Binomio de Newton y distribuciones discretas en la toma de decisiones gerenciales.

Henry Hurtado Bolaños[1] Ricardo Gómez Narváez[2]

RESUMEN

El artículo Binomio de Newton y distribuciones discretas, expone un modelo de toma de decisiones gerenciales basado en la distribución binomial con datos discretos. Se explica la noción de distribución binomial de datos discretos y de Binomio de Newton, más su aplicación.

Se realizó una rigurosa consulta bibliográfica sobre usos y aplicaciones del Binomio de Newton en diferentes áreas del saber humano y se realizaron las prácticas en el sector real, en una empresa de montajes eléctricos industriales con normatividad Retie, para pronosticar quejas; en una Unidad Renal para determinar la probabilidad de que un nuevo paciente inicie la terapia dialítica con acceso vascular temporal o con fístula arteriovenosa interna y en una empresa de seguros para determinar la probabilidad de reclamación. Se planteó una amplia discusión sobre las aplicaciones en el campo gerencial de esta interesante herramienta matemática.

Palabras claves: Distribución, Binomial, Probabilidad.

ABSTRACT

Newton's binomial and discrete distributions in managerial decision-making exposes a managerial decision-making model based on the binomial distribution with discrete data, explains the notion of binomial distribution, discrete data, and Newton's binomial more its application in the management decision making. A rigorous bibliographic consultation was carried out on the uses and applications of Newton's binomial in different areas of human knowledge and applications were made in the real sector: in an industrial electrical assembly company with Retie regulations, to forecast complaints, in a Renal Unit to determine the likelihood of a new patient initiating dialysis with temporary vascular access or with an internal arteriovenous fistula and an insurance company to determine the likelihood of a claim. A broad discussion on applications in the managerial field of this interesting mathematical tool is presented.

[1] Magíster en Ciencias de la Organización. Docente de la Universidad Pontificia Bolivariana. Miembro del Grupo Estudios Organizacionales. Correo: henry.hurtado@upb.edu.co

[2] Magíster en Enseñanza de la Matemática Universidad Nacional Abierta y a Distancia Miembro Grupo Tecnogénesis Correo: rigonar04@hotmail.com

Keywords: Distribution, Binomial, Probability.

INTRODUCCIÓN

El artículo Binomio de Newton y distribuciones discretas en la toma de decisiones gerenciales, tiene como objetivo exponer un modelo de toma de decisiones gerenciales basado en la distribución binomial con datos discretos, explicar la noción de distribución binomial con datos discretos y mostrar algunas aplicaciones del Binomio de Newton realizadas en el sector real, se desarrollaron varias aplicaciones para problemas específicos como la probabilidad de reclamos en una empresa de montajes eléctricos, la probabilidad de determinada terapia en pacientes renales y la probabilidad de reclamación en una empresa de seguros.

La investigación fue descriptiva, cuantitativa, no experimental y longitudinal. Se seleccionaron tres empresas de diferentes sectores y razones sociales para desarrollar y aplicar el Binomio de Newton; la factorización se realizó de modo manual y los cálculos se realizaron en Excel. El estudio se realizó en el primer semestre de 2017.

Al revisarse la literatura sobre las aplicaciones del Binomio de Newton se encontró que Greenwood y Yule (1920) presentaron un modelo matemático basado en la distribución binomial para describir los problemas sicológicos y sociológicos de la propensión del individuo a los accidentes de tránsito. Arbous y Kerrich (1951) distinguieron entre propensión al accidente y exposición al accidente y lo explicaron como una distribución binomial negativa.

Altuve, J. (2004), en su obra sobre el uso del valor actual neto y la tasa interna de retorno para la valoración de las decisiones, aplica el teorema del Binomio de Newton para calcular la tasa de utilidad interna o tasa interna de retorno y en el mismo texto, Achong explica cómo con el método de división sintética combinado con el método de Newton, se obtiene un procedimiento adecuado para resolver los casos de proyectos de inversión pura como los de inversión mixta (Altuve, p. 14).

