

**DESARROLLO DE MODELOS DE PROGRAMACIÓN MATEMÁTICA FUZZY  
PARA LA PLANIFICACIÓN DE LA PRODUCCIÓN EN CONTEXTOS DE  
INCERTIDUMBRE. UN CASO APLICADO A LA INDUSTRIA AUTOMOTRIZ.**

TESIS DE GRADO PARA OPTAR AL TITULO DE  
MAGISTER EN INGENIERÍA ADMINISTRATIVA

Conrado Augusto Serna Urán

Ingeniero Industrial

DIRECCIÓN:

Martín Darío Arango Serna, Ph. D



**UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA**  
**SEDE MEDELLÍN**  
**FACULTAD DE MINAS**  
**2009**

A mi padre, quien siempre procuró brindarnos la mejor educación.  
A mi madre, por su amor incondicional.

## **AGRADECIMIENTOS**

El autor expresa sus agradecimientos a

Martín Darío Arango Serna, profesor de la Universidad Nacional de Colombia y director de esta tesis, por guiar este trabajo a través de su visión y apoyo constante.

A todas aquellas personas que de una u otra forma colaboraron en la realización de este trabajo.

## TABLA DE CONTENIDO

AGRADECIMIENTOS .....	iii
TABLA DE CONTENIDO .....	iv
LISTA DE FIGURAS .....	vii
LISTA DE TABLAS.....	viii
ABSTRACT .....	ix
RESUMEN .....	x
1      Introducción.....	1
1.1    Presentación general.....	1
1.2    Objetivos.....	2
1.3    Estructura general de la tesis .....	2
2      Planificación de la producción .....	5
2.1    Inicios de la planificación de la producción.....	5
2.1.1  Inclusión de los computadores en la planificación de la producción.....	7
2.1.2  Actualidad de la planificación de la producción .....	9
2.2    Rol e impacto de la planeación y programación .....	9
2.3    Estrategias de fabricación .....	10
2.4    Niveles de planificación en la gestión de la producción.....	11
2.4.1  Planificación de la producción (nivel táctico) .....	12
2.4.1.1 Modelos de planificación .....	14
2.4.2  Programación/control de la producción (nivel operacional) .....	14
2.4.2.1 Comparaciones entre la planeación de la producción y la programación de la producción.....	15
2.4.3  Sistemas MRP.....	15
2.4.4  Modelos MRP II.....	17
3      Incertidumbre en los modelos de planificación.....	19
3.1    Aplicación de modelos difusos a la planificación de la producción.....	20
3.2    Conjuntos difusos en la toma de decisiones bajo incertidumbre .....	22
3.2.1  Concepto de conjunto difuso .....	22
3.2.1.1 Definiciones .....	22
3.2.2  Descripción de la incertidumbre .....	26
4      Aplicaciones de la lógica difusa en la planificación de la producción- estado del arte.....	29
4.1    Teoría de conjuntos difusos como metodología para la solución de sistemas complejos .....	29
4.2    Teoría de los conjuntos difusos en la planificación de la producción .....	30
4.2.1  Manufactura.....	31
4.2.2  Planeación de la producción.....	32

4.2.3	Programación de la producción.....	37
5	Estructuración de un modelo de planificación de la producción determinista	39
5.1	Análisis de modelos de planificación de la producción.....	39
5.1.1	Modelo Jeremy F. Shapiro.....	40
5.1.2	Modelo Yves Pochet.....	41
5.1.3	Modelo Stephen C. Graves .....	43
5.2	Comparación de los modelos .....	44
5.3	Estructuración de un modelo de planificación de la producción determinista	45
5.3.1	Función objetivo .....	47
5.3.2	Restricciones .....	48
5.4	Planteamiento del modelo determinista mrp con restricciones de capacidad	50
6	Formulación de modelos difusos aplicados en la planeación de la producción	53
6.1	Desarrollo de modelos de programación lineal difusa a la planificación de la	53
	producción.....	53
6.1.1	Modelos con desigualdades difusas en las restricciones .....	55
6.1.1.1	Aproximación a un modelo no simétrico .....	56
6.1.1.2	Formulación del modelo CFD-P-1 .....	57
6.1.1.3	Aproximación a un problema simétrico.....	59
6.1.1.4	Formulación del modelo CFD-P-2 .....	62
6.1.2	Modelo con coeficientes difusos en las restricciones .....	63
6.1.2.1	Formulación del modelo DTR-P-1 .....	65
6.1.3	Modelos con función objetivo difusa.....	66
6.1.3.1	Aproximación con coeficientes difusos triangulares. ....	67
6.1.3.2	Formulación del modelo MED-P -1 .....	69
6.1.3.3	Aproximación de Yager .....	70
6.1.3.4	Formulación del modelo MED-P-2.....	71
6.1.3.5	Aproximación de Bector y Chandra .....	72
6.1.3.6	Formulación del modelo MED-P -3.....	74
6.1.4	Modelos con coeficientes de la matriz tecnológica difusos y función objetivo	75
	difusa.....	75
6.1.4.1	Aproximación de Zimmermann .....	76
6.1.4.2	Formulación del modelo COM-P-1 .....	78
6.1.4.3	Aproximación para un modelo no simétrico.....	79
6.1.4.4	Formulación del modelo COM-P-2 .....	81
7	Sistemas de producción y cadena de suministro en el sector automotriz.....	83
7.1	Panorama general de la industria automotriz .....	83
7.1.1	Del fordismo al modularismo .....	84
7.1.1.1	Producción en masa (Fordismo).....	84
7.1.1.2	Producción ajustada .....	85
7.1.2	Arquitectura tecnológica. ....	86
7.1.2.1	Producción modular.....	87

7.2	Cadena de suministros de la industria automotriz .....	90
7.2.1	Relaciones cliente proveedor en sistemas de producción ajustada .....	91
7.2.2	Estructura de la cadena de suministro.....	91
7.2.2.1	Nuevas estructuras en la cadena de suministros de la industria automotriz	92
7.2.2.2	Proveedores de primer nivel.....	95
7.2.2.3	Proveedores de componentes.....	96
7.3	Sistema de producción en una fabrica ensambladora de vehiculo.....	96
7.3.1	Armado.....	97
7.3.2	Pintura .....	98
7.3.3	Montaje.....	98
8	Aplicación de modelos de planeación de la producción con lógica difusa en una empresa del sector automotriz. ....	99
8.1	Selección del proceso a modelar.....	99
8.2	Información de entrada al modelo. ....	100
8.3	Metodología de análisis de modelos .....	105
8.3.1	Nivel de servicio .....	105
8.3.2	Nivel de inventario .....	106
8.3.3	Costo total .....	106
8.3.4	Complejidad computacional.....	106
8.4	Información adicional necesaria para ingresar a los modelos de estudio,..	106
8.5	Obtención de resultados.....	108
8.5.1	Modelo CFD-P-1.....	108
8.5.2	Modelo CFD-P-2.....	110
8.5.3	Modelo DTR-P-1.....	111
8.5.4	Modelo MED-P -1 .....	112
8.5.5	Modelo MED-P -2 .....	113
8.5.6	Modelo MED-P -3.....	114
8.5.7	Modelo COM-P-1.....	115
8.5.8	Modelo COM-P-2.....	116
8.6	Análisis de resultados.....	118
8.6.1	Nivel de servicio. ....	118
8.6.2	Complejidad computacional.....	119
8.6.3	Nivel de inventario .....	121
8.6.4	Costo total .....	123
9	Conclusiones y recomendaciones .....	125
9.1	Conclusiones.....	125
9.2	Recomendaciones.....	129
10	Bibliografía.....	131

## LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1. Flujo de información en un sistema de producción. ....	13
Figura 2.2. Entradas y salidas de un MRP. ....	17
Figura 3.1. Función de membrecía para un conjunto determinista.....	23
Figura 3.2. Función de membrecía para un conjunto difuso .....	23
Figura 3.3 Número difuso triangular .....	25
Figura 3.4. Representación de las edades como conjuntos difusos.....	26
Figura 3.5. Estructura de una variable lingüística.....	27
Figura 3.6. Número triangular difuso (el tiempo de procesamiento toma cerca de tres minutos).....	28
Figura 3.7. Número trapezoidal difuso (el tiempo de procesamiento puede estar entre 3 a 5 minutos).....	28
Figura 6.1. Función de pertenencia para una restricción difusa del tipo $\leq$ .....	55
Figura 6.2. Función de pertenencia para una restricción difusa del tipo $\geq$ .....	56
Figura 6.3. Función de pertenencia para $\bar{Z}_i(x)$ .....	60
Figura 6.4. Representación triangular de .....	68
Figura 6.5. Función de membrecía para las restricciones y la función objetivo	81
Figura 7.1. Estructura red de suministros de la industria automotriz.....	93
Figura 8.1 Lista de materiales sistema de puertas .....	102
Figura 8.2. Representación del costo de retraso como número difuso triangular..	107
Figura 8.3. Costo total versus nivel de incumplimiento de la restricción.....	109
Figura.8.4 Mapeo de la función objetivo para el modelo CFD-P-2 .....	111
Figura.8.5 Mapeo de la función objetivo para el modelo DTR-P-1 .....	112
Figura.8.6 Solución modelo MED-P-1 .....	113
Figura.8.7 Solución modelos tipo MED .....	114
Figura.8.8 Mapeo de la función objetivo para el modelo COM-P-1 .....	115
Figura 8.9. funciones de pertenencia para las restricciones y función objetivo modelo COM-P-2 .....	117
Figura.8.10 Nivel de servicio para los modelos de estudio .....	119
Figura 8.11 Complejidad computacional por puntos, para los modelos evaluados	120
Figura 8.12. Resumen nivel de inventario de los modelos de estudio.....	122
Figura 8.13. Costos totales por modelo.....	123

## LISTA DE TABLAS

Tabla 5.1. Definición de variables modelo MRP .....	51
Tabla 5.2 Definición de variables de salida para el modelo MRP .....	51
Tabla 7.1. Sistemas y módulos de un vehículo .....	88
Tabla 7.2. Características de los proveedores de los fabricantes de automóviles...	95
Tabla 8.1. Información de entrada para el modelo MRP .....	103
Tabla 8.2. Pronostico de la demanda mínima y máxima de vehículos .....	104
Tabla 8.3. Conjunto de soluciones para el modelo CFD-P-1 .....	109
Tabla 8.4. Nivel de servicios para los modelos estudiados .....	118
Tabla 8.5. Complejidad computacional para los modelos de estudio .....	119
Tabla 8.6. Resumen puntuación complejidad computacional .....	120
Tabla 8.7. Resumen nivel de inventario de los modelos de estudio .....	121
Tabla 8.8. Costos totales por modelo .....	122



# DEVELOPMENT OF FUZZY MATHEMATICAL PROGRAMMING MODELS FOR PRODUCTION PLANNING IN CONTEXT OF UNCERTAINTY. A CASE FOR AUTOMOTIVE INDUSTRY

## ABSTRACT

Modeling uncertainty is also a modeling decision, the modeler has to decide in a specific environment, whether he wants to use any of the existing uncertainty theories or whether he wants to adopt a “wait-and-see” approach and stick to deterministic, crisp models. On higher planning levels the use of uncertainty models makes generally more sense than on the operational level, partly because the effort is better justified and partly the available time between the modeling and the action is longer and allows for more computations. In this case, however, one has to decide, which of the more than 25 uncertainty theories is suited in the specific context. Since the adequate uncertainty theory also depends on the factor time, the situation becomes particularly difficult if, for instance, production planning shall fit to production control, moreover, a rational approach toward decision-making should take into account human subjectivity, rather than employing only objective probability measures. This attitude towards the uncertainty of human behavior led to the study of a relatively new decision analysis field: Fuzzy decision making, which incorporates imprecision and subjectivity into the model formulation and solution process and represents an attractive tool to aid research in industrial engineering when the dynamics of the decision environment limit the specification of model objectives, constraints and the precise measurement of model parameters. This thesis illustrates the applications that have fuzzy logic in the industrial field and presents a model MRP which apply some of these concepts.

