acaso una manera no dogmática de trazar el límite entre partículas lógicas y lexicón?

Esta objeción se basa en dos consecuencias que tiene apelar a la gramática. Por un lado, una gramática es *relativa* a un lenguaje particular, sea formal o natural, pues los lenguajes son los únicos con gramática. Por otro lado, un lenguaje, entendido como un conjunto potencialmente infinito de enunciados significativos, puede tener varias gramáticas distintas. La única condición es que dichas gramáticas generen recursivamente los enunciados que conforma el lenguaje en cuestión.

La primera consecuencia, i.e. el carácter relacional de la gramática respecto a un lenguaje, si bien no es en sí objetable (podría ser, como anota MacFarlane, que la demarcación de la lógica es relativa al lenguaje), si invita a tener cuidado en la determinación del lenguaje al que se relativiza. Si relativizamos la gramática a un lenguaje natural, e.g. el Español, estamos en posición de emplear el sentido *gramática*$_1$ que ya rechazamos. Si relativizamos a un lenguaje *ideal*, como el de la lógica de primer orden, corremos el peligro de caer en un "chauvinismo gramatical", en el cual la validez lógica depende de la forma gramatical, pero sólo porque la gramática fue adecuada para representar la validez lógica (MacFarlane, 2000, p. 50). La segunda consecuencia llama la atención sobre la posibilidad de múltiples gramáticas incompatibles, tales que generan el mismo conjunto de enunciados significativos pero difieren en la clasificación de consecuencias entre "formales" y "materiales". ¿Por qué no admitir entre los términos lógicos el cuantificador C(x) : "hay al menos un gato tal que..."? Una gramática que lo admitiera consideraria a [10] como un enunciado de la lógica pura, lo cual no sería el caso con [11], *a pesar* de traducir lo mismo en Español:[7]

10. (Cx)(Cy) $\neg x = y$

11. $(\exists x)(\exists y)(\neg x = y \wedge [Cat(x) \wedge Cat(y)])$

Algunos filósofos son escépticos respecto a la posibilidad de trazar un límite "teórico" claro entre términos lógicos y términos no-lógicos (Cf. (Jackson, forthcomingb)) y adoptan más bien una posición pragmática respecto a la elección de los términos relevantes. Por ejemplo, Quine demuestra un claro interés epistemológico que lo lleva a elegir (por consideraciones pragmáticas) el sistema clásico de la lógica de primer orden, tal como lo nota MacFarlane:

> La aproximación propia de Quine es privilegiar el lenguaje más apropiado para la articulación de teorías científicas y la gramática que permita la representación más económica de las condiciones de verdad de sus enunciados. Luego la razón por la que Quine sostiene que la lógica debe limitarse al estudio de inferencias que preservan la verdad en virtud de sus estructuras gramaticales no es porque piense que hay algo especial sobre las partículas gramaticales, sino porque considera que debemos emplear un lenguaje en el que la estructura gramatical es una guía perspicua a las condiciones de verdad. (MacFarlane, 2009)

La característica de este tipo de elecciones pragmáticas, como ya sabemos por la Sección 1.1, consiste en identificar cierto trabajo que de antemano se

[7]El ejemplo es tomado de (MacFarlane, 2000).

asume la lógica debe cumplir; a continuación, se pasa a contar como "lógica" lo que sea que cumpla dicho trabajo atendiendo a ciertos *desiderata*, e.g. simplicidad, no ambiguedad, etc. Sin embargo, el enfoque de mi investigación no está en un tipo de demarcación pragmática, sino en una demarcación substancial (*principled*) en la cual "[...] es irrelevante si una noción (regla, sistema) es requerida para una tarea específica: su logicidad reside en rasgos que posee independientemente de cualquier uso que le demos" (MacFarlane, 2000, p. 17). Así, a menos que se nos den buenas razones (de principio!) para no hacerlo, nada nos impide admitir entre las partículas o "constantes" lógicas el cuantificador de gatos o los términos $Colored(x)$ y $Gold(x)$ cuya definición implique $Gold(n) \vdash Colored(n)$. Dicha partícula haría que el siguiente enunciado fuera válido *en virtud* de su *forma lógica*, cosa bastante discutible para cualquier adherente de la concepción clásica:

12. C3PO es dorado; luego C3PO es coloreado.

Si bien la inferencia sabemos que es *válida*, i.e. es imposible que C3PO no sea coloreado pero sí sea dorado, su paráfrasis en el lenguaje lógico clásico no captura dicha necesidad al ser de la forma $F(a) \supset G(a)$, un enunciado contingente. El lógico tradicional, en tanto ignora el contenido semántico, representa los predicados "es dorado" y "es coloreado" como lógicamente independientes. En tanto tengamos buenas razones para mantener la existencia de una relación cuasi-lógica entre dichos predicados, y en tanto no haya una buena justificación para escoger ciertos términos como lógicos, podemos entretener la posibilidad de considerar los predicados tipo *Colored(x)* y *Gold(x)* como lógicos.[8]

La segunda objeción está intimamente relacionada con la primera, y es la más fuerte de la dos. Esta objeción consiste en preguntarse qué tan "formales" son realmente las partículas lógicas; o, en otros términos, por qué se clasifican las palabras lógicas tradicionales como pertenecientes a la gramática y no al lexicón. En el fondo, esta objeción se pregunta por el significado o contenido

[8]Por ejemplo, Etchemendy acepta que este tipo de inferencias son lógicas, si bien por consideraciones diferentes, acerca de la aspiración tanto de métodos formales como semánticos a encarnar el concepto de consecuencia lógica (Etchemendy, 1990).

que realmente tienen las palabras lógicas, y si tienen lo suficiente para cruzar a través de la distinción gramática/lexicón. Vale la pena aquí diferenciar entre los términos propiamente lógicos ($=, \wedge, \neg, \supset, \vee$, etc.) y la lectura o interpretación que de ellos se hace en el metalenguaje, usualmente un lenguaje natural ('igual a', 'y', 'no', 'si ... entonces', 'o', etc.). La segunda objeción se pregunta por el contenido de los términos lógicos, no el de sus contrapartes en el lenguaje natural, por lo que apelar a casos naturales de clara "significatividad"[9] en las contrapartes del lenguaje natural no es realmente un argumento que debamos considerar a propósito del problema de la forma lógica.

Una manera apropiada de entender un posible significado de los términos lógicos (no de sus interpretaciones naturales) reside en los *patrones de inferencia* que cada término permite (Jackson, forthcominga, pp. 24). Estos patrones están claramente expresados en, por ejemplo, las reglas de *Introducción* y de *Eliminación* de cada operador o conector en un sistema de Deducción Natural, como lo muestra la **Figura 1** para el caso de la conjunción "$\wedge$":

$$\textbf{Fig. 1:}\ \dfrac{\dfrac{\phi \wedge \psi}{\psi} \qquad \dfrac{\phi \wedge \psi}{\phi}}{\psi \wedge \phi}$$

Estas reglas para el uso de "$\wedge$" constituyen patrones de inferencia que puede considerarse determinan su significado. De hecho, es común hallar autores que afirman cosas como que "[...] es ampliamente aceptado que las propiedades inferenciales distintivas de "y" (o quizás algún subconjunto privilegiado de ellas) son lo que *constituye* o *determinan* su significado" (Jackson, forthcomingb). Este mismo autor anota la relevancia de esta circunstancia en relación con el carácter formal de la lógica:

> [...] es casi una ortodoxia aceptar que los patrones de implicación que una constante lógica permite [...] son los que *constituyen* o *determinan* su significado. La validez en virtud de la forma lógica,

[9]Así, notar que en el lenguaje natural a veces la doble negación no se "cancela", sino que consiste en una negación enfática, no dice mucho, si acaso algo en absoluto, del significado *lógico* de su contraparte "formal". Para otros ejemplos, véase (Haack, 1978).

> por lo tanto, atraviesa la distinción estructura/lexicón [...] Este es un punto muy simple, pero creo que es a menudo opacado por la tendencia a considerar la lógica como puramente formal - como el estudio de las formas o estructuras de enunciados y argumentos, abstraídos de sus contenidos específicos. Cuando hacemos esto es fácil perder de vista el hecho de que cuando estudiamos lógica no estamos abstrayendo *todo* el contenido de los enunciados y argumentos; si así lo hiciéramos, abstraeríamos la diferencia entre $\ulcorner \phi \wedge \psi \urcorner$ y $\ulcorner \phi \vee \psi \urcorner$, y entre $\ulcorner \forall x \Phi \urcorner$ y $\ulcorner \exists x \Phi \urcorner$, y la lógica se volvería muy aburrida. (Jackson, forthcominga)[10]

Por lo tanto, no sólo parece no existir una aparente demarcación no arbitraria (que no presuponga la noción de "forma") entre las palabras lógicas y las no lógicas, i.e. entre lexicón y sintaxis, sino que además no hay buenas razones para considerar que dichas palabras lógicas *realmente* forman parte de la gramática, y no del lexicón. Una propuesta relativamente nueva, debida a Ernst Lepore y Kirk Ludwig, permite considerar una opción a la concepción clásica que evita tener que apelar a un conjunto privilegiado de conectores lógicos particulares o a algún tipo de gramática lógica (Lepore y Ludwig, 2001). Sin embargo, no nos ocuparemos de analizar su propuesta, pues tiene como fin aclarar la noción de forma lógica *en relación* con enunciados del lenguaje natural, para lo cual asumen como básica la noción de "igualdad de forma lógica"; en otras palabras, les interesa investigar el problema sobre cómo determinar cuál es la forma lógica de un enunciado del lenguaje natural (i.e. cómo traducir un enunciado del lenguaje natural a un enunciado del lenguaje lógico formal) de manera no ambigua, por lo que operan bajo una preconcepción de formalidad que se acerca a la concepción que analizaremos en la siguiente sección. Mi interés reside en aclarar qué debemos entender por "formal" en lógica sin más,

[10]Históricamente, suele atribuírse a Frege y Russell la posición según la cual la lógica es formal en tanto abstrae todo el contenido de los enunciados o proposiciones para operar únicamente con sus combinaciones sintáctico-formales. Sin embargo, es claro que Frege adoptaba la misma posición que Jackson cuando afirma en su *Begriffsschrift* que su notación gira alrededor de una noción central, *contenido conceptual*, lo cual precisamente lo llevó a nombrar su lenguaje "conceptografía". Véase Sección 4.2.

la cual es una preocupación más fundamental o previa a la de Lepore y Ludwig. Una vez examinados estos problemas fundamentales para la concepción de la formalidad como *gramática*$_3$, exploraremos otros posibles sentidos para entender la noción de formalidad.

2.3. Forma y Sintaxis

2.3.1. Reglas Sintácticas: Reglas de Manipulación

La segunda noción de formalidad con la que nos ocuparemos relaciona ésta con conceptos tales como “regla”, “construcción” y “manipulación”. Este concepto lo denominaré el concepto *sintáctico* de formalidad, y es particularmente afín a algunas escuelas de pensamiento en filosofía de las matemáticas, notablemente la escuela formalista. Es también una de las principales tesis de la filosofía de la lógica del Círculo de Viena, lo cual revela la estrecha conexión que en estas doctrinas tienen la lógica y el lenguaje.

Una motivación para relacionar forma y sintaxis nace del entendimiento intuitivo que tenemos de ciencias diferentes a la lógica, como por ejemplo la matemática y la física teórica. Estrictamente hablando, estas ciencias son menos “formales” que la lógica, en el sentido de “neutralidad temática”. La razón reside en que la ortodoxia en filosofía de la lógica estipula que esas ciencias, así como todas las demás que no son lógica, son *acerca* de un tipo particular de objetos; así, las matemáticas son acerca de *números, funciones, conjuntos, etc.*, mientras que la física trata de objetos como *masa, materia, velocidad, neutrones, protones, electrones, energia*, la biología se ocupa de *especies, filums, organismos, procesos evolutivos*, etc. Las ciencias, bajo la posición ortodoxa, son entonces esencialmente *temáticas*, mientras que la lógica se mantendría como neutral respecto a algún tema en particular: “la lógica no trata de objetos en absoluto, sino *sólo de nuestra manera de hablar acerca de objetos* [...] la irrefutabilidad de una proposición de la lógica deriva sólo del hecho de que no dice nada sobre objetos de ningún tipo” (Hahn, 1959, p.

152).[11]

Sin embargo, hay un sentido en el que se dice de algunas ciencias, en especial de la matemática, que son formales. Lo que usualmente se tiene en mente en estos casos es en la existencia de una sistematización explícita de la sintaxis del lenguaje que en un sentido del término puede decirse *legaliza* el discurso de la ciencia en cuestión. La formalidad de estas ciencias reside entonces en la existencia de un cánon más o menos invariable que reglamente cómo ha de estructurarse su discurso. En este setido, puede predicarse "es formal" de sinnúmero de ciencias siempre y cuando pueda tratarse su discurso como regimentado por reglas de manipulación de símbolos, i.e. reglas sintácticas.

Esta posición es característica (si bien no exclusiva) de la escuela formalista dentro de la filosofía de la matemática, tradicionalmente asociada al matemático David Hilbert (1862-1943). Según esta posición, la manipulación sintáctica reglamentada de símbolos no interpretados es el 'juego'de la matemática superior (análisis y algebra abstracta):

> A diferencia de los intuicionistas, Hilbert no estaba dispuesto a adoptar una posición revisionista respecto al cuerpo existente de conocimiento matemático. En su lugar, adoptó una posición instrumentalista respecto a la matemática superior. Él pensaba que ésta no era más que un juego formal. Los enunciados de la matemática superior son secuencias [*strings*] no interpretadas de símbolos. Probar dichos enunciados no es más que un juego en el cual los símbolos son manipulados de acuerdo a reglas fijas. El punto del "juego de las matemáticas superiores" consiste, en la visión de Hilbert, en probar enunciados de la aritmética elemental, que sí poseen una interpretación directa.(Horsten, 2008)

[11]Véase también la proposición 6.124: "Las proposiciones de la lógica describen el andamiaje [*scaffolding*] del mundo, o más bien lo representan. No tienen un tema de suyo [*subject matter*]" (Wittgenstein, 1921). Refutar esta posición afirmando que la lógica tiene *por objeto* de estudio ciertas reglas sólo revela el equívoco del término "objeto", pues dichas reglas no son objetos en el sentido de ser entidades reificadas, i.e. no son objetos en el mismo sentido que los robles y los conejos. Véase Sección 4.1.

Esta posición no es incompatible con la concepción gramatical de forma, y de hecho suelen confundirse en una sola, tratándose como dos caras de una misma moneda. Uno puede sostener la posición sintáctica y defender, al mismo tiempo, la posición según la cual unos pocos símbolos son privilegiados en tanto su patrón de ocurrencias determina cual manipulación es permitada y cual no; esta es la posición que puede hallarse en, por ejemplo, (Carnap, 1958).[12] Pero esta visión no se limita a una escuela filosófica dentro de la matemática, sino que dicho tratamiento formal puede igualmente trasladarse al campo de la lógica:

> En una manera que corresponde exactamente a la transición desde la teoría de números substancial [*contentual*, refiriendo a *content*] al álgebra formal, consideramos los signos y símbolos operacionales del cálculo lógico como separados de sus significados substanciales. De esta manera finalmente obtenemos, en lugar de la ciencia matemática substancial que es comunicada a través del lenguaje ordinario, un inventario de fórmulas que son formadas a partir de signos matemáticos y lógicos y que se siguen unas a otras de acuerdo a reglas definidas [...] por lo tanto, la inferencia substancial es reemplazada por la manipulación de signos de acuerdo a reglas, y de esta manera se logra la transición completa de un tratamiento ingenuo a uno formal, [...][tanto para] los axiomas [matemáticos] mismos [...][como para] el cálculo lógico, que originalmente se suponía iba a ser solamente otro lenguaje más. (Hilbert, 1967)

Una diferencia trazable entre esta posición formalista y la posición gramatical (cuando no se les confunde) consiste en la "completa" ausencia de interpretación en el formalismo. Mientras que un lógico como Quine o Carnap aisla, de entre los signos del vocabulario lógico, un subconjunto especial a los que asigna las interpretaciones habituales de las constantes lógicas ("y", "no",

[12] Así, "[un] sistema [de lógica] no es una teoría (i.e. un sistema de enunciados sobre objetos), sino un *lenguaje* (i.e. un sistema de **signos** y de **reglas** para su uso)" (Carnap, 1958, p. 1).

"si- entonces", etc.), un formalista como Hilbert no requiere que algún signo o conjunto "especial" de signos sea interpretado sino únicamente demarcado de alguna otra manera.[13] Lo único relevante para el formalista son las reglas para la manipulación de signos. En este punto podría legítimamente preguntarse: ¿Acaso proveer las reglas mediante las cuales se dictamina cómo manipular un signo no es dar su significado? ¿No fue esta la lección que vimos con Jackson y las reglas de introducción y eliminación de la conjunción? Esta cuestión puede verse desde dos perspectivas de acuerdo a un orden de prioridad entre los términos lógicos (i.e. signos interpretados como conjunción, negación, etc.) y las reglas que rigen su uso.

La primera perspectiva da prioridad a los términos sobre las reglas. Esto es, primero aisla o define los términos lógicos de entre los signos del vocabulario, usualmente mediante una interpretación de éstos en el metalenguaje, y posteriormente procede a enunciar las reglas bajo las cuales deben manipularse (empleando los términos en la formulación de las reglas).[14] La segunda perspectiva "elige" o "define" sólo *incidentalmente* las tradicionales constantes lógicas a través de reglas y condiciones cuya formulación no hace uso de dichos términos. En esta perspectiva, se formula una estructura a partir de unas relaciones, y se encuentra que las propiedades de algunas de las relaciones se comportan de manera inferencialmente similar a los conectivos tradicionales. Como hemos ya rechazado la posición gramatical, que básicamente refleja la primera perspectiva, debemos concentrarnos entonces en la segunda perspectiva. La respuesta a la pregunta del párrafo anterior, como se argumentará en el próximo capítulo, será "No necesariamente". Veremos un ejemplo de una forma de hacer y entender la lógica que es formal en el sentido sintáctico de Hilbert, pero que es completamente independiente de una elección o definición

[13]Esta cuestión será importante en el cuarto capítulo, ya que la interpretación o no interpretación de una secuencia de fórmulas regimentadas puede traducirse como la interpretación o no interpretación de un sistema formal como una "lógica". Así, p. ej., Susan Haack afirma que la aspiración de un sistema formal a ser una lógica "depende, creo, en si tiene una interpretación posible según la cual puede vérsele como aspirando a encarnar cánones de argumentación válida" (Haack, 1978, p. 3).

[14]Inclusive, un Quine podría afirmar que dar los términos lógicos es lo mismo que dar el vocabulario lógico, mientras que las reglas determinan la sintaxis del vocabulario una vez es dado. Véase (Quine, 1951).

de las tradicionales constantes lógicas (Koslow, 1992).

2.3.2. Problemas con esta noción

Esta concepción de la formalidad como sintaxis tiene elementos importantes que la tercera y última noción que revisaremos conserva. Sin embargo, esta concepción sintáctica no es suficiente por sí sola para cumplir el rol que nos interesa que cumpla, a saber, el de demarcar el campo de la lógica del de las demás ciencias. Una sencilla razón puede aducirse para esta queja: nada evita que los signos y las reglas usadas para manipularlos sean interpretados no como un sistema de lógica, sino como un sistema formal de física, biología, etc. Es posible imaginar una interpretación de la siguiente regla, y sus respectivos símbolos, tal que la "implicación" permitida no sea lógica, sino física. Sea $\triangle$ la denotación de cierta presión atmosférica, K la lectura de cierto barómetro y $\clubsuit$ la proposición "va a ocurrir una tormenta". Entonces la siguiente es una implicación que se cumple o no se cumple en virtud de alguna "regla" (ley) física:

$$\textbf{Fig. 2: } \frac{\triangle \qquad K}{\clubsuit}$$

Podría aducirse que la concepción sintáctica sí logra demarcar el campo de la lógica, arguyendo que un sistema de símbolos y reglas es lógico cuando no se requiere de ninguna aplicación o interpretación. Para entender la **Fig. 2** como sistema de, digamos, física, sus símbolos deben ser interpretados de forma tal que denoten los objetos de la física; en cambio, para considerar esa estructura como lógica, no se necesita otorgarle ninguna interpretación: después de todo, las solas reglas y los símbolos no interpretados bastan, según la concepción sintáctica.

Esta posición es atractiva, en tanto logra articular y diferencias las nociones de lógica pura y lógica aplicada en función de la interpretación o no interpretación de los símbolos; sin embargo, la idea de que *ninguna* interpretación de los símbolos es requerida para diferenciar la lógica de las demás ciencias es cuestionable. Ya habiamos visto con Jackson en la sección anterior que ciertos términos deben tener un significado o interpretación determinados previamente, de manera tal que se diferencie estructuralmente entre, por ejemplo, $\ulcorner\phi \wedge \psi\urcorner$ y $\ulcorner\phi \vee \psi\urcorner$. Si se abstrae *toda* interpretación de *todo* símbolo, la única diferencia entre esas fórmulas es una diferencia tipográfica o notacional, y ningún lógico estaría dispuesto a admitir que la lógica es el estudio de patrones tipográficos o de notaciones.[15] Por ende, las lógicas formales en el sentido sintáctico requieren de una interpretación para ser tomadas como lógicas, así como un sistema formal de física lo necesita (MacFarlane, 2000).

El punto es aún más claro si se examina en qué consiste una regla sintáctica en un lenguaje lógico. Tomando un ejemplo de Carnap, considérese el caso de la regla de inferencia *modus ponens*, formulada en el metalenguaje (donde ξ ocupa el lugar de cualquier fórmula bien formada):

R1. De ξ_i y $\xi_i \supset \xi_j$, ξ_j es directamente derivable. (Carnap, 1958, p. 89)

Si realmente *ninguna* interpretación fuese requerida para contar **R1** como una entre las reglas *lógicas,* entonces "directamente derivable" únicamente denotaría una relación sintáctica. No habría razones para considerar dicha relación como diciéndonos que $\{\xi_i; \xi_i \supset \xi_j\}$ *lógicamente implica* ξ_j. De hecho, en vez de "directamente derivable" podría escribirse algo como "directamente schmerivable" sin que se afecte el *status* de regla sintáctica de R_1. Debe entonces haber una interpretación tal que "directamente derivable" se *refiera* al concepto de implicación lógica, "$\supset$" se refiera al conector lógico "si ... entonces", "$\models$" denote la relación de *consecuencia lógica*, etc. (véase nota 9).

La conclusión natural es entonces admitir que la formalidad, entendida sintácticamente, no logra demarcar el campo de la lógica del de otras áreas. Lo que esta noción de formalidad parece realmente ser es un *método* para abordar un tema, sea éste lógica, economía o matemáticas, no una manera

[15]así como ningún astrónomo consideraría la Astronomía como el estudio de telescopios, para emplear una analogía debida a Etchemendy.

de delimitar el tema. Dada la necesidad de invocar conceptos semánticos para poder interpretar un sistema sintáctico como una lógica, la afirmación según la cual la lógica no es acerca de ninguna cosa en particular pierde su valor, de la mano con la tesis según la cual las partículas lógicas son sólo signos gramaticales y no conceptos substanciales a la par con aquellos que conforman el lexicón. Esto nos lleva entonces a considerar algunas alternativas para suplir esta idea sintáctica de formalidad. Pasemos ahora a analizar la noción de formalidad esquemática, la última de las tres ideas a las que habitualmente se apela para dar cuenta de la formalidad de la lógica.

