



UNIVERSIDAD
NACIONAL
DE COLOMBIA

LA LÓGICA Y LA COMPETENCIA ARGUMENTATIVA EN LA EDUCACIÓN MEDIA

John Alvaro Soto Quintero

Universidad Nacional de Colombia

Facultad de Ciencias

Bogotá, Colombia

2018

LA LÓGICA Y LA COMPETENCIA ARGUMENTATIVA EN LA EDUCACIÓN MEDIA

John Alvaro Soto Quintero

Trabajo presentado como requisito parcial para optar al título de:
Magister en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales

Directora:

Doctora Clara Helena Sánchez Botero

Universidad Nacional de Colombia

Facultad de Ciencias

Bogotá, Colombia

2018

A mis tres aves de corto vuelo.

Agradecimientos

A Dios.

A mis padres.

A mi esposa e hijas por su colaboración y paciencia.

A la profesora Clara Helena Sánchez, mi directora, por su apoyo, dedicación y amabilidad.

A mis compañeros: Alex Murcia, Julio Nieto y Juan Carlos Salazar por el constante ánimo *“al vago del John”*

A todos aquellos que de una u otra manera me apoyaron y aportaron para llevar a feliz término esta empresa.

Resumen

La argumentación y el razonamiento tan propios para el ser humano, son actividades de pensamiento que han de aprenderse y practicarse, esto llevará al individuo a desarrollar sus capacidades interpretativas, argumentativas y críticas. Este trabajo pretende aportar herramientas a los estudiantes de educación media, aunque podría ampliarse a otros niveles, con el fin de desarrollar dichas competencias.

Se inicia con una presentación histórica del desarrollo de la lógica hasta llegar a la lógica informal destacando los aportes dados por algunos personajes a través de dicha historia. Posteriormente se hace una revisión y análisis tanto de trabajos de grado como de textos escolares donde se realizan aportes al tema.

Luego se presenta el marco metodológico basado en el ABP, algunos elementos teóricos esenciales para el adecuado desarrollo de la propuesta didáctica, así como una actividad diagnóstica realizada con su respectivo análisis. Por último se presentan algunas actividades de aprendizaje que permitirán el abordaje de la temática, dando elementos teóricos y prácticos a los estudiantes

Palabras clave: Lógica, razonamiento, argumentos deductivos, argumentos inductivos, generalización por enumeración, analogía.

Abstract

The argumentation and reasoning so specific to the human being, are thought activities that have to be learned and practiced, this will lead the individual to develop their interpretative, argumentative and critical capacities. This work aims to provide tools to students of secondary education, although it could be extended to other levels, in order to develop these skills.

It begins with a historical presentation of the development of logic to reach the informal logic highlighting the contributions given by some characters through the story. Subsequently, a review and analysis of both grade assignments and school texts are made where contributions are made to the subject.

Then the methodological framework based on the ABP is presented, some theoretical elements essential for the adequate development of the didactic proposal, as well as a diagnostic activity carried out with its respective analysis. Finally, there are some learning activities that allow the approach of the subject, giving theoretical and practical elements to students

Keywords: Logic, reasoning, deductive arguments, inductive arguments, generalization by enumeration, analogy.

Contenido

	Pág.
Resumen	IX
Abstract.....	IX
Contenido	IXI
Lista de Esquemas	XII
Lista de Gráficas	XIII
Lista de Ilustraciones.....	XIV
Lista de tablas	XV
Lista de Símbolos y abreviaturas.....	XVI
Introducción	177
1. Marco Teórico.....	21
1.1 Contextualización	21
1.2 Breve recuento de la historia de la lógica	24
2. Revisión de material	33
2.1 Trabajos de grado	33
2.2 Textos escolares	43
2.3 Conclusiones de la revisión de material:	49
3. Marco metodológico y disciplinar.....	51
3.1 Aprendizaje Basado en Problemas:	51
3.2 Lógica Informal:.....	56
3.3 Prueba Diagnóstica:.....	57
4. Propuesta Didáctica.....	63
4.1 Actividad 1.....	64
4.2 Actividad 2.....	78
4.3 Actividad 3.....	90
4.4 Actividad 4.....	105
5. Conclusiones y recomendaciones.....	109
5.1 Conclusiones.....	109
5.2 Recomendaciones.....	110
Bibliografía	111

Lista de Esquemas

	Pág.
Esquema 1	71
Esquema 2	73
Esquema 3	74

Lista de Gráficas

	Pág.
Gráfica 1 Pruebas por Carrera	60

Lista de Ilustraciones

	Pág.
Ilustración 1.	97
Ilustración 2.	97
Ilustración 3.	98
Ilustración 4.	98
Ilustración 5.	98
Ilustración 6.	102
Ilustración 7.	102

Lista de Tablas

	Pág.
Tabla 1. Indicadores de conclusión	66
Tabla 2. Indicadores de premisas	67
Tabla 3. Símbolos lógicos	81
Tabla 4. Negación	81
Tabla 5. Conectivos Lógicos	82
Tabla 6. Ejemplo de Tautología	82
Tabla 7. Ejemplo de No Tautología	83
Tabla 8. Reglas de Inferencia	87

Lista de Símbolos y abreviaturas

Símbolos argumentativos

Símbolo	Término
P_n	Premisa
Q_n	Conclusión secundaria
Q	Conclusión principal

Símbolos lógicos

Símbolo	Término
P, Q, R, S	Proposiciones
\neg	Negación
\wedge	y (conjunción)
\vee	o (disyunción)
\rightarrow	si...entonces...
\leftrightarrow	si y sólo si
/	Se concluye
\forall	Para todo
\exists	Existe

Abreviaturas

Abreviatura	Término
ABP	Aprendizaje Basado en problemas

Introducción

Al abrir un buscador de internet y digitar la palabra lógica, aparecen diversidad de opciones (lógica matemática, proposicional, Aristotélica, etc.), lo que nos lleva a preguntarnos si existen diferentes tipos de lógica, y si esto es así ¿cuál es la lógica que deberían saber los individuos para su formación académica media y profesional?

En este punto, recuerdo uno de mis primeros contactos con la llamada lógica matemática, cuando el expositor (que tengo que reconocer, no recuerdo su nombre) planteaba una pregunta muy común al llegar a casa -en aquellas épocas en que el celular no era tan usado- “¿No me han llamado?”, y ante la respuesta negativa continuamos tranquilos el camino a nuestra habitación; cuando –comentaba el profesor- nuestra reacción debería ser completamente otra, acompañada de la pregunta ¿quién me llamó?, ya que “la doble negación terminaría por generar una afirmación”. Cerraba su intervención con una de las muchas frases que solemos decir que nos marcaron para la vida: “entonces, esta lógica, frente a nuestra lógica, parece ser muy ilógica, pero es completamente lógica”.

Aquí ya se abre nuestro panorama para analizar esa lógica que manejamos en nuestra vida cotidiana, pero que según este profesor no comparte las leyes de la lógica matemática clásica. Se devela ante nosotros la posibilidad de que no estamos razonando adecuadamente en algunas situaciones cotidianas. La anterior reflexión es una de las tantas circunstancias que dan origen al presente trabajo y al que nos dedicaremos en adelante, el uso del lenguaje y la lógica de la manera más adecuada tanto en la vida diaria como en el desempeño profesional.

Notamos que lógica y razonamiento son dos conceptos que van unidos, y es precisamente sobre estos que se centra este trabajo. Se busca generar estrategias que permitan fortalecer los procesos de razonamiento de un grupo de estudiantes de la

educación media, teniendo en cuenta los planteamientos de los documentos curriculares del MEN, así como el carácter de las pruebas tanto del ICFES como de ingreso a algunas universidades. En ellos se enfatiza la competencia argumentativa y la comprensión e interpretación de problemas presentados en diversos contextos más que en la aplicación aislada de algoritmos y operaciones.

Se han realizado a nivel nacional algunos trabajos relacionados con el tema como son: *¿Qué es una demostración matemática?* de Magda González (2003); *La lógica como herramienta vs. La lógica como disciplina* de Margarita Rincón (2006); *El fortalecimiento del razonamiento matemático...Eslabón perdido en la humanidad* de Yenni Quiceno (2014); *Un primer curso de lógica informal para la enseñanza media* de Camilo Andrés Girón (2016) y *Propuesta didáctica para el desarrollo de la competencia argumentativa y la demostración en grado noveno* de Diego Moreno (2016), sobre los cuales ahondaremos más adelante. También cabe mencionar un grupo existente en la UNAM que ha trabajado sobre la didáctica de la lógica y que, en su página de Internet (Taller de Didáctica de la lógica, TDL; <http://www.filosoficas.unam.mx/~Tdl/TDL.htm>) presenta varias publicaciones al respecto.¹

Lo planteado en los párrafos anteriores genera la necesidad de realizar una revisión del cómo se está manejando el trabajo de la lógica en los niveles de educación básica y media; nos preguntamos ¿qué tanto se aproximan los estudiantes de educación media a estos conocimientos y cómo se reflejan dichos conceptos en estudiantes de los primeros semestres de educación superior?

Por tanto, dado que el razonamiento es un proceso propio del ser humano, surge la pregunta: **¿Cómo fortalecer los procesos de razonamiento y la competencia argumentativa dentro de un grupo de estudiantes de educación media, a partir del desarrollo de situaciones didácticas enmarcadas en los tópicos del currículo del ciclo V?**

¹ Taller de la Didáctica de la Lógica. Consultado Febrero 14 de 2018, de <http://www.filosoficas.unam.mx/~Tdl/TDL.htm>

Para abordar la pregunta anterior realizamos este trabajo, compuesto de los siguientes Capítulos: En el primero, se encuentra una contextualización general en la que se muestran algunas definiciones de lo que se entiende por lógica, razonamiento y argumentación, igualmente revisamos algunos documentos del ICFES que promueven las competencias argumentativas para terminar con un breve recuento de la historia de la lógica, el cual desemboca en la historia de la lógica informal como introducción al desarrollo del presente trabajo.

En el segundo capítulo se presenta la revisión de material desarrollado sobre el tema, dicha revisión se puede dividir en dos partes: la primera referente a trabajos de grado desarrollados en la Universidad Nacional de Colombia en diversas sedes y niveles y una segunda en la cual se revisaron algunos textos escolares para determinar si se aborda o no el tema y de qué manera lo hacen.

En el tercer capítulo, se presenta el marco metodológico y disciplinar así como una prueba diagnóstica desarrollada con estudiantes de educación media y de primeros semestres de diferentes carreras y universidades y el análisis de los resultados obtenidos.

En el cuarto capítulo, se presenta una propuesta didáctica para el trabajo con elementos de lógica informal a partir de situaciones problema en diferentes contextos, en los dominios numérico, variacional y geométrico argumentativo. Para terminar, se presentan las conclusiones, algunas recomendaciones y la bibliografía utilizada.

1. Marco Teórico

1.1 Contextualización

Un artículo publicado el día 13 de noviembre de 2012 en el periódico El País de España inicia con esta interesante afirmación: La economía del conocimiento exige una educación sustentada en tres fundamentos: un nivel avanzado en matemática y estadística, una capacidad elevada para escribir un argumento y un nivel avanzado de inglés (Garicano, L., 2012: 4); nuestro interés no es discutir la veracidad o no de la frase, pero si detenernos en la idea de la importancia de argumentar, más aún, la importancia que se debe dar al razonamiento y al pensamiento lógico, aspectos esenciales para lograr el uso con significado del conocimiento matemático en diversos ámbitos.

Por otro lado, como lo propone el filósofo colombiano Estanislao Zuleta (1996): la lógica no es una alternativa por la que podamos optar; no podemos decidir si vamos a emplearla o no. Resulta inevitable y está presente en cada frase que pronunciamos, ya que continuamente estamos enunciando proposiciones lógicas, lo que implica que la lógica es usada por el ser humano por lo general de manera inconsciente. El ser conscientes de los procesos de argumentación y razonamiento lógico nos permite mejorar esas competencias.

Las ideas presentadas anteriormente, se refuerzan analizando uno de los planteamientos del documento “Estándares Básicos de Competencias” del MEN donde se afirma (haciendo referencia a que el desarrollo del pensamiento lógico se debe promover en todas las áreas) que:

Es conveniente que las situaciones de aprendizaje propicien el razonamiento en los aspectos espaciales, métricos y geométricos, el razonamiento numérico y, en

particular, el razonamiento proporcional apoyado en el uso de gráficas. En esas situaciones pueden aprovecharse diversas ocasiones de reconocer y aplicar tanto el razonamiento lógico inductivo y abductivo, al formular hipótesis o conjeturas, como el deductivo, al intentar comprobar la coherencia de una proposición con otras aceptadas previamente como teoremas, axiomas, postulados o principios, o al intentar refutarla por su contradicción con otras o por la construcción de contraejemplos (MEN, 2006: 57).

Además, como afirma Antanas Mockus (2004): *Un buen estudiante en lenguaje, ciencias y matemáticas no es automáticamente un buen ciudadano. Sin embargo, su sensibilidad a lo universal y a la fuerza del argumento puede ayudarle a serlo.*² Así pues, aparece ante nuestros ojos la necesidad de realizar un acercamiento a la lógica, el razonamiento y la argumentación, apropiarnos de estos conceptos y su evolución con el fin de puntualizar en aquellos aspectos relevantes que se han de tener en cuenta para la formación de individuos capaces de analizar, argumentar y transformar adecuadamente nuestra sociedad.

Presentamos a continuación algunas definiciones que nos permitirán enmarcar los aspectos a desarrollar:

Lógica

- Ciencia que expone las leyes, modos y formas de las proposiciones en relación con su verdad o falsedad (RAE).
- La ciencia de las leyes y de las formas del pensamiento, que nos da normas para la investigación científica y nos suministra un criterio de verdad (Fingermann, 1977).
- Es el estudio de los principios y métodos utilizados para distinguir el razonamiento correcto del incorrecto (Copi, I. 2013)
- La lógica es la ciencia de la demostración, pues sólo se preocupa de formular reglas para alcanzar verdades a través de la demostración (Aristóteles)³.

² (Mockus, 2004)

³ Di Castro, E. (coord.), *Conocimientos fundamentales de filosofía. Vol. I* [en CD-ROM], México, UNAM/McGraw-Hill, Colección Conocimientos Fundamentales, 2006.

- La lógica o arte de razonar es la parte de la ciencia que enseña el método para alcanzar la verdad (San Agustín).³

La lógica es la ciencia de las leyes necesarias del entendimiento y la razón (Kant)³

- La lógica es la ciencia de la idea pura de la idea de un elemento abstracto del pensamiento (Hegel)³.

Razonamiento

- Serie de conceptos encaminados a demostrar algo o a persuadir o mover oyentes o lectores (RAE).
- Acción de discurrir, ordenando ideas en la mente, para llegar a una conclusión (Bustamante, A. 2009, citando DRAE)
- Actividad del espíritu que pasa, según unos principios determinados, de un juicio a otro, para alcanzar una conclusión (Sánchez, C. 2009).
- Actividad intelectual no completamente explícita que se ocupa de la manipulación de la información dada o adquirida, para producir una nueva información (Balacheff, N. 2000).
- Forma especial de pensamiento, raciocinio o actividad mental (Bustamante, A. 2009)
- Es el proceso de razonar, que consiste en organizar y estructurar las ideas para arribar a una conclusión⁴
- Facultad que permite resolver problemas, extraer conclusiones y aprender de manera consciente de los hechos, estableciendo conexiones causales y lógicas necesarias entre ellos⁵
- Actividad intelectual no completamente explícita que se ocupa de la manipulación de la información dada o adquirida, para producir una nueva información.

⁴ Definición de razonamiento. Consultado Febrero 14 de 2018, de (<https://definicion.de/razonamiento/>)

⁵ Razonamiento. Consultado Febrero 14 de 2018, de <https://es.wikipedia.org/wiki/Razonamiento>
<http://www.filosoficas.unam.mx/~Tdl/TDL.htm>

Argumento

- Razonamiento para probar o demostrar una proposición, o para convencer de lo que se afirma o se niega (RAE)
- Ofrecer un conjunto de razones o de pruebas en apoyo de una conclusión (Weston, 2002)
- Grupo de proposiciones del cual se dice que una de ellas se sigue de las otras, consideradas como base o fundamento para la verdad de éste (Copi, I. 2013)
- Actividad que consiste en dar razones a favor o en contra de una determinada tesis, que se trata de sostener o de refutar (Atienza, 2001)
- Colección de proposiciones de las cuales una es la conclusión y las demás son las premisas (Sánchez, C. 2006).
- Bloque de proposiciones con el cual se afirma que una de ellas, llamada conclusión, se deriva, se desprende o se sigue como consecuencia de otras proposiciones del mismo bloque, llamadas premisas (Bustamante, A. 2009).

1.2 Breve recuento de la historia de la lógica

Mostraremos una breve historia de la lógica, basada esencialmente en William y Martha Kneale (1972) y Vega (1990).

Si entendemos la lógica como “razonamiento” es indudable que ha existido desde siempre y que es innata al ser humano, ya que desde siempre este ha sido dotado de razón; pero si nos concentramos en la idea de la lógica como aquella que *no se reduce al simple argumentar válidamente, sino entraña la reflexión sobre los principios de validez* (Kneale, W, 1972, 2), es necesario hablar de Aristóteles (384-322 a.C.), su teoría del silogismo y sus aportes a la axiomática, haciendo una diferencia entre la retórica-entendida como la argumentación para convencer- y la demostración-entendida como razonamiento científico-. La recopilación de sus obras, en el año 322 a.C., por parte de sus discípulos, es una colección que con el tiempo vino a conocerse como el *Órganon* o *Instrumento de la ciencia*.

Se destaca, igualmente, el aporte hecho por los sofistas (S. V a.C.), quienes resaltan la importancia del lenguaje y su aporte a la lógica, ya que, según su pensamiento: *lo que se dice es lo que confiere estatuto de existencia del ser* (Rincón, 2006). Cabe destacar que

para personajes como Protágoras (485-411 a.C.) y Gorgias (485-380 a.C.), reconocidos sofistas, la persuasión es base de la enseñanza, al usar las palabras adecuadas en el momento preciso, con el fin de convencer al oyente; Campos (1994), particularmente, resalta que el Trivium: gramática, retórica y dialéctica-lógica el legado de los sofistas.

Desde el punto de vista de la demostración en matemáticas los trabajos realizados por Tales (624-546 a.C.), son considerados por algunos historiadores como los primeros pasos dados en la historia para realizar una demostración matemática; son ciertos teoremas geométricos como: Los aportes de la conocida escuela pitagórica, que sostiene que el mundo está construido matemáticamente, son eslabones importantes en esta reflexión histórica. A ellos se debe la primera demostración contundente en matemáticas, con la que se prueba que la diagonal de un cuadrado es inconmensurable con el lado de éste. Igualmente la demostración del famoso teorema llamado Teorema de Pitágoras.

Luis Vega (1970), afirma que la demostración matemática proviene de los griegos y sus importantes aportes. La escuela platónica (387 a.C.), caracteriza el conocimiento matemático como basado en hipótesis. Los estoicos (escuela creada por Zenón de Citio en el S. IV a.C.), propusieron reglas de inferencia y algunas tablas de verdad, creando una forma de razonar diferente a la propuesta por Aristóteles. Los escépticos (fundado por Pirrón de Elis en el S. IV a.C.), reconocen la existencia de equívocos en el desarrollo del conocimiento científico, por ser una ciencia humana. *La gran proeza de los griegos consistió en reemplazar estudios de tipo empírico por una ciencia a priori de carácter demostrativo* (Kneale, 1972).

Mención especial merece Euclides (325-265 a.C.) con su obra *Elementos* (300 a.C.), considerada por muchos como el paradigma de la demostración científica, por su forma de razonamiento y demostración rigurosa de sus proposiciones. Las razones para que el texto de Euclides sea tan importante es por el tipo de presentación sistemática que hace de parte de la matemática de su época, la selección de los teoremas y problemas, la riqueza de los recursos metódicos, la continuidad de las pruebas y la exposición y aprendizaje racional de un cuerpo de conocimientos que dan un valor especial a la obra; esto hizo que citar el libro de los *Elementos* se convirtiera en una garantía de validez [Vega, citando a Proclo (412-485), filósofo griego neoplatónico]

Según Vega (1990) existían en la antigüedad dos vías para la investigación claramente definidas; por un lado, aquello que se denomina solución de problemas referente a la construcción de figuras geométricas; por otro lado, la demostración de teoremas, es decir de propiedades de las figuras geométricas construidas. Particularmente Vega, menciona que *en los Elementos de Euclides las deducciones a partir de unos primeros principios se dividen en problemas y teoremas, comprendiendo los primeros la generación, división, sustracción o adición de figuras y, en general, los cambios realizados sobre ellas, mientras que los segundos muestran sus atributos esenciales*. En el texto de Euclides aparecen además dos métodos de demostración o razonamiento: el método de agotamiento de posibilidades de análisis, conocido como exhaustión y el de reducción al absurdo.