**Key Word:** MRP, Fuzzy Logic, Production Planning, Fuzzy Mathematical Programming, Decision Analysis, Industrial Engineering, Automotive Industry

## RESUMEN

El modelamiento de la incertidumbre, es también una decisión de modelos, es decir el modelador tiene que decidir en un entorno específico, si desea utilizar cualquiera de las teorías existentes o si quiere adoptar un “espera y ve” y adherirse a modelos deterministas. En niveles más altos de planificación, el uso de modelos de incertidumbre tiene más sentido que en el plano operacional, en parte porque el esfuerzo se justifica mejor, además que el tiempo disponible entre el modelado y la acción es más largo y permite la realización de más cálculos. En este caso, sin embargo se tiene que decidir cuál de las 25 teorías de la incertidumbre es más adecuada en el contexto específico. La elección de alguna de estas teorías depende también del factor tiempo, la situación se vuelve específicamente difícil si, por ejemplo, la planificación de la producción se ajusta al control de la producción, además debe considerarse que un enfoque racional para la toma de decisiones debe tener en cuenta la subjetividad humana, en lugar de emplear sólo medidas con distribución de probabilidad. Esta actitud hacia la incertidumbre del comportamiento humano ha llevado al estudio de un relativamente nuevo campo de análisis de decisión como es la toma de decisiones difusas, la cual incorpora la subjetividad y la imprecisión en la formulación de modelos y procesos de solución, y representa una atractiva herramienta de ayuda a la investigación en ingeniería industrial cuando la dinámica de las decisiones están limitadas por imprecisiones en los modelos formulados. La presente tesis tienen como propósito ilustrar las aplicaciones que tiene la lógica difusa en el campo industrial y presenta un modelo MRP al cual se aplican algunos de estos conceptos.

**Palabras claves:** MRP, Lógica difusa, análisis de decisiones, planeación de la producción, ingeniería industrial, programación matemática difusa, industria automotriz.

# 1 INTRODUCCIÓN

## 1.1 PRESENTACIÓN GENERAL

La efectiva planificación y control de la producción es una de las principales preocupaciones de las empresas en el entorno de mercado actual. Estas preocupaciones surgen gracias a las diversas fuentes de incertidumbre y a las complejas interrelaciones que existen entre los diferentes niveles de planificación; preocupaciones como la pérdida de ventas por bajas existencias, la obsolescencia de productos, costos relacionados con transporte e inventario, están presentes permanentemente en el contexto de la producción, por lo que el proceso de toma de decisiones es bastante complejo dada la incertidumbre de las situaciones sobre las que se decide; incertidumbre que no sólo es probabilística sino que también puede ser generada por la imprecisión con que se recibe la información. Por lo tanto, un enfoque racional para la toma de decisiones debe tener presente dicha imprecisión o subjetividad, en lugar de emplear sólo medidas con distribución de probabilidad. Esta actitud hacia la incertidumbre del comportamiento humano ha llevado al estudio de un relativamente nuevo campo de análisis de decisión: la toma de decisiones difusas, la cual incorpora la subjetividad y la imprecisión en la formulación de modelos y procesos de solución, y representa una atractiva herramienta de ayuda a la investigación en ingeniería industrial cuando la dinámica de las decisiones están limitadas por imprecisiones en los modelos formulados.

La presente tesis, parte de definir un problema de planificación de la producción basado en programación matemática que permita modelar adecuadamente la incertidumbre de manera difusa en los problemas reales de planificación de la producción, por ejemplo: incertidumbre en la demanda del mercado, retrasos inciertos debido a fallos en el proceso de producción e incertidumbre, incluso, en las cantidades que pueden suministrar los proveedores, entre otras.

## 1.2 OBJETIVOS

El principal propósito de la presente tesis es desarrollar un conjunto de modelos basados en la programación matemática difusa para la resolución de problemas de planificación de la producción en condiciones de incertidumbre para empresas industriales. Por lo cual se seguirá la siguiente metodología de trabajo:

- Diseño de modelos basados en programación matemática difusa para la planificación de la producción bajo condiciones de incertidumbre.
- Definición de las características de la arquitectura para la implantación y resolución de los modelos propuestos.
- Establecimiento de un método para la evaluación de los modelos para la planificación de la producción.
- Aplicación de los modelos en un ámbito industrial real (Sector automotriz).

## 1.3 ESTRUCTURA GENERAL DE LA TESIS

La tesis está conformada por siete capítulos centrales, los cuales se especifican a continuación:

**Capítulo 2.** Planificación de la producción: se hace una descripción de los orígenes de la planificación de la producción, además de los avances que se han tenido en la última década. Igualmente, también se mencionan algunas estrategias de planificación y se definen algunos conceptos que serán usados en los demás capítulos de esta tesis.

**Capítulo 3.** Incertidumbre en los modelos de planificación. Este capítulo, es una introducción a los diferentes conceptos de incertidumbre en el ámbito de la planificación de la producción. Además, también se definen algunos de los conceptos básicos de la lógica difusa y su aplicación en los procesos de toma de decisiones.

**Capítulo 4.** Aplicaciones de la lógica difusa en la planificación de la producción: se realiza un estudio del estado del arte de la aplicación de la lógica difusa en la planificación de producción.

**Capítulo 5.** Estructuración de un modelo de planificación de la producción determinista. El objetivo de este capítulo es establecer, a partir del análisis de modelos de planeación de la producción, un modelo MRP con restricciones de capacidad que describa de manera aproximada un problema de producción que pueda estar sujeto a variables imprecisas.

**Capítulo 6.** Formulación de modelos difusos aplicados a la planificación de la producción: En este capítulo se desarrollan una serie de metodologías de lógica difusa para ser usadas en el modelo MRP con restricciones de capacidad formulado en el capítulo 4. Estas metodologías están orientadas a resolver problemas de programación lineal difusa con función objetivo difusa, coeficientes tecnológicos difusos y restricciones con desigualdades difusas.

**Capítulo 7.** Sistemas de producción y cadena de suministro en el sector automotriz. Se hace una descripción general de los sistemas de producción en el sector automotriz desde sus orígenes. Además, también se hace un análisis de la estructura de la cadena de suministros con la que funciona este sector de la producción.

**Capítulo 8.** Aplicación de modelos de planeación de la producción. En este capítulo es seleccionado un proceso en una empresa ensambladora de vehículos, con el fin de aplicar los modelos difusos establecidos en el capítulo 5 y se hacen los análisis respectivos.



## **2 PLANIFICACIÓN DE LA PRODUCCIÓN**

Los procesos de fabricación han adquirido en los últimos años una gran relevancia industrial, el problema de la capacidad adecuada de producción siempre ha sido discutido y ha representado un problema difícil para las empresas, las cuales preparan planes estratégicos para operar competitivamente en el mercado. La capacidad de manufactura en una organización es costosa y su aprovechamiento y planificación debe ser cuidadosamente diseñada con el fin de evitar grandes desperdicios o para preservar la permanencia de la empresa en el mercado; de hecho, una buena elección de la capacidad de fabricación puede resultar en un mejor desempeño en términos de costos, innovación, flexibilidad, calidad en el producto y/o prestación de los servicios. Desafortunadamente, la planificación de la producción no es un problema fácil de resolver debido a la falta de claridad en el proceso de toma de decisiones, el elevado número de variables involucradas, la alta correlación entre las variables y el alto nivel de incertidumbre que inevitablemente afecta a las decisiones (Matta, 2005). El objetivo de esta tesis es, por lo tanto, proveer un método específico que apoye la selección y adecuación de la capacidad de los sistemas de producción a través de su planificación.

### **2.1 INICIOS DE LA PLANIFICACIÓN DE LA PRODUCCIÓN**

Aunque los seres humanos han creado artículos por innumerables años, las instalaciones de producción aparecieron a mediados del siglo XVIII, cuando la primera revolución industrial creó fuentes de poder centralizadas para nuevas estructuras organizacionales. Las fábricas, talleres y proyectos del pasado fueron las precursoras de las nuevas formas de las organizaciones manufactureras y las prácticas administrativas que actualmente se emplean (Pinedo, 2005).

Las primeras fábricas fueron bastante simples y relativamente pequeñas, se producía un pequeño número de productos en grandes lotes. El aumento en la productividad llegó inicialmente desde el uso de piezas intercambiables para eliminar los tiempos gastados en operaciones de montaje. En el transcurso del Siglo XIX, las empresas se enfocaron en aumentar la productividad en los equipos

más costosos (Herrmann, 2004). Mantener la utilización alta fue un objetivo importante. Las principales funciones de los jefes de producción eran dirigir sus centros de trabajo, coordinar todas las actividades necesarias para el número limitado de productos de los que eran responsables, contratar operadores, conseguir materiales, administrar la producción y entregar los productos. Cuando las fabricas crecieron, se volvieron más grande, mas no más complejas. La planeación y programación de la producción se seguía realizando de manera muy simple (Castillo, 2007). Este tipo de planeación fue usado ampliamente antes de que los métodos más formales de planeación estuviesen disponibles.

Alrededor de 1890, muchas industrias comenzaron a ampliar su gama de productos, lo que trajo consigo sistemas de producción más complejos. Los costos, no el tiempo, fueron los principales objetivos. La economía de escala pudo ser lograda gracias la integración de las ruta de las partes desde un departamento funcional a otro, reduciendo el número total de maquinas que eran necesarias, sin embargo esto originó que largos movimientos de lotes reducidos de materiales suponían un gran esfuerzo, por lo que la administración científica fue la respuesta racional para lograr un mayor control sobre dicha complejidad (Herrmann, 2004).

Frederick Taylor, fue el primero en separar la planificación de la ejecución a través de métodos formales de programación alrededor de 1914, muchas personas fueron requeridas en las industrias para crear planes, gestionar inventarios y monitorear operaciones (los computadores tomarían estas funciones décadas más tarde) (Castillo, 2007). El empleado de producción creaba un programa maestro de producción, basado en los pedidos y la capacidad; este mismo empleado emitía órdenes para liberar material del centro de trabajo.

Sin embargo la programación no siempre estuvo en la mira de las organizaciones, y fue a partir de Henry Gantt, al comienzo del Siglo XX, que el tema empezó a tomar relevancia, aunque en esta época fueron pocos los avances obtenidos para la programación efectiva y uso eficiente de recursos (Pinedo, 2005). Gantt también propuso cartas de control para ser empleadas en la planeación de la producción. Gantt fue pionero en el desarrollo de formas gráficas para visualizar los estados de los centros de trabajo y los programas establecidos. Dichas formas fueron de uso común en la primera mitad del Siglo XX. Fue a partir de la segunda mitad del mismo siglo, que se dieron a conocer los primeros trabajos de programación que se apartaban de las cartas de Gantt, más tarde, en los sesenta estos trabajo se



centraron en la programación dinámica y entera para la formulación de problemas de programación de la producción (Osorio G, 2008).

Una de las primeras herramientas usadas para resolver los inconvenientes en la planeación, surgió con el proyecto de armamentos del Polaris, iniciado en 1958. El proyecto incluía componentes y subcomponentes juntos, los cuales eran producidos por diversos fabricantes, se necesitaba una nueva herramienta para programar y controlar el proyecto, lo que dio origen al PERT (Evaluación de Programa y Técnica de Revisión). Dicha herramienta fue desarrollada por científicos de la oficina Naval de Proyectos Especiales, Booz, Allen y Hamilton y la División de Sistemas de Armamentos de la Corporación Lockheed Aircraft. La técnica demostró tanta utilidad que ganó amplia aceptación tanto en el gobierno como en el sector privado (O'Connor, 2007). Casi al mismo tiempo, la Compañía DuPont, junto con la División UNIVAC de la Remington Rand, desarrolló el método de la ruta crítica (CPM) para controlar el mantenimiento de proyectos de plantas químicas de DuPont. El CPM es idéntico al PERT en concepto y metodología, la diferencia principal entre ellos es simplemente el método por medio del cual se realizan estimativos de tiempo para las actividades del proyecto. Con CPM, los tiempos de las actividades son deterministas. Con PERT, los tiempos de las actividades son probabilísticos o estocásticos (Roemers et al, 2008).