Mayor, A. (2002), en un artículo publicado por la Revista Colombiana de Estadística sobre la Escuela Nacional de Minas y los orígenes de la Estadística en Colombia, 1900 – 1940, narra la contribución de la Escuela Nacional de Minas en la formación de la Estadística como profesión, diferente al demógrafo o al contador que traían una costumbre del siglo XIX. En el artículo muestra la rica tradición antioqueña de recolectar datos como una valiosa contribución al desarrollo económico regional, esta práctica cuantitativa tiene también, una influencia en el taylorismo que se estaba imponiendo con énfasis en la administración de las empresas y las fábricas. En su obra, Mayor (p.81) narra como el ingeniero Jorge Rodríguez usaba el ejemplo de las cajas con bolas blancas y negras, muy común en la actualidad, para la enseñanza de las permutaciones, combinaciones y probabilidades, demostrando la correlación entre la combinatoria y el binomio de Newton. Efectivamente, se sabe que el Binomio de Newton ofrece un método algebraico, para contemplar todas las probabilidades de las posibles combinaciones de determinado evento. Su facilidad ofrece un panorama general de las probabilidades de que se realizan a veces.

Cantoral y Farfán (1998), utilizaron el Binomio de Newton en el desarrollo de la noción de predicción de variantes de flujo para el avance del pensamiento y el lenguaje variacional. La predicción de estos fenómenos en la naturaleza, facilitan conocer el progreso de determinado sistema. Según los autores:

> *“El objeto matemático, Binomio de Newton, se presenta como una entidad que emerge progresivamente del sistema de prácticas socialmente compartidas ligadas a la resolución de una clase de situaciones que precisan de la predicción” (Cantoral y farfán, p. 362).*

Hernández, H. (2006), explica la predicción del Binomio de Newton como práctica social y unidad de análisis para reconstruir el Cálculo y la Física que se enseña a los escolares, puesto que la predicción y la interpolación emergen como una práctica social en forma implícita, argumento que se desarrolla en la presente investigación.

Sánchez, E. y Landin, E. (2011), utilizan el Binomio de Newton para describir un proceso que mejore la fiabilidad de una jerarquía de razonamiento que evalúe las respuestas de un grupo de estudiantes frente a actividades de distribución binomial.

Hernández, H. y otros (2007), utilizan el Binomio de Newton para predecir fenómenos físicos y de Ingeniería Civil con distribuciones discretas como la variación de la velocidad, de temperatura, movimiento periódico e infiltración de agua en suelos. La aplicación en la Física y en la Ingeniería Civil lleva a los autores a plantear la necesidad de un sistema de educación matemática, basado en ejemplos de cotidianidad, asunto que reclaman los estudiantes que ven estos cursos.

Ruiz, C. (2009), muestra la relación de las Leyes de Mendel sobre la transmisión de los caracteres hereditarios con el Binomio de Newton, y exactamente dice:

> *“Partiendo de lo anterior y tomando en cuenta los simbolismos que utilizaba Mendel para referirse a los caracteres dominantes (T) y recesivos (t), el problema era encontrar un objeto matemático, modelo o algoritmo que contuviera las relaciones 1:2:1. Debe entenderse, en primer lugar, el carácter algebraico de las combinaciones TT, Tt, tT y tt que esquemáticamente indican las mezclas de caracteres resultantes de las cruzas, en donde uno de los atributos (tallo largo o tallo corto) domina sobre el otro. Los híbridos podían ser indistintamente las combinaciones Tt o tT, Representan un producto o un factor? No, en realidad algebraicamente representan la conjunción o la integración de dos caracteres. Por lo que Tt es más propiamnte T+t o t+T. No es difícil haciendo una conjetura bien fundamentada (hasta ahora no considerada formalmente por ningún autor, por lo que constituye una contribución original), que Mendel haya multiplicado los dos binomios siguientes: (T+t)(t+T) = (〖T+t)〗 ^2=TT+2Tt+tt, lo cual constituye el Binomio de Newton, cuyo resultado se comporta con base en la proporción 1:2:1.” (Ruiz, p. 46).*

Los experimentos de Bernoulli, descritos como la distribución binomial o Binomio de Newton pueden utilizarse en situaciones donde hay dos opciones de respuesta, excluyentes entre sí, algunos campos de aplicación además de los descritos en los casos de este estudio son: la calidad, el marketing, la salud, la construcción, entre muchos más. Se aplica en procesos donde las respuestas posibles son excluyentes, un ejemplo significativo es la prueba de hipótesis, situación que expresa dos premisas excluyentes entre si y donde se prueba su veracidad con información estadísticamente significativa.

