

**HERRAMIENTA DE ANÁLISIS DE ESTABILIDAD DE TENSIÓN PARA
SISTEMAS ELÉCTRICOS DE POTENCIA**

MARIO ROBERTO ARRIETA PATERNINA

Ingeniero Electricista

Universidad Nacional de Colombia, sede Manizales

Facultad de Ingeniería y Arquitectura

Maestría en Ingeniería – Automatización Industrial

Medellín

2009

**HERRAMIENTA DE ANÁLISIS DE ESTABILIDAD DE TENSIÓN PARA
SISTEMAS ELÉCTRICOS DE POTENCIA**

Presentado por:

MARIO ROBERTO ARRIETA PATERNINA

Ingeniero Electricista

Tesis de Maestría en Ingeniería – Automatización Industrial

Directora:

ROSA ELVIRA CORREA GUTIÉRREZ, Ph.D.

Universidad Nacional de Colombia, sede Manizales

Facultad de Ingeniería y Arquitectura

Maestría en Ingeniería – Automatización Industrial

Medellín

2009

Nota de Aceptación:

Presidente del Jurado

Jurado

Jurado

Medellín, Junio 5 de 2009

A mi madre y a mi familia,
quienes me apoyaron
incondicionalmente durante
mis estudios.

AGRADECIMIENTOS

A Dios por darme la fuerza en cada momento.

A mi madre quién siempre me apoyó en mis decisiones y fue el mejor ejemplo para mí, y cuya afección y consejos han sido muy importantes para mi desarrollo personal y profesional.

En memoria de mi abuelo quién fue de gran apoyo para mi desarrollo personal.

Un agradecimiento especial a mi consejera y directora Ph. D. Rosa Elvira Correa Gutiérrez por transmitirme sus conocimientos, entender, y tener paciencia, para hacer este trabajo una realidad.

Un agradecimiento especial a mis consejeros Ph. D. Arturo Román Messina y Ph. D. Juan Manuel Ramírez, por transmitirme sus conocimientos, ser de gran apoyo y ayuda, y por hacer posible la estancia en CINVESTAV, Unidad Guadalajara.

A mis amigos, por su apoyo incondicional.

También agradezco a mis profesores Ph.D. Jairo José Espinoza Oviedo, Ph.D. M.Sc. Lina María Gómez Echavarría, Ph.D. Hernán Álvarez Zapata, Ph.D. Gerard Olivar Tous y Ph.D. Fabiola Ángulo.

Finalmente, a COLCIENCIAS y a la Universidad Nacional de Colombia, ya que esta investigación no se haría posible sin su apoyo financiero.

CONTENIDO

1.	INTRODUCCIÓN	12
1.1.	ANTECEDENTES Y MOTIVACIÓN.....	12
1.2.	PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.....	16
1.3.	OBJETIVOS DEL PROYECTO.....	17
1.3.1.	Objetivo General	17
1.3.2.	Objetivos Específicos	17
1.4.	RESULTADOS DE LA INVESTIGACIÓN	18
1.5.	METODOLOGÍA EMPLEADA.....	19
2.	CONCEPTOS BÁSICOS Y MÉTODOS PARA HACER ANÁLISIS DE ESTABILIDAD DE TENSIÓN.....	20
2.1.	ANÁLISIS DE ESTABILIDAD DE TENSIÓN EN UN SISTEMA ELÉCTRICO DE POTENCIA BÁSICO.....	21
2.2.	MÉTODOS DE ANÁLISIS DE ESTABILIDAD DE VOLTAJE.....	24
2.2.1.	Curvas PV y QV	24
2.2.2.	Análisis de Sensibilidad QV	26
2.2.3.	Análisis Modal	29
2.2.3.1.	Factores de Participación de Nodos	32
2.2.3.2.	Factores de Participación de Ramas y Generadores.....	32
2.2.4.	Flujo de Cargas Continuado.....	33
2.2.4.1.	Metodología de cálculo predictor – corrector.	33
2.2.5.	Descomposición en Valores Singulares	37
3.	REVISIÓN DE MÉTODOS ANALÍTICOS PARA EL ESTUDIO DE BIFURCACIONES	40
3.1.	CONCEPTOS BÁSICOS Y DEFINICIONES	40
3.1.1.	Soluciones en Estado Estable.....	40
3.1.2.	Determinación de las soluciones en estado estable.....	41
3.1.3.	Ramas de soluciones estacionarias para un parámetro variante	43

3.1.4.	Condiciones de equilibrio y su estabilidad.....	44
3.1.5.	Seguimiento de Trayectoria	45
3.2.	CLASIFICACIÓN DE BIFURCACIONES ESTACIONARIAS	46
3.2.1.	Bifurcaciones tipo silla.....	47
3.2.2.	Bifurcación tipo Hopf	47
3.3.	DETERMINACIÓN DE PUNTOS DE BIFURCACIÓN Y PUNTOS LÍMITE...	50
3.3.1.	Métodos clásicos basados en el criterio de Routh–Hurwitz	51
3.3.2.	Métodos secuenciales basados en el análisis de la matriz Jacobiana...	52
3.3.3.	Métodos de continuación	53
4.	ANÁLISIS DE ESTABILIDAD DE VOLTAJE EN SISTEMAS ELÉCTRICOS DE POTENCIA.....	55
4.1.	MÉTODOLOGÍA DE ANÁLISIS DE ESTABILIDAD DE VOLTAJE PARA SISTEMAS ELÉCTRICOS DE POTENCIA.....	55
4.2.	METODOLOGÍA PARA EL CÁLCULO DE PUNTOS DE BIFURCACIÓN	63
5.	CASO DE ESTUDIO	65
5.1.	APLICACIÓN DEL METODO DE ANÁLISIS DE ESTABILIDAD DE VOLTAJE AL SISTEMA DE POTENCIA DE PRUEBA.....	65
5.2.	APLICACIÓN DE LA TEORÍA DE BIFURCACIONES A UN SISTEMA DE POTENCIA.....	72
6.	CONCLUSIONES Y TRABAJOS FUTUROS.....	78
6.1.	CONCLUSIONES GENERALES	78
6.2.	RECOMENDACIONES PARA TRABAJOS FUTUROS.....	79
7.	ANEXOS	80
7.1.	Formato de los datos para ingresar el sistema de potencia de prueba	80
7.2.	Validación de Datos con PSAT	82
8.	REFERENCIAS.....	83

LISTA DE TABLAS

Tabla 1. Colapsos de tensión.....	13
Tabla 2. Clasificación de las barras críticas para el sistema de 9 barras y 3 generadores. Herramienta vs PSAT.	67
Tabla 3. Formato de Datos de la Matriz "Bus".....	80
Tabla 4. Formato de Datos de la Matriz "line".....	81
Tabla 5. Formato de Datos de la Matriz "mat_con".....	81

LISTA DE FIGURAS

Figura 1. Representación circuital para estudiar la variación de la tensión con la potencia.	22
Figura 2. Curva para análisis de estabilidad de tensión en estado estable.	22
Figura 3. Característica típica PV con variación del factor de potencia [53].	25
Figura 4. Característica típica VQ [53].	26
Figura 5. Característica gráfica del predictor de paso.	35
Figura 6. Característica gráfica de la intersección perpendicular del corrector de paso.	36
Figura 7. Característica gráfica del corrector de paso.	36
Figura 8. Diagrama de puntos de equilibrio para una bifurcación tipo silla.	44
Figura 9. Comportamiento de los valores propios en la bifurcación Hopf.	49
Figura 10. Esquema de Operación de la Metodología de Análisis de Estabilidad de Voltaje.	56
Figura 11. Estrategia de Operación del flujo de cargas utilizando el Método de Newton-Raphson.	57
Figura 12. Diagrama de flujo del algoritmo para la técnica de análisis modal.	59
Figura 13. Diagrama de flujo del algoritmo para la técnica SVD.	60
Figura 14. Esquema de operación para determinar puntos de bifurcación.	64
Figura 15. Sistema de 9 barras y 3 generadores del WSCC.	66
Figura 16. Factores de Participación de Barras en el sistema WSCC.	66
Figura 17. Valores propios asociados a cada una de las barras del sistema WSCC.	68
Figura 18. Sensibilidades VQ en cada una de las barras del sistema WSCC.	69

Figura 19. Característica PV en la barra 7 para el sistema de 9 barras y 3 generadores.....	70
Figura 20. Característica PV en la barra 7 con CEV para el sistema de 9 barras y 3 generadores.....	71
Figura 21. Variación del mínimo valor singular con respecto a la potencia reactiva en la barra 7 del sistema sin CEV.....	72
Figura 22. Representación de un sistema eléctrico de potencia básico.	73
Figura 23. Puntos de Equilibrio para el SEP básico.....	77

RESUMEN

En este proyecto se presenta una herramienta de análisis de estabilidad de tensión para Sistemas Eléctricos de Potencia (SEP), fundamentada en el análisis de puntos de equilibrio. Se aborda este problema en tres etapas. En la primera etapa se estructura la condición inicial o punto de partida para el análisis de estabilidad comúnmente conocida como Flujo de Cargas o Flujo de Potencias, el cual consiste en realizar un balance de potencia en el SEP para determinar una condición de equilibrio estable a partir de una semilla inicial para las magnitudes y fases de los voltajes en cada nodo. La segunda etapa consiste en determinar los elementos del SEP que pueden ser propensos a hacer inestables (nodos críticos y ramas débiles). En esta fase se aplica la técnica denominada análisis modal, la cual se fundamenta en el cálculo de valores y vectores propios de la matriz Jacobiana que resulta de la linealización del sistema de potencia alrededor de los puntos de equilibrio obtenidos en la etapa anterior. Finalmente, en la tercera etapa se hace un análisis de sensibilidad perturbando cada uno de los nodos críticos identificados previamente; posteriormente haciendo uso del análisis modal se determinan los márgenes de estabilidad del sistema. La perturbación se realiza haciendo pequeños cambios en la potencia activa (P) y reactiva (Q). En cada paso de variación de potencia, se aplica la técnica de descomposición en valores singulares con el fin de calcular la mínima perturbación que hace inestable el sistema. Luego de terminar estas tres etapas, cada una de las técnicas brinda los elementos suficientes para concluir acerca de las condiciones de estabilidad del sistema bajo estudio.

Con este trabajo se desarrolló una herramienta para hacer análisis de estabilidad de tensión a SEP, la cual permite inferir acerca del comportamiento estable e inestable del sistema, utilizando MATLAB & Simulink como plataforma de trabajo.

Palabras Clave: Sistema Eléctrico de Potencia, Estabilidad de Tensión, Análisis Modal, Descomposición en Valores Singulares, Análisis de Sensibilidad.

1. INTRODUCCIÓN

En el presente capítulo, se exponen los argumentos que sirvieron como base para fundamentar y motivar el desarrollo de una metodología de análisis de estabilidad de tensión que será implementada en los algoritmos que conformaran la herramienta de análisis. Además, se presentan los objetivos planteados y la metodología utilizada para la realización del mismo. Finalmente, se presentan los resultados obtenidos en el desarrollo del presente trabajo.

1.1. ANTECEDENTES Y MOTIVACIÓN

La definición de calidad del servicio en un sistema de potencia, desde el punto de vista de la tensión, implica garantizar un nivel adecuado de tensión, y a su vez permita una operación segura, eficiente y con un máximo de vida útil de los equipos eléctricos conectados al sistema. La normalización de los niveles de tensión apropiados para los sistemas ha sido realizada por comités de trabajo internacionales, los cuales han elaborado las normas ANSIC84.1, la IEC-138 y la ICONTEC 1340. Por ejemplo, para el Sistema Interconectado Nacional con base en la norma ANSIC84.1, se ha establecido para estado estacionario que las tensiones en las barras de 110 kV, 115 kV, 220 kV y 230 kV no deben de ser inferiores al 90% ni superior al 110% del valor nominal. Para la red de 500 kV la tensión mínima permitida es de 90% y la máxima es de 105% del valor nominal [1], [15].

El fenómeno de la estabilidad de tensión y en especial el caso de colapso de tensión en los sistemas de potencia ha sido observado y analizado extensivamente desde 1970 cuando se reportaron los primeros casos de este fenómeno. A partir de la década de los ochenta se empieza a reportar con más frecuencia problemas de estabilidad en todo el mundo. El reporte de estos eventos y la gravedad de sus consecuencias han servido de motivación para muchos investigadores, para realizar una búsqueda intensa de métodos de análisis para determinar su presencia y la forma en que se desarrolla; esto con el fin de plantear nuevas técnicas para el planeamiento y operación de los sistemas de potencia. Los casos más graves de colapso de tensión han sido reportados en Francia, Italia, Gran Bretaña, Japón, Rusia y Estados Unidos [2].

Los primeros intentos de analizar el problema de estabilidad de tensión estuvieron relacionados con la convergencia del flujo de carga. Si existe un desbalance en la potencia reactiva el flujo de carga no converge o presenta múltiples soluciones.

Después, se desarrollaron los métodos de flujo de carga no divergente, flujo de carga óptimo, curvas QV y PV, análisis modal, métodos estocásticos, entre otros;

Todos estos métodos utilizan como base el flujo de carga y son de carácter estático, pues determinan si existe la posibilidad de inestabilidad de tensión o no para un punto de operación. Sin embargo, no brindan información acerca de la trayectoria que sigue el sistema hasta una condición de estabilización o de colapso; ya que si se conoce esta trayectoria es más fácil para los operadores del sistema tomar acciones remediales, con respecto algún tipo de evento que ocasione problemas de estabilidad. Más tarde, en la década de los noventa aparecen los métodos dinámicos que determinan la trayectoria que sigue el sistema cuando es sometido a una perturbación hasta un punto de estabilización o de colapso.

En la tabla 1, se relacionan algunos de los estados de colapso presentados en el mundo, de cada uno de estos sucesos se encuentra gran literatura como se reporta en [4] y [28].

Tabla 1. Colapsos de tensión.

FECHA	LOCALIZACIÓN	DURACIÓN	CAUSA
Abr. de 1986	Canadá	1 s.	No reportada
Nov. de 1986	Brasil – Paraguay	2 s	No reportada
May. de 1986	Miles City	2 s.	No reportada
May. de 1986	Inglaterra	5 min.	No reportada
Ago. de 1987	USA, Memphis-Tennessee	10 s.	No reportada
En. de 1987	Francia	7 min.	No reportada
Jul. de 1987	Tokyo	20 min.	No reportada
Jul. de 1987	USA, Mississippi	2 s.	No reportada
Jul. de 1987	USA, Indiana e Illinois	Varias horas	No reportada
Jul. de 1989	USA, Carolina del Sur	Desconocido	No reportada
Feb. de 1990	Francia	Varios minutos	No reportada
Nov. de 1990	Francia	Varios minutos	No reportada
Jul. de 1990	USA, Washington	Varias horas	No reportada

May. de 1997	Chile	20 min.	No reportada
Feb. de 1995	Sri Lanka	30 min.	No reportada
Ag. de 1996	Malasia	2 horas	No reportada
Jul.2 de 1996	WSCC	Varios minutos	No reportada
Abr. 26 de 2007	Colombia	2,5 horas	Error operador
Oct. 18 de 2007	USA, Oregon	1 hora	Falla interruptor
Nov. 9 de 2007	Malasia, Sandakan	2 horas	Falla transformador
Nov.20 de 2007	Malasia, Juru	90 min.	Falta de potencia
Dic. 29 de 2007	Iraq, Baghdad	Desconocida	Falla en 2 subestaciones
Dic. 29 de 2007	Australia, Clarkson	Desconocida	Falla del transformador
Dic. 31 de 2007	Filipinas, Lloilo	Desconocida	Un petardo que golpeó una línea
En. 8 de 2008	USA, Idaho, Nampa	3 horas	Corto circuito
En. 9 de 2008	Jamaica, St. Katherine	Desconocida	Falla en línea de transmisión
En. 16 de 2008	Albania, Kosovo, Grecia y Montenegro	45 min.	Falla en subestación
En. 19 de 2008	Zimbabwe	24 horas	Falla en el sistema de transmisión
En. 19 de 2008	Zambia	8 horas	No es clara aún
En. 21 de 2008	Zambia	4 horas	No es clara aún

En el sistema eléctrico colombiano en los últimos años se han presentado dos importantes colapsos de tensión, el último y más importante se presentó en el año 2007; constantemente se opera en estado de emergencia en el cual la generación todavía satisface la carga y el sistema está aún sincronizado. El estado de emergencia tiene como consecuencia que uno o varios componentes del mismo pueden estar sobrecargados y que al fallar, pueden ocasionar un colapso del sistema. Estos estados se han presentado como consecuencia de hechos como:

- Atentados contra la infraestructura del sistema eléctrico.
- Restricciones propias del Sistema Interconectado Nacional (SIN), las cuales pueden ser por: transformación, límite térmico, compensación reactiva, estabilidad electromecánica, entre otras.
- El modelo del mercado energético de nuestro país.

Un sistema de potencia se diseña típicamente para que durante más del 99% del tiempo se encuentre en su estado normal. En este estado la frecuencia y las tensiones presentes en las barras del sistema se mantienen en valores adecuados mediante un cuidadoso balance de la potencia activa y reactiva suministrada por los generadores y demandada por el sistema.

El estado normal debe caracterizarse por cierto grado de seguridad, lo cual requiere de un margen de reserva en generación y transmisión para asumir las variaciones que se puedan presentar en el sistema. Si por alguna circunstancia una variable del sistema, llegase a un punto de operación cercano al crítico (límites máximos o mínimos), el grado de seguridad se disminuye y el sistema entra en estado de alerta.

El estado de operación en alerta es generalmente considerado como inseguro, el sistema de potencia está siendo operado de tal forma que las demandas de todos los usuarios son satisfechas a una frecuencia y niveles de tensión adecuados. En este estado se considera que el sistema de potencia no va a desestabilizarse por eventos adicionales menores, sin embargo, es necesario iniciar acciones de control preventivo para restablecer el margen de generación y/o eliminar las perturbaciones para retornar el sistema a su estado normal [4].

Durante los últimos años se han incrementado las transacciones comerciales debido a los recientes procesos de reestructuración del sector eléctrico en un número creciente de países.

Quizás lo más importante en todo este proceso de integración de los mercados, son los beneficios económicos para los usuarios finales. Sin embargo, todos estos procesos de integración han traído como consecuencia una operación de los sistemas de potencia con una menor holgura, en cuanto a sus límites de seguridad y una operación cada vez más difícil y riesgosa desde el punto de vista de la seguridad y calidad en la atención de la demanda. Algunas de las acciones de control que logran complementar los sistemas que regulan y vigilan la estabilidad de tensión, propician aspectos como:

- Realizar estudios de estabilidad de tensión que permitan verificar la seguridad en cada punto de operación.

- Minimizar los aislamientos de cada sistema por inestabilidad de tensión.
- Mejorar e innovar el uso de herramientas de previsión de la seguridad para analizar el fenómeno de la estabilidad de tensión.

La creciente liberalización de los mercados eléctricos ha llevado a las redes eléctricas a operar cada vez más cerca de sus límites de capacidad de carga, por lo que surgen nuevas situaciones problemáticas; entre ellas la estabilidad de tensión que en la actualidad hace parte de uno de los temas de gran preocupación debido a la importancia de este fenómeno en la seguridad y calidad del suministro de energía eléctrica. En este sentido, la estabilidad de tensión de los sistemas eléctricos de potencia se constituye en el desafío principal de esta problemática; y está relacionada con la regulación eléctrica que rige a los sistemas de operación y transmisión, la cual impone condiciones de cargabilidad a los sistemas y los hacen trabajar en puntos de operación más cercanos a los límites de estabilidad y seguridad, especialmente con respecto a tensiones y frecuencias. Esta regulación energética ha generado un incremento en la competencia entre los diferentes agentes del mercado, que hacen más vulnerable el sistema de potencia[15].

El propósito del presente trabajo es el de desarrollar una herramienta de análisis de estabilidad de tensión para Sistemas de Potencia, utilizando MATLAB & Simulink como plataforma de trabajo.

1.2. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

El análisis de estabilidad en Sistemas Eléctricos de Potencia (SEP) siempre ha sido un problema para los analistas y operadores de los sistemas de potencia, debido a su naturaleza compleja [6] y gran dimensionalidad. En especial, cuando se pretende analizar la estabilidad de voltaje y de frecuencia ya que estos dos tipos de análisis constituyen la problemática más común en el estudio del fenómeno de estabilidad en un SEP [12]. En este sentido, inferir acerca de la estabilidad de voltaje de sistemas de potencia no es tarea fácil, por lo que se requiere de herramientas de análisis que permitan determinar el comportamiento del mismo. La problemática radica en que las herramientas existentes como VSAT [49] y DIGSILENT [48], que realizan estudios de estabilidad, operan como modelos caja negra, es decir, en ellos se desconoce tanto la metodología de análisis como la estructura de operación que utilizan y sólo se conocen los parámetros de entrada y salida.

Debido a esto, se hace necesario establecer una metodología de análisis de estabilidad de voltaje con el fin de estructurar una herramienta de análisis que opere como un modelo caja blanca, es decir, sea posible conocer tanto la

metodología utilizada para el análisis como su estructura, permitiendo así concluir acerca de la estabilidad de un SEP e identificar áreas propensas a ser inestables.

Esta problemática resulta de interés en el ámbito científico y académico, especialmente en Ingeniería Eléctrica, buscando consolidar grupos de investigación en el área de sistemas de potencia, que interactúen con las empresas del sector y con otros grupos de otras universidades que se encuentren trabajando en la misma área y así aportar soluciones al fortalecimiento de la operación de los sistemas de potencia en los campos de modelado y simulación. Así mismo, el desarrollo de herramientas de análisis sirve como plataforma de trabajo para realizar análisis de estabilidad de tensión a cualquier sistema de potencia, y puede servir de base para la creación a futuro de herramientas computacionales flexibles con bases matemáticas que garanticen su buen desempeño para el estudio de la estabilidad en los sistemas de potencia.