### **2.1.1 Inclusión de los computadores en la planificación de la producción**

La planeación de la producción basada en computadores surgió algunos años después. Wight (1984) lista tres factores que permitieron una implementación exitosa en la manufactura:

- 1- IBM, desarrolló el sistema de información y control de la producción en 1965.
- 2- La implementación de éste y otros sistemas similares condujeron al conocimiento práctico sobre el uso de computadores
- 3- Los investigadores sistemáticamente compararon sus experiencias y desarrollo de nuevas ideas en administración de la producción

Los computadores permitían actualizar fácilmente información relacionada con las maquinas, empleados, listados de materiales, retrasos, entre otra información. A partir de esta información los programas de computador creaban listas de despachos, o listas de tareas a ser asignadas. Para crear dichas listas, los sistemas usaban reglas que consideraban uno o más factores, incluyendo el tiempo de procesamiento, fecha de entrega, número de operaciones restantes. Eventualmente fueron surgiendo varios paquetes comerciales que integraban los computadores a la industria. Aún así los programas usaron estrategias estándar para generar programas que el personal de programación modificaba como fuera necesario (Glynn, 2005). El gran beneficio de estos software fue reducir el tiempo necesario para crear los planes y programas de producción

Sin embargo, la implementación de estos métodos fue un poco difícil dado que el avance en las computadoras para resolver problemas de grandes proyectos, no eliminaron los métodos manuales. Muchas empresas buscaron las formas de crear, actualizar, visualizar y comunicar planes y programas, pero no podían contar con computadoras para el funcionamiento de sus sistemas de producción además de que estos demandaban sofisticados algoritmos. Por lo tanto los tableros de planeación y control (surgidos de las cartas de control de Gannt) siguieron siendo la solución por mucho más tiempo (Pinedo, 2005).

Inicialmente la producción basada en computadores estaba orientada básicamente a la programación de la producción, la cual incluía normas de despacho para asignar y secuenciar las tareas (Glynn, 2005). Sin embargo el campo de uso de computadoras se amplió gracias al surgimiento de la planeación de requerimientos de materiales (MRP), la cual tradujo la demanda para productos finales en un programa escalonado que relaciones ordenes de compra y ordenes de producción para las necesidades de los componentes. El MRP afectó los programas de producción al crear un nuevo método que no sólo afecta la liberación de ordenes en planta, sino que también entrega a los programadores la facilidad de observar ordenes futuras, incluyendo las cantidades de producción y las fechas de entrega (Herrmann, 2004).

### **2.1.2 Actualidad de la planificación de la producción**

Gracias a los avances en las tecnologías de la información, ha sido posible que los sistemas de planeación y programación basados en computadores sean viables para las empresas de todos los tamaños. Si bien, muchas de estas no han aprovechado sus beneficios, algunas otras han creado sistemas avanzados que usan algoritmos innovadores (Glynn, 2005); Cada uno de estos sistemas formulan sus problemas de manera única reflejando sus objetivos específico; dichos sistemas recogen, procesan y generan información como parte de un sistema más amplio en la toma de decisiones.

La eficacia en los procesos de planeación y programación son esenciales para el éxito en las operaciones de manufactura. En la actualidad las operaciones de producción son típicamente soportadas por las tecnologías de la información, las cuales potencialmente proveen abundante información en tiempo real. Hay una fuerte inclinación a asumir que los procesos de planeación con programación pueden ser complicados dentro de las estructuras de decisión de las tecnologías de la información para involucrar apropiados modelos y algoritmos. En efecto, los sistemas ERP (Enterprise Resource Planning) o los APS (Advanced Planning and Scheduling) tratan de considerar esta teoría (Padmos et al. 1999). Sin embargo, las limitaciones de las que tratan la planeación y la programación son esencialmente problemas matemáticos capaces de ser aislados de sus ambientes.

## **2.2 ROL E IMPACTO DE LA PLANEACIÓN Y PROGRAMACIÓN**

La planeación y la programación son procesos de toma de decisiones que son usados de manera regular tanto en la industria manufacturera como los servicios. Esta forma de toma de decisiones juega un papel muy importante en las compras, la producción, el transporte, la distribución y en los procesos de información y comunicación. Las funciones de planeación y programación en una empresa se basan en técnicas matemáticas y métodos heurísticos para asignar recurso limitados a las actividades que deben ser realizadas (Glynn, 2005). Esta asignación de recursos tiene que ser realizada de tal manera que se optimice los objetivos y se logren las metas. Los recursos y las tareas en una organización

pueden adoptar muchas formas diferentes. Los recursos por ejemplo, pueden ser un taller de máquinas, las pistas de aterrizaje en un aeropuerto, el personal en una obra de construcción, unidades de procesamiento en un entorno informático, y así sucesivamente. Las tareas por su parte pueden ser las operaciones en un proceso de producción, los despegues y aterrizajes en un aeropuerto, las fases en un proyecto de construcción, etc. Cada tarea puede tener un cierto nivel de prioridad, una hora de inicio y una fecha de vencimiento. Los objetivos también pueden adoptar muchas formas diferentes, pueden ser, por ejemplo la reducción al mínimo del tiempo la realización de la última tarea y otro puede ser la reducción al mínimo del número de tareas realizadas después de sus respectivas fechas de vencimiento.

La elección de la capacidad es cada vez más pertinente en las empresas manufactureras, dado que una buena o mala decisión puede afectar profundamente la rentabilidad de la empresa que invierte en capacidad nueva.

El problema de capacidad es una decisión relativa a la estrategia global definida por la empresa. Esta estrategia implica una cuidadosa selección y aplicación de los recursos para la posición más favorable en previsión de eventos futuros. Una estrategia de la empresa es un conjunto de planes y políticas por las que una empresa trata de obtener ventajas sobre sus competidores (Anglani, 2005). La fabricación puede contribuir a los objetivos de la empresa mediante la aplicación de estrategias competitivas definidas por la organización.

### **2.3 ESTRATEGIAS DE FABRICACIÓN**

Una estrategia de fabricación está constituida por las prioridades de competitividad y las áreas de decisión. Las prioridades de competitividad son un conjunto consistente de metas para la manufactura, entre las enumeradas por Matta (2005) tenemos las siguientes:

**Costo:** producir y distribuir el producto al más bajo costo

**Plazo de entrega:** la fiabilidad y la velocidad de entrega

**Calidad:** fabricar productos con altos estándares de calidad y desempeño.

**Flexibilidad:** mezcla de productos y volumen.

**Innovación:** capacidad para introducir efectivamente nuevos productos o variaciones de este.

Después de especificar el comportamiento coherente con las prioridades de la empresa, las acciones de manufactura potencialmente adoptables para conseguir los objetivos se clasifican en dos áreas: *decisiones estructurales* y *de infraestructura* Matta (2005).

**Las decisiones estructurales** por lo general tienen un impacto a largo plazo, son difíciles de revertir y requieren inversiones de capital importante. Se toman decisiones sobre localizaciones de planta, procesos tecnológicos, capacidad, integración vertical.

**En áreas de decisión de infraestructura** se afectan las personas y los sistemas con los cuales se trabajan. Este tipo de decisiones son más técnicas ya que se relacionan con aspectos específicos de funcionamiento y no requiere inversiones de dinero considerables. Estas decisiones relacionan por ejemplo el número de empleados a tener, prácticas y políticas del sistema, organización y administración. De hecho, el éxito de una empresa depende de la coherencia de su estrategia

## 2.4 NIVELES DE PLANIFICACIÓN EN LA GESTIÓN DE LA PRODUCCIÓN

La administración de la producción es tan antigua como la producción misma, sin embargo los principales problemas se han mantenido iguales, aunque algunos nuevos han emergido particularmente durante las últimas décadas, esto debido en parte a la creciente complejidad y la dinámica de nuevas herramientas y enfoques originados por las nuevas tecnologías y particularmente por los avances en el procesamiento de la información (Zimmermann, 2006). Resultaría útil dar una mirada a las diferentes áreas de la administración de producción sobre estrategias, técnicas y nivel operacional. Estos niveles se entienden aquí en

términos de variedad e importancia en las decisiones en cuanto a los plazos que incluyen. Dependiendo del contexto, la escala puede ser muy diferente. Las decisiones estratégicas, por ejemplo, cubren un período de muchas décadas en función del tiempo de las decisiones y el tipo de industria. Sin embargo, también puede alcanzar sólo unos pocos años en el futuro. Las decisiones de planeación pueden considerar algunos años o centrarse en horizontes más cortos (meses).

**En el nivel estratégico**, la administración de la manufactura, por lo general se encuentran decisiones relativas al uso de tecnologías de información, capacidad física, layout, etc. Pueden referirse al tipo de tecnología de producción (flow shop, job shop, tecnología de grupo, manufactura flexible, etc) o también al sistema logístico de producción o las instalaciones de almacenamiento (Zimmermann, 2006)

**En el nivel táctico** de planeación, el cual puede estar referido a semanas y años, se encuentra la planificación de los programas de producción, en este rango se pueden encontrar la gestión de proyectos (para la instalación de la capacidad física como también la producción propiamente dicha), además se puede establecer sistemas de administración de inventarios. Políticas y herramientas para el mantenimiento y el control de calidad también pueden ser considerados además la estructura cuantitativa y cualitativa de las facilidades de la producción logística (Zimmermann, 2006)

**En el nivel operacional**, los periodos de tiempo pueden estar dados en minutos o días. En este nivel se encuentra el control de la producción (programación y despacho, balanceo de línea, procesos de optimización en producción continua, mantenimientos, control de calidad, control de inventarios, etc.)

#### **2.4.1 Planificación de la producción (Nivel táctico)**

Se refiere a la planificación de la producción (y del inventario) en función de la capacidad de la empresa y las cifras de ventas que provienen de la comercialización. En este nivel no es necesario hacer referencia a un producto en particular, dado que generalmente es un intento de ajustarse a las previsiones de

ventas, así como a las capacidades existentes o previsibles como también tener control sobre la disponibilidad de determinadas materias primas y otros recursos (Anglani, 2005)

La figura 2.1 resume el proceso de planificación de la producción en una empresa de producción