Marco teórico

Juan Jorge Michel (2010) cita las palabras del escritor portugués Fernando Pessoa:

> *"El binomio de Newton es tan hermoso como la Venus de Milo, el problema es que muy poca gente se da cuenta de ello".*

Con ello quería dar a entender que las matemáticas son tan bellas y se pueden apreciar y comparar con el arte y la belleza. De otro lado, las matemáticas son abstractas, pero siempre se ha buscado con ellas encontrar fórmulas o modelos para resolver un fenómeno.

En el caso de la presente investigación, se busca con el Binomio de Newton presentar una aplicación en la toma de decisiones que pueda ejecutarse en diferentes facetas de la vida: administración, economía, medicina, ingenierías etc. Quizá en el papel se note complejo el Binomio de Newton, pero realizándolo mediante programación se obtiene una herramienta útil para tomar una decisión.

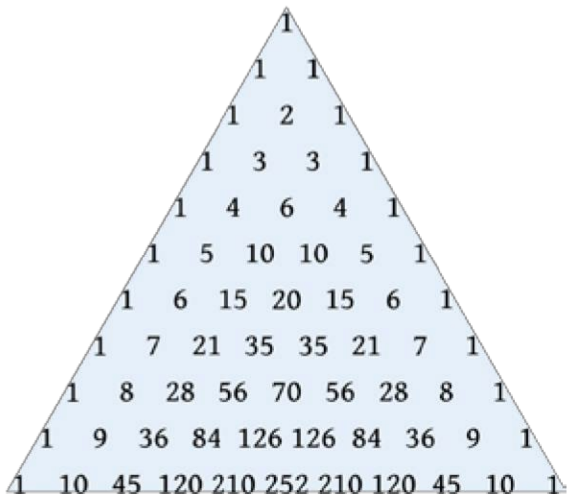
En el libro II, proposición 4 de los Elementos de Euclides encontramos la solución de (a+b)2, que se considera el primer indicio del teorema de Binomio, dice:

> *“Si se divide mediante un punto cualquiera una recta dada, el cuadrado de la recta entera es igual a los cuadrados de las partes más el doble del rectángulo que tiene a esas partes como lados”,* que sería lo siguiente: (a+b)2 = a2+2ab+b2

Y en la proposición 7, de los Elementos de Euclides se realiza otra presentación de la fórmula correspondiente al cuadrado de una diferencia, la cual se enuncia así:

> *“Si se corta al azar una línea recta, el cuadrado de la recta entera y el de uno de los segmentos tomados conjuntamente son iguales a dos veces el rectángulo comprendido por la recta entera y el segmento conocido más el cuadrado del segmento restante.”*, que se representa como: a2+b2 = 2ab + (a-b)2

En el siglo XVII, el matemático francés Blaise Pascal (1623 - 1662), en su libro: “Tratado sobre el triángulo aritmético”, que se editó después de que muere Pascal, introduce un arreglo triangular de números que representan los coeficientes binomiales, a esta modificación la llamaron Triángulo aritmético de Pascal, y simbólicamente es:



El desarrollo del binomio fue descubierto por Newton y lo expone en dos cartas, la primera a principios de 1676 y la segunda a finales de 1676, publicado por Wallis como el Tratado de Algebra (1685).

La distribución binomial es un modelo de de probabilidades que trabaja con datos discretos. Se entiende por datos discretos, valores enteros positivos, incluyendo el cero. Un número entero es una categoría numérica que comprende los números entre el menos infinito hasta el infinito, en el presente estudio como ya se afirmó se trabajó con los enteros positivos más el cero. Son datos discretos el número de empleados, de clientes, de referencias, etc. Se llaman datos continuos a valores de la forma a/b, es decir, fracciones, tal es el caso de la estatura, el peso, valor de la factura, etc. En esta distribución se trabaja con la probabilidad de ocurrencia, p, y la probabilidad de no ocurrencia, q, de un evento determinado. Una probabilidad es un valor entre 0 y 1 que resulta de la relación entre un valor y el total de valores.

La probabilidad de clientes satisfechos es la relación entre el número de clientes satisfechos y el total de clientes. Si la probabilidad se multiplica por cien, se denomina porcentaje o por ciento. Si se multiplica por 〚10〛^n, se denomina tasa por mil, por diez mil, etc.
El valor de p es la probabilidad de ocurrencia, en el ejemplo de los clientes satisfechos, p, consiste en que haya un cliente satisfecho y q es la probabilidad de no ocurrencia, es decir, de que no haya un cliente satisfecho, q es igual a 1 – p.