En los *Elementos* los problemas se resolvían usando regla y compás, una regla sin marcas y un compás que se cierra al terminar su uso (colapsible) y que se encuentran en los tres primeros postulados 1) Dos puntos cualesquiera determinan un segmento de recta; 2) Un segmento de recta se puede extender indefinidamente en una línea recta; 3) Se puede trazar una circunferencia dados un centro y un radio cualquiera; hoy en día estos problemas se caracterizan porque pueden ser representados o enunciados con ecuaciones de grado 2 con coeficientes racionales.

Para el siglo XVII, René Descartes (1596-1650) y Pierre de Fermat (1601-1665) se interesaron por crear procedimientos para estudiar cualquier tipo de curvas, esto se logró gracias al proceso de algebrización de la matemática, creando así un nuevo lenguaje.

El modo de razonar cambió, ya que no se razonaba sobre la figura sino sobre la ecuación que la representaba. Este tipo de análisis permitirá nuevos desarrollos en la geometría, ya que se podía aceptar la existencia de un objeto, aún cuando éste no fuera visualizado.

En éste mismo siglo (S. XVII), Gottfried Wilhelm Leibniz (1646-1716) inicia un proceso de transformación de la lógica, separándose de las ideas de Aristóteles; buscaba, a partir de conceptos simples, combinarlos para llegar a una idea. Al mismo tiempo empieza a vincular cierta simbolización utilizando números primos y compuestos. Propuso que algo existe si no puede ser contradictorio y que una demostración sería producida por una cadena de definiciones que llega a una identidad. Diferencia las proposiciones analíticas

de las sintéticas (*las primeras son aquellas cuyo valor de verdad puede ser determinado en virtud del significado de los términos involucrados, y las segundas, aquellas que para determinar su valor de verdad, requieren algún tipo de contrastación empírica*)⁶; pero no logró cambiar el esquema sujeto-predicado de las proposiciones ni la identificación entre lo lógico y ontológico propuesto por Aristóteles.

En el Siglo XIX la aparición de las geometrías no euclidianas de Janos Bolyai (1802-1860), Nicolai Lobachevsky (1792-1856) y Friederich Riemann (1826-1866) muestran que se puede desarrollar una teoría matemática, donde lo importante no es la verdad de ella, sino su coherencia, razonando desde la lógica y sin la necesidad de un referente real. Esto hace que se aumente la exigencia del rigor matemático, particularmente en el Cálculo Infinitesimal, para lo cual surge la denominada aritmetización del análisis con Augustin Cauchy (1789-1857), Karl Weierstrass (1815-1897), Eduard Heine (1821-1881), Richard Dedekind (1831-1916) y George Cantor (1845-1918), quienes definen conceptos como número real, función y límite y de esta manera elaboran teorías que superan las contradicciones generadas por los infinitesimales.

El álgebra tiene un desarrollo muy significativo en Inglaterra a comienzos del Siglo XIX y fué posteriormente George Boole (1815-1864), el primero en proporcionar una simbología para la lógica, describiendo algebraicamente las leyes de los silogismos y las cuatro formas proposicionales categóricas, utilizando como representaciones de los valores de verdad de una proposición a 0 y 1. Posteriormente August De Morgan (1806-1871), Benjamin Pierce (1809-1880) y Karl Schröder (1841-1902) proponen la necesidad de descubrir y simbolizar las relaciones entre objetos, con el fin de poder simbolizar completamente una situación de la vida real; aparecen también las primeras simbolizaciones para dichas relaciones y para los cuantificadores.

Otro tema que estaba aún pendiente por trabajar rigurosamente era el del infinito, (lo infinitamente grande, lo infinitamente pequeño) el cual estaba presente desde el Siglo V antes de nuestra era, con las aporías de Zenón de Elea (490-430 a.C.), discípulo de Parménides, a quien le defendió sus tesis usando argumentos que mostraban lo absurdo

6. Distinción analítico-sintético. Recuperado el 12 de abril de 2018 en https://es.wikipedia.org/wiki/Distincion_analitico-sinetico

de las tesis del movimiento y la multiplicidad del ser; para Aristóteles, Zenón es el inventor de la dialéctica utilizando lo que hoy conocemos como demostración indirecta o reducción al absurdo; sus más afamadas aporías son las de Aquiles y la tortuga y la del corredor en el estadio.

Una primera aproximación al problema del infinito fue realizada por Bolzano (1781-1848), pero es solamente en el Siglo XIX que George Cantor (1845-1918) con su teoría de conjuntos avanzó en la solución a éste problema. En 1889 Giuseppe Peano (1858-1932) presenta la primera versión de la axiomatización lógica de la aritmética, dentro de la cual aparece una formalización del Principio de Inducción Matemática.

De acuerdo con María Falk (1990), Gottlob Frege (1848-1925) es el fundador de la escuela logicista de filosofía de la matemática, ya que en sus obras se busca construir las matemáticas como una parte de la lógica; a éste se debe el moderno cálculo proposicional veritativo funcional, reemplazar la estructura sujeto-predicado de Aristóteles por argumento-función y la teoría de la cuantificación en su trabajo *Conceptografía* de 1879. Su propuesta para introducir la matemática dentro de la lógica que se encuentra en su obra *Las leyes básicas de la Aritmética* (1893-1903) generó ciertas paradojas que ponían en peligro la matemática clásica, por lo cual en 1910, Bertrand Russell y Alfred Whitehead (1861-1947), influenciados por Frege publican su obra *Principia Mathematica* logrando cimentar gran parte de la matemática a partir de la lógica, sin caer en las paradojas en que incurrió Frege. Dicho trabajo fue considerado como uno de los más importantes e influyentes en el siglo XX. Como propuesta a las paradojas de la teoría de conjuntos, surge la denominada escuela intuicionista, liderada por Leopold Kronecker (1823-2891), Luitzen Brouwer (1881-1966) y Arend Heyting (1898-1980), quienes rechazan la teoría de conjuntos propuesta por Cantor.

Cabe destacar también, que como respuesta al naciente grupo intuicionista, aparece otro liderado por David Hilbert (1862-1943), la escuela formalista que defiende las ideas de Cantor. Se desarrolla con Hilbert un programa que busca probar la consistencia de la matemática reduciendo la intuición y la experiencia a un cálculo riguroso de signos mediante la teoría de la demostración o metamatemática.

La escuela logicista fundada por Frege y continuada por Russell y Whitehead sostiene que la matemática hace parte de la lógica; la escuela intuicionista sostiene que la lógica es parte de la matemática y la escuela formalista sostiene que la matemática y la lógica son dos ciencias diferentes que se apoyan mutuamente con algunos elementos en común.

Entre los años 1950 y 1970 aparece en los EE.UU y Canadá un movimiento que busca preparar a los jóvenes en la resolución de problemas y el pensamiento crítico, el cual hace una combinación entre una ciencia como la lógica y un arte como la retórica, dando como resultado lo que se conoce hoy día como lógica informal, retórica contemporánea o pensamiento crítico; éste movimiento surge cuando se dirige la atención de filósofos y lógicos al análisis y estructura de los argumentos presentados en la cotidianidad, continuación de lo que pretendían hacer desde la antigüedad varias corrientes filosóficas.

La historia de la lógica informal, puede remontarse a la sofística ya que para estos el uso de la palabra era útil en discursos y debates; también en Aristóteles, se encuentra un gran interés por la argumentación en temas cotidianos. Dando un salto enorme, para acercarnos a nuestra época, se destaca la obra de la denominada *Lógica de Port Royal* publicada en 1662 por Antoine Arnauld y Pierre Nicole, tenida por algunos como una introducción al arte de argumentar; define la lógica como "el arte de dirigir la razón correctamente, de obtener el conocimiento de las cosas, para la instrucción de nosotros mismos y de los demás", además de abordar temas como falacias, silogismos, definiciones, razonamientos deductivos y probables, tomando ejemplos reales de argumentación.

Hacia 1830, Richard Whately (1787-1763), Arzobispo de Dublín, publicó dos obras: *Elementos de Lógica* y *Elementos de Retórica*, en los cuales ya se muestra un interés por formar a los estudiantes en el razonamiento cotidiano, presentando cierta similitud con textos de lógica informal posteriores; es solo hasta 1960 que en Norteamérica surge formalmente la lógica informal; las protestas contra la guerra de Vietnam y diversos movimientos sociales buscaban un cambio en la educación, para que esta fuera acorde con la realidad que se vivía, lo que estimuló que en universidades y colegios se iniciara un trabajo sobre la lógica del argumento cotidiano; una pregunta que se planteó fue hasta qué punto los argumentos informales podrían estudiarse y analizarse utilizando los

métodos de la lógica formal: lógica proposicional, tablas de verdad, silogismos y cálculo de predicados, criticando los métodos de enseñanza tradicional en la materia.

En 1971 el filósofo estadounidense Howard Kahane (1928-2001), publica un libro titulado *Lógica y retórica contemporánea: El uso de la razón en la vida cotidiana*, en cual realiza un análisis de argumentos de la cotidianidad tomados de diversos medios de comunicación, anuncios, libros y campañas políticas; otros trabajos a destacar son los realizados por Harrison (1969), Howard Pospesel (1978, 1991, 2002) y Little (1980), así como los aportes en cuanto al uso del argumento de Toulmin (1958) y las falacias de Hamblin (1970).

El texto de Johnson y Blair (1977) llamado *Logical Self-Defense*, en el cual se hacía un intento de tener un enfoque sistemático para el estudio y enseñanza de argumentos informales, dió origen a la revista *Informal Logic*, la cual permitió discusión, desarrollo e investigación en éste campo; dando posterior origen a nuevas revistas en el área.

Se puede decir que un impulso final para el desarrollo de la lógica informal fué el movimiento pensamiento crítico, el cual buscaba un cambio radical en la metodología tradicional usada en la enseñanza, ya que se planteaba que el escrutinio crítico de nuestras creencias y suposiciones debería ser un objetivo fundamental de la educación; aparecen ideas como la resolución de problemas, el pensamiento lateral y la importancia de comprender y evaluar argumentos. En 1980, la Universidad Estatal de California por medio de una orden, exigía que las instituciones postsecundarias del estado incluyeran instrucción formal en pensamiento crítico en su plan de estudios: "La instrucción en el pensamiento crítico debe diseñarse para lograr una comprensión de la relación del lenguaje con la lógica, que debe conducir a la capacidad de analizar, criticar y defender ideas, razonar inductiva y deductivamente y llegar a los hechos o conclusiones juiciosas basadas en inferencias sólidas extraídas de declaraciones inequívocas de conocimiento o creencia" (Dumke 1980, Orden Ejecutiva 338).

Desde aproximadamente el año 2000 en Colombia, en la Universidad Nacional, profesores de lógica para la carrera de Filosofía y luego como cursos de contexto introdujeron la lógica informal en la Universidad Nacional. Producto de ese trabajo es el libro Sánchez, Serrano y Peña (2009) *Argumentación y Lógica* que ha tenido varias

reimpresiones. Hoy en Colombia el tema no es ajeno en algunos ámbitos y particularmente en la Maestría en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales se promueve su aprendizaje y uso tanto a nivel universitario como a nivel medio.

2.Revisión de material

Para el desarrollo del presente trabajo como anotamos, realizamos una revisión de diversos materiales sobre la enseñanza de la lógica y la demostración matemática a nivel medio; se seleccionaron algunas propuestas presentadas en trabajos de grado y textos utilizados en la educación media sobre el tema en cuestión.

2.1 Trabajos de grado

En la Universidad Nacional se han desarrollado cinco trabajos de grado (dos en la carrera de Matemáticas y tres en la Maestría en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales), referentes a la temática abordada en el presente trabajo, es decir sobre temas relacionados con demostración matemática, lógica y argumentación; a continuación, se presenta una reseña de cada uno de los trabajos mencionados en orden cronológico; con el fin de realizar una primera aproximación y análisis de las diferentes propuestas y dar continuidad a las investigaciones realizadas.

➤ **¿Qué es una demostración matemática? (2003)**

Autor: Magda Liliana González Alvarado

Universidad Nacional de Colombia (Sede: Bogotá)

Carrera de Matemáticas

La autora pretende resolver las siguientes preguntas: ¿qué es una demostración matemática?, ¿qué papel juega en las matemáticas? y ¿ha tenido a través del tiempo el mismo significado?; para resolverlas desarrolla su trabajo en tres capítulos: los dos primeros referentes al desarrollo de la lógica (debido a la revisión del concepto de rigurosidad matemática) y el concepto de demostración, donde se incluyen los principales métodos de demostración, para finalizar con la aparición de las denominadas

demostraciones computacionales; el tercer capítulo hace referencia a las matemáticas constructivas.

El recorrido histórico es presentado en dos etapas, la primera abarca del siglo V antes de nuestra era, hasta el siglo XIX; en éste se resalta que la demostración matemática proviene de los griegos y sus importantes aportes; se mencionan básicamente a los platónicos, los estoicos, los escépticos y a Aristóteles como los primeros que desarrollaron esta idea, presentando a Euclides como el principal protagonista con su obra de los *Elementos*. Posteriormente se presentan las dos vías de la investigación, presentes en la antigüedad y claramente definidas: la solución de problemas, antecedente de la actual matemática constructiva; y la demostración de teoremas.

Continuando con la historia, el siglo XVII genera un nuevo avance, ya que René Descartes y Pierre de Fermat se interesaron en el estudio de curvas, creando procedimientos para estudiar cualquier tipo de estas generando un proceso de algebrización de la matemática, creando una geometría analítica. Para el Siglo XIX, con la aparición de las geometrías no euclidianas Bolyai, Lobachevski y Riemann descubren que se puede desarrollar una teoría matemática, donde lo importante no es la verdad de ella, sino su coherencia. Este desarrollo generará una algebrización de la lógica, proceso de transformación que se había iniciado siglos atrás con Leibniz (Siglo XVII) y se concreta con George Boole quien algebriza la lógica, describiendo algebraicamente las leyes de los silogismos; posteriormente De Morgan, Pierce y Schröder complementan dicha simbolización, aparece también la primera axiomatización de la lógica matemática con Frege en su *Begriffsschrift* (1879).

En el segundo capítulo se menciona la aparición de pruebas computacionales, resaltándola como la única novedad, ya que en todas las ramas de la matemática la forma de demostración es la misma; dichas demostraciones no han sido del todo aceptadas en algunos ámbitos como demostraciones matemáticas ya que presentan características que no son acordes a lo que debe ser una demostración matemática rigurosa.

Posteriormente la autora, realiza una presentación de la metamatemática y su desarrollo, para terminar, presentando algunos métodos de demostración: prueba directa, prueba

por inducción, prueba por construcción, prueba por reducción al absurdo o reducción, prueba por contraposición, prueba por contraejemplo y la prueba por distinción de casos, de cada una de ellas se da una definición y se presenta un ejemplo. Resalta que una prueba posee en esencia dos partes una secuencia de afirmaciones y la justificación de éstas; finalmente se aborda el caso de la prueba por computador, a la cual se le dedica una sección particular, no sin antes resaltar que esta prueba hace uso de la combinación de algunos de los tipos de pruebas mencionados. Para finalizar el capítulo dos, se presentan los diferentes niveles de rigor en matemáticas en los cuales se resaltan tres estadios: la intuición, la prueba axiomática y la prueba formal, mostrando dos ejemplos uno de la teoría de números y otro referente al campo de la geometría.

El tercer capítulo se centra en el constructivismo, como para algunas corrientes la existencia de un objeto se da por la posibilidad de construirlo, mientras que otros aceptan la existencia del mismo mientras no existan contradicciones dentro de la teoría del estudio (formalistas); para los constructivistas el principal interés son los números enteros positivos, la demostración de existencia de uno de estos números debe dar cuenta de cómo fue hallado; las interpretaciones constructivas de las proposiciones y los cuantificadores fueron incluidas por Brouwer (1881,1966), analizando los conectores y dando una particular importancia a la negación; aparece la definición del hacer figural y el hacer global como partes esenciales del quehacer matemático; manifestando que aparece ahora en escena el hacer computacional.

Concluye con la diversidad de respuestas que hay a la pregunta sobre lo que es una demostración matemática y la falta de acuerdo que hay acerca del concepto de demostración computacional y su aceptación; la aceptación actual de las demostraciones computacionales, particularmente del teorema de los cuatro colores por una parte de la comunidad matemática, abre la puerta para el debate del rigor que debe contener una demostración para ser aceptada, dado que aparentemente se están bajando los niveles, pero evitando que bajen tanto, hasta el nivel en que inició. Finalmente, en el anexo aparece la demostración realizada del teorema de los cuatro colores soportada en el análisis de casos.

Las principales fuentes usadas por la autora para el desarrollo de su trabajo son: Alberto Campos (1994), Luis Vega (1990), Thomas Tymoczko (1979), Erret Bishop (1985) y Javier De Lorenzo (1993).

➤ **La lógica como herramienta vs. La lógica como disciplina (2006)**

Autor: Margarita María Rincón Hidalgo

Universidad Nacional de Colombia (Sede: Bogotá)

Carrera de Matemáticas

La autora pretende hacer un paralelo entre la lógica como disciplina y la lógica como herramienta, orientada a la enseñanza de la lógica en su nivel más elemental, para ello realiza un acercamiento a conceptos base como: lógica informal, razonamiento y teoría de la deducción. El trabajo consta de dos capítulos: en el primero se realiza una presentación de la lógica informal y su relación con la lógica formal; en el segundo, se aborda la experiencia de aula en la que se desarrolló el trabajo, el Liceo Navarra de Bogotá, donde se desarrolló la propuesta., sobre el uso de la lógica informal con estudiantes del grado noveno.

En el capítulo primero, hace una reflexión sobre la enseñanza de la lógica, para ello recurre a los documentos del MEN, a propuestas de educación en Tailandia, documentos de la Universidad Autónoma de Navarra y algunos discursos del matemático colombiano Antanas Mockus (2004) y del profesor español Miguel de Guzmán (1993).

Posteriormente se realiza una presentación histórica del desarrollo de la lógica y la argumentación, donde se resalta el papel de los sofistas, el *Órganon* de Aristóteles (creado como herramienta para atacar los sofismas y dando aparición a los silogismos), así como los aportes de los estoicos y megáricos (a quienes se les atribuye la fundación del cálculo proposicional). Luego se hace un gran salto hasta el siglo XIX para mencionar los aportes de Frege en cuanto al desarrollo de la lógica matemática, distando claramente de la silogística aristotélica. Luego se presenta el nacimiento de la lógica informal en 1970, en la cual se enlaza la lógica y la retórica con lo cotidiano, esta surge fundamentalmente de la denominada teoría de la argumentación; se hace énfasis en la

necesidad de no presentar las ciencias como acabadas, sino abrir la posibilidad de que los estudiantes vayan descubriendo cosas de acuerdo con sus capacidades.

En el segundo capítulo desarrolla la propuesta a partir de la presentación de un curso de lógica informal, en el cual se abordan los siguientes temas: proposiciones, conectores y negación, tablas de verdad, leyes de la lógica, cuantificadores, y métodos para la demostración de teoremas; la autora del trabajo recomienda como texto para el desarrollo de los temas el libro de *Matemáticas 9*, de Barnett y Kearns (1997), y para los talleres utiliza los textos de Bloch (2000) y Copi (1998).

En las conclusiones afirma que la lógica informal fue una buena herramienta para abordar los temas de la lógica y la argumentación, ya que generó motivación en los estudiantes. Plantea la dificultad presentada por los estudiantes al momento de pasar de la argumentación en un lenguaje natural a la demostración matemática y propone, para subsanar esta dificultad, incluir conceptos de lógica matemática dentro de los estándares de educación nacional.

➤ **El fortalecimiento del razonamiento matemático...Eslabón perdido en la humanidad (2014)**

Autor: Yenni Milena Quiceno Zuluaga

Universidad Nacional de Colombia (Sede: Manizales)

Maestría en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales.