1.3. OBJETIVOS DEL PROYECTO

En consecuencia al problema planteado, los objetivos de esta investigación son:

1.3.1. Objetivo General

Desarrollar una herramienta para hacer análisis de estabilidad de tensión en un Sistema Eléctrico de Potencia (SEP) de prueba, que permita determinar el comportamiento estable e inestable de la característica de tensión, utilizando herramientas computacionales.

1.3.2. Objetivos Específicos

- Explorar y clasificar los métodos comúnmente utilizados en la literatura para realizar análisis de estabilidad de tensión en SEP.
- Establecer criterios para seleccionar el método más apropiado para realizar análisis de estabilidad de tensión en SEP.
- Seleccionar y Caracterizar cada uno de los componentes del modelo de SEP de prueba.
- Hacer análisis de sensibilidad en las variables de cada nodo, ante perturbaciones de potencia, para inferir condiciones de estabilidad del SEP.
- Desarrollar una aplicación utilizando uno de los métodos de análisis de

estabilidad al SEP de prueba.

1.4. RESULTADOS DE LA INVESTIGACIÓN

En este trabajo, se desarrolla una metodología para hacer análisis de estabilidad de tensión basada en la combinación de dos estructuras o técnicas matemáticas, las que a su vez estructuran una herramienta de análisis, y una metodología de identificación de puntos de bifurcación.

Los principales resultados obtenidos en este proyecto de investigación son:

- Diseño de una metodología de análisis de estabilidad a partir de dos técnicas de análisis como lo son el análisis modal y la descomposición en valores singulares.
- Diseño de una estrategia de identificación de puntos de bifurcación de un sistema eléctrico de potencia utilizando la teoría de bifurcaciones.
- Análisis de sensibilidad de variables de voltaje y potencia en nodos del SEP, ante variaciones lineales de carga.
- Una herramienta de análisis de estabilidad de tensión, con la cual se pueden establecer áreas críticas o débiles del sistema de potencia, determinar el margen de estabilidad del mismo, calcular los puntos de equilibrio del SEP, además de poseer gran flexibilidad para la modificación de sus parámetros y de su estructura.
- Elaboración y publicación de artículo con algunos de los resultados de la misma en el XIII Congreso Latinoamericano de Control Automático. Artículo titulado "MODELADO FENOMENOLÓGICO Y EMPÍRICO DE UN SISTEMA ELÉCTRICO DE POTENCIA PARA HACER ANÁLISIS DE ESTABILIDAD DE TENSIÓN".
- Elaboración y divulgación de los principales resultados de la misma en un artículo enviado a la revista DYNA, para su revisión. Artículo titulado "Herramienta de Análisis de Estabilidad de Tensión para Sistemas Eléctricos de Potencia".

Estos resultados son relevantes para el desarrollo de nuevas herramientas de análisis y potencian el campo de simulación de los sistemas de potencia en una temática tan importante como lo es la estabilidad de tensión.

1.5. METODOLOGÍA EMPLEADA

Para la realización de este trabajo se empleó la siguiente metodología:

- Apropiación de los métodos comúnmente utilizados para estudiar el fenómeno de estabilidad de tensión, mediante la implementación de mapas conceptuales y documentos resúmenes.
- Se realizó una caracterización de los métodos de análisis de estabilidad más utilizados y se planteó a partir de ellos indicadores que sean posibles de aplicar y evaluar computacionalmente en el análisis de estabilidad de tensión. Debido a esto, se establecieron criterios para la selección de dos métodos para desarrollar la herramienta de análisis.
- Se seleccionó un sistema de potencia de prueba al cual se le identificaron diferentes condiciones de operatividad, se cuenta con todos sus parámetros y con reportes dados en la literatura para analizar estabilidad de tensión. Además, se cuenta con datos para su comparación y validación. Además, se analizaron las condiciones de equilibrio del sistema de prueba utilizando la teoría de bifurcaciones, con el fin de hacer el análisis del sistema en estado estable alrededor de tales condiciones.
- Para la etapa de desarrollo de la aplicación se utilizó MATLAB como plataforma de trabajo y PSAT para realizar simulaciones de software, con las cuales se validó la herramienta.
- Para la etapa de validación de la metodología de análisis se utilizó la herramienta computacional PSAT, con el cual se realizaron simulaciones de software, en los que se implementó el modelo de SEP de prueba seleccionado.

Posteriormente, se realizaron simulaciones sobre el SEP de prueba para caracterizar la dinámica de cada uno de los nodos, con el fin de hacer análisis de sensibilidad de las tensiones ante cambios en la potencia reactiva. Y con estos resultados obtenidos de las simulaciones inferir acerca de las condiciones de estabilidad del SEP bajo prueba.

A continuación, se exponen algunos conceptos básicos sobre estabilidad de tensión y los métodos más utilizados para hacer análisis estático de la estabilidad de tensión.

2. CONCEPTOS BÁSICOS Y MÉTODOS PARA HACER ANÁLISIS DE ESTABILIDAD DE TENSIÓN

La estabilidad de tensión es un fenómeno dinámico por naturaleza. Sin embargo, en muchos casos es posible utilizar métodos de análisis en estado estable, los cuales utilizan ecuaciones algebraicas para representar los sistemas. Esto conforma una ventaja en comparación con los estudios dinámicos en relación con la velocidad de cálculo computacional [6]. Por lo anterior, el análisis de estabilidad de tensión se puede clasificar en un análisis estático, el cual se realiza para largo plazo, es decir, comprende una duración de minutos y horas, y en un análisis dinámico, que se realiza tanto en la etapa transitoria (en el corto plazo, es decir, comprende una duración de segundos y minutos), y en el largo plazo [12].

En la literatura, los métodos comúnmente utilizados son: análisis modal, curvas PV y QV, método de flujo de cargas continuado, análisis de sensibilidad y Descomposición en Valores Singulares (SVD) [6]. Con la ayuda de estos métodos de análisis de estabilidad se han reportado una variedad de herramientas de análisis que se basan en criterios como valores propios, vectores propios, valores singulares (asociado a la pérdida de rango), dispersión de los valores singulares, relación de tensiones en los nodos ($V_{\text{nodo}}/V_{\text{crítico}}$), dispersión de Z (impedancia), la no convergencia del flujo de carga y el coeficiente dinámico (tasa de variación de Q, potencia reactiva, con respecto a la variación de tensión), Voltajes umbrales en los nodos. Cada uno tiene sus propias fortalezas y debilidades, así como también pueden proporcionar información valiosa para cuantificar índices de estabilidad de tensión en cuanto a la cercanía de la nariz de la curva. Sin embargo, la combinación de todos estos métodos da más información en el análisis de estabilidad de tensión. Algunas de las dificultades más frecuentes en las herramientas de análisis son:

- No son fáciles de evaluar computacionalmente.
- Tienen criterios muy pobres.
- Modelan la carga con característica de potencia constante.
- Se hacen muchas suposiciones siendo la más relevante mantener el factor de potencia constante.
- Se desconoce la metodología con la cual analizan el sistema.

Seleccionar la mejor opción entre los métodos para la valoración de estabilidad de tensión no es trivial, debido a que el método a utilizarse para la valoración de

estabilidad de tensión debe tener propiedades de la convergencia de algoritmo y fácil aplicabilidad.

Los métodos utilizados para hacer análisis de estabilidad en estado estacionario se subdividen en dos tipos: los que se fundamentan en la existencia de un perfil aceptable de voltaje a través de la red de potencia (llamados métodos de viabilidad del flujo de cargas) y los que se fundamentan en el análisis de puntos de equilibrio estables del sistema de energía (llamado métodos de estabilidad de estado estacionario). Un flujo de cargas o flujo de potencias es la solución de las condiciones de operación estáticas de un sistema de potencia; en pocas palabras es calcular el punto de equilibrio del sistema. Los métodos de viabilidad del flujo de cargas, se basan en encontrar el punto de máxima transferencia de potencia de la red o, en la predicción de la solución del flujo de cargas. Según, la viabilidad del flujo de cargas los métodos más utilizados son: máxima transferencia de potencia [16], [17], [18], viabilidad del flujo de carga [19], [20], solución de flujos múltiples de carga [19] y valores singulares de la matriz Jacobiana [21]. Los métodos más relevantes para la realización del presente se ampliarán más adelante.

El método de estabilidad en estado estacionario, se basa en la determinación de la existencia de los puntos de operación estables del sistema. Este criterio determina cuándo el sistema es estable alrededor de los puntos de equilibrio por medio del análisis de la matriz Jacobiana de las ecuaciones del flujo de potencia, utilizando los valores propios de la linealización [22], la matriz Jacobiana definida positiva [3], [25], [24], [23] y métodos de sensibilidad [26].

2.1. ANÁLISIS DE ESTABILIDAD DE TENSIÓN EN UN SISTEMA ELÉCTRICO DE POTENCIA BÁSICO

Un modelo representativo de un sistema eléctrico de potencia sencillo está constituido por un generador sincrónico con una tensión constante E a la salida, una línea de transmisión representada por la impedancia Z , y la carga, generalmente, expresada como la sumatoria compleja ($S=P+jQ$) de las potencias activa (P , parte real) y reactiva (Q , parte imaginaria) consumida por esta, y es conocida como potencia aparente. Como se observa en la figura 1.

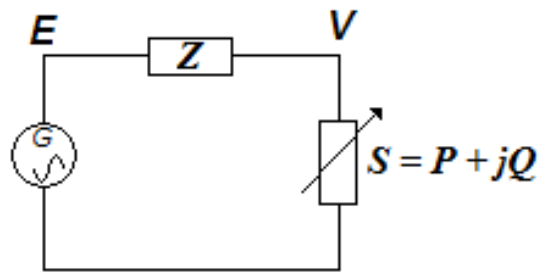


Figura 1. Representación circuital para estudiar la variación de la tensión con la potencia.

Para comprender la disminución de la tensión que se produce al aplicar una carga y la inestabilidad que se puede presentar si dicha carga es excesiva, es conveniente analizar la figura 2. La ecuación general que describe la tensión en la carga, V , está dada por (2.1).

$$V^2 - V * E + S * Z = 0 \quad (2.1)$$

Si se asume un factor de potencia constante, se puede graficar V contra S .

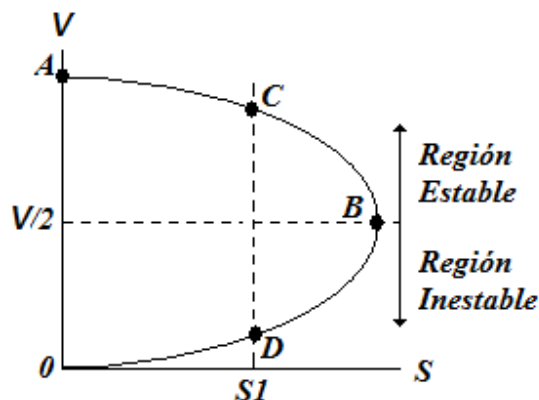


Figura 2. Curva para análisis de estabilidad de tensión en estado estable.

El punto **B** o nariz de la curva depende del factor de potencia, y si existen cambios topológicos en la red, o sea en la impedancia Z , la curva cambiará, por lo cual esta curva describe el sistema para una topología fija. Si consideramos un comportamiento parabólico de la curva, de la gráfica anterior se pueden identificar dos zonas:

- Zona 1, Desde **A** hasta **B** la tensión V , disminuye conforme aumenta la potencia S . El punto **B** representa la máxima carga con la que puede operar el sistema bajo condiciones estables. Para este punto la tensión V es la

mitad de la tensión E . Esta zona es considerada estable en tensión y el punto B es el límite de la estabilidad.

- Zona 2, Desde B hasta O se conoce como la zona de inestabilidad de estado estable.

Cuando se encuentra operando el sistema en el punto S_1 , y se analizan los puntos entre C y D , al incrementar la carga es posible que el sistema no pueda atender ésta carga adicional y que el sistema colapse. Si se opera el sistema en el punto D no es posible atender la carga adicional pues se requiere un aumento en la tensión V . Por consiguiente, la inestabilidad de tensión se produce en un sistema eléctrico de potencia como la consecuencia de intentar operar el sistema más allá de los límites máximos de potencia activa y reactiva. Esto puede ser debido a severos incrementos no controlados en la carga, o a una gran perturbación (eventos programados y contingencias como fallas en el sistema) que incrementan Z y/o disminuyen E_s al extremo, tal que la demanda de carga antes de la perturbación no puede ser suplida. Estas son características que juegan un papel importante en el entendimiento y explicación de la inestabilidad de tensión.

Un modelo matemático representativo de un sistema eléctrico de potencia básico empleado para hacer análisis de estabilidad esta dado por el sistema de ecuaciones (2.2) [27].

$$\begin{aligned}\dot{\omega}(t) &= \frac{1}{M} \left(P_d - \frac{E V}{X} \sin \delta - D_G \omega \right) \\ \dot{\delta}(t) &= \omega - \frac{1}{D_L} \left(\frac{E V}{X} \sin \delta - P_d \right) \\ \dot{V}(t) &= \frac{1}{\tau} \left(-\frac{V^2}{X} + \frac{E V}{X} \cos \delta - k P_d \right)\end{aligned}\tag{2.2}$$

Donde, E , es la tensión producida por el generador sincrónico en la barra de generación, V , es la tensión en la barra de carga, P_d , es la potencia activa en la barra de carga, Q_d , es la potencia reactiva en la barra de carga, δ , es la diferencia angular de las tensiones entre la barra infinita y la barra de carga, X , es la reactancia de la línea de transmisión, y k , es el factor de potencia. Con variables de estado dadas por: $[\omega \ \delta \ V]^T$ y parámetros dados por $M, \tau, P_d, D_L, D_G, X$, y E , los cuales están asociados a valores característicos de los elementos del sistema como lo es el caso del parámetro X y E , y al comportamiento global del sistema como es el caso de M (asociado a la inercia de la máquina), τ (constante de tiempo de tensión dinámica), y, D_L y D_G (coeficientes de amortiguamiento tanto de la carga como del generador sincrónico). Los primeros asociados a los efectos transitorios del modelo, y los segundos mucho más importantes debido a que son

parámetros críticos en el funcionamiento de los sistemas de potencia, representan el coeficiente de amortiguamiento presente en cada barra. Por último, el parámetro P_d representa la demanda de potencia activa variable.

2.2. MÉTODOS DE ANÁLISIS DE ESTABILIDAD DE VOLTAJE

El análisis de la estabilidad de voltaje de un sistema de potencia incluye aspectos, tales como, la identificación de las áreas propensas a una inestabilidad de voltaje y la identificación de los mecanismos que producen estos fenómenos. Este análisis se fundamenta en la aplicación de alguna técnica de análisis, alrededor de un punto de equilibrio del sistema bajo prueba.

Aunque el problema de estabilidad de tensión es de carácter dinámico, se han desarrollado varias técnicas de análisis en régimen permanente con el fin de identificar las áreas más débiles y poder anticiparse a los efectos no deseables del sistema. Dentro de los métodos más utilizados en el análisis de la estabilidad de tensión están las curvas PV y QV, análisis modal, análisis de sensibilidad, descomposición en valores singulares, flujo de cargas por continuación, entre otros.

2.2.1. Curvas PV y QV

Las curvas PV representan la característica del comportamiento de la tensión en función de la potencia activa cuando la carga del sistema es modificada. Estas curvas son construidas haciendo cálculos del flujo de carga con un aumento gradual de la potencia reactiva y observando la variación de la tensión en el nodo de análisis [3], [12].

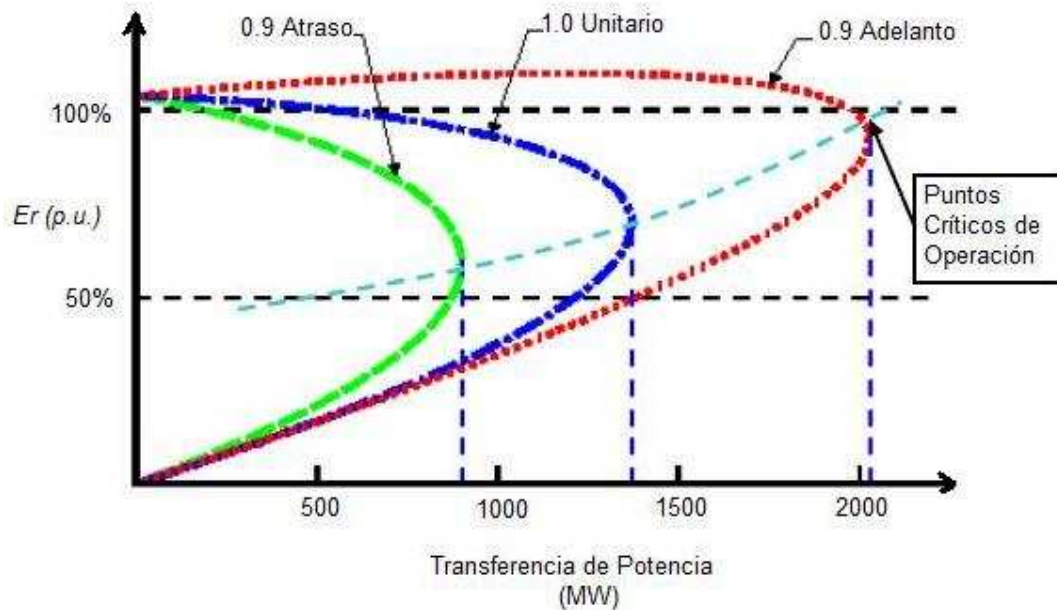


Figura 3. Característica típica PV con variación del factor de potencia [53].

Con base en este análisis es posible construir una familia de curvas para diferentes distribuciones de carga como se presenta en la figura 3, o también para diferentes eventos en el sistema como salidas de generadores y líneas. Estas curvas pueden ayudar al control del sistema para hacer ajustes de las condiciones con el fin de que el sistema no caiga en la región de la inestabilidad. Para la formación de estas curvas se asume que la carga posee un factor de potencia constante.

La nariz de la curva PV representa el punto crítico de la inestabilidad de tensión, siendo este el punto de máxima potencia (P_{max}) que puede ser entregada al nodo para el cual se construyó la curva. Si el sistema demanda una carga mayor a esta, entrará en una condición de inestabilidad de tensión.

De la misma manera que para la curvas PV, las curvas QV son construidas mediante la realización de una secuencia de flujos de carga para un intervalo de niveles de cargas y un intervalo de tensiones en la zona de interés para el análisis, presentado en la figura 4. El sistema es inestable cuando la curva QV cruza la abscisa (punto **A**). En el punto **B**, se presenta la intersección de la curva con el punto de la abscisa de valor más elevado y representa el punto de operación estable, mientras que en el punto **C** se presenta el valor más pequeño correspondiente al punto de equilibrio inestable.

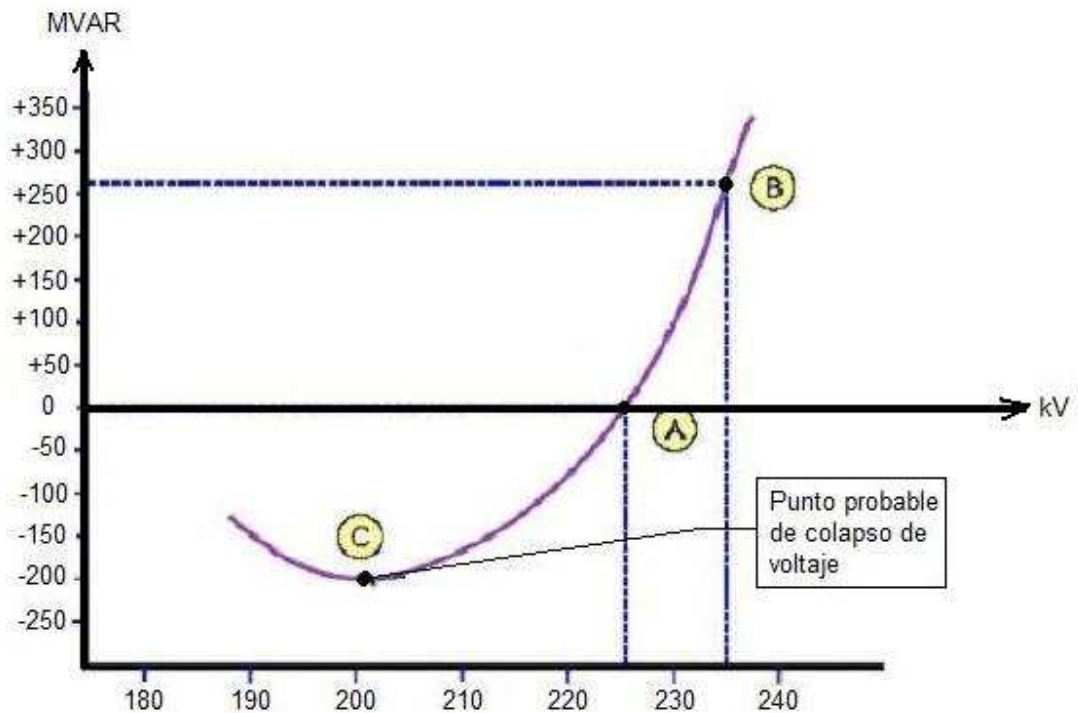


Figura 4. Característica típica VQ [53].

2.2.2. Análisis de Sensibilidad QV

Este tipo de análisis consiste fundamentalmente en una aproximación lineal del comportamiento del sistema de potencia alrededor de un punto de operación de estado estable. Tal punto resulta de la convergencia de un flujo de carga del sistema que se está analizando. En este método, el análisis se centra en la matriz Jacobiana reducida.

En particular, esta técnica de análisis se aplica a la característica VQ de cada uno de los nodos del sistema ya que la sensibilidad representa la pendiente de la curva en un punto de operación dado; una sensibilidad VQ positiva indica una operación estable y a medida que esta es menor es más estable el sistema. En la medida que la estabilidad decrece, la magnitud de la sensibilidad se incrementa haciéndose infinita en el límite de estabilidad. A su vez, una sensibilidad negativa, es indicativa de una operación inestable.