Para encontrar la probabilidad de cierto número de éxitos **“r”**, de un total de ensayos **“n”**, entonces se debe aplicar la distribución de Bernoulli, el cual debe tener dos probabilidades, una probabilidad **“p”** llamada éxito y una probabilidad **(1 – p)** llamada fracaso, cada una de estas debe ser independiente.

Un binomio es una expresión matemática con una potencia determinada, $(p+q)^n$, es un caso de factorización, los binomios más comunes son el binomio al cuadrado que se resuelve elevando el primer término al cuadrado más el doble del primero por el segundo, más el segundo término al cuadrado y el binomio al cubo que corresponde al primer término a la potencia tres, más tres veces el primer término al cuadrado por el segundo término, más tres veces el primer término por el

segundo término al cuadrado más el segundo término al cubo. Un binomio también puede tener la forma $(p-q)^n$, en tal caso, los términos se les intercala el signo entre positivo y negativo.
Si el binomio tiene una potencia mayor que tres, se utiliza una técnica especial de factorización denominada Binomio de Newton, también puede utilizarse el Triángulo de Pascal pero si la potencia es muy alta, el procedimiento resulta engorroso. En todos los casos, se sugiere usar el Binomio de Newton.

La factorización con el Binomio de Newton funciona así:

$$(p+q)^n = p^n + np^{n-1}q^1 + n\,(n-1)(1+1)np^{n-1}\,q^{n+1} + \cdots + q^n$$

Ejemplo: $(p+q)^4 = p^4 + 4p^3q + \frac{4.3}{1+1}p^2q^2 + \frac{6.2}{2+1}pq^3 + q^4$

$$(p+q)^4 = p^4 + 4p^3q + 6p^2q^2 + 4pq^3 + q^4$$

Como se ha dicho previamente, la distribución binomial es una distribución de probabilidades con datos discretos, la sumatoria de todas las probabilidades es igual a 1. Veamos un ejemplo con el célebre ejercicio del dado:

Cuál es la probabilidad de que al lanzar un dado cuatro veces, todas las cuatro veces caiga en el número tres, que caiga tres veces en el número tres, dos veces en el número tres, una vez en el número vez y que nunca caiga en el número tres.

La probabilidad de ocurrencia de que el dado al lanzarse una vez caiga en el número tres es de $\frac{1}{6}$ es decir, un lado con el número tres de seis lados posibles, $p=\frac{1}{6}$ y por lo tanto, $q=1-p, q=\frac{5}{6}$

Puesto que el dado se lanza cuatro veces, el binomio es $(p+q)^4$ que factorizado es:

P es la probabilidad de ocurrencia de que el dado caiga en el número tres (1/6) y q es la probabilidad de ocurrencia de que el dado no caiga en el número tres (5/6). Entonces:

$$(p+q)^4 = p^4 + 4p^3q + 6p^2q^2 + 4pq^3 + q^4$$

La probabilidad de que el dado caiga las cuatro veces en el número tres es p^4. La probabilidad de que el dado caiga tres veces en el número tres es $4p^3q$, la probabilidad de que caiga dos veces en el número tres es $6p^2q^2$, la probabilidad de que caiga una vez en el número tres es 4pq y la probabilidad de que no caiga en el número tres ni una vez es q^4.

La distribución de probabilidad binomial para el evento del dado es:

$p^4 = (\frac{1}{6})^4 = \frac{1}{1296} = 0{,}00077$,probabilidad de caer las cuatro veces en tres.

$4p^3q = 4(\frac{1}{6})^3 (\frac{5}{6}) = \frac{20}{1296} = \frac{5}{324} = 0{,}0154$,probabilidad de caer una vez en tres.

$6p^2q^2 = 6 (\frac{1}{6})^2(\frac{5}{6})^2 = (\frac{1}{6})^* \frac{25}{36} = \frac{25}{216} = 0.1157$, probabilidad de caer dos veces en tres.

$4pq^3 = 4^* \frac{1}{6}{}^* (\frac{5}{6})^3 = \frac{500}{1296} = \frac{125}{324} = 0.385$, probabilidad de caer una vez en tres.

$q^4 = (\frac{5}{6})^4 = \frac{625}{1296} = 0.482$, probabilidad de no caer ni una vez en tres.

La suma de todas las probabilidades de la distribución binomial es 1, esto es 0.00077+0.0154+0.1157+0.385+0.482.