2.4. Forma y Esquema

2.4.1. El Concepto de Esquema

En la literatura lógica clásica existen varias referencias al concepto de "esquema", de forma tal que encontramos *esquemas axiomáticos*, *esquemas de argumentos* y *esquemas inferenciales*. Por ejemplo, los silogismos aristotélicos suelen presentarse como esquemas de argumentos válidos, de tal forma que la **Fig. 3** se considera una instancia de la **Fig. 4**:

$$\frac{\begin{array}{c}\text{Todos los gatos son felinos}\\ \text{Todos los felinos son mamíferos}\end{array}}{\text{Todos los gatos son mamíferos}}$$

(Fig. 3)

$$\frac{\begin{array}{c}\text{Todos los A son B}\\ \text{Todos los B son C}\end{array}}{\text{Todos los A son C}}$$

(Fig. 4)

De manera similar, hallamos esquemas de inferencias válidas (**Fig. 5**) e instancias de las mismas (**Fig. 6**), tales como:

$$\textbf{(Fig. 5)}\ \frac{\phi \qquad \phi \to \psi}{\psi}$$

$$\frac{\begin{array}{c}\text{Dos es un primo par}\\ \text{Si dos es un primo par, el gato está en el cojín}\end{array}}{\text{El gato está en el cojín}}$$

(Fig. 6)

El concepto de esquema como un "esqueleto" nos genera la sensación de capturar la formalidad de la lógica. En efecto, al diferenciar entre un esquema "abstracto" y las instancias de dicho esquema, sentimos que es claro, por una parte, de dónde proviene la validez lógica de ciertas inferencias *particulares*, y por otro lado creemos entender que la lógica se ocupa de la "forma" de las inferencias, independientemente de las instancias particulares que pueda tener. En tanto dichos esquemas son abstractos (empleando letras esquemáticas como A, B, ϕ, etc.), la formalidad de la lógica residiría en su esquematicidad. En esta sección examinaremos más a fondo esta posición ingenua.

Aquellos entrenados en lógica elemental estamos tentados a entender los esquemas como enunciados abiertos compuestos por variables que admiten distintos tipos de cosas como valores. Así, en el caso del silogismo en **Fig. 4** quisiéramos decir que A, B y C toman como valores (*range over*) clases, conjuntos o propiedades, y que en el esquema inferencial de la **Fig. 5** , ϕ y ψ toman como valores enunciados o fórmulas bien formadas de algún lenguaje propiamente regimentado.

Sin embargo, hay una diferencia importante entre un *esquema* y un *enunciado abierto*, diferencia que determina el significado del concepto de "esquema" hasta cierto punto[16]. Dicha diferencia está en que un esquema no es realmente un enunciado propio o genuino, sino es una receta o plantilla (*template*) para formar enunciados legítimos. Dichas recetas consisten en un hilo sintáctico del metalenguaje con uno o más "espacios en blanco" que se pueden representar

[16]Hay autores (Corcoran, 2006) que llaman la atención sobre el hecho de que no hay una definición general técnica determinada del concepto de "esquema", pero esta idea podría llegar a ser el corazón de dicha definición.

mediantes *letras esquemáticas*, como es el caso de A, B y C en la **Fig. 4**. Dichas letras no son entonces variables que admiten valores, sino "dummies" o *place-holders* (Quine, 1945). Mientras que un enunciado abierto pertenece al lenguaje-objeto y admite valores del universo del discurso de dicho lenguaje, el esquema es un objeto del metalenguaje y es "llenado" con otros objetos sintácticos, "hilos de caracteres" (Corcoran, 2006, p. 235).

Un esquema debe entonces estar acompañado de una instrucción o *condición* que determine cómo deben llenarse los "espacios en blanco ", i.e. qué elementos puede ponerse en lugar de las letras esquemáticas, o *dummies*, para obtener instancias del esquema; ocasionalmente, también dicha condición estipulará el significado de palabras significativas (i.e. términos no esquemáticos) dentro de la plantilla. Un ejemplo ilustra mejor esta idea. La siguiente es una plantilla compuesta por ocho palabras y dos espacios en blanco:[17]

Fig. 7 . . . es una oración verdadera si y sólo si . . .

La condición para esta plantilla consiste en que el segundo espacio en blanco debe llenarse con un enunciado declarativo en Español, y el primer espacio con un nombre de ese enunciado, y el hilo de caracteres "es una oración verdadera si y sólo si" como expresando una condición necesaria y suficiente para atribur verdad. así, la **Fig. 8** es una instancia del esquema, mientras que la **Fig. 9** no lo es:

Fig. 8 "El cielo es azul" es una oración verdadera si y sólo si el cielo es azul

Fig. 9 "Galaxoide" es una oración verdadera si y sólo si Gonzalo

La plantilla de la **Fig. 7** no necesariamente tuvo que haberse formulado usando las palabras en español "es una oración verdadera si y sólo si" ni usando puntos suspensivos para los espacios en blanco. En su lugar, se podria haber usado las siguientes letras esquemáticas:

[17] Esta es la famosa Convención T de Tarski usada para formular teorías de verdad para lenguajes formales.

Fig. 10 $\delta \otimes \aleph$

En este caso, donde la plantilla se compone completamente de "espacios en blanco", la condición acompañante cumple exactamente el mismo rol que antes en determinar cómo se deben llenar los espacios. En este ejemplo se puede apreciar mejor el punto según el cual no se debe entender las letras esquemáticas como variables que toman valores, pues sería absurdo admitir que en la **Fig. 10** la letra esquemática $\otimes$ toma como valores las "condiciones necesarias y suficientes para atribuír verdad". También podemos ver con este ejemplo que la misma plantilla puede generar esquemas distintos dependiendo de la condición acompañante (Corcoran, 2006, p. 222). Si la condición estipulara que "$\otimes$" expresase la relación "es un nombre de", no tendriamos ya el mismo esquema de la Convención T.

Vale la pena anotar de manera explícita ciertos puntos importantes. Bajo este concepto de esquema, son las instancias, y no las plantillas, las que se podría decir son "lógicamente válidas" - tanto en el caso de los esquemas de argumentos válidos como en los esquemas axiomáticos y los esquemas de inferencias. La razón es sencilla: son los enunciados legítimos concretos los que están en capacidad de entrar en relaciones de implicación lógica. Las plantillas esquemáticas, por decirlo de alguna manera, no tienen *status* lógico, sino sólo sintáctico. Son "enunciados imaginarios, diagramas de enunciados" (Quine, 1945, p. 2). También es evidente de la caracterización de un esquema que el número de posibles instancias es contablemente infinito. Sin embargo, hay una presuposición que diferenciará profundamente esta noción esquemática con la noción estructural que veremos en el próximo capítulo. Dicha presuposición consiste en asumir que las instancias de un esquema son *expresiones linguísticas* tales como "frases, oraciones, textos-argumento o textos-prueba" (Corcoran, 2006, p. 219).

2.4.2. Esquemas en Lógica

El uso de esta noción de esquema en lógica ha sido recurrente. Como ya vimos, los silogismos Aristotélicos pueden formularse como esquemas de argumentos cuyas instancias son textos-argumentos, i.e. argumentos concretos con ningún espacio en blanco. Kant y demás filósofos modernos empleaban la noción de esquema en un sentido casi que completamente diferente al sentido que hemos expuesto aquí (Corcoran, 2006, p. 231), por lo que hasta ese período el uso de esquemas en lógica se limitó al paradigma Aristotélico. Sin embargo, es importante notar que la escuela Estoica (a menudo relegada a un segundo plano en la historia de la lógica) tenía ya una idea de esquemas de inferencia bastante similar al concepto de esquema que tomamos de Corcoran, por lo que merecen mayor crédito que Aristóteles en el desarrollo de la concepción esquemática. El empleo, por parte de Crisipo y los estoicos, de ordinales en enunciados condicionales "generales" es análogo al empleo de los *blanks* que vimos en la sección precedente. Por ejemplo, Crisipo postuló los siguientes cinco *esquemas inferenciales* como básicos (i.e. cualquier otro esquema puede obtenerse de estos cinco):

1. Si el primero, entonces el segundo; pero el primero; por lo tanto, el segundo.
2. Si el primero, entonces el segundo; pero no el segundo; por lo tanto no el primero.
3. No simultáneamente el primero y el segundo; pero el primero; luego no el segundo.
4. O el primero o el segundo; pero el primero; luego no el segundo.
5. O el primero o el segundo; pero no el segundo; luego el primero.

La interpretación esquemática consiste en entender los ordinales como *placeholders*, diferenciando lugares dentro de los condicionales, a manera de una instrucción sobre cómo "llenar" los enunciados. La mayor diferencia con la silogística aristotélica consiste no tanto en el empleo de ordinales en lugar de letras esquemáticas, sino en el hecho de que en los esquemas estoicos los lugares denotados por los ordinales deben "llenarse" con un signo proposicional (Kneale y Kneale, 1962, p. 159).

Los pioneros de la lógica moderna, en particular Russell, usaron el término "esquema" en su sentido ordinario y vago, haciendo alusión a las nociones de "cáscara", "diagrama", "organización", etc. Dada la proximidad de sentido, no es difícil ver cómo puede relacionarse "esquema" con "formalidad" y "forma" en lógica. En su *Introducción a la Filosofía Matemática*, Rusell explica el concepto de función proposicional de la siguiente manera:

> Una función proposicional ... puede tomarse como siendo un mero esquema, un simple cascarón, un receptáculo para el significado vacío, no algo ya con significado (Russell, 1919).

Dos ejemplos prominentes del uso de esquemas en la entonces incipiente lógica moderna son el esquema del Principio de Inducción Matemática en la axiomatización de la aritmética de Peano (PA), por una parte, y el esquema de primer orden de reemplazo de los axiomas Zermelo-Fraenkel (con el axioma de elección- ZFC) para la teoría clásica de conjuntos. Naturalmente, ambos esquemas son *esquemas axiomáticos*, por lo que generan infinitamente varios axiomas. Esta es una característica necesaria en teorías que no son finitamente axiomatizables e indecidibles (*per* Gödel), el cual es el caso con PA y ZFC.

En el caso de PA, el esquema de Inducción puede formularse de la siguiente manera:

$$[F(0) \wedge \forall x((Num(x) \wedge F(x)) \rightarrow F(sx)] \rightarrow \forall x(Num(x) \rightarrow F(x))$$

La condición para llenar los "espacios en blanco" (los cuales serian $F(x)$, $F(0)$ y $F(sx)$ - $Num(x)$ debe expresar la propiedad "x es un número", por lo que no sería un espacio en blanco sino el equivalente al hilo sintáctico "es una oración verdadera si y sólo si" de los ejemplos anteriores) dictaminaría la siguiente "receta" para generar axiomas:

- La letra esquemática $F(x)$ debe reemplazarse con una fórmula de primer orden teniendo una o más ocurrencias libres de la variable x (esto para garantizar que valga para todo número).
- La letra esquemática $F(0)$ debe reemplazarse con la misma fórmula, reemplazando toda ocurrencia de la variable x con una ocurrencia de '0'(como término del lenguaje-objeto).
- La letra esquemática $F(sx)$ debe reemplazarse con la misma fórmula, reemplazando toda ocurrencia de la variable x con ocurrencias de las variables sx (los axiomas previous de PA fijan el significado de 's'como "sucesor de", y determinan las propiedades de dicho predicado) (Corcoran, 2008).

Una vez se generan instancias de este esquema, se producen infinitamente varios axiomas que garantizan, para cualquier predicado n-ádico, la implicación de cumplirse los antecedentes requeridos. Nótese que las instrucciones están diseñadas de forma tal que esa manera de reemplazar las letras esquemáticas genere los axiomas deseados; no hay una relación de interdependencia lógica substantiva entre los "pasos" de las instrucciones.

En el caso de ZFC, el esquema axiomático de reemplazo genera infinitos axiomas que garantizan, para cualquier clase lo suficientemente pequeña para ser un conjunto,[18] si hay una biyección de esa clase a otra clase, entonces esa segunda clase es también un conjunto. Las instrucciones para llevar a cabo el "reemplazo" en la formulación del esquema, que omitiré por ser demasiado técnica para nuestros propósitos, consisten básicamente en introducir las funciones definibles apropiadas tales que generen una biyección entre la clase-

[18]La condición que regula el "tamaño" de los conjuntos fue introducida para evitar las paradojas clásicas en la teoría de conjuntos ingenua, i.e. la Paradoja de Russell, la Paradoja de Burali-Forti y en especial la Paradoja de Cantor

conjunto y la *imagen* de la función aplicada a dicho conjunto.[19] Este esquema es necesario para ZFC, ya que no es posible cuantificar sobre funciones en el lenguaje de primer orden, i.e. lenguaje-objeto.

Si bien hoy en dia podemos reconocer esos esquemas como pertenecientes a la matemática, sus orígenes se hallan en la lógica moderna. Gran parte del esfuerzo invertido en *Principia Mathematica* (Whitehead y Russell, 1962) consistió en hallar una formulación puramente lógica de los axiomas de Peano, en cuyo caso una reducción de la aritmética a la lógica se hubiera llevado a cabo. Igualmente, en sus inicios se consideraba la teoría de conjuntos como parte de la lógica hasta que se descubrió la inconsistencia de los axiomas de Frege causada por el Axioma Ingenuo de Comprehension que establece, para todo concepto (o 'propiedad') F, la existencia de una extensión, i.e. conjunto, tal que sus miembros son únicamente los objetos que caen bajo F:

$$\forall F \exists y \forall x (x \in y \equiv Fx)$$

La artificialidad de los recursos introducidos en (Whitehead y Russell, 1962) para lidiar con la contradicción generada cuando F se reemplaza por el concepto "no ser miembro de si mismo" cuestionaron su *status* lógico, aunque no tanto por violar algún criterio explícito de demarcación determinado sino más bien por la intuición según la cual los axiomas de la lógica son autoevidentes. Sin embargo, hay esquemas en lógica que no están directamente asociados con la teoría de conjuntos o la aritmética. Una formalización esquemática de la lógica de primer orden debida a (Shapiro, 1991) presenta los siguientes axiomas, donde reemplazar cada letra esquemática por una formula bien formada genera un axioma de primer orden:

1. $\Phi \to (\Psi \to \Phi)$
2. $(\Phi \to (\Psi \to \Xi) \to ((\Phi \to \Psi) \to (\Phi \to \Xi))$

[19] Para una función $f : X \to Y$, la imagen de X es el "output" $f(x) = y$. El esquema simplemente nos dice que, dado el conjunto de los x y la función f sobre la clase de los y, existe el conjunto de los y. Aquí se opera bajo la distinción entre "clase" y "conjunto", introducida posterior al descubrimiento de la Paradoja de Russell.

3. $(\neg\Phi \rightarrow \neg\Psi) \rightarrow (\Psi \rightarrow \Phi)$

4. $\forall x\Phi(x) \rightarrow \Phi(t)$

2.4.3. Problemas con esta noción

Para MacFarlane (2000, p. 36), la noción de formalidad como esquema es un "señuelo" que parece proveer un sentido claro de formalidad pero que realmente no logra demarcar el campo de la lógica, haciéndonos creer que la esquematización es aquello que brinda a la lógica su absoluta generalidad y neutralidad temática. La razón por la que esta noción no es suficiente, según MacFarlane, es que presenta dos "lagunas" que deben ser llenadas antes de poder emplear un esquema . La primera laguna consiste en que debe darse un criterio de distinción entre los términos "fijos" del esquema-plantilla y las letras esquemáticas, i.e. entre aquello que puede ser reemplazado, que está en lugar de algo (*placeholder*) y aquello que no. La segunda laguna requiere, para ser llenada, una especificación del rango de las expresiones que pueden reemplazar a las letras esquemáticas. Los veredictos de formalidad variarán en función de cómo se llenen estas lagunas. Un ejemplo que emplea MacFarlane para sustentar esta idea es un esquema silogístico como el de la **Fig. 1**:

Todos los gatos son felinos
<u>Todos los felinos son mamíferos</u>
Todos los gatos son mamíferos

(Fig. 1)

Este argumento no sería *formalmente* válido si el término "Todos" no fuera parte del patrón del esquema, i.e. si fuera una letra esquemática. Este requerimiento de distinguir entre los términos que conforman el esquema-plantilla y las letras esquemáticas es reminiscente del problema de distinguir entre las partículas lógicas y el lexicón (ver Sección 2.2.2). Por esta razón, MacFarlane considera que la noción esquemática de formalidad dependería, en últimas, en una apelación a la formalidad gramatical (MacFarlane, 2000, p. 40), por lo que no se avanza nada en la demarcación de la lógica apelando a la noción esquemática.

Considero que la objeción, como está formulada, no es del todo contundente. Hemos visto en la Sección 2.4.1, **Fig. 10**, que un esquema no *necesita* tener un componente esquemático fijo, con significado determinado. Un esquema-plantilla puede perfectamente consistir completamente de "blanks". Así, la Convención T de Tarski puede expresarse mediante los siguientes tres "blanks":

$$\Diamond\triangle\heartsuit$$

La condición acompañante, que forma parte del sistema esquemático,[20] carga con el deber de especificar qué debe ponerse en lugar de cada uno de los términos. En el caso de $\triangle$, estipularia que debe llenarse con una expresión de una condición necesaria para que un enunciado sea verdadero. Esto es permitido, pues como ya sabemos, $\triangle$ no es una "variable" sino un simple "dummy" sintáctico, y puede llenarse con lo que sea estipulado sin necesidad de caer en compromisos ontológicos dudosos.[21] Esta posibilidad de formular un esquema-plantilla como compuesto enteramente de letras esquemáticas hace que no sea necesario distinguir entre los términos "constantes" que conforman la plantilla y las letras esquemáticas. Pero esto pone un peso demasiado grande en la condición acompañante.

Podría pensarse que en un escenario semejante - donde disponemos de un esquema compuesto únicamente de "blanks" y una condición que estipula cómo llenarlos- lo que estamos haciendo es *interpretando* símbolos sintácticos. Así, en el caso de la formulación de la Convención T "$\Diamond\triangle\heartsuit$", se estipularia que "$\Diamond$" debe interpretarse como el nombre en español de un enunciado, "$\triangle$" como una condición necesaria de verdad para ese enunciado, y "$\heartsuit$" como un

[20]Corcoran encuentra que en la literatura lógica, un esquema es usualmente un par ordenado {P, Q} donde P es la plantilla y Q es la condición que especifica cómo deben llenarse los "blanks" en P (Corcoran, 2006).

[21]Puesto que no son variables, no se cuantifica sobre ellos, y la cuantificación es el medio mediante el cual se supone se develan los compromisos ontológicos -ver (Quine, 1945) y (Quine, 1970).

enunciado declarativo en Español cuyo nombre es $\Diamond$. Esto sería sin embargo inapropiado, si no un error, pues dichos signos no son variables de enunciados, no son enunciados del lenguaje-objeto susceptibles de generar modelos; como ya vimos, no son enunciados legítimos, sino simplemente ocupan su lugar. Esto no es, entonces, una *interpretación* en el sentido modelo-teórico usual.

El problema de fondo para esta noción esquemática reside en que no evita la arbitrariedad en la formulación de la condición o instrucciones para llenar la plantilla, lo cual genera un caso de *suprageneralidad* que puede fácilmente confundirse con la *generalidad* o neutralidad temática propia de la lógica. Dada esta arbitrariedad, *cualquier* inferencia o argumento puede decirse que es formal respecto a algún esquema, en tanto nada impide formular una condición o instrucción tal que un argumento o inferencia cualquiera sea una instancia del esquema, i.e. sea formal-esquemático. Así, la inferencia "Algún A es B ; Algún B es D :. Todo A es D" es formalmente válida en un esquema con tres letras esquemáticas W, Y, Z tales que W deba reemplazarse por un enunciado existencial, Y por otro enunciado existencial y Z por un enunciado universal, junto con una instrucción para llenar el esquema que dictamina que el enunciado universal es consecuencia de los existenciales. Esta inferencia es, claramente, inválida a la luz de la lógica moderna, por lo que apelar a la esquematicidad no demarca el campo de la lógica: deja entrar infinitas inferencias y argumentos "formalmente válidos" que no deben considerarse como lógicamente válidos, trivializando el concepto de formalidad en lógica. Ésta no puede ser entonces la noción de formalidad que se emplea cuando se dice que la lógica es peculiarmente formal respecto a las demás ciencias.

Esta no es la única razón por la cual esta noción esquemática falla. Otra razón para repudiar esta noción puede hallarse en el hecho de que los esquemas, tanto en lógica como en matemáticas, no son *indispensables* para formular las axiomatizaciones fundamentales, como es el caso de PA y ZFC. Los esquemas axiomáticos pueden reemplazarse por un *enunciado* de segundo orden que cuantifica sobre propiedades. De hecho, el conjunto de implicaciones del enunciado de segundo orden es más fuerte que el del esquema de primer orden (Corcoran, 2008); esto quiere decir que no toda consecuencia del enunciado de segundo orden puede obtenerse mediante el esquema de primer orden. Así, en vez de formular el principio de Inducción Matemática mediante el esquema de la Sección 2.4.2, podría formularse mediante el siguiente enunciado de segundo orden:

$$\forall F\{[F(0) \wedge \forall x((Num(x) \wedge F(x)) \rightarrow F(sx)] \rightarrow \forall x(Num(x) \rightarrow F(x))\}$$

Sería entonces muy extraño que un recurso que no es indispensable en lógica delimite su campo de acción. Como vimos en el caso de la formalidad sintáctica (Sección 2.3), esta noción de forma representa más una manera posible de *abordar* un tema que una demarcación propia del mismo. En el siguiente capítulo presentaremos una teoría estructural de la lógica que nos proporciona un criterio de demarcación particular, el cual escapa a las objeciones revisadas en este capitulo. En el capítulo final se examinará la valía de esta teoría estructural en relación con el problema de la demarcación en lógica.

Capítulo 3

Estructura y Lógica

3.1. Concepto y Características de una Estructura

En este capítulo se presentará una teoría estructural[1] de la lógica debida a Arnold Koslow (2005). El objetivo es introducir los conceptos básicos de dicha teoría, su motivación histórica y filosófica y algunos de sus resultados más interesantes en relación con la demarcación de la lógica. Más específicamente, se mostrará cómo la teoría estructural genera una demarcación *substancial* de la lógica que entra en conflicto con la ortodoxia, por lo que es menester examinar los argumentos filosóficos detrás de la aproximación estructural. Iniciaremos introduciendo los conceptos fundamentales de esta aproximación, los cuales son tratados técnica y formalmente en (Koslow, 1992).