- Matriz Jacobiana reducida

El problema del flujo de cargas es encontrar las tensiones en los nodos $\bar{V}(V\angle\delta)$ los cuales satisfacen las ecuaciones: $\Delta P_i = 0$ y $\Delta Q_i = 0$ ($i = 1, \dots, N$), donde ΔP_i y ΔQ_i son las variaciones de potencias activa y reactiva en el nodo i , respectivamente, y definidas como:

$$\begin{aligned}\Delta P_i &= P_i - \sum_{j=1}^N Y_{ij} V_j V_i \cos(\delta_i - \delta_j - \theta_{ij}) \\ \Delta Q_i &= Q_i - \sum_{j=1}^N Y_{ij} V_j V_i \sin(\delta_i - \delta_j - \theta_{ij})\end{aligned}\quad (2.3)$$

Donde \bar{Y} es la matriz de admitancias nodales ($Y\angle\theta$) y P , Q son los vectores conformados por las potencias activa y reactiva, respectivamente. A las ecuaciones dadas por (2.3), se le pueden aplicar una variedad de métodos de cálculo para realizar cálculos de flujo de potencia, uno de los métodos más utilizados es el método de Newton-Raphson. Al aplicar este método a dichas ecuaciones se tiene el sistema en forma matricial (2.4):

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial P}{\partial \delta} & \frac{\partial P}{\partial V} \\ \frac{\partial Q}{\partial \delta} & \frac{\partial Q}{\partial V} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \delta \\ \Delta V \end{bmatrix}\quad (2.4)$$

Donde:

ΔP , es el cambio incremental de la potencia activa en el nodo.

ΔQ , es el cambio incremental de la potencia reactiva en el nodo.

$\Delta \delta$, es el cambio incremental en el ángulo de la tensión en el nodo.

ΔV , es el cambio incremental de la magnitud de la tensión en el nodo.

Luego, la matriz Jacobiana está definida por (2.5).

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial P}{\partial \delta} & \frac{\partial P}{\partial V} \\ \frac{\partial Q}{\partial \delta} & \frac{\partial Q}{\partial V} \end{bmatrix} \triangleq \begin{bmatrix} J_{P\delta} & J_{PV} \\ J_{Q\delta} & J_{QV} \end{bmatrix}\quad (2.5)$$

Como los elementos de la matriz Jacobiana son función de las admitancias del sistema, las tensiones y ángulos de los nodos, es posible expresar la matriz

Jacobiana como la sensibilidad entre los flujos de potencia y los cambios en las tensiones de los nodos, como en (2.5).

En un Sistema Eléctrico de Potencia (SEP) las variaciones de P y Q son las que afectan la estabilidad de tensión. Sin embargo, existe una relación muy estrecha entre la potencia reactiva y las magnitudes de las tensiones en el SEP, lo cual hace que la submatriz más relevante para hacer análisis de sensibilidad VQ sea la componente J_{QV} .

En adición a lo anterior se ha visto en [9] la importancia de considerar el acoplamiento entre las inyecciones de la potencia reactiva y los ángulos en los nodos en los estudios del sistema eléctrico de potencia en sus límites de cargabilidad. Por lo anterior, se pueden despreciar los efectos que tienen los cambios de potencia activa ($\Delta P = 0$) en el problema de la estabilidad de tensión. Esto lleva a redefinir el sistema dado por la ecuación (2.4), en el sistema dado por la ecuación (2.6).

$$\begin{bmatrix} 0 \\ \Delta Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_{P\delta} & J_{PV} \\ J_{Q\delta} & J_{QV} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\delta \\ \Delta V \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

Al resolver el sistema de ecuaciones (2.6), para ΔQ se tiene en la expresión (2.7) que corresponde a las variaciones de potencia reactiva en función de las variaciones de tensión:

$$\Delta Q = \left[J_{QV} - J_{Q\delta} \left(J_{P\delta}^{-1} \right) J_{PV} \right] \Delta V \stackrel{\Delta}{=} J_R \Delta V \quad (2.7)$$

Donde,

$$J_R = J_{QV} - J_{Q\delta} \left(J_{P\delta}^{-1} \right) J_{PV} \quad (2.8)$$

En la ecuación (2.8), se presenta la expresión para el jacobiano reducido. Por consiguiente, J_R es la matriz Jacobiana reducida del sistema, y describe el efecto en las magnitudes de las tensiones ante los cambios en la inyección de potencia reactiva en los nodos del SEP.

Para estudiar la estabilidad por este método se analiza la singularidad de la matriz Jacobiana J producida cuando J_R es singular o cuando la matriz $J_{P\delta}$ es singular. Además, al omitir los problemas por estabilidad de ángulo, es posible precisar que la matriz $J_{P\delta} \neq 0$ por lo que la matriz Jacobiana será singular únicamente si la matriz J_R es singular. Debido a esto, la matriz Jacobiana reducida es indicativa de

los problemas de estabilidad de tensión de estado estático. Por la naturaleza no lineal de las relaciones $V - Q$, la magnitud de las sensibilidades entre ellas para diferentes condiciones del sistema no provee una medida directa del grado de estabilidad relativa.

2.2.3. Análisis Modal

Se fundamenta en la utilización del modelo estático de la red eléctrica, es decir, en el uso de la matriz Jacobiana utilizada en el cálculo de los flujos de carga. Este método puede ser empleado para determinar las áreas más débiles del sistema con respecto a la estabilidad de tensión, y además entrega información relativa a los mecanismos de la inestabilidad de tensión por medio del cálculo de los factores de participación, estos factores muestran la influencia de cada modo sobre los nodos y muestran la influencia sobre los elementos de la red.

Las características de la estabilidad de tensión del sistema pueden ser identificadas calculando las parejas de vectores propios asociados a un mismo valor propio de la matriz Jacobiana, en la práctica se utilizan los valores y vectores propios de la matriz Jacobiana reducida J_R , definida en la ecuación (2.8); ya que para esta matriz los valores y vectores propios son muy cercanos a los valores y vectores singulares. Esta metodología de cálculo es presentada a continuación [31], [32].

Sea,

$$J_R = \xi \Lambda \eta \quad (2.9)$$

Donde,

ξ , es el vector propio derecho de la matriz J_R .

η , es el vector propio izquierdo de la matriz J_R .

Λ , es una matriz diagonal que contiene los valores propios de la matriz J_R .

De la ecuación (2.9) se tiene:

$$J_R^{-1} = \xi \Lambda^{-1} \eta \quad (2.10)$$

Si se sustituye en la ecuación (2.7), se tiene:

$$\Delta V = \xi \Lambda^{-1} \eta \Delta Q \quad (2.11)$$

En la ecuación (2.12) se define cada modo de variación de ΔV , para lo cual se obtiene:

$$\Delta V = \sum_i \frac{\xi_i \eta_i}{\lambda_i} \Delta Q \quad (2.12)$$

Donde,

λ_i , es el i-ésimo valor propio.

ξ_i , es la i-ésima columna del vector propio derecho de J_R .

η_i , es la i-ésima fila del vector propio de J_R .

Cada valor propio de λ_i y el correspondiente vector propio derecho e izquierdo ξ_i y η_i , definen el i-ésimo modo de variación de potencia reactiva que esta dado en la ecuación (2.13).

$$\Delta Q_{mi} = k_i \xi_i \quad (2.13)$$

Donde,

k_i , es un factor de normalización, el cual debe satisfacer la condición (2.14).

$$k_i^2 \sum_j \xi_{ji}^2 = 1 \quad (2.14)$$

Con ξ_{ji} , el j-ésimo elemento de ξ_i .

El correspondiente i-ésimo modo de variación de la tensión esta dado por (2.15),

$$\Delta V_{mi} = \frac{1}{\lambda_i} \Delta Q_{mi} \quad (2.15)$$

De la ecuación (2.15), la estabilidad del i-ésimo modo con respecto a los cambios de potencia reactiva está definida por el valor propio modal λ_i . Para grandes valores de λ_i se indican pequeños cambios en la tensión modal para cambios en

la potencia reactiva. Cuando el sistema esta estresado, el valor de λ_i llega a ser más pequeño y la tensión modal llega a ser más débil.

En resumen, el análisis modal determina la estabilidad de un sistema de la siguiente manera:

- Si $\lambda_i > 0$, la i-ésima tensión modal y las variaciones i-ésimas de potencia reactiva están en la misma dirección, indicando que el sistema es estable en tensión.
- Si $\lambda_i < 0$, la i-ésima tensión modal y las variaciones i-ésimas de potencia reactiva están en direcciones opuestas, indicando que el sistema es inestable en tensión.
- Si $\|\lambda_i\| = 0$, la correspondiente tensión modal colapsa.

Para determinar la sensibilidad de los cambios en tensión con respecto a los cambios en potencia reactiva en la k-ésima barra, se utiliza la siguiente expresión [32]:

$$\frac{\partial V_k}{\partial Q_k} = \sum_i \frac{\xi_{ki} \eta_{ik}}{\lambda_i} = \sum_i \frac{P_{ki}}{\lambda_i} \quad (2.16)$$

Luego, el sistema es estable en voltaje si los valores propios de la matriz Jacobiana son todos positivos. La relación entre la estabilidad de voltaje del sistema y los valores propios de la matriz J_R , es mejor entendida como la relación entre los valores propios de la matriz J_R con las sensibilidades V-Q en cada nodo.

Para efectos prácticos, las resistencias de la red de transmisión son despreciadas y la matriz de admitancia nodal Y- BUS es simétrica, con lo cual la matriz J_R también es simétrica, y los valores propios de la matriz J_R serán puramente reales. La magnitud de los valores propios puede proveer una medida relativa de la proximidad a la inestabilidad. Cuando el sistema esta estresado, los valores propios de la matriz J_R serán pequeños, hasta el punto crítico de la estabilidad de voltaje del sistema, que se presenta cuando al menos uno de los valores propios de la matriz J_R es cero.

Si alguno de los valores propios de la matriz J_R son negativos, el sistema ha pasado a un punto crítico de la estabilidad de voltaje, ya que los valores propios de la matriz J_R cambian continuamente de positivo a cero o negativo.

Mientras que la magnitud de los valores propios puede proveer una medida relativa de la proximidad a la inestabilidad, ellos no proveen una medida absoluta debido a la no linealidad del problema. La aplicación de análisis modal ayuda a

determinar que tan estable es el sistema y cuanta carga extra o nivel de transferencia de potencia debe ser adicionado. El análisis modal es útil para identificar las áreas críticas de estabilidad de voltaje y los elementos de mayor influencia en cada modo, esto se realiza por medio de los factores de participación.

2.2.3.1. Factores de Participación de Nodos

El factor de participación de una barra k para un modo i se define como [32]:

$$P_{ki} = \xi_{ki} \eta_{ik} \quad (2.17)$$

Donde, P_{ki} indica la contribución del i -ésimo valor propio de la sensibilidad V-Q a la barra k . Para pequeños valores propios, los factores de participación determinan las áreas cercanas a la inestabilidad de voltaje.

2.2.3.2. Factores de Participación de Ramas y Generadores

Cuando los cambios en las inyecciones de potencia reactiva modal resultan como una variación del voltaje modal, entonces la i -ésima variación del ángulo modal es [32]:

$$\Delta\delta_{mi} = J_{p\delta}^{-1} J_{pV} \Delta V_{mi} \quad (2.18)$$

Donde ΔV_{mi} y $\Delta\delta_{mi}$ son conocidos. Luego, los cambios de la potencia reactiva a través de la rama lj y del generador g_k se definen como ΔQ_{lj} y ΔQ_{gk} , respectivamente. Y los máximos cambios de la potencia reactiva tanto en las ramas como en los generadores se pueden calcular como:

$$\Delta Q_{lMAXi} = \text{MAX}_j (\Delta Q_{lji}) \quad (2.19)$$

$$\Delta Q_{gMAXi} = \text{MAX}_k (\Delta Q_{gki}) \quad (2.20)$$

El factor de participación de la rama lj asociado al modo i se puede definir como,

$$P_{lji} = \frac{\Delta Q_{lji}}{\Delta Q_{lMAXi}} \quad (2.21)$$

Para cada modo i , el factor participación, P_{lji} , indica cuales ramas consumen más potencia reactiva para un cambio incremental en la potencia reactiva. Un valor alto de P_{lji} indica que es una rama propensa a ser inestable. Por lo cual la participación de las ramas provee una información adicional importante para generar acciones

remediales en términos de los ramales de transmisión para aliviar la cargabilidad de otras ramas, y como criterio para selección de contingencias.

El factor de participación del generador g_k asociado al modo i se puede definir como,

$$P_{gki} = \frac{\Delta Q_{gki}}{\Delta Q_{gMAXi}} \quad (2.22)$$

La participación del generador indica, para cada modo, cuales generadores suplen mayor potencia reactiva en respuesta a los cambios incrementales de la carga reactiva. Generadores con alto P_{gki} son importantes para mantener la estabilidad en el modo i .

2.2.4. Flujo de Cargas Continuado (FCC)

Esta metodología es fundamentada en la técnica de Predicción – Corrección y es utilizada en el análisis de estabilidad reformulando el problema de convergencia de los flujos de carga, permitiendo calcular tanto la condición estable como la inestable. También permite determinar la característica $P - V$ de los nodos del sistema de potencia. Como se mencionó, la estabilidad de tensión es un fenómeno dinámico por naturaleza, pero el uso de métodos de análisis estáticos permite en muchos casos agilizar estos procesos de cálculo, y así verificar la condición de estabilidad de largo plazo.

Ante la necesidad de hacer análisis de puntos de equilibrio, la teoría de bifurcaciones es una buena opción para realizar este tipo de análisis, en especial para sistemas de potencia, donde se han reportado dos tipos de bifurcación comúnmente presentadas en ellos. Esta teoría se concentra en el estudio de los cambios de estabilidad en los puntos de equilibrio cuando ciertos parámetros, llamados parámetros de bifurcación, varían lentamente. Acorde a lo anterior, cuando el sistema cambia de estable a inestable estando en su condición de equilibrio, este punto de variación se conoce como punto de bifurcación. En el capítulo 3 se presenta de forma amplia una revisión de los métodos analíticos para el estudio de bifurcaciones.

2.2.4.1. Metodología de cálculo predictor – corrector.

Los colapsos de tensión son típicamente asociados a eventos discretos como grandes perturbaciones, por lo tanto es posible usar algunos conceptos útiles de la teoría de bifurcación a los sistemas de potencia.

En sistemas de potencia esta teoría es utilizada para determinar las curvas PV y estimar las condiciones máximas de cargabilidad por tensión y las soluciones

críticas. Aunque demanda gran tiempo de carga computacional para grandes sistemas, el FCC no es afectado por inestabilidades numéricas.

Desde el punto de vista matemático, el método FCC explora las ecuaciones del sistema cuando varía el parámetro de la cargabilidad λ . Esta técnica de análisis consiste en un predictor de paso mediante el cálculo de un vector tangente y un corrector de paso que se puede obtener por medio de una parametrización local o de una intersección perpendicular, como se presentará a continuación [23].

- Predictor de paso

De forma genérica en el punto de equilibrio ρ , se cumplen las siguientes relaciones:

$$f(x_\rho, \lambda_\rho) = 0 \Rightarrow \left. \frac{df}{d\lambda} \right|_\rho = 0 = D_x f \Big|_\rho \frac{dx}{d\lambda} \Big|_\rho + \left. \frac{df}{d\lambda} \right|_\rho \quad (2.23)$$

Por lo tanto el vector tangente puede ser aproximado como:

$$\tau_\rho = \left. \frac{dx}{d\lambda} \right|_\rho \approx \frac{\Delta x_\rho}{\Delta \lambda_\rho} \quad (2.24)$$

De las ecuaciones (2.23) y (2.24), se obtiene que:

$$\tau_\rho = -D_x f \Big|_\rho^{-1} \left. \frac{df}{d\lambda} \right|_\rho \quad (2.25)$$

$$\Delta x_\rho = \tau_\rho \Delta \lambda_\rho \quad (2.26)$$

En este punto el tamaño del paso de control k tiene que ser escogido para determinar el incremento Δx_ρ y $\Delta \lambda_\rho$, junto con una normalización para evitar los pasos grandes cuando la $\|\tau_\rho\|$ es grande:

$$\begin{aligned} \Delta \lambda_\rho &\triangleq \frac{k}{\|\tau_\rho\|} \\ \Delta x_\rho &= \frac{k\tau_\rho}{\|\tau_\rho\|} \end{aligned} \quad (2.27)$$

Donde $\|\bullet\|$ es la norma-2 y $k = \pm 1$. El signo de k determina el incremento o decremento de λ . En la figura 5, se presenta en forma gráfica el predictor de paso.

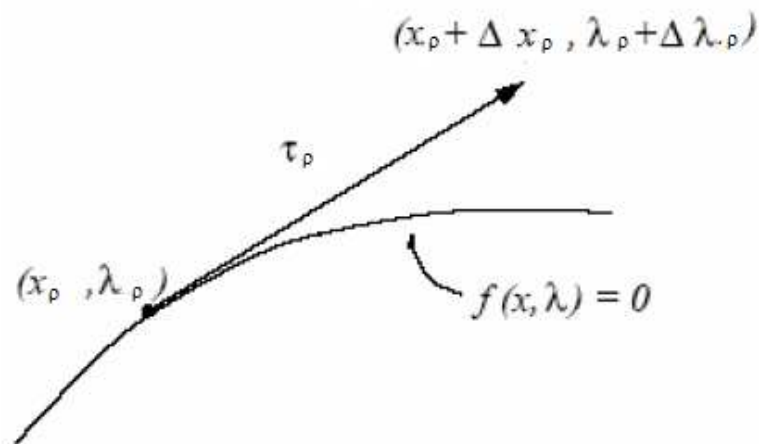


Figura 5. Característica gráfica del predictor de paso.

- Corrector de paso

En el corrector de paso, un juego de $n+1$ ecuaciones son resueltas, para formar el sistema (2.28):

$$\begin{aligned} f(x, \lambda) &= 0 \\ \eta(x, \lambda) &= 0 \end{aligned} \quad (2.28)$$

Donde la solución de f debe estar en la bifurcación y η debe ser una ecuación adicional para garantizar la no singularidad en el punto de bifurcación. En tal punto η tiene dos opciones que están dadas por la intersección perpendicular y la parametrización local.

Para el caso de la intersección perpendicular de dos vectores cuya representación se ilustra en la figura 6, la expresión η se convierte en:

$$\eta(x, \lambda) = \begin{bmatrix} \Delta x_p \\ \Delta \lambda_p \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} x_c - (x_p + \Delta x_p) \\ \lambda_c - (\lambda_p + \Delta \lambda_p) \end{bmatrix} = 0 \quad (2.29)$$

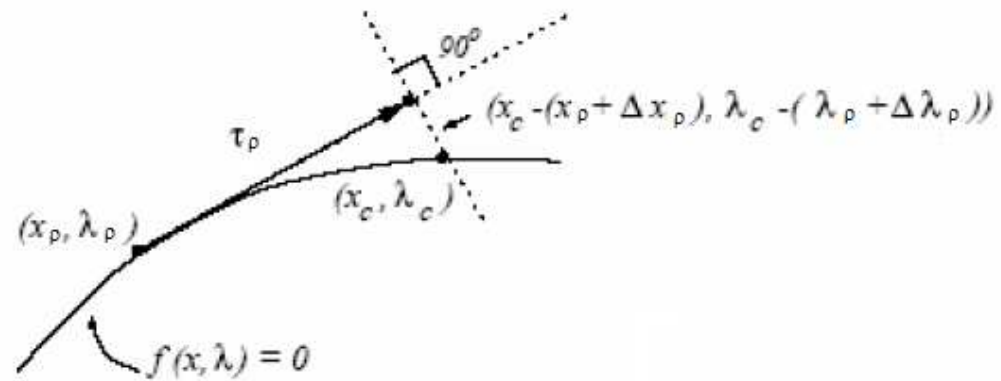


Figura 6. Característica gráfica de la intersección perpendicular del corrector de paso.

Ahora, considerando la parametrización local, el parámetro λ o la variable x_i es obligada a ser un valor fijo.

$$\eta(x, \lambda) = \begin{cases} \lambda_c - \lambda_p - \Delta\lambda_p & (2.30) \\ \vee \\ x_{ci} - x_{pi} - \Delta x_{pi} & (2.31) \end{cases}$$

De forma gráfica el concepto de corrector se ilustra en la figura 7.

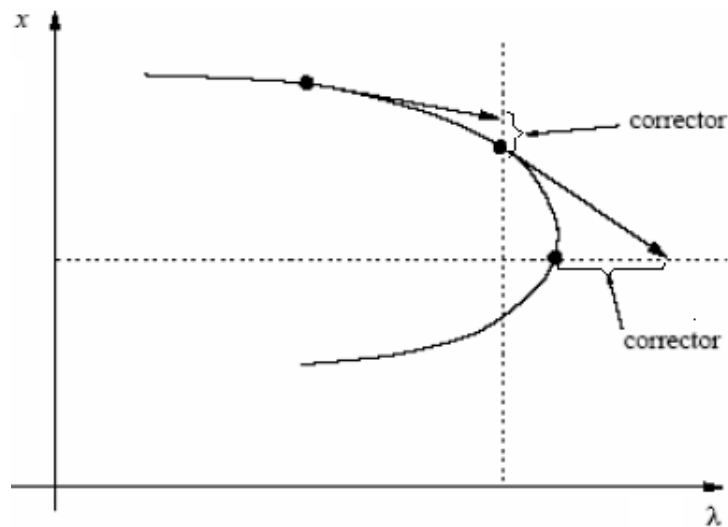


Figura 7. Característica gráfica del corrector de paso.

2.2.5. Descomposición en Valores Singulares

La técnica Descomposición en Valores Singulares (SVD, por sus siglas del inglés, *Singular Values Decomposition*), se utiliza para determinar los valores singulares de la matriz Jacobiana asociada con el sistema de ecuaciones dinámicas, ya que ésta singularidad corresponde al punto de bifurcación, o a una condición indeseable de estabilidad del sistema.