La autora plantea que el trabajo surge de la necesidad de comprobar las teorías que afirman que los ejercicios de lógica y las actividades de gimnasia cerebral permiten desarrollar el cerebro humano y aportan significativamente al desarrollo intelectual, partiendo de la solución de problemas y otras actividades de tipo lógico; contextualiza la población con la cual se va a trabajar (estudiantes grado 11, del IE Sagrada Familia, Palestina, Caldas), buscando incentivar el trabajo y aprovechamiento del tiempo libre, potenciando el pensamiento lógico-matemático y racional con ejercicios de lógica y gimnasia cerebral.

El trabajo consta de 6 capítulos, dentro de los cuales se cuentan los objetivos y las conclusiones; el primero presenta los objetivos, en el cual se propone el desarrollo del

pensamiento lógico-matemático y racional, a partir del desarrollo de problemas lógicos y de gimnasia cerebral; luego se presenta una justificación en la que se hace referencia a movilizar los estudiantes para sacarlos del estado de pereza investigativa y débil participación en las clases y para ello se propone como herramienta motivacional el desarrollo de situaciones problema, acertijos y juegos matemáticos.

El segundo contiene una presentación general del colegio, su PEI, objetivos, perfiles de los estudiantes, caracterización de la población. El tercer capítulo es un híbrido entre la presentación de lo que se entiende por inteligencia y el desarrollo de la lógica; en cuanto a la inteligencia, empieza definiendo como “escoger entre”, haciendo alusión a la etimología de la palabra, posteriormente se mencionan los factores que influyen en su desarrollo: hereditarios, biológicos, ambientales, educativos, motivacionales y de salud; acto seguido se presentan los diversos tipos de inteligencia: las inteligencias múltiples (Gardner, 2003), inteligencia emocional (Goleman, 1995); en este punto se hace un alto en el tema de las inteligencias y se aborda el desarrollo histórico de la lógica, dividiéndola en épocas relevantes y los aportes propios en cada una, la primera situada en la antigua Grecia, dentro de la cual se menciona a los sofistas y los estoicos, la siguiente entre los siglos XVI y XIX con figuras como Descartes, Leibniz, Boole y Frege; se resalta que en el desarrollo de la lógica han intervenido tanto matemáticos como filósofos.

Finalizado el recorrido histórico, se abordan elementos con el fin de intentar diferenciar el razonamiento lógico (realizar la inferencia de una conclusión a partir de premisas) del no lógico (no solo se basa en premisas, también tiene en cuenta la experiencia y el contexto) y caracterizar la lógica como la ciencia encargada de estudiar el razonamiento; acto seguido vuelve al trabajo sobre la inteligencia, explicando el funcionamiento de la mente humana, haciendo énfasis en el aprendizaje significativo (Samper, 2007) y el aprendizaje basado en problemas.

El cuarto capítulo hace referencia al diseño y la metodología y al final se presentan los resultados de la experiencia; en cuanto a lo referente a la metodología, se hace una presentación del desarrollo del trabajo con los estudiantes, partiendo de un pre test para terminar con un pos test, muchos de los ejercicios allí abordados presentan un tratamiento de razonamiento gráfico (secuencias); también se trata del uso de una bitácora para los estudiantes en la cual estos proponían diversos ejercicios de gimnasia

matemática; los ejercicios buscan que la parte de cálculos sea mínima y el ingenio prevalezca, uno de los ejercicios propuestos fue: *Ayer tenía 16 años y el próximo año tendré 17 años, si mañana cumplo años, ¿qué día nací?*.

El capítulo cinco, presenta los resultados del trabajo realizado; en el pre test se presentan bajos resultados por parte de los estudiantes por la falta de familiaridad con los temas, de acuerdo con lo comentado por la autora, mientras que el test final se observa un avance satisfactorio. Como conclusiones se plantea que este tipo de ejercicios mejora la disposición y participación de los estudiantes y que efectivamente el proceso sirvió, ya que se evidenció mejoría en los resultados del segundo test.

➤ **Un primer curso de lógica informal para la enseñanza media (2016)**

Autor: Camilo Andrés Girón

Universidad Nacional de Colombia (Sede: Bogotá)

Maestría en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales

El autor se plantea la necesidad de trabajar la lógica y el razonamiento con el fin de fortalecer la competencia argumentativa, dada su relevancia para los estudiantes de educación media. Para el desarrollo del pensamiento crítico es necesario brindarles herramientas conceptuales que les permitan determinar la validez de argumentos y razonamientos, en lenguajes formales como el de la matemática; destaca, que no siempre con los cursos tradicionales se logra dicho objetivo y aún más importante, no necesariamente dichas herramientas son de fácil aplicabilidad en el análisis de argumentos y razonamientos en lenguajes naturales.

Las ideas presentadas en el párrafo anterior fueron las que incidieron en el nacimiento del pensamiento crítico y la lógica informal en EEUU y Canadá en 1960, buscando mejorar la enseñanza de la lógica, ya que para muchos docentes los niveles de aprendizaje alcanzados por los estudiantes en cursos de lógica matemática y simbólica no eran satisfactorios; se afirma también que, la enseñanza de la lógica, tanto en el nivel escolar como en el universitario, se centraba esencialmente en el cálculo proposicional y razonamiento deductivo, descuidando el análisis de argumentos en diversas áreas del conocimiento.

La propuesta tiene tres partes: Marco teórico, marco metodológico y la propuesta didáctica; la última parte es la más extensa dado que es un manual o texto para el desarrollo de un curso de lógica informal para estudiantes de grado once; dicha propuesta se implementó en el IE Ciudad Luz de Ibagué usando como texto el propuesto por el autor.

El marco teórico se puede dividir en tres apartados: inicia citando textos del MEN y la Declaración mundial sobre educación para todos (Tailandia, 1990), algunos discursos del matemático colombiano Antanas Mockus (2004), en cuanto a la necesidad de formar a las personas en lógica y argumentación; un segundo apartado se concentra en el desarrollo histórico de la lógica, mencionando los aportes de Aristóteles, los estoicos y Descartes y Bacon sobre los silogismos, para dar un muy posterior origen a la lógica matemática; la tercera parte de éste marco realiza una presentación de la lógica informal, arguyendo a la necesidad de ser enseñada y abordada, fundamentándose en la retórica contemporánea; se hace una definición de lógica informal como *“aquella área de la lógica la cual intenta formular los principios y estándares de la lógica que son necesarios para la evaluación de argumentos”* (Sánchez, C. 2006), posteriormente se aborda la definición de argumentos y tipos de éstos a modo de introducción al trabajo y cierre de este primer capítulo.

La propuesta didáctica (texto para la enseñanza de la lógica), cuyo nombre coincide con el título del trabajo, consta de cuatro partes, a saber:

- Argumentos y su identificación: identificación, argumentos complejos, esquema de un argumento y tipos de argumento
- Conceptos básicos de lógica matemática: Simbología, cálculo proposicional
- Argumentos deductivos válidos: Reglas de inferencia, prueba formal de validez y cuantificadores
- Argumentos inductivos: tipos e ideas erróneas sobre argumentos inductivos

Finalmente se presentan los resultados de la aplicación de la unidad didáctica, resaltando la baja reprobación en las pruebas y ejercicios propuestos; en cuanto a las conclusiones se comenta la falta de interés por parte de las directivas del plantel educativo para el desarrollo de estos temas, aunque se resalta el gusto e interés por parte de los

estudiantes. A modo de comentario final se resalta la ausencia de textos para el trabajo con estudiantes de estos niveles.

➤ **Propuesta didáctica para el desarrollo de la competencia argumentativa y la demostración en grado noveno (2016)**

Autor: Diego Armando Moreno Cifuentes

Maestría en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales

Universidad Nacional (Bogotá)

El autor resalta que el proceso de argumentación es usado en la cotidianidad y que en las pruebas Saber se evalúa la competencia argumentativa, ya que esta se plantea en los documentos del MEN, definida como “*la capacidad de dar razones, explicaciones, defender puntos de vistas, aclarar diferencias y realizar críticas reflexivas*” (Moreno, 2016); por ello se plantea como objetivo: elaborar una propuesta didáctica que desarrolle la competencia argumentativa por medio de la enseñanza–aprendizaje de los temas de matemáticas en estudiantes de grado noveno.

El trabajo consta de cuatro partes: planteamiento del problema, aspectos históricos y epistemológicos, reflexiones didácticas y propuesta didáctica, la cual está basada en el desarrollo de talleres; se menciona, además, que la propuesta didáctica fue implementada en la IED José María Obando de Rosales, Cundinamarca. La primera parte, correspondiente al planteamiento del problema, resalta la deficiencia en los procesos de argumentación en los estudiantes.

La segunda parte, presenta un breve desarrollo histórico y epistemológico de la demostración, destacando cuatro momentos históricos claves para el desarrollo de la misma; la primera ubicada en la antigüedad, resaltando los aportes de personajes como Tales de Mileto, Euclides, Pitágoras, Parménides, Zenón de Elea, los estoicos, los megáricos (paradojas), Platón y Aristóteles (Órganon, que da cabida a los silogismos y las proposiciones categóricas); en este recorrido se observa como la demostración une la filosofía y la dialéctica con las matemáticas; se cierra ésta primera época con la mención de las dos vías de investigación: teoremas y problemas.

Un segundo momento, dedicado a la Edad Media, en el cual se resalta que se tiene como fundamento el trabajo de Aristóteles, pero aparecen grandes figuras como: Boecio, Gerardo de Cremona, Guillermo de Moerbeke, Anselmo de Bel, quienes enfocaron su trabajo fundamentalmente a realizar traducciones de los textos escritos en la antigüedad, por tanto, no son muchos los avances ya que aún no se ha desarrollado una simbología que facilite el proceso de formalización de la lógica.

El tercer momento, hace referencia al Renacimiento, donde se resaltan figuras como Leibnitz, Descartes, Pascal y Kant quienes generan grandes avances en el campo de las demostraciones y la lógica; la cuarta etapa, ubicada en el siglo XIX, resalta personajes de la talla de Boole, De Morgan y Frege quienes dan una mayor y mejor estructura a la lógica matemática como ciencia, mostrando a la matemática como reducible a la lógica; en el siglo XX aparecen Russell, Peano y Hilbert quienes dan continuidad a la obra de sus antecesores.

La tercera parte, se concentra en lo referente a los aspectos didácticos; allí se presenta la argumentación dentro del currículo colombiano y se resalta que aparece en documentos del MEN como los lineamientos y los estándares tanto de matemáticas como los de competencias ciudadanas. De igual manera se hace un llamado de atención al papel del docente como juez, quien solamente válida y no permite que el estudiante descubra, construya y argumente sus hallazgos

La propuesta didáctica busca el desarrollo del razonamiento y la argumentación; se pretende que el estudiante: reconozca un argumento, las premisas, la conclusión, realice una aproximación al cálculo proposicional, las reglas de inferencia, los argumentos inválidos, los cuantificadores y la reducción al absurdo como técnica de demostración.

En las conclusiones, se resalta lo llamativo del tema, así como el uso de Tics para la construcción de tablas de verdad y se destaca como punto positivo, el cómo el trabajo argumentativo permitió a los estudiantes el desarrollo de la capacidad crítica.

2.2 Textos escolares

En cuanto a los libros de texto para la enseñanza media, se visitó el colegio Rosario de Santo Domingo ubicado en la localidad de Chapinero en la ciudad de Bogotá, allí se revisaron dos colecciones de textos para educación media:

❖ **Matemáticas Educación Básica secundaria Sigma, Ed. Vincens Vives, Barcelona (2004)**

Autor: Lozano, J. y otros

Se revisaron los textos desde grado sexto a once y en ninguno de ellos se hace referencia a la temática de interés de este trabajo.

❖ **Matemáticas Proyecto Educativo siglo XXUNO, Ed. Santillana, Bogotá (2016)**

Autor: Joya, A. y otros

Se revisaron los textos de grado sexto a once y se encontraron referencias al tema de interés de este trabajo en los textos de octavo, noveno y once:

- **Octavo**

El capítulo nueve, el cual hace referencia a Geometría, inicia con el tema denominado razonamiento deductivo, éste inicia con el planteamiento de un problema en el cual a partir de tres frases y la aclaración de que solo uno de los interlocutores dice la verdad, se debe determinar quién la está diciendo; luego se presenta una definición de razonamiento deductivo, la cual se puede resumir como: *ir de lo general a lo particular, basado en la demostración.*

Posteriormente se hace la definición de demostración: *Conjunto de razonamientos lógicos que se articulan para obtener una conclusión.* Se hacen definiciones con ejemplos de lo que es una definición (*descripción clara de características*), un postulado (*proposición considerada verdadera que no necesita demostración*), teorema (*proposición que puede ser demostrada*) y conjetura (*proposición que se supone cierta, pero que no ha sido ni demostrada ni refutada*); dentro de los ejemplos se encuentra:

Definición: Dos rectas son paralelas si están en el mismo plano y no se intersecan.

Postulado: Todo plano contiene al menos tres puntos que no son colineales.

Teorema: Si los lados de un triángulo son congruentes, entonces, los ángulos opuestos a estos lados son congruentes.

Conjetura: Todo número par mayor que 2 puede escribirse como la suma de dos números primos.

Luego se aborda el tema de las generalizaciones falsas y los contraejemplos, los cuales, de acuerdo con los autores, permiten demostrar que una generalización es falsa. Se presentan ejemplos del uso de contraejemplos para refutar generalizaciones, entre ellos:

Refutar las siguientes proposiciones:

Un rectángulo es un cuadrilátero que tiene dos pares de lados opuestos congruentes.

Esta proposición corresponde a una definición incorrecta de rectángulo. Para refutarla se puede construir un romboide PQSR, en el que hay dos pares de lados opuestos congruentes, pero no es un rectángulo.

Posterior a esto se hace una presentación del método directo de demostración, para lo cual se presentan los siguientes pasos: *Identificación de la hipótesis y la tesis; construcciones geométricas; relacionar la hipótesis con definiciones, postulados y teoremas previos; afirmar la tesis.* Se presentan algunos ejemplos del método; dentro de estos está:

Demostrar que la suma de los ángulos internos de un triángulo es igual a 180° .

Primero: Se reescribe el teorema para identificar la hipótesis y la tesis.

Luego, se hace la construcción auxiliar.

Finalmente se hace la demostración, justificando cada paso.

- **Noveno**

El texto de éste grado, titula el capítulo tres como Razonamiento; dicho capítulo se puede dividir en dos partes: la primera referente al Razonamiento y la segunda a Geometría. La primera parte, que es la parte de nuestro interés consta de dos secciones, la inicial hace referencia a las proposiciones lógicas, de manera análoga a lo ocurrido en el texto de

octavo, inicia con una situación problema introductoria en la que se busca dar respuesta a la pregunta del lugar de residencia de unos individuos, a partir de información general dada sobre estos:

César, Mariana, Javier y Jennifer viven en regiones diferentes. Además, Jennifer vive en Cartagena, César va a Villavicencio a visitar a Mariana y a Javier le gustaría vivir en Cali. ¿Dónde vive César?, ¿Quién vive en Bogotá?

Se da una definición de proposición lógica: *expresión de la que se puede afirmar si es verdadera o falsa*, se introduce la notación y clasificación (*simples, compuestas*), se presentan como ejemplos de proposiciones en matemáticas los postulados, las conjeturas, la definición y el teorema, los cuales se definen como se había realizado en el texto de octavo.

Posteriormente se introducen los conectivos lógicos (*palabras que se utilizan para unir dos proposiciones simples y construir una proposición compuesta*), se presentan la y, o, si...entonces..., si y sólo si; junto con su notación, la operación lógica, la forma de la proposición compuesta obtenida y la forma en que se lee la proposición obtenida; se presentan algunos ejemplos resueltos sobre la escritura de proposiciones y el uso de conectivos; un ejemplo presentado es:

Escribir la proposición compuesta a partir de las siguientes proposiciones simples:

P: ABCD es un cuadrilátero.

Q: Tiene solo un par de lados paralelos.

$P \wedge Q$

Se obtiene: "ABCD es un cuadrilátero y Tiene solo un par de lados paralelos".

A continuación, se presentan los cuantificadores (*expresión que hace referencia a la cantidad de elementos de un conjunto universal que cumplen una propiedad*), los tipos de cuantificadores: Universal (*Todos los elementos cumplen la propiedad*), Existencial (*por lo menos un elemento cumple la propiedad*), su notación y la relación (*con uno de los cuantificadores se niega el otro*), luego se muestran algunos ejemplos y problemas a solucionar: uno de los ejemplos presentados es el siguiente:

Utilizar cuantificadores para negar la siguiente proposición. Luego, determinar su valor de verdad.

Existen polígonos que son hexágonos.

Como la proposición utiliza el cuantificador existencial, su negación debe expresarse con el cuantificador universal.

Por tanto, se tiene que la negación de la proposición es “todo polígono es no hexágono”, cuyo valor de verdad es falso.

La segunda sección del capítulo tres, hace referencia a los métodos de demostración: Directo, el cual se presenta haciendo uso de la proposición condicional, en el cual la primera proposición desempeña el papel de hipótesis y la segunda de tesis, luego se retoman los cuatro pasos presentados en el texto de grado octavo y mencionados anteriormente, se muestran algunos ejemplos resueltos, entre ellos:

Demostrar que si l es la mediatriz del segmento AB entonces todo punto de l equidista de los puntos A y B .

Se identifican las hipótesis y la tesis, luego se hace la construcción auxiliar y posteriormente se enuncian las proposiciones que permiten probar la validez de la tesis con sus justificaciones y por último se demuestra el teorema.

Indirecto: Se presenta como método alternativo del método directo, el cual se puede realizar de dos maneras: el uso de la contrarrecíproca (*En la cual se establece como hipótesis la negación de la tesis de la proposición original y como tesis, la negación de la hipótesis original y se procede como el método directo*) y la reducción al absurdo (*se parte de la negación de la tesis y estableciendo una contradicción se concluye que dicha negación ha de ser falsa, concluyendo que la tesis debe ser verdadera*); seguida de ejemplos, aquí encontramos:

Demostrar que en el triángulo ABD , si el segmento AC es perpendicular al segmento BD entonces el ángulo ACD es congruente con el ángulo ACB .

Aquí se plantea la proposición contrarrecíproca de la original, es decir: si el ángulo ACD no es congruente con el ángulo ACB entonces el segmento AC no es perpendicular al segmento BD.

Realizando un proceso similar al de la sección anterior, demuestran la veracidad de la contrarrecíproca, lo que permite validar la proposición original.

Termina esta sección con la definición de contraejemplo, aclarando que éste se usa cuando la proposición tiene un cuantificador, pero se sospecha que dicha proposición no se cumple para todos los individuos del universo, por lo que se busca refutar dicha proposición, luego vienen los ejercicios propuestos para la sección, los cuales están en el dominio geométrico.

- **Once**

Este texto inicia en el capítulo uno con el tema de Lógica, conjuntos y números reales; solamente la primera sección denominada proposiciones, es de interés para nuestro trabajo; el problema planteado inicialmente tiene una estructura similar al propuesto en el texto de grado octavo (verdad-mentira), luego se hace una definición de proposición (igual a la del texto de noveno) y los tipos de proposiciones: Simples (*no contiene términos de enlace*) y Compuestas (*se forman a partir de dos o más proposiciones simples que se relacionan mediante términos de enlace denominados conectivos lógicos*), se hace la definición de conectivo lógico (similar a la del texto de noveno, con las mismas partes, aunque se incluye la negación), seguida de ejemplos que ya amplían los dominios de aplicación, algunos de ellos son:

Determinar cuáles de los siguientes enunciados son proposiciones:

a. Todo triángulo es un polígono regular.

Esta expresión corresponde a una proposición ya que se puede afirmar que “Todo triángulo es un polígono regular” es falso o verdadero.

Leer las siguientes proposiciones. Luego, clasificar en simples o compuestas.

P: Einstein es físico.

Q: 1 m equivale a 1000 cm.

R: Algunas ecuaciones cuadráticas tienen soluciones imaginarias y todas las ecuaciones lineales tienen soluciones reales.

Las proposiciones P y Q son proposiciones simples ya que no tienen términos de enlace. La proposición R es una proposición compuesta ya que está formada por dos proposiciones simples:

S: Algunas ecuaciones cuadráticas tienen soluciones imaginarias.

T: Todas las ecuaciones lineales tienen soluciones reales.

Las proposiciones simples S y T, se relacionan mediante el conectivo lógico “y”.