El concepto matemático de estructura puede caracterizarse a grandes rasgos como una dupla $< R, \alpha >$ donde R es un conjunto no vacío y α es una relación entre los miembros de R. Esta relación organiza los miembros de R, y ese orden

[1] Vale la pena anotar que el uso del término "estructural", en toda la monografía, es técnico y no necesariamente hace referencia a la escuela continental de pensamiento estructuralista; en realidad comparte el espíritu detrás de de la filosofía estructural de las matemáticas, enmarcada en el contexto de la filosofía analítica de finales del S. XX.

es lo que se denomina una *estructura matemática*. Un ejemplo paradigmático de una estructura es la dupla $[\mathbb{N}, >]$, la cual genera un orden (parcial) de los números naturales donde 1 es el *elemento mínimo*. Este tipo de estructuras son las que comúnmente se presentan como el objeto de estudio de la matemática discreta, y es este concepto de "estructura" con el cual se trabajará en este capítulo.

Vale la pena mencionar tres características importantes de una estructura así definida. La primera es que el conjunto sobre el que opera la relación puede definirse independientemente de ésta. En el caso de $[\mathbb{N}, >]$, no hay nada peculiar acerca de "$>$" tal que $\mathbb{N}$ necesariamente se defina en función de dicha relación. La relación organiza, no define, a los miembros del conjunto en cuestión. Un mismo conjunto puede ser organizado de muchas maneras; un organizador diferente no implica necesariamente un ordenado diferente. La segunda es que la relación que "organiza" los elementos del conjunto puede o no poseer ciertas características relevantes, tales como *simetría, reflexividad, transitividad*. La tercera característica es que dos o más estructuras pueden compararse; esto permite descubrir relaciones matemáticamente interesantes y fascinantes entre estructuras, tales como la relación de *isomorfismo*. La idea clave detrás de esta importante relación entre estructuras es que dos o más estructuras diferentes tienen la "misma forma" si sus elementos se "comportan" de igual manera, i.e. si son organizados de una manera similar. Estas tres características serán relevantes para articular la teoría estructural de la lógica que presentaré a continuación.

3.2. Teoría Estructural de la Lógica

3.2.1. Estructura y Relación Implicacional

En *A Structural Theory of Logic* (1992), Koslow desarrolla una manera distinta de entender el aparato de la lógica. La idea principal de esta teoría estructural consiste en considerar la noción de implicación el foco del estudio de la lógica. Si bien es intuitivamente obvio que la noción de implicación es objeto de una teoría de la lógica (la distinción entre argumentos válidos e inválidos suele presentarse en términos de relaciones de implicación lógica entre premisas y conclusiones), este llamado de atención hacia la implicación no es trivial. Por ejemplo, varios eminentes lógicos y filósofos han considerado que la noción de "verdad lógica" es la central, construyéndose en torno a ella la teoría clásica de la lógica de primer orden. Quine, por ejemplo, considera que la lógica, como las demás ciencias, se ocupa de la verdad; pero no de cualquier verdad, sino de las *verdades lógicas* (Quine, 1970, vii).[2] En la sección 4.8 discutiremos más a fondo la motivación detrás de tomar la implicación como noción primitiva sobre otras posibles, como la verdad lógica, la consecuencia lógica, la provabilidad y demás.[3]

Koslow presenta su teoría estructural como un proyecto "[...] para dar cuenta de los operadores lógicos". Esto es, busca "[...] explicar el carácter de los operadores logicos sin requerir que los items bajo consideración sean "dados" o regimentados de alguna manera especial distinta a la de que puedan entrar en ciertas relaciones de implicación entre si" (Koslow, 1992, p. 3). Si bien es cierto que Koslow parece simplemente querer presentar una manera distinta de entender los operadores lógicos usuales, sin preguntarse por si dichos operadores (*partículas*) son suficientes o necesarios para demarcar el campo de la lógica, su teoría nos dará sin embargo una herramienta importante en los esfuerzos de delimitación en tanto volverá *prescindibles* los operadores lógicos usuales; la teoría estructural generalizará el campo de acción de la lógica más allá del estudio y manipulación de un conjunto finito de operadores lógicos de primer orden ($\wedge, \vee, \neg, \supset, =, \forall, \exists$, etc.). Si en algo aporta esta monografía a las discusiones de demarcación en filosofía de la lógica, acaso será en simplemente notar que la teoría estructural nos permite liberarnos del paradigma *sintáctico* del positivismo lógico.

---

[2]La definición quineana de "verdad lógica" es, a su vez, usualmente presentada en términos de enunciados verdaderos en virtud de su estructura lógica, es decir, del orden de sus partículas lógicas, independientemente del lexicón. Véase (Quine, 1951), Cf. (Quine, 1970).

[3]Traduzco el término inglés "provability" por "provabilidad", a fin de mantener la relación con las nociones de *prueba* y *derivabilidad* evitando la confusión con la noción de *probabilidad*.

Puesto que la teoría de Koslow es estructural, el concepto base será el de *estructura implicacional*: "Una estructura tal consiste de un conjunto no vacío junto con una relación finitaria sobre él, la cual llamaremos una *relación de implicación*" (Koslow, 1992, p. 3). Naturalmente, la relación de implicación debe ser definida para que el fundamento de la teoría estructural esté completo. Koslow define una *relación de implicación* en un conjunto S como cualquier relación "⇒" que satisface las siguientes condiciones:[4]

1. **Reflexividad:** $A \Rightarrow A$, para todo A en S.

2. **Proyección:** $A_1, ..., A_n \Rightarrow A_k$, para cualquier $k = \{1, ..., n\}$.

3. **Simplificación:** Si $A_1, A_1, A_2, ..., A_n \Rightarrow B$, entonces $A_1, ..., A_n \Rightarrow B$, para todos los A_i y B en S.

4. **Permutación:** Si $A_1, A_2, ..., A_n \Rightarrow B$, entonces $A_{f(1)}, A_{f(2)}, ..., A_{f(n)} \Rightarrow B$, para toda permutación f de $\{1, 2, .., n\}$.

5. **Dilución:** Si $A_1, ..., A_n \Rightarrow B$, entonces $A_1, ..., A_n, C \Rightarrow B$, para todo A_i, B y C en S.

6. **Substitución** (*Cut*): Si $A_1, ..., A_n \Rightarrow B$, y $B_1, ..., B_m \Rightarrow C$, entonces $A_1, ..., A_n, B_1, ..., B_m \Rightarrow C$, para todo A_i, B_j, B y C.

Claramente, no debe pensarse que aquí por "implicación" nos estamos refiriendo a alguno de los operadores clásicos de primer orden, i.e. la implicación material ($\supset$) o la implicación estricta ($\prec$). Tampoco nos referimos a alguno de los operadores metalógicos de implicación sintáctica ($\vdash$) o de consecuencia lógica ($\models$). Mientras que estos operadores suelen definirse como aplicados a ciertas entidades particulares, i.e. objetos sintácticos, llámense proposiciones, enunciados, oraciones, sentencias, etc., con ciertas propiedades semánticas (deducibilidad, valores de verdad, etc.), las condiciones estructurales para la relación de implicación no estipulan condiciones sobre qué tipo de cosas deban ser los

[4]El conjunto de condiciones puede ser menor, pues algunas de las condiciones se siguen de otras. Véase (Koslow, 1992, p. 5).

miembros de S. Estas condiciones son, en cierto sentido, más *generales* que las definiciones de los operadores halladas en los manuales tradicionales de lógica. La clave para una demarcación de la lógica en tanto *formal* se halla en esta característica, como veremos en el Capítulo 4. Los operadores tradicionales pueden entenderse como un subconjunto dentro del conjunto de relaciones de implicación, pero no lo agotan, como veremos en la siguiente subsección. En otras palabras, los operadores $\supset, \prec, \vdash$ y $\models$ cumplen las seis condiciones formuladas, y por ende son relaciones de implicación, pero no agotan el universo de objetos que obedecen dichas reglas.

Con el concepto de estructura implicacional a mano, junto con una definición de relación de implicación, Koslow se propone demostrar cómo los operadores clásicos pueden entenderse como subconjuntos de S en los cuales ciertos patrones de implicación se dan. El punto de la teoría estructural no es tanto *definir* los operadores como más bien arrojar luz sobre qué condiciones un elemento de S tendría que cumplir, empleando únicamente relaciones implicacionales, para que cuente como un condicional, una conjunción, una negación o una disyunción. El *insight* de la aproximación estructural es que nos muestra qué es para algo ser un condicional, negación, etc. En esta monografía empleamos ese *insight* para mostrar cómo la lógica puede delimitarse de otros campos en función de su formalidad.

3.2.2. Caracterización Estructural de los Operadores Lógicos Tradicionales

Tras proveernos las herramientas conceptuales básicas para una teoría estructural de la lógica, Koslow caracteriza cada operador lógico tradicional en función de las relaciones de implicación que genera en S:

> Cada uno de los operadores lógicos se caracterizará como un cierto tipo de función que actúa u opera sobre cada una de las estructuras de implicación. El operador de la conjunción, por ejemplo, determinará, dada una estructura implicacional, el conjunto de los ele-

> mentos de esa estructura que cuenten como conjunciones. (Koslow, 1992, p. 6)

La idea es entonces identificar subconjuntos dentro de S tales que todos sus miembros se "comporten" de igual forma respecto a la relación de implicación, en función de unas condiciones a estipular. Las siguientes formulaciones estructurales de los operadores lógicos clásicos de conjunción, negación, disyunción y condicional material arrojan luz sobre cuál es el rol que juega la implicación dentro de la estrategia estructural.

Estas caracterizaciones son tomadas de Koslow (1992), modificando la presentación donde lo considere más apropiado para fines de claridad.

- **Conjunción**: Si C es una conjunción de A y B, denotada por C(A, B), entonces para cualquier elemento E y conjunto de elementos Γ, tenemos que:

  1. $\{C\} \cup \Gamma \Rightarrow \{A, B\}$.
  2. Si $\{E\} \cup \Gamma \Rightarrow \{A, B\}$, entonces $\{E\} \cup \Gamma \Rightarrow C$.

En términos más simples, esta caracterización nos dice dos cosas. En la primera, estipula que la conjunción de A y B, es decir C, implica a cada uno de sus miembros, independientemente de los demás elementos de S (representados por un conjunto arbitrario Γ que puede o no ser vacío). En la segunda, nos dice que C es el miembro más débil en cumplir la primera condición, al estipular que C es implicado por cualquier otra cosa que implique a A y B. Es decir que $\{A, B\} \Rightarrow C$. Si denotamos $C(A, B)$ mediante el símbolo $A \wedge B$, veremos que estas condiciones no son otras sino las reglas de Introducción y Eliminación de la Conjunción del cálculo de Deducción Natural de Gentzen:

$$(A \wedge B) \Rightarrow \{A, B\}.$$
$$\{A, B\} \Rightarrow (A \wedge B).$$

Se puede ver que, en efecto, estamos definiendo la conjunción en términos de cómo se comporta con respecto a las implicaciones que genera o a las implicaciones de las cuales ella es resultado. Esta perspectiva se reitera en la caracterización de los demás operadores lógicos.

- **Negación**: Si N es la negación de un miembro A de S, denotada $N(A)$, entonces:

    1. $\{N, A\} \cup \Gamma \Rightarrow E$, para cualquier elemento $E \in S$.
    2. Si $\{F, A\} \cup \Gamma \Rightarrow E$, para cualquier $E \in S$, entonces $\{F\} \Rightarrow N$.

De nuevo, esta caracterización captura dos intuiciones comunes respecto a la negación. La primera nos dice que un elemento, junto con su negación, implicará a cualquier otro miembro de la estructura. La segunda nos dice que si algún par de elementos implica todos los de la estructura, entonces implicará la negación de al menos uno de esos elementos, por lo que la negación es el elemento más débil en cumplir la primera condición. De nuevo podemos entender el punto de la caracterización estructural si denotamos la negación de A como "$\neg A$". Así, lo que las reglas nos dicen son las condiciones familiares de la negación:

$$(A \wedge \neg A) \Rightarrow E, \text{ para todo } E \in S.$$
$$\text{Si } (F \wedge A) \Rightarrow E, \text{ para todo } E \in S, \text{ entonces } \{F\} \Rightarrow \neg A.$$

- **Disyunción**: Si D es una disyunción de A y B, denotada $D(A, B)$, entonces:

    1. $\{D\} \cup \Gamma \Rightarrow E$, para todo elemento E implicado tanto por A como por B.
    2. Si $\{F\} \cup \Gamma \Rightarrow E$, para todo elemento E implicado tanto por A como por B, entonces $\{F\} \cup \Gamma \Rightarrow D$.

Estas condiciones estipulan que si A implica ϕ, y B implica ϕ, entonces la disyunción $D(A, B)$ implicará a ϕ, para cualquier $\phi \in S$; la misma regla de Eliminación de la disyunción de Gentzen. La segunda condición estipula que la disyunción $D(A, B)$ es el elemento más débil de la estructura en cumplir la primera condición. Emplear la notación habitual aclara la caracterización estructural. así, si denotamos la disyunción de A y B como $A \vee B$, lo que las condiciones estipulan son las siguientes implicaciones:

$$(A \vee B) \Rightarrow E, \text{ ssi } A \Rightarrow E \text{ y } B \Rightarrow E.$$
$$\{A, B\} \Rightarrow (A \vee B).$$

- **Hipotético** (Condicional): Si I es un condicional hipotético con A como antecedente y B como consecuente, denotado $I(A, B)$, entonces:

  1. $\{I, A\} \cup \Gamma \Rightarrow B$.
  2. Si $\{E, A\} \cup \Gamma \Rightarrow B$, entonces $\{E\} \cup \Gamma \Rightarrow I$ para cualquier $E \in S$.

El condicional es caracterizado como aquel elemento “compuesto” de S tal que, junto con el elemento “base” que está en el antecedente, implica al otro elemento “base” que forma el consecuente. Al igual que con los demás operadores, es caracterizado como el elemento más débil de S en cumplir dicha condición. Revisemos nuevamente las condiciones empleando la notación tradicional, donde $I(A, B)$ se denota $(A \supset B)$:

$$\{(A \supset B), A\} \Rightarrow B.$$
$$\text{Si } \{E, A\} \Rightarrow B, \text{ para todo } E \in S, \text{ entonces } \{E\} \Rightarrow (A \supset B).$$

Dada esta caracterización de los operadores, es fácil notar que todas son funciones que mapean $S \times S$ en S mismo (*onto*). Es decir que toman elementos de algún subconjunto de S (su producto cartesiano) y, en función de la definición de la función (i.e. del operador lógico), producen un subconjunto de S.

Con estas caracterizaciones tenemos suficientes herramientas conceptuales para desarrollar el cálculo proposicional elemental clásico. Poco interés tendría esta teoría estructural si no fuese lo suficientemente expresiva para generar un cálculo de predicados. La base para generar semejante cálculo (cuantificación), sin embargo, requiere la introducción de una expansión de una estructura implicacional. En la siguiente sección presentaré la idea básica detrás de la teoría estructural de la cuantificación.

Es clave señalar que la teoría estructural es una teoría *abstracta*; es decir que se ocupa de las condiciones más generales que algo debe cumplir para ser una implicación, y de ahí extrae condiciones generales para que algo cuente como una conjunción, etc. Esto permite que haya muchas relaciones de implicación diferentes entre si, así como muchas cosas que cuenten como, por ejemplo, conjunción (no sólo el operador tradicional "$\wedge$" cuenta como conjunción; Cf. Sección 3.4.). Puesto que hay variedad de relaciones de implicación, y S puede estar compuesto de variedad de elementos diferentes entre si, no hay una única estructura de implicación. Los resultados de la teoría estructural, en tanto abstractos, dan cuenta de cada una de las distintas estructuras particulares, pero no depende de ninguna en particular para ser articulada.

Por ejemplo, considérese la estructura implicacional $I^* = (\Rightarrow^{\vdash}, S^{Prop})$, donde "$\Rightarrow^{\vdash}$" denota la familiar implicación lógica "$\vdash$" y donde S se postula como el conjunto de fórmulas bien formadas de un cálculo proposicional artificial axiomatizado L. Dada la completitud del cálculo proposicional, la relación "$\Rightarrow^{\vdash}$" es esencialmente indistinguible de otra relación de implicación diferente que puede operar sobre el mismo S^{Prop}, la tradicional consecuencia lógica que denotaremos por "$\Rightarrow^{\vDash}$". En otras palabras, dado que para cualquier $P \in S$, se cumple que $\Gamma \Rightarrow^{\vdash} P$ si, y sólo si $\Gamma \Rightarrow^{\vDash} P$,[5] la implicación lógica y la consecuencia lógica pueden intercambiarse en la mayoría de los casos.

Esto no se cumple si definimos los elementos de S^{Prop} ya no como el conjunto de fórmulas bien formadas de un cálculo proposicional, sino de un cálculo axiomático de predicados de segundo (o mayor) orden. En esta nueva estruc-

[5]Donde Γ es el conjunto de los axiomas, el cual puede o no ser vacío.

tura implicacional, llamémosla I^{**}, hay fórmulas bien formadas P tales que hay interpretaciones donde son semánticamente válidas, i.e. $\Gamma \models P$. Sin embargo, no son implicadas lógicamente por los axiomas, i.e. $\Gamma \nvdash P$.[6] Esto demuestra que las relaciones de implicación "$\Rightarrow^{\vdash}$" y "$\Rightarrow^{\models}$", si bien son ambas relaciones de implicación de acuerdo a las condiciones estructurales, no son equivalentes: generan resultados distintos de acuerdo a las especificaciones del conjunto S sobre el que actúan.

3.3. Teoría Estructural de la Cuantificación

La teoría estructural, naturalmente, no se limita al caso de los operadores lógicos en el ámbito "proposicional"[7], i.e. en el ámbito sin cuantificación. La teoría contiene también una descripción de los predicados y los cuantificadores, y de la interacción de éstos con los operadores de conjunción, disyunción, etc. La teoría, en este punto, se vuelve extremadamente compleja en el nivel técnico, y no nos interesa entrar en detalles en ese respecto.[8] Mencionaremos, sin embargo, las ideas principales (obviando algunos teoremas y definiciones) para dar una idea de cómo es posible generar una teoría de la cuantificación con los simples recursos de la relación de implicación.

Para lograr dar cuenta de la cuantificación, es menester primero expandir la noción de estructura implicacional (Sección 3.2.1.). La extensión consiste en añadir dos conjuntos a S: (1) un conjunto E de "objetos" (puede ser vacío), y (2) un conjunto Pr de funciones especiales que llamaremos predicados (puede ser vacío). así, la estructura implicacional extendida se deno-

[6] J. R. Lucas expone esta incompletitud claramente cuando nos dice "Hay algunas fórmulas bien formadas que son verdaderas bajo todas las interpretaciones naturales [...] pero no son teoremas de acuerdo a los axiomas y las reglas de inferencia del sistema, y por ende no podrían ser descubiertas o identificadas por una búsqueda computarizada" (Lucas, 1999, Ch. 9). Para una exposición técnica detallada de este resultado debido a Gödel, véase (Boolos y cols., 2007, Ch. 17).

[7] Mi reserva se debe a que únicamente hemos operado con S hasta ahora, y no hemos asumido que los elementos de S sean objetos sintácticos como proposiciones, enunciados declarativos, etc.

[8] Para la exposición completa, véase (Koslow, 1992, Ch. 20).

tará $I = (E, Pr, S, \Rightarrow)$. Lo que hemos hecho adicionando estos dos nuevos conjuntos es, básicamente, dar cuenta de los *individuos* que son argumentos de los predicados n-ádicos; hemos añadido a nuestro universo un conjunto de individuos y uno de predicados.

Sea E^* el conjunto de todas las secuencias $(s_1, s_2, ...)$ donde los s_i pertenecen a E. Este conjunto E^* representa entonces todas las posibles secuencias de objetos. Podemos entonces pasar a definir una relación de implicación "$\Rightarrow^*$" entre predicados de la siguiente manera:

$$P_1, ..., P_n \Rightarrow^* Q \text{ si y sólo si } P_1(s), ..., P_n(s) \Rightarrow Q(s)$$
$$\text{para todo } s \in E^*.$$

Esta definición nos dice que un predicado o conjunto de predicados implica otro si cada vez que el primero "vale" para tales objetos, entonces el segundo también. Técnicamente, la definición estipula secuencias de objetos, pero la idea es básicamente la misma.

Una última definición es necesaria antes de poder caracterizar los cuantificadores en la teoría estructural. En ella, definimos una función J_e^i de E^* a E^* que satisface la siguiente condición:

$$\text{Si } s \text{ es una secuencia en } E^*, \text{ entonces } J_e^i(s) \text{ es una}$$
$$\text{secuencia } s' \text{ en } E^* \text{ tal que } s'_i = e \text{ y } s'_j = s_j \text{ para todo } j \neq i.$$

La notación no debe asustarnos. Lo que esta condición estipula es que hay una función J tal que, para una secuencia de objetos cualquiera, hay otra secuencia igual a la primera excepto que el puesto número i de la secuencia lo ocupa un objeto determinado e; el resto de puestos son ocupados igual a la primera secuencia. La relevancia de estas definiciones se hará patente en la caracterización de los cuantificadores. A continuación caracterizamos el cuantificador universal.

3.3.1. Cuantificación Universal

Al igual que con los demás operadores lógicos, el operador de cuantificación universal U_i se define mediante dos condiciones:

1. Para todo predicado P en Pr, $U_i(P) \Rightarrow^* (P \circ J_e^i)$ para todo e en E.
2. $U_i(P)$ es el elemento más débil en satisfacer esta condición. Es decir, si $R \Rightarrow^* (P \circ J_e^i)$ para todo e en E, entonces $R \Rightarrow^* U_i(P)$.

La condición más importante es la primera; en ella, Koslow nos dice que el operador de cuantificación universal aplicado a un predicado implica otro predicado donde un objeto e ocupa el lugar i de la secuencia, para todo i. Esto es mucho más claro si empleamos la notación estándar. Supóngase que estamos tratando sólo con predicados monádicos y tenemos la siguiente afirmación:

$$(\forall x)Px$$

Lo que la primera condición estructural nos dice es que dada esa cuantificación, para todo objeto e se cumple que e ocupa el lugar de x. En otras palabras, tenemos que:

$$(\forall x)Px \Rightarrow^* Pe \text{ para cualquier } P \text{ y cualquier } e.$$

Al igual que con los demás operadores lógicos, esta condición corresponde (*mutatis mutandis*), a la regla de Eliminación del cuantificador universal en el cálculo de deducción natural de Gentzen. La segunda condición es la misma regla de Introducción: Si para una proposición P cualquiera, se cumple que Pe (siendo e un objeto arbitrario), entonces se concluye $(\forall x)Px$. Es decir que si un $R \Rightarrow Pe$ (con e arbitrario), entonces $R \Rightarrow (\forall x)Px$.

3.3.2. Cuantificación Existencial

El operador de cuantificación existencial recibe una caracterización igual de uniforme al resto de operadores. Dada una estructura implicacional extendida $I = (E, Pr, S, \Rightarrow)$, el cuantificador existencial E_i se define por sus dos condiciones, la primera substancial y la segunda que determina que el elemento mínimo que cumple dicha condición substancial es el operador en cuestión:

1. Para cualquier P en Pr, si T está en Pr o S, entonces si $(P \circ J_e^i) \Rightarrow^* T$ para todo e en E, entonces $E_i(P) \Rightarrow^* T$.

2. $E_i(P)$ es el miembro más débil de la estructura en satisfacer la primera condición. Es decir, para todo U, si para cualquier T en Pr o S, si [si $(P \circ J_e^i) \Rightarrow^* T$ para todo e en E, entonces $U \Rightarrow^* T$], entonces $U \Rightarrow^* E_i(P)$.