Sea \mathbf{A} una matriz cuadrada y real de orden n , entonces la SVD está dada por:

$$\mathbf{A} = \mathbf{U} \mathbf{\Sigma} \mathbf{V}^T = \sum_{i=1}^n \sigma_i \mathbf{u}_i \mathbf{v}_i^T \quad (2.32)$$

Donde \mathbf{U} y \mathbf{V} son matrices unitarias ortonormales de orden $n \times n$, los vectores singulares \mathbf{u}_i y \mathbf{v}_i son las columnas de las matrices \mathbf{U} y \mathbf{V} , respectivamente, y $\mathbf{\Sigma}$ es una matriz diagonal con

$$\mathbf{\Sigma}(\mathbf{A}) = \text{diag}\{\sigma_i(\mathbf{A})\}, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (2.33)$$

Donde $\sigma_i \geq 0$ para toda i . Los elementos de la matriz $\mathbf{\Sigma}$ son usualmente ordenados de la siguiente forma $\sigma_1 \geq \sigma_2 \dots \geq \sigma_n \geq 0$.

La SVD es típicamente usada para determinar el rango de una matriz, el cual es igual al número de valores singulares no nulos de \mathbf{A} . Este análisis aplicado al análisis de colapso de tensión se centra en vigilar el valor singular más pequeño hasta el punto cuando este alcanza un valor de cero.

Para matrices simétricas reales los valores absolutos de los valores propios de una descomposición de valores propios son idénticos a los valores singulares de la misma matriz. Estas relaciones entre los valores singulares obtenidos de una SVD y los valores propios de una misma matriz vienen del hecho que las entradas σ_i en la matriz diagonal $\mathbf{\Sigma}$ son los valores singulares de \mathbf{A} , y por construcción sus cuadrados son los valores propios de $\mathbf{A}^T \mathbf{A}$ o $\mathbf{A} \mathbf{A}^T$. Se puede inferir de este punto que el más pequeño valor singular de \mathbf{A} es una medida de la distancia entre la matriz \mathbf{A} y el juego de todas las matrices con rango incompleto. Si el mínimo valor singular es igual a cero, entonces la matriz estudiada es singular y ninguna solución del flujo de cargas puede obtenerse.

Aplicando la SVD a la matriz Jacobiana resultante del flujo de cargas, esta descomposición de matriz puede ser escrita como:

$$\mathbf{J} = \mathbf{U} \mathbf{\Sigma} \mathbf{V}^T \quad (2.34)$$

La sugerencia de usar el mínimo valor singular viene del análisis de un problema de análisis lineal $\mathbf{Ax}=\mathbf{b}$, donde \mathbf{A} es una matriz cuadrada y no singular de orden n , y \mathbf{b} es un vector de orden n . Después de la SVD de la matriz \mathbf{A} la solución del sistema lineal puede ser escrita como:

$$\mathbf{x} = \mathbf{A}^{-1}\mathbf{b} = \left(\mathbf{U}\Sigma\mathbf{V}^T\right)^{-1}\mathbf{b} = \sum_{i=1}^n \frac{\mathbf{u}_i^T}{\sigma_i} \mathbf{b} \quad (2.35)$$

De la ecuación (2.35) se puede concluir que un pequeño cambio en \mathbf{A} o \mathbf{b} puede causar grandes cambios en \mathbf{x} si σ_n es suficientemente pequeño. El efecto en el vector $[\Delta\theta \ \Delta V]^T$ ante un pequeño cambio en las inyecciones de potencia activa y reactiva, y de acuerdo con la anterior teoría puede ser calculada como:

$$\begin{bmatrix} \Delta\delta \\ \Delta V \end{bmatrix} = \mathbf{V}\Sigma^{-1}\mathbf{U}^T \begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = \sum \sigma_i^{-1} \mathbf{v}_i \mathbf{u}_i^T \begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} \quad (2.36)$$

Nótese como el mínimo valor singular es una medida de la cercanía del sistema a un colapso de tensión o punto singular. Además la cercanía a este punto de bifurcación, subsecuentemente σ_n es cercano a cero, la ecuación (2.28) puede reescribirse de la siguiente manera:

$$\begin{bmatrix} \Delta\delta \\ \Delta V \end{bmatrix} \approx \sigma_n^{-1} \mathbf{v}_n \mathbf{u}_n^T \begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} \quad (2.37)$$

Basado en la SVD de la matriz Jacobiana del flujo de cargas, se puede hacer la siguiente interpretación del mínimo valor singular y del correspondiente vector singular derecho e izquierdo:

- El valor singular más pequeño, σ_n , es un indicador de la proximidad al límite de estabilidad estática de voltaje.
- El vector singular derecho, \mathbf{u}_n , correspondiente a σ_n , indica la sensibilidad de las magnitudes de los voltajes y ángulos (nodos críticos).
- El vector singular izquierdo, \mathbf{v}_n , correspondiente a σ_n indica la dirección más sensible de los cambios de las inyecciones de potencia activa y reactiva.

De la ecuación (2.27), la matriz Jacobiana es singular si y solo si la matriz Jacobiana reducida es singular, lo cual sugiere el uso del mínimo valor singular de la matriz Jacobiana reducida como un índice de estabilidad de voltaje estático. Para redes de gran dimensionalidad esto es una ventaja muy significativa; ya que

las dimensiones de la matriz Jacobiana reducida son mucho más pequeñas que la matriz Jacobiana completa.

Por definición, la matriz Jacobiana es una linealización alrededor de un punto de operación del modelo del sistema. Si dicho punto de operación está suficientemente lejos del punto de colapso de voltaje, entonces el mínimo valor singular no describe el estado del sistema correctamente. El mínimo valor singular de la matriz Jacobiana del flujo de cargas es muy sensible a las limitaciones de la potencia reactiva de los generadores, los cambiadores de tomas y los equipos de compensación.

Es claro que cada método descrito proporciona información valiosa y complementaria para cuantificar índices de proximidad de estabilidad de tensión, por tanto, se ha optado por seleccionar dos de los métodos de análisis de estabilidad comúnmente utilizados para realizar la metodología y con base a ella estructurar la herramienta de análisis.

Para seleccionar los métodos de análisis a utilizar, se establecieron los siguientes criterios:

- La información que posee cada método acerca del fenómeno de estabilidad de tensión en el SEP.
- La eficacia, efectividad y pertinencia de cada uno de los métodos con respecto a su operación en el análisis de estabilidad de tensión.
- La relación existente entre las variables físicas con las variables utilizadas por los métodos de análisis.

Luego de haber establecido estos criterios y analizado cada uno de los métodos con respecto a ellos, se concluyó que los métodos que más se acercan a los criterios anteriormente expuestos son el análisis modal y la descomposición en valores singulares, los cuales con la ayuda de las curvas PV pueden establecer los márgenes de estabilidad del SEP.

3. REVISIÓN DE MÉTODOS ANALÍTICOS PARA EL ESTUDIO DE BIFURCACIONES

La teoría de bifurcaciones se enfoca al estudio de los cambios de la estabilidad en los puntos de equilibrio cuando ciertos parámetros, denominados parámetros de bifurcación, cambian lentamente. Los puntos de equilibrio en los cuales el sistema se vuelve inestable se conocen como puntos de bifurcación. Un ejemplo de interés práctico se puede encontrar cuando en la operación normal del sistema eléctrico potencia, el aumento gradual en la carga conduce a una bifurcación tipo Hopf.

En la teoría de bifurcaciones se hace un análisis desde el punto de vista de las inestabilidades que se pueden presentar en el modelo fenomenológico del Sistema Eléctrico de Potencia (SEP). Esto analizando el comportamiento de cada uno de los parámetros que hacen parte del modelo, principalmente el parámetro de estudio es la potencia activa en la carga. Este problema de análisis de bifurcaciones puede afrontarse tanto desde la óptica estacionaria como dinámica, las cuales son en sí dos puntos de vista complementarios.

En el presente capítulo se hace una caracterización de los puntos de equilibrio y de las bifurcaciones presentes en un sistema de potencia básico. Además, se pretende caracterizar el seguimiento de la trayectoria de las curvas de solución al sistema.

3.1. CONCEPTOS BÁSICOS Y DEFINICIONES

3.1.1. Soluciones en Estado Estable

Considérese un sistema físico descrito por el modelo no lineal dado por (3.1) [40].

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\lambda}) \quad (3.1)$$

Donde, $\mathbf{x} \in \mathfrak{R}^n$ es el vector de estados del sistema, $\boldsymbol{\lambda} \in \mathfrak{R}^m$ es un vector de parámetros que se asume cambian lentamente con el tiempo y el vector $\mathbf{f} \in \mathfrak{R}^n \times \mathfrak{R}^m \rightarrow \mathfrak{R}^n$ es una función general no lineal.

Los puntos de equilibrio del sistema estarán definidos por la relación

$$\mathbf{0} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\lambda}) \quad (3.2)$$

En donde se supone conocido el valor del vector $\boldsymbol{\lambda}$ o su rango de variación.

Por ende, un equilibrio del sistema (3.2) es un punto $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$ con la propiedad $\mathbf{f}(\mathbf{x}, \lambda) = \mathbf{0}$. El problema de interés en el estudio de bifurcaciones es determinar la naturaleza de los cambios en \mathbf{x} cuando λ cambia lentamente. En particular, conforme un parámetro $\lambda \in \Lambda$ varía, un punto de equilibrio puede exhibir una bifurcación. Es decir, el análisis de bifurcaciones se enfoca al estudio de los cambios en la estructura del conjunto de ceros de la función (3.2) cuando cambia el parámetro de interés λ .

La idea básica de los métodos de análisis cuantitativo de sistemas de la forma (3.1) es la de predecir las soluciones de largo plazo (estado estable) sin resolver la ecuación diferencial. Estos involucran la resolución de tres problemas principales:

- a. El cálculo de las soluciones de equilibrio descritas por (3.2).
- b. La determinación de su estabilidad.
- c. El trazado de las ramas de bifurcación del sistema y la determinación de la orientación de las mismas.

De acuerdo a estos problemas, en este capítulo es de interés estudiar los casos a y c; ya que para el caso b se ha planteado una solución teniendo en cuenta las raíces del modelo linealizado del sistema mediante métodos de análisis de valores propios y singulares.

A continuación se hace una revisión general de los métodos analíticos propuestos para la solución de estos aspectos.

3.1.2. Determinación de las soluciones en estado estable

Una vez definida la condición de equilibrio en el apartado anterior como (\mathbf{x}_0, λ) , tal que \mathbf{x}_0 es una solución del sistema algebraico

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}, \lambda) = \mathbf{0} \quad (3.3)$$

Es decir, todos aquellos puntos para los cuales el campo vectorial \mathbf{f} es cero, son los denominados puntos de equilibrio. Más concretamente, dado un valor de λ , cualquier método de solución de ecuaciones no lineales puede ser utilizado para resolver el problema no lineal

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}(\lambda), \lambda) = \mathbf{0} \quad (3.4)$$

Para ciertos valores comprendidos en un rango físico de interés, por ejemplo $\lambda \in [\lambda_{\min}, \lambda_{\max}]$. Es importante destacar en este análisis que para cada valor del parámetro de bifurcación se obtiene una familia de soluciones estacionarias.

Teniendo en cuenta la teoría de bifurcación local, la cual estudia las soluciones del sistema (3.4) para λ pequeño. Si la función $f(\mathbf{x}, \lambda)$ es analítica, las componentes del vector \mathbf{x} pueden ser consideradas como funciones del parámetro de continuación, así:

$$x_i = \varphi_i(\lambda), \quad i = 1, \dots, m+1$$

En la práctica, cualquier método puede ser utilizado para resolver el sistema (3.2). Aunque el método más utilizado son las técnicas analíticas basadas en el método de Newton-Raphson o sus variantes.

Entre los distintos enfoques para determinar las condiciones de equilibrio, el más elemental consiste en el empleo de un método de Newton-Raphson de primer orden. El algoritmo que permite la determinación de un conjunto de modos comprende los siguientes pasos:

Se asume un valor inicial para el parámetro λ y el respectivo valor inicial, \mathbf{x}_0 , para el vector \mathbf{x} . Expandiendo $f(\mathbf{x}, \lambda)$ en una serie de Taylor alrededor de la condición inicial resulta en:

$$f(\mathbf{x} + \Delta\mathbf{x}, \lambda) = f(\mathbf{x}, \lambda) \Big|_{(\mathbf{x}^*, \lambda)} + \frac{\partial f(\mathbf{x}, \lambda)}{\partial \mathbf{x}} \Big|_{(\mathbf{x}^*, \lambda)} \Delta\mathbf{x} \quad (3.5)$$

Si se asume adicionalmente que $f(\mathbf{x} + \Delta\mathbf{x}, \lambda)$ es una solución al sistema (3.2), es posible obtener una secuencia de aproximaciones \mathbf{x}^k descritas por la relación

$$\mathbf{x}^{k+1} = \mathbf{x}^k + p\Delta\mathbf{x}^k, \quad k = 0, 1, \dots \quad (3.6)$$

En donde p es un parámetro ajustable. En cada iteración del algoritmo, el incremento $\Delta\mathbf{x}^k$ se obtiene de la solución del sistema de ecuaciones

$$\frac{\partial f(\mathbf{x}^k, \lambda)}{\partial \mathbf{x}} \Delta\mathbf{x}^k = -f(\mathbf{x}^k) \quad (3.7)$$

Esta solución dada por (3.7) presenta dos problemas prácticos:

- El proceso puede ser muy complejo en condiciones en las cuales no es posible determinar una estimación inicial adecuada.
- Pueden existir múltiples puntos de equilibrio, por lo que puede ser complicado discriminar las soluciones físicas de interés.

3.1.3. Ramas de soluciones estacionarias para un parámetro variante

El conjunto de soluciones (3.7) forman habitualmente curvas continuas o familias de soluciones (\mathbf{x}, λ) . Dichas soluciones se denominan ramas o trayectorias de solución estacionarias definidas por un sistema único e independiente $\mathbf{x}(\lambda)$ [41].

Cuando un único parámetro es de interés, las trayectorias de solución forman trayectorias continuas. En el caso más general en sistemas complejos ($m > 1$), un problema equivalente de una dimensión puede obtenerse al restringir el espacio de parámetros de dimensión m a un subconjunto de una dimensión.

Como se ha observado anteriormente, la solución al sistema (3.2) conduce a familias de soluciones correspondientes a cada parámetro de interés. El análisis explícito de las posibles bifurcaciones que se encuentran en una rama es un problema extremadamente difícil debido a que los valores propios del sistema linealizado, dependen de los parámetros de bifurcación $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m$, los cuales a su vez determinan el punto de bifurcación.

Para ejemplificar lo anterior, considérese el sistema no lineal, dependiente de un parámetro

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \lambda) = \lambda - \mathbf{x}^2 = 0$$

Para el caso $\lambda < 0$, el sistema no tiene una condición de equilibrio; todas las soluciones tienden a $-\infty$ cuando el tiempo aumenta y a $+\infty$ cuando el parámetro cuando el tiempo decrece.

Y para el caso $\lambda \geq 0$, la trayectoria de solución, $\mathbf{x}(\lambda)$ describe una parábola en el plano (\mathbf{x}, λ) ; el eje λ constituye el eje horizontal de simetría [42]. Existen dos soluciones para cada $\lambda > 0$, que describen los puntos de equilibrio hiperbólicos:

$$\mathbf{x}_{e_1}(\lambda) = +\sqrt{\lambda}, \quad \mathbf{x}_{e_2}(\lambda) = -\sqrt{\lambda}$$

El primer punto de equilibrio constituye un atractor asintóticamente estable, mientras que el segundo es una fuente asintóticamente inestable. En $\lambda=0$, existe

un solo punto de equilibrio, no hiperbólico dado por $x_{e_1}(\lambda) = 0$. Este tipo de puntos críticos se denominan puntos de bifurcación.

En la figura 8, se puede observar una interpretación gráfica de las trayectorias de solución $x(\lambda)$, o ramas de equilibrio. Donde las flechas indican el comportamiento del plano de fase (x, λ) .

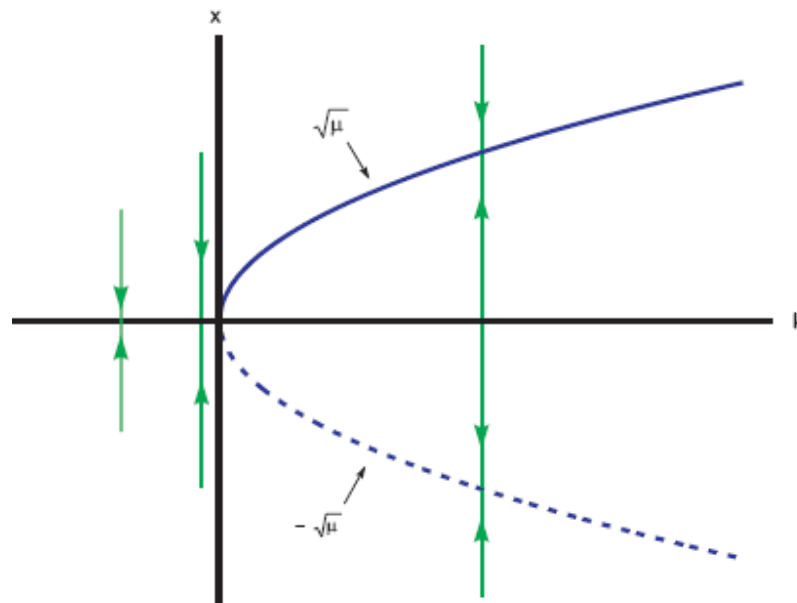


Figura 8. Diagrama de puntos de equilibrio para una bifurcación tipo silla.

3.1.4. Condiciones de equilibrio y su estabilidad

Considérese el sistema (3.1), como caso particular, supóngase el caso de un solo parámetro variante, $\lambda \in \mathfrak{R}^1$ y que el sistema (3.2) tiene un punto estacionario aislado, $x = x_0(\lambda)$ tal que $x = f(x_0(\lambda), \lambda) = 0$.

La trayectoria $x(t)$ depende de la condición inicial x_0 . De acuerdo con esta definición, las soluciones en estado estable se atraen cuando son localmente estables, es decir, $\|x(t) - \bar{x}(t)\| \rightarrow 0$, $t \rightarrow \infty$, cuando $\|x_0 - \bar{x}(t)\| < \varepsilon$. Si todos los valores propios de la matriz Jacobiana

$$\mathbf{J}(\lambda) = \mathbf{D}_x \mathbf{f}(\mathbf{x}_*(\lambda), \lambda) = \frac{\partial \mathbf{f}_i(\mathbf{x}_*(\lambda), \lambda)}{\partial x_j}, i, j, = 1, 2, \dots, n$$

Tienen partes reales estrictamente negativas, las soluciones se atraen linealmente. Los valores propios $\lambda_i(\lambda)$ ($i = 1, 2, \dots, n$), determinan la estabilidad del sistema.

En donde se ha introducido la notación $\mathbf{D}_x \mathbf{f}(\mathbf{x}, \lambda) = \partial \mathbf{f}(\mathbf{x}, \lambda) / \partial \mathbf{x}$ para representar la matriz Jacobiana de dimensión $n \times n$ de $\mathbf{f}(\mathbf{x}, \lambda)$ con respecto a \mathbf{x} , y $(\mathbf{x}_0, \lambda_0)$ es el punto estacionario y se asume que $\mathbf{f}(\mathbf{x}_0, \lambda_0) = \mathbf{0}$.

Cuando existe una bifurcación o cambio estructural, la matriz Jacobiana se vuelve singular en la condición de equilibrio $(\mathbf{x}_0, \lambda_0)$.

En otras palabras, un punto de equilibrio (\mathbf{x}_0, λ) es estable si las soluciones que se inician en la vecindad permanecen cerca de (\mathbf{x}_0, λ) para cualquier tiempo. Se dice que las soluciones son asintóticamente estables si las soluciones cercanas convergen a (\mathbf{x}_0, λ) conforme $t \rightarrow \infty$.

3.1.5. Seguimiento de Trayectoria

En muchos problemas físicos, el sistema (3.1) contiene parámetros ajustables o variantes en el tiempo. Este es el caso de parámetros tales como ajustes en sistemas de control o la demanda en los sistemas eléctricos de potencia.

Las bases teóricas de los principales métodos de análisis de trayectorias en estado estable se fundamentan en la teoría del análisis funcional. Derivando la ecuación de equilibrio (3.4) con respecto a (\mathbf{x}, λ) alrededor de la condición de equilibrio $(\mathbf{x}_0, \lambda_0)$, obteniéndose lo siguiente:

$$\frac{\partial \mathbf{f}(\mathbf{x}(\lambda), \lambda)}{\partial \mathbf{x}} \frac{d\mathbf{x}}{d\mu} + \frac{\partial \mathbf{f}(\mathbf{x}(\lambda), \lambda)}{\partial \mu} d\mu = 0 \quad (3.8)$$

Entonces:

$$\frac{d\mathbf{x}}{d\lambda} = \left[\frac{\partial \mathbf{f}(\mathbf{x}(\lambda), \lambda)}{\partial \mathbf{x}} \right]^{-1} \frac{\partial \mathbf{f}(\mathbf{x}(\lambda), \lambda)}{\partial \lambda} = \left[\mathbf{D}_x \mathbf{f}(\mathbf{x}, \lambda) \right]^{-1} \mathbf{D}_\lambda \mathbf{f}(\mathbf{x}, \lambda) \quad (3.9)$$

$$\mathbf{x}(\lambda_0) = \mathbf{x}_0$$

Esta ecuación muestra la dependencia de la trayectoria de solución $d\mathbf{x}/d\lambda$ con respecto al parámetro de bifurcación λ . En términos geométricos, la ecuación (3.9) proporciona una aproximación lineal al efecto de un cambio en el vector λ sobre la trayectoria $\mathbf{x}(\lambda)$, es decir, la estimación proporciona el vector tangente a la trayectoria de solución o rama.