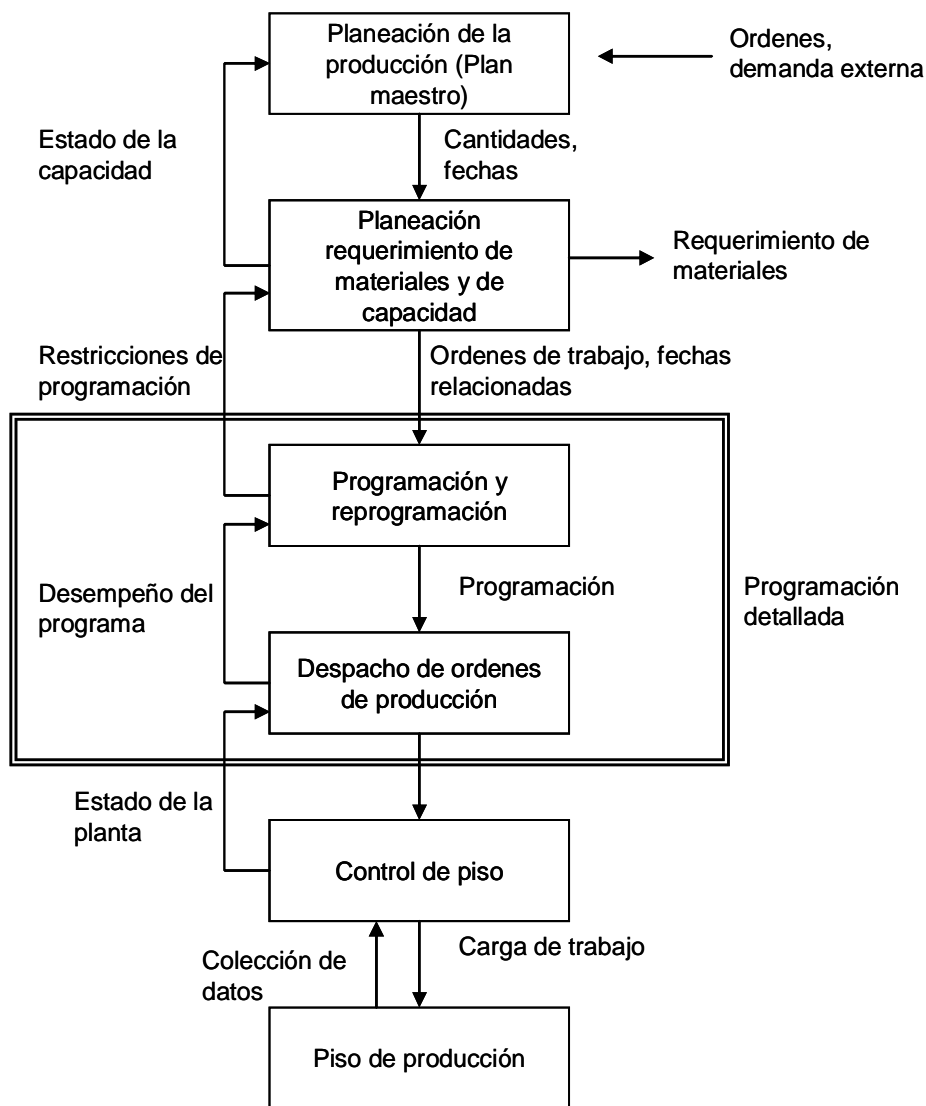


Figura 2.1. Flujo de información en un sistema de producción. (Tomado de Pinedo 2005)

### 2.4.1.1 Modelos de planificación

Los modelos de planificación de la producción a mediano plazo normalmente optimizan varias etapas consecutivas en una cadena de suministro, en la que cada etapa tiene una o más instalaciones. Tales modelos están diseñados para la producción de los diferentes productos a las distintas instalaciones teniendo en cuenta los costos de preparación y de transporte. Un modelo de planificación puede hacer distinción entre diferentes familia de productos, pero a menudo no se hace distinción entre los productos dentro de una familia. Es posible determinar la duración óptima de ejecución (o equivalentemente el tamaño óptimo del lote) de una determinada familia de productos, cuando la decisión ha sido para producir dicha familia en una determinada instalación (Glynn, 2005). Si hay varias familias que se producen en la misma instalación, puede haber muchos tiempos y costos de instalación. La forma óptima de ejecutar la producción de una familia de productos es una función de los costos de instalación y/ configuración y el costo de almacenamiento. Los principales objetivos de planificación de mediano plazo implican considerar costos de almacenamiento, transporte, retrasos y de instalación.

### 2.4.2 Programación/Control de la Producción (Nivel operacional)

El control de la producción en el corto plazo son las actividades de asignación de tareas a los recursos disponibles. La incertidumbre es sin duda menor que en el proceso de planificación. La fuente más importante de incertidumbre en este nivel es probablemente la experiencia humana que se utiliza para programar o controlar (Bruccoleri, 2005). Desde el punto de vista de las estructuras formales de toma de decisiones existe una diferencia significativa entre los sistemas flow shops o producción continua y los modelos job shop. La planificación del flow shops se centra en el control continuo, en el balanceo de línea, mientras en el job shop se centra en la programación de las maquinas y las reglas de despacho (Zimmermann, 2005).

**Flow shops:** hay  $m$  maquinas en serie. Cada trabajo debe ser procesado en cada una de las  $m$  maquinas. Todos los trabajos siguen la misma ruta. Después de ser



completado un trabajo en una maquina, se pasa a ser parte de la fila de la siguiente maquina en la que debe ser procesado.

**Job shops:** en una planta con  $m$  maquinas, cada trabajo tiene predeterminada su propia ruta a seguir. Se hace una distinción entre los sistemas job shop en los que un trabajo puede visitar cada maquina máximo una vez y los job shop en los que cada trabajo puede visitar una maquina en más de una ocasión.

#### **2.4.2.1 Comparaciones entre la planeación de la producción y la Programación de la producción**

Claramente, los modelos de planeación difieren de los modelos de programación de varia formas. Primero, los modelos de planeación cubren varias etapas y se optimizan sobre horizontes de mediano plazo, mientras que los modelos de programación son usualmente diseñados para una sola etapa (o instalación) y optimizados sobre horizontes de corto plazo. En segundo lugar, los modelos de planificación usan más información agregada, mientras que los de programación usan información más detallada. Tercero, los objetivos que pueden ser minimizados en un modelo de planificación, son típicamente objetivos de costos y las unidades con las que son medidos son unidades monetarias (Zimmermann, 2005). Los objetivos de minimización en los modelos de programación son típicamente funciones de los tiempos de elaboración de los trabajos y las unidades en las que son medidos son unidades de tiempo. Sin embargo, aunque hay diferencias fundamentales entre estos dos tipos de modelos, a menudo tienden a ser incorporados en un marco único, compartir información e interactuar ampliamente entre sí (Bruccoleri, 2005)

#### **2.4.3 Sistemas MRP**

En los procesos de manufactura, la planeación y programación deben de interactuar con otras funciones de toma de decisiones. Un sistema que se usa ampliamente, son los sistemas de planificación de requerimientos de materiales (MRP). Después de realizar una programación es necesario que todas las

materias primas se encuentren disponibles en los lugares de uso y en el momento adecuado. La fecha de terminación de los trabajos debe ser determinada por el sistema de planeación y programación en conjunto con el sistema MRP.

Los sistemas MRP son normalmente bastante elaborados. Cada trabajo tiene una lista de materiales (BOM), la cual detalla las piezas necesarias para la producción, el sistema MRP realiza un seguimiento del inventario de cada una de las partes; además, determina el momento de compra de cada uno de los materiales. Para ello, utiliza técnicas como el tamaño de lote, similares a los usados en los sistemas de planeación y programación.

En la actualidad, existen muchos software de MRP disponibles, por lo que muchas instalaciones de manufactura se basan en los sistema MRP. En el caso en el que no es factible tener un sistema de planificación y programación, los sistemas MRP pueden ser usados con el propósito de planear y controlar la producción. Sin embargo en un ambiente de producción complejo, no es fácil para los sistemas MRP establecer planes y programas detallados y de manera satisfactoria. Las empresas más modernas, a menudo necesitan emplear una red de computadoras y varias bases de datos para procesar y administrar la información que ingresa y la que se genera. Varios equipos o estaciones de trabajo se conectan a través de una red de área local a un servidor central, cada estación de trabajo sirve para ingresar información y elaborar los planes y programas que serán ejecutados, además se puede retroalimentar el sistema de programación con la información con información relacionada con cambios en la situación laboral, estados de las máquinas, o los niveles de inventario (Glynn, 2005)

Para la consolidación de un MRP, es necesario contar con información relacionada con las lista de materiales, los plazos de entrega de materia prima y de elaboración, además del estado de los inventarios e información relacionada con las compras (Costos de pedido, Precios con descuentos, etc). Con esta información de entrada, se obtienen informes relacionados con lanzamiento de pedidos, periodos y fechas de entregas (ver figura 2.2).

El MRP puede ser muy útil en la práctica, por lo general es mejor que otros modelos de planificación; esto es particularmente cierto en las industrias que están sujetas a cambios en el patrón de la demanda y en las que no es posible usar

pedidos estándar dado el costo que se generan. Por otro lado, es un modelo que por su sencillez es de fácil manejo, convirtiéndose además en el punto de partida para crear modelos más sofisticados.

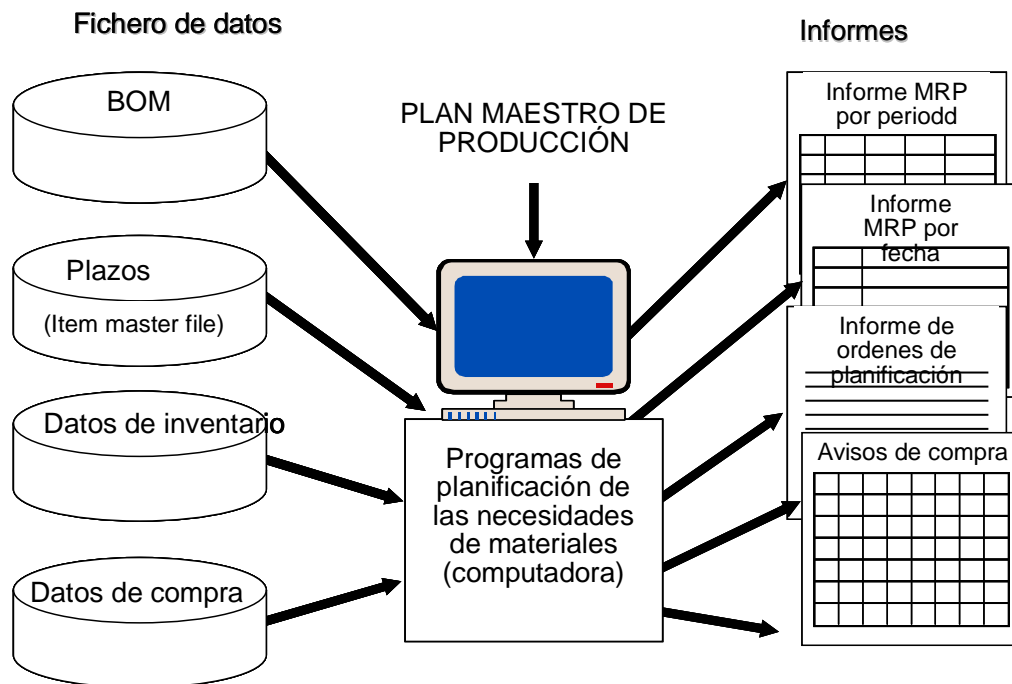


Figura 2.2. Entradas y salidas de un MRP. (Tomado de Heizer 2007)

#### 2.4.4 MODELOS MRP II

Hay una serie de conocidas deficiencias que subyace en los modelos MRP. Potencialmente la más grave es el hecho de que se hace caso omiso de la capacidad. Para analizar este inconveniente es útil recordar que se está haciendo una distinción entre la planificación y la programación, tal como se ha descrito en la sección 1.5.2.1. Aunque el MRP se ha introducido como un instrumento de planificación, también puede ser utilizado como una herramienta de programación (Vob, 2006). Sin embargo un gran problema es que no hay garantía de que se tenga la suficiente capacidad para realmente llevar a cabo el plan elaborado. De hecho, para sistemas de producción con capacidad limitada es poco posible que

pueda aplicarse un MRP como una herramienta de programación o planificación. Por lo tanto, no considerar la capacidad en los procesos de planificación puede dar lugar a planes pocos realistas que no son útiles para la empresa.

Es así como surge el MRP II como respuesta a esta deficiencia, a partir de una ampliación de las bases de datos MRP en las cuales se incluyó información acerca de la ruta de los materiales y la capacidad de los recursos (infraestructura, humanos y financieros).

El modelo inicia con la elaboración del MRP para determinar el plan de producción, luego, para cada período de tiempo y cada componente se actualiza el uso de cada recurso. Al final, los recursos cuya capacidad es superada por el MRP son identificados, utilizándose esta información para tratar de cambiar algunas condiciones (como por ejemplo ampliar turnos laborales, subcontratar) o modificar el plan maestro de producción (Vob, 2006).