Se abordan cada uno de los conectores de manera individual presentado una definición y la tabla de verdad correspondiente a cada uno de éstos, se hace también (como comentario al margen) la definición de tautología (*si siempre se obtiene como resultado de la proposición compuesta, verdadero*), contradicción (*si siempre se obtiene como resultado de la proposición compuesta, falso*) y contingencia (*cuando hay por lo menos un valor de verdad para la proposición compuesta falso y los demás son verdaderos*), siguen los ejercicios de la sección en los que se abordan diversos temas, incluso se hace una conexión entre las proposiciones compuestas y el funcionamiento de circuitos.

En la última sección se aborda el concepto de proposiciones con cuantificadores, se definen las funciones proposicionales: *expresión que tiene una o más variables que, al ser sustituidas por los elementos de un conjunto de referencia, dan origen a una proposición*; se define cuantificador y los tipos de estos (universal y existencial) y la relación entre estos, presentada en el texto de grado décimo; se presentan ejemplos y ejercicios; un ejemplo dado es:

Simbolizar la proposición “Todo número entero es menor que su sucesor”.

$$(\forall n \in \mathbb{Z})(n < n + 1)$$

2.3 Conclusiones de la revisión de material:

- Todos los trabajos analizados presentan el desarrollo histórico, ya sea de la lógica o de la demostración, lo que plantea una necesidad de conocer dicha historia con el fin de aproximarse a los conceptos básicos de la lógica.
- La mayoría de los trabajos presentan un desarrollo sobre los razonamientos deductivos, descuidando el razonamiento inductivo, motivo por el cual el presente trabajo aborda esta temática a modo de complemento y continuidad de los anteriormente revisados.
- No todos los textos de educación media abordan esta temática, incluso parece interesante destacar que, en la portada de uno de los textos se podía ver el anuncio: *¡Incluye razonamiento!*, como la gran novedad.
- Los textos que incluyen el tema lo abordan de manera muy sucinta y fundamentalmente como introducción al trabajo geométrico.
- Cabe destacar una vez más que ya en el texto correspondiente a grado once de Santillana, como se mencionó anteriormente, se amplía el dominio de aplicación y ya no se trabaja únicamente con el geométrico como ocurría en los textos de grado octavo y noveno.

En los textos de educación media, se aborda la parte de proposiciones, pero ninguno de estos trata el tema de los argumentos, parece descuidado y dejado de lado este tema tan importante para el desarrollo del pensamiento crítico de los estudiantes y al cual en muchos de los documentos del ICFES sobre educación y currículo se hace énfasis en su abordaje e importancia dentro de la formación de los estudiantes.

3.Marco metodológico y disciplinar

En el presente capítulo se abordarán de manera muy sucinta el marco metodológico basado en el Aprendizaje basado en problemas (ABP) y el marco disciplinar el cual se fundamenta en la lógica informal. Para ello presentaremos los aspectos que consideramos más relevantes de cada uno de ellos.

3.1 Aprendizaje Basado en Problemas:

Para abordar este tema nos basamos principalmente en un artículo publicado en una revista chilena (Morales y Landa, 2004).

El Aprendizaje Basado en Problemas (ABP) , surge en la Universidad de McMaster (Canadá), entre los años 1960 y 1970 en la Facultad de Medicina; su origen parte de la necesidad de replantear los contenidos y metodologías usadas hasta el momento, con el fin de mejorar la preparación de los estudiantes. Algunos docentes de dicha facultad manifestaron que el método usado basado en el desarrollo de un patrón intensivo de clases expositivas de Ciencias Básicas, seguido de un programa exhaustivo de enseñanza clínica, no es el adecuado.

Los docentes plantearon que el desarrollo de la tecnología y los avances en la ciencia y la medicina, hacían que dicha metodología no fuese efectiva y que era necesario fortalecer las habilidades para la solución de problemas por parte de los estudiantes, adquirir la información, sintetizar en hipótesis y probar dichas hipótesis. Esto hizo que el Razonamiento Hipotético Deductivo, conocido desde la antigüedad, permitiera el

nacimiento de una nueva escuela de medicina innovadora con una nueva propuesta de enseñanza, conocida hoy en el mundo como ABP.

La primera promoción de esta escuela se graduó en 1972 y esta metodología empezó a ser implementada alrededor de 1980 en otras escuelas de medicina de Estados Unidos, Europa y Australia, siendo liderada, dicha implementación, por la Universidad de Nuevo México en Estados Unidos. La necesidad del cambio, se debió a que los problemas que enfrentan los profesionales actualmente son muy diferentes a los que se encontraban años atrás.

Se comentaba que las clases expositivas tradicionales, priorizan los contenidos y descuidan los ejemplos concretos y las aplicaciones y rara vez desafían a los estudiantes para adquirir un nivel más alto de comprensión; en resumen: el profesor transmite y el estudiante recibe pasivamente, por lo tanto, era necesario cambiar este modelo con el fin de hacer del estudiante un actor, ya no pasivo sino activo, en su proceso de aprendizaje, buscando mejorar la calidad de los graduados.

El impacto de éste modelo de aprendizaje, en cuanto a lo referente a la calidad de los graduandos, en particular de los graduados universitarios, se ve reflejado en un documento que presenta las características principales para estos, según las conclusiones obtenidas en la Conferencia de Wingspread realizada en 1994 son las siguientes:

- *Habilidades de alto nivel en comunicación, computación, manejo tecnológico y búsqueda de información, que permitan al individuo obtener y aplicar los nuevos conocimientos y habilidades cuando se requiera.*
- *Capacidad para llegar a juicios y conclusiones sustentadas, lo cual significa definir efectivamente los problemas; recoger y evaluar la información relativa a esos problemas y desarrollar soluciones.*
- *Capacidad de funcionar en una comunidad global a través de la posesión de actitudes y disposiciones que incluyen la flexibilidad y adaptabilidad; la valoración de la diversidad; la motivación y la persistencia; conducta ética y ciudadana; creatividad e ingenio y la capacidad para trabajar con otros, especialmente en equipo.*
- *Competencia técnica en un campo determinado.*

- *Demostrada capacidad para desplegar todas las características anteriores para enfrentar problemas específicos en situaciones reales y complejas, en los que se requiera desarrollar soluciones viables.* (Morales, P. 2004)

Se hace la aclaración que la clase expositiva debe ser complementada con otras actividades con el fin de lograr las metas propuestas anteriormente.

Pero, entonces ¿qué es el ABP?; Morales (2004) citando a Barrows (1986) *define al ABP como “un método de aprendizaje basado en el principio de usar problemas como punto de partida para la adquisición e integración de los nuevos conocimientos”*. A pesar de su evolución, debido a la necesidad de adaptarlo a otros campos diferentes a la medicina, cual fue concebido, el ABP mantiene sus principales características las cuales se presentan a continuación:

- El aprendizaje está centrado en el alumno: El estudiante es el responsable de su aprendizaje consultando y seleccionando la información relevante.
- El aprendizaje se produce en grupos pequeños de estudiantes: Permite fortalecer el trabajo con variedad de personas.
- Los profesores son facilitadores o guías: Plantea preguntas que permiten a los estudiantes encontrar la mejor ruta de solución para el problema.
- Los problemas forman el foco de organización y estímulo para el aprendizaje: A partir del planteamiento de un problema, los estudiantes van descubriendo la necesidad de la adquisición de conceptos y herramientas de las diversas ciencias que forman parte de su currículo de formación.
- Los problemas son un vehículo para el desarrollo de habilidades de resolución de problemas: El estudiante desarrolla habilidades propias a su profesión, con el fin de dar soluciones adecuadas.
- La nueva información se adquiere a través del aprendizaje auto dirigido: El estudiante recopila información de su entorno y de su experiencia, al tiempo que discute, compara y debate constantemente lo que han aprendido.

De acuerdo con lo planteado por Robert Glaser (1991), citado por Morales (2004), existen tres principios relacionados con el aprendizaje y los procesos cognitivos, los cuales están muy presentes en el ABP, que son:

- El aprendizaje es un proceso constructivo y no receptivo: El conocimiento no se puede quedar en lo memorístico; la memoria tiene una característica asociativa basada en redes semánticas, el correcto acoplamiento del nuevo conocimiento en

estas redes permite su uso para la resolución y comprensión de nuevas situaciones.

- La metacognición afecta el aprendizaje: El estudiante debe estar en la capacidad de responder el qué y el cómo sobre un problema particular, así como también interpretar sus resultados y analizar la validez de los mismos, es decir contestar la pregunta de si su estrategia de solución funciona y es válida.
- Los factores sociales y contextuales tienen influencia sobre el aprendizaje: Hace referencia al uso del conocimiento en diferentes contextos, para solucionar diversos problemas y como el trabajo en grupo permite nuevos desarrollos de conocimiento.

Entre los principales efectos sobre el aprendizaje que se generan con el ABP se pueden resaltar los siguientes:

- Facilita la comprensión de los nuevos conocimientos, lo que resulta indispensable para lograr aprendizajes significativos: Memorización comprensiva del aprendizaje.
- El ABP promueve la disposición afectiva y la motivación de los alumnos, indispensables para lograr aprendizajes significativos: Deseo de aprender.
- El ABP provoca conflictos cognitivos en los estudiantes: Los conflictos cognitivos motivan investigación y búsqueda de respuestas lo que genera nuevos conocimientos.
- En el ABP el aprendizaje resulta fundamentalmente de la colaboración y la cooperación: El aprendizaje es producto de la interacción social, por tanto, el trabajo en grupo es fundamental.
- El ABP permite la actualización de la Zona de Desarrollo Próximo de los estudiantes: Capacidad de aprender por sí solo y con la participación de otros.

El ABP parte de la propuesta de un problema que genera un desafío para los estudiantes, dicho problema ha de crear un conflicto cognitivo que impulsa al estudiante a buscar la solución del mismo con ayuda de su grupo de trabajo; dicha búsqueda provee al estudiante de nuevos conocimientos que no se memorizan, por el contrario, se adquieren y pueden ser usados en otros contextos, propiciando un pensamiento crítico que le permita determinar cuál o cuáles conocimientos son apropiados para la solución de una situación particular.

El ABP tiene dos ejes fundamentales: primero el estudiante, quien descubre la relación de los contenidos con la realidad, además que esta metodología a de promover en el estudiante el desarrollo intelectual, científico, cultural y social, en resumen, el estudiante aprende a aprender; en segundo lugar, el problema, que ha de estar relacionado con la realidad, con los objetivos del curso y debe formar en la toma de decisiones. Por otra parte, se hace necesario en el ABP un cambio en los roles tanto del docente, quien debe pasar de ser el protagonista a un facilitador y estratega que propende por la adecuada construcción del conocimiento por parte de sus estudiantes; en cuanto al estudiante, este ha de ser más activo y responsable frente al desarrollo de su propio aprendizaje.

Los pasos que debe seguir un estudiante para solucionar un problema con la metodología del ABP son los siguientes:

- Leer y analizar el escenario del problema.
- Realizar una lluvia de ideas.
- Hacer una lista de aquello que se desconoce.
- Hacer una lista de lo que se necesita para resolver el problema.
- Definir el problema.
- Obtener información.
- Presentar resultados.

Existen además diversas maneras de desarrollar esta metodología, a saber:

- Investigación dirigida por el docente.
- Investigación dirigida por el docente y los alumnos.
- Investigación dirigida por los alumnos.

Para la evaluación se deben tener en cuenta los siguientes aspectos:

- Aporte individual.
- Aporte en equipo.
- Coevaluación.
- Autoevaluación.

A modo de conclusión se puede decir, siguiendo a Morales (2004) que el ABP es importante puesto que:

- Genera una mejor comprensión, retención, aplicación y transferencia de los conceptos y habilidades.
- El uso de la información de forma significativa, desarrolla un mayor aprendizaje.
- Hay un incremento en el uso de estrategias para la resolución de problemas.

3.2 Lógica Informal:

Para el desarrollo de esta parte se toma como base el libro de Copi (2016) y el artículo de (Sanchez, C. H., 2006).

La lógica informal, retórica contemporánea o pensamiento crítico es el nombre dado a *la aplicación de la lógica en las más variadas áreas del conocimiento o la vida real*, estudia los argumentos dados en lenguaje natural en diferentes ámbitos. Es una combinación de una ciencia como es la lógica con un arte como lo es la argumentación discursiva; sobre su origen ya hemos discutido con anterioridad en el capítulo dedicado al desarrollo histórico de la lógica.

La lógica informal analiza la calidad y validez de un argumento de la vida cotidiana; desde mucho tiempo atrás, ésta se ha asociado con la retórica contemporánea. Se busca utilizar el rigor matemático y las herramientas de la retórica para garantizar la validez de un argumento deductivo, así como las necesarias para analizar la fuerza de un argumento inductivo.

La lógica informal se diferencia de la formal ya que en la primera importa de quién y para quién es el argumento, además no se limita al trabajo con argumentos deductivos, sino que analiza argumentos de tipo inductivo de acuerdo con Johnson, citado por Sánchez (2006): *La lógica informal es aquella área de la lógica (aún no canonizada como disciplina) la cual intenta formular los principios y estándares de la lógica que son necesarios para la evaluación de la argumentación.*

En el libro de Epstein (2002), titulado *Cinco maneras de decir por lo tanto*, el autor aporta cierto fundamento teórico para la lógica informal. Presenta cinco maneras de hacer

inferencias: Argumentos, pruebas, condicionales, causa y efecto y explicaciones; por tanto podemos decir que la inferencia es uno de los métodos analizados en la lógica informal, además de esta también encontramos las falacias, cabe destacar que dentro de las formas de hacer inferencia se encuentran las generalizaciones y las analogías, siendo estas dos las que abordamos en el desarrollo de los talleres a modo de un primer acercamiento a la lógica informal que sirva como complemento de los trabajos realizados con antelación, que como ya se comentó, se concentran fundamentalmente en la parte deductiva.

3.3 Prueba Diagnóstica:

Se desarrolló una prueba diagnóstica, dicha prueba constó de tres partes: la primera referente a conectivos lógicos, la segunda referente al análisis de argumentos deductivos (reglas de inferencia) y la tercera a la identificación de argumentos tanto deductivos como inductivos; a continuación presentamos la prueba realizada:

ACTIVIDAD DIAGNÓSTICA

INSTITUCIÓN:

NOMBRE:

GRADO/PROGRAMA:

1. Determine si cada una de las siguientes frases es verdadera (V) o falsa (F):

- a. Roma es la capital de Italia y Bogotá no es la capital de Colombia ()
- b. No es cierto que Cristóbal Colón no descubrió América ()
- c. Todo número impar es primo y 2 también es primo ()
- d. Si Simón Bolívar libertó a Colombia, entonces Simón Bolívar es Colombiano ()
- e. Si Colombia no se encuentra ubicada en Sur América, entonces Colombia no está en América ()
- f. Cali queda en Colombia o París queda en Alemania ()
- g. Real Madrid es un equipo del fútbol español y Boca del fútbol argentino ()
- h. Nairo Quintana es un ciclista colombiano y Pelé es un jugador de fútbol sueco.()
- i. $2+3=5$ solamente si $3-1=4$ ()

2. Obtenga una conclusión acorde con cada una de las siguientes situaciones:

- a. Todo hombre es mortal y Sócrates es un hombre.

CONCLUSIÓN:

- b. Si Jorge no estaba amenazado, no era narcotraficante. Pero, Jorge era narcotraficante o ex guerrillero. Jorge estaba amenazado.

CONCLUSIÓN:

- c. He visto por lo menos dos docenas de garzas en mi vida, y todas las que he visto en mi vida son blancas.

CONCLUSIÓN:

- d. Lassie es un dálmata o Lassie es un collie. Pero no es un Collie.

CONCLUSIÓN:

- e. La lista de Schindler, El imperio del sol e Inteligencia artificial son películas dirigida por Spielberg. La lista de Schindler y El imperio del sol nos gustaron mucho.

CONCLUSIÓN:

- f. La gente sabe que debe llevar su coche a una revisión regular, con el fin de evitar daños graves en éste. El cuerpo de una persona es similar a un coche.

CONCLUSIÓN:

- g. El jefe de la banda saldrá del país solo si se siente amenazado. Si el jefe se siente amenazado, delegará su poder en Pablo o en Luís. Si delega el poder en Pablo, aumentarán los robos en el barrio. Si delega el poder en Luís, aumentará la venta de droga y prostitución en el barrio. El jefe de la banda se siente amenazado y aumentaron los robos en el barrio.

CONCLUSIÓN:

3. Teniendo como base la definición: **Un argumento es un conjunto de proposiciones en el que se intenta establecer la convicción o certeza acerca de una de ellas, la conclusión, con base en otras que conocemos como premisas,** determine cual o cuales de los siguientes textos son argumentos, luego determine la conclusión en el (los) seleccionado(s) como argumento(s); escriba su respuesta en la tabla adjunta:

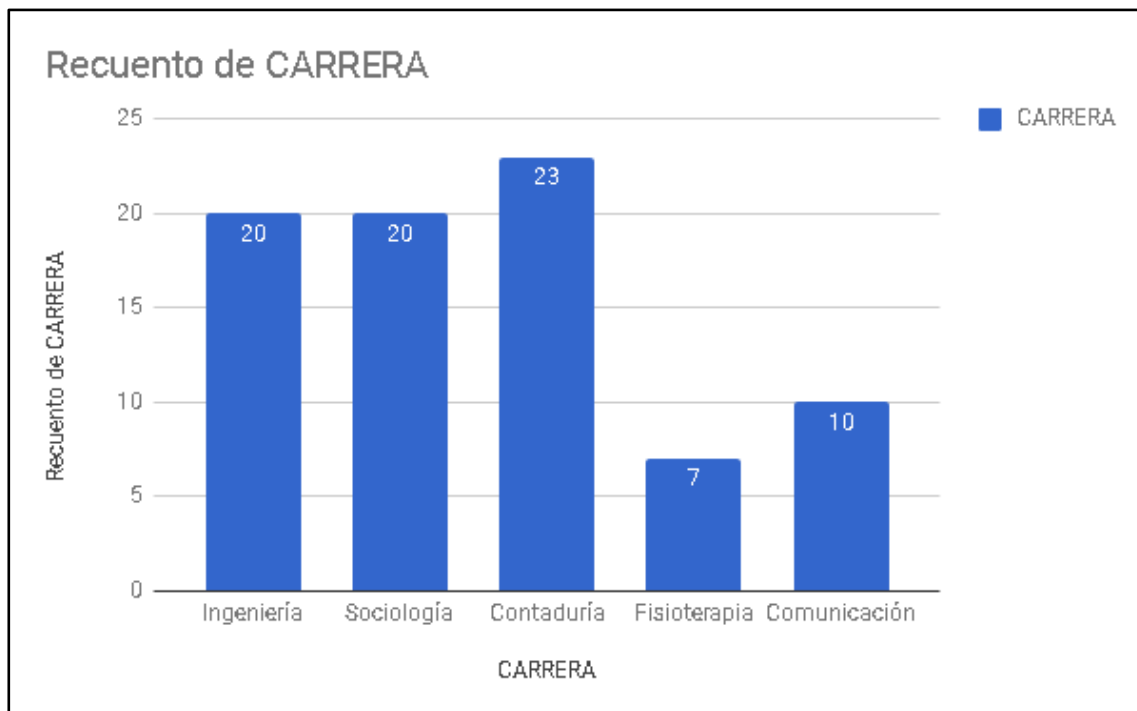
- a. María leyó los últimos cinco libros de García Márquez y los encontró estimulantes. Por eso ella piensa que todos los libros de García Márquez son estimulantes
- b. Quienes han vivido en el extranjero o han tenido extenso contacto con una cultura diferente a la propia, con seguridad han experimentado el hecho de que las verdades que sostenemos constituyen solamente una de muchas verdades posibles. Una forma interesante de proporcionar tal experiencia a los estudiantes es exponerlos a una variedad de prácticas culturales en el controvertido currículo para estudios sociales de Jerome Bruner, *Man: A course of Study* (Bruner, 1966)
- c. Para un científico de la computación, el cálculo de predicados es importante por varias razones. En primer lugar, constituye el fundamento lógico de los lenguajes de programación lógica, como puede ser Prolog. En segundo lugar, el cálculo de predicados se utiliza cada vez más para especificar los requisitos de las aplicaciones de computadora. Finalmente, en lo referente a las demostraciones de corrección, el cálculo de predicados nos permite especificar exactamente las condiciones en que los programas proporcionan respuestas correctas.
- d. Me merezco el puesto de trabajo porque tengo la preparación adecuada y nadie lleva en la empresa tantos años como yo. Además el jefe de sección considera que debo yo ser el elegido
- e. Muchas personas creen que la palabra “dieta” implica comer menos y solo aquellas comidas que no nos gustan. Se trata de un prejuicio que impera en gran parte de la sociedad. Sin embargo, dieta, realmente, significa la manera en que una persona se alimenta. Algunos tienen una dieta saludable, y otras, no tanto. ¿A quién no le gusta comer todo lo que quiera, sin tener que preocuparse de saber cuántas calorías tiene un determinado alimento? Sin embargo, si abusamos con una dieta poco nutritiva, los resultados para nuestra salud pueden ser graves.
- f. Platero es pequeño, peludo, suave; tan blando por fuera, que se diría todo de

algodón, que no lleva huesos. Sólo los espejos de azabache de sus ojos son duros cual dos escarabajos de cristal negro.