La ecuación (3.9) representa un sistema de ecuaciones lineales algebraicas de la forma:

$$\begin{aligned} \mathbf{D}_x \mathbf{f}(\mathbf{x}(\lambda), \lambda) \frac{d\mathbf{x}}{d\lambda} &= -\mathbf{D}_\lambda \mathbf{f}(\mathbf{x}(\lambda), \lambda) \\ \mathbf{x}(\lambda_0) &= \mathbf{x}_0 \end{aligned} \tag{3.10}$$

El cual puede ser resuelto mediante métodos de integración del tipo predicción-corrección.

La parte central de este procedimiento consiste en la determinación de la familia de soluciones al sistema (3.10) para el caso de un parámetro variante. Si la matriz Jacobiana no es singular, entonces el teorema de la función implícita asegura que localmente la solución al conjunto (3.2) consiste en una curva parametrizable única.

3.2. CLASIFICACIÓN DE BIFURCACIONES ESTACIONARIAS

Una bifurcación se define como el cambio cualitativo que ocurre al sistema cuando se varía un parámetro perteneciente a su modelo[43]. En este contexto, los valores de los parámetros en los cuales el sistema es estructuralmente inestable y su comportamiento cambia de manera cualitativa se conocen como los valores de bifurcación.

Los dos tipos elementales de bifurcaciones que pueden aparecer en los sistemas de potencia son las bifurcaciones tipo Hopf y las bifurcaciones tipo silla, más conocidas como silla-nodo. A continuación se introducen una serie de definiciones que describen la existencia de este tipo de bifurcaciones y se detallan las principales características de las mismas que son relevantes desde un punto de vista teórico y práctico.

3.2.1. Bifurcaciones tipo silla

Las bifurcaciones silla se caracterizan por dos puntos de equilibrio, típicamente uno estable y otro inestable, que se unen cuando el valor del parámetro es $\lambda = \lambda_*$, resultando un punto de equilibrio con un valor propio cero [44]. Mientras que los dos puntos de equilibrio coexisten para $\lambda < \lambda_*$ los dos puntos de equilibrio desaparecen para $\lambda > \lambda_*$.

El punto (x_0, λ_*) es un punto de bifurcación silla, si λ_* es el valor de bifurcación del parámetro, y dentro de cada cercanía de (x_0, λ_*) existen puntos de equilibrio x_1 y x_2 y un parámetro λ en donde $f(x_1, \lambda) = 0$, para $x_1 \neq x_2$.

La bifurcación silla solo puede ocurrir cuando en la matriz Jacobiana del sistema 3.1, el elemento $J_x f(x_0, \lambda_*)$ es singular. De forma resumida, las características principales que definen una bifurcación tipo silla son las siguientes:

- i. El jacobiano $J_x f(x_0, \lambda_*)$ tiene un valor propio cero con vectores derecho v e izquierdo w . Es decir $A v = A^T w = 0$.
- ii. Se debe cumplir que $w J_x f(x_0, \lambda_*) \neq 0$.
- iii. Se debe cumplir que $w J_x f(x_0, \lambda_*)(v, v) \neq 0$.

Además, en el punto de bifurcación el sistema cumple con ciertas condiciones de “transversalidad”, descritas en [45], que en términos prácticos básicamente se traducen en dos puntos de equilibrio del sistema que convergen en forma cuadrática hacia un solo punto de bifurcación silla. En este punto el jacobiano de las ecuaciones de equilibrio es singular, para después desaparecer localmente a medida de que los parámetros de bifurcación cambian de forma lenta.

Este tipo de bifurcaciones se asocian, comúnmente, al fenómeno de inestabilidad de voltaje en sistemas de potencia [46].

3.2.2. Bifurcación tipo Hopf

Si $\text{Re}(\lambda_1(\lambda^*)) \neq 0$, de acuerdo con el teorema de la función implícita [47], el punto estacionario del sistema (3.1) es único y el sistema no lineal es equivalente al sistema linealizado:

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{A}(\lambda^*)\mathbf{x} \quad (3.11)$$

El fenómeno de la bifurcación Hopf ocurre en algún valor λ^* (parámetro de bifurcación), donde $\text{Re}(\lambda_1(\lambda^*)) = 0$. Si $\mathbf{A}(\lambda^*)$ es singular, y tiene un par complejo conjugado de valores propios λ_1 y λ_2 dados por

$$\lambda_1(\lambda^*) = \overline{\lambda_2(\lambda^*)} = \alpha(\lambda^*) + j\omega(\lambda^*) \quad (3.12)$$

Tal que, en $\lambda = \lambda^*$,

$$\alpha(\lambda^*) = 0, \quad \omega(\lambda^*) = \omega_0 > 0, \quad \alpha'(\lambda^*) \neq 0 \quad (3.13)$$

Y los valores propios de $\mathbf{A}(\lambda^*)$ diferentes de $\pm j\omega_0$, tienen todas partes reales negativas, entonces el sistema (3.1) posee una familia de soluciones periódicas. Esta presencia de soluciones periódicas fuera de estado estable se denomina bifurcación Hopf, y debe de satisfacer los siguientes teoremas de transversalidad del teorema de Hopf:

Teorema de bifurcación de Hopf [47]. Sea $\mathbf{x} = \mathbf{0}$ un punto estacionario del sistema (3.2). Considerando ahora que la matriz Jacobiana de flujos de potencia del sistema es de la forma (3.9).

Si:

- i. La matriz Jacobiana $\mathbf{J}_{\mathbf{x}}\mathbf{f}(\mathbf{x}_0, \lambda_*)$ debe solamente tener un par de los valores propios puramente imaginarios $\lambda = \pm j\beta$ y ningún otro valor propio con parte real cero.
- ii. El índice del cambio de la parte real de los valores propios con respecto a un parámetro del sistema que varía, debe ser distinto a cero en este punto, es decir, si se cumple que:

$$\left. \frac{d\text{Re}\{\lambda_*\}}{d\lambda_i} \right|_0 \neq 0$$

Un ejemplo del comportamiento de los valores propios de un sistema durante una bifurcación tipo Hopf se presenta en la figura 9.

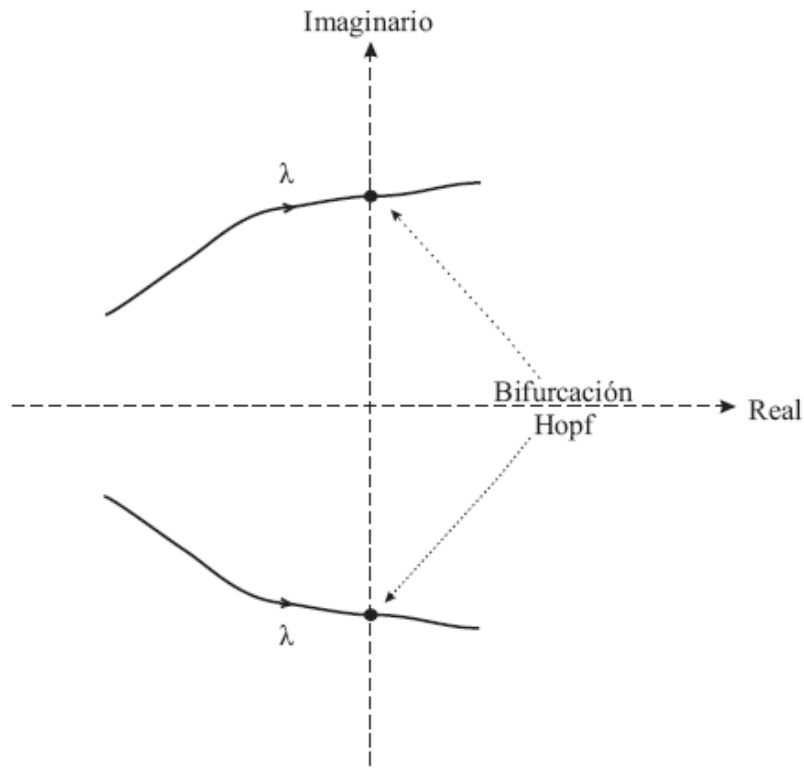


Figura 9. Comportamiento de los valores propios en la bifurcación Hopf.

Las bifurcaciones Hopf también son conocidas como bifurcaciones oscilatorias. Se caracterizan por orbitas periódicas que emergen alrededor de un punto de equilibrio, y pueden ser estudiadas con la ayuda de análisis linealizados.

Existen dos tipos de bifurcaciones tipo Hopf:

- Supercrítica, ocurre cuando existe un ciclo límite estable alrededor de un punto de equilibrio inestable, y el ciclo límite estable crece conforme el parámetro λ se aleja del punto de bifurcación λ_* .
- Subcrítica, se presenta cuando un ciclo límite inestable existe alrededor de un punto de equilibrio estable, y el tamaño de la órbita del ciclo límite decrece a cero conforme el parámetro λ se aproxima al punto de bifurcación λ_* .

3.3. DETERMINACIÓN DE PUNTOS DE BIFURCACIÓN Y PUNTOS LÍMITE

En las secciones anteriores el término bifurcación se utilizó para definir una bifurcación o partición en la trayectoria de las soluciones. Algunos autores se refieren a este fenómeno como una bifurcación real, debido a que la bifurcación se produce cuando un valor propio cero (real) cruza el eje imaginario en el plano complejo. Similarmente, una bifurcación compleja ocurre cuando un par de valores propios complejos conjugados cruza el eje imaginario.

A continuación se hace una breve revisión de los métodos utilizados en la literatura para determinar los puntos límites y puntos de bifurcación. Entre los diferentes métodos propuestos para el cálculo de trayectorias, pueden citarse:

- 1) Métodos Indirectos. En este tipo de formulaciones, se emplea un método numérico para calcular el espectro de la matriz Jacobiana a lo largo de la trayectoria de solución. Mediante interpolación se determina el valor de los parámetros para los cuales un par de valores propios cruza el eje imaginario. Aunque aceptables para sistema de dimensión reducida, este enfoque presenta varios inconvenientes:
 - En cada paso del análisis se resuelve un problema distinto, estos determinan todos los valores propios del sistema.
 - Los algoritmos más comunes, no utilizan la información disponible correspondiente al análisis previo.

En términos muy generales, los métodos indirectos se basan en alguna estrategia de predicción-corrección. En esta estrategia, la información proporcionada por el método se utiliza para detectar, por ejemplo, el cambio de signo en una función de prueba de bifurcación.

- 2) Métodos Directos. En este tipo de enfoques se resuelve un problema modificado, en el que a las ecuaciones en estado estable se agregan las condiciones correspondientes al tipo de bifurcación de interés. Así, por ejemplo, para una bifurcación tipo Hopf, las ecuaciones adicionales corresponden a un par de valores propios puramente imaginarios. Habitualmente, se pueden utilizar para determinar explícitamente los valores propios puramente imaginarios de un sistema de dimensión $2n + 2$ (para el caso de una formulación real).

Si bien los métodos directos pueden utilizarse en forma eficiente para determinar los puntos de bifurcación, con frecuencia resulta de mayor interés práctico evaluar el comportamiento de un sistema conforme varía un

parámetro. En este caso, los métodos indirectos proporcionan mayor información útil.

Una vez, relacionados los enfoques de los métodos utilizados en la literatura para determinar los puntos límites y puntos de bifurcación se procede a revisar algunos métodos para el análisis y caracterización de soluciones estacionarias.

3.3.1. Métodos clásicos basados en el criterio de Routh–Hurwitz

Por su importancia, y por ser uno de los primeros métodos relacionados con el estudio de bifurcaciones se inicia esta revisión con métodos directos de análisis de punto de bifurcación.

Los métodos directos encuentran el punto donde se presenta la bifurcación resolviendo las ecuaciones del modelo. Por ejemplo, considerando que el polinomio característico de la matriz Jacobiana puede expresarse en la forma (3.14); ya que por definición el polinomio característico de una matriz no es más que el determinante de la matriz menos λ veces la matriz identidad asociada a ella.

$$P_n = \det(\mathbf{D}_x \mathbf{f}(\mathbf{x}, \lambda_*) - \lambda \mathbf{I}) = \lambda^n + a_1 \lambda^{n-1} + a_2 \lambda^{n-2} + \dots + a_{n-1} \lambda + a_n = 0 \quad (3.14)$$

Donde los coeficientes a_i de este polinomio de grado n son funciones de los parámetros del sistema λ_* . Si todos los valores propios de (3.14) tienen parte real negativa, el sistema es estable. En el caso más general, sin embargo, el modelo anterior puede ser utilizado para determinar los tipos más comunes de bifurcaciones.

Estos criterios aplicados a la teoría de bifurcaciones son los definidos como criterios de Routh – Hurwitz, y son:

- Bifurcación tipo silla. Las condiciones necesarias para la aparición de una bifurcación tipo silla son $\lambda_1=0$. En este caso, como se debe garantizar que uno de los valores propios es cero es necesario hacer cero el término independiente(3.16), para luego factorizar la ecuación (3.14) y a su vez pueda ser reescrita de la forma (3.15).

$$P_n = \lambda(a_1 \lambda^{n-1} + a_2 \lambda^{n-2} + \dots + a_{n-1}) = 0 \quad (3.15)$$

De manera que:

$$a_n = 0 \quad (3.16)$$

• Bifurcación Hopf. Las condiciones necesarias para la bifurcación tipo Hopf son $\lambda_{1,2} = \pm j\sqrt{\omega}$, $\omega > 0$. Entonces la ecuación (3.14) al reemplazar λ por $j\omega$, se puede reescribir como la ecuación (3.17).

$$(j\omega)^n + a_1(j\omega)^{n-1} + a_2(j\omega)^{n-2} + \dots + a_{n-1}(j\omega) + a_n = 0 \quad (3.17)$$

Al separar las partes real e imaginaria, se obtienen dos ecuaciones de interés. Eliminando ω^2 , una sola ecuación debe ser satisfecha por los coeficientes a_i . Además, debido a que ω^2 debe ser positivo se obtiene adicionalmente una condición de desigualdad.

Retomando la expresión (3.15), se infiere entonces que el polinomio característico puede expresarse en la forma compuesta (3.18).

$$P(\lambda) = \lambda(\lambda^2 + \omega)P_{n-2}(\lambda) \quad (3.18)$$

En donde P_{n-2} es un polinomio de grado $n - 2$.

Este tipo de enfoques fueron desarrollados inicialmente para tratar con sistemas de tamaño pequeño, en los cuales la naturaleza de la estabilidad puede determinarse de forma analítica. Aunque se trata de un método conceptualmente sencillo, la generalización del procedimiento anterior al caso de bifurcaciones múltiples es difícil y en casos prácticos conduce a modelos de orden muy elevado. Así, por ejemplo, se puede mencionar que cada valor de λ^* requiere de una nueva factorización y que con frecuencia es necesario utilizar aritmética compleja.

Otra deficiencia de estos métodos es que el análisis de estabilidad basado en el criterio de Routh-Hurwitz es difícil de interpretar, ya que el parámetro de interés puede aparecer en forma de desigualdades lo que se traduce en la definición paramétrica de regiones de estabilidad.

3.3.2. Métodos secuenciales basados en el análisis de la matriz Jacobiana

Existen varios enfoques para evaluar la trayectoria $\mathbf{x}(\lambda^*)$. El procedimiento más simple es un proceso secuencial en el cual en cada paso o iteración del algoritmo se evalúa una función o criterio de prueba.

En la sección 3.3 se mostró que la sensibilidad de la trayectoria de soluciones para un valor dado de λ^* está definida por el sistema lineal de ecuaciones algebraicas

$$\mathbf{D}_x \mathbf{f}(\mathbf{x}(\lambda), \lambda) \frac{d\mathbf{x}}{d\lambda} = -\mathbf{D}_\lambda \mathbf{f}(\mathbf{x}(\lambda), \lambda) \quad (3.19)$$

Con condición inicial $\mathbf{x}(\lambda_0) = \mathbf{x}_0$

La ecuación anterior tiene como incógnitas el vector de sensibilidad de la trayectoria, $dx/d\lambda$ y puede resolverse mediante técnicas lineales o integración numérica. Si la matriz Jacobiana es regular en el intervalo de parámetros $\lambda \in [\lambda_0, \lambda_1]$, entonces la trayectoria $\mathbf{x}(\lambda)$ puede determinarse integrando (3.7). Nótese que para la primera formulación la matriz Jacobiana es singular en el punto de bifurcación por lo que la aplicación del método requiere modificaciones.

3.3.3. Métodos de continuación

El fenómeno de bifurcaciones en los sistemas no lineales se refiere a la caracterización de un cambio cualitativo; en respuesta del sistema hacia pequeños cambios continuos en un parámetro sobre un rango específico. Los métodos de continuación de parámetros constituyen uno de los métodos más interesantes en el estudio de este tipo de fenómenos, ya que son capaces de caracterizar tanto los puntos de bifurcación como las trayectorias de solución.

En los métodos de continuación se pueden distinguir dos elementos básicos [41]: las medidas de predicción y las medidas de corrección. Las funciones de predicción permiten estimar el siguiente punto en la trayectoria de soluciones mediante una aproximación lineal. Los algoritmos de corrección calculan en forma eficiente una mejor aproximación a la trayectoria de solución. Los métodos de continuación utilizan dos pasos para determinar la trayectoria del sistema. La parte central de este procedimiento consiste en la creación de una estimación precisa del siguiente punto en la trayectoria de solución. El segundo paso consiste en la corrección de la estimación inicial.

En los algoritmos convencionales basados en este enfoque, la bifurcación se detecta al calcular todos los valores propios de la matriz Jacobiana para cada valor del parámetro λ . Lo cual presenta algunas dificultades prácticas [42]:

- a. Para cada valor del parámetro de bifurcación es necesario resolver un problema diferente, es decir, se deben calcular todos los valores propios y no un subconjunto de ellos.
- b. Los métodos convencionales de análisis no aprovechan el conocimiento de los valores propios obtenidos para el caso previo.
- c. En muchos casos la estructura del modelo numérico no se retiene.

Del análisis de los distintos métodos descritos, se ha considerado el método secuencial basado en la matriz Jacobiana debido que es una forma simple de identificar las condiciones de bifurcación.

4. ANÁLISIS DE ESTABILIDAD DE VOLTAJE EN SISTEMAS ELÉCTRICOS DE POTENCIA

Las perturbaciones de carga constituyen un problema de interés en el análisis de estabilidad de voltaje de los sistemas de potencia; ya que ella es la razón de ser de este fenómeno, en cuanto a voltaje se refiere; y de allí surge el hecho de que se denomine estabilidad de carga en lugar de estabilidad de voltaje [12]. En este capítulo se desarrolla una metodología de análisis de estabilidad de voltaje para sistemas de potencia, basado en los métodos de análisis modal y descomposición en valores singulares, esta metodología estructura formalmente la herramienta de análisis. También, se realiza un análisis de puntos de equilibrio teniendo en cuenta la teoría de bifurcaciones para la identificación de puntos de bifurcación.

El problema de estabilidad de voltaje se aborda desde el análisis del sistema de potencia en estado estable, es decir, se analiza el sistema en un punto de equilibrio, el cual será la condición inicial del sistema para analizar la estabilidad. Los puntos de equilibrio del sistema se obtienen para variaciones lineales en la carga, las cuales se realizan de forma lineal en razón a la naturaleza del método a utilizar y a que se pretende es evidenciar el fenómeno de estabilidad de voltaje y no los distintos comportamientos de carga que se pueden presentar en los sistemas de potencia. Con la ayuda del método iterativo conocido como Newton – Raphson, se corre un flujo de cargas para cada punto de equilibrio y por ende para cada variación en la carga.

4.1. METODOLOGÍA DE ANÁLISIS DE ESTABILIDAD DE VOLTAJE PARA SISTEMAS ELÉCTRICOS DE POTENCIA

Para analizar la estabilidad de voltaje del sistema de potencia se utilizan las técnicas de análisis modal y descomposición en valores singulares, las cuales proveen información acerca de la sensibilidad de las variables de voltaje y potencia ante variaciones en la carga. Esta información está contenida en los parámetros utilizados por cada una de ellas en forma de variables numéricas, motivo por el cual se propone relacionar los cambios en dichos parámetros con las variaciones de magnitudes físicas como voltaje y potencia.

La metodología de análisis de estabilidad de voltaje es aplicable a diversos sistemas de potencia, siempre y cuando se representen de forma correcta, es decir, de forma matricial como se presenta en las tablas 3 a 5 del anexo. El método obra según el diagrama de flujo esquematizado en la figura 10.



Figura 10. Esquema de Operación de la Metodología de Análisis de Estabilidad de Voltaje.

La operación del método de análisis se detalla de la siguiente manera:

1. Ingreso de los parámetros, los parámetros de las líneas, barras o nodos, transformadores y unidades de generación son ingresados de forma matricial según un orden predeterminado en el código fuente (ver tablas 3 a 5).
2. Cálculo de condiciones iniciales, se ejecuta un flujo de cargas utilizando el método iterativo de Newton – Raphson, hasta encontrar la convergencia del método, según el error asumido para éste. En la figura 11, se presenta la estrategia de operación del método; para ella se asumen condiciones por defecto para la tolerancia del error se asume de, 1×10^{-9} , para el máximo número de iteraciones se asume de, 30, y finalmente se asume un factor de aceleración de, 1.

Estos algoritmos para establecer la condición inicial del análisis de estabilidad son fáciles de llevar a cabo, ya que están basados en las ecuaciones del flujo de potencias, es decir, están conformados por ecuaciones algebraicas.