La complejidad de la definición oculta la idea simple detrás de las reglas del cuantificador existencial. Al igual que con los demás operadores, las dos condiciones que lo definen son análogas a las reglas de Introducción y Eliminación de los operadores. La primera regla nos dice que un cuantificador existencial que opera sobre un predicado P implica otro predicado T si $Pe \Rightarrow T$. Usando la notación convencional:

$$[(\exists x)Px \Rightarrow^* T] \text{ sólo si } [Pe \Rightarrow T] \text{ para un } e \text{ arbitrario.}$$

En otras palabras, si para un e arbitrario puede mostrarse que Pe implica T, entonces el cuantificador $(\exists x)Px$ puede eliminarse por T. La segunda regla, que indica que el cuantificador existencial es el elemento más débil en cumplir dicha condición, nos dice que cualquier cosa U que implique un T sólo en caso de que Pe lo haga, implicará la cuantificación existencial sobre P. De nuevo, empleando la notación moderna con fines de aclarar, la condición esencialmente estipula:

$$Pe \Rightarrow^* (\exists x)Px.$$

Concluyo así una exposición básica sobre los principios, definiciones y elementos que la teoría estructural de Koslow explota para poder dar cuenta de los operadores lógicos tradicionales sin necesidad de apelar a los recursos tradicionales de los manuales de lógica.

3.4. Antecedentes

La caracteristica más peculiar de la teoría estructural presentada brevemente en la sección anterior es, probablemente, el hecho de que no estipula condiciones sobre los objetos miembros de S. Su enfoque está sobre las *relaciones* entre los elementos de S, sin importar qué sean o cuántos haya. La única condición, hallada en la definición del concepto de estructura implicacional, simplemente requiere que S no sea vacío. Esta indiferencia respecto a los objetos de la teoría (en este caso, una teoría de la lógica) tiene dos antecedentes importantes, cuya revisión es necesaria para entender la propuesta de Koslow en el contexto de la filosofía de la lógica y la matemática.

El primer antecedente data de 1810, cuando el matemático francés Joseph Diaz Gergonne descubrió el principo de dualidad en la geometría proyectiva. Dicho principio establece que cualquier teorema de la geometría proyectiva plana genera otro teorema, su "dual", al sustituir "punto" por "línea", "colinear" por "concurrente", "se encuentra con" por "se une a" - en general, al reemplazar una relación de incidencia por otra apropiada (Torretti, 2010). Lo que este principio demuestra es que, dada cierta permutación del vocabulario, las *relaciones* entre los objetos, sean líneas o puntos, permanece invariable. En otras palabras, la *estructura* es la misma sea que estemos hablando de puntos o de líneas, etc. La consecuencia natural es entonces considerar que la geometría proyectiva plana no es el estudio de puntos, líneas y ciertas relaciones de incidencia, sino más bien el estudio de estructuras que se mantienen independientemente de los objetos que se "introduzcan" en ellas.

El ímpetu filosófico que este descubrimiento matemático causó no puede hallarse de manera más lúcida previo a la publicación, en 1899, de los *Founda-*

tions of Geometry de David Hilbert. Siguiendo su proyecto de axiomatización completa y consistente de todas las ramas de la matemática (que eventualmente en la década de 1920 se conocerá como el Programa de Hilbert), Hilbert elabora una axiomatización de la geometría, alternativa a la hallada en los tradicionales *Elementos* de Euclides. Sus axiomas (los de Hilbert) son suficientes para caracterizar la noción de equivalencia estructural, i.e. *isomorfismo*. Puesto que, desde la perspectiva axiomático-formalista, lo único relevante es la consistencia entre las relaciones estipuladas en los axiomas, no la naturaleza de los objetos que las instancien, el isomorfismo puede obtenerse en la axiomatización de Hilbert entre sistemas de objetos profundamente dispares. Una frase célebre atribuída a Hilbert reza: "Uno debe poder decir en todo momento – en lugar de puntos, líneas rectas y planos – mesas, jarras de cerveza y sillas". Esta afirmación es consecuencia de otra famosa tesis de Hilbert, en la cual destierra todo tipo de "intuición" o "autoevidencia" de las matemáticas y la lógica; esto implica entonces que no hay cabida para la pregunta por la verdad de los axiomas (tradicionalmente tomados como verdades auto-evidentes que no requerían prueba). Russell se acerca a esta posición cuando asegura que sus axiomas (los de *Principia Mathematica*) es mejor tomarlos como "hipótesis" que deben ser juzgadas por sus implicaciones, y no en sí mismos: "[...] los primeros principios lógicos [axiomas lógicos] deben creerse no en virtud de ellos mismos, sino en virtud de sus consecuencias" (Russell, 1959) en (Ayer, 1959, pp. 33). Penélope Maddy recoge esta actitud cuando dice que la metodología del lógico y del matemático, en la época posterior a los *Principia*, "[...] tiene más en común con la formación y testeo de hipótesis en ciencia natural, que con la caricatura del matemático escribiendo algunas verdades obvias para proceder a extraer consecuencias lógicas" (Maddy, 1988, pp. 481).

Para Hilbert, los axiomas son juzgados a partir de su éxito en la tarea de axiomatización consistente y completa de la matemática. Uno de los puntos más fervientes de la famosa disputa entre Frege y Hilbert es precisamente este.[9]Sin duda, el principio de dualidad ejerció en Hilbert una importante influencia en su concepción axiomática-formalista. Donde es más clara esta posición es en

[9]Véase (Blanchette, 2009) para una reconstrucción de la diatriba.

la correspondencia que sostuvo con Frege; en una misiva respondiendo a una crítica de éste, Hilbert anota:

> Toda teoría es sólo un andamio o esquema de conceptos junto con sus necesarias relaciones mutuas, y los elementos básicos pueden concebirse de cualquier forma que uno desee. Si yo tomo por mis puntos cualquier sistema de cosas, por ejemplo, el sistema amor, ley, limpia-chimeneas, ... y asumo todos mis axiomas como relaciones entre estas cosas, mis teoremas- por ejemplo, el teorema de Pitágoras- también valen para estas cosas... Esta característica de las teorías nunca puede ser una desventaja y es de todas maneras inevitable. [citado en] (Torretti, 2010)

Este enfoque sobre las relaciones y propiedades de éstas, más que sobre los objetos sobre los que operan, constituye la idea clave de la escuela *estructuralista* en la filosofía de las matemáticas. De aquí que la teoría de Koslow pueda propiamente denominarse *estructural*, en tanto no estipula ningún tipo de condición en el conjunto S distinta a que simplemente no sea vacío. Sus elementos pueden, entonces, ser limpia-chimeneas, números, conjuntos, proposiciones, conejos, etc. Koslow se aleja, sin embargo, del programa formalista de Hilbert en tanto no busca formular un sistema axiomático para la lógica. Las seis condiciones estipuladas que definen una relación de implicación son simplemente eso, *condiciones*; para que una relación cuente como implicacional, debe cumplirlas. En tanto tal, puede perfectamente haber una pluralidad de relaciones de implicación no idénticas; así, por ejemplo, "$\vdash$", "$\models$" y "$\subseteq$" cuentan como relaciones de implicación desde el enfoque estructural (se profundizará en esto en la siguiente sección). Las condiciones estructurales no son suficientes para distinguir entre estas implicaciones, por lo que no pueden entenderse como "axiomas" en el sentido técnico del término.[10]

[10] Tradicionalmente, para cada uno de los operadores $\vdash$ y $\models$ hay sistemas axiomáticos clásicos diferentes -excepto en la lógica de primer orden y sistemas más débiles, donde la prueba de completitud demuestra que cada enunciado provable ($\vdash P$) en un sistema axiomático Γ es así mismo consecuencia lógica del sistema ($\models P$), tal que $\vdash P$ ssi $\models P$. Esta feliz coincidencia entre $\vdash$ y $\models$ se pierde en la lógica de orden superior. Cf. (Lucas, 1999, Ch. 9), (Barwise y Etchemendy, 1999, Ch. 19), (Etchemendy, 1990).

El segundo antecedente que definitivamente influenció la aproximación estructural de Koslow se halla en el desarrollo del cálculo de Deducción Natural de Gerhard Gentzen.[11] Dicho sistema consiste en conjuntos de reglas de inferencia (de Introducción y de Eliminación para cada constante lógica, junto con otras tipo *modus ponens*) tales que determinaban qué era permitido inferir de cierta proposición *en virtud exclusivamente* de su sintaxis lógica. Esta aproximación no tiene en cuenta el aspecto semántico de dichas proposiciones, i.e. no refiere a valores de verdad, modelos de proposiciones ni interpretaciones de las mismas.

De Gentzen, Koslow acepta el enfoque en el cual la noción de implicación es central en lógica, usándose para caracterizar lo que los lógicos tradicionalmente consideran los conceptos centrales en lógica, i.e. los "conectores", "constantes", "operadores" o "términos" lógicos. De hecho, las seis condiciones estructurales bajo las cuales la relación de implicación fue definida (Sección 3.2.1) son aquellas presentadas en (Gentzen, 1934). Sin embargo, Koslow se distancia de Gentzen al no restringir innecesariamente la noción de implicación a algún concepto particular de implicación; mientras que Gentzen parecía estipular como objetos de la relación entidades sintácticas (fórmulas bien formadas en un lenguaje formal), tal que las reglas regimentaban el "paso" de un cierto hilo sintáctico a otro (definiendo de hecho la *implicación sintáctica*, i.e. $\phi \vdash \psi$), Koslow considera innecesaria esta restricción tanto en los objetos sobre los que opera la relación de implicación como sobre la caracterización de la implicación como simple consecuencia sintáctica. Contra esta última posición, Koslow afirma:

> Dada esta conexión con las reglas estructurales de Gentzen, las seis condiciones parecerán familiares. Sin embargo, hay una diferencia: en lugar de considerar estas reglas como ligadas a algún concepto específico de implicación, como Gentzen parece haber hecho, nosotros las tomamos precisamente como las condiciones [generales] que cualquier relación debe cumplir para ser una relación de implicación. (Koslow, 1999, pp. 114)

[11] Más notablemente en (Gentzen, 1934)

Una tesis tradicional en filosofía de la lógica nos dice que los objetos de la lógica, en tanto pueda siquiera decirse que tenga objetos de suyo, son entidades sintácticas (e.g. proposiciones); los operadores lógicos ($\wedge, \supset, \neg, \vee$, etc.) pueden entonces entenderse como *conectores* de proposiciones tales que ciertas proposiciones se generan a partir de otras. En esta visión, los conectores lógicos pueden verse como simples *constructores* de fórmulas (*formula-building operators*). Contra esta restricción de la lógica al campo de los objetos sintácticos, Koslow afirma:

> Los operadores lógicos pueden definirse [en la teoría estructural] en cualquier cosa para la que haya una relación de implicación. Es un viejo dogma asumir que los operadores lógicos confieren estatus proposicional a cualquier cosa con la que se involucren. En nuestra teoría ese dogma es rechazado. Por ende, nuestra teoría de los operadores lógicos iguala la generalidad de nuestra teoría de las relaciones de implicación. (Koslow, 1999, pp. 112)

A pesar de estas marcadas diferencias, la influencia de Gentzen, por una parte, y de Hilbert, por otra, guía el desarrollo estructural de Koslow y provee un marco histórico-filosófico dentro del cual entender dicha aproximación estructural. Varios de estos puntos serán eventualmente tratados en el tercer capítulo, cuando intentemos extraer un concepto de formalidad de la teoría de Koslow.

3.5. Operadores Lógicos No-Tradicionales

En esta sección, demostraré que la teoría estructural de Koslow no es simplemente una manera más “higiénica” de entender los operadores lógicos clásicos ($\wedge, \vee$, etc.). Bajo la aproximación estructural, ciertas relaciones que comúnmente no se considerarían operadores lógicos son, de hecho, contadas como tales. La aproximación estructural entra entonces en conflicto con la ortodoxia en filosofía de la lógica, al ser más inclusiva que ésta respecto a qué debe o no contar como perteneciente a la lógica "pura".

Podría pensarse que esta demarcación no-ortodoxa opera bajo la idea ya cuestionada (Sección 2.2.3) según la cual los límites de la lógica son los límites entre los términos lógicos y los términos lexicales. Bien podría leerse así si se quisiera; después de todo, la discusión sobre qué términos deban tomarse como puramente lógicos puede tener dos moralejas: por un lado, incitar a la investigación de una delimitación *justificada* y filosóficamente satisfactoria (no sólo técnicamente apropiada) entre términos; por otro lado, cuestionar la posibilidad de semejante delimitación, y por ende cuestionar la idea según la cual esta delimitación entre términos es idéntica a la demarcación de la lógica en general. Como ya se vió, en esta monografía opté por aceptar la segunda moraleja, y no tendré nada más para decir respecto a la relevancia de la teoría estructural para alguien convencido de la primera moraleja. Basta con notar que la aproximación estructural es, de todas formas, relevante bajo esa idea peculiar de demarcación.

Ahora bien, dado el conflicto entre la teoría estructural y la ortodoxia cuando de trazar los límites de la lógica se trata, es menester investigar el criterio estructural. Este será el objetivo del cuarto y último capítulo: ¿qué capturan las seis condiciones estructurales? ¿Por qué adoptar la implicación como el concepto básico de la lógica? Mi conjetura es que dichas condiciones capturan la noción de formalidad distintiva que demarca el campo de la lógica del de las demás ciencias, además de enunciar las condiciones preteóricas sobre qué debe ser una implicación en primer lugar; elaboraré estos puntos en el siguiente capítulo.

3.5.1. Inclusión y Teoría de Conjuntos

Supóngase que tenemos una estructura implicacional $I = (S, \Rightarrow)$ donde S es un conjunto de conjuntos (i.e. los elementos de S son conjuntos) y donde $\Rightarrow$

es la relación de implicación "inclusión de conjuntos" ($\subseteq$).[12] Entonces resulta que las operaciones conjuntistas de unión, intersección y complemento relativo no son más que las mismas operaciones lógicas de disyunción, conjunción y negación respectivamente. Para la caracterización estructural de estos últimos, remito a la Sección 3.2.2.:

Dada la **unión** de dos conjuntos A, B en S, denotada $U(A, B)$, se cumple que si $A \subseteq C$ y $B \subseteq C$, entonces $U(A, B) \subseteq C$ para todo $C \in S$. Es decir que para dichos conjuntos, si $A \Rightarrow C$ y $B \Rightarrow C$, entonces $U(A, B) \Rightarrow C$, lo cual no es otra cosa que la definición estructural del operador de **Disyunción**. Desde el punto de vista estructural, no hay una diferencia estrictamente lógica entre Unión y Disyunción: Unión es simplemente un tipo de Disyunción.

Sea $I(A, B)$ la **intersección** de dos conjuntos A, B en S. Entonces se sigue que $I(A, B) \subseteq A$ y, de igual manera, que $I(A, B) \subseteq B$, pues en caso contrario, habria algún elemento en la intersección de A y B que no pertence ni a A ni a B, lo cual es imposible. Luego $I(A, B) \Rightarrow A$ y $I(A, B) \Rightarrow B$, lo cual es la definición del operador de **Conjunción**.

El **complemento** de un conjunto A, denotado $C[A]$, es el conjunto cuyos miembros no pertenecen a A. Es decir, para todo elemento $X \in C[A]$, es el caso que $X \notin A$. Luego, dado que para todo elemento X de S, X está en A o no está en A, resulta que $A \cup C[A] = S$. Por lo tanto, para cualquier conjunto B en S, $(A, C[A]) \subseteq B$, pues no hay ningún elemento en $(A, C[A])$ que no esté en B. Se sigue entonces que $A, C[A] \Rightarrow B$ para todo elemento de S; lo cual es precisamente la definición estructural del operador de **Negación**.

Si bien es bastante común hallar manuales de matemáticas que notan la "similitud" entre las operaciones de la teoría de conjuntos y los operadores lógicos tradicionales, en la teoría estructural la similitud se convierte en identidad. Esto podría llegar a considerarse un exabrupto desde el punto de vista de la filosofía ortodoxa de la lógica; si bien es cierto que en sus inicios en Frege

[12] Es sencillo probar que la inclusión si cuenta como una relación de implicación: es reflexiva, pues para todo conjunto A, $A \subseteq A$; es proyectiva, pues para cada secuencia de conjuntos $A_1, ..., A_n$ se sigue que $A_1, ..., A_n \subseteq A_i\{i = 1, ..., n\}$, y así para las demás condiciones estructurales.

y Russell la teoría de clases se consideraba parte de la lógica simbólica, eventualmente la inconsistencia de algunos principios "ingenuos"[13] en dicha teoría de clases separó la lógica de la teoría de conjuntos propia. Algunos principios conjuntistas en axiomatizaciones lógicas, como el ya mencionado Axioma de Infinitud de Russell y Whitehead, fueron duramente cuestionados por no ser de carácter realmente lógico, i.e. por no ser "necesariamente verdaderos", "autoevidentes", "ontológicamente neutros", etc. Si bien la teoría estructural no va tan lejos como para afirmar que la teoría axiomática de conjuntos no es realmente más que lógica, al menos arroja luz sobre los conceptos lógicos detrás de la teoría estratificada de conjuntos. El que esta aproximación estructural cuente como parte de la lógica ciertas operaciones tradicionalmente no-lógicas, en función de su carácter de relaciones de implicación, demuestra que tiene algo que aportar a las discusiones en torno a los límites de la lógica.

3.5.2. Identidad

El caso de la identidad es interesante y algo recurrente en los debates en torno a la delimitación de la lógica. Por ejemplo, Quine se pregunta en su *Philosophy of Logic*: ¿Debe contarse la identidad como una partícula lógica? ¿O es acaso parte del lexicón? (Quine, 1970, pp. 61). Desde la posición ortodoxa, que concibe la formalidad de la lógica desde la perspectiva gramático-sintáctica, una razón para dudar de la logicidad de la identidad es que ella es un *predicado* de dos lugares, '$x = y$', y como tal debe pertenecer al lexicón. Dado que una verdad lógica vale para cualquier permutación del vocabulario extra-lógico (i.e. el lexicón),[14] las verdades de la teoría de la identidad (p. ej. '$x = x$', '$\neg[x = y \wedge \neg(y = x)]$', etc.) no contarían como verdades lógicas, pues al reemplazar el predicado '='por otro predicado diádico, la verdad no se conserva en todos los reemplazos. Sin embargo, hay también razones para considerar la identidad como perteneciente a la lógica, pues sus verdades son generales para cualquier objeto; en otras palabras, trata todos los objetos (variables de primer

[13] De nuevo menciono el Axioma de Comprehensión Irrestricta. Ver Sección 2.4.2.

[14] Esta es parte de la definición quineana de verdad lógica. Cf. (Quine, 1970, Ch. 3 y 4). Por ejemplo, $[(p \supset q) \wedge p \Rightarrow q]$ para cualquier permutación de p y q.

orden, individuos, o como se les quiera llamar) imparcialmente. No importa sobre qué cosas tome x sus valores, si acaso sobre números, conjuntos, u objetos físicos; siempre se cumplirá que $x = x$. Este tipo de generalidad, que puede expresarse técnicametne como una invarianza permutacional de los valores de las variables, es tan peculiar a la lógica que quisiéramos poder contar la identidad como un término lógico más.[15]

La teoría estructural arroja algo de luz en este debate. Si bien Koslow admite que la identidad es un predicado diádico, no está limitado por consideraciones gramaticales, de forma que puede considerarlo como un predicado propiamente lógico, sin recurrir a expedientes o trucos que simulen su poder deductivo ni expresivo. La manera como Koslow caracteriza la identidad es indistinguible a la caracterización de los demás operadores lógicos; de ahí que, en la perspectiva estructural, pueda considerarse como un operador lógico. Dado que no hay restricciones sobre los predicados como esencialmente 'extralógicos', no hay nada dentro de la teoría estructural que impida considerar la identidad como perteneciente a la lógica.

Como con los demás operadores, dos condiciones definen qué es ser un predicado de identidad. La primera estipula la condición substancial, y la segunda afirma que la identidad es el elemento mínimo de la esturctura en cumplir la primera condición. En la definición empleamos los mismos recursos de la teoría estructural de la cuantificación, i.e. la estructura implicacional extendida y la función J. así, I es un predicado de identidad en una estructura implicacional si, y sólo si, es diádico y las siguientes condiciones se cumplen:

1. Para cualquier predicado P de la estructura, cualquier e y e' de E, y cualquier número natural i, tenemos que $(P \circ J^i_e), I(e, e') \Rightarrow^* (P \circ J^i_{e'})$, así como también $(P \circ J^i_{e'}), I(e, e') \Rightarrow^* (P \circ J^i_e)$.

[15]La propuesta de Quine consiste en dispensar de la identidad como una partícula logica 'simulando'sus resultados en términos de satisfacción de predicados empleando las partículas lógicas tradicionales. Así, dos objetos son idénticos si satisfacen los mismos predicados. Si bien esta solución es relativa a una buena definición del lexicón y del lenguaje-objeto, y preserva el poder deductivo del predicado de identidad, sufre deficiencias desde la perspectiva semántica de la teoría de modelos. Véase (MacFarlane, 2000, Sec. 2.3.2).

2. $I(e, e')$ es el predicado más débil de la estructura en satisfacer la primera condición. Es decir, si cualquier predicado I' de la estructura es diádico y cumple la primer condición, entonces $I' \Rightarrow^* I$.

De nuevo, la notación estándar aclarará qué es lo que se estipula en las condiciones estructurales, teniendo en mente que los operadores convencionales ($\forall, =$, etc.) son instancias del caso estructural general. La primera condición es esencialmente la condición de substituibilidad estándar en las teorías de la identidad:

$$(Pe \wedge [e = e']) \Rightarrow Pe'; \text{ análogamente, } (Pe' \wedge [e = e']) \Rightarrow Pe$$
$$\text{para cualquier predicado } n\text{-ádico } P \text{ y cualquier par de objetos } e \text{ y } e'.$$

Este principio conocido ya por Leibniz suele denominarse *indescirnibilidad de los idénticos*, donde se estipula que dos objetos idénticos pueden reemplazar uno al otro *salva veritate*. Normalmente esperariamos que la segunda condición estipule la introducción de la identidad,i .e. qué implica la identidad entre dos objetos, por lo que esperariamos el otro principio leibniciano de la *identidad de los indiscernibles*.[16] Sin embargo, la segunda condición no afirma esta condición, sino solamente afirma que la identidad es implicada por cualquier cosa que tenga el patrón de implicación de la primera condición. Esta caracterización más "trivial", a pesar de no ser tan informativa, escapa las objeciones presentadas al principio de la identidad de los indiscernibles (p. ej. el experimento del universo simétrico de Max Black) y libera la concepción estructural de cualquier carga metafísica respecto a la identidad -tema metafísicamente espinoso cuando la naturaleza de los objetos bajo consideración varían; no es lo mismo la identidad de dos números a la identidad de dos conjuntos, de dos objetos físicos, de dos teorías científicas, de dos conceptos o de dos eventos.

[16]El cual asegura que para cualquier predicado P y cualquier par de objetos x, y, si $(Px \equiv Py)$ entonces $x = y$.