### 3 INCERTIDUMBRE EN LOS MODELOS DE PLANIFICACIÓN.

Muy a menudo se tiene que tomar decisiones con información incompleta. Cuanto más largo es el horizonte de planificación, mayor es la incertidumbre, por lo que la capacidad de planificación de los modelos son un candidato natural para la optimización de los métodos que permiten una representación explícita de la incertidumbre. La incertidumbre puede adoptar diferentes formas: en el caso relativamente afortunado, se tiene suficiente información para asumir alguna distribución de probabilidad, en otros entornos, se debe hacer frente a nuevas situaciones, de las cuales se conoce poco, por lo que es necesario tomar opiniones de expertos para tomar las decisiones correctas (o menos malas) (Brandimarte, 2005)

Una gran parte de las investigaciones se han realizado sobre la planeación de la producción y los problemas de abastecimiento, la mayoría de los cuales se refieren a demandas deterministas o estocásticas

Galbraith (1973), define la incertidumbre como la diferencia entre la cantidad de información requeridas para desempeñar una labor y la cantidad de información que se posee. En el mundo real, hay muchas formas de incertidumbre que afectan los procesos productivos. Ho (1989), las categoriza en dos grupos:

- Incertidumbre Ambiental
- Incertidumbre Sistémica

**La incertidumbre ambiental** se refiere a la incertidumbre que está más allá de los procesos de producción tales como la incertidumbre en la demanda y en los suministros.

**La incertidumbre sistémica** incluye las incertidumbres propias de los procesos productivos, tales como incertidumbre en el rendimiento de las operaciones, incertidumbre en los tiempos de entrega de producción, incertidumbre en la calidad, fallas en el sistema de producción, y cambios en la estructura del producto.

La incertidumbre puede estar presente como aleatoria o imprecisa (difusa) en el ambiente de la producción. Esta incertidumbre se traducirá en más modelos de planificación de la producción realista. Sin embargo, la inclusión de la incertidumbre en los parámetros del sistema de producción es una tarea más difícil en términos de la modelación y solución (Lan y Liu, 2008).

### 3.1 APLICACIÓN DE MODELOS DIFUSOS A LA PLANIFICACIÓN DE LA PRODUCCIÓN

En muchos problemas de ingeniería industrial frecuentemente deben ser seleccionados diseños, seleccionar parámetros de un proceso o, en general, tomar decisiones; generalmente, estas decisiones deberían ser óptimas. En la investigación de operaciones tradicional, se asume que la función objetivo  $f(x)$ , cuyos valores están compuestos por una serie de variables de decisión  $x$ , es conocida por el usuario. En tales situaciones, el problema es encontrar el conjunto  $x$  que optimice (maximice o minimice) la función  $f(x)$ , en un rango dado

En la vida real, frecuentemente no se conoce la función  $f(x)$  de manera exacta, sólo es conocida con incertidumbre. Un caso simple es cuando la incertidumbre es resumida en un intervalo de tolerancia. Por ejemplo cuando todo lo que se sabe es que la desviación entre el valor actual (desconocido) de  $f(x)$  y el valor aproximado (conocido) de  $f_0(x)$  no puede exceder el límite (conocido)  $\Delta(x)$ . En otras palabras, significa que  $f(x)$  pertenece al intervalo  $[f_0(x) - \Delta(x), f_0(x) + \Delta(x)]$ . En otras situaciones, en adición al intervalo que está garantizando que contiene  $f(x)$ , los expertos también pueden proveer intervalos más estrechos que contienen a  $f(x)$  con cierto grado de confianza  $\alpha$ . Tal familia de intervalos es equivalente a la más tradicional definición de conjuntos difusos (Hung T, 2006).

Frente a esta situación se presentan varios casos:

**Caso determinista** (enfoques tradicionales). Resolver una función bien definida de tipo  $f(x)$  para encontrar su óptimo es relativamente fácil, bastaría sólo con hallar su derivada ( $f'(x)$ ) y resolver para  $f'(x)=0$ . En algunas ocasiones hallar  $f'(x)$  no es fácil y deben usarse técnicas de derivación.

**Caso con incertidumbre probabilística:** frecuentemente, es necesario tomar decisiones bajo incertidumbre. En este caso, no es posible predecir el valor exacto de salida ( $f(x)$ ) de una decisión  $x$ , dado que este resultado depende de factores desconocidos. Si la descripción que se hace de posibles factores está razonablemente completa, entonces para cada valor  $v$  de los factores desconocidos y por cada decisión  $x$ , es posible predecir el resultado  $f(x,v)$  de la decisión  $x$  bajo la situación  $v$ . En el enfoque tradicional para tomar decisiones, se asume que es posible estimar la probabilidad  $p(v)$  para cada situación  $v$ . en este caso es razonable elegir cada decisión  $x$  para los cuales la utilidad esperada  $\sum p(v) * f(x,v)$  sea la mayor posible.

**Situaciones de la vida real:** más allá de la incertidumbre probabilística: en las situaciones reales, no se conocen las probabilidades de las diferentes posibles situaciones, o son conocidas parcialmente, por lo que tomar decisiones con base en factores de incertidumbre sin funciones de probabilidad es aún más complejo y, de hecho, más cercano a la realidad. De esta manera algunos decisores pueden considerar lo siguiente:

*Intervalos de incertidumbre:* el caso más simple es cuando se tiene que la incertidumbre de un valor está definida dentro un intervalo de tolerancia, por ejemplo cuando se conoce que la desviación del valor actual  $x$  no puede exceder el intervalo de tolerancia dado. En forma más precisa, significa que  $x$  pertenece al intervalo  $(X-\Delta, X+\Delta)$  sin embargo no se tiene información acerca de las probabilidades dentro este intervalo.

*Incetidumbre imprecisa:* en otras situaciones, además del intervalo que garantiza que contiene  $x$ , los expertos también pueden proporcionar intervalos más estrechos que contengan el valor de  $x$  con cierto nivel de confianza  $\alpha$ . Tal familia de intervalos es equivalente a la más tradicional definición de conjuntos difusos (Hung T , 2006).

Las técnicas de programación matemática tradicionales claramente no pueden resolver todos los problemas de programación imprecisa (Wanga, 2005). Zimmermann, fue el primero en introducir la teoría de conjuntos difusos dentro de

los problemas de programación convencionales en 1976. Sus estudios consideraron los problemas de programación lineal con objetivos difusos y restricciones difusas.

## **3.2 CONJUNTOS DIFUSOS EN LA TOMA DE DECISIONES BAJO INCERTIDUMBRE**

### **3.2.1 Concepto de Conjunto difuso**

La teoría de conjuntos difusos fue introducida por Lofti Zadeh al final de la década de los sesenta, con el propósito de proveer una herramienta capaz de describir los problemas con la imprecisión derivada de la ausencia de un criterio para distinguir claramente las diferentes categorías, mas que de la presencia de variables aleatorias.

Tras unos años de trabajo teórico principalmente, las primeras aplicaciones de conceptos difusos comenzaron a aparecer sobre todo en campos tales como el control, la representación de la información y las estrategias en la toma de decisiones. Al principio de la década de los ochenta, los investigadores japoneses exploraron la posibilidad de desarrollar aplicaciones industriales utilizando la lógica difusa. En unos pocos años, esta técnica se convirtió en parte integrante de la vida cotidiana (Zimmermann, 1991).

#### **3.2.1.1 Definiciones**

Un conjunto difuso es una extensión del concepto matemático que se tiene de conjunto (Klir and Yuan, 1995). Un conjunto determinista es definido por una función de pertenencia bivariada (o función de membresía)  $\mu$  la cual, cuando se aplica a cualquier elemento  $x$  del universo de discurso  $U$ , retorna el valor de verdadero si  $x \in A$ , y falso en caso opuesto.



En un corto ejemplo, sea el subconjunto  $A \in U$ , los valores pertenecientes al rango de valores entre 0 y 0.2. Una función característica de  $A$ , en la forma clásica de teoría de conjuntos, asigna el número 1 o 0 a cada valor de  $U$ , de acuerdo a si dicho valor pertenece o no al subconjunto  $A$ . La figura 3.1, muestra como los valores entre 0 y 0.2 obtienen un valor de 1 y los demás elementos de  $U$  que no pertenecen a  $A$  se les asigna un valor de 0.

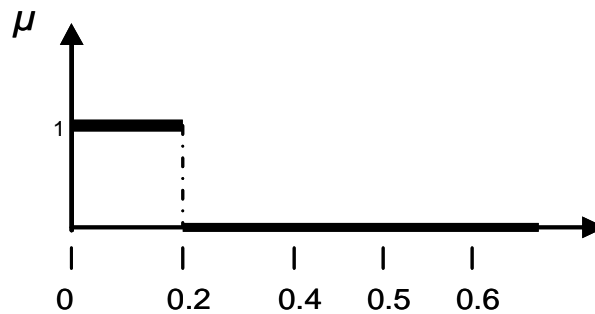


Figura 3.1. Función de membresía para un conjunto determinista

En contraste, la lógica difusa es una lógica multivalor, que permite valores intermedios entre evaluaciones convencionales como falso/verdadero, si/no, alto/bajo, etc. Nociones como bastante alto o muy rápido pueden ser formuladas matemáticamente y

En varias aplicaciones, estas funciones de pertenencia toman forma triangular o trapezoidal, lo cual significa que pueden estar definidas por tres o cuatro parámetros y que el grado de pertenencia de cualquier componente en el universo de discurso  $U$ , puede ser rápidamente calculado.

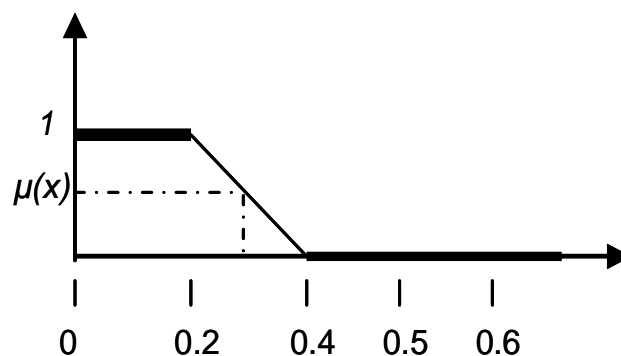


Figura 3.2. Función de membresía para un conjunto difuso

**Definición 1:** dado un conjunto  $X$ , un conjunto difuso de  $A$  en  $X$  es definido como una función  $\mu_a$ ,

$$\mu_a: X \rightarrow [0, 1] \quad (3.1)$$

$\mu_a$  es llamada función de pertenencia o de membresía de  $\bar{A}$  y  $\mu_a(x)$  es conocido como el grado de pertenencia de  $x$  dentro del conjunto dado  $\bar{A}$

**Definición 2:** El soporte de un conjunto borroso  $\bar{A}$  en un conjunto de discurso  $X$ , es el conjunto que contiene todos los elementos de  $X$  que tiene una función de pertenencia diferente a cero en  $\bar{A}$ , el cual se representa como:

$$\text{Sop } \bar{A} = \{x \in X : \mu_A(x) > 0\} \quad (3.2)$$

**Definición 3:** El conjunto de elementos deterministas que pertenecen al conjunto difuso  $\bar{A}$  al menos en un grado de  $\alpha$ , se denomina conjunto del  $\alpha$ - corte de  $\bar{A}$

$$\bar{A}^\alpha = \{x \in X : \mu_A(x) > \alpha\} \quad (3.3)$$

**Definición 4:** El valor superior de un conjunto difuso  $\bar{A}$  es definido como el mayor grado de membresía de uno o más elementos comprendidos dentro del conjunto

$$s(\bar{A}) = \sup (\mu_A(x)) \quad (3.4)$$

**Definición 5:** Un conjunto difuso es definido normal si

$$s(\bar{A}) = \sup (\mu_A(x)) = 1 \quad (3.5)$$

**Definición 6:** Un conjunto difuso  $\bar{A}$ , es determinado convexo si para todo los pares de puntos  $x_1, x_2$  en  $X$  su función de pertenencia  $\mu_A$ , satisface:

$$\mu_A(\lambda * x_1 + (1 - \lambda) x_2) \geq \min [\mu_A(x_1), \mu_A(x_2)] \quad (3.6)$$

En donde  $\lambda \in [0, 1]$

Por lo tanto, Un número difuso  $\bar{A}$  es un conjunto difuso si cumple las siguientes características:

- Es normal por lo que se debe cumplir que  $s(A) = \sup (\mu_A(x)) = 1$
- Tiene un mínimo de soporte  $\text{Sop } \bar{A} = \{x \in X : \mu_A(x) > 0\}$
- $\bar{A}$  es un conjunto cerrado para cada  $\alpha \in (0,1]$

Un número difuso triangular  $\bar{A}$ , puede ser designado con tres valores (a,b,c) con la siguiente función de pertenencia

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0 & x < a \\ \frac{x-a}{b-a} & a \leq x \leq b \\ \frac{c-x}{c-b} & b \leq x \leq c \\ 0 & x > c \end{cases} \quad (3.7)$$

Los números difusos triangulares son ampliamente utilizados en la modelización difusa debido a que pueden ser representados sin dificultad y manipulados usando métodos simples. Ver figura 3.3.