METODOLOGÍA

La investigación fue descriptiva, cuantitativa, no experimental, longitudinal, se seleccionaron tres empresas de diferentes sectores y razones sociales para desarrollar y aplicar el Binomio de Newton, la factorización se realizó de modo manual y los cálculos se realizaron en Excel, el estudio se realizó en el primer semestre de 2017. Los modelos desarrollados se socializaron con las empresas donde se realizó la aplicación.

La investigación se desarrolló en las siguientes fases:

En la primera fase se realizó una detallada búsqueda bibliográfica sobre las aplicaciones del Binomio de Newton. Esta búsqueda se realizó con las bases de datos Scielo, ScienceDirect y Google Académico, la palabra clave de búsqueda fue Binomio de Newton y Aplicaciones del mismo. La fecha de la aplicación no fue relevante pero si el área del saber donde se realizó la aplicación del Binomio de Newton: ciencias sociales y naturales. Se intentó buscar aplicaciones en prospectiva o en las actividades de exploración pero no se encontraron. Posiblemente no se haya aplicado el Binomio de Newton en los estudios sobre Organizaciones.

En la segunda fase se presentó el modelo y se explicó la utilidad.

En la tercera fase se realizó la aplicación del Binomio de Newton en las diferentes empresas mostrando resultados promisorios.

En la cuarta fase se organizó una reunión de difusión con algunos expertos de las empresas.

La selección de las empresas se fundamentó en los siguientes criterios: abarcaran diferentes sectores económicos: fabril, seguros y salud. Este último por el impacto sobre el bienestar de las personas; un segundo criterio fue el interés de la gerencia en conocer esta clase de aplicaciones matemáticas; un tercer criterio es la facilidad de entrar a la empresa. Igual en cualquier clase de organización se puede aplicar el Binomio de Newton para el cálculo de probabilidades y la evaluación de escenarios futuros.

RESULTADOS

Caso 1 – Una empresa de montajes eléctricos

Se visitó una empresa de montajes eléctricos industriales con normatividad Retie en la ciudad de Cali, se trabajó con un ingeniero electricista quien afirmó que por datos históricos se sabe que en 5 de cada 100 o 1 de cada 20 montajes, (0,05) el cliente presenta alguna clase de reclamación dentro de lo pactado. La normatividad Retie es un estándar internacional que busca que las instalaciones eléctricas sean seguras.

En el caso de la empresa de montajes eléctricos, la probabilidad de ocurrencia, p, esto es que haya algún reclamo dentro de lo pactado es de 1/20 o 0,05, y la probabilidad de no ocurrencia, q, esto es que no haya algún reclamo dentro de la pactado es de 19/20 o 0,95.

Si en un mes se realizan veinte montajes eléctricos, los valores esperados de reclamación por parte del cliente se plantean en la distribución binomial, así:

$$(p+q)^{20} = p^{20} + 20p^{19}q + 190p^{18}q^{2} + 1140p^{17}q^{3} + 4845p^{16}q^{4} + 15504p^{15}q^{5} + 38760p^{14}q^{6} + 77520p^{13}q^{7} + 125970p^{12}q^{8} + 167960p^{11}q^{9} + 184756p^{10}q^{10} + 167960p^{9}q^{11} + 125970p^{8}q^{12} + 77520p^{7}q^{13} + 38760p^{6}q^{14} + 15504p^{5}q^{15} + 4845p^{4}q^{16} + 1140p^{3}q^{17} + 190p^{2}q^{18} + 20pq^{19} + q^{20}$$

La siguiente tabla muestra la distribución de probabilidades que corresponden a los valores normales de reclamación para los diferentes eventos de un conjunto de diez montajes:

Evento	Factor	Probabilidad	Valor normal
Hay 20 reclamos	p^{20}		9x10^{-27}
Hay 19 reclamos	$20p^{19}q$		3x10^{-24}
Hay 18 reclamos	$190p^{18}q^{2}$		6x10^{-22}
Hay 17 reclamos	$1140p^{17}q^{3}$		7x10^{-20}
Hay 16 reclamos	$4845p^{16}q^{4}$		6x10^{-18}
Hay 15 reclamos	$15504p^{15}q^{5}$		3x10^{-16}
Hay 14 reclamos	$38760p^{14}q^{6}$		1x10^{-14}
Hay 13 reclamos	$77520p^{13}q^{7}$		6x10^{-13}
Hay 12 reclamos	$125970p^{12}q^{8}$		2x10^{-11}
Hay 11 reclamo	$167960p^{11}q^{9}$	P=1/20	5x10^{-10}
Hay 10 reclamos	$184756p^{10}q^{10}$	Q=19/20	1x10^{-8}
Hay 9 reclamos	$167960p^{9}q^{11}$		1x10^{-7}
Hay 8 reclamos	$125970p^{8}q^{12}$		2x10^{-6}
Hay 7 reclamos	$77520p^{7}q^{13}$		3x10^{-5}
Hay 6 reclamos	$38760p^{6}q^{14}$		2x10^{-4}
Hay 5 reclamos	$15504p^{5}q^{15}$		2x10^{-3}
Hay 4 reclamos	$4845p^{4}q^{16}$		0,013
Hay 3 reclamos	$1140p^{3}q^{17}$		0,059
Hay 2 reclamos	$190p^{2}q^{18}$		0,188
Hay 1 reclamos	$20pq^{19}$		0,377
Hay 0 reclamos	q^{20}		0,358
Total			1,000

Al realizarse veinte montajes eléctricos, cualesquier evento de reclamación que se presente debe ser hasta el valor normal calculado en la tabla, en caso contrario, se debe revisar qué anomalía diferente hay.

Caso 2 – El Binomio de Newton en pacientes renales

Se detalla ahora una aplicación del Binomio de Newton en el campo de la salud, específicamente en Nefrología, el estudio de Ortega, Martínez y Gamarra (2006), titulado “Mortalidad en pacientes con falla renal crónica durante los primeros 90 días de terapia con hemodiálisis”, señala que los pacientes que inician la terapia dialítica con acceso vascular temporal (catéter) es del 90.76% y menos del 10% de los pacientes que la inician con fístula arteriovenosa interna, de lo cual se infiere que, puesto que la enfermedad renal es asintomática en gran parte de su desarrollo, los pacientes llegan tarde a la consulta con el nefrólogo y entran a la terapia de diálisis por urgencias, menos del 10% realizan el proceso de prediálisis y preparación integral al tratamiento que le salvará su vida de modo inmediato.

En esta aplicación, la probabilidad de ocurrencia que un paciente entre a la terapia con acceso vascular temporal, catéter, que llamaremos p es de 0,9076 mientras que q o pacientes con fístula arteriovenosa interna es de 0,0924.

La pregunta predictiva que se puede formular es: de los 10 nuevos pacientes que lleguen a la unidad renal, ¿qué probabilidad hay de que todos los nuevos pacientes entren a la terapia con catéter? ¿Cuál es la probabilidad de que todos los nuevos pacientes entren a la terapia con fístula?

De acuerdo a la distribución binomial descrita más arriba, la probabilidad de que todos los 10 nuevos pacientes inicien la terapia con catéter es de p^{10} o 0.9076^{10} es igual a 0,3792 mientras que la probabilidad de que lleguen con fístula es de q^{10} o 0.0924^{10} que es igual a 0,00000000045, tiende a cero. Para lograr la probabilidad completa de 1 se deben tener las diferentes combinaciones, probabilidad de que un paciente llegue con fístula y nueve con catéter, dos lleguen con fístula y ocho con catéter, etc.

Caso 3 – El Binomio de Newton y los seguros de vida

Ahora se detalla una aplicación del Binomio de Newton en los seguros de vida, en este el valor de la póliza se basa en las tasas de mortalidad de la región combinado con otras variables como la edad, el género o la condición de salud, si la tasa de mortalidad, p, se acerca a 1, la póliza del seguro es mayor o no se vende.

Según las proyecciones de población 2005 – 2020, del Departamento Administrativo Nacional de Estadística, DANE (2007), la tasa de mortalidad de hombres entre 20 y 24 años es de 0,021, esto es p. Supóngase que se vende una póliza a diez hombres entre 20 y 24 años, se quiere saber, ¿cuál es la probabilidad de que diez hombres en la citada edad mueran y cuál es la probabilidad de que ninguno muera?