Análisis de resultados

La prueba fue presentada por 120 estudiantes: 80 de nivel universitario de diferentes carreras y universidades entre ellas Universidad Santo Tomas, Universidad Manuela Beltrán y Universidad Central (ver gráfica 1) y los 40 restantes de grado once.

Gráfica 1. Pruebas por Carrera



Fuente: El Autor.

En cuanto a los resultados obtenidos se destaca que en la primera parte (la correspondiente a conectivos lógicos) un 62% de los estudiantes respondieron de manera correcta, en la segunda (la referente a argumentos deductivos y leyes de inferencia) un 58% y en la tercera (identificación de argumentos) solamente un 36%

respondió adecuadamente; esto nos lleva a concluir que los estudiantes presentan dificultad en la identificación y análisis de argumentos. Por lo tanto en el desarrollo de este trabajo se hace énfasis en este aspecto, reforzando los conceptos básicos sobre argumentos y su correspondiente análisis.

Realizando una comparación entre los resultados obtenidos por los estudiantes universitarios y los de colegio, cabe destacar que en la primera parte, es decir la referente a conectivos lógicos, no se presentó gran diferencia ya que contestaron correctamente el 63% y 59% respectivamente; en la segunda parte, es decir en lo referente a argumentos deductivos y leyes de inferencia, contestaron correctamente 64% y 45%, respectivamente. Por tanto ya se empieza a observar diferencia entre los estudiantes universitarios y los de colegio; por último, en la tercera parte, es decir la referente a la identificación de argumentos, los porcentajes de respuestas correctas fueron 44% y 21% respectivamente, se puede concluir que la diferencia en este tema es mayor; una vez más queda en evidencia la necesidad de trabajar el tema referente a la argumentación con los estudiantes de educación media.

Por último presentamos un análisis similar a los anteriores (haciendo énfasis a las diferentes temáticas abordadas en la prueba), pero ahora sobre las diferentes carreras universitarias en las que se realizó. En la primera parte los resultados son muy parejos, en un intervalo entre el 56% (obtenido por los estudiantes de Contaduría) y el 68% (de los estudiantes de Fisioterapia); en la segunda parte el intervalo estuvo entre el 56% (nuevamente de los estudiantes de Contaduría) y el 76% (para Fisioterapia); por último en la tercera parte el intervalo fue del 22% (Comunicación social) y el 55% (Sociología).

En términos generales los estudiantes de la carrera de sociología obtuvieron el mejor promedio con un 64%, mientras que los estudiantes de menor promedio fueron los de la carrera de comunicación social con un 49%. Cabe resaltar que a pesar de ser el promedio más bajo por carreras, aún se encuentra por encima del promedio general del obtenido por los estudiantes de colegio que solamente alcanzaron el 42%; esto nos lleva a concluir una vez más que es necesario realizar un trabajo más concienzudo con los estudiantes de colegio en cuanto a lo referente al trabajo con argumentos.

Se destaca también que, en cuanto a la tercera parte, en la identificación de argumentos, siendo el primero un argumento inductivo, fue uno de los tres argumentos que generó dificultad para ser reconocido como tal; una motivación más para trabajar con este tipo de argumentos.

4. Propuesta Didáctica

Como se ha venido comentando con anterioridad y acorde con los resultados obtenidos en la actividad diagnóstica, la propuesta didáctica, que se presenta en cuatro actividades de aprendizaje, se enfoca fundamentalmente en la lógica informal. Básicamente nos concentramos primero en realizar a modo introductorio un repaso sobre argumentos y reglas de inferencia para el análisis de razonamientos deductivos, ya que, como anotamos, este trabajo pretende ser una continuación del trabajo de Girón, cuyo enfoque primordial estuvo en los argumentos deductivos. Posteriormente se presentan dos actividades que se enfocan en el trabajo con argumentos inductivos, especialmente razonamientos por generalización y analogía.

Para el desarrollo de la propuesta se toman como base los textos de Sánchez, C., Serrano G. y Peña J. (2009), Copi, I. y Cohen C. (2013), Bustamante, A. (2009), Asti, C. (2009), Weston, A. (2002) y en particular el manual propuesto por Girón (2016), ya que este último recoge varios de los elementos a abordar en esta propuesta. También tendremos en cuenta la metodología usada por Girón, iniciando con una presentación teórica del tema, definiciones, ejemplos y el desarrollo de ejercicios, lo cual tiene que ver con la metodología de ABP, ya que incitará a los estudiantes a investigar para complementar lo contemplado en la actividad y les llevará a desarrollar trabajo en grupo al tiempo que implica justificar las respuestas dadas.

4.1 Actividad 1

Argumentos y su identificación

Planteamiento de la situación problema

La argumentación es fundamental para cualquier ser humano, dado que le permite exponer sus ideas de manera acorde, justificarlas y defenderlas, siempre fundamentado en razones válidas y coherentes. Los estudiantes de educación media han de fortalecer sus diversas competencias, entre ellas su capacidad argumentativa y la comprensión de textos argumentativos, con el fin de fortalecer su pensamiento crítico. Esto nos lleva a plantearnos las siguientes preguntas: ¿identificamos adecuadamente un argumento?, ¿reconocemos un texto argumentativo y su estructura?

Objetivos:

1. Recordar algunos conceptos básicos como proposición, premisa, conclusión, argumento e inferencia con el fin de hacer un primer acercamiento a la argumentación.
2. Conocer los elementos característicos que indican que un texto es un argumento.
3. Identificar textos argumentativos y sus partes con el fin de conocer su estructura y así realizar un análisis del mismo.

Metodología

Se entregará al estudiante la guía y este inicia su estudio y revisión; el docente orientará las inquietudes que puedan surgir durante esta parte. Posteriormente los ejercicios se desarrollan de forma individual y luego en pequeños grupos se contrastarán los resultados. Luego en una plenaria se institucionalizarán los conceptos abordados.

Elementos teóricos

Conceptos básicos

Proposición: Una proposición es una oración con sentido completo, de la cual se puede afirmar si es verdadera o falsa.

Argumento: Serie de proposiciones de las cuales unas sirven de base para sustentar otra; a las primeras se les llama *premisas* y a la segunda *conclusión*. Un argumento usualmente se representa de la forma **P1, P2, P3,..., Pn / Q** donde **P1, P2, P3,..., Pn** son las premisas y **Q** es la conclusión.

Inferencia: según Copi & Cohen, (2005) es el proceso por el cual se llega a una conclusión que se afirma sobre la base de una o más proposiciones aceptadas como punto inicial del proceso. Para determinar si una inferencia es correcta, el lógico examina las proposiciones que constituyen los puntos inicial y final de este proceso, así como la relación que existe entre ellos. Podemos decir que por cada inferencia hay un argumento y por cada argumento hay una inferencia.

La característica central de un argumento es el hecho de que permite pasar, por la sola reflexión, de la aceptación de unos enunciados a la aceptación de otros. Debemos notar que los argumentos son parte de la vida cotidiana, de la vida científica y académica, como también de la vida de un abogado o un filósofo (Sánchez, 2009, pág. 19); los argumentos son parte de la vida de un comerciante, un periodista, un estudiante, de cualquier persona que desee sostener o criticar un punto de vista.

Identificación de argumentos

En el lenguaje natural la identificación de argumentos comienza por determinar en un texto cualquiera si es un argumento o nó. En caso de que lo sea se debe determinar dentro de éste cuáles son las premisas y cuál la conclusión. Suele ser un trabajo complejo, ya que usualmente en los argumentos no se sigue un orden estricto de premisas a conclusión; esto implica que el lector ha de leer con mucho cuidado y tener en cuenta las siguientes pautas.

Existen expresiones específicas que nos indican que estamos en presencia de una conclusión, estas las llamaremos **indicadores de conclusión**, y son una ayuda para determinar cuál es la conclusión. Algunos indicadores de conclusión se encuentran en la siguiente tabla:

Indicadores de conclusión	
Por lo tanto	Por estas razones
De ahí que	Se sigue que
Así	Podemos inferir que
Correspondientemente	Concluyo que
En consecuencia	Lo cual muestra que
Consecuentemente	Lo cual significa que
Como resultado	Lo cual nos permite inferir que
Por esta razón	Lo cual apunta hacia la conclusión de que
Entonces	Se deduce que
Implica que	Luego
En conclusión	Indica que

Tabla 1. Indicadores de conclusión

Del mismo modo existen otras expresiones que en algunos casos sirven para identificar las premisas de un argumento. Estas expresiones las llamaremos **indicadores de premisas**. Si nos encontramos cualquiera de ellas es señal frecuente que lo que sigue es la premisa de un argumento. Algunos indicadores de premisas se encuentran en la siguiente tabla:

Indicadores de premisas	
Puesto que	Como es indicado por
Dado que	La razón es que
A causa de	Por las siguientes razones
Porque	Se puede inferir de
Pues	Se puede derivar de
Se sigue de	Se puede deducir de
Como muestra	En vista de que
En razón de	Se deduce de
Se infiere de	De donde
Con base en	En tanto que
Asumiendo que	Como
Considerando que	

Tabla 2. Indicadores de premisas

Es importante anotar que no todo texto que contiene un argumento tiene explícitos los indicadores de conclusión o de premisas, pero el contexto nos ayudará a decidir si se trata de un argumento o no.

Ejemplos

Para comenzar estudiaremos algunos textos para determinar si son o no argumentos, y si lo son identificamos sus premisas y su conclusión:

1. Colombia es un país productor de petróleo. Por lo tanto, hay una certeza matemática de que el país en su totalidad empeora con la baja del precio internacional del petróleo.

Análisis: Este es el tipo más simple de argumento. Notemos que la frase *por lo tanto* nos indica que lo que sigue es la conclusión. Este argumento está compuesto por una premisa y su conclusión las cuales son:

P1: Colombia es un país productor de petróleo.

Q: Hay una certeza matemática de que el país en su totalidad empeora con la baja del precio internacional del petróleo.

2. Don Ramón, personaje de la famosa serie El Chavo del 8, visitó Chile en 1982 y concedió una entrevista con una televisora local, en la que habló sobre su lado humano, su familia, sus proyectos, su relación con sus hermanos El loco Valdés y Tin Tan; y con los otros integrantes de la serie, de El Chavo del 8.

Análisis: El texto no es un argumento, es un texto informativo.

3. No asistiré al partido, pues me siento cansado.

Análisis: Este ejemplo es un argumento que de nuevo cuenta con una sola premisa y la conclusión, pero notemos que en este caso la conclusión está primero que la premisa y la palabra *pues* indica que sigue una premisa.

P1: Me siento cansado.

Q: No asistiré al partido.

4. “Ya he dicho, en anteriores ocasiones, que me gustaría ir a los Juegos Olímpicos porque no pude estar en el pasado Mundial. Me estoy preparando en todos los aspectos, tanto física, futbolística y mentalmente”.

Análisis: Este es un argumento donde Falcao da las razones de por qué quiere ir a los Juegos Olímpicos y cómo se está preparando. Las premisas y la conclusión son

P1: No pude estar en el pasado Mundial.

P2: Me estoy preparando en todos los aspectos, tanto física, futbolística y mentalmente para ir a los juegos Olímpicos.

Q: Me gustaría ir a los Juegos Olímpicos.

5. YouTube es el tercer sitio más popular en todo el mundo según el ranking de Alexa, por ello no sorprende a nadie que diariamente se suben millones de videos y cada vez surjan nuevas estrellas en esta plataforma.

Análisis: En este texto tenemos un argumento y la frase *por ello* nos indica que se sigue la conclusión. Su premisa y su conclusión son:

P1: YouTube es el tercer sitio más popular en todo el mundo según el ranking de Alexa.

Q: No sorprende a nadie que diariamente se suban millones de videos y cada vez surjan nuevas estrellas en esta plataforma.

De acuerdo con Copi & Cohen, (2005, pág. 22): “Cuando se ofrecen razones en un esfuerzo por persuadirnos a realizar una acción determinada, se nos presenta algo que es, en efecto, un argumento aun cuando la conclusión se pueda expresar como una orden o un imperativo”. En este contexto las órdenes tienen el mismo sentido de una proposición, aunque es una orden, la proposición nos persuade con razones que pueden ser válidas para que la llevemos a cabo, así que ignorando la diferencia somos capaces de reconocer ambos tipos de expresiones y determinar cuándo se trata de un argumento y cuando no.

A continuación daremos otros ejemplos de textos donde se ilustran aspectos que se vuelven relevantes a la hora de identificar argumentos:

6. La cultura no te hace mejor persona, pero te hace más libre, por lo tanto, debes estudiar.

Análisis: Identificando las premisas y la conclusión obtenemos

P1: La cultura no te hace mejor persona.

P2: La cultura te hace más libre.

Q: Debes estudiar.

7. Las paradojas sorprenden, impresionan, llaman la atención, provocan emociones profundas, motivan a la mejor comprensión de los conceptos físicos. En particular las paradojas físicas ayudan de manera efectiva a despertar el interés de los estudiantes a los temas de física, estas hacen más atractiva y recreativa las clases, dándole mayor intensidad y agudeza especial, eliminan el aburrimiento y fastidio.

Análisis: Identificando las premisas y la conclusión tenemos que

P1: Las paradojas sorprenden, impresionan, llaman la atención, provocan emociones profundas, motivan a la mejor comprensión de los conceptos físicos.

P2: Las paradojas hacen más atractiva y recreativa las clases, dándole mayor intensidad y agudeza especial, eliminan el aburrimiento y fastidio.

Q: Las paradojas físicas ayudan de manera efectiva a despertar el interés de los estudiantes a los temas de física.

Textos argumentativos

Un texto argumentativo es *un texto que contiene varios argumentos, uno de ellos es el argumento central y los demás dan soporte a algunas de sus premisas* (Sánchez, C., Serrano G. y Peña J. (2009)).

8. El psicólogo José Elías, pionero en risoterapia en España, puso de manifiesto que la risa fortalece el corazón, ya que cuando nos reímos movemos 420 músculos de nuestro cuerpo y entre ellos el músculo del corazón. Además, la risa reduce la presión arterial, aumenta el calibre de los vasos sanguíneos y favorece la respiración puesto que se aumenta al máximo la ventilación.

La risa fortalece nuestro corazón, por lo tanto la risa mejora nuestra calidad de vida y nuestra salud y tiene efectos positivos tanto físicos como psicológicos.

Análisis: En este caso tenemos un texto argumentativo. Si vemos los dos textos anteriores en conjunto notamos que una proposición en un argumento es una conclusión, mientras que en el otro argumento la misma proposición es una premisa.

Las premisas y la conclusión del primero de estos dos textos son:

P1: Cuando nos reímos movemos 420 músculos de nuestro cuerpo y entre ellos el músculo del corazón.

P2: La risa reduce la presión arterial, aumenta el calibre de los vasos sanguíneos y favorece la respiración puesto que se aumenta al máximo la ventilación.

Q1: La risa fortalece el corazón.

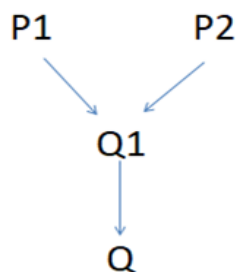
Ahora veamos las premisas y la conclusión del segundo texto:

R1: La risa fortalece nuestro corazón

Q: La risa mejora nuestra calidad de vida y nuestra salud y tiene efectos positivos tanto físicos como psicológicos.

Como podemos ver la conclusión Q del primer ejemplo es una premisa del argumento del siguiente. Es de aclarar que una proposición por sí misma, de manera aislada e independiente pueda ser considerada una premisa o una conclusión. La proposición debe ser soporte para una conclusión para ser una premisa, y es una conclusión cuando está en un argumento y se fundamenta en otras proposiciones del argumento (Copi & Cohen, 2005, págs. 23-24). Todo esto es para explicar qué premisa y conclusión son términos relativos, es decir, dependiendo del contexto puede ser premisa o conclusión.

El anterior texto argumentativo puede ser representado por el siguiente esquema que ayudará a su comprensión:



Esquema 1

9. La energía en sus diferentes formas, desde el calor hasta la gasolina, desempeña un papel más importante en los presupuestos de las familias pobres que en el de las familias acomodadas. Esto se debe a que la energía se usa grandemente para satisfacer necesidades esenciales. Para las familia entro del 10% de más bajos ingresos, la energía constituye la tercera parte de sus gastos, mientras que para las familias que pertenecen al 10% más rico, absorbe solamente el 5% de los gastos familiares. Por lo tanto, un brinco en el costo de los energéticos castigaría a los más pobres más severamente que a los ricos.

Análisis: El anterior texto es argumentativo, en éste se encuentran dos premisas (P1 y P2) que soportan una primera conclusión (Q1), la cual posteriormente se convierte en premisa de la conclusión o argumento principal (Q). Las premisas y las conclusiones son:

P1: La energía se usa grandemente para satisfacer necesidades esenciales.

P2: Para las familias dentro del 10% de más bajos ingresos, la energía constituye la tercera parte de sus gastos, mientras que para las familias que pertenecen al 10% más rico, absorbe solamente el 5% de los gastos familiares.

Q1: La energía en sus diferentes formas, desde el calor hasta la gasolina, desempeña un papel más importante en los presupuestos de las familias pobres que en el de las familias acomodadas.

Q: Un brinco en el costo de los energéticos castigaría a los más pobres más severamente que a los ricos.

Note que el esquema asociado a éste texto argumentativo es igual que el de el ejemplo anterior.

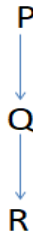
10. Si Millonarios gana el partido de hoy entonces clasifica a la Copa Suramericana; si Millonarios juega la Copa Suramericana, su rival será el Deportivo Cali. Por lo tanto, si Millonarios gana el partido de hoy, jugará contra el Deportivo Cali.

Análisis:

El argumento tiene la forma: $(P \rightarrow Q), (Q \rightarrow R) / (P \rightarrow R)$, la forma de un silogismo hipotético, donde:

- P: Millonarios gana el partido de hoy.
Q: Millonarios clasifica a la Copa Suramericana.
R: Millonarios jugará contra el Deportivo Cali.

Que se puede esquematizar de la siguiente manera:



Esquema 2

Veamos otro ejemplo, del conocido Sherlock Holmes:

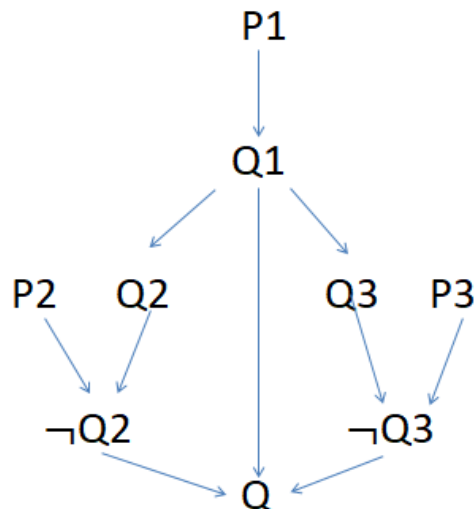
11. **Holmes:** Es lo más de sencillo... La observación me dice que usted tiene un poco de barro rojizo adherido a su empeine. Justo frente a la oficina de correos han levantado el pavimento y arrojado un poco de tierra, situada de tal manera que resulta difícil evitar pisarla al entrar. La tierra es de particular tinte rojizo que no se encuentra, hasta donde sé, en ninguna otra parte del vecindario. Hasta aquí la observación, el resto es deducción.

Watson: ¿Cómo dedujo entonces el telegrama?