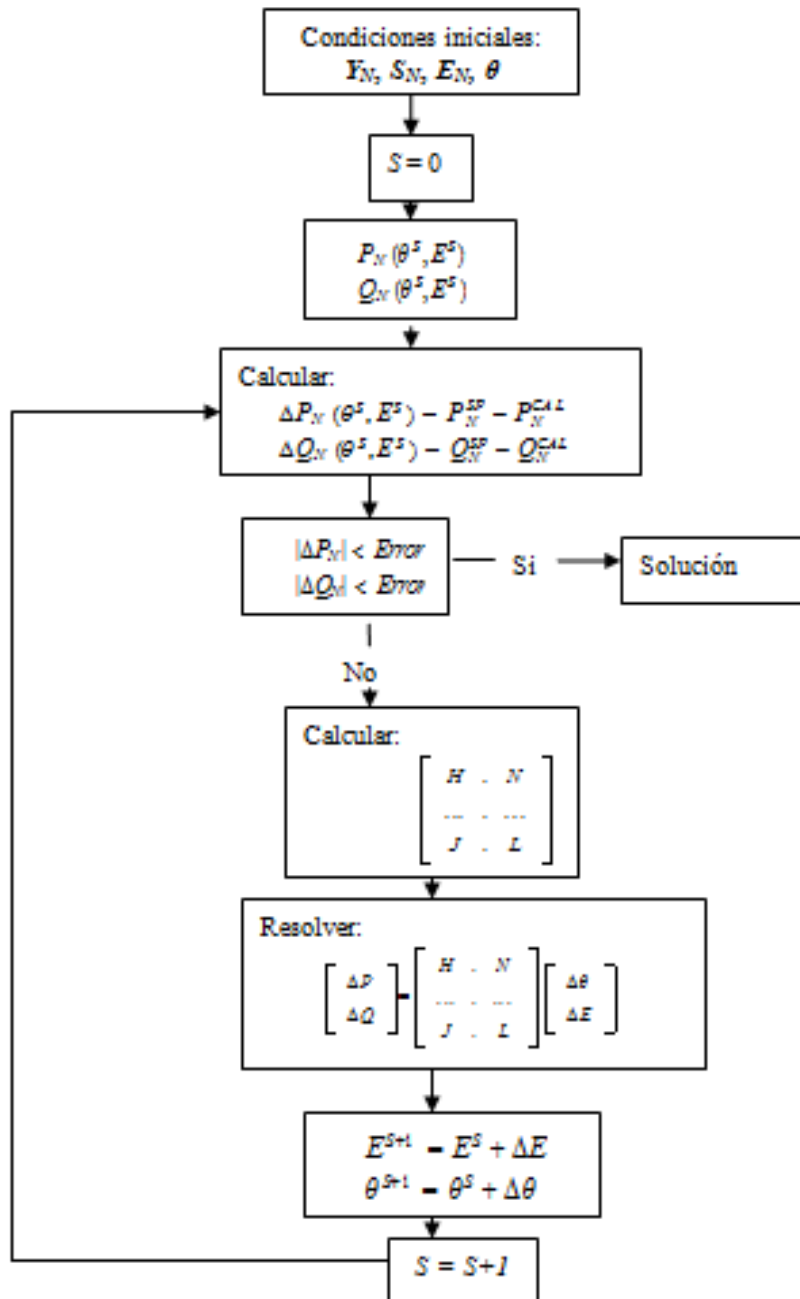


Figura 11. Estrategia de Operación del flujo de cargas utilizando el Método de Newton-Raphson.

3. Luego del cálculo de las condiciones iniciales, se procede a aplicar la técnica de análisis modal para inferir acerca de las áreas o zonas propensas a que ocurra una inestabilidad de voltaje (nodos débiles).
 4. Se procede a perturbar las áreas o zonas de carga propensas a la inestabilidad, haciendo variaciones leves en la carga hasta llevar el sistema a un punto en el cual es inestable.
 5. Para cada variación en la carga, se calcula la respectiva descomposición en valores singulares, de la cual se captura el mínimo valor singular, el cual brinda información aproximada acerca de la distancia a la inestabilidad de voltaje.
 6. Finalmente, luego de la aplicación de estas técnicas, se tienen almacenados una serie de resultados numéricos (valores propios, vectores propios derecho e izquierdo, factores de participación, valores singulares, vectores singulares derecho e izquierdo, variaciones nodales de potencia activa y reactiva, variaciones nodales en las magnitudes de voltaje, entre otros), los cuales disponen de información necesaria y suficiente con la cual se puede describir y analizar el fenómeno físico de la estabilidad.
- Estructura del método de análisis de estabilidad

La aplicación de las técnicas de análisis modal y SVD al sistema de prueba de la WSCC (por sus siglas del inglés, **Western Systems Coordinating Council**) usando MATLAB fue uno de los acontecimientos que se realizaron en esta investigación. A continuación, se presenta en las figuras 12 y 13 la estructura general de como se ejecutaron los algoritmos en MATLAB para la obtención de los resultados para cada una de las técnicas de análisis, es pertinente aclarar que los algoritmos pueden trabajar para diversos sistema de potencia, siempre y cuando este conserve la estructura de al ingresar los datos. Durante el desarrollo del método no se establecieron los criterios máximos de dimensionalidad para los sistemas de potencia.

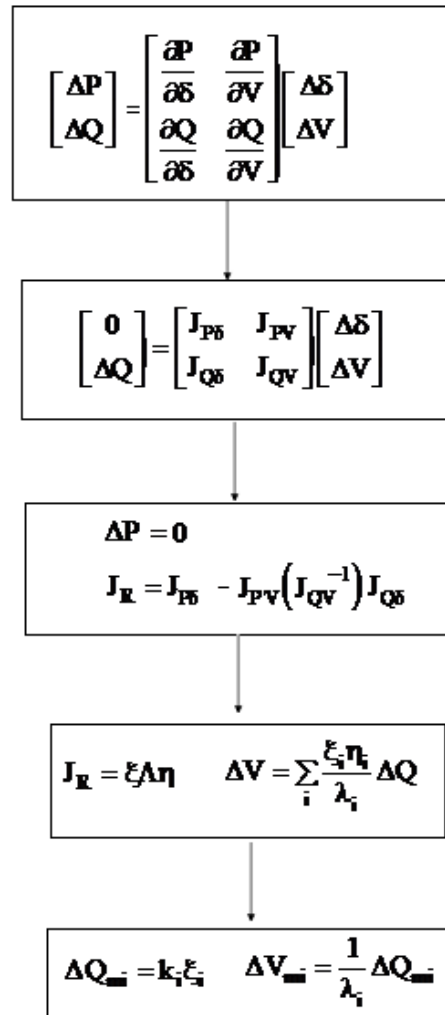


Figura 12. Diagrama de flujo del algoritmo para la técnica de análisis modal.

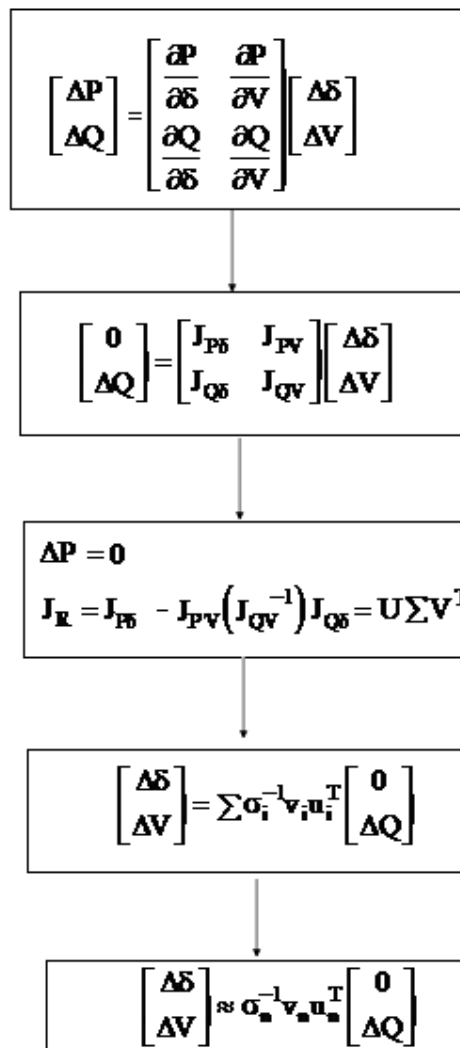


Figura 13. Diagrama de flujo del algoritmo para la técnica SVD.

Luego de estructurar el método de análisis, según la aplicación de cada una de las técnicas de análisis. Se destacó como uno de los aspectos importantes el desarrollo de la fundamentación matemática en la que se basará la metodología de análisis. A continuación, se listan los criterios de fundamentación utilizados en los algoritmos:

1. Valorar la estabilidad de voltaje en todo el sistema utilizando análisis modal, teniendo en cuenta la matriz Jacobiana reducida con las aproximaciones $\Delta P = 0$ y $\Delta Q = 0$.

Teniendo en cuenta que el sistema de potencia en estado estable es representado por [31]:

$$\begin{bmatrix} \Delta P_{PV,PQ} \\ \Delta Q_{PQ} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial P}{\partial \theta} & \frac{\partial P}{\partial V} \\ \frac{\partial Q}{\partial \theta} & \frac{\partial Q}{\partial V} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \Delta V_{PQ} \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

Donde, la matriz Jacobiana, J , está conformada por las variaciones de potencia con respecto a los cambios en voltaje y ángulo:

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial P}{\partial \theta} & \frac{\partial P}{\partial V} \\ \frac{\partial Q}{\partial \theta} & \frac{\partial Q}{\partial V} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_{P\theta} & J_{PV} \\ J_{Q\theta} & J_{QV} \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

La matriz Jacobiana, también puede expresarse como una función de los voltajes, ángulos y admitancias de los nodos, así:

$$J = f(V_i, \theta_i, Y_{ij}) \quad (4.3)$$

Y al aplicar las aproximaciones mencionadas en [35], se tienen los casos:

Para $\Delta P = 0$:

$$J_{RQV} = J_{QV} - J_{Q\theta} J_{P\theta}^{-1} J_{PV} \quad (4.4)$$

Y, para $\Delta Q = 0$:

$$J_{RP\delta} = J_{QV} - J_{PV} J_{QV}^{-1} J_{Q\delta} \quad (4.5)$$

Redefiniendo la inversa de la matriz Jacobiana reducida como:

$$J_R^{-1} \Big|_{\substack{\Delta P=0 \\ \Delta Q=0}} = \begin{bmatrix} J_{RP\theta}^{-1} & -J_{RP\theta}^{-1} J_{PV} J_{QV}^{-1} \\ -J_{RQV}^{-1} J_{Q\theta} J_{P\theta}^{-1} & J_{RQV}^{-1} \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

Y el nuevo sistema de la forma [35]:

$$\begin{bmatrix} \Delta \delta \\ \Delta V \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_{RP\theta}^{-1} & -J_{RP\theta}^{-1} J_{PV} J_{QV}^{-1} \\ -J_{RQV}^{-1} J_{Q\theta} J_{P\theta}^{-1} & J_{RQV}^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

2. Analizar la sensibilidad de los cambios en tensión con respecto a los cambios en potencia reactiva, se definen por:

$$\frac{\partial V_k}{\partial Q_k} = \sum_i \frac{\xi_{ki} \eta_{ik}}{\lambda_i} = \sum_i \frac{P_{ki}}{\lambda_i} \quad (4.8)$$

3. Realizar perturbaciones sobre las barras críticas de carga que resultan al aplicar la técnica de análisis modal, variando P y Q [32,35].

$$J^* = J + \Delta J \Big|_{\substack{\Delta P \\ \Delta Q}} \quad (4.9)$$

$$J^* = f(V_i, \theta_i, Y_{ij}) + \Delta J \Big|_{\substack{\Delta P \\ \Delta Q}} \quad (4.10)$$

4. Determinar la cercanía al límite de cargabilidad de las barras críticas utilizando la técnica SVD y calculando el mínimo valor singular de la matriz Jacobiana reducida.

$$J^* = f(V_i, \theta_i, Y_{ij}) + \Delta J \Big|_{\Delta P} = \sum_{i=1}^n \sigma_i^* v_i^* u_i^{*T} \quad (4.11)$$

5. Determinar la peor de las perturbaciones que puede tener la matriz Jacobiana y por ende el sistema de potencia bajo prueba, calculada cuando el mínimo valor singular tiende a cero, y ahí aplicar la técnica de análisis modal para decidir a cerca de la estabilidad del sistema.

$$J_{crit}^* = f(V_i, \theta_i, Y_{ij}) \Big|_{crit} + \Delta J \Big|_{\substack{\Delta P \\ \Delta Q}}^{crit} \rightarrow \sigma_n \approx 0 \quad (4.12)$$

6. Calcular la Distancia a la Inestabilidad de Voltaje (DIV), calculando una simple norma de los diversos valores singulares que resultan al perturbar el sistema y relación de ella con la mínima perturbación que pueda desestabilizar el sistema.

$$DIV = \|J\|_2 - \|J_{crit}^*\|_2 \quad (4.13)$$

con :

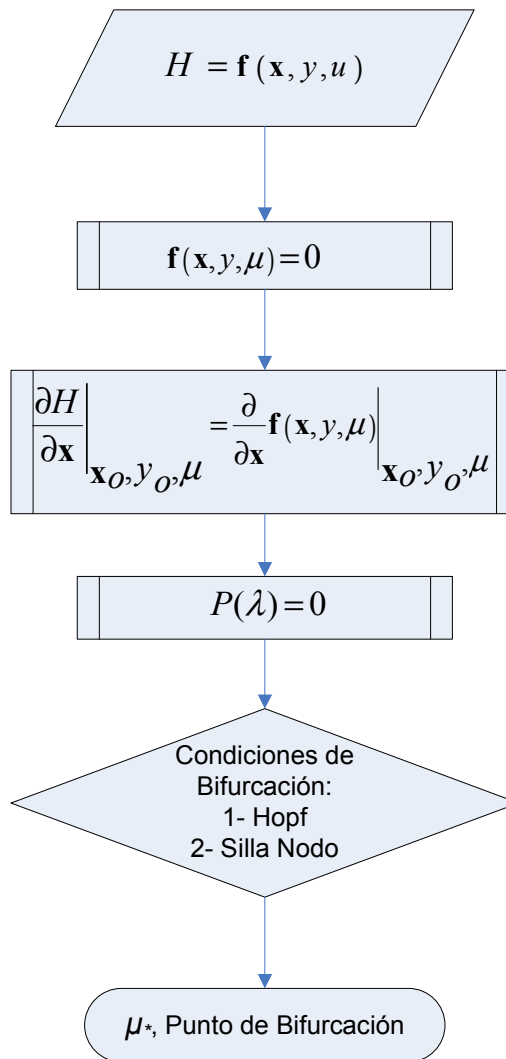
$$\|J\|_2 = \sigma_1(J), \wedge, \|J_{crit}^*\|_2 = \sigma_1(J_{crit}^*) \quad (4.14)$$

Los criterios establecidos de 3 a 6 son incluidos y considerados como pertinentes en esta metodología de análisis, debido a que al aplicar los métodos de análisis modal y SVD por separado sólo trabajan en un punto de operación; y con ella se pretende es realizar la aplicación de ambos métodos de forma iterativa y homogénea para varios puntos de operación del sistema de potencia bajo prueba.

4.2. METODOLOGÍA PARA EL CÁLCULO DE PUNTOS DE BIFURCACIÓN

En esta sección se plantea la utilización de los criterios analíticos expuestos en el capítulo 3 para determinar los puntos de bifurcación críticos y comúnmente presentados en sistemas de potencia.

Para determinar los puntos de bifurcación del sistema de potencia básico, se ha implementado una estrategia de identificación de dichos puntos. Para su implementación el enfoque adoptado es el de analizar en cada punto de equilibrio los criterios analíticos de bifurcación [43]. En la figura 14, se presenta el diagrama flujo de la estrategia implementada.



Nota: Las condiciones de bifurcación tipo Silla Nudo y Hopf están dadas en la secciones 3.2.1 y 3.2.2, respectivamente.

Figura 14. Esquema de operación para determinar puntos de bifurcación.

Una vez establecidas las metodologías de análisis de estabilidad de voltaje y de identificación de puntos de bifurcación, se procede a aplicar cada una de ellas a un sistema de prueba.

5. CASO DE ESTUDIO

Este capítulo describe la aplicación del método de análisis de estabilidad de voltaje a un sistema eléctrico de potencia de prueba. También, se presentan algunos de los resultados numéricos con los cuales se analiza la estabilidad de voltaje del sistema de prueba y se estudia su comportamiento ante un aumento gradual en la carga. Los resultados obtenidos son comparados con información reportada previamente en la literatura y son validados con la herramienta de software PSAT. Además, se analizan los puntos de equilibrio de un sistema de potencia básico utilizando teoría de bifurcaciones.

La inferencia acerca de la estabilidad de voltaje del sistema es fundamentada en la aplicación de las técnicas de análisis modal y descomposición en valores singulares, las cuales a su vez contienen parámetros dicentes para concluir acerca del fenómeno de estabilidad.

Se presentan los resultados de la aplicación del método desarrollada en el sistema de prueba de 9 barras de la WSCC. El análisis de estabilidad es realizado bajo diferentes escenarios de operación, en la cual se incluye la presencia de un Compensador Estático de Voltaje y el aumento gradual de carga. También se analizan los puntos de equilibrio del sistema de potencia básico y se establecen los puntos de bifurcación del sistema básico, al igual que para el primer sistema se establecen comparaciones con estudios reportados en la literatura.

5.1. APLICACIÓN DEL METODO DE ANÁLISIS DE ESTABILIDAD DE VOLTAJE AL SISTEMA DE POTENCIA DE PRUEBA

Para probar el método de análisis de estabilidad se utilizó un modelo WSCC de 9 barras, presentado en la figura 15, el cual es ampliamente utilizado en la literatura para hacer estudios de estabilidad de voltaje, además se cuenta con los parámetros de cada uno de sus elementos, y con resultados obtenidos en otros estudios como se presentan en [38].

En la figura 16, se ilustra el rango de barras críticas según la descomposición modal presentado en la tabla 2. En esta clasificación se encontró que la barra 9 fue la más crítica debido a que es la que presenta el más alto Factor de Participación (F.P), es decir, el factor de participación más cercano a 1. Este resultado fue contrastado con los obtenidos en [38], y se encontró en concordancia y similitud.

Tabla 2. Clasificación de las barras críticas para el sistema de 9 barras y 3 generadores. Herramienta vs PSAT.

No. Barra	λ (J_R)	F.P. con Herramienta Propuesta	F.P. con PSAT	Precisión Herramienta propuesta con PSAT (%)
4	49.3460	0.1266	0.12664	96,84%
5	45.0492	0.2792	0.27926	97,85%
6	35.2227	0.0645	0.06447	95,35%
7	14.3211	0.1427	0.14269	99,30%
8	12.5000	0.0835	0.08356	92,81%
9	5.7092	0.3034	0.30338	99,34%

Según la tabla 2, al validar los resultados de la herramienta con el resultado obtenido en PSAT, se encontró que con una alta precisión (superior al 92%) la metodología utilizada en la herramienta propuesta se asemeja a la metodología empleada por PSAT, resaltando que fue para este caso de prueba.

De acuerdo con el resultado obtenido para el sistema de la WSCC, se evidencia que para este caso el método de análisis sugiere que la barra 9 es apropiada para la compensación de potencia reactiva, y así mismo se puede compensar la estabilidad de voltaje del sistema. De forma gráfica se puede apreciar en la figura 17, los valores propios del sistema.

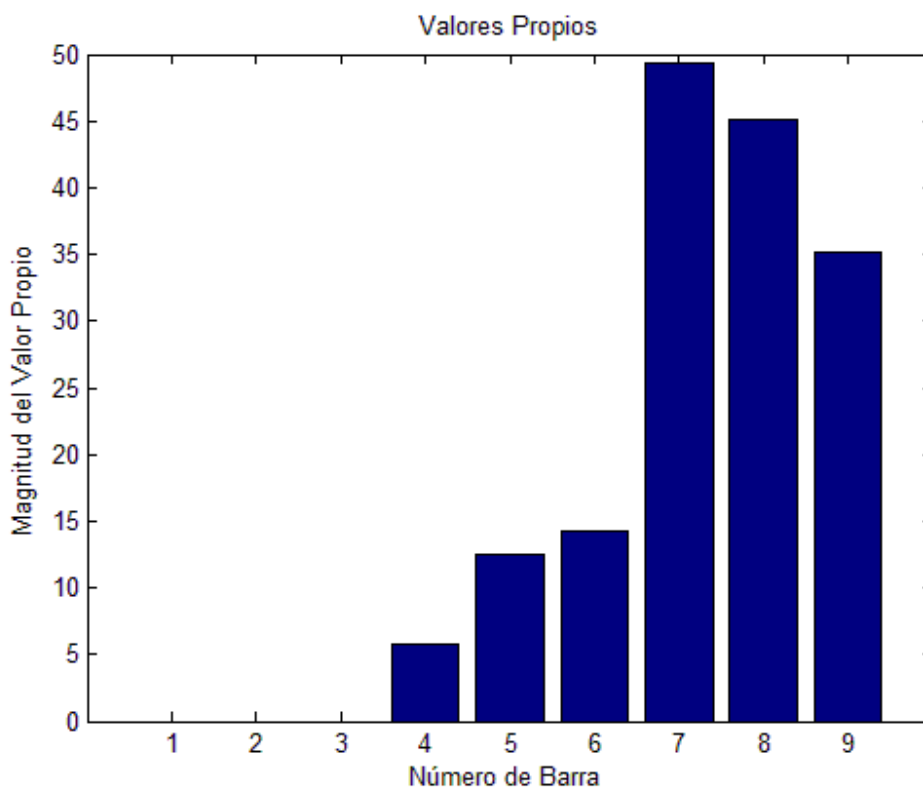


Figura 17. Valores propios asociados a cada una de las barras del sistema WSCC.

Una vez realizado el cálculo tanto de los factores de participación como de los valores propios se procede a analizar las sensibilidades de las variaciones voltaje (ΔV) con respecto a las variaciones de potencia reactiva (ΔQ) en cada barra del sistema, como se presenta en la figura 18. Al hacer este análisis es lógico, concluir que si la matriz Jacobiana es positiva definida y todos los valores propios son positivos, también resultaran positivas las sensibilidades $\Delta V/\Delta Q$, y esto indica que el sistema es estable en voltaje.