Según la distribución binomial, la probabilidad de que 10 hombres entre 20 y 24 años mueran a la vez es de p^{10} o $0{,}021^{10}$ que es igual a 0,0000000000000000166 mientras que la probabilidad de que ninguno muera o q^{10} es de $0{,}979^{10}$ o 0,808.
Ahora si se toma un hombre entre 75 y 79 años, la probabilidad de muerte es de 0,26, esto es, p. Si se vincularan diez nuevos clientes entre 75 y 79 años, la probabilidad de que todos los diez asegurados mueran a la vez es de p^{10} o $0{,}26^{10}$ que es igual a 0.00000141, de donde se concluye que el riesgo de muerte es diferente al grupo etareo, lo que señala que hay preferencias etareas para colocar seguros de vida.

Análisis de resultados

Las aplicaciones realizadas en los tres casos de estudio, la empresa de montajes eléctricos, la unidad renal y la aseguradora, muestran la potencia del Binomio de Newton para predecir la probabilidad de eventos futuros en situaciones gerenciales. Para su implementación, es necesario revisar los datos históricos del evento en estudio para calcular los valores probabilísticos de ocurrencia y no ocurrencia, p y q, que son la base del Binomio de Newton. El poder de esta herramienta es que muestra en una sola línea todas las posibles probabilidades que se puedan presentar en n eventos. Si se desea saber la información de 5 eventos, se tiene la línea:

$$p^5 + 5p^4 q + 10p^3 q^2 + 10p^2 q^3 + 5pq^4 + q^5$$

En una sola línea se puede calcular la probabilidad de que el evento suceda cinco veces que es el primer factor, o que suceda 3 veces el evento o dos veces que no suceda, corresponde al tercer factor o que en ninguna de las 5 veces el evento no suceda que es el último factor. Solo bastaría reemplazar los valores de p y q en los respectivos factores de probabilidad. Este mismo ejercicio se podría realizar por combinaciones pero es más dispendioso y no se observan todas las probabilidades en una sola línea.

El Binomio de Newton puede aplicarse a prácticamente todas las actividades humanas donde se desee calcular la probabilidad de ocurrencia de un evento para tomar decisiones, en el campo gerencial es supremamente valioso para el crecimiento y desarrollo de la empresa. El paradigma de la ambidestreza que indica que una empresa debe realizar actividades de explotación y de exploración para mantenerse en el tiempo, requiere en la indagación de una herramienta matemática para identificar la probabilidad de eventos futuros. Igualmente, cobra importancia para los estudios de prospectiva que en muchas ocasiones requiere del cálculo de probabilidades para clarificar los escenarios a evaluar y tomar decisiones. Las empresas que fueron exitosas y ya no existen no dedicaron recursos a la exploración o si lo hicieron no lo lograron cuantificar para ver las dimensiones reales de los problemas y las alternativas. En estos casos, el Binomio de Newton y otras aplicaciones matemáticas como la Serie de Taylor o el Teorema de Bayes son fundamentales.

CONCLUSIONES

La distribución Binomial se presenta como un objeto matemático que en la práctica está ligada a la resolución de situaciones de predicción y por consiguiente en la toma de decisiones.

Aparte de las aplicaciones que se realizaron en el presente estudio, el Binomio de Newton, puede aplicarse en los estudios de prospectiva, en donde se utilizan un conjunto de conceptos y herramientas importantes como el futuro, escenarios, visión, entornos, árbol de pertinencia. El Binomio de Newton aporta elementos matemáticos que brindan mayor consistencia a los ejercicios y planes de prospectiva, el Binomio de Newton ofrece grandes oportunidades para el desarrollo de la prospectiva. La importancia radica en el sustento matemático y probabilístico que ofrece el Binomio de Newton a los ejercicios de escenarios futuros, los valores de ocurrencia y no ocurrencia, p y q, se calculan con datos históricos, es decir, la prospectiva parte de la historia del evento en estudio para poder proyectar eventos a largo plazo, el binomio de Newton agrega la probabilidad de ocurrencia de los escenarios futuros.

La validez probabilística que ofrece el Binomio de Newton a la prospectiva, facilita la planificación y la toma de decisiones gerenciales, obsérvese que la probabilidad es un valor entre 0 y 1, si la probabilidad se aproxima a cero, se considera que es poco probable, de lo contrario, si se acerca a 1 se considera que es muy probable su ocurrencia. De esta forma, el Binomio de Newton agiliza la toma de decisiones gerenciales al darle mayor prioridad a los eventos gerenciales con mayor probabilidad de ocurrencia.

En la gerencia de empresas se puede desarrollar una gran cantidad de aplicaciones con el Binomio de Newton pero se debe invertir en la investigación matemática para lograr que las empresas avancen con más seguridad.