3.5.3. Implicación Epistémica

Examinemos ahora un caso donde una teoría de la dinámica de las creencias es asimilable a una teoría lógica. Peter Gärdenfors[17] elabora una teoría de la dinámica de las creencias en las cuales considera un conjunto de estados de creencia K de un agente y un conjunto de proposiciones-Gärdenfors G (cuyos elementos son funciones de S hasta S, donde $S \subseteq K$, conmutativas e idempotentes) íntimamente conectadas con los estados de creencia en K. Su idea es definir una relación de consecuencia epistémica entre dichas proposiciones. Si f y g son dos proposiciones de G, Gärdenfors define una implicación epistémica "$\rightarrow$" entre ellas de la siguiente manera:

$f \rightarrow g$ ssi en cada estado de creencia de K, si f es aceptada como conocida en K, entonces g también.

A su vez, se define que f es aceptada como conocida en un estado de creencia K ssi $f(K) = K$. Por lo tanto, $f \rightarrow g$ ssi $gf = f$ (es decir, ssi g es aceptada como conocida cuando f es aceptada como conocida). Koslow generaliza esta definición de la implicación epistémica de Gärdenfors para que incluya múltiples premisas, de forma que se asemeje a las secuencias de las condiciones estructurales de Gentzen:

$$f, g, ..., h \rightarrow k \text{ ssi } kfg...h = fg...h, \text{ para todo } f, g, ..., h \text{ y } k \text{ en } G.$$

Con esta generalización a mano, Koslow descubre que esta implicación epistémica es de hecho una implicación en el sentido estructural del término (i.e. cumple las seis condiciones estructurales) (Koslow, 2007). Luego la dupla $(G, \rightarrow)$ define una estructura implicacional. La composición de funciones $fg..h$ no es otra cosa más que la conjunción de las proposiciones; es decir que $fg...h \rightarrow f, g, ..., h$. Esto se puede probar gracias a que Gärdenfors condiciona las funciones $f, g, ..., h$ estipulando que deben ser conmutativas e idem-

[17] Cf. (Gärdenfors, 1984).

potentes.[18] El punto de traer a colación la propuesta epistémica de Gärdenfors es ver que en un contexto que *prima facie* parece ser extra-lógico puede, sin embargo, hallarse operadores (en este caso, implicación epistémica) que son mucho más lógicos de lo que parece. Esta implicación epistémica no se parece en casi nada a la implicación lógica tradicionalmente entendida, pues la primera estipula que una proposición implica otra ssi la segunda es aceptada como conocida cada vez que la primera lo es; no hay una referencia a ningún tipo de relación entre la "forma" de las proposiciones, referencia que es común hallar en los manuales cuando se dice que una proposición implica lógicamente a otra únicamente en virtud de su "forma" (gramatical, sintáctica, etc.). Sin embargo, si se define de una manera determinada, dicha implicación epistémica es, desde la perspectiva estructural, un caso de una estructura implicacional, objeto de estudio de la lógica. Seguramente este caso se puede extender a los sistemas estándar de lógicas epistémicas; de lograrse, la perspectiva estructural sería filosóficamente poderosa, pues lograría explicar qué tienen los distintos sistemas y teorías epistémicas tales que cuentan como *lógicas*.

Con estos tres ejemplos damos por sentado que la teoría estructural tiene consecuencias relevantes en el debate de los límites de la lógica, al cobijar ciertas nociones comúnmente tomadas como extra-lógicas como indistinguibles a las nociones lógicas. Si bien esto parece demostrar que la perpectiva estructural es más incluyente que la perspectiva ortodoxa, también hay casos que la lógica estructural excluye de la lógica, casos que es clave que excluya. Un ejemplo es el operador ficticio "tonk" de A. Prior. Si bien este operador tiene reglas de Introducción y Negación,[19] no puede de todas maneras aceptarse como lógico por este simple hecho, pues trivializa el concepto de deducción y con el la lógica. Koslow muestra que la teoría estructural no se ve comprometida a aceptar el operador "tonk" (cf. Koslow (1992), Ch. 2-3). El argumento, tomado de (Belnap, 1962), consiste en no admitir como válido cualquier operador que contradiga las propiedades que asumimos sobre la deducibilidad ($\vdash$): "Me parece que la solución clave radica en observar que [...] no estamos

[18] La prueba puede hallarse en Koslow (2007).

[19] Intro: de "p" se puede inferir "p tonk q". Elim: de "p tonk q" se puede inferir p o s epuede inferir q. Luego de cualquier proposición se puede inferir cualquier otra.

definiendo nuestros conectivos *ab initio*,[20] sino más bien en términos de un *contexto de deducibilidad dado previamente*, del cual tenemos algunas nociones definidas" (Belnap, 1962, pp. 131). Para hacer patentes esas propiedades sobre la deducibilidad, Belnap emplea justamente las seis condiciones de Gentzen; la generalización que Koslow hace de ellas no cambia en nada el argumento de Belnap en contra de operadores tipo *tonk*, i.e. operadores que contradigan o hagan triviales los conceptos de deducibilidad, implicación y demás en la misma familia conceptual.

3.6. Verdad, Funciones Proposicionales y Sintaxis

Hay dos aspectos muy importantes de las condiciones estructurales que definen una relación de implicación. El primero es que en ninguna parte se menciona que los elementos de S deban ser objetos sintácticos; es decir, la relación de implicación, en lógica estructural, no está restringida a *proposiciones*, *sentencias* o *enunciados*; por ende, *a fortiori* tampoco debe la implicación darse necesariamente entre *truth-bearers*, y por lo tanto tampoco entre "vehículos de significado", para usar la expresión de Quine. Este es el segundo aspecto de la teoría estructural: su carácter abstracto va más allá de la ortodoxia filosófica en lógica que conecta intimamente lógica con verdad y lenguaje. Koslow considera esta limitación como un dogma que la teoría estructural supera, y nos lleva a considerar la posibilidad de entender la lógica como radicalmente abstracta, al menos en sus fundamentos.

Sin embargo, esto no quiere decir que no haya un lugar dentro de la teoría estructural para los objetos sintácticos y las relaciones que sólo pueden darse entre dichos objetos (e.g. consecuencia semántica). Es posible definir una relación de implicación en S, llamémosla f, que puede entenderse como la función de asignación de valores de verdad. Añadiendo condiciones adicionales a las seis estructurales, puede generarse una partición {K, L} en S (donde S es no vacío

[20] Preferiría usar el término *ex nihilo*.

y tiene al menos dos elementos) tal que:

- $K \subset S$
- $L \subset S$
- $K \cap L = \emptyset$
- $K \cup L = S$
- Para todo $A \in S$, $f(A) = K$ ssi $A \in K$, o $f(A) = L$ ssi $A \in L$

Esto nos permite generar una función tal que, dado cierto input, se asigne a esa función el valor K o L. Esta no es sino la asignación de valores de verdad tradicional (en lugar de K y L suele emplearse T y F), y permite entender los operadores lógicos como *veritativo-funcionales*.[21] Esta manera de "simular" la asignación de valores de verdad a entidades sintácticas funciona de manera suficientemente similar a los recursos semánticos tradicionales (e.g. tablas de verdad), y evita compromisos de mayor calibre filosófico respecto a la naturaleza de la verdad.[22] El punto de este ejemplo es mostrar cómo es posible acomodar los resultados veritativo-funcionales usuales bajo una nueva perspectiva, por lo que la teoría estructural incluye, pero va más allá, del paradigma tradicional. En palabras de Koslow, la ortodoxia que opera con sistemas de objetos sintácticos y lenguajes artificiales "son parte de la historia, pero ciertamente no son toda la historia" (Koslow, 1992). El alcance mayor de la aproximación estructural reside en que permite entender los sistemas lógicos clásicos como estructuras implicacionales, pero no se limita a éstos, sino que incluye otros sistemas lógicos no-clásicos (e.g. lógica modal kripkeana) así como otras estructuras usualmente tenidas por no-lógicas, como ya se vió en la sección anterior.

[21]De manera más informal, la partición puede entenderse como una división de S entre proposiciones verdaderas (K) y proposiciones falsas (L), tal que una proposición es verdadera si pertenece al conjunto de proposiciones verdaderas, y falsas en el caso análogo. Esto se puede expandir a las lógicas multivalentes.

[22]No es coincidencia que en uno de los mayores aportes en filosofía de la lógica, el *Tractatus* de Wittgenstein, una teoría metafísica de la verdad ocupe un lugar prominente.

3.7. Concepto Estructural de la Formalidad

En este punto de la exposición podemos aventurarnos a extraer una noción de formalidad de la aproximación estructural::

- **Formalidad Estructural (FE)**: La lógica es formal en tanto es estructural. En otras palabras, la lógica se ocupa de estructuras abstractas en las cuales una relación abstracta de implicación actúa. Puesto que sólo se ocupa de estructuras *en general*, su aplicabilidad es irrestricta a todo tipo de estructuras concretas.

La parquedad y economía de esta noción de formalidad puede ser su mayor virtud o su punto más débil. En efecto, puede ser su virtud en tanto logra dar cuenta de la neutralidad temática y ontológica comúnmente asociada a la lógica: no postula entidades sintácticas peculiaresy su aplicación es irrestricta -sus resultados valen para cualquier cosa que pase por "implicación" según las seis condiciones estructurales. Pero puede así mismo ser su debilidad, al convertir el contenido del concepto de "formalidad" en el mismo contenido del concepto vago de "abstracción", "abstracto" etc. Si lo único que se ha hecho es explicar un concepto vago en términos de otro igual o más vago aún, el valor filosófico (no sólo el técnico-matemático) de la teoría estructural estaría en graves problemas. En el siguiente capítulo examinaremos este concepto estructural de formalidad más a fondo.

Sin embargo, esta caracterización estructural no es trivial o no informativa; claramente, ya no empleamos el término "estructura" en el sentido vago que permitía a Russell y Quine hablar de "estructuras gramaticales", o a Carnap de "estructuras sintácticas". En la teoría estructural, el concepto de "estructura" se convierte en un término técnico definible de manera algebraica con propiedades matemáticamente demostrables y articulado de manera rigurosa, no simplemente retórica, con los operadores lógicos tradicionales así como con operadores no-tradicionales. Decir entonces que la lógica es *formal*, según el concepto estructural de formalidad, es decir que tiene un carácter algebraico tal que su generalidad, neutralidad temática, etc., es resultado de las propiedades matemáticas mediante las cuales se definen los conceptos de “implicación” y “estructura implicacional”. En una investigación sobre los fundamentos de la lógica, las propiedades algebraicas y matemáticas que definen la implicación ocupan un rol central. Esto puede implicar que la lógica debe considerarse no el fundamento de la matemática (contra las ideas logicistas), sino una parte de ella. Esta no es otra que la posición intuicionista en la filosofía de la matemática (Horsten, 2008). ¿Qué implicaciones tiene este giro intuicionista en el proyecto de demarcación? Dejaré pendiente la respuesta a esta pregunta hasta el capítulo final.

Capítulo 4

Estructura y Formalidad

En este capítulo analizaré la compatibilidad entre la teoría estructural de la lógica y la caracterización habitual de ésta como peculiarmente *formal*. Koslow desafortunadamente no tiene mucho para decirnos sobre la relación entre la aproximación estructural y el problema de la formalidad de la lógica en tanto demarcación de ésta;[1] su enfoque se centra en articular coherentemente una teoría estructural, el mío en extraer consecuencias filosóficas de dicha teoría. El plan de trabajo del capítulo es el siguiente. Primero demostraré que la aproximación estructural encaja casi que perfectamente, y de una manera no trivial sino iluminadora, con las características tradicionalmente atribuídas a la lógica, a saber, neutralidad temática (*topic-neutrality*), generalidad, neutralidad ontológica e invarianza permutacional (cf. Sección 2.1). Luego, comentaré cómo la aproximación estructural puede lograr articular la diferencia entre distintos sistemas lógicos, por lo que permite una concepción de la noción de logicidad independiente de sistemas axiomáticos concretos. En seguida, expondré cómo la teoría estructural escapa a los problemas ya vistos de las otras nociones tradicionales de formalidad (Secciones 2.2.3., 2.3.2 y 2.4.3.). A continuación, exploraré la posibilidad de entender la teoría estructural como formal en el

[1] Reconoce, sin embargo, que su teoría tiene implicaciones importantes en el debate sobre el alcance de la lógica, al mostrar que ciertos elementos tradicionalmente no-lógicos son lógicos en su teoría, lo cual "presenta un asunto interesante respecto a los límites de la lógica" (*per comm*).

mismo sentido que Frege tenía en mente, si bien ahora libre de varias tesis sustanciales idiosincráticas a la filosofía fregeana de la lógica. Finalmente, esbozaré algunas posibles críticas a la teoría estructural en relación directa con la demarcación particular de la lógica que provee.

4.1. Neutralidad Temática y Generalidad

La teoría estructural de Koslow da cuenta, de manera natural y evidente, de nuestra intuición según la cual, en palabras de Ryle, la lógica es "temáticamente neutral ". Esta idea no logra ser articulada satisfactoriamente en la literatura tradicional en filosofía de la lógica; en efecto, al decir que la lógica es temáticamente neutral en tanto no se ocupa acerca de lo que p, q, r etc. *dicen*, sino más bien se ocupa de lo que se sigue, p. ej., de $p \wedge q$, "extrañas preguntas acerca de 'acerca'se originan" (Haack, 1978, pp. 5).

Por ejemplo, una de las preguntas extrañas que Haack seguramente tiene en mente es la siguiente: ¿Acaso no puede decirse que la lógica es acerca de "constantes lógicas", de inferencias válidas, de deducibilidad, etc.? ¿No es la lógica de primer orden acerca de predicados cuyas variables tiene por rango *individuos*? Naturalmente, la lógica en tanto rama de estudio, o ciencia si se quiere, debe ser acerca de *algo*. Wittgenstein, en el *Tractatus*, es uno de los pocos filósofos que han logrado sostener lo contrario de una manera coherente. Su concepción de la lógica como no tratando realmente acerca de "algo", como un andamio que simplemente "se muestra" y del que realmente nada sustancial puede decirse, puede hallarse en algunos pasajes clave como los siguientes:

3.334. Las reglas de la sintaxis lógica deben pasar sin ser mencionadas una vez sepamos cómo cada signo individual significa.[2]

4.121. Las proposiciones no pueden representar la forma lógica: ella está reflejada en ellas.

[2]La versión inglesa es más apropiada: "The rules of logical syntax must go without saying, once we know how each individual sign signifies".

> Lo que encuentra su reflejo en el lenguaje,el lenguaje no lo puede representar.
>
> Lo que se expresa a si mismo en el lenguaje, no podemos expresarlo mediante recursos del lenguaje.
>
> Las proposiciones *muestran* la forma lógica de la realidad. La exponen.
>
> **5.132.** Si p se sigue de q, puedo realizar una inferencia de q a p, deducir p de q [...] 'Leyes de inferencia', que se supone justifican inferencias, como en los trabajos de Frege y Russell, no tienen sentido y son superfluas.
>
> **6.13.** La lógica no es un cuerpo doctrinal, sino una imagen-espejo del mundo. La lógica es trascendental.
>
> **7.** De lo que no podemos hablar debemos permanecer en silencio. (Wittgenstein, 1921)

Para propósitos de argumento, nos alejaremos de la posición de Wittgenstein hacia el terreno más tradicional e "intelectualmente comfortable", parafraseando la anotación de Russell en su Introducción al *Tractatus*. Puesto que el problema de la demarcación en lógica adquiere sentido asumiendo que la lógica es acerca de algo puramente de suyo, operaré bajo dicha suposición. La aproximación de Koslow sin lugar a dudas permite entender en qué consistiría esa "neutralidad temática" de la lógica. Puesto que sus condiciones estructurales, y su definición de relación de implicación, no condicionan sobre S además del simple requisito de que no sea vacío, hay libertad de entender los miembros de S como se desee: como objetos sintácticos (proposiciones), como partes y todos (objetos mereológicos), como conjuntos, como números, como creencias, etc. Esta posición es, sin duda, "radicalmente neutral temáticamente" (Koslow, 1999), pues va más allá de la simple tesis de que la lógica trata de p y q (como objetos sintácticos) sin importar su contenido semántico. Dada esta neutralidad temática, la lógica estructural es también radicalmente general; sin duda una virtud del alto grado de abstracción en el que es formulada.

4.2. Neutralidad Ontológica

La neutralidad ontológica es otra de las intuiciones preteóricas de la lógica ampliamente aceptadas. La idea básica es que los juicios de la lógica no deben afirmar la existencia *simpliciter* de ningún tipo de objeto. En otras palabras, las leyes de la lógica pura no deben postular la existenca de ningún objeto en particular. Esta condición fue clave, por ejemplo, en el debate en torno al Axioma de Infinitud de los *Principia* de Whitehead y Russell. Una crítica importante a dicho sistema afirma que el Axioma de Infinitud no es de carácter lógico, pues postula la existencia de un conjunto con infinitos miembros (e.g. $\mathbb{N}$). Naturalmente, esta crítica no funciona si no se asume que la lógica debe ser ontológicamente neutra. La neutralidad, sin embargo, no restringe de la lógica *todas* las afirmaciones existenciales. Es posible realizar afirmaciones existenciales siempre y cuando se *condicione* sobre ellas. De esta manera, la afirmación completa no será una afirmación existencial, sino una condicional uno de cuyos componentes será una afirmación existencial. La siguiente afirmación de la lógica de segundo orden (donde F es una variable de predicados monádicos) ayuda como ejemplo:

$$\forall x \forall y[(x \neq y) \supset \exists F \neg(Fx \equiv Fy)]$$

La teoría estructural de Koslow permite también entender de manera natural esta intuición preteórica. Las condiciones estructurales no *afirman* la existencia de un conjunto no vacío S, sino que actúan bajo la suposición de que semejante conjunto nos es dado. En otras palabras, si llega a haber un conjunto S que cumpla las condiciones estructurales, entonces el resto de la lógica se sigue. No se afirma ni se presupone que de hecho exista tal conjunto.

Esta intuición usualmente va de la mano con la intuición anterior según la cual la lógica es temáticamente neutral. La conexión reside en que la postulación y estudio de objetos no es otra cosa que tematización. así, por ejemplo, las matemáticas son temáticas porque postulan ciertos objetos matemáticos (números, funciones, etc.); la física es temática porque postula objetos físicos (materia oscura, supercuerdas, etc.), y lo mismo ocurre con las demás ciencias. Si la lógica no tiene "entidades lógicas" propias, entonces puede entenderse que sea temáticamente neutra y absolutamente general. Algunos autores, en especial Kant, se aferran de esta idea para demostrar que la lógica por si sola no es capaz de expandir nuestro conocimiento. En palabras de MacFarlane, "Precisamente porque abstrae de esta manera de aquello en virtud de lo cual los conceptos y juicios son *acerca* de algo, la lógica no puede extender el conocimiento de la realidad, de los objetos" (MacFarlane, 2002). Así, encontramos lugares donde Kant afirma:

> [...] ya que la mera forma del Entendimiento, por compatible que sea con las leyes lógicas, está lejos de ser suficiente para constituír la verdad material (objetiva) del Entendimiento, nadie puede atreverse a juzgar sobre objetos y afirmar cualquier cosa sobre ellos con la mera lógica. (Kant, 2003, A60/B85)

Sin embargo, esta intuición de neutralidad ontológica no es tan inocente como podría pensarse. Ciertamente, si la lógica se entiende como una disciplina, debe naturalmente estudiar *algo*; la lógica no puede ser acerca de absolutamente nada. Debe pues haber conceptos u "objetos" lógicos; la ortodoxia usualmente postulaba los operadores lógicos tradicionales como básicos para el estudio de la lógica, y ahora la teoría estructural puede verse como igualmente ocupándose acerca de una relación básica peculiar, i.e. la relación de implicación estructural. Esta posición sobre la lógica como temática (si bien aún general) es fácil hallarla en Frege:

> [Si la lógica fuere "irrestrictivamente formal"] entonces no tendría contenido. Al igual que el concepto *punto* pertenece a la geometría, la lógica tiene también sus propios conceptos y relaciones; sólo en virtud de esto es que tiene contenido. Respecto a lo que le es propio de suyo, su relación no es formal en absoluto. Ninguna ciencia es completamente formal [...] A la lógica, por ejemplo, le pertenecen

> los siguientes [conceptos]: negación, identidad, subsunción, subordinación de conceptos. (Frege, 1906, pp. 428)[3]

¿Cómo mantener entonces que la lógica es *general* si tiene un tema de suyo propio? Puesto en términos aún más relevantes de cara a esta monografía, ¿Cómo mantener que la lógica es *peculiarmente* formal si tiene un tema y una ontología propia, al igual que las demás ciencias? La respuesta a esta pregunta la postergaré hasta la Sección 4.9. Por ahora me limitaré a afimar que la respuesta reside en que lo realmente *formal* no reside en lo que la lógica explícitamente dice (sus leyes en relación a sus objetos peculiares), sino más bien en la normatividad implícita; dicha normatividad, al menos para Frege, son las reglas no para pensar en cierto tipo de objetos (físicos, geometricos, etc.), sino que son las reglas para pensar en absoluto. Puede entreverse que la generalidad, formalidad y neutralidad temática de la lógica no reside entonces en que tenga o no una ontología o tema de suyo propio, sino en que regimenta el pensamiento *qua* pensamiento -podría decirse que sus objetos y leyes peculiares son, en un sentido casi que (irónicamente) kantiano, trascendentales.[4]

La polémica metafísica ulterior, en la historia de la lógica, giró no en la mera postulación de objetos, sino en el carácter de dicha postulación. Las distintas posiciones de varias escuelas de pensamiento son bien conocidas en la literatura (e.g. el instrumentalismo de Carnap, el platonismo de Gödel, el empirismo pragmatista de Quine, etc.). Sin embargo, no me interesa profundizar en esta discusión. Basta con señalar que hay al menos un sentido bajo el cual puede decirse de la teoría estructural que es ontológicamente neutral.

[3] Anoto que "generalidad", "neutralidad temática" y "formalidad" suelen ser intercambiables en la literatura de los límites de la lógica. Véase n. 7, Sección 1.3.

[4] Por esta razón, Frege no tenía problemas en aceptar axiomas con carga existencial dentro de su sistema, como el famoso Axioma de Comprehensión Irrestricto, el cual postula que para todo concepto F, existe la extensión de los objetos que caen bajo F, i.e. el conjunto $A = \{x|F(x)\}$.

4.3. Invarianza Permutacional

La noción de invarianza bajo permutaciones[5] del dominio de objetos es aún otra manera de codificar la formalidad de la lógica. MacFarlane la identifica como una de tres nociones de formalidad lógica que puede llegar a demarcar la lógica, a diferencia de las nociones gramatical, sintáctica y esquemática (MacFarlane, 2000, pp. 50). Esta es, por ejemplo, la noción de formalidad que Tarski tenia en mente, así como la de variosalgunos filósofos contemporáneos (Sher, 1991). Actualmente se acepta como la aproximación estándar para dar cuenta de la formalidad en lógica.