Holmes: Porque sabía, por supuesto, que usted no había escrito una carta, dado que estuve sentado frente a usted toda la mañana. Veo también en su escritorio abierto que tiene una hoja de sellos y un tupido fajo de tarjetas postales. ¿Para qué podría ir al correo, entonces, si no es para enviar el telegrama? Eliminados todos los demás factores, el único que queda es el verdadero. (Weston, 2000).

Análisis:

El argumento tiene la siguiente estructura:



Esquema 3

Donde:

P_1 : Watson tiene barro rojizo en los zapatos.

Q_1 : Watson fue a la oficina de correos.

Q_2 : Watson envió una carta.

Q_3 : Watson Compró sellos o tarjetas postales.

P_2 : Watson no escribió una carta.

P_3 : Watson tiene un cajón lleno de sellos y tarjetas postales.

Q : Watson envió un telegrama.

Otro aspecto que debemos tener en cuenta es que las conclusiones no tienen que estar al principio o al final del argumento, ya en un anterior ejemplo la conclusión está en medio de las premisas. La conclusión Q está sustentada por las premisas, estén donde estén en el argumento.

Ejercicios

1. En cada uno de los siguientes textos determine si es un argumento o no; en caso de que lo sea identifique las premisas y la conclusión.
 - a. Sara leyó 4 libros de Harry Potter y le parecieron muy interesantes. Por eso ella piensa que todos los libros de Harry Potter son interesantes.
 - b. La Secretaría de Gobierno decretó que a partir de hoy al mediodía y hasta la media noche del domingo, se prohíbe a los motociclistas el tránsito con máscaras, caretas, antifaces o elementos que cubran u oculten la cara y que pueda generar la vinculación de personas en hurtos y rapto de menores sin ser identificados.
 - c. Supongamos que $2+2=5$. Entonces, restando 3 a ambos lados obtenemos que $1=2$. Como el Papa y yo somos dos personas y $1=2$, entonces el Papa y yo somos uno. Por tanto, yo soy el Papa.
 - d. Todos los múltiplos de 81 son múltiplos de 27. Todos los múltiplos de 27 son múltiplos de 9 y todos los múltiplos de 9 son múltiplos de 3. 243 es múltiplo de 81. Luego, 243 es múltiplo de 3.
 - e. Cuando Gregor Samsa se despertó una mañana después de un sueño intranquilo, se encontró sobre su cama convertido en un monstruoso insecto. Estaba tumbado sobre su espalda dura, y en forma de caparazón y, al levantar un poco la cabeza, veía un vientre abombado, parduzco, dividido por partes duras en forma de arco, sobre cuya protuberancia apenas podía mantenerse el cobertor, a punto ya de resbalar al suelo.
 - f. Las cifras de DANE sobre desempleo en Colombia no son correctas. La verdad es que la muestra se toma en 380 municipios de los 1.103 que tiene el país. Eso equivale al 34 por ciento de Colombia. Siempre se incluyen capitales y áreas rurales. El resto se va rotando cada mes en diferentes departamentos. Nunca se miden las regiones selváticas del sur ni las vastas llanuras orientales.

2. Textos argumentativos:

Los textos presentados a continuación son textos argumentativos, identifique los argumentos involucrados y cómo están relacionados. Haga el esquema asociado.

- a. En épocas de inflación, es obviamente ventajoso pedir prestado dinero a tasas normales de interés porque los dólares serán más baratos y abundantes cuando llegue el momento de pagar. Por lo tanto, las empresas tratan de pedir prestados los fondos, pero los bancos no están deseosos de hacerlo por las mismas razones.
- b. Casi todos los anuncios que vemos están obviamente diseñados, en una u otra forma, para engañar al cliente. Así, las letras que los anunciantes no quiere que veamos son muy pequeñas; sus enunciados están escritos en forma confusa. Es obvio para cualquiera que el producto no se está presentando de una forma científica y equilibrada. Por lo tanto, en los negocios comerciales hay una falta de honestidad.
- c. Se dice que toda excepción confirma la regla. Por tanto una regla sin excepción sería una regla sin confirmar, de ningún modo una no-regla. Entonces una regla con excepciones será siempre más firme que una regla sin excepciones, pues a esta siempre le faltaría la excepción que la confirmase. De lo cual se sigue que tanto más regla será una regla cuanto más abunde en excepciones; por lo que finalmente podemos concluir que la regla ideal es aquella que solo contenga excepciones.
- d. Ahora que los culpables son periodistas, y los militares siempre son inocentes. Si el río suena, piedras lleva. Y si se filtran cosas a la prensa es porque esas cosas existen. Atónitos escuchamos los intentos del Presidente por censurar a la prensa, tratando de encubrir cualquier corrupción militar con su gran corazón y promover la impunidad con terquedad. Aquí hay gato encerrado.

- e. Cuando los traficantes de drogas asesinan en el curso de sus negocios, frecuentemente matan a otros traficantes de droga... Si la iniciativa (que permite la pena de muerte a los narcotraficantes que matan en el curso de sus negocios) funciona como se supone que ha de funcionar, los traficantes serán disuadidos de matar a otros traficantes. Con menos amenazas de muerte de otros traficantes, podemos esperar que más personas se involucren en el narcotráfico y éste crezca.

Los ejemplos y ejercicios de esta actividad fueron tomados de.

Asti, C. (2009), *Argumentos y teorías: aproximación a la epistemología*, 1a ed. Buenos Aires: Educando.

Bustamante, A. (2009), *Lógica y argumentación: de los argumentos inductivos a las álgebras de Boole*, Colombia: Pearson Education.

Copi, I. y Cohen C. (2013), *Introducción a la lógica, Segunda Edición*, México: Limusa.

Girón, C. (2016), *Un primer curso de lógica informal para la enseñanza media*, Trabajo de grado, Maestría en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales, Universidad Nacional de Colombia, Bogotá, Colombia.

Sánchez, C. H., Serrano, G. y Peña J. (2009), *Argumentación y Lógica*, Bogotá: Universidad Nacional de Colombia.

Weston, A. (2002), *Las claves de la argumentación*, séptima edición, Barcelona: Ariel.

4.2 Actividad 2

Argumentos deductivos y leyes de inferencia

Planteamiento de la situación problema

Para el análisis de un argumento, es necesario primero reconocer el tipo de argumento al cual nos enfrentamos; dentro de los tipos de argumentos nos encontramos los argumentos deductivos, los cuales tienen estructuras bien definidas que permiten su análisis y estudio. Esto nos lleva a plantearnos las siguientes preguntas: ¿es posible identificar claramente un argumento deductivo?, luego de identificar su estructura ¿cómo realizar el análisis del mismo?

Objetivos:

1. Reconocer las características básicas de un argumento deductivo.
2. Conocer las reglas que permiten analizar los argumentos deductivos.

Metodología

Se entregará al estudiante la guía y este inicia su estudio y revisión, el docente orientará las inquietudes que puedan surgir durante esta parte; posteriormente los ejercicios se desarrollan de forma individual y luego en pequeños grupos se contrastarán los resultados, luego en una plenaria se institucionalizarán los conceptos abordados.

De acuerdo con los conceptos abordados en la actividad anterior, vale la pena destacar que los argumentos se pueden clasificar fundamentalmente en dos tipos: deductivos e inductivos; esta guía se centra en la presentación de los primeros y algunas metodologías para su trabajo y análisis.

Argumento Deductivo:

Un *argumento deductivo* es aquel cuya conclusión deriva de manera necesaria de sus premisas, a esta propiedad exclusiva de este tipo de argumento se le denomina validez

Recuperado de <http://www.conocimientosfundamentales.unam.mx/vol2/filosofia/anexo/t01/010401.html>); dichos argumentos son válidos, si es imposible que las premisas sean verdaderas y la conclusión falsa, e inválidos cuando la conclusión no se sigue necesariamente de las premisas (Bustamante 2009)

Los argumentos válidos pueden tener premisas verdaderas y conclusiones verdaderas, o premisas falsas y conclusiones verdaderas, o premisas falsas y conclusiones falsas, pero nunca premisas verdaderas y conclusiones falsas.

Ejemplos

Razonamientos deductivos válidos

Como sabemos, el primer paso es hallar la forma del argumento y luego definir su validez; esta es la idea que desarrollaremos en los siguientes ejemplos:

1. El ladrón entró por la puerta o el ladrón entró por la ventana; el ladrón no entró por la ventana; por lo tanto el ladrón entró por la puerta. Caso del Tollendo Ponens; su simbolización está dada por: $P \vee Q, \neg Q / P$. Véase la Tabla 8, pag. 87.
2. Si es una araña, tiene más de ocho patas, si tiene más de ocho patas, tiene alas; por lo tanto si es una araña, tiene alas. Caso de silogismo hipotético; su simbolización está dada por: $P \rightarrow Q, Q \rightarrow R / P \rightarrow R$. Véase la Tabla 8, pag. 87.
3. Como todo hombre es mortal y Sócrates es hombre, entonces Sócrates es mortal. En éste argumento se presenta una premisa general que expresa una regla “Todo hombre es mortal” la segunda es una afirmación particular, que menciona un elemento del universo al cual se aplica la regla “Sócrates es hombre”, la conclusión se basa en aplicar la regla al caso “Sócrates es mortal”. Caso de especificación universal; su simbolización está dada por:

$$(\forall x)(H(x) \rightarrow M(x)), H(s)/M(s)$$

Nota

En este punto vale la pena aclarar que no se debe confundir la validez o invalidez con la veracidad o falsedad de sus premisas y conclusión. Note que los 3 ejemplos anteriores

son razonamientos válidos, pero particularmente en el segundo la conclusión es falsa; en este caso dicha falsedad se da puesto que las premisas de las que se parte son falsas también.

Razonamientos deductivos inválidos:

1. Está haciendo frío, hoy es sábado; por tanto voy a cine. $P, Q / R$

Claramente no hay conexión lógica entre las premisas y la conclusión. Con los siguientes valores P: verdadera, Q: verdadera y R: falsa, se demuestra que el argumento es inválido

2. Si es un tigre tiene pulmones, tiene pulmones; por lo tanto es un tigre

Falacia del consecuente $P \rightarrow Q, Q / P$; puede ocurrir que P sea falsa y Q verdadera, en este caso $P \rightarrow Q$ es V y Q es V pero la conclusión P es F. Por lo cual el argumento no es lógicamente válido.

Características de los razonamientos deductivos

Para que un razonamiento sea considerado deductivo, se han de tener en cuenta los siguientes elementos:

1. La verdad de las premisas garantiza la verdad de la conclusión.
2. Si las premisas son verdaderas la conclusión no puede ser falsa.
3. Su validez puede decidirse definitivamente por métodos puramente lógicos.
4. La validez depende de la forma lógica del razonamiento y no de su contenido.

La validez de los argumentos deductivos depende de la forma y no del contenido. Es necesario separar las nociones de "verdad" y "validez", determinar la corrección o incorrección de los razonamientos es atribución de la lógica, que para ello cuenta con reglas específicas, denominadas comúnmente reglas de inferencia; la verdad o falsedad de los enunciados (premisas o conclusión), requiere una corroboración empírica que no corresponde a la lógica.

Reglas de inferencia

Una regla de inferencia es un esquema argumentativo que nos permite analizar o construir inferencias válidas. Debe estar basada en la implicación lógica de la conclusión a partir de la conjunción (y) de las premisas.

Antes de continuar presentaremos los símbolos o conectores lógicos que usaremos:

Símbolos	Significado
P, Q, R, S	Proposiciones
\neg	Negación
\wedge	y (conjunción)
\vee	o (disyunción)
\rightarrow	si...entonces...
\leftrightarrow	si y sólo si
$/$	Se concluye
\forall	Para todo
\exists	Existe

Tabla 3. Símbolos lógicos

Además recordamos las tablas de verdad de los conectivos lógicos; para ello vale la pena tener en cuenta que V significa que el valor de verdad de la proposición es verdadero y F que la proposición es falsa.

Negación	
P	$\neg P$
V	F
F	V

Tabla 4. Negación

Conectivos lógicos					
P	Q	$P \wedge Q$	$P \vee Q$	$P \rightarrow Q$	$P \leftrightarrow Q$
V	V	V	V	V	V
V	F	F	V	F	F
F	V	F	V	V	F
F	F	F	F	V	V

Tabla 5. Conectivos lógicos

También recordaremos el concepto de tautología ya que lo usaremos frecuentemente en la definición de las reglas de inferencia; una tautología es un enunciado o forma proposicional que resulta siempre verdadera, sin importar los valores de verdad que tomen las proposiciones que la conforman.

Ejemplos

Tautologías

$$[(P \rightarrow Q) \wedge P] \rightarrow Q$$

P	Q	$P \rightarrow Q$	$(P \rightarrow Q) \wedge P$	$[(P \rightarrow Q) \wedge P] \rightarrow Q$
V	V	V	V	V
V	F	F	F	V
F	V	V	F	V
F	F	V	F	V

Tabla 6. Ejemplo de Tautología

Es una tautología, ya que como se mencionó en la definición, el enunciado resulta ser verdadero sin importar el valor de verdad de las proposiciones.

No es tautología

$$[(P \rightarrow Q) \wedge Q] \rightarrow P$$

P	Q	$P \rightarrow Q$	$(P \rightarrow Q) \wedge Q$	$[(P \rightarrow Q) \wedge Q] \rightarrow P$
V	V	V	V	V
V	F	F	F	V
F	V	V	V	F
F	F	V	F	V

Tabla 7. Ejemplo de No Tautología

No es tautología ya que por lo menos uno de los valores de verdad para el enunciado no es verdadero.

A continuación presentamos las reglas de inferencia más utilizadas.

Reglas de inferencia básicas**Modus ponendo ponens (MPP) $P \rightarrow Q, P/Q$**

Si María llega temprano es contratada como secretaria. María llegó temprano. Luego María fue contratada como secretaria.

Análisis:

La forma del argumento es $P \rightarrow Q, P/Q$, donde:

P: María llega temprano.

Q: María es contratada como secretaria

y su condicional asociada es $[(P \rightarrow Q) \wedge P] \rightarrow Q$ la cual es una tautología, como se mostró anteriormente.

Modus tollendo tollens (MTT) $P \rightarrow Q, \neg Q/\neg P$

El precio del dólar sube cuando el precio internacional del barril de petróleo baja. El precio internacional del barril de petróleo no bajo, entonces el precio del dólar no subió.

Análisis:

La forma del argumento es $P \rightarrow Q, \neg Q / \neg P$, donde:

P: El precio del dólar subió.

Q: El precio internacional del barril de petróleo bajó.

y su condicional asociada es $[(P \rightarrow Q) \wedge \neg Q] \rightarrow \neg P$ la cual es una tautología, cuya prueba se deja al lector.

Modus Tollendo Ponens (MTP) $P \vee Q, \neg Q / P$

Ahorramos energía o hay cortes de energía programados, no hay cortes de energía programados. Luego ahorramos energía.

Análisis:

La forma del argumento es $P \vee Q, \neg Q / P$, donde:

P: Ahorramos energía.

Q: Hay cortes de energía programados.

y su condicional asociada es: $[(P \vee Q) \wedge \neg Q] \rightarrow P$ la cual es una tautología, cuya prueba se deja al lector.

Silogismo hipotético (SH) $P \rightarrow Q, Q \rightarrow R / P \rightarrow R$

Si el Barcelona gana el partido contra el Real Madrid entonces se corona campeón de la Liga de España, si Barcelona es campeón de la Liga Española entonces jugará la Champions League. Luego si el Barcelona le gana el partido al Real Madrid, jugará la Champions League.

Análisis:

La forma del argumento es $P \rightarrow Q, Q \rightarrow R / P \rightarrow R$, donde:

P: El Barcelona gana el partido contra el Real Madrid.

Q: El Barcelona se corona campeón de la Liga de España.

R: El Barcelona jugará la Champions League.

y su condicional asociada es $[(P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow R)] \rightarrow (P \rightarrow R)$ la cual es una tautología, cuya prueba se deja al lector.

Dilema constructivo (DC) $P \vee R, P \rightarrow Q, R \rightarrow S / Q \vee S$

El jardinero o la esposa mataron al señor Gómez. Si fue el jardinero, el chofer estuvo implicado. Pero si fue la esposa, la señora del servicio es cómplice. Por lo tanto el chofer estuvo implicado o la señora del servicio fue cómplice del asesinato.

Análisis:

La forma del argumento es $P \vee R, P \rightarrow Q, R \rightarrow S / Q \vee S$, donde:

P: El jardinero mató al señor Gómez.

R: La esposa mató al señor Gómez.

Q: El chofer estuvo implicado en el asesinato.

S: La señora del servicio es cómplice del asesinato

y su condicional asociada es $\{[(P \vee R) \wedge (P \rightarrow Q)] \wedge (R \rightarrow S)\} \rightarrow (Q \vee S)$ la cual es una tautología, cuya prueba se deja al lector.

Simplificación (S) $P \wedge Q / Q$

El acusado ha sido sentenciado a tres años de prisión y a realizar trabajo social. Luego el acusado fue sentenciado a realizar trabajo social.

Análisis:

La forma del argumento es $P \wedge Q / Q$, donde:

P: El acusado ha sido sentenciado a realizar trabajo social.

Q: El acusado ha sido sentenciado a realizar trabajo social.

y su condicional asociado es $(P \wedge Q) \rightarrow Q$ la cual es una tautología, cuya prueba se deja al lector.

En general, si afirmamos una conjunción entonces podemos concluir cualquiera de sus partes, es decir, si tenemos como premisa la proposición P y Q, podemos concluir tanto P como Q.

Conjunción (C) $P, Q / P \wedge Q$

Colombia participará en Rusia 20018

Colombia está en Suramérica

Colombia participará en Rusia 2018 y Colombia está en Suramérica.

Análisis:

La forma del argumento es $P, Q / P \wedge Q$, donde:

P: Colombia participará en Rusia 2018

Q: El acusado ha sido sentenciado a realizar trabajo social.

y su condicional asociado es $(P \wedge Q) \rightarrow (P \wedge Q)$ la cual es una tautología, cuya prueba se deja al lector.

Si afirmamos dos proposiciones, podemos unir las mediante una conjunción, es decir, si tenemos como premisas la proposición P y la proposición Q, podemos concluir que P y Q.

Adición (A) $P / P \vee Q$

Colombia jugó el mundial de fútbol en 2014, luego Colombia jugó el mundial 2014 o jugó la copa América 2013.

Análisis:

La forma del argumento es $P / P \vee Q$, donde:

P: Colombia jugó el mundial de fútbol en 2014.

Q: Colombia jugó la copa América 2013.

y su condicional asociado es $P \rightarrow (P \vee Q)$ la cual es una tautología, cuya prueba se deja al lector.

Si tenemos una proposición verdadera P, puedo adicionar cualquier otra proposición Q mediante la disyunción.

A modo de resumen, presentamos una tabla que recoge las reglas de inferencia abordadas:

Regla de inferencia	Condicional asociado
Modus Ponendo Ponens $P \rightarrow Q, P/Q$	$[(P \rightarrow Q) \wedge P] \rightarrow Q$
Modus Tollendo Tollens $P \rightarrow Q, \neg Q/\neg P$	$[(P \rightarrow Q) \wedge \neg Q] \rightarrow \neg P$
Modus Tollendo Ponens $P \vee Q, \neg Q/P$	$[(P \vee Q) \wedge \neg Q] \rightarrow P$
Silogismo Hipotético $P \rightarrow Q, Q \rightarrow R / P \rightarrow R$	$[(P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow R)] \rightarrow (P \rightarrow R)$
Dilema Constructivo $P \vee R, P \rightarrow Q, R \rightarrow S / Q \vee S$	$\{[(P \vee R) \wedge (P \rightarrow Q)] \wedge (R \rightarrow S)\} \rightarrow (Q \vee S)$
Simplificación $P, Q/Q$	$(P \wedge Q) \rightarrow Q$
Conjunción $P, Q / P \wedge Q$	$(P \wedge Q) \rightarrow (P \wedge Q)$
Adición $P, P \vee Q$	$P \rightarrow (P \vee Q)$
Doble negación $\neg(\neg P)/P$	$\neg(\neg P) \rightarrow P$
Especificación Universal (EU) t es un término que representa un individuo	$\frac{(\forall x)P(\dots, x, \dots)}{P(\dots, t, \dots)}$
Especificación Existencial (EE) a es una constante provisional	$\frac{(\exists x)P(\dots, x, \dots)}{P(\dots, t, \dots)}$

Tabla 8. Reglas de Inferencia

Ejercicios:

1. Simbolice y señale la regla de inferencia utilizada en cada uno de los siguientes argumentos que hace que el argumento deductivo sea válido.