El modelo que aquí se muestra es una hermosa herramienta que fue presentado hace más de cinco siglos y se ha utilizado para múltiples propuestas matemáticas, ahora se quiere presentar para la toma de decisiones en la administración, se puede utilizar en la escogencia de un aspirante a un trabajo, en la propuesta de un producto, en la inversión, en la proposición de un precio e incluso en la decisión del salario mínimo de los trabajadores de una empresa o como se mostró en los antecedentes que se ha usado desde problemas sicológicos y sociológicos hasta las leyes de Mendel.

Existen en las matemáticas otras herramientas que son útiles y aplicables en todas las áreas de las ciencias sociales, para ello las empresas deben invertir en las investigaciones de modelos matemáticos diferentes a los estadísticos, como lo ha realizado Alfonso Ávila en México con la explicación matemática o modelación matemática de la teoría Keynesiana, que regula la economía de un país, donde utilizó la teoría de juegos de Von Neumann y Morgenstern.

Para facilitar el desarrollo del Binomio de Newton el usuario puede buscar en Google Binomio de Newton on line que corresponde a una herramienta electrónica que factoriza el binomio a una potencia determinada y poder obtener los factores de probabilidad para n eventos.

BIBLIOGRAFÍA

Altuve, J- (2004). El uso del valor actual neto y la tasa interna de retorno para la valoración de las decisiones de actualidad contable. Mérida, Venezuela: FACES año 7, número 9.

Arbous A.G. y Kerrich, J.E. (1951). Accident statistics and the concept of accident proneness. Biometrics 7.

Bernhardt, H. (1989) La familia de matemáticos Bernoulli. En Biografías de grandes matemáticos. Prensas Universitarias de Zaragoza.

Cantoral, R. y Farfán, R. (1998). Pensamiento y lenguaje variacional en la introducción al análisis. Sevilla, España: Revista Epsilon, Facultad de Matemáticas S.A.E.M Thales.

Devore, J. (2008). Probabilidad y estadística para ingeniería y ciencias. (7a. Ed.). México: Editorial Cengage Learning.

Euclides (1991). Elementos, Libros I – IV. Madrid: Editorial Gredos S.A. Fowler, D. (1996). The binomial coefficient function.

Greenwood y Yule (1920). An Inquiry into the Nature of Frequency Distribution of multiple happenings with particular reference to the ocurrence of multiple attacks of disease or repetead accidents. Journal of the Royal Statistical Society.

Grimaldi, R. (1998). Matemática discreta y combinatoria. Una introducción con aplicaciones. Prentice-Hall, México.

Guicciardini, N. (2006). La época del punto.

Hernández, H. (2006). El papel de la interpolación y la predicción en el cálculo. Acta Latinoamericana de Matemática Educativa. México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.

Hernández, H. y otros (2007). La modelación matemática en el contexto de ingeniería civil a través de la interpolación y la predicción. Camaguey, Cuba: Acta Latinoamericana de Matemática Educativa, Comité Latinoamericano de Matemática Educativa A.C.

Hormigón, M. (2005). En torno al triángulo aritmético que algunos llaman de Pasca. Revista Suma.
Katz, V. (2009). A History of Mathematics: An Introduction. Addison-Wesley. EE.UU.
Kline, M. (1972). El pensamiento matemático de la antigüedad a nuestros días. Madrid, Editorial Alianza, Tomo I.

Kline, M. (1994) El pensamiento matemático de la antigüedad a nuestros días. Alianza Universidad. Madrid. Tomo II.

Mayor, A. (2002). La Escuela Nacional de Minas de Medellín y los orígenes de la Estadística en Colombia, 1900 – 1940. En: Revista Colombiana de Estadística, volumen 25, número 2, pp. 73 a 96.

Michel, J.J. (2010). El binomio de Newton y la Venus de Milo. Revista Aesthethika, volumen 5, número 2.

Ruiz, C. (2009). El razonamiento matemático de Mendel. México: Revista Ciencias, Facultad de Ciencias, UNAM.

Sánchez, E. y Landin, E. (2011). Fiabilidad de una jerarquía para evaluar el razonamiento probabilístico acerca de la distribución binomial. España: Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática.

Savage, L. (1971). The Foundations of Statistics. Editorial. Dover, New York.

Veerarajan, T. (2008). Matemáticas discretas. Con teoría de gráficas y combinatoria. Mc Graw Hill, México.