Si la lógica es formal por ocuparse de la forma y no del contenido o tema de las proposiciones, una manera de entender la formalidad es entendiendo el contenido. Si por "contenido" se entiende "contenido semántico", entonces la lógica sería formal en tanto abstrae por completo el contenido semantico de los conceptos. Esta idea fue, sin embargo, rechazada en la sección 2.3.2. Si en cambio por "contenido" o "tema"'se entiende un objeto particular o individual, decir que la lógica es formal es decir que no distingue entre objetos o individuos particulares, sino que los trata a todos uniformemente -sea una silla, una mesa, un número, un conjunto (MacFarlane, 2000, pp. 51). Por ende, los resultados de la lógica no dependen de que se esté hablando acerca de tal o cual objeto particular, por lo que si cambiamos de dominio de objetos (permutamos el dominio) no se afecta la validez de los teoremas o principios lógicos.

Esta propiedad de indiferencia ante permutaciones del dominio de objetos se ha usado en propuestas contemporáneas para demarcar la lógica, e.g. (Tarski, 1986), (Sher, 1991), (Bonnay, 2008). Estas propuestas tienen dos enfoques distintos: por un lado está el enfoque sobre *operaciones lógicas* (donde la lógica se demarca al delimitar ciertas operaciones como lógicas y otras como no-lógicas) y por otro lado está el enfoque sobre las constantes lógicas (como símbolos que denotan ciertas operaciones lógicas). El segundo enfoque no nos interesa, pues asume la perspectiva gramatical de la formalidad. El primer enfoque

[5] Una permutación es un reordenamiento de un conjunto S en una correspondencia uno a uno con S mismo.

es interesante, pues postula la invarianza permutacional como condición de la logicidad de operaciones -operaciones como con las que la teoría estructural se ocupa. Es estándar hallar en la literatura objeciones contra esta propuesta de invarianza permutacional como siendo una condición *suficiente* para demarcar la lógica; sin embargo se acepta universalmente como condición *necesaria*. Las objeciones contra la suficiencia de la invarianza permutacional consisten en mostrar que admite como lógicas operaciones intuitivamente no-lógicas; no me interesa entrar en la discusión sobre la viabilidad de este criterio, sino mostrar que, independientemente de su suficiencia o necesidad, la teoría estructural es compatible con él.

La idea detrás del criterio de invarianza permutacional de los operadores lógicos es la siguiente. Para un conjunto de objetos cualesquiera M y una operación Q_M, ésta última es invariable bajo permutaciones si y sólo si:

$$\text{Para toda permutación } \pi \text{ y conjunto } A \subseteq M,$$
$$Q_M(\pi(A)) = Q_M(A)$$

(Bonnay, 2008)

Esta condicón estipula que una operación es invariable bajo permutaciones cuando aplicarla a una permutación de un conjunto equivale a aplicarla al conjunto sin permutar. La operación no distingue, por lo tanto, entre el orden de los objetos; opera de igual manera con tal objeto que con tal otro. Vale la pena notar dos cosas sobre la invarianza permutacional. Por un lado, su aplicación es más directa en la lógica de predicados, la cual admite cuantificación sobre objetos o individuos mediante predicados que se entienden como funciones (i.e. operaciones) sobre el conjunto de individuos. Su aplicación a la lógica proposicional no es tan directa, y podría eliminarse la cuestión mediante un argumento contra la suficiencia o poder expresivo-deductivo de la lógica proposicional frente a la lógica de predicados. Por otro lado, la permutación admite variaciones: no se limita al caso de una permutación de un conjunto S sobre si mismo (un re-ordenamiento de los mismos elementos), sino que puede incluso ser una biyección entre S y otro conjunto T tal que los individuos de T sean radicalmente distintos a los de S. así, de un conjunto de ovejas podemos "permutar" hacia un conjunto de manzanas, y este cambio del conjunto de individuos no debe afectar el resultado de las operaciones lógicas: éstas son, después de todo, insensibles a la diferenciación entre individuos. así mismo, podría hablarse de una "permutación" de los predicados. así, por ejemplo, si tenemos $(Px \wedge Qxy) \supset Px$, no importa si Px es el predicado "x es alto", o "x es un conejo" o "x es par". La implicación, en este caso, es insensible no sólo a los objetos que x pueda tomar como valores, sino a lo que sea que P esté diciendo acerca de x.

Un ejemplo del criterio de invarianza permutacional en acción es el caso del cuantificador existencial $\exists$ "existe al menos un...". Se define la operación $Q_\exists$ en M (donde Q es una operación cuyo resultado es 'verdadero', T, o 'falso', F, y $A \subseteq M$) de la siguiente manera:

- $Q_\exists(A) = T$ si $A \neq \emptyset$.
- $Q_\exists(A) = F$ si $A = \emptyset$.

Ahora bien, si π es una permutación en A, entonces si $A \neq \emptyset$, siempre ocurrirá que $Q_\exists(\pi(A)) = T$; así mismo, si $A = \emptyset$, entonces $Q_\exists(\pi(A)) = F$. En otras palabras, la operación $Q_\exists$ en $\pi(A)$ será igual a su operación en A, por lo que $Q_\exists$ es invariable bajo la permutación de A y califica como una operación lógica (bajo el criterio estándar Tarskiano).

La compatibilidad de la teoría estructural con este criterio de invarianza permutacional ocurre en varios niveles. En el nivel técnico, puesto que Q se puede entender como una función que mapea los elementos de S a dos subconjuntos que lo particionan, K y L,[6], puede emplearse la caracterización semántica Tarskiana en términos de "verdad" o "falsedad" (bajo la simulación que Koslow propone en términos de pertenencia a cierta partición). Aplicada a la caracterización estructural, el criterio de invarianza permutacional se cumplirá, pues las condiciones permiten que un objeto arbitrario e ocupe un lugar arbitrario i en el 'orden'de un conjunto de objetos E (ver sección 3.3.).

[6]Los conjuntos de las "proposiciones verdaderas" y de las "proposiciones falsas"; ver sección 3.6.

En el nivel conceptual, la relación de implicación cumple con una condición particular denomidada **Permutación** en la cual se estipula que el orden de una secuencia de elementos A_i que implican otro elemento B no es relevante (ver sección 3.2.1). La invarianza permutacional está, por así decirlo, construída desde los conceptos fundamentales de la teoría estructural.

En el nivel filosófico, la aproximación estructural enfoca su atención no sobre objetos particulares, sino sobre ciertas relaciones relevantes entre objetos cualesquiera, i.e. entre *estructuras* que pueden ser "llenadas" de múltiples formas. El antecedente de las geometrías proyectivas buscaba ilustrar este punto, generalizándose para el caso de teorías de cualquier tipo (no sólo geometrias) en la ya citada afirmación de Hilbert: "Toda teoría es sólo un andamio o esquema de conceptos junto con sus necesarias relaciones mutuas, y los elementos básicos pueden concebirse de cualquier forma que uno desee" [citado en (Torretti, 2010)]. Así espero que quede demostrado que la teoría estructural puede cumplir con el criterio de invarianza permutacional. Si se considera este criterio como *necesario* para dar cuenta de la logicidad, entonces mucho mejor para la teoría estructural. Si se considera *insuficiente* (como podemos razonablemente asumir desde la literatura contemporánea), entonces más relevancia adquiere la teoría estructural, al intentar cerrar la brecha que este criterio de invarianza permutacional parece dejar en la articulación de la noción de logicidad, aceptando que la invarianza permutacional es parte de la historia, pero no lo es todo.

4.4. Ventajas sobre la Concepción Gramatical

Recordemos por un instante las dos objeciones presentadas a la idea que identifica formalidad con *gramática*$_3$. La primera objeción consistía en exigir una justificación no-pragmática de la delimitación entre las palabras peculiarmente lógicas ("y", "o", "si.. entonces", etc.) y los términos temáticos, i.e. el lexicón. La segunda objeción, más fuerte, buscaba mostrar que la distinción entre términos lógicos y lexicón no resiste un examen profundo, puesto que los términos lógicos, al igual que los no-lógicos, tienen un contenido. Negar que lo tengan, i.e. pensar que los términos lógicos abstraen completamente el contenido, lleva a conclusiones inaceptables, como no poder distinguir (aparte de la mera diferencia iconográfica) entre, por ejemplo, $\ulcorner\forall x\Phi\urcorner$ y $\ulcorner\exists x\Phi\urcorner$ (Sección 2.2.3).

La teoría estructural escapa a estas objeciones por dos razones, una para cada objeción. La primera es que dicha teoría no identifica la delimitación de ciertos términos u operadores con la delimitación de la lógica misma; la noción de logicidad[7] es *independiente* de los operadores lógicos tradicionales, y hasta cierto punto previa a ellos, en el enfoque estructuralista. Como Damnjanovic acertadamente anota, "[la visión estructural] asume que hay principios que gobiernan la implicación (esto es, la inferencia) que son separables de aquellos que involucran operaciones lógicas particulares" (Damnjanovic, 1994). Podría quizá objetarse que la teoría estructural realmente no elimina la referencia a términos lógicos, sino que define los operadores tradicionales en función de un operador "básico", a saber, la implicación. Sin embargo, la carga de la prueba la tiene el objetor, pues debe demostrar en qué sentido es posible considerar la relación estructural de implicación como un "operador". Considero que cualquier esfuerzo en esta dirección será en vano, pues dicha implicación estructural no está caracterizada en términos de ser una función veritativo-funcional, ni de ser un conector de enunciados, ni de ser un objeto sintáctico, condiciones todas típicas de la caracterización ortodoxa de las "constantes lógicas", "palabras lógicas", etc.

La segunda razón consiste en que no hay ningún compromiso semántico, por parte de la teoría de Koslow, cuando de los operadores lógicos se trata. Digo que no hay tal compromiso pues los elementos de S sobre los cuales se da o no se da la relación de implicación no necesariamente deben entenderse ni como objetos puramente sintácticos (la posición russelliana) ni como objetos con carga semántica (*truth-bearers*; la posición fregeana). Si bien está libre de este tipo de compromisos, ciertamente es fácil notar que la teoría estructural está más cerca del vecindario fregeano, pues si bien los elementos de S

[7]Es decir, la concepción estructural de la formalidad.

pueden no ser propensos a tener contenido semántico (pueden ser, por ejemplo, "partes" mereológicas), tampoco se descarta que no puedan serlo. Un subconjunto de S podría perfectamente consistir de dichos elementos, mientras que los demás elementos pueden tener otro carácter radicalmente distinto. En este caso, la teoría estructural empata con la tesis según la cual son los patrones de inferencia de un término los que determinan su significado (contenido semántico), pues la noción de inferencia es natural e intuitivamente asimilable con la noción de implicación.

4.5. Ventajas sobre la Concepción Sintáctica

En la Sección 2.3. vimos que la concepción sintáctica de la formalidad adolecía de dos problemas. Por una parte, era insuficiente para demarcar la lógica de las demás ciencias, en tanto que puede haber no sólo sistemas sintácticos de lógica, sino también puede haberlos de física, geometría, etc. Por otra parte, si se entendía la noción sintáctica como abstrayendo completamente el contenido de los conceptos y términos de la lógica, entonces no habria razones para mantener que las reglas sintácticas de manipulación son *realmente* reglas lógicas -p. ej. no habría cómo justificar que la regla sintáctica "Cada vez que $p \supset q$ y p, se puede escribir q" *denota* la regla de inferencia lógica conocida como *modus ponens*.

La teoría estructural una vez más escapa a estos problemas. La razón reside en que en la estipulación de las seis condicioes estructurales que definen la relación de implicación, no se condiciona en ningún momento que los elementos de S deban ser "objetos sintácticos", ni que la relación sea ella misma una relación sintáctica (no es un *formula-building operator*), ni tampoco que las implicaciones de los operadores (sus reglas de introducción y de eliminación) sean reglas de manipulación de símbolos. Tampoco se condiciona la relación de implicación a un *lenguaje* (sea natural o artificial), ni se confunde "implicación" con "derivabilidad", "provabilidad" y demás conceptos típicos de la teoría de prueba, donde los métodos sintácticos prevalecen sobre los semánticos (e.g. teoría de modelos). Este carácter abstracto, como vimos en el capítulo precedente, es la superación, por parte de Koslow, del "viejo dogma" en la filosofía de la lógica ortodoxa. En efecto, Koslow nos incita a otorgarle a la lógica un carácter mucho más abstracto a su relación con el lenguaje, tanto sintáctica como semánticamente. La motivación para dar este paso no tiene sólo un interés filosófico -expandiendo la *generalidad* de la lógica mucho más allá de los límites tradicionales- sino también uno histórico: si nos limitamos a entender la lógica como operante sólo sobre objetos sintáctico-semánticos, la posibilidad de articular la lógica intuicionista (en la formulación de Heyting) sería descartada en principio:

> Todas estas posibilidades son descartadas en principio por una doctrina que insiste en que los operadores lógicos están restringidos a oraciones, enunciados, o proposiciones (que se asume tienen valores de verdad). La teoría estructural que hemos descrito no nos exige ser tan dogmáticos en los asuntos lógicos. Hay muchas estructuras implicacionales. La lógica intuicionista es una muy importante, así como sus versiones históricas. Lo que necesitamos es una teoría que, por razones doctrinales, no expulse estos ejemplos de nuestra tradición lógica. La teoría estructural es una posible teoría tal. (Koslow, 2007)

Vale la pena notar que esta motivación histórica está alimentada por la idea de que los límites de la lógica no deben excluír ciertos elementos putativos de la escuela intuicionista; independientemente de si es o no válida esta idea, es clara la referencia al problema de la demarcación de la lógica como influyendo las ideas de la teoría estructural. Damnjanovic, en su reseña de Koslow, recoge de manera clara la exhortación a abandonar el "dogma linguístico", como he decidido denominar dicha tesis, cuando afirma:

> La lógica debería ser en principio desprendible [*detachable*] de la sintaxis, y las operaciones lógicas deberían ser caracterizables sin

> referencia a ningún ítem linguístico específico, en particular a formas "objetificadas" de dichas operaciones como nos son dadas en las formulaciones '(A $\wedge$ B)', '$\neg$A', '$(\forall x)Ax$'y semejantes.(Damnjanovic, 1994)

4.6. Ventajas sobre la Concepción Esquemática

Los problemas que aquejaban la concepción esquematica de formalidad eran tres, cada uno más grave que el otro. El primero consistía en el problema de demarcar (con motivación y justificación filosófica, no por simple *fiat*) los componentes esquemáticos de los no-esquemáticos, i.e. distinguir entre los *place-holders* y los *no-place-holders*. Este problema es reminiscente del principal problema de la concepción gramatical, e igualmente grave para la concepción esquemática; sin embargo, mostré que esta última puede escapar dicha objeción mediante una maniobra que explota la definición de "esquema" (Sección 2.4.3.). El segundo problema llamaba la atención sobre el hecho de que, en la historia de la lógica, los esquemas pueden ser fácilmente reemplazables si se permite la expansión de la lógica a un segundo orden, i.e. cuantificación sobre individuuos así como sobre predicados; sería entonces extraño afirmar que la lógica es formal en tanto esquemática sin que sea siquiera necesario emplear esquemas. El tercer problema, originado por la maniobra para escapar del primero, es el más grave de todos: puesto que la carga de un esquema con sólo letras esquemáticas[8] recae en su totalidad sobre la instrucción/condición para llenar el esquema, *cualquier* cosa puede decirse que "es formal" o "se sigue formalmente" siempre y cuando cumpla la condición, i.e. se llene de acuerdo a las instrucciones. Dado que hay condiciones/instrucciones que sabemos intuitivamente son lógicamente *buenas* o *malas*, la concepción esquemática es insuficiente para demarcar la lógica en tanto no impone condiciones ulteriores sobre cuáles instrucciones/condiciones son válidas y cuáles no. La simple apelación a la esquematicidad es sólo un recurso que debe ser complementado

[8]Esta única variedad de términos en un esquema es lo que permite escapar a la objeción sobre la demarcación entre términos esquemáticos y términos no-esquemáticos.

por algo más "profundo" tal que distinga los esquemas lógicamente apropiados de los que no. Por lo tanto, la verdadera demarcación en lógica no viene de la apelación a esquemas, sino de lo que sea que regula su uso.

La teoría estructural, al igual que con las objeciones a las demás concepciones, escapa de estos problemas. No se ve afectada por la primera objeción en tanto no necesita distinguir entre dos tipos de términos especiales (Sección 4.5.); considero así mismo que escapa a la segunda objeción, puesto que no *necesitamos* realmente los conceptos estructurales (estructura implicacional, relación implicacional) para hacer lógica. En efecto, lo cautivador de la teoría de Koslow no es proponer un sistema axiomático novedoso, con resultados técnicos igualmente nuevos, ni una forma de hacer lógica con herramientas radicalmente distintas a los tradicionales operadores lógicos. Por el contrario, la teoría de Koslow puede verse como una manera distinta de ver los resultados y técnicas familiares en lógica, tal como Van McGee lo reseña:

> Los teoremas de Koslow, aunque nuevos [en su formulación], pocas veces sorprenden. La mayoría del tiempo, los resultados que obtiene son precisamente los que uno hubiese esperado. En efecto, una fuente principal del encanto considerable de su libro es la derivación de tan rica variedad de resultados completamente familiares a partir de suposiciones tan naturales y afables. Ver un edificio tan agraciado construido a partir de una base tan simple es fascinante. (McGee, 1993)

En otras palabras, es posible hacer y entender la lógica como tradicionalmente se ha hecho, a través de los operadores lógicos tradicionales y las referencias tanto sintácticas como semánticas. La teoría estructural lo que nos permite hacer es ir un paso más atrás de la tradición, permitiéndonos entender qué es lo que hace que los operadores tradicionales sean operadores lógicos en primer lugar. En efecto, al realizar su caracterización estructural de los operadores lógicos, Koslow no se ve dando definiciones de "Conjunción", etc., sino más bien se ve a sí mismo como enunciando las condiciones que algo debe cumplir para ser conjunción, disyunción, etc. (Koslow, 1992, pp. 4). La teoría estructural no es entonces necesaria para *hacer* lógica, pero si relevante para *entender* la lógica; en esta monografía sólo nos interesa entender la *formalidad* de la lógica desde la perspectiva estructural. La concepción esquemática, por otra parte, no es necesaria para hacer lógica pero tampoco es relevante para entender la formalidad de la lógica, como se demostró en esta sección y en la sección 2.4.3.

La tercera objeción presenta un reto filosóficamente más interesante a la teoría estructural. Este reto puede presentarse mediante las siguientes preguntas: ¿Por qué se postulan las seis condiciones enunciadas en la Sección 3.2.1. como definiendo la relación de implicación? ¿Qué intuiciones capturan dichas condiciones? ¿Acaso son arbitrarias? Estas preguntas las trataremos con más detenimiento en la Sección 4.8. Por ahora es claro que si la teoría estructural busca dar cánones de formalidad del tipo que nos interesa en esta monografía (ver Sección 1.3.), las condiciones que definen uno de sus conceptos centrales no deben ser presentadas a manera de *fiat*, sino que deben tener una motivación o justificación, p. ej. capturan nuestras intuiciones sobre lo que la implicación lógica debería ser, explican los casos donde intuitivamente sabemos que no hay implicación lógica (las falacias informales), etc.

4.7. Formalidad$_1$: Frege y MacFarlane

En su tesis doctoral, MacFarlane distingue entre tres nociones "densas" de formalidad que, a diferencia de las concepciones gramatical, sintáctica y esquemática, sí son candidatas para demarcar la lógica en función de su carácter formal. Una de estas nociones densas, que de hecho MacFarlane considera la más relevante de las tres, es la que denomina $formalidad_1$:

F$_1$: La lógica es formal en tanto es constitutiva del pensamiento de objetos en general; en otras palabras, para que algo cuente como pensamiento de objetos (independientemente del tipo de objetos), debe poderse evaluar [*assess*] a la luz de las leyes de la lógica.

MacFarlane identifica esta noción de formalidad como la que autores como Frege y Kant emplean para *demarcar* la lógica, y es central en numerosos debates filosóficos fundamentales, como p. ej. aquel sobre la analiticidad de la matemática y el fundamento filosófico del programa logicista. No es difícil enteder por qué, para Kant, la lógica debe ser $formal_1$: dado que la lógica general[9] es necesaria para poder *pensar* objetos (independientemente de que la Sensibilidad sea necesaria para que nos sean *dados* los objetos), es entonces independiente de la especificidad de los objetos y constituye las leyes más puras y generales del pensar. Para Frege, la lógica es $formal_1$ por razones más cercanas a su concepción de la lógica y la matemática, junto con su teoría de la referencia y la verdad. En sus *Grundgesetze der Arithmetik* afirma:

> Cualquier ley que afirme lo que es, puede concebirse como prescribiendo que uno debe pensar en conformidad con ella, y es por ende en un sentido una ley del pensamiento. Esto vale para las leyes de la geometría y la física no menos que para las leyes de la lógica. Estas últimas tienen un derecho especial para el nombre 'leyes del pensamiento'sólo si queremos decir que son las más generales entre las leyes, que prescriben de manera universal la manera en que uno debe pensar si uno va a pensar en absoluto. (Frege, 1893/1903)

Valiéndose de la generalidad ($formalidad_1$) de la lógica, induce la discusión logicista al notar que las leyes de la aritmética comparten el carácter de ser normativas respecto al pensamiento de objetos en general:

> Aquí, tenemos que simplemente intentar negar cualquiera de ellas [las leyes de la aritmética], y se generará confusión completa . Incluso pensar en absoluto no parece ya posible. Pareciera que las bases de la aritmética yacen más profundo que las de cualquiera de las ciencias empíricas, e incluso que las de la geometría. Las leyes de la aritmética gobiernan todo lo que sea numerable. Este es el dominio

[9]Kant distingue entre lógica general y lógica especial distinguiendo entre las leyes para pensar objetos *en general* y leyes para pensar objetos *particulares*.

> más amplio de todos; pues no sólo cubre lo actual, no sólo lo intuible, sino *todo lo pensable*. ¿No deberían las leyes del número, por ende, estar conectadas íntimamente con las leyes del pensamiento? (Frege, 1893/1903).

La importancia de la concepción de $formalidad_1$ nos lleva entonces a preguntarnos si, en algún sentido, las condiciones estructurales pueden tomarse o considerarse como leyes del pensamiento de objetos en general, i.e. como $formales_1$. De lograrse esta conexión, la concepción estructural, en relación con la tarea de demarcar la lógica en virtud de su formalidad, habrá tenido un éxito casi completo. MacFarlane no explora la posibilidad de que reglas tipo Gentzen (análogas, *mutatis mutandis*, a las condiciones estructurales de Koslow) puedan tomarse como leyes del pensamiento fregeanas o kantianas; decide relegar esta tarea a futuras investigaciones:

> [...] creo que las demarcaciones que apelan a "definiciones inferenciales", tomando las constantes lógicas como aquellas expresiones que pueden introducirse en un lenguaje por un conjunto de reglas de Introducción y Eliminación [...], pueden provechosamente concebirse como demarcaciones de la lógica por su $formalidad_1$. En estas aproximaciones, uno comienza con un conjunto de *reglas estructurales* que gobiernan enunciados independientemente de sus estructuras internas [...]: reglas como la transitividad [...] o la dilución [...]. Estas pueden plausiblemente tomarse como "reglas del pensamiento *en cuanto tal*", independientemente del tema o vocabulario especial. (MacFarlane, 2000)

Considero que es es muy difícil entender las condiciones estructurales como leyes constitutivas del pensamiento en cuanto tal. El hecho de que en la caracterización de estas condiciones no se recurra en ningún momento a las nociones de verdad, inferencia, racionalidad, etc., nos lleva a pensar que cualquier tesis que busque vincularlas con leyes normativas del pensamiento será realmente una adición que la teoría estructural puede o no tener. En otras palabras, la teoría estructural es *independiente* de posibles atributos epistemológicos, metafísicos o semánticos que se le quiera otorgar: se mantiene por sí sola, así como el concepto de formalidad que creo puede extraerse de ella.