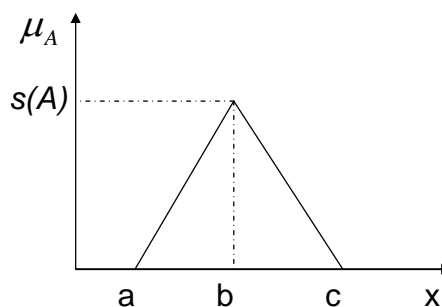


Figura 3.3 Número difuso triangular

Veamos un ejemplo:

Tómese un individuo  $x$  cuya edad sea de 20 años. Como se puede observar en la figura 3.4, pertenece al conjunto difuso joven y al conjunto difuso maduro. Se puede observar que posee un grado de pertenencia de 0.6 para el conjunto difuso joven y 0.4 para el conjunto difuso maduro. De este ejemplo se puede deducir que un elemento puede pertenecer a varios conjuntos a la vez, aunque en diferentes grados.

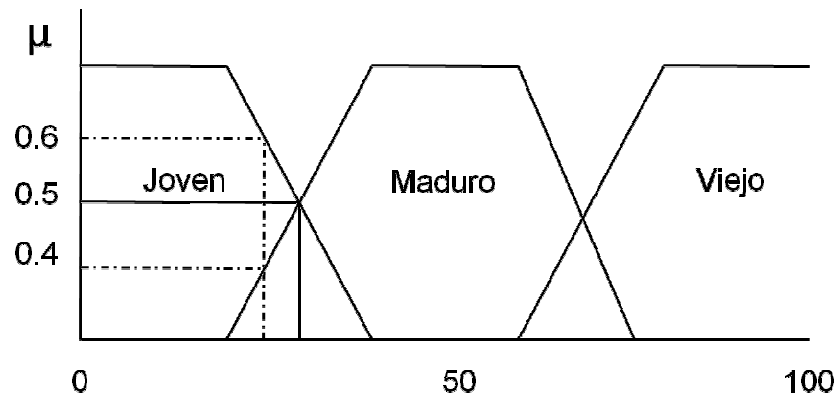


Figura 3.4. Representación de las edades como conjuntos difusos

### 3.2.2 Descripción de la incertidumbre

En ingeniería la incertidumbre es frecuentemente modelada mediante estadística, por ejemplo se usan distribuciones de probabilidad para modelar los parámetros involucrados. Esta aproximación es apropiada en situaciones caracterizadas por la disponibilidad de una gran cantidad de datos, pero es menos efectiva cuando un pequeño número de variables disponibles no son suficientes para describir la aleatoriedad de la variable. En este caso, es necesario realizar hipótesis con respecto a las posibles distribuciones de probabilidad, las cuales pueden estar incluso en conflicto con el actual proceso.

Frecuentemente, detalles relacionados con el proceso, como por ejemplo los tiempos de procesamiento, el tiempo necesario para llevar a cabo una acción de mantenimiento, etc, sólo pueden ser obtenidos mediante entrevistas a un experto, y puede ocurrir incluso que este experto carece de la competencia necesaria para proporcionar una descripción matemática de la tendencia de la variable de estudio, es decir que en la mayoría de las veces, el experto no podría dar esta información en un lenguaje tal que pueda ser modelado dentro de una función de probabilidad

Una herramienta alternativa para describir la incertidumbre es la teoría de conjuntos difusos, basada en sistemas de variables que pueden ser representadas mediante variables de formulación lingüística.

Las variables lingüísticas son representadas por:

$$(x, T, U, g, m)$$

En donde  $x$  es el nombre de la variable,  $T(x)$  es el conjunto de términos lingüísticos de  $x$  que están relacionados con la variable cuyo rango de valores está comprendida en el universo  $U$ ,  $g$  es una regla de sintaxis aplicada a la generación de términos lingüísticos y  $m$  es una regla semántica que asigna un significado a cada termino lingüístico .

En la figura 3.5, se ilustra una variable lingüística en la que  $T(x)$ , es representada por el conjunto (muy bajo,...,muy alto),  $U$  es el conjunto de posible valores que la variable  $x$  puede asumir,  $g$  es la regla de sintaxis que combina cada valor del conjunto  $T$  (muy bajo,..., muy alto) con el correspondiente conjunto difuso,  $m$  es una regla semántica usada para asignar el significado correcto a cada componente del conjunto  $T(x)$

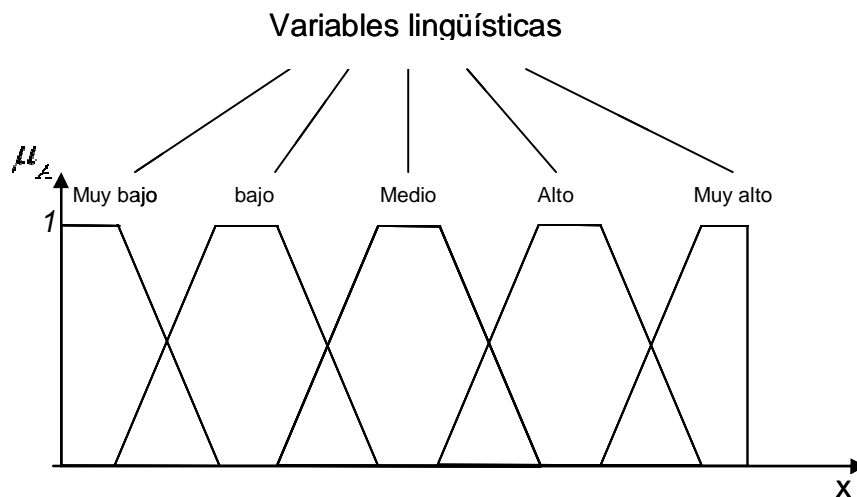


Figura 3.5. Estructura de una variable lingüística. (Tomado de Ross, 2004)

Basados en las variables lingüísticas, las indicaciones proporcionadas por un experto en el proceso, pueden ser rápida y sencillamente codificada utilizando

magnitudes matemáticas, es decir, conjuntos difusos, que describen la imprecisión de estos datos y que pueden ser manejadas con herramientas matemáticas apropiadas. Esto no significa automáticamente que las otras categorías de funciones no se adaptan para describir la incertidumbre; esto sólo quiere decir que comparativamente en una menor proporción estas funciones abarcan una amplia gama de situaciones típicas de los sistemas de estudios.

En los sistemas de producción, por ejemplo, la información lingüística que puede proveer un experto podría ser la frase “el procesamiento de la pieza  $x$  puede tomar cerca de 3 minutos”. Esta frase puede transformarse en un número difuso en el que el que el componente con el mayor grado de membresía es 3 (en la figura 3.6, muestra el conjunto difuso que representa la variable lingüística), similarmente la frase “el tiempo de procesamiento puede estar entre 3 a 5 minutos”, puede ser transformada en un conjunto difuso trapezoidal en el que los componentes con el grado de membresía mas alto están entre 3 y 5 (figura 3.7)

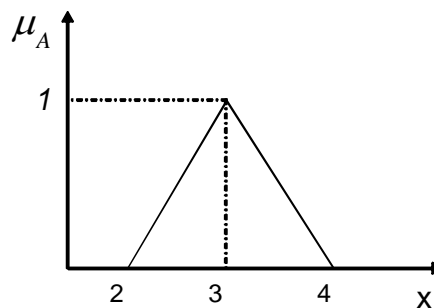


Figura 3.6. Número triangular difuso (el tiempo de procesamiento toma cerca de tres minutos)

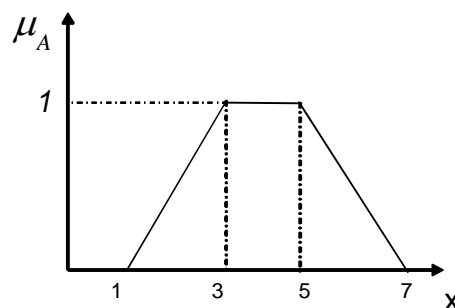


Figura 3.7. Número trapezoidal difuso (el tiempo de procesamiento puede estar entre 3 a 5 minutos)

## **4 APLICACIONES DE LA LÓGICA DIFUSA EN LA PLANIFICACIÓN DE LA PRODUCCIÓN- ESTADO DEL ARTE**

La comprensión humana de la mayoría de los procesos físicos, esta basada en razonamientos humanos imprecisos. Esta imprecisión (en comparación a los datos y la información precisa requerida por los computadores), no obstante es una forma de información que puede ser muy útil en el desarrollo de nuevas tecnologías. Hasta ahora, la habilidad para incluir este razonamiento en los problemas intratables y complejos es el criterio por el cual se juzga el uso de la lógica difusa (Bruccoleri, 2005). Sin lugar a dudas, esta habilidad no puede solucionar los problemas que requieren alta precisión (como por ejemplo: disparar un láser de precisión sobre decenas de kilómetros en el espacio, o tomar mediciones en escalas muy pequeñas), el impacto de la lógica difusa en estas áreas podría tomar años, e incluso no tener lugar (Glynn, 2005). Pero no todos los problemas requieren una alta precisión, como por ejemplo parquear un vehículo, controlar una intersección de tráfico, asignar varias tareas a una maquina o tener un acercamiento preliminar a un sistema complejo.

La precisión requerida en modelos y productos de ingeniería se traduce en que la producción y el desarrollo requieren altos costos y largos tiempos. Una mayor precisión implica un mayor costo. Al considerarse la utilización de la lógica difusa para un determinado problema, un ingeniero o científico debería reflexionar sobre la necesidad de aprovechar la tolerancia de la imprecisión dado que la alta precisión conlleva altos costos y, en algunas ocasiones, intratabilidad en los problemas Matta (2005).

### **4.1 TEORÍA DE CONJUNTOS DIFUSOS COMO METODOLOGÍA PARA LA SOLUCIÓN DE SISTEMAS COMPLEJOS**

Mientras los sistemas difusos son mostrados como aproximaciones universales de funciones algebraicas, este no es el atributo que los hace valiosos para la comprensión de nuevos o sofisticados problemas (Ross, 2004). Por el contrario, el principal beneficio de la teoría de conjuntos difusos es la aproximación al

comportamiento de sistemas donde las funciones analíticas o relaciones numéricas no existen. Por lo tanto, los conjuntos difusos tienen un alto potencial para entender muchos sistemas que carecen de formulaciones analíticas (sistemas complejos). Los sistemas complejos pueden ser sistemas que no han sido analizados, pueden ser sistemas relacionados con la condición humana tales como los sistemas biológicos o médicos, o pueden ser sociales, económicos o sistemas políticos, en los cuales la gran variedad de variables de entrada y salidas podrían no ser siempre capturadas analíticamente o controladas en algún sentido convencional. Además, las relaciones entre las causas y efectos de estos sistemas generalmente no son entendidos, pero generalmente sí pueden ser observados (Ross, 2004).