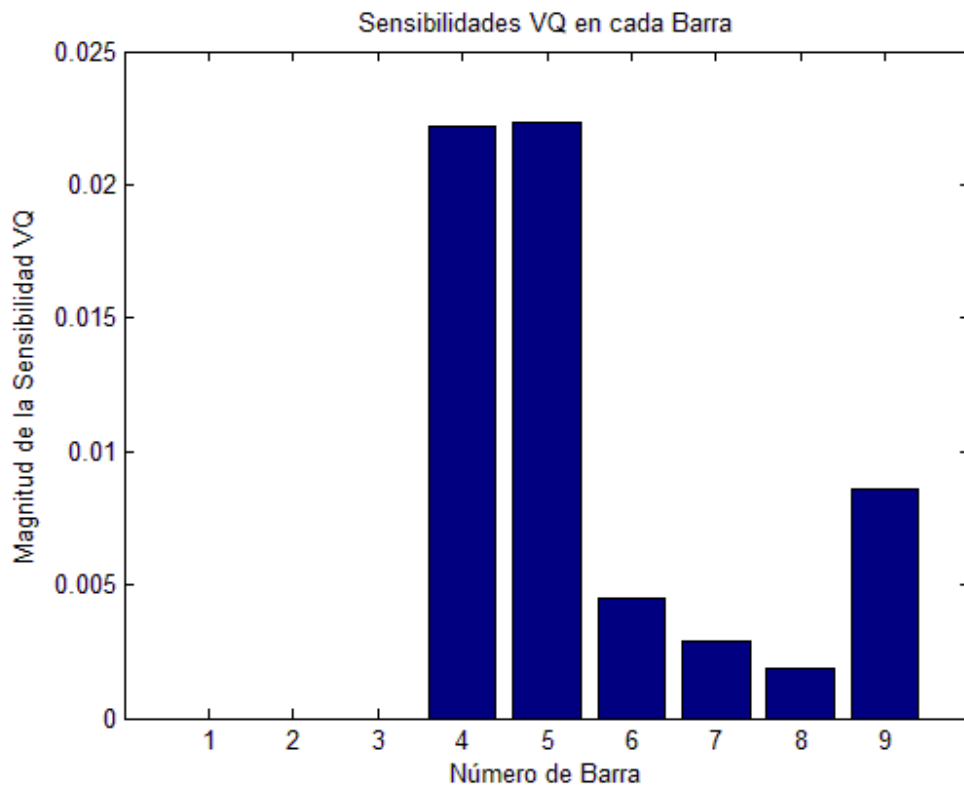


Figura 18. Sensibilidades VQ en cada una de las barras del sistema WSCC.

También se puede proceder a graficar la característica PV de cada una de las barras del sistema de potencia. Para el sistema de la WSCC se procedió a graficar la característica PV sobre la barra 7, cuyo resultado se presenta en la figura 19.

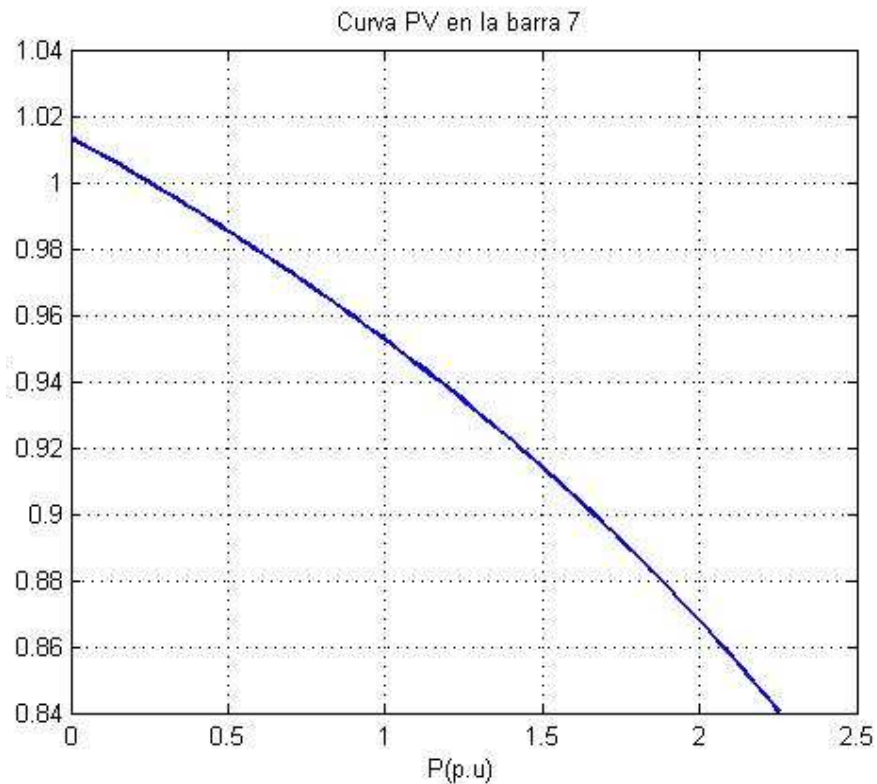


Figura 19. Característica PV en la barra 7 para el sistema de 9 barras y 3 generadores.

Para mejorar el comportamiento del sistema y así mismo ampliar su margen de estabilidad se estudia el efecto de un Compensador Estático de Voltaje (CEV) sobre la barra 9, que fue la que resultó más crítica luego de la aplicación de las técnicas al sistema propuesto. Teniendo en cuenta el factor de cargabilidad del sistema y el incremento de potencia activa y reactiva, se propone usar un CEV de 500MVAR, cuyo efecto en el sistema se aprecia en la figura 20, la cual presenta el comportamiento del voltaje en la barra 7, luego de la compensación se evidencia el incremento del margen de estabilidad del sistema del 2.25p.u a 3.60p.u (90MVA), y también se mejora el perfil de voltaje.

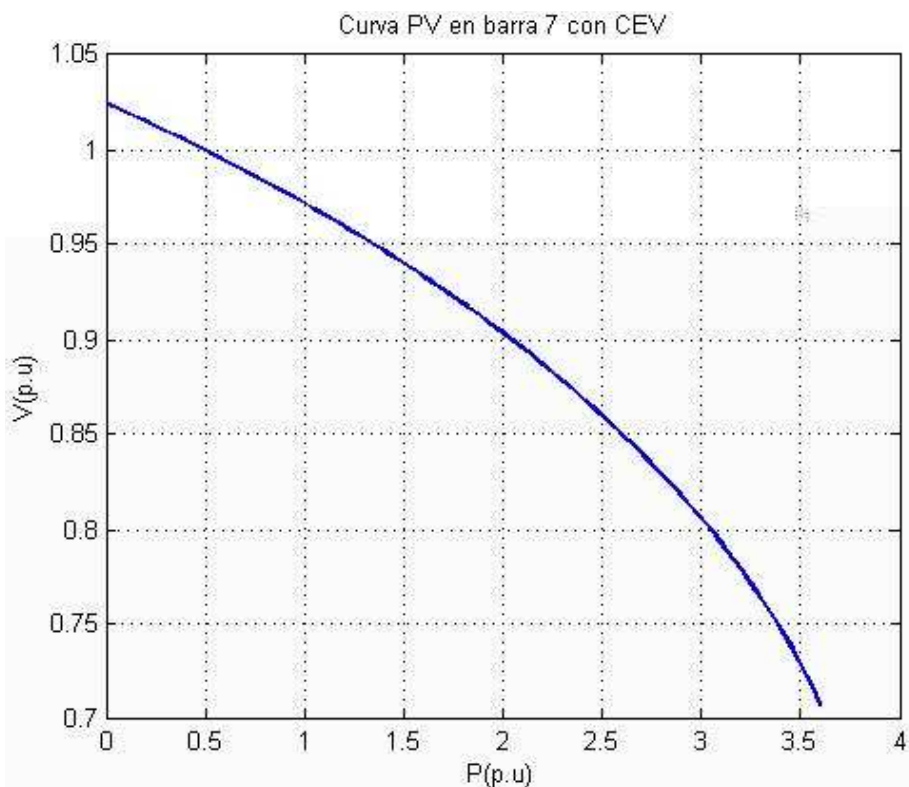


Figura 20. Característica PV en la barra 7 con CEV para el sistema de 9 barras y 3 generadores.

Al aplicar SVD al sistema de prueba, se encontraron curvas características que relacionan las variaciones de potencia reactiva con el mínimo valor singular, y así de esta manera inferir características físicas a partir de la variación del mínimo valor singular, debido a que es él, quien almacena la mayor sensibilidad en las variaciones de voltaje y potencia, como se puede apreciar en la figura 21. Además, el mínimo valor singular da cuenta de la máxima perturbación que puede soportar el sistema, es decir, luego del punto de máximo valor de Q y Mínimo valor singular el sistema no permite más carga.

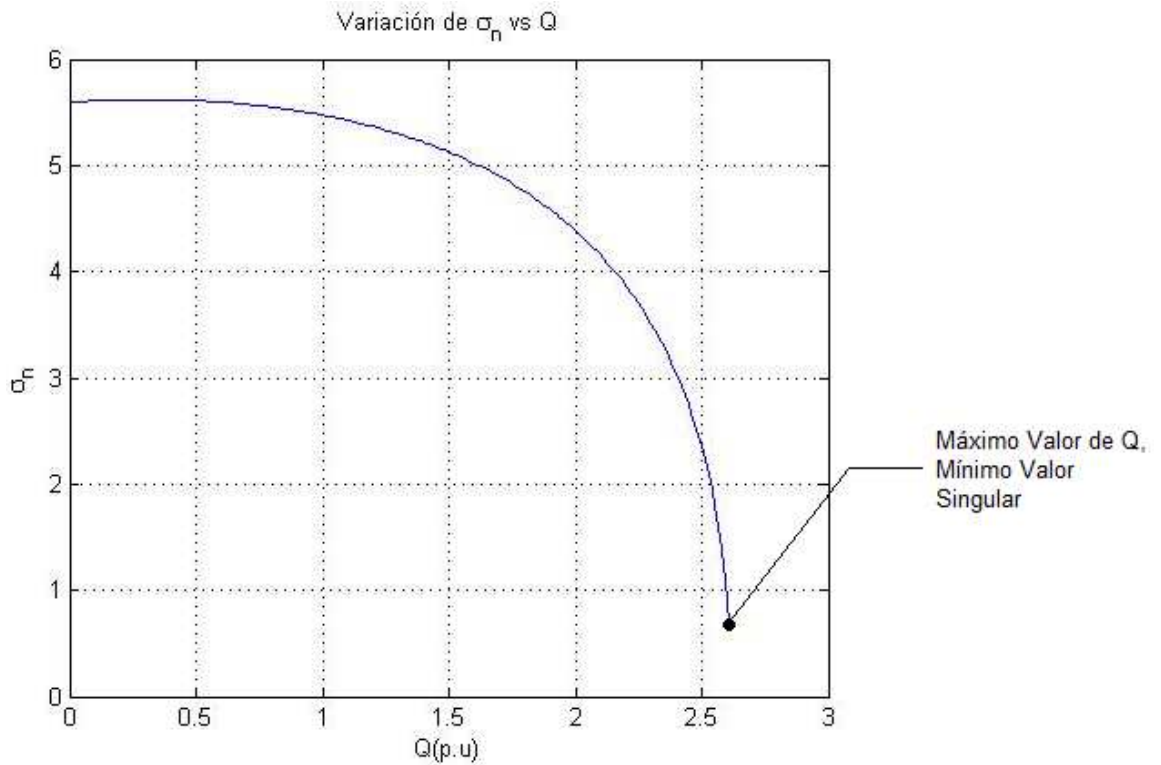


Figura 21. Variación del mínimo valor singular con respecto a la potencia reactiva en la barra 7 del sistema sin CEV.

5.2. APLICACIÓN DE LA TEORÍA DE BIFURCACIONES A UN SISTEMA DE POTENCIA

El SEP de la figura 22, representa un sistema eléctrico de potencia en su forma generalizada, el cual es conocido ampliamente en la literatura como modelo Nodo infinito – Nodo de carga. Este modelo posee una barra infinita con Tensión definida por E , una barra de carga con Tensión definida por V , y una línea de transmisión con impedancia jX . El sistema es presentado de forma clásica para propósitos de análisis.

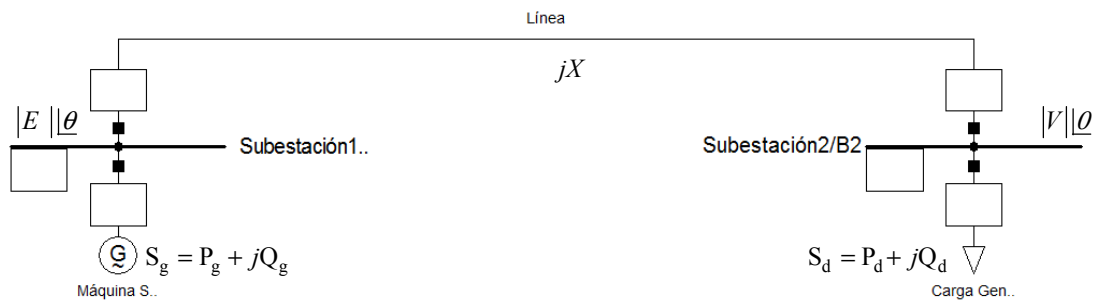


Figura 22. Representación de un sistema eléctrico de potencia básico.

Con objeto de simplificar este análisis de estabilidad de voltaje en este sistema de prueba, se introducen las siguientes simplificaciones:

- Se ignoran las pérdidas de transmisión y las pérdidas eléctricas en el generador. Esta simplificación resulta en la aproximación $P_m = P_d$.
- Se asume que la potencia reactiva es proporcional a la potencia activa de la carga. Más específicamente, se asume que $Q_d = kP_d$, en donde k es el factor de potencia.
- Se asume que el parámetro de bifurcación λ , varía lentamente con el tiempo.
- El voltaje de la carga varía según el modelo transitorio:

$$P_L = P_0 + \tau \dot{V}$$

$$Q_L = Q_0 + \tau \dot{V}$$

- Ecuaciones del sistema

Las ecuaciones utilizadas en esta sección son las correspondientes a un sistema simplificado sin pérdidas (5.1). Para el modelo clásico, las ecuaciones de movimiento y de balance de potencia son, respectivamente:

$$\begin{aligned}
 \dot{\omega} &= \frac{1}{M} \left(P_d - \frac{EV}{X_L} \text{sen} \delta - D_G \omega \right) \\
 \dot{\delta} &= \omega - \frac{1}{D_L} \left(\frac{EV}{X_L} \text{sen} \delta - P_d \right) \\
 \dot{V} &= \frac{1}{\tau} \left(\frac{EV}{X_L} \cos \delta - \frac{(V)^2}{X_L} - kP_d \right)
 \end{aligned} \tag{5.1}$$

Donde:

E , es la tensión en la barra infinita.

V , es la tensión en la barra de carga.

P_d , es la potencia activa en la barra de carga.

δ , es la diferencia angular de las tensiones entre la barra infinita y la barra de carga.

X_L , es la reactancia de la línea de transmisión.

k , es el factor de potencia.

Con variables de estado: $\mathbf{x} = [\delta \ \omega \ V]^T$

Vector de parámetros: M, τ, D_L, D_G, X_L y E .

Los cuales están asociados a valores característicos de los elementos del sistema como lo es el caso del parámetro X y E , y al comportamiento global del sistema como es el caso de M (asociado a la inercia de la máquina síncrona), τ (constante de tiempo de tensión dinámica), D_L y D_G (coeficientes de amortiguamiento tanto de la carga como del generador síncrona). Los primeros asociados a los efectos transitorios del modelo, y los segundos mucho más importantes debido a que son parámetros críticos en el funcionamiento de los sistemas de potencia, representan el coeficiente de amortiguamiento presente en cada barra.

El modelo del sistema está dado por:

$$\begin{aligned}
 \dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{f}(\mathbf{x}, y, \mu) \\
 0 &= \mathbf{g}(\mathbf{x}, y, \mu)
 \end{aligned} \tag{5.2}$$

En donde,

$$\mathbf{f} = \left[\frac{1}{M} \left(P_d - \frac{EV}{X_L} \operatorname{sen} \delta - D_G \omega \right), \omega - \frac{1}{D_L} \left(\frac{EV}{X_L} \operatorname{sen} \delta - P_d \right), \frac{1}{\tau} \left(\frac{EV}{X_L} \cos \delta - \frac{(V)^2}{X_L} - kP_d \right) \right]$$

$$\mathbf{g}(x, y, u) = \left(\frac{EV}{X_L} \cos \delta + \frac{(V)^2}{X_L} \right)$$

- Puntos de Equilibrio del Sistema

Para el cálculo de los puntos de equilibrio del sistema se retoma la ecuación (3.3) y se aplica al sistema propuesto en la ecuación (4.1), así:

$$\begin{aligned} 0 &= \frac{1}{M} \left(P_d - \frac{EV}{X_L} \operatorname{sen} \delta - D_G \omega \right) \\ 0 &= \omega - \frac{1}{D_L} \left(\frac{EV}{X_L} \operatorname{sen} \delta - P_d \right) \\ 0 &= \frac{1}{\tau} \left(\frac{EV}{X_L} \cos \delta - \frac{(V)^2}{X_L} - kP_d \right) \end{aligned} \quad (5.3)$$

Obteniéndose así Puntos de Equilibrio (PE) de la forma:

$$\mathbf{x}_0(P_d) = \begin{bmatrix} \omega(P_d) \\ \delta(P_d) \\ V(P_d) \end{bmatrix}$$

Por lo tanto, se tienen cuatro condiciones de puntos de equilibrio del sistema, que son dependientes de la variación de potencia en la carga P_d , el cual será considerado el parámetro de bifurcación λ . Los puntos de equilibrio calculados son:

$$\text{PE}_{-1} = \begin{bmatrix} 0 \\ \operatorname{atan}\left(\frac{-2/17/P_d \cdot (-2 \cdot P_d + 8 + 4 \cdot (-4 \cdot P_d^2 - 2 \cdot P_d + 4)^{1/2})^{1/2} \cdot (1/2 \cdot P_d - 2 + (-4 \cdot P_d^2 - 2 \cdot P_d + 4)^{1/2})}{1/68 \cdot (-2 \cdot P_d + 8 + 4 \cdot (-4 \cdot P_d^2 - 2 \cdot P_d + 4)^{1/2})^{1/2} \cdot (16 \cdot P_d + 4 - 2 \cdot (-4 \cdot P_d^2 - 2 \cdot P_d + 4)^{1/2}) / P_d}\right) \\ 1/4 \cdot (-2 \cdot P_d + 8 + 4 \cdot (-4 \cdot P_d^2 - 2 \cdot P_d + 4)^{1/2})^{1/2} \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned}
 PE_{-2} &= \begin{bmatrix} 0 \\ \text{atan}(2/17/Pd*(-2*Pd+8+4*(-4*Pd^2-2*Pd+4)^{(1/2)})^{(1/2)}*(1/2*Pd-2+(-4*Pd^2-2*Pd+4)^{(1/2)}), \\ -1/68*(-2*Pd+8+4*(-4*Pd^2-2*Pd+4)^{(1/2)})^{(1/2)}*(16*Pd+4+2*(-4*Pd^2-2*Pd+4)^{(1/2)})/Pd \\ -1/4*(-2*Pd+8+4*(-4*Pd^2-2*Pd+4)^{(1/2)})^{(1/2)} \end{bmatrix} \\
 PE_{-3} &= \begin{bmatrix} 0 \\ \text{atan}(-2/17/Pd*(-2*Pd+8-4*(-4*Pd^2-2*Pd+4)^{(1/2)})^{(1/2)}*(1/2*Pd-2+(-4*Pd^2-2*Pd+4)^{(1/2)}), \\ 1/68*(-2*Pd+8-4*(-4*Pd^2-2*Pd+4)^{(1/2)})^{(1/2)}*(16*Pd+4+2*(-4*Pd^2-2*Pd+4)^{(1/2)})/Pd \\ 1/4*(-2*Pd+8-4*(-4*Pd^2-2*Pd+4)^{(1/2)})^{(1/2)} \end{bmatrix} \\
 PE_{-4} &= \begin{bmatrix} 0 \\ \text{atan}(2/17/Pd*(-2*Pd+8-4*(-4*Pd^2-2*Pd+4)^{(1/2)})^{(1/2)}*(1/2*Pd-2+(-4*Pd^2-2*Pd+4)^{(1/2)}), \\ -1/68*(-2*Pd+8-4*(-4*Pd^2-2*Pd+4)^{(1/2)})^{(1/2)}*(16*Pd+4+2*(-4*Pd^2-2*Pd+4)^{(1/2)})/Pd \\ -1/4*(-2*Pd+8-4*(-4*Pd^2-2*Pd+4)^{(1/2)})^{(1/2)} \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

Teniendo en cuenta que el análisis de estabilidad que se está haciendo es con respecto al voltaje, y como es influenciado este por la variación de potencia, se tiene que para representar gráficamente los puntos de equilibrio se tendrá en cuenta sólo aquellos puntos que involucren estas dos variables de interés. Para este caso la expresión que los contiene está dada en la expresión (5.4).

$$V = \pm \frac{1}{4} \sqrt{-2P_d + 8 + 4(-4P_d^2 - 2P_d + 4)} \quad (5.4)$$

En la figura 23, se presenta de forma gráfica los puntos de equilibrio que se rigen por la ecuación (5.2), asociados al sistema (5.1) y ellos corresponden a las soluciones del flujo de potencias, y a su vez generan la curva PV o nariz, la cual se denomina como diagrama de bifurcación [47]. En ella se evidencia una singularidad en la matriz Jacobiana del flujo de potencia por lo que aparece una bifurcación silla – nodo, es decir, un valor propio del sistema es cero. Esta bifurcación es típicamente asociada con una solución de flujo de potencia en la que el jacobiano del flujo de potencia es singular. Este no es el caso siempre, para la mayoría de los modelos dinámicos complejos, la singularidad de la matriz de estado (matriz Jacobiana) no corresponde necesariamente a una singularidad del flujo de potencia, y viceversa. En la figura 23, se observa que el punto silla – nodo corresponde al máximo valor de $\lambda_{max} = P_d = 0.78$, el cual a su vez es también llamado como la máxima cargabilidad o punto de máxima cargabilidad. Se deduce que para cargas más grandes no hay soluciones en el flujo de potencias.