La estrecha conexión en Frege entre Lógica y Verdad explica por qué éste podía sostener que la lógica es relevante para el proceso de formación de creencias racionales: si el objetivo primordial de la formación de una creencia racional es formar creencias verdaderas, y si la lógica estipula cánones relevantes para la preservación de la verdad, entonces naturalmente la lógica es relevante para el proceso de formación de creencias. Koslow no está comprometido con ninguna tesis substancial acerca de la verdad, el razonamiento, o la inferencia[10] entre creencias. Puede que quizás la teoría estructural permita formar estructuras que se *comportan como* asignación de valores de verdad, inferencias entre creencias, etc., pero esto, evidentemente, no es lo que permite entender la lógica estructural como formal. Sus posibles aplicaciones son independientes de los conceptos fundamentales que la definen como lógica. En la perspectiva estructural, "leyes del pensamiento" podría considerarse como una posible aplicación de la teoría estructural, pero inclusive si se logra articular dicha posición coherentemente, es claro que no es el *rasgo definitorio* de la formalidad de la lógica (en el marco estructural).

Soy pesimista respecto a la posibilidad de articular esa posición, pues en ninguna parte Koslow considera las seis condiciones estructurales como "necesarias", "*a priori*", etc. De hecho, explora lo que él denomina lógicas subestructurales, donde alguna de las seis condiciones se viola (Koslow, 2007), y argumenta contra la posición según la cual las reglas estructurales son conocidas *a priori* (Koslow, 1999). La situación es análoga, hasta cierto punto, a la relación entre geometría euclideana y geometrías no euclideanas: si bien en las últimas no se cumplen ciertos axiomas de la primera, no por eso dejan de ser geometrías. En el caso de la teoría estructural, ciertos sistemas donde se viola la condición de, p. ej., Dilución,[11] no implica necesariamente que dicho

[10]En efecto, como ya mencioné en el capítulo anterior, "implicación" e"inferencia" no son términos equivalentes.

[11]La regla según la cual añadir un elemento al antecedente de una implicación no la invalida. Un candidato posible de una subestructura sin Dilución es la lógica no-monotónica,

sistema no sea una estructura lógica. Podría mostrar que es una subestructura menos formal que la lógica hasta el punto de considerarla mejor un fragmento de las matemáticas que parte de la lógica propiamente. La formalidad, considero, es un concepto que es más apropiado tomarlo como gradual; lo cual no necesariamente implica que no haya una demarcación substancial. Después de todo, hablar de variaciones o grados requiere un marco conceptual en el cual haya algo fijo contra el cual contrastar las variaciones o los grados. Para una exploración a fondo de estas lógicas subestructurales, véase (Koslow, 1999, Secc. 2.2.).

4.8. Implicación y Lógica

Examinemos ahora dos puntos clave. Primero, veamos por qué la noción de implicación puede entenderse como central en lógica, ya que es el concepto principal de la teoría estructural y el que nos permite entender la teoría estructural como una teoría *de la lógica*. En seguida, analizaremos qué tienen las seis condiciones estructurales tales que son suficientes para capturar nuestras concepciones preteóricas sobre la implicación. Esto con el fin de justificar dichas condiciones, librándolas de la posible acusación de arbitrariedad.[12]

En los manuales de lógica tradicionales, el *modus operandi* de la presentación de temas es el siguiente: primero se motiva la investigación en términos de *argumentos* o *inferencias* que sabemos son válidas (en un sentido intuitivo), empleando usualmente la noción semántica de verdad ("si las premisas son verdaderas, entonces la conclusión es verdadera"). A continuación se define un lenguaje articial, junto con el vocabulario especial lógico, i.e. los operadores tradicionales. Hasta este punto, tardío en la exposición, suele introducirse las nociones de "implicación lógica" y "consecuencia lógica", estando la primera vinculada a métodos de prueba *sintácticos* (explotando los recursos del lengua-

donde añadir un elemento nuevo al antecedente de la implicación puede invalidarla.

[12]En efecto, si las codiciones estructurales son estipuladas arbitrariamente, a manera de *fiat*, y se supone que demarcan la lógica en función de su formalidad, entonces la demarcación de la lógica sería igualmente arbitraria, perspectiva que rechazamos como fundamentalmente inadecuada en el debate en torno a la demarcación y formalidad de la lógica (Sección 1.1-1.3).

je artificial) y la segunda a métodos de prueba *semánticos* (tablas de verdad, tableaux, etc.).

En el orden de la exposición, las nociones de implicación vienen mucho más tarde. Además no es claro, al menos en la presentación usual de los manuales de texto, si el tema central de la lógica puede decirse que es la *implicación* o la *verdad lógica*. La razón de la confusión reside en que es común hallar caracterizaciones de ambas nociones una en términos de la otra y viceversa. Por ejemplo, consideremos el siguiente enunciado:

$$(P \vee Q) \wedge \neg P \vdash Q$$

De este enunciado suele decirse que es una *verdad lógica*, otras veces denominada “tautología”. Es entonces un enunciado verdadero, y algunos consideran que el estudio de la lógica es el estudio de enunciados lógicamente verdaderos. Sin embargo, también puede decirse que el enunciado denota una relación de implicación válida entre una premisa y una conclusión, y que el estudio de la lógica no es el de enunciados tautológicos sino el de la implicación lógica entre enunciados. Por ejemplo, hacia 1903 Russell sostuvo que la implicación era esencialmente un indefinible en lógica:

> Una definición de implicación es imposible. Si p implica q, entonces si p es verdad, q es verdad, i.e. la verdad de p implica la verdad de q; de igual manera, si q es falso, p es falso, i.e. la falsedad de q implica la falsedad de p. Por lo tanto, verdad y falsedad nos dan simplemente nuevas implicaciones, no una definición de implicación (Russell, 1938).

El equívoco reside en que dicha implicación lógica entre enunciados suele entenderse ella misma como un enunciado verdadero. La teoría estructural nos permite librarnos de esta forma de entender la implicación lógica, al no apelar a las nociones de verdad ni falsedad en su caracterización de la implicación.

A diferencia de la presentación en los libros de texto, la teoría estructural invierte el orden de exposición tradicional; comienza con una caracterización de la relación de implicación que no presupone ningún vocabulario especial de un lenguaje artificial, ni apela a la noción de verdad, validez, consecuencia, etc. Sólo eventualmente la teoría muestra cómo estos elementos pueden construirse dentro de ella como una *aplicación* de los principios algebraicos estructurales.

Que la implicación es el tema central de estudio de la lógica no es una afirmación polémica, espero. Ciertamente está implícita en la motivación usual de los manuales de lógica al distinguir entre argumentos e inferencias *válidos* e *inválidos*. El mismo desarrollo axiomático, que tanto logicistas como formalistas e intuicionistas emplean, hace evidente que es la implicación el objeto de estudio primordial de la lógica, al ocuparse de las *consecuencias lógicas* de un conjunto de axiomas, de los teoremas que *se siguen* de los axiomas, de los métodos mecánicos para *probar* un enunciado a partir de otro; nociones todas implicacionales. Si el interés del lógico fuese simplemente la verdad lógica, i.e. las tautologías, bastaría con que elaborase una lista infinitamente larga de tautologías. Lo realmente interesante en la lógica no es un conjunto de enunciados lógicamente verdaderos, sino aquellos principios o leyes que explican y regimentan dicho tipo de verdades. Esta situación es similar a aquella en filosofía de la ciencia natural, donde es ya una ortodoxia afirmar que el objeto de estudio de la ciencia no es la ocurrencia de fenómenos de cierto tipo, sino las leyes o principios que regulan dichos fenómenos. Un argumento más riguroso y técnico puede encontrarse en un artículo de Jonathan Seldin, quien elabora una prueba elegante, empleando el cálculo de deducción natural, de que es la implicación, y sólo ella, la que "carga la fuerza lógica de un sistema de lógica formal" (Seldin, 2000). Su demostración consiste en elaborar un sistema sin las reglas para la implicación; el resultado es un sistema demasiado débil hasta el punto de ser inútil para evaluar deducciones que sabemos son intuitivamente válidas.

Ahora ocupémonos del segundo punto a tratar, a saber, la justificacón filosófica de las seis condiciones estructurales. La preocupación primordial de Koslow [en (1992)] no es tanto proponer unos nuevos fundamentos filosóficos para la lógica como más bien articular una teoría matemáticamente sofisticada e iluminadora; por esta razón, las seis reglas estructurales no reciben mayor motivación filosófica, sino una mención más bien técnica al trabajo de Gentzen. Por su parte, Gentzen consideraba sus reglas estructurales (en especial Dilución y Substitución) como reglas de inferencia de una generalidad tal que valen para cualquier secuencia $A_1, ..., A_n \Rightarrow B$ sin importar la complejidad interna de cada elemento de la secuencia. Es imposible intentar justificar *completamente* cada regla de inferencia, pues éstas buscan capturar, no tanto definir o introducir, nuestras ideas preteóricas sobre lo que la inferencia y la implicación deberían ser. Es esta conexión con nuestras concepciones intuitivas la que, en parte, exime a las condiciones estructurales de la acusación de arbitrariedad. Hasta cierto punto, lo único que nos quedaría para justificar dichas reglas es el sentido común.

Una analogía bastará, espero, para justificar la pretensión de las seis reglas estructurales a representar lo que una implicación o inferencia debería ser. La analogía se vale del término “inferencia”, pero debe tenerse en cuenta que la teoría de Koslow no se basa ni es acerca de un “proceso” por parte de un agente cognitivo.

Supongamos que la acción de inferir A de Γ es análoga a la acción de escoger una balota A dado un conjunto de balotas Γ (sin ningún orden peculiar) que puede ser vacío (o un *singleton*). Entonces las seis condiciones podrían caracterizarse análogamente de la siguiente manera:

- **Reflexividad**: Dada una balota A, puedo escoger A.
- **Proyección**: Dadas las balotas $A_1, ..., A_n$, puedo escoger alguna entre ellas (algún $k = 1, ..., n$).
- **Simplificación**: Si de un conjunto de balotas (con una repetida) puedo escoger una balota determinada A, entonces también podré hacerlo sin la balota repetida.
- **Permutación**: Si de un conjunto de balotas Γ puedo escoger una en particular, A, entonces también puedo escogerla si el orden del conjunto cambia.

- **Dilución**: Si de un conjunto de balotas Γ puedo escoger una en particular, A, entonces todavía podré escogerla si se añade una balota nueva B.
- **Subsistución** (Cut): Si de un conjunto Γ de balotas puedo escoger un subconjunto B, y si de ese subconjunto puedo escoger una balota en particular A, entonces puedo escogerla del conjunto que contiene a Γ y B.

Puesto en términos de inferencia, la cual se entiende es una acción que le es *permitida* o *vedada* a un agente cognoscente, podría quizás elaborarse un caso fuerte según el cual estas condiciones son 'leyes del pensamiento'. Sin embargo debemos recordar que en Koslow dichas condiciones buscan únicamente estipular lo que una relación entre dos objetos cualesquiera (sintácticos o no) ha de cumplir para entenderse como una relación de implicación, sin referencia alguna a acciones o agentes. Como ya vimos antes (Sección 4.7.), la teoría estructural se sostiene por sí sola; no necesita una base metafísica (tipo Frege) o epistemológica (como en Kant) para dar cuenta de la formalidad de la lógica-como se vió en las Secciones 4.1-4.6.

Para resumir, el que la teoría estructural de Koslow emplee como concepto fundamental la implicación facilita entenderla como una teoría lógica, si bien no *peculiarmente* lógica. En otras palabras, el que la teoría estructural se ocupe de la implicación no es arbitrario ni accidental; la intuición de que en lógica se estudian cierto tipo de implicaciones o inferencias siempre ha estado ahí. Sin embargo, lo que la teoría estructural nos permite es una manera de entender la implicación tal que *demarca* la lógica en función de su carácter formal, i.e. provee una conceptualización de la noción preteórica de implicación tal que *formaliza* su estudio; y este estudio no es otro que el del lógico. Esto permite entender la tesis según la cual las demás ciencias se ocupan de implicaciones o inferencias de otro tipo, i.e. no formales, sino "substanciales" o "materiales" (p. ej. el que esta reacción química produzca este color *implica* que este elemento es una base, un ácido, etc.).

4.9. Lógica, Lenguaje y Verdad

Una de las posibles objeciones de mayor calibre filosófico que podría hacerse a la teoría estructural es denunciar su carácter altamente abstracto. Abstrae tanto, podría pensarse, que desconecta la lógica de todo aquello a lo que (tradicionalmente) ha estado conectado, a saber, el lenguaje, la verdad y el "buen" razonamiento. Argumentaré que en este caso (i) existe aún una conexión (si bien más débil) entre la lógica estructural y la verdad, el lenguaje y el razonamiento, (ii) la carga de la prueba está en el objetor, i.e. no es evidente que la lógica *deba* entenderse necesariamente como esencialmente conectada con dichos conceptos (motivaré las dudas), y finalmente (iii) la objeción se reduce a reiterar las posiciones ortodoxas, criticadas de alguna manera en el primer capítulo, por lo que no son conclusivas. La relación de la lógica con los conceptos de verdad y razonamiento válido es históricamente recurrente, datando desde los tiempos de la Grecia de Aristóteles,[13] por lo que es necesario aclarar en alguna medida el caso de la teoría estructural en relación con ellas para otorgarle un lugar históricamente motivado a dicha concepción estructural. Si bien la conexión de la lógica con el lenguaje ha sido más explícita desde los positivistas lógicos[14], es importante explorar esta relación desde la perspectiva estructural, ya que es la posición contemporánea por excelencia en filosofía de la lógica.

La teoría estructural retiene una conexión con la verdad mediante el expediente presentado en la Sección 3.6. La conexión es "débil" en el sentido de que mediante dicho expediente podemos "simular" la función de asignación de valores de verdad sin compromisos substanciales respecto a la verdad, a los portadores de la verdad (*truth-bearers*) ni al significado (sea este entendido como el *Sinn* o el *Bedeutung* fregeano). La simulación técnica que el expediente permite se condiciona sobre un conjunto especial de objetos que puede o no existir (el conjunto Pr de predicados o proposiciones), por lo que en un sentido la teoría estructural nos permite obtener todo lo que la lógica russelliana-fregeana

[13]Véase (Kneale y Kneale, 1962, Ch. 1-3)

[14]Ya en Kant y Leibniz podrían hallarse referencias a una relación entre lógica y lenguaje; p. ej., ambos modelan su lógica a partir de la estructura de los juicios sujeto-predicado.

provee, pero sin necesidad de adoptar las tesis substanciales en torno a la verdad, la referencia y el significado. Como ya mencionamos, dichas tesis pueden ser añadidas a la teoría estructural, p. ej. estipulando que el expediente de la Sección 3.6. *realmente* asigna funciones de verdad que mapean predicados (o proposiciones) al conjunto cuyos miembros son Lo Verdadero y Lo Falso. Independientemente de estas adiciones, la teoría estructural opera según la descripción de Koslow y alcanza los mismos lugares con o sin ellas. La máxima de Ockam, si la fuésemos a aplicar en asuntos lógicos (¿por qué no?) nos exhorataría a deshacernos del equipaje metafísico o epistemológico innecesario.

La objeción de que la teoría estructural desconecta la lógica del lenguaje formaría su caso en torno a la caracterización estructural de los operadores lógicos tradicionales. Si asumimos el slogan carnapiano de que definir es eliminar, en tanto la teoría estructural define los conectores lógicos en función de su comportamiento respecto a la implicación, entonces se elimina la referencia a un "lenguaje lógico". Con esta eliminación, se desecha de paso la conexión entre el lenguaje artificial y el lenguaje natural, poniendo en cuestión la posibilidad de entender la lógica ("formal") como normativa respecto al lenguaje -e inclusive respecto al pensamiento, evocando al Wittgensein del *Tractatus*. Sin la referencia al lenguaje, no es claro que siquiera estemos aún hablando de lógica en la teoría estructural.

Dos problemas aquejan esta línea de argumentación. En primer lugar, la teoría estructural no busca definir los operadores tradicionales, haciéndolos dispensables respecto a la lógica.[15] La caracterización estructural no define la conjunción "$\wedge$", sino que provee las condiciones que *algo* debe cumplir para contar como conjunción. El conector "$\wedge$" es sólo un caso de algo que cumple las condiciones. Como vimos en la sección 3.5.1, la operación de intersección entre conjuntos también las cumple. Las condiciones estructurales no son entonces tanto una definición de algún termino en particular, sino las que permiten entender la *función* lógica de tal o cual término en relación con las implicaciones que permite o no. No se sigue de la caracterización estructural que la lógica

[15]Los puede hacer dispensables en el entendimiento de la formalidad de la lógica, pero no necesariaente en el desarrollo técnico de ésta.

puede dispensar de los operadores lógicos tradicionales; de hecho Koslow considera que su teoría estructural es una teoría de la lógica en tanto permite una caracterización de dichos operadores. El giro consiste en no entender dichos operadores como partículas sintácticas, "palabras lógicas" (en términos de Quine), sino como instancias de una concepción más profunda sobre lo que los operadores son y permiten. El segundo problema del argumento del párrafo anterior consiste en que confunde los lenguajes empleados para estudiar las relaciones lógicas con la lógica misma. Por esta razón, la desconexión es vista con tan malos ojos. Una posible réplica consiste en primero notar que la lógica puede estudiarse a través de lenguajes artificiales, pero los conceptos lógicos no están casados con ninguno en particular. [16] De nuevo, para recordar la anotación de Etchemendy, la lógica es el estudio de lenguajes artificiales tanto como la astronomía es el estudio de telescopios. En segundo lugar, se puede enfatizar que Koslow no condiciona que no pueda haber una referencia a un lenguaje. De hecho, su caracterización de la lógica de predicados de primer orden presupone un conjunto de entidades que llama predicados. La genialidad de Koslow está en evitar entender dichos predicados de tal o cual manera, dentro de tal o cual lenguaje. Sus condiciones valen para cualquier cosa que pase por un lenguaje con predicados de primer orden. La aplicación irrestricta de los mismos conceptos lógicos en distintos discursos o lenguajes encuentra una explicación en la teoría estructural; esta aplicación irrestricta suele entenderse en términos de la formalidad de la lógica; es por esto que la teoría estructural posee una concepción de la formalidad de la lógica más amplia, abstracta también, pero apropiada en relación a lo que tradicionalmente se entiende que le incumbe a la lógica.

Finalmente examinemos la objeción según la cual la aproximación estructural desconecta la lógica, y su normatividad intrínseca, con el razonamiento válido. Esta asociación entre lógica y cánones de razonamiento es, al igual que su conexión con la verdad, de vieja data. De hecho, la caracterización antigüa y medieval de la lógica consistía en entenderla no como una ciencia o tema

[16]Este punto se valdría de la existencia de múltiples notaciones, las cuales no creo deban entenderse como distintas formas de connotar las mismas ideas. Pero este punto requeriría un argumento que escapa los límites de esta monografía.

de estudio en sí misma, sino como una herramienta útil en el razonamiento, el debate y la discusión. Frege la concibió como una ciencia, i.e. como el estudio sistemático de verdades acerca de la realidad, pero aún así consideraba que las leyes lógicas eran, implícitamente, leyes constitutivas del pensamiento como tal -*a fortiori* reglas del pensamiento válido. Haack considera que la aspiración de un sistema formal a ser una lógica reside en la posibilidad de interpretarlo como encarnando cánones de razonamiento válido (Haack, 1978). En varios manuales contemporáneos, la conexión es clara. En su Introducción a su manual *Language, Proof and Logic*, Barwise y Etchemendy enuncian esta relación de la siguiente manera:

> ¿Qué tienen los campos de la astronomía, economía, finanzas, derecho, matemáticas, medicina, física y sociología en común? No mucho en relación al tema. Aún menos en relación al método. Lo que tienen en común, entre ellos y muchos otros campos, es su dependencia en un cierto estándar de racionalidad. [...] En otras palabras, todos estos campos presuponen una aceptación implícita de los principios básicos de la lógica. Toda la investigación racional depende de la lógica, en la habilidad de las personas de razonar correctamente la mayoría del tiempo, y cuando fallan en razonar correctamente, en la habilidad de otros para señalar los agujeros en su razonamiento. (Barwise y Etchemendy, 1999)

La teoría estructural puede defenderse de la acusación según la cual pierde de vista el vínculo entre lógica y razonamiento mediante dos argumentos. El primero consiste en notar que, al igual que con la verdad, hay una conexión entre la teoría estructural y el razonamiento, sólo que más débil. Una forma que asume esta conexión está en entender ciertos operadores de la lógica epistémica como no siendo extra-lógicos (i.e. no siendo especiales respecto a su aplicación restringida al estudio de las creencias), sino como teniendo un carácter lógico completo. Este fue el punto de la discusión en la Sección 3.5.3. Otra conexión que ya mencionamos consiste en entender las condiciones estructurales como normas de la inferencia válida (Sección 4.7.). Si bien la normatividad usualmente adscrita a la lógica es muy tenue en la teoría de Koslow, hay razones de principio para dudar que, en primer lugar, la lógica deba tener dicho carácter normativo; lo cual nos lleva al segundo argumento.

¿Es la lógica una teoría del razonamiento correcto? Gilbert Harman (2002) esboza fuertes argumentos contra esta idea, demostrando que dicha identificación exige demasiado de los agentes cognitivos para ser racionales, y es a todas luces una teoría inapropiada para dar cuenta de los comportamientos racionales de los agentes cognitivos. La argumentación de Harman se basa en diferenciar asuntos de implicación de los asuntos de inferencia. Si bien mantiene que la implicación es un tipo de relación entre proposiciones (cosa que Koslow nos permite superar), la falta de normatividad en la teoría abstracta de Koslow es justamente lo que se esperaría de una teoría de la implicación, pero no de una teoría de la racionalidad. El que una proposición A sea *implicada* por otra B no es lo mismo que decir que *deba* inferirse A de B, o que sea irracional no hacerlo. La racionalidad ordinaria, considera Harman, posee factores ajenos a cualquier consideración estrictamente lógica, como recursos, tiempo, intereses, etc:

> Hemos visto que la racionalidad ordinaria no requiere consistencia ni ser deductivamente cerrada. No requiere ser deductivamente cerrada porque no siempre es racional creer algo sólo porque es implicado por las creencias particulares que uno tenga. La racionalidad no requiere consistencia, porque uno puede esr racional a pesar de que haya inconsistencias no detectadas en sus creencias, y porque no siempre es racional responder al descubrimiento de una inconsistencia deteniendo todo lo demás que uno esté haciendo para resolver la inconsistencia. (Harman, 2002)

Esta crítica de Harman es, seguramente, discutible; pero lo que me interesa no es tanto determinar si es o no correcta. Basta para una defensa de la teoría estructural que haya razones para considerar que la lógica y la racionalidad no son conceptos que necesariamente deban ir juntos, o al menos ya no es *obvio* que este sea el caso. Esto nos permite darle el beneficio de la duda a la teoría de

Koslow, al permitirnos considerar la posibilidad de que una teoría de la lógica no tenga por qué ser *ipso facto* una teoría de la racionalidad.