- a. Pedro cursa 10° o 11°. Pedro no cursa 11°. Por lo tanto Pedro cursa 10°.
- b. Si no me gano la lotería, no me voy de viaje por Suramérica. Me fui de viaje a Suramérica. Luego gané la lotería.
- c. No es el caso que Camilo estudie o trabaje. Por lo tanto Camilo ni estudia ni trabaja.
- d. No es el caso que la banda Dead no toque death metal. Por lo tanto la banda Dead toca death metal.
- e. Si se logra la igualdad de oportunidades, entonces las personas que antes tenían desventajas recibirán ahora oportunidades especiales. Si esas personas reciben oportunidades especiales, entonces tendrán un trato preferencial. Si algunas personas reciben un trato preferencial, entonces no se logrará la igualdad de oportunidades. Por lo tanto, la igualdad de oportunidades no se logrará.
- f. Si aumenta el precio de la gasolina se subirá el costo de los alimentos. El precio de la gasolina subió. Por lo tanto subirá el costo de los alimentos.
- g. Pedro estudia estadística y matemáticas en la Universidad Nacional. Luego Pedro estudia matemáticas en la Universidad Nacional.
- h. Si Millonarios gana el campeonato de fútbol colombiano asistirá a la copa Libertadores. Si Santa Fe queda de primero en la reclasificación del fútbol colombiano asistirá a la copa Suramericana. Millonarios ganó el campeonato de futbol colombiano o Santa Fe quedó primero en la reclasificación del fútbol colombiano. Por lo tanto Millonarios asistirá a la copa libertadores o Santa Fe asistirá a la copa Suramericana

2. Utilice las reglas de inferencia para hallar una conclusión válida en cada uno de los siguientes enunciados, mencione la regla de inferencia utilizada:

- a. El domingo voy a la ciclovía o a jugar futbol. No fui a la ciclovía.

Conclusión:

- b. Si paso a la Universidad, me voy a vivir a Bogotá. No me voy a vivir a Bogotá.

Conclusión:

- c. Si me dan vacaciones, me voy de viaje, y si me voy de viaje, me voy para Europa.

Conclusión:

- d. Carlos es futbolista y juega en millonarios.

Conclusión:

- e. Si esta planta no crece entonces necesita más agua o mejor abono. Pero esta planta ni necesita más agua, ni mejor abono.

Conclusión:

- f. El jefe de la banda saldrá del país solo si se siente amenazado. Si el jefe de la banda se siente amenazado, delegará su poder en Pablo o en Luis. Si delega el poder en Pablo, aumentarán los robos en el barrio. Si delega su poder en Luis, aumentará la venta de droga en el barrio. El jefe de la banda salió del país.

Conclusión:

- g. Si Juan hizo el trabajo, entonces Pedro hizo plagio. Y si Pedro hizo plagio, será expulsado de la Universidad. Pero Pedro no fue expulsado de la Universidad.

Conclusión:

- h. Si llueve, nos quedaremos en casa viendo televisión. No nos quedamos en casa viendo televisión.

Conclusión:

- i. Si Colombia no pierde con Perú, Colombia clasifica al mundial. Colombia empató con Perú.

Conclusión:

Los ejemplos y ejercicios de esta actividad fueron tomados de.

Asti, C. (2009), *Argumentos y teorías: aproximación a la epistemología*, 1a ed. Buenos Aires: Educando.

Bustamante, A. (2009), *Lógica y argumentación: de los argumentos inductivos a las álgebras de Boole*, Colombia: Pearson Education.

Copi, I. y Cohen C. (2013), *Introducción a la lógica, Segunda Edición*, México: Limusa.

Girón, C. (2016), *Un primer curso de lógica informal para la enseñanza media*, Trabajo de grado, Maestría en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales, Universidad Nacional de Colombia, Bogotá, Colombia.

Sánchez, C. H., Serrano, G. y Peña J. (2009), *Argumentación y Lógica*, Bogotá: Universidad Nacional de Colombia.

Weston, A. (2002), *Las claves de la argumentación*, séptima edición, Barcelona: Ariel.

4.3 Actividad 3

Razonamiento inductivo

Planteamiento de la situación problema

Otros tipos de argumentos son los argumentos inductivos, estos, al igual que los argumentos deductivos, tienen sus características propias y formas de análisis. Esto nos lleva a plantearnos las siguientes preguntas: ¿qué es un argumento inductivo?, ¿cuáles son sus características?, ¿cómo se analiza un argumento inductivo?

Objetivos:

1. Identificar las características que hacen que un argumento sea inductivo.
2. Conocer los tipos de argumentos inductivos y las estrategias o normas para el análisis del mismo.

Metodología

Se entregará al estudiante la guía y este inicia su estudio y revisión, el docente orientará las inquietudes que puedan surgir durante esta parte; posteriormente los ejercicios se desarrollan de forma individual y luego en pequeños grupos se contrastarán los resultados, luego en una plenaria se institucionalizarán los conceptos abordados.

Argumento Inductivo

De acuerdo con Sánchez, C., Serrano G. y Peña J. (2009), un argumento inductivo es *un argumento inválido en el cual la evidencia que aportan sus premisas, supuestas todas verdaderas, hace altamente improbable que su conclusión sea falsa*; por otra parte, podemos decir que la inducción, siguiendo a Sanz (1998), permite extraer semejanzas o diferencias entre objetos o situaciones, permitiendo construir definiciones.

Según Copi (2013), *un argumento inductivo tiene una pretensión diferente a la de un argumento deductivo; no que sus premisas sean fundamentos para la verdad de la conclusión, sino solamente que sus premisas proporcionen cierto apoyo a la conclusión.*

A diferencia de los argumentos deductivos, como los argumentos inductivos son inválidos (desde el punto de vista de la deducción), estos se clasifican en débiles o fuertes de acuerdo *al grado de posibilidad de que las premisas sean verdaderas y la conclusión falsa* (Sánchez, C., Serrano G. y Peña J. (2009)), es decir, dicha fuerza depende del grado de posibilidad que tiene la veracidad de la conclusión, siempre que las premisas sean verdaderas.

Un argumento inductivo se dice que es fuerte si las premisas ofrecen buenas razones, aunque no conclusivas, que hacen altamente improbable que, siendo verdaderas, la conclusión sea falsa; por otro lado decimos que es débil si las premisas son verdaderas y la conclusión muy probablemente es falsa.

Presentamos a continuación algunos ejemplos de razonamientos inductivos y sus respectivos análisis:

1. Rigoberto Díaz tiene 80 años de edad, su automóvil pesa 400 Kg. por lo tanto es imposible que Rigoberto Díaz pueda levantar su automóvil con las manos.
Las premisa P1 (Rigoberto Díaz tiene 80 años de edad) y P2 (El automóvil de Rigoberto Díaz pesa 400 Kg) son verdaderas, pero la conclusión Q1 (es imposible que Rigoberto Díaz pueda levantar su automóvil con las manos) puede no serlo, ya que existe la posibilidad que Rigoberto Díaz sea una persona superdotada con fuerzas sobrehumanas para su edad.
2. Sofía es amante de la pasta, ya que el 96% de los italianos son amantes de la pasta y Sofía es italiana.
Una vez más tenemos P1 (el 96% de los italianos son amantes de la pasta) y P2 (Sofía es italiana), dos premisas verdaderas, pero es posible que la conclusión Q (Sofía es amante de la pasta), no sea verdadera, ya que Sofía puede pertenecer al 4% de los italianos que no son amantes de la pasta. Cuanto más se acerque al 100% la condición, mayor fuerza tendrá el argumento.

Dado que en los argumentos anteriores es poco probable que la conclusión sea falsa, ya que son muy pocos los hombres de 80 años con fuerzas sobrehumanas y es muy raro encontrar un italiano que no ame la pasta, decimos que los argumentos poseen un grado

considerable de fuerza inductiva (esta depende del grado de apoyo que de la o las premisas a la conclusión, así como el grado de posibilidad que tiene la veracidad de la conclusión)

3. El día martes fui a casa de mi tía y el almuerzo fue frijoles, si voy el próximo martes, también almorzaré frijoles.

El argumento es un argumento inductivo débil, ya que un único caso no es suficiente para llegar a una generalización.

4. El 8% de los estudiantes del colegio de la esquina no gustan de estudiar en las tardes; José estudia en el colegio de la esquina, por lo tanto, José no gusta de estudiar en la tarde.

Este argumento también es débil, ya que el porcentaje de los estudiantes que no gustan de estudiar en la tarde es pequeño y no necesariamente, José pertenece a este grupo.

Vale la pena recordar, que el porcentaje hace referencia a la proporción de individuos de un grupo, que cumplen cierta característica; por ejemplo decir que 25% de los individuos cumplen cierta condición, hace referencia a que de cada 100 individuos del total del grupo, 25 cumplen con la condición de interés.

A diferencia de los argumentos deductivos (que son válidos o no), en un argumento inductivo es posible agregar nuevas premisas que den una mayor fuerza a los argumentos, por ejemplo si en el enunciado 2, agregamos que ayer que salí con Sofía a un restaurante y ella ordenó pasta, el argumento toma mayor fuerza.

Ejercicios:

1. Determine si los siguientes argumentos inductivos son fuertes o débiles, justifique:
 - a. El 95% de las mujeres encuestadas desean ser madres, Natalia fue encuestada, por lo tanto Natalia desea ser madre.
 - b. 15% de los habitantes de un edificio manifiesta sentirse inseguro al llegar a casa; Pedro habita en dicho edificio, entonces Pedro se siente inseguro al llegar a casa.

-
- c. La mayoría de los abogados penales son muy buenos conversadores; Pedro es abogado penal, por lo tanto, Pedro es buen conversador.
 - d. María está recién nacida y llora cuando tiene hambre, Laura está recién nacida y llora cuando tiene hambre, Ignacio está recién nacido y llora cuando tiene hambre; probablemente todos los recién nacidos lloran cuando tienen hambre.
 - e. Como $8=5+3$, $12=7+5$, $48=11+37$ entonces todo número par se puede escribir como la suma de dos números primos.
 - f. Nairo Quintana es ciclista colombiano y buen escalador; Mauricio Soler es ciclista colombiano y buen escalador; Lucho Herrera es ciclista colombiano y buen escalador; Egan Bernal es ciclista colombiano y buen escalador; Rigoberto Urán es ciclista colombiano; entonces Rigoberto Urán es buen escalador.
 - g. Hablar del cristianismo sin decir nada del pecado es como discutir de jardinería sin decir nada sobre la hierba.
 - h. El 90% de los alumnos de doctorado no escriben una tesis doctoral. Pedro es un alumno de doctorado. Luego, Pedro no escribirá una tesis doctoral.
 - i. María leyó los últimos cinco libros de García Márquez y los encontró estimulantes. Por eso ella piensa que todos los libros de García Márquez son estimulantes.
 - j. Manuel dice a María: La lanolina es excelente para tus manos; deberías usarla. Es lo que tienen las ovejas naturalmente. ¿Cuántas ovejas has visto con patas secas y arrugadas?
 - k. En épocas pasadas las mujeres se casaban muy jóvenes. Julieta en *Romeo y Julieta* de Shakespeare, aún no tenía catorce años. En la edad media, la edad normal del matrimonio para las jóvenes judías era de trece años. Y durante el imperio romano muchas mujeres romanas contraían matrimonio a los trece años, o incluso más jóvenes.
2. Agregue una premisa adicional que aumente la fuerza de cada uno de los argumentos del punto anterior.
 3. Construya dos argumentos inductivos fuertes y dos débiles.
 4. Agregue alguna(s) premisas a los argumentos débiles construidos en el ítem anterior, de modo que aumente su fuerza inductiva.

Tipos de argumentos inductivos

Dentro de los argumentos inductivos, existen diversos tipos, dentro de los cuales cabe resaltar los dos tipos más comúnmente utilizados: las generalizaciones por enumeración y las analogías.

Generalización por enumeración

Cuando las premisas informan sobre el resultado obtenido sobre un conjunto de observaciones, éstas han arrojado siempre cierta uniformidad, por tanto se espera que dicho resultado común continúe ocurriendo; también se les conoce como argumentos mediante ejemplos o generalizaciones; algunos ejemplos de este tipo de argumentos son:

1. El perro a tiene cuatro patas, el perro b tiene cuatro patas, el perro c tiene cuatro patas; por lo tanto todos los perros tiene cuatro patas.
2. El perro a tiene cuatro patas, el perro b tiene cuatro patas, luego el siguiente perro que veamos tendrá cuatro patas.
3. El 90% de los alemanes asegura que Alemania retendrá el título de campeón mundial en Rusia, Hans es Alemán, por lo tanto, Hans asegura que Alemania retendrá el título de campeón mundial en Rusia.

Vale la pena analizar la diferencia entre los ejemplos 1 y 2; en el ejemplo 1 la característica: tener cuatro patas, se generaliza para todo el grupo de individuos del conjunto, mientras que en el ejemplo 2 ya no se hace dicha generalización, sino una particularización para el próximo individuo del grupo que se observe. Por otro lado, el ejemplo 3 tiene una característica diferente, ya que se tiene en cuenta el porcentaje o proporción, el cual, entre más alto sea, da una mayor fuerza inductiva a la conclusión propuesta.

Los argumentos inductivos por enumeración presentan la siguiente forma:

Dado un universo U , y una propiedad F que tienen algunos individuos X_1, X_2, \dots, X_n de U , se puede concluir que todo X en U es F (como en el ejemplo 1); cabe aclarar que entre más casos sean observados dentro del universo, el argumento tendrá una mayor fuerza inductiva.

Se afirma sobre este tipo de argumentos que son la base de nuestro conocimiento empírico, ya que nos permiten formular conclusiones teniendo como base información empírica limitada; estas pueden ser generales o particulares, como se vió en los ejemplos presentados anteriormente. Por lo tanto es posible generalizar algunos patrones encontrados, por ejemplo, dada la serie: 3, 6, 9, 12, ..., nos es posible pensar que se están listando los múltiplos de 3.

Ejercicios

1. Dadas las siguientes premisas de argumentos inductivos, genere una conclusión y determine la fuerza del argumento:

- a. Juan tomó la medicina A y se curó del dolor de cabeza. María tomó la medicina A y se curó del dolor de cabeza. Pedro tomó la medicina A y se curó del dolor de cabeza.
- b. María compró licor en la tienda de Pedro y se intoxicó. Pablo compró licor en la tienda de Pedro y se intoxicó.
- c. El metal a se dilató en el calor. El metal b se dilató en el calor. El metal c se dilató en el calor.
- d. Andrés es un estudiante que trabaja y sus notas son malas. Juan es un estudiante que trabaja y sus notas son malas. Ana es una estudiante que trabaja y sus notas son malas. Antonia es una estudiante que trabaja y sus notas son malas. Bryan es un estudiante que trabaja y sus notas son malas.
- e. Se realizó la siguiente encuesta telefónica:
 - ¿Ha tenido problemas a la hora de pedir un servicio de salud?, se obtuvieron los siguientes resultados:
Sí 85.93%; No 14.07%; Total votos: 9235
 - ¿Cree usted que la nueva reforma a la salud mejorará la calidad del servicio?
Sí 18,77%; No 81,23%; Total votos: 2.868
 - ¿Cree usted que la reforma a la salud lo beneficiará?
Sí 12.84%; No 87.16%; Total votos 5.221
 - ¿Ha tenido que interponer tutelas para exigir servicios del sistema de salud?
Sí 55.64%; No 44.36%; Total votos: 4.955

- ¿Conoce usted la reforma a la salud que hace curso en el Congreso?
Sí 3,6%; No 96,4%; Total Votos: 5.885
¿Qué conclusiones se podrían dar de los resultados de esta encuesta?
- f. El 64% de trabajadores sindicalizados pertenecen a la CUT (Central Unitaria de Trabajadores). Mercedes es una trabajadora sindicalizada.
- g. El 1% de los niños en Bogotá sufre de desnutrición y de estos el 27,3% tienen madres sin educación formal. Pedro es un niño que vive en Bogotá y su madre estudió el bachillerato.
- h. He escuchado una canción del nuevo disco de Shakira y me ha encantado. ¡Lo voy a comprar porque seguro que el resto de canciones son geniales!
- i. 6 de 8 alcaldes participantes en un foro tienen estudios posgraduales. El alcalde de mi localidad participó en dicho foro.
- j. 3 de cada 10 estudiantes de grado once perdieron cálculo, si Carlos es estudiante de grado once, entonces ...
- k. La tasa de desempleo en Colombia para el mes de marzo de 2015 fue de 8,9%. José es un ciudadano colombiano en edad para trabajar.
- l. Goku es sayayin y puede convertirse en súper sayayin. Vegeta es sayayin y puede convertirse en súper sayayin. Gohan es sayayin y puede convertirse en súper sayayin. Trunks es sayayin y puede convertirse en súper sayayin. Goten es sayayin y puede convertirse en súper sayayin. Broly es sayayin y puede convertirse en súper sayayin.
- m. La mayoría de políticos en Colombia han sido acusados o se presume que han cometido robo al patrimonio público. A es un político colombiano. Por lo tanto...
- n. El índice de deserción de la educación en Colombia es del 45,3%, siendo más alto al finalizar el primer semestre; esto debido a la falta de dinero para continuar, la mala elección de carrera, a la mala preparación académica con la que llegan los estudiantes a la universidad, etc. Federico es un joven colombiano que terminó su primer semestre.

2. De los ejercicios propuestos en la sección anterior (argumentos inductivos), determine cuáles de ellos son argumentos por enumeración, justifique su respuesta.

3. Determine los tres siguientes elementos de la serie y si es posible mencione la forma general de los elementos de la misma, o el n-ésimo término de ésta:

- a. 2, 4, 6, 8,...
- b. 1, 1, 2, 3, 5, 8, 11,....
- c. 1, 3, 6, 10,...
- d. 1, 4, 9, 16,...
- e. 1, 8, 27, 64,...
- f. Triángulo, cuadrado, pentágono,...
- g. 2, 3, 7, 8, 12, 13, 17,...
- h. 50, 5, 40, 10, 30,...
- i. 9, 24, 9, 30, 9,...
- j. 1.5, 2.3, 3.1,...

4. Marque con una X la figura que sigue en la serie:

a.

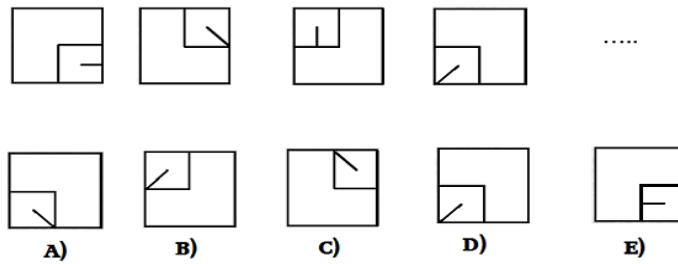


Ilustración 1

b.

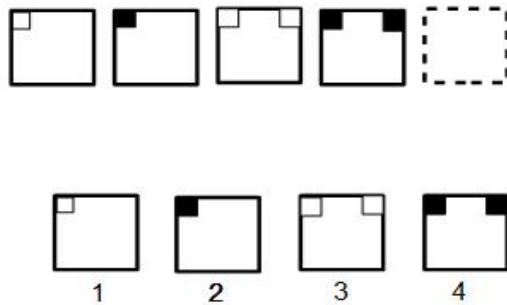


Ilustración 2

c.

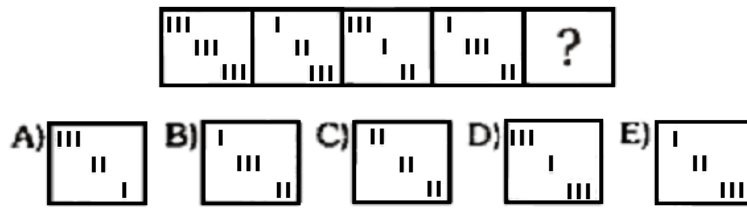


Ilustración 3

d.

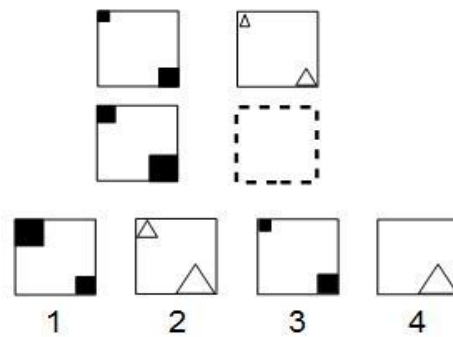


Ilustración 4

e.