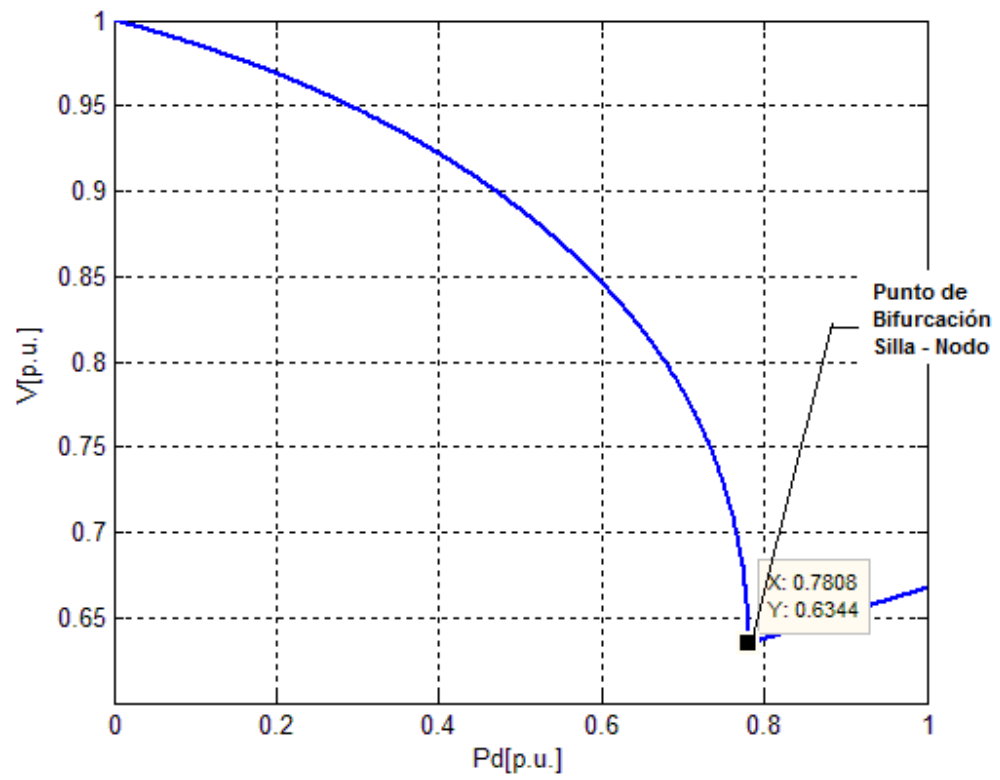


Figura 23. Puntos de Equilibrio para el SEP básico.

6. CONCLUSIONES Y TRABAJOS FUTUROS

6.1. CONCLUSIONES GENERALES

En esta tesis se ha desarrollado una herramienta de análisis fundamentada en una estructura metodológica basada en dos métodos comúnmente utilizados en la literatura para realizar estudios de estabilidad de voltaje, la cual ha sido comparada con resultados previamente reportados en la literatura y validada con el software PSAT.

Es importante destacar que los cálculos para analizar la estabilidad fueron en base a un modelo de sistema predefinido y que los métodos utilizados realizan el análisis alrededor de un punto de operación del sistema. Teniendo en cuenta estas dos premisas, se puede aseverar que la primera premisa sólo es válida para propósitos de planeación de sistemas de potencia, esta aproximación se puede considerar aceptable; debido a que los conjuntos de parámetros predefinidos permiten un favorable y razonable comportamiento del sistema analizado. Y la segunda premisa puede ser válida tanto para la operación y planeación de sistemas; ya que en la actualidad se cuenta con sistemas de potencia ampliamente caracterizados bajo condiciones normales de operación, razón por la que se puede establecer de manera previa los posibles puntos de operación del sistema y el despacho del mismo, garantizando cierta fiabilidad en el servicio.

Del análisis realizado a cada método, es lógico que la mejor alternativa para desarrollar la metodología que estructura la herramienta de análisis sea la combinación como mínimo de dos de ellos; ya que así pueden complementarse y proporcionar mayor información con respecto al fenómeno de estabilidad. Para el caso expuesto en el presente trabajo, los métodos seleccionados análisis modal y descomposición en valores singulares tienen la mayor información del fenómeno de estabilidad y son complementarios; ya que ambos pueden brindar información relacionada con los cambios de tensiones y potencias en cada uno de los nodos en relación a la estabilidad del sistema; aunque es de resaltar que el primero de ellos es menos sensible a los cambios de potencia reactiva que el segundo; y con éste último es posible relacionar de forma directa y aproximada la distancia a la inestabilidad de voltaje.

Paralelamente, se abarca la teoría de bifurcaciones con el fin de analizar el fenómeno de estabilidad desde el modelo fenomenológico del sistema de potencia, y por ende desde la dinámica representativa de él; con la utilización de esta teoría se presenta una estrategia de cálculo e identificación de puntos de bifurcación de un sistema de potencia, a partir del análisis de los puntos de

equilibrio, obtenidos de la característica PV del sistema. Para el caso expuesto se determinó que en el punto límite de cargabilidad del sistema se presenta una bifurcación silla – nodo, es decir en este punto el sistema es inestable, por lo que fácilmente puede llegara al colapso. De la aplicación de la teoría de bifurcaciones se infiere que la aplicación de esta a sistemas de potencia de gran dimensión; el problema pasa a ser más complejo, debido a la rigurosidad en los modelos, la multiplicidad de dinámicas y de parámetros que se pueden propiciar en él.

Es claro que la flexibilidad en la metodología empleada para estructurar la herramienta sirve para seguir actualizándola y/o modificándola, en la cual se pueden agregar nuevos parámetros y/o funciones.

Debido a las restricciones encontradas al tratar de acceder a la base de datos del sistema de potencia Colombiano, se procedió a realizar este proyecto con un sistema de prueba reportado en la literatura para hacer análisis de estabilidad de tensión. Este modelo fue esencial para el desarrollo y puesta en marcha del proyecto.

6.2. RECOMENDACIONES PARA TRABAJOS FUTUROS

Los tópicos siguientes son recomendaciones para posibles investigaciones futuras:

- El estudio de modelos más complejos del sistema de potencia que proporcionen una descripción más realista de la validez y utilidad para el método desarrollado. Lo anterior, en relación con la naturaleza del fenómeno de la inestabilidad debido a su carácter netamente dinámico.
- El modelado de los efectos de diferentes tipos de cargas para caracterizar según su tipología la variación de las áreas críticas y/o débiles del sistema. En esta tesis se considera sólo el caso de P y Q constante.
- La integración del método de análisis de estabilidad con otros métodos y la inclusión en ella de nuevas funciones para el análisis dinámico.
- Para analizar la estabilidad de voltaje de los SEP de gran dimensión utilizando la teoría de bifurcaciones, sería muy importante establecer como criterio fundamental un modelo clásico mínimo para representar las unidades de generación.

7. ANEXOS

7.1. Formato de los datos para ingresar el sistema de potencia de prueba

Las siguientes tablas ilustran las estructuras que deben tener los datos para ingresar el sistema de prueba.

Tabla 3. Formato de Datos de la Matriz "Bus".

Columna 1	Número de Barra
Columna 2	Magnitud de voltaje en la barra en p.u.
Columna 3	Ángulo del voltaje en la barra en grados
Columna 4	P de generación en p.u. sobre la base del sistema
Columna 5	Q de generación en p.u. sobre la base del sistema
Columna 6	P de la carga en p.u. sobre la base del sistema
Columna 7	Q de la carga en p.u. sobre la base del sistema
Columna 8	G shunt en p.u. sobre la base del sistema
Columna 9	B shunt en p.u. sobre la base del sistema
Columna 10	Tipo de barras:
	1: Barra slack
	2: Barra de voltaje controlado (PV)
	3: Barra de carga (PQ)
Columna 11	Q máxima de generación en p.u. sobre la base del sistema
Columna 12	Q mínima de generación en p.u. sobre la base del sistema
Columna 13	Voltaje de la barra en kV
Columna 14	Voltaje máximo de la barra en p.u.
Columna 15	Voltaje mínimo de la barra en p.u.

Tabla 4. Formato de Datos de la Matriz "line".

Columna 1	Barra de salida
Columna 2	Barra de llegada
Columna 3	Resistencia en p.u.
Columna 4	Reactancia en p.u.
Columna 5	Carga de la línea en p.u.
Columna 6	Valor de la relación de tap
Columna 7	Ángulo de cambio de la fase del tap en grados
Columna 8	Valor máximo del tap
Columna 9	Valor mínimo del tap
Columna 10	Paso del tap

Tabla 5. Formato de Datos de la Matriz "mat_con".

Columna 1	Número de máquina
Columna 2	Número de barra en el que se encuentra la máquina
Columna 3	MVA base de la máquina
Columna 4	Reactancia mutua "X _l " en p.u.
Columna 5	Resistencia de amadura "R _a " en p.u.
Columna 6	Reactancia Sincrónica del eje "d" "X _d " en p.u.
Columna 7	Reactancia transitoria del eje "d" "X _{d'} " en p.u.
Columna 8	Reactancia subtransitoria del eje "d" "X _{d''} " en p.u.
Columna 9	Constante de tiempo de circuito abierto del eje "d" "T _{do} " en segundos
Columna 10	Constante de tiempo subtransitoria de circuito abierto del eje "d" "T _{do''} " en segundos
Columna 11	Reactancia síncrona del eje "q" "X _q " en p.u.
Columna 12	Reactancia transitoria del eje "q" "X _{q'} " en p.u.
Columna 13	Reactancia subtransitoria del eje "q" "X _{q''} " en p.u.
Columna 14	Constante de tiempo de circuito abierto del eje "q" "T _{qo} " en segundos
Columna 15	Constante de tiempo subtransitoria de circuito abierto del eje "q" "T _{qo''} " en segundos
Columna 16	Constante de inercia H en segundos
Columna 17	Coeficiente de amortiguamiento "d _o " en p.u.
Columna 18	Coeficiente de amortiguamiento "d ₁ " en p.u.
Columna 19	Número de barra en el que se encuentra la máquina

7.2. Validación de Datos con PSAT

PSAT es una de las herramientas existentes para hacer análisis de estabilidad, la cual posee la siguiente estructura en los datos para el sistema de prueba WSCC [51]:

```
Bus.con = [1 345 1 0 1 1;
           2 345 1 0 1 1;
           3 345 1 0 1 1;
           4 345 1 0 1 1;
           5 345 1 0 1 1;
           6 345 1 0 1 1;
           7 345 1 0 1 1;
           8 345 1 0 1 1;
           9 345 1 0 1 1];
```

```
SW.con = [1 100 345 1 0 3 -3 1.1 0.9 0 0];
```

```
PV.con = [2 100 345 1.63 1 3 -3 1.1 0.9 0; 3 100 345 0.85 1 3 -3 1.1 0.9 0];
```

```
PQ.con = [5 100 345 0.9 0.3 1.1 0.9 0; 7 100 345 1 0.35 1.1 0.9 0;
           9 100 345 1.25 0.5 1.1 0.9 0; 4 100 345 0 0 1.1 0.9 0;
           6 100 345 0 0 1.1 0.9 0; 8 100 345 0 0 1.1 0.9 0];
```

```
Line.con = [1 4 100 345 60 0 0 0 0.0576 0 0 0 2.5 2.5 2.5;
            4 5 100 345 60 0 0 0.017 0.092 0.158 0 0 2.5 2.5 2.5;
            5 6 100 345 60 0 0 0.039 0.17 0.358 0 0 1.5 1.5 1.5;
            3 6 100 345 60 0 0 0 0.0586 0 0 0 3 3 3;
            6 7 100 345 60 0 0 0.0119 0.1008 0.209 0 0 1.5 1.5 1.5;
            7 8 100 345 60 0 0 0.0085 0.072 0.149 0 0 2.5 2.5 2.5;
            8 2 100 345 60 0 0 0 0.0625 0 0 0 2.5 2.5 2.5;
            8 9 100 345 60 0 0 0.032 0.161 0.306 0 0 2.5 2.5 2.5;
            9 4 100 345 60 0 0 0.01 0.085 0.176 0 0 2.5 2.5 2.5];
```

```
Bus.names =
```

```
{'Bus 1'; 'Bus 2'; 'Bus 3'; 'Bus 4'; 'Bus 5'; 'Bus 6'; 'Bus 7'; 'Bus 8'; 'Bus 9'};
```

8. REFERENCIAS

- [1] Gubina, F. and Strmcnik, B. "Voltage Collapse Proximity Index Determination Using Voltage Phasors Approach". IEEE Transactions on Power Systems, Vol.10, No. 2, May 1995.
- [2] Venikov, V. A., V. A. Stroeve, V. I. Idelchick, and V.I. Tarasov. "Estimation of Electric Power System Steady-State Stability in Load Flow Calculation". IEEE Transactions on Power Apparatus and System, vol. PAS-94, pp. 1034-1041, May/June, 1975.
- [3] Hill, David. "Nonlinear Dynamic Load Models with Recovery for Voltage Stability Studies". IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 8, No. 1, February 1993.
- [4] The Brattle Group. "Propuesta para el manejo de Potencia Reactiva en Colombia". 2001.
- [5] Reed, R. E. and Wilson, J. D., "The PJM Approach to Detect, analyse, and Operate the System Considering Reactive Problems". IEEE Tutorial Course, Reactive Power Basics Problems and solutions. EH0262-6-PWR. 1987.
- [6] T. Van Cutsem; "Voltage Instability: Phenomena, Countermeasures, and Analysis Methods" Proc. IEEE, Vol. 88, N°2, February 2000.
- [7] T. V. Cutsem, R. Mailhot, "Validation of a fast voltage stability analysis method on the Hydro-Quebec system". IEEE Transactions on Power Systems, vol. 12, pp. 282-288, 1997.
- [8] P. Kundur, B. Gao, G: K. Morison, "Voltage Stability Evaluation Using Modal Analysis". IEEE Transactions on Power Systems, vol. 7, No 4, pp. 1529–1542, Nov 1992.
- [9] M. M. Begovic, G. P. Arun, "Control of Voltage stability using sensitivity analysis". IEEE Transactions on Power Systems, vol. 7, pp. 114-123, 1992.
- [10] T. V. Cutsem, C. Moisse, R. Mailhot, "Determination of secure operating limits with respect to voltage collapse". IEEE Transactions on Power Systems, vol. 14, pp. 327-335, 1999.
- [11] P. Kundur, Power System Stability and Control. New York: Mc- Graw-Hill, 1994.
- [12] Carson W. Taylor. Power System Voltage Stability. McGraw-Hill, Inc, 1994.

- [13] Haque, M.H. "Determination of Steady –State Voltage Stability Limit Using P-Q Curves". IEEE Power Engineering Review, 22 (4): 71-72, April 2002.
- [14] Kundur, Phraba et al. "Definition and Classification of Power System Stability". IEEE Transactions on Power Systems, Vol.19, No. 2, May 2004.
- [15] ISA. "Manual de Consignas Operativas para el Sistema Interconectado Colombiano". Centro Nacional de Despacho, Medellín, 1996.
- [16] V. Ajarapu, B. Lee. "Bibliography on Voltage Stability". IEEE Transaction on Power Systems, Vol. 13, N°1, pp. 115-125, February 1998.
- [17] Carpentier, J., et al. "Voltage Collapse Proximity Indicators Computed from an Optimal Power Flow". Process of Systems Computation Conference, Helsinki, Finland, pp. 671-78, Sep., 1984.
- [18] Barbier C. and Barret J-P. "An Analysis of Phenomena of Voltage Collapse on a Transmission System". Reveu General d'Electricite, Tome 89, no.10, pp.673-80, Oct., 1980.
- [19] Galiana, F. D.. "Load Flow Feasibility and the Voltage Collapse Problem". Process of 23rd CDC, Las Vegas, pp. 485-487, 1984.
- [20] Kessel, K. P. and Glavitsch, H.. "Estimation the Voltage Stability of a Power System". IEEE Transactions on Power Delivery, vol. PWRD-1, no. 3, pp. 346-54, July, 1986.
- [21] Thomas R. J. and Tiranuchit, A.. "Voltage Instabilities in Electric Power Networks". Southeast Conference on System Theory, Knoxville, TN, April, 1986.
- [22] Brucoli, M. et. al., . "A generalized approach to the analysis of Voltage Stability in Electric Power System". Electric Power Systems Research, vol. 9,pp49-62, 1985.
- [23] Kwatny, H. G., et., al., . "Static Bifurcations in Electric Power Networks: Loss of Steady State Stability and Voltage Collapse". IEEE Transactions on CAS, Vol. CAS-33, no. 10, pp. 981-91, Oct. 1986.
- [24] Liu, C. C. and F. F. Wu. "Steady State Voltage Stability Regions of Power System". System and Control Letters, vol. 6, pp. 23-31, June, 1985.
- [25] Abe, S., et. al. "Power System Voltage Stability". IEEE Transactions on Pas., Vol. PAS-101, no. 10, Oct., 1982.

- [26] Costi, A., et. al. "Power system Voltage stability and Control". Proc. Of 1986 IEEE ISCAS, vol. 3, pp. 1023-27.
- [27] Chiang, H. D., I. Dobson, R. J. Thomas , J. S. Thorp, and L. Fekih-Ahmed. "On Voltage Collapse in Electric Power System". IEEE Transactions on Power Appar. and Syst., Vol. 5, pp. 601-611, May, 1990.
- [28] Duffy, Clare. "Blackout watch". PAC World, Winter, 2008, pp. 34.
- [29] Sharma, Chandrabhan and Ganness, Marcus. Determination of Power System Voltage Stability Using Modal Analysis. POWERENG 2007, April 12-14, 2007, Setubal, Portugal.
- [30] P. Kundur, B. Gao, G. K. Morison., "Voltage Stability Evaluation Using Modal Analysis". IEEE Transactions on Power Systems, vol. 7, No 4, pp. 1529–1542, Nov. 1992.
- [31] P. Kundur, B. Gao, G. K. Morison., "Practical Application of Modal Analysis for Increasing Voltage Stability Margins". Power System Planning Division, Ontario Hydro, pp. 222–227. Ontario, Canada. Sept. 5 – 8, 1993.
- [32] P. Kundur, B. Gao, G. K. Morison., "Voltage Stability Analysis Using Static and Dynamic Approaches". IEEE Power System Planning Division, Ontario Hydro, pp. 1–7. Ontario, Canada. Sept. 5 – 8, 1993
- [33] L.C.P. da Silva, V.F. da Costa and W. Xu. "Preliminary Results on Improving the Modal Analysis Technique for Voltage Stability Assessment". IEEE, 2000.
- [34] M. Randhawa, *et al.* "Voltage Stability Assessment of a Large Power System". IEEE, pp. 1–7. 2008.
- [35] A. Z. Gamm, I. I. Golub, A. Bachry and Z. A. Styczynski. "Solving Several Problems of Power Systems Using Spectral and Singular Spectral and Singular Analyses". IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 20, No. 1, Feb. 2005.
- [36] L. Cai and I. Erlich. "Power System Static Voltage Stability Analysis Considering all Active and Reactive Power Controls – Singular Value Approach". PowerTech 2007, pp. 367–372. 2007.
- [37] A.R. Messina, M.A. Pérez and E. Hernández. "Co-ordinated application of FACTS devices to enhance steady-state voltage stability". ELSEVIER, Electrical Power and Energy Systems, 25 (2003), pp. 259–267.

- [38] T. Lakkaraju. "Selection of Pilot Buses for VAR Support and Voltage Stability Risk Analysis". Thesis of Master of Science in Electrical Engineering. West Virginia University. 105p. Morganton, West Virginia. 2006.
- [39] J. M. T. Thompson, H. B. Stewart. "Nonlinear dynamics and chaos". John Wiley and Sons. New York. 1986.
- [40] R. Seydel. "Tutorial on continuations". International journal of Bifurcation and Chaos. Vol. 1, no.1, 1991, pp.3-11.
- [41] M Kubicek, M. Marek. "Computational methods in bifurcation theory and dissipative structures". Springer Verlag, New York.
- [42] S. Wang. "Bifurcation analysis of oscillation in electric power systems". Tesis Doctoral. Arizona State University, Tempe, Arizona. 1996.
- [43] W. D. Rosehart and C. A. Cañizares. "Bifurcation analysis of various power system models". International Journal of Electrical Power & Energy systems, Vol. 21, No. 3, March 1999, pp 171-182.
- [44] Gómez Expósito. "Análisis y operación de sistemas de energía eléctrica". McGraw-Hil. España. 2002.
- [45] C. A. Cañizares. "On bifurcations, voltage collapse and load modeling". IEEE Transactions on power system, vol. 10, No. 1, February 1995, pp 512-522.
- [46] J. Wu, K Zhou. "New Numerical Methods for High Dimensional Hopf Bifurcation problems". Proceeding of the 2nd International Conference Bifurcation theory & its Numerical Analysis. Springer, Xi'an China June 1998, pp. 47-69.
- [47] C. A. Cañizares. "Power System Stability and Blackouts". 3 Congreso Internacional de Ingenierías Eléctrica y Electrónica – 3CIIEE. Bogotá D.C., Colombia. Marzo, 2007.
- [48] Software DIgSILENT Power Factory. Versión 13.1 (B257).
- [49] Software VSAT – Voltage Security Assessment Tool. Powertech Labs.
- [50] Software MATLAB & Simulink – The Language Technical Computing. Versión R2007a.
- [51] Software PSAT Power System Analysis Toolbox. Versión 2.1.2. Junio 26 de 2008. (Disponible en: <http://www.power.uwaterloo.ca/~fmilano/psat.htm>).

- [52] INSTITUTO COLOMBIANO DE NORMAS TÉCNICAS – ICONTEC. Norma Colombiana para la presentación de Tesis, trabajos de Grado y otros trabajos de Investigación. Bogotá: ICONTEC, Cuarta actualización, 33p. NTC 1486.
- [53] J. Bucciero and M. Terbrueggen. Interconnected Power System Dynamics Tutorial. California, 1998. p.453 - 468.