Vimos en esta sección cómo la teoría estructural puede ser defendida de una manera más o menos satisfactoria de tres acusaciones con origen dentro de la tradición en filosofía de la lógica. Esto abre las puertas a una exploración más concienzuda ya no de los fundamentos filosóficos de la teoría estructural dentro del contexto de la historia de la lógica y la filosofía, sino más bien de las consecuencias que pueda tener sobre las concepciones de la lógica, en particular las concepciones que diferencian la lógica de las demás ciencias en virtud de su carácter formal.

En este capítulo intenté mostrar cómo es posible articular varias de las intuiciones tradicionales acerca de la lógica en el marco conceptual de la teoría estructural de la lógica de Koslow. No se limitaron estas intuiciones a aspectos técnicos o no-polémicos, sino que incluyeron aspectos de un claibre filosófico mucho mayor. En el siguiente capítulo recapitularé algunas de las ideas fundamentales recogidas en esta monogra'fia, con el fin de extraer una conclusión general acerca de la posibilidad de una demarcación estructural de la lógica, i.e. sobre la posibilidad de entender las condiciones estructurales como condiciones suficientes y necesarias para dar cuenta del concepto de logicidad en tanto formal.

Capítulo 5

Conclusiones

En esta monografía hemos hecho el siguiente recorrido. En el primer capítulo se motivó la discusión sobre la demarcación de la lógica en tanto formal notando el rol prominente que esta escuela de pensamiento, el hylemorfismo lógico, ha tenido en la historia de la filosofía moderna y contemporánea. El debate en torno a la formalidad de la lógica se identifica con el debate en torno al concepto mismo de logicidad, donde la pregunta guía que se busca responder es nada ma's que aquella que se pregunta qué es la lógica. En el segundo capítulo examinamos tres concepciones estándar sobre la formalidad de la lógica. El resultado del análisis fue que estas concepciones o poseían problemas filosóficos de fondo que deben resolver antes d epoder dar cuenta de la formalidad de la lógica, o simplemente no logran demarcar la lógica en tanto cobijan otras ciencias distintas. En el tercer capítulo presentamos los conceptos fundamentales de la teoría estructural de la lógica de Koslow (1992), en particular la manera como los operadores lógicos tradicionales son entendidos desde dicha perspectiva estructural. Mostramos cómo, bajo dicha caracterización, ciertos operadores tradicionalmente tomados como extra-lógicos son de hecho indistinguibles de los operadores lógicos tradicionales, por lo que la teoría estructural es relevante en torno al debate sobre la demarcaicón de la lógica. Finalmente postulamos un concepto de formalidad bajo el cual la lógica se entiende como formal en virtud de su carácter estructural. En el cuarto capítulo examinamos con algún detalle las credenciales filosóficas de la teoría estructural. mostramos cómo ella es compatible con las intuiciones y propiedades tradicionalemtne adscritas a la lógica, por qué la concepción estructural de formalidad es mejor que las tres concepciones estándar y la defendimos de algunas críticas posibles en su contra.

Algunos puntos interesantes respecto a los alcances de la teoría estructural no fueron examinados en esta monografía. Por ejemplo, la relevancia de la concepción estructural para dar cuenta de la logicidad de múltiples sistemas lógicos inconpatibles entre si. Esta situación es similar al caso de las geometrías no euclideanas; son múltiples sistemas axiomáticos que con inconsistentes entre si, pero todos cuentan como sistemas de geometría. En el caso de la lógica, hay sistemas incompatibles entre si, como por ejemplo la lógica clásica y la lógica intuicionista, o la lógica bivalente y las lógicas polivalentes (o inclusive la lógica cuántica). La perspectiva estructural permite entender no sólo por qué estos sistemas cuentan como lógicas a pesar de las diferencias substanciales, sino que además muestra cómo un sistema contiene a otro (e.g. la lógica intuicionista es más general que la clásica, siendo esta última un caso límite de la primera). Tampoco examinamos la teoría estructural de la lógica modal, la cual es un caso especialmente fascinante de aplicación de la perspectiva lógica en tanto nos permite obtener la misma sistematización kripkeana de las lógicas modales sin necesidad de la semántica de mundos posibles.

Otro punto relacionado con la demarcación de la lógica, que dejamos para eventuales investigaciones, es la relevancia de la concepción estructural para unificar los sistemas de lógica "aplicados" , i.e. la lógica epistémica, la lógica deóntica, la lógica temporal (*tense logic*), la lógica dialógica, la lógica ilocucionaria y la lógica de los interrogativos, entre otros. Conjeturo que la perspectiva estructural permite entender cada uno de estos sistemas como lógicas, en tanto las relaciones de consecuencia en cada sistema cumple las seis condiciones estructurales, i.e. son relaciones de implicación estructural.

La principal conclusión de esta investigación es que concebir la formalidad de la lógica con su carácter estructural es filosóficamente defendible y fascinante. Nos permite obtener todos los resultados usuales que la perspectiva ortodoxa provee,[1] pero escapa las objeciones y tesis substanciales (tanto ontológicas como epistemológicas) asociadas a dicha perspectiva ortodoxa. La demarcación que la concepción estructural permite es una demarcación substancial (*principled*) que tiende a ser más inclusiva que la posición ortodoxa,[2] pero no hasta el punto de trivializar la lógica. Los resultados según los cuales ciertos operadores, comúnmente tomados como extra-lógicos, son caracterizados en la teoría estructural de forma tal que no hay razón para no considerarlos como propiamente lógicos, deben tomarse no como arrojando un manto de duda sobre la aproximación estructural, sino más bien sobre la concepción que excluye dichos operadores; más específicamente, sobre el criterio que se emplea para descartar dichos operadores. Como ya vimos, esa concepción tradicional adolece de problemas que la teoría estructural evita. La demarcación estructural no es así mismo arbitraria: las seis condiciones estructurales no son injustificadas, postuladas a manera de *fiat*, sino que son motivadas desde las intuiciones preteóricas sobre lo que la implicación debería ser. La demarcación estructural cumple, por ende, con los *desiderata* examinados en el Capítulo 1.

Entre una de las mayores ventajas de la perspectiva estructural está su compatibilidad con las tesis inferencialistas, las cuales consideran que la articulación de un concepto en las inferencias que permite es la que determina el contenido de dicho concepto -cf. (Brandom, 2000). Esta escuela de pensamiento vincularía el concepto de implicación e inferencia con programas en lingüística y teorías del contenido, expandiendo la relevancia filosófica de la teoría estructural. Sin embargo, cabe notar que la teoría estructural no *necesita* realmente de estas tesis inferencialistas, o al menos no es evidente que las necesite para, al menos, poder dar cuenta de la noción de formalidad en lógica. Considero que estas tesis pueden llegar a ser necesarias en la exploración de otras facetas de la lógica, e.g. su papel en la epistemología o en una teoría de la racionalidad "ilustrada" (i.e. que no identifica racionalidad y lógica). Sin embargo, para el

[1]Es decir, no es radicalmente revisionista, justo como queríamos que fuese desde el Capítulo 1.

[2]Es decir, no es tampoco radicalmente conservadora. Está, por ende, justo donde queríamos que estuviese: entre un revisionismo radical y un conservatismo dogmático.

objetivo de esta monografía, no hace falta sustentarse en ellas.

¿Qué hemos ganado en filosofía con este examen de la concepción estructural de la formalidad en lógica? Espero que al menos algo de *entendimiento* sobre ésta. El examen sobre el concepto de formalidad nos llevó a considerar como concepto central de la lógica la *implicación* (en lugar de la verdad lógica, *contra* Quine), por lo que hubo un cambio de foco importante respecto al tema de la lógica misma. Sin embargo, este cambio no constituyó una desviación radical de la posición ortodoxa; los resultados técnicos de la lógica se mantienen imperturbados, por lo que la lógica la dejamos tal y como estaba, haciendo de nuevo eco de Wittgenstein.

Otra posible consecuencia filosófica de la propuesta estructural tiene un carácter puramente polémico: puede servir para revivir el debate en torno a las demarcaciones pragmáticas *versus* demarcaciones substanciales. En el debate actual, las demarcaciones substanciales suelen limitarse al caso de la propuesta semántica Tarskiana de invarianza permutacional y sólo marginalmente ha formado parte de la corriente principal en filosofía de la lógica. Ésta se halla más enmarcada dentro del pragmatismo Quineano, según el cual el límite entre la lógica y lo demás es difuso y sujeto a revisión. Las demarcaciones substanciales han sido aquejadas por numerosos problemas; por ejemplo, la invarianza permutacional suele presuponer una concepción de la formalidad como gramatical o sintáctica, debe condicionarse sobre diferentes niveles (permutación de objetos, permutación de predicados, permutación del vocabulario, etc.) y no suele dar cuenta de la logicidad de ciertas nociones, e.g. la identidad. Esto genera dudas razonables sobre la posibilidad de demarcar la lógica substancialmente -es reminiscente de un *esencialismo* anticuado- recibiendo por ende las demarcaciones pragmáticas mayor atención. Estas últimas, además, suelen recibir soporte de otras tesis filosóficas, e.g. el rechazo Quineano de la distinción analítico/sintético, el argumento de Putnam a favor de la revisabilidad de la lógica a la luz de la experiencia, la tesis de Goodman sobre la justificación de la lógica deductiva a partir de prácticas aceptadas *prima facie* como deductivas, entre otras. La concepción estructural puede, si no reivindicar el punto de vista substancial sobre el pragmático, al menos arrojar luz sobre los debates entre la relación de la lógica con los demas conceptos -analiticidad, revisabilidad, justificación epistémica, etc.

¿Es la concepción estructural de la formalidad necesaria y/o suficiente para una demarcación apropiada de la lógica? En esta monografía se muestra que, en general, la concepción estructural es suficiente para producir una demarcación no-ortodoxa, pero no trivial. No es aún claro si sea necesaria, creo que no es fundamental que se considere como una concepción necesaria y dudo que un argumento que busque establecer tal necesidad haga uso más de la teoría estructural que de otras tesis filosóficas substanciales sobre la naturaleza de la inferencia, la implicación, la verdad, etc. No tengo nada en contra de dichas tesis; la metafísica y epistemología de la lógica son áreas filosóficamente tan relevantes como su demarcación. Simplemente no son el enfoque de esta monografía. Ciertamente sería interesante investigar las implicaciones de la teoría estructural de la lógica en asuntos ontológicos, epistemológicos, metafísicos, etc., pero considero que dichas implicaciones son precisamente *consecuencias* o *aplicaciones* de la concepción estructural de la formalidad en lógica; en principio, esta última se vale por sí misma independientemente de su uso en otras áreas de la filosofía cuando de establecer la formalidad de la lógica se trata.

El concepto de formalidad como estructura podría, a simple vista, sonar redundante o inexplicativo. Con un concepto lo suficientemente amplio de "estructura", un adherente de la concepción gramatical podría entender "estructura gramatical"; simpatizantes de la concepción sintáctica podrían entender "estructura sintáctica" y aún otros, convencidos de la aproximación esquemática, podrían entender "estructura esquemática". Ciertamente el término "estructura", "estructural", y demás familiares, sin mayor articulación, comparte la vaguedad inicial del término "formal", vaguedad que precisamente generó la investigación de MacFarlane y la presente. Sin embargo, de manos de Koslow el término "estructura" recibe una articulación algebraicamente precisa y filosóficamente relevante al, por ejemplo, enfocar la atención de la lógica en la noción de *implicación* por sobre la de *verdad lógica*. Dicha caracterización aclara el concepto de "estructura" de forma tal que deja de ser un término inocuo y omipresente para convertirse en un término técnico. Lo que espero haber mostrado en esta monografía es que dicha aclaración y acotación del concepto de estructura puede así mismo aclarar y acotar el concepto de formalidad en lógica de manera lo suficientemente apropiada como para lograr demarcar el campo de la lógica.

Retomemos una pregunta que dejamos mencionada en la Sección 3.7. El carácter algebraico de la teoría estructural de Koslow ¿Implica que la lógica no es fundamento, sino parte de las matemáticas? ¿No quiere entonces esto decir que realmente la lógica no tiene un campo de estudio suyo propio, sino que es asimilable a las matemáticas? Una respuesta a la primera pregunta nos llevaría a un debate con demasiada historia como para referirlo en tan poco espacio. Afortunadamente, no es necesario hacerlo si revisamos una respuesta a la segunda pregunta. La razón consiste en que inclusive admitir que la lógica se debe entender como esencialmente matemática no invalida la pregunta por su carácter formal ni implica que su campo de acción es igual al de las matemáticas, siendo asimilable entonces a ésta. Claramente, hay ramas de estudio de la matemática que parecen ser asimilables, al menos parcialmente, a la lógica si nos atenemos a la demarcación estructural. Sin embargo, no todas las ramas lo son (p. ej. aquellas ramas que operan sobre un conjunto peculiar de elementos cuyas relaciones dependen de la naturaleza de dichos elementos). Decir que la lógica es *parte* de las matemáticas le asigna un lugar a la lógica dentro de la matemática respecto al cual podemos preguntar si tiene límites substanciales, o si simplemente hay una diferencia de grado imperceptible. De encontrarse una razón para delimitar substancialmente el campo de la lógica, podemos entenderla como dominando cierto paisaje peculiar dentro de la matemática y *al mismo tiempo* como general respecto a las demás disciplinas. Si esta demarcación substancial logra articularse coherentemente, cuya posibilidad espero haber al menos sugerido, creo que no debe desestimarse la lógica por simplemente ser parte de otra rama de estudio cualquiera; al contrario, ganaría importancia la matemática teniendo ahora un apoyo sobre el cual elevarse, al menos en lo que a su formalidad respecta, sobre las demás ciencias. La consecuencia natural es considerar los conceptos matemáticos como prominentes, con un rol realmente importante en el pensamiento lógico y la conceptualización científica, y no como un simple método o una rama de estudio cualquiera a la par con todas las demás. Defender una tesis semejante naturalmente escapa los límites de este texto.

No dudo que el tema de la formalidad de la lógica debe tomar un lugar central en la filosofía de la lógica; sin claridad filosófica acerca de esta propiedad universalmente atribuída a una de las disciplinas más antigüas, la solidez y fortaleza inasaltable con la que la solemos asociar no serán más que intuiciones, corazonadas sobre la naturaleza de lo propiamente lógico o, en el mejor caso, *wishful thinking* filosófico. No importa que el debate sobre la formalidad peculiar de la lógica llegue a la conclusión de que no hay tal cosa, confirmando la idea Quineana según la cual la lógica no es (en principio) más formal o revisable que cualquier otra ciencia; después de todo, una respuesta negativa a una pregunta no resta importancia a la pregunta misma. Y esto es especialmente claro en filosofía.

Referencias

Ayer, A. J. (Ed.). (1959). *Logical Positivism.* New York: Free Press.

Barwise, J., y Etchemendy, J. (1999). *Language, Proof and Logic.* New York: Seven Bridges Press.

Belnap, N. D. (1962). Tonk, Plonk and Plink. *Analysis*, *Vol. 22* (No. 6), pp. 130-134.

Blanchette, P. (2009). The Frege-Hilbert Controversy. En E. N. Zalta (Ed.), *The Stanford Encyclopedia of Philosophy* (Fall 2009 ed.). http://plato.stanford.edu/archives/fall2009/entries/frege-hilbert/.

Bonnay, D. (2008). Logicality and Invariance. *The Bulletin of Symbolic Logic*, *vol. 14* (No. 1), pp. 29-68.

Boolos, G., Burgess, J., y Jeffrey, R. (2007). *Computability and Logic* (5th ed.). Cambridge, MA: Cambridge University Press.

Brandom, R. (2000). *Articulating Reasons.* Cambridge, MA: Harvard University Press.

Carnap, R. (1958). *Introduction to Symbolic Logic and its Applications.* New York: Dover Publications.

Corcoran, J. (2006). Schemata: The Concept of Schemata in the History of

Logic. *The Bulletin of Symbolic Logic*, *Vol. 12*(Num. 2), pp. 219-240.

Corcoran, J. (2008). Schema. En E. N. Zalta (Ed.), *The Stanford Encyclopedia of Philosophy (Fall 2008 Edition).* (http://plato.stanford.edu/archives/fall2008/entries/schema/)

Damnjanovic, Z. (1994). Review: A Structuralist Account of Logic. *The Philosophical Review*, *Vol. 103*(No. 4), pp. 709-713.

Dummett, M. (1981). *Frege: Philosophy of Language* (2nd ed.). Cambridge: Harvard University Press.

Enderton, H. (1972). *A Mathematical Introduction to Logic.* New York: Academic Press.

Etchemendy, J. (1990). *The Concept of Logical Consequence.* Cambridge, MA: Harvard University Press.

Frege, G. (1893/1903). *Grundgesetze der Arithmetik.* Jena: Pohle.

Frege, G. (1906). Über die Grundlagen der Geometrie II ("On the Foundations of Geometry: Second Series"). *Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereiningung*, *Vol. 15*, pp. 293-309, 377-403, 423-30.

Frege, G. (1967). Begriffsschrift, *a formula language, modeled upon that of arithmetic, for pure thought*(1879). En J. van Heijernoot (Ed.), *From Frege to Gödel: A Sourcebook in Mathematical Logic.* Cambridge, MA: Harvard University Press.

Gärdenfors, P. (1984). Dynamics of Belief as a Basis for Logic. *British Journal for the Philosophy of Science*(No. 35), pp. 1-10.

Gentzen, G. (1934). Untersuchungen uber das logische Schliessen. *Mathematische Zeitschrift*, *Vol. 39*, pp.176-210.

Haack, S. (1978). *Philosophy of Logics.* Cambridge University Press.

Hahn, H. (1959). Logic, Mathematics and Knowledge of Nature. En A. J. Ayer (Ed.), *Logical Positivism.* New York: Free Press.

Harman, G. (2002). Internal Critique. En R. H. Johnson, H. J. Ohlbach, D. M. Gabbay, y J. Woods (Eds.), *Handbook of the Logic of Argument and Inference: The Turn Towards the Practical.*

Hilbert, D. (1967). On the Infinite. En J. van Heijernoot (Ed.), *From Frege to Gödel: A Sourcebook in Mathematical Logic.* Cambridge, MA: Harvard University Press.

Horsten, L. (2008). Philosophy of Mathematics. En E. N. Zalta (Ed.), *The stanford encyclopedia of philosophy* (Fall 2008 ed.). http://plato.stanford.edu/archives/fall2008/entries/philosophy-mathematics/.

Hunter, G. (1971). *Metalogic: An Introduction to the Metatheory of Standard First Order Logic.* Berkeley: University of California Press.

Jackson, B. (forthcominga). Beyond Logical Form. *Philosophical Studies*. (http://philrsss.anu.edu.au/ brendan/)

Jackson, B. (forthcomingb). *Logical Form: Classical Conception and Recent Challenges.* (Blackwell Philosophy Compass (Online))

Kant, I. (2003). *Crítica de la Razón Pura.* México D.F.: Editorial Porrúa.

Kneale, W., y Kneale, M. (1962). *The Development of Logic.* Oxford: Clarendon Press.

Koslow, A. (1992). *A Structuralist Theory of Logic.* New York: Cambridge University Press.

Koslow, A. (1999). The Implicational Nature of Logic: A Structuralist Account. En A. Varzi (Ed.), *European review of philosophy.* Stanford, California:

Center for the Study of Language and Information.

Koslow, A. (2007). Structuralist Logic: Implications, Inferences, and Consequences. *Logica Universalis*(Num. 1), pp. 167-181.

Lepore, E., y Ludwig, K. (2001). What is Logical Form? En G. Preyer (Ed.), *Logical Form and Language.* Oxford University Press.

Lucas, J. R. (1999). *The Conceptual Roots of Mathematics.* London: Routledge.

MacFarlane, J. (2000). *What Does it Mean to Say that Logic is Formal?* Tesis Doctoral no publicada. (University of Pittsburgh)

MacFarlane, J. (2002). Frege, Kant and the Logic in Logicism. *The Philosophical Review*, *Vol. 111*(No. 1), pp. 25-65.

MacFarlane, J. (2009). Logical Constants. En E. N. Zalta (Ed.), *The Stanford Encyclopedia of Philosophy (Fall 2009 Edition).* (plato.stanford.edu/archives/fall2009/entries/logical-constants/)

Maddy, P. (1988). Believing the Axioms: I. *Journal of Symbolic Logic*, *Vol. 53*(No. 2), pp. 481-511.

McGee, V. (1993). Review: A Structuralist Theory of Logic. *The Journal of Philosophy*, *Vol. XC*(No. 5), pp. 271-274.

Mora, F., y Leblanc, H. (1962). *Lógica Matemática.* México D.F.: Fondo de Cultura Económica.

Nolt, J. (1997). *Logics.* Boston: Thomson Publishing.

Quine, W. V. O. (1941). *Elementary Logic.* Cambridge, MA: Harvard University Press.

Quine, W. V. O. (1945). On the Logic of Quantification. *The Journal of Symbolic Logic*, *Vol. 10*(Num. 1), pp. 1-12.

Quine, W. V. O. (1951). *Mathematical Logic*. Cambridge, MA: Harvard University Press.

Quine, W. V. O. (1953). TwoDogmas of Empiricism. En *From a Logical Point of View.*

Quine, W. V. O. (1970). *Philosophy of Logic*. Cambridge, MA: Harvard University Press.

Quine, W. V. O. (1972). *Methods of Logic*. Cambridge, MA: Harvard University Press.

Russell, B. (1919). *Introduction to Mathematical Philosophy*. London: George Allen and Unwin.

Russell, B. (1938). *The Principles of Mathematics*. New York: W. W. Norton and Company.

Russell, B. (1959). Logical Atomism. En A. J. Ayer (Ed.), *Logical Positivism.* New York: Free Press.

Seldin, J. (2000). On the Role of Implication in Formal Logic. *The Journal of Symbolic Logic*, *Vol. 65*(No. 3), pp. 1076-1114.

Shapiro, S. (1991). *Foundations without Foundationalism: A Case for Second-order Logic*. Oxford: Oxford University Press.

Sher, G. (1991). *The Bounds of Logic: A Generalized Viewpoint*. Cambridge: The MIT Press.

Sher, G. (2001). The Formal Structural View of Logical Consequence. *The Philosophical Review*, *Vol. 110*(Num. 2), pp. 241-261.

Tarski, A. (1986). What are Logical Notions? *History and Philosophy of Logic*, *vol. 7*, pp. 143-154.

Torretti, R. (2010). Nineteenth Century Geometry. En E. N. Zalta

(Ed.), *The Stanford Encyclopedia of Philosophy* (Summer 2010 ed.). http://plato.stanford.edu/archives/sum2010/entries/geometry-19th/.

Whitehead, A. N., y Russell, B. (1962). *Principia Mathematica to *56*. Cambridge: Cambridge University Press.

Wittgenstein, L. (1921). *Tractatus Logico-Philosophicus*. London: Routledge.