Desde su formulación hace más de 40 años, la teoría de los conjuntos difusos ha emergido como una ponderosa herramienta para representar cantidades y manipular la imprecisión en los procesos de toma de decisiones. Los estudios realizados en una gran cantidad de campos en los cuales son aplicados los conceptos difusos, han permitido divulgar y desarrollar esta teoría de manera más efectiva en innumerables centros de investigación del mundo los cuales han aplicado los conceptos difusos en la ingeniería, los negocios, la medicina y ciencias de la salud, ciencias naturales, entre otros campos. En el anexo 1, se presentan algunas organizaciones y centros de investigación sobre lógica difusa en el mundo.

## **4.2 TEORÍA DE LOS CONJUNTOS DIFUSOS EN LA PLANIFICACIÓN DE LA PRODUCCIÓN**

En un esfuerzo por obtener una mejor comprensión del uso de la teoría de la lógica difusa en la ingeniería industrial y más específicamente en el campo de la planificación de la producción se proporciona en este capítulo una revisión de la literatura y se mencionan algunos centros de investigación que actualmente trabajan en la divulgación y desarrollo de la lógica difusa.

El uso de la teoría de los conjuntos difusos como una metodología para el modelado y análisis de sistemas de decisión es de particular interés para



investigadores en ingeniería industrial, debido a la capacidad para permitir un análisis cualitativo y cuantitativo de los problemas que implican vaguedad e imprecisión. Es así como muchas de las áreas de la ingeniería industrial como la programación de trabajos, balanceo de línea, planeación de la producción, diseños de plantas, control de calidad, etc, han sido investigados usando teoría de conjuntos difusos. A continuación se presenta un resumen de algunas de las investigaciones o artículos que se han publicado al respecto.

#### **4.2.1 Manufactura**

Los modelos de lógica difusa aplicados a la manufactura se basan en la interacción del ejecutor y el analista en la toma de decisiones conducentes a dar una solución satisfactoria al problema (Vasant, 2004). En los procesos de decisión mediante los modelos de programación lineal difusa las fuentes de información son imprecisas. Por ejemplo las horas maquinas necesarias para la realización de una tarea, la mano de obra, el rendimiento de los materiales y así sucesivamente en un centro de fabricación son siempre imprecisos debido en parte a información incompleta y a la incertidumbre que puede existir con los proveedores y el entorno, por lo tanto este tipo de problemas debe resolverse mediante la aplicación de la teoría de conjuntos difusos. A continuación se hace un resumen de algunos de los trabajos que usan los modelos difusos para la solución de problemas en el campo industrial:

Kahraman et al. (2004) propone algunos modelos difusos basados en valores presente difusos para medir la flexibilidad de fabricación. Estos modelos son básicamente modelos de decisión de ingeniería económica en los que la incertidumbre de los flujos de efectivo y las tasas de descuento se especifican como números difusos triangulares. En estos modelos se cuantifican, asignando valores difusos, elementos como la mejora continua, los controles de trabajos en proceso, control de la fuerza de trabajo, entre otros; de esta manera el concepto de flexibilidad toma un valor menos ambiguo e intangible que permite obtener resultados más reales en sistemas de manufacturas integrados a los computadores.

Chang y Liao (2002) presentan un nuevo enfoque mediante la combinación de mapas autoorganizativos y reglas difusas para la predicción del tiempo de flujo en una fábrica de semiconductores. El tiempo de flujo de una nueva orden es altamente relacionado al estado de la planta; sin embargo, en los procesos de producción de semiconductores es muy complicado además de que se involucran cientos de pasos de producción. Por lo tanto no hay una función, hasta el momento, que identifique entre el tiempo de flujo de una orden y el estado de la planta; por lo tanto se desarrolla un modelo simulado para incluir los tiempos de flujo y el estado de la planta dentro de un mapa autoorganizativo para su respectiva clasificación y análisis. A continuación, es seleccionada una base de reglas difusas para su correspondiente aplicación en la predicción de tiempos de flujos

Gholamian y Ghomi (2005), estimulan la investigación empírica en el impacto general de los sistemas inteligentes en aspectos de manufactura. Para lograr este objetivo, se proporciona un esquema de una aplicación inteligente para cada aspecto como marco de estructura base, es decir, el conocimiento de aplicaciones inteligentes en ese campo específico. Luego, desarrollan una red semántica para una manufactura inteligente basada en un sistema de manufactura de estructura jerárquica para proveer un conocimiento más amplio de las aplicaciones de la manufactura inteligente. El análisis de la red semántica indica un incremento en las aplicaciones de sistemas de información en los aspectos de producción.

#### **4.2.2 Planeación de la producción:**

Con el fin de administrar los sistemas de producción, son empleadas técnicas de planificación y control de la producción en varias dimensiones como la demanda, la administración de inventarios, la planeación agregada, planeación de materiales y recursos. En la literatura se encuentra un alto número de artículos e investigaciones sobre la aplicación de la lógica difusa en la planeación y control de la producción, a continuación se mencionan alguno de ellos:

Samanta and Al-Araimi (2001) proponen un modelo de control de inventario con cantidad de pedido variable. El modelo considera la dinámica del sistema de

producción e inventario en un control de enfoque teórico. El modulo de control combinan la lógica difusa con el algoritmo de control *derivado proporcional integral* (PID). El modelo simula el sistema de apoyo a la decisión para mantener el inventario del producto terminado en el nivel deseado a pesar de las variaciones de la demanda.

Tang et al. (2000) presentan un modelo de planeación agregada de la producción multiproducto con demanda y capacidades difusas; considerando que la demanda es difusa en cada período del horizonte de planeación. El objetivo del problema considerado es la minimización del costo total que incluye los costos cuadráticos de producción y los costos lineales de almacenamiento de inventario. A través de la formulación de la demanda difusa, la ecuación de balance del inventario de producción en una etapa y la ecuación de balance dinámico, son formuladas como ecuaciones flexibles con planes de producción e inventarios que satisfacen la demanda. Como resultado, el problema de planeación agregada de la producción con demanda y capacidades difusas puede ser modelado dentro la programación cuadrática difusa con objetivos y restricciones difusas.

Escudero et al. (2001) presentan la estructuración de un modelo para optimizar la producción, el ensamble y la distribución en un problema de planificación en la cadena de suministro con incertidumbre en la demanda del producto, los costos de los componentes y el tiempo de entrega en el sector automotriz. El modelo elegido es un problema multiperiodo, multiproducto y multinivel en el cual se usa un análisis de dos escenarios basados en aproximaciones parciales de recursos, en el cual las políticas de producción, ensamble y distribución de la cadena de suministros puede ser implementada dando un conjunto inicial de periodos de tiempos, tal que la solución para los otros periodos no es necesaria para ser anticipada y, luego, depende del escenario que ocurra. En cualquier caso, se toma en consideración todos los escenarios dados.

Tadic (2005), presenta un nuevo modelo matemático multicriterio difuso para la selección de la mejor política de reordenamiento de materia prima en una cadena de suministro. El problema considerado es parte de un plan de compras de la compañía en un ambiente de incertidumbre. El criterio de optimización seleccionado describe las medidas de desempeño relacionadas con políticas de reordenamiento y sus diferentes importancias relativas. El modelo asume que los valores de los criterios de optimización son vagos e imprecisos. Se describe por lo

tanto el uso de números difusos discretos y expresiones lingüísticas. Las expresiones lingüísticas son modeladas por conjuntos difusos discretos. Las mediciones que definen que una política de reordenamiento es mejor que otra, son definidas por comparación de números difusos

Rajal Alex (2007), describe en su trabajo la estimación de un punto difuso que refleja la medición subjetiva de un número real o un intervalo de números reales y un nuevo conjunto de definiciones para operaciones aritméticas con puntos difusos. Alex (2007), proporciona un nuevo modelo que involucra la incertidumbre en la administración de la cadena de suministros; con el uso de estrategias estacionarias establecidas por el autor, el nivel de las ordenes de pedidos se calcula por medio de formulas directamente sobre cierto estado estacionario y luego la solución óptima es extendida a la cadena de suministro.

Lan, Liu (2008) consideran una nueva clase de problema de planeación de la producción multiperiodo con niveles de servicio, en donde un fabricante tiene un número de plantas y subcontratistas para satisfacer la demanda de sus productos de acuerdo al nivel de servicio exigido por sus clientes. En el problema propuesto la demanda y los costos son inciertos y son asumidos como variables difusas con distribuciones de probabilidad conocida. El objetivo es minimizar el costo total esperado, el cual incluye el valor esperado de la suma de los costos de almacenamiento y producción en el horizonte de planificación. Dado que la optimización del modelo resultante es muy compleja para ser solucionada por algoritmos convencionales, los autores sugieren un *enfoque de aproximación* para evaluar la función objetivo. Después de esto, se presentan dos algoritmos para solucionar el problema de producción propuesto. El primero es la combinación de un algoritmo PSO (optimización basada en cúmulos de partículas) con el *enfoque de aproximación* y el segundo algoritmo es un algoritmo PSO híbrido integrado con el enfoque aproximado y redes neuronales.

Jamalnia y Soukhakian (2008), presentan un caso de estudio de un modelo de programación no lineal difuso multiobjetivo (el cual incluye objetivos cualitativos y cuantitativos), para un problema de planeación agregada de la producción en un ambiente difuso, además se dan diferentes prioridades en las metas que se desean cumplir. Usando un interactivo proceso de decisión, el modelo propuesto intenta minimizar los costos totales de producción, almacenamiento y retención de ordenes y costos de cambios en la fuerza laboral (objetivos cuantitativos) y

maximiza la satisfacción de los clientes (objetivo cualitativo) con respecto al nivel de inventarios, capacidad de maquinas y espacio del almacén.

Wanga y Liang (2005) presenta un modelo interactivo de programación lineal con un enfoque probabilístico para resolver un problema de planeación agregada de la producción con una estimación imprecisa de la demanda, relacionando costos operacionales y capacidad. El enfoque propuesto intenta minimizar los costos totales con referencia al nivel de inventarios, labores en tiempo suplementario, subcontratación y nivel de ordenes retrasadas, capacidad de maquinas y almacén. Dicho modelo usa la estrategia de minimizar simultáneamente el costo total de imprecisión, maximizando la posibilidad de obtener costos muy bajos y minimizado el riesgo de obtener un costo total alto. El propósito del problema de programación lineal es proporcionar una eficiente planeación agregada y sobre todo un grado de satisfacción de quien toma la decisión de acuerdo con los valores de las metas determinadas. En otra aplicación ambos autores Wang y Liang (2004) desarrollan un modelo difuso de programación lineal multiobjetivo para solucionar un plan agregado de producción en un ambiente difuso. Los principales objetivos es minimizar los costos de producción, costos de almacenamiento y costos de retrasos generados por el cambio en los niveles de trabajo, inventario, capacidad, espacio de almacenamiento y el valor del dinero en el tiempo.

Petrovic et. Al (2008) trató de identificar el nivel de existencias y las cantidades a ordenar en una cadena de suministro, con un análisis de dos fuentes de incertidumbre: "la demanda de los clientes" y "abastecimiento externo de materias primas"; este modelo busca la reducción de costos en los procesos de fabricación y en general en la cadena de suministros. Otra aplicación en la cadena de suministro es presentada por Arango D. et al. (2008) quienes aplican conceptos difusos para decidir sobre la destinación de recursos en estrategias de ventas o de compras cuyos resultados son difusos.