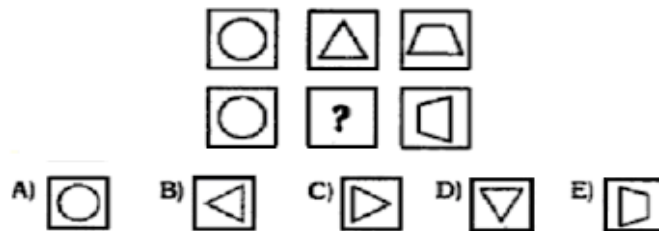


Ilustración 5

Analogías

Un argumento por analogía es una forma de razonamiento inductivo basado en la existencia de atributos semejantes en seres o cosas diferentes (Bustamante, 2009); de acuerdo con Sánchez, Serrano y Peña (2009), este tipo de argumentos son los argumentos inductivos más comunes en la vida cotidiana y en la práctica jurídica.

Los argumentos por analogía se fundamentan en la existencia de relaciones de semejanza entre entidades diferentes; con las analogías se pretende prever lo que presumiblemente ocurrirá en el futuro con base en experiencias o en conocimientos anteriores; también comparar situaciones con otra semejante, e inferir que lo sucedido en la repetición de cierto resultado, ya que se conoce un resultado previo de una situación similar; *las analogías se utilizan para enseñar nuevos conceptos e ideas* (Sanz, I. 1998)

Usamos analogías en casos comunes en nuestra vida. Por ejemplo si una película con cierto actor nos pareció buena, esperamos que la siguiente película con este mismo actor sea interesante; también podemos pensar que si Colombia en el mundial de Brasil realizó una buena presentación, dado que para el mundial de Rusia se tiene la misma base de jugadores y el mismo cuerpo técnico la actuación de nuestra selección sea igual o mejor que la anterior. También, de acuerdo con las elecciones pasadas y los resultados obtenidos en Bogotá por Sergio Fajardo, muchos piensan que el candidato de Sergio Fajardo sea el próximo alcalde de la ciudad.

Las analogías pueden presentarse de modo verbal o gráfico, pueden surgir de meras comparaciones simples, como por ejemplo: Médico es a paciente como abogado es a cliente; pero podemos decir que en general la estructura de un argumento por analogía es la siguiente:

a_1, a_2, \dots, a_n y b tienen las propiedades F_1, F_2, \dots, F_n

a_1, a_2, \dots, a_n tienen la propiedad G .

Luego, b tiene también la propiedad G .

Veamos esto con un ejemplo:

Las entidades a comparar son:

a_1 : Cien años de soledad, a_2 : Crónica de una muerte anunciada, a_3 : El coronel no tiene quien le escriba, b : La Hojarasca

Tienen dos propiedades en común: F_1 : Son libros, F_2 : Fueron escritos por Gabriel García Márquez .

Si Cien años de soledad, Crónica de una muerte anunciada y El coronel no tiene quien le escriba. Son reconocidos como buenos libros.

La conclusión afirma que el libro que aún no hemos mencionado (b) La Hojarasca, también será un buen libro, es decir, poseerá la propiedad G.

Siguiendo a Sánchez, Serrano y Peña (2009), existen fundamentalmente dos criterios para determinar la fuerza inductiva de este tipo de argumentos:

1. Las propiedades semejantes en las entidades que se comparan deben ser relevantes para la propiedad que se infiere en la conclusión.
2. Se debe considerar la mayor cantidad posible de propiedades relevantes.

Ejercicios

1. Seleccione la respuesta adecuada para la analogía y justifique:

i. SACO es a ASCO como 3491 es a

- a. 3419
- b. 1943
- c. 4391
- d. 4319

ii. DIDIIDID es a 49499494 como DIIDIIDD es a:

- a. 94494499
- b. 49949944
- c. 49499494
- d. 94944949
- e. 49944949

iii. Planta es a semilla como humano es a:

- a. Ovario
- b. Espermatozoide
- c. Óvulo
- d. Embrión
- e. Útero

2. Completa la frase utilizando alguna de las siguientes palabras (piano, auto, mano, humano, mar, día):

- i. Aleta es a pez como brazo es a _____.
- ii. Luna es a noche como sol es a _____.
- iii. Zapatos es a pie como guante es a _____.
- iv. Páginas son a libro como teclas son a _____.
- v. León es a selva como tiburón es a _____.
- vi. Comida es a humano como gasolina es a _____.

3. Complete y justifique:

- a. Las ranas saltan, las serpientes _____.
- b. Para los dientes la crema de dientes, para el cabello _____.
- c. Ojos abiertos si está despierto, ojos cerrados si está _____.
- d. Sánchez es apellido, Clara es _____.
- e. El oído para escuchar, la boca para _____.
- f. El anillo para el dedo, el gorro para _____.

4. Bicicleta es a pedal como canoa es a:

- a. Agua
- b. Kayak
- c. Remo
- d. Flota

5. Ventana es a cristal como libro es a:

- a. Novela
- b. Vaso
- c. Cubierta
- d. Página

6. Relacione las gráficas de acuerdo con el ejemplo para obtener una analogía:

a.



Ilustración 6

b.



Ilustración 7

-
8. En cada uno de los siguientes argumentos por analogía determine explícitamente la estructura del argumento y evalúe su fuerza inductiva.
- a. Era de suponerse que Vegeta pudiera convertirse en súper sayayin. Goku y Vegeta son de raza sayayin, los dos vienen de familias guerreras, los dos entrenan cada día para ser más fuertes, y Goku se puede convertir en súper sayayin.
 - b. Cada vez que un personaje de la serie Juego de tronos se vuelve protagonista es asesinado. Para empezar Ned Stark es protagonista de la primera temporada y muere al final de la misma, Robb Stark al querer vengar la muerte de su padre comienza a ganar terreno por la lucha del trono de hierro, pero en la tercera temporada muere junto a su madre protagonista también de la lucha contra los Lannister. En la temporada cuatro murió el rey Joffrey, conocido por todos como un sádico y malévolos rey, protagonista de la historia por ser el rey de los siete reinos. Es de suponer que ahora siendo John Snow uno de los últimos de la casa Stark y habiendo sido nombrado Lord Comandante cobró un protagonismo que nunca había tenido. Es de suponer que John Snow morirá pronto.
 - c. El asesinato de la señora A fue cometido en la noche, previo abuso sexual; el asesino dejó un muñeco negro junto al cuerpo, el asesino fue Pedro. El asesinato de la señora R fue cometido en la noche, previo abuso sexual; el asesino dejó un muñeco negro junto al cuerpo. No cabe duda que el asesino de la señora R es Pedro.
 - d. Una persona sin un objetivo es como una computadora sin un programa. Y ése es un feo mueble de oficina
 - e. Un día en Roma, Adam Nordwell, un jefe indio estadounidense, ejecutó un acto notable al descender de su avión vestido con los trajes de su tribu; él anunció en el nombre de su pueblo indio que estaba tomando posesión d Italia "en virtud del derecho de descubrimiento", de la misma manera que lo hizo Colón en América. "Yo proclamo este día como el día del descubrimiento de Italia", dijo. "¿Qué derecho tenía Colón a descubrir América cuando ya estaba siendo habitada desde hacía miles de años? El mismo derecho que ahora tengo para llegar a Italia y proclamar el descubrimiento de su país."

Los ejemplos y ejercicios de esta actividad fueron tomados de.

Asti, C. (2009), *Argumentos y teorías: aproximación a la epistemología*, 1a ed. Buenos Aires: Educando.

Bustamante, A. (2009), *Lógica y argumentación: de los argumentos inductivos a las álgebras de Boole*, Colombia: Pearson Education.

Copi, I. y Cohen C. (2013), *Introducción a la lógica, Segunda Edición*, México: Limusa.

Girón, C. (2016), *Un primer curso de lógica informal para la enseñanza media*, Trabajo de grado, Maestría en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales, Universidad Nacional de Colombia, Bogotá, Colombia.

Nolt, J, et al. (1998). *Theory and Problems of Logic* Schaum's out lines, United States of America: McGraw Hill

Sánchez, C. H., Serrano, G. y Peña J. (2009), *Argumentación y Lógica*, Bogotá: Universidad Nacional de Colombia.

Weston, A. (2002), *Las claves de la argumentación*, séptima edición, Barcelona: Ariel.
501 Challenging logic & Reasoning Problems. (1999).New York: Learning Express

4.4 Actividad 4

Actividad de repaso

Objetivo

Revisar la apropiación de los conceptos abordados en las actividades anteriores con el fin de validar su comprensión o retomar los conceptos que no hallan quedado claros.

1. Dados los siguientes textos argumentativos, determine las premisas y la conclusión, luego realice un esquema de los mismos.
 - a. La fuente de inspiración original y verdadera de los musulmanes fue el Corán y los proverbios del Profeta Sagrado. Por lo tanto, es evidente que la filosofía musulmana no fue una copia al carbón del pensamiento griego, dado que se relacionaba principal y específicamente con los problemas que se originaron con los musulmanes y tenían relevancia para ellos.
 - b. Los hipocondriacos usan los síntomas de enfermedades para decir a las demás personas que algo está funcionando mal en su vida. Contarle a alguien acerca de jaquecas y dolores es realmente pedirle ayuda. Así, el hipocondriaco está pidiendo a otros una consideración especial: atención, simpatía y apoyo. Esta interpretación sugiere que si uno pone a un hipocondriaco en una isla desierta, desaparecerán sus síntomas.
2. Simbolice el argumento, asocie la condicional respectiva, luego construya la Tabla de verdad y decida si es una tautología, en caso de serlo determine cual sería la regla.
 - a. Si el perro no hubiera conocido al visitante, el perro hubiese ladrado, pero el perro no ladró. Por lo tanto el perro conocía al visitante.
 - b. Esperamos el progreso mediante el perfeccionamiento de la moral, o lo esperamos mediante el perfeccionamiento de la inteligencia. No podemos esperar el progreso mediante el perfeccionamiento de la moral. Por lo tanto, debemos esperar el progreso mediante el perfeccionamiento de la inteligencia.

3. Dados los siguientes razonamientos inductivos, determine si son generalizaciones o analogías, posteriormente determine si el argumento es fuerte o débil, justifique sus respuestas:
- En un estudio realizado a 5000 personas con mascotas, las que tienen perros expresaron alta satisfacción con sus mascotas y con sus propias vidas. Así que las personas que tienen perros están más satisfechos con sus mascotas y con sus vidas.
 - Las casas hermosas y bien construidas deben tener “creadores” (diseñadores y constructores) inteligentes. El mundo es similar a una hermosa casa bien construida. Por lo tanto, el mundo también debe tener un “creador”(diseñador y constructor) inteligente, Dios.
 - Como algún número par es divisible por 8 y algún número primo es par, entonces algún número primo es divisible por 8.
 - De los consumidores encuestados el 72% dijo que le gustaba el nuevo color verde de cierta marca de carro. Así que al 72% de los posibles compradores también les gustará.
 - Los hombres y las mujeres pueden tener diferentes estrategias reproductivas, pero ninguna puede considerarse inferior o superior a la otra, del mismo modo que las alas de un ave tampoco pueden considerarse superiores o inferiores a las aletas de un pez.
 - Ninguno de los 30 estudiantes que presentaron voluntariamente el examen de álgebra lo aprobó. Entonces, muy posiblemente ninguno de los estudiantes que hubieran podido presentar el examen lo hubiera aprobado.
 - Sólo el 25% de los habitantes en edad de laborar en San Juan de las Angustias tienen empleo. Francisco tiene 28 años y vive en san Juan de las Angustias. Entonces, muy posiblemente Francisco es desempleado.
 - Una cosa segura es que el derretimiento del hielo marítimo no puede estar implicado en las inundaciones costeras que muchos modelos de calentamiento global han pronosticado. Así como derretir cubos de hielo no causa que un vaso de agua se derrame, el derretimiento del hielo marítimo no aumenta el volumen oceánico. Cualquier ascenso futuro en el nivel del mar resultaría del derretimiento de los glaciares que están sobre tierra, de lo que hasta la fecha se tiene poca evidencia.

Los ejemplos y ejercicios de esta actividad fueron tomados de.

Asti, C. (2009), *Argumentos y teorías: aproximación a la epistemología*, 1a ed. Buenos Aires: Educando.

Bustamante, A. (2009), *Lógica y argumentación: de los argumentos inductivos a las álgebras de Boole*, Colombia: Pearson Education.

Copi, I. y Cohen C. (2013), *Introducción a la lógica, Segunda Edición*, México: Limusa.

Girón, C. (2016), *Un primer curso de lógica informal para la enseñanza media*, Trabajo de grado, Maestría en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales, Universidad Nacional de Colombia, Bogotá, Colombia.

Sánchez, C. H., Serrano, G. y Peña J. (2009), *Argumentación y Lógica*, Bogotá: Universidad Nacional de Colombia.

Weston, A. (2002), *Las claves de la argumentación*, séptima edición, Barcelona: Ariel.

5. Conclusiones y recomendaciones

5.1 Conclusiones

A pesar de las múltiples recomendaciones hechas por el ICFES y algunos autores preocupados por el desarrollo de las competencias argumentativas y el pensamiento crítico, existe muy poco material dirigido a estudiantes de educación media sobre este tema; además dicho material se centra fundamentalmente en el trabajo con tablas de verdad y un pequeño acercamiento al razonamiento deductivo, descuidando otros aspectos interesantes a trabajar dentro de la temática, como es el caso de los argumentos inductivos.

El desarrollo del pensamiento crítico y la competencia argumentativa, requiere de un trabajo interdisciplinar que invite a aportar diferentes visiones sobre el tema, como por ejemplo desde la filosofía y el lenguaje, teniendo en cuenta los aportes que desde la matemática se han venido trabajando y no dejar solo en ésta última área la responsabilidad total de dicho trabajo.

Se observa gran interés por parte de los docentes en formación continua y algunos estudiantes de matemáticas de la Universidad Nacional de Colombia en adelantar y profundizar en cuanto a trabajos que aporten al campo del razonamiento y la argumentación, lo que demuestra el gran impacto de los cursos de la Maestría en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales, orientados en los diferentes niveles.

5.2 Recomendaciones

Se presentan una serie de aspectos que se podrían realizar en un futuro para emprender investigaciones similares o fortalecer la investigación realizada.

Se recomienda continuar ahondando en las temáticas y en el desarrollo de trabajos como el presente y los analizados en el mismo, buscando espacios para fortalecer la competencia argumentativa y el pensamiento crítico de los estudiantes, ya que se pueden evidenciar falencias no solo en estudiantes de educación media, sino también en estudiantes de educación superior en cuanto a la adecuada argumentación e interpretación de textos.

Comentario Final:

Originalmente, la propuesta se pensó para ser desarrollada en un curso de pensamiento lógico, el cual estaba en creación en la Universidad Santo Tomás; una de las propuestas que se presentó, buscaba formar en argumentación a los estudiantes de carreras diferentes a las Ingenierías y Ciencias Económicas, pero dicha propuesta no fue aceptada y esto hizo que la propuesta no se pudiese implementar; se han realizado algunos acercamientos con estudiantes de Ingenierías, pero no se ha implementado del todo, esto hace que no se tenga una prueba de salida o un análisis sobre la aplicación de las actividades propuestas.

Bibliografía

Asti, C. (2009), *Argumentos y teorías: aproximación a la epistemología*, 1a ed. Buenos Aires: Educando.

Atienza, M. (2001), *El sentido del Derecho*, Barcelona: Editorial Ariel.

Balacheff, N. (2000). *Procesos de Prueba en los Alumnos de Matemáticas*, Bogotá: Una empresa docente. Universidad de los Andes.

Bustamante, A. (2009), *Lógica y argumentación: de los argumentos inductivos a las álgebras de Boole*, Colombia: Pearson Education.

Campos, A. (1994), *Historia de la lógica y la geometría anteriores a Euclides*, Bogotá: Universidad Nacional de Colombia.

Colombia, Ministerio de Educación Nacional (2006), *Estándares básicos de competencias en lenguaje, matemáticas, ciencias y ciudadanas*, Imprenta Nacional.

Copi, I. y Cohen C. (2013), *Introducción a la lógica, Segunda Edición*, México: Limusa.

Di Castro, E. (coord.), (2006), *Conocimientos fundamentales de filosofía. Vol. I*, México: UNAM/McGraw-Hill. Recuperado de <http://www.conocimientosfundamentales.unam.mx/vol1/filosofia/m01/t01/01t01s01.html>

Epstein, R. L. (2008), *Reasoning in the sciences*, Estados Unidos: Advanced Reasoning Forum.

Falk, M. (1990), *Introducción a la matemática contemporánea*. Bogotá: Universidad Nacional de Colombia.

Fingermann, G. (1977), *Lógica y teoría del conocimiento*, México: El Ateneo.

Galindo, E. (septiembre 3 de 2007), *¿Qué es argumentar?: Retórica y lingüística*, Artículo presentado en el Seminario Teórico Práctico de Argumentación Jurídica organizado por la Casa de la Cultura Jurídica de la Suprema Corte de Justicia de la Nación "Ministro José Fernando Ramírez", en la ciudad de Chihuahua.

Garicano, L. (noviembre 13 de 2012), "Son las matemáticas, estúpido", en *El País*, p. 4.

Girón, C. (2016), *Un primer curso de lógica informal para la enseñanza media*, Trabajo de grado, Maestría en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales, Universidad Nacional de Colombia, Bogotá, Colombia.

González, M. (2003), *¿Qué es una demostración Matemática?*, Trabajo de grado, Carrera de Matemáticas, Universidad Nacional de Colombia, Bogotá, Colombia

Joya, A, et al. (2016). *Matemáticas Proyecto Educativo Siglo XXUNO*, Bogotá: Editorial Santillana.

Kneale, W. y Kneale, M. (1972), *El desarrollo de la lógica*, Madrid: Tecnos.

Lozano, J. et al. (2004). *Matemáticas Educación Básica secundaria. Sigma*, Barcelona: Vincens Vives.

Morales, P., Landa, V. (2004), *Aprendizaje Basado en Problemas*, Chile: Theoria vol. 13.

Moreno, D. (2016), *Propuesta didáctica para el desarrollo de la competencia argumentativa y la demostración en grado noveno*, Trabajo de grado, Maestría en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales, Universidad Nacional de Colombia, Bogotá, Colombia.

- Mockus, A. (2004). *¿Por qué competencias ciudadanas en Colombia?*, Al tablero, 27-30.
- Nolt, J, et al. (1998). *Theory and Problems of Logic* Schaum's out lines, United States of America: McGraw Hill
- Quiceno, Y. (2014), *El fortalecimiento del razonamiento matemático ... Eslabón perdido en la humanidad*, Trabajo de grado, Maestría en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales, Universidad Nacional, Manizales, Colombia
- Rincón, M. (2006), *La lógica como herramienta vs. La Lógica como disciplina*, Trabajo de grado, Carrera de Matemáticas, Universidad Nacional de Colombia, Bogotá, Colombia.
- Samper, C., Camargo, L. y Leguizamón, C. (2003), *Tareas que promueven el razonamiento en el aula a través de la geometría*, Bogotá: Asociación Colombiana de Matemática Educativa-Grupo Editorial Gaia.
- Sánchez, C. H., Serrano, G. y Peña J. (2009), *Argumentación y Lógica*, Bogotá: Universidad Nacional de Colombia.
- Sánchez, C. (2006), *Lógica y argumentación en Matemáticas*, Cursillo: XXII Coloquio Distrital de Matemáticas y Estadística, Universidad Nacional de Colombia.
- Sánchez, C. H. (2006). *Lógica informal: Una alternativa a la enseñanza de la lógica*. (S.C. Matemáticas, Ed.) *Lecturas matemáticas*, Volumen especial (2006), 385-398.
- Sanz, I., Arrieta, M. y Pardo E. (1988) *Por los caminos de la lógica: Lógica y conjuntos en EGB*. Madrid: Síntesis.
- Vega, L. (1990), *La trama de la demostración*, Madrid: Alianza.
- Weston, A. (2002), *Las claves de la argumentación*, séptima edición, Barcelona: Ariel.

Zuleta, E. (1996), *Lecciones de filosofía: Lógica y crítica. Lección 1*. Conferencia del 7 de febrero de 1976. Santiago de Cali.

501 Challengening logic & Reasoning Problems. (1999).New York: Learning Express