En 1981 Dan B Rinks emplea reglas lingüísticas del tipo if- then en modelos de planificación agregada, técnica que es complementada y mejorada con los trabajos de I. Burhan turksen (Mula, 13). Gen, M. Tsujimura en 1992 presenta un modelo de programación matemática difuso para la planificación agregada con múltiples objetivos. Lee et al. (1991) introducen la aplicación de la teoría de los conjuntos difusos al problema del dimensionado del lote en un sistema MRP de una única etapa. Reynoso et al. (2002) presentan un primer enfoque sobre un

MRP II basado en la lógica difusa y la teoría de la posibilidad para el tratamiento de la incertidumbre y la imprecisión de la demanda. Mula (12) proporciona un nuevo modelo de programación lineal, denominado MRPDet, para la Planificación de la Producción a medio plazo en un entorno de fabricación MRP con restricciones de capacidad, multi-producto, multi-nivel y multi-período. Pandian Vasant (2002), usa una curva-s como función de pertenencia para la selección de una mezcla de productos en una fabrica de chocolates en donde la información con la que se cuenta es imprecisa o difusa.

Fazel (2007), presenta un modelo de programación lineal difusa de seis componentes: tres proveedores, un departamento de compras, una planta de producción y un departamento de mercadeo y ventas. El objetivo es maximizar las ganancias en la cadena de suministros a través del desarrollo de varios modelos de programación lineal difusa; dicho modelo se centra en el papel del departamento de compras para la consecución de materia prima más económica, con mejores tiempos de entrega y de mejor calidad, y el rol del departamento de mercadeo y ventas para el aumento en la demanda del producto, con precios de venta altos. Las inversiones en estos dos departamentos disminuyen en proporción diferente lo que la empresa debe invertir en la planta de producción para lograr competitividad.

Takashi Hasuike (2008) examina varios modelos de problemas de decisión de mezcla de productos y problemas de planeación de la producción en condiciones de incertidumbre. La aleatoriedad en estos modelos es asumida desde el análisis estadístico basado en datos históricos, la ambigüedad en las decisiones tomadas por los decisores, la calidad de la información recibida y la flexibilidad en el cumplimiento del plan actual. Para esto, los modelos son desarrollados con elementos de análisis estocásticos, lógica difusa y teoría de restricciones.

Arango et al. (2009) presentan un modelo de planeación de la producción multinivel, multiperiodo en contextos de incertidumbre, en el que se busca realizar los lanzamientos de pedidos tan tarde como sea posible pero sin sobrepasar las fechas de requerimiento. Inicialmente se aborda el modelo con valores difusos al lado derecho de las restricciones y luego se presenta otra solución difusa considerando coeficientes imprecisos en las restricciones

### 4.2.3 Programación de la producción

Chanas and Kasperski (2004), consideran un problema de programación de una maquina con parámetros dados en forma de números difusos. Se asume que el programa optimo de este problema no puede ser determinado con precisión. Por lo tanto los autores introducen los conceptos de *optimización necesaria* y *optimización posible* de un programa dado. El grado de optimización necesaria y posible mide la necesidad y posibilidad de que un programa sea optimo.

Adenso Díaz et al. (2004), presenta una jerarquía de modelos para implementar en los departamentos de planta de la industria del acero, se centra en el calculo de la prioridad de los rollos de acero a producir. Un modelo difuso es desarrollado e implementado en un ambiente real, que permite la simulación de comportamientos expertos, considerando las características de un ambiente con información imprecisa.

La mayoría de los productos pueden ser ensamblados de varias maneras, lo que significa que el mismo producto puede ser realizado por diferentes secuencias de operaciones de ensamble. Diferentes grados de dificultad son asociados con cada secuencia de ensamble y tales dificultades son causadas por las diferentes limitaciones mecánicas generadas por la diferente secuencia de operaciones. En el pasado, algunos intentos han sido realizados para representar y enumerar el grado de dificultad asociado con una secuencia de ensamble (en la forma de número triangular difuso) utilizando el concepto de grafico de ensamble. Sin embargo tales sistemas de representación no poseen la capacidad para modelar la motivación y preferencias de los usuarios. Ben-Arieh et al. (2004) presenta un modelo de redes Petri el cual combina las capacidades de modelación, planeación y evaluación de desempeño para las operaciones de ensamble. Esta herramienta de modelamiento puede representar los aspectos relacionados con el grado de dificultad asociado con la secuencia de ensambles.

Hop (2006) aborda un modelo de balanceo de línea con tiempo de procesamiento difuso; y formula un método de programación lineal binaria difusa para su solución. Dada la naturaleza compleja en el manejo de los cálculos difusos, una nueva operación aritmética difusa es presentada: Un método heurístico para resolver este problema basado en los números difusos agregados y limitaciones de

procedencia. La idea general de este enfoque es organizar los trabajos en una secuencia óptima para el cambio de procedimientos en diversas secciones. Luego los trabajos son asignados a cada estación de trabajo con base en los números difusos agregados con la consideración de las restricciones tecnológicas y el tiempo de ciclo límite.

Muchos aspectos de los problemas de planeación y programación y los procesos se presentan como aproximaciones de la teoría de los conjuntos difuso. La planeación agregada difusa, por ejemplo, permite que la imprecisión pueda ser incluida en la determinación de la demanda externa y los parámetros asociados con ejecuciones de ordenes, costos de retrasos y perdidas de ventas para la formulación de los problemas (Ross, 2004). Las declaraciones lingüísticas de tipo "if-then" pueden ser incorporadas dentro los planes o programas como reglas de decisión como medio para introducir los juicios y las experiencias de los tomadores de decisión en el problema. De esta manera, la teoría de conjuntos difusos aumenta el realismo del modelo y mejora la aplicación de modelos de planificación y programación en la industria (Ross, 2004).



## **5 ESTRUCTURACIÓN DE UN MODELO DE PLANIFICACIÓN DE LA PRODUCCIÓN DETERMINISTA.**

Como bien se ilustra en los capítulos 2 y 3, la planificación de la producción se desarrolla de manera jerárquica, lo que permite tener una visión de todos los elementos que componen el sistema de producción de manera desagregada facilitando su comprensión y manejo. Para la estructuración de un modelo que ilustre de manera apropiada los conceptos en lógica difusa que se desean abordar en esta tesis, se partirá del análisis de tres modelos de planificación que serán la base de un nuevo modelo de un plan de requerimiento de materiales (MRP, por sus siglas en inglés) con limitaciones de capacidad, multietapa, multiperiodo y multiproducto.

Los tres modelos se basan en programación lineal entera mixta para modelar problemas de planificación de la producción, dichos modelos son los propuestos por Shapiro (1989), Pochet (2001) y Graves (1999). El modelo MRP determinista que será planteado para futuros análisis, incluye elementos de estos tres modelos.

### **5.1 ANÁLISIS DE MODELOS DE PLANIFICACIÓN DE LA PRODUCCIÓN**

Clásicamente los costos de producción exhiben alguna economía de escala que son modelados a través de una función de costos fijos. Esto es, el costo de producción de un lote

En los entornos de fabricación industriales, tienen lugar los problemas de planificación de la producción en cuanto a decisiones relacionadas con los tamaños de los lotes de producción de los distintos productos para la fabricación o proceso, o sobre el momento apropiado para producir los respectivos lotes y en ocasiones, sobre las máquinas e instalaciones en las cuales producir. Estas decisiones de producción frecuentemente se toman mirando la relación financiera y el nivel de servicios o la satisfacción de objetivos. En la planificación de la producción y la dirección de operaciones, los objetivos son por lo general representados por los costos de la producción (máquinas, materiales, mano de obra, costos de preparación, gastos generales) y costos de inventario (Costos de oportunidad de la inversión o dinero inmovilizado, seguros). Los objetivos de servicio al cliente están representados por la capacidad para entregar el producto correcto y la cantidad ordenada en la fecha y lugar prometida. El objetivo final de cualquier modelo es proporcionar herramientas que permitan establecer un mejor plan y controlar el flujo de materiales e información al interior de la empresa.

Estos problemas de planificación de la producción abundan en la práctica, y la literatura contiene muchos métodos, algunos de ellos heurísticos y exactos, que aproximan a soluciones óptimas. El objetivo en esta sección es presentar tres de estos modelos los cuales servirán de base para la construcción de un modelo MRP con restricciones de capacidad.

### 5.1.1 Modelo Jeremy F. Shapiro

El autor aplica un modelo de optimización agregada para los usuales MRP y MPS. Esto es, en virtud del supuesto realista de que la disponibilidad de materiales se acumula en el tiempo, se trata de encontrar una estructura óptima de producción para la mayoría de las operaciones rentables sujetas a las variaciones de la demanda y las restricciones de capacidad; el estudio que presenta esta basado en el problema de administración para producir cientos de productos a partir de cientos de componentes individuales. Los problemas MRP llegan a convertirse en extremadamente complejo para un sistema manual.

Si bien existe una gran cantidad de problemas que han sido modelados, estos aún tienen poca aplicación debido a la magnitud y complejidad que los acompaña, lo que dificulta aún más su optimización; sin embargo esta dificultad técnica ha venido desapareciendo gradualmente en la medida en que se obtienen nuevos avances en sistemas de información.

Shapiro representa un modelo de manufactura de piezas discretas multietapa, multiproducto, en el cual la función objetivo es evitar los inventarios, las preparaciones y los trabajos en horarios extras con el fin de obtener el mínimo costo.

$$\text{Min } z: \sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T (h_i y_{it} + s_i \delta_{it}) + \sum_{k=1}^K \sum_{t=1}^T (d_{kt} o_{kt}) \quad (5.1)$$

Sujeto a:

$$y_{i,t-1} + f_i x_{i,t-l_i} - y_{it} - \sum_{j=1}^N a_{it} x_{it} = r_{it} \quad (5.2)$$

$$\sum_{i=1}^N (b_{ik}x_{it} + s_{ik}\delta_{it}) - o_{kt} \leq c_{kt} \quad (5.3)$$

$$x_{it} - q_{it}\delta_{it} \leq 0 \quad (5.4)$$

Las primeras restricciones, son generalizaciones de las restricciones de balance de inventario. El inventario final de cada artículo  $i$  en cada período  $t$  es igual al inventario al inicio del período más la producción (siendo  $f_i$  el factor de rendimiento) del componente  $i$  en el período  $t-l_i$  (la variable  $l_i$  hace referencia al tiempo de suministro del artículo  $i$ ) menos la demanda externa e interna del componente en ese período. Las siguientes restricciones se refieren a las limitaciones de capacidad y de preparación.

Un modelo de este tipo, multietapa, multiproducto puede alcanzar un enorme tamaño; si  $N=1000$ ,  $T=13$  y  $K=50$  el modelo podría tener 26650 restricciones, 52650 variables continuas y 2600 variables dicotómicas. Por lo tanto es apropiado resaltar que el autor señala que dicho modelo puede ser simplificado usando el método de descomposición de Bender y de relajación de Langrange, lo que permite que el modelo así planteado se simplifique.

Este tipo de modelos multietapa, multiproducto permiten el uso de estructuras de productos y la imposición de limitaciones de capacidad, es por esto que varios autores han buscado formas para simplificar el modelo a través de métodos heurísticos y algoritmos de programación dinámica.

### 5.1.2 Modelo Yves Pochet

Pochet (2001), examina un modelo de lotificación multiproducto, multinivel con capacidad finita que puede ser visto como la integración de un modelo de planificación agregada para productos terminados y otro para productos intermedios y materia prima con capacidad ilimitada. El propósito es la optimización simultánea de la producción y compra de todos los productos (desde la materia prima a los productos finales), con el fin de satisfacer para cada ítem la demanda externa o independiente, la cual comienza desde los clientes y la

demanda interna o dependiente que inicia desde otros artículos, sobre un horizonte de planeación de corto plazo.

La dependencia entre los artículos es modelada a través de la definición de la estructura del producto, también llamada lista de materiales.

La formulación general para el modelo de planificación de recursos de materiales resultantes es la siguiente:

$$\text{Min } z: \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^P (p_{i,t}x_{i,t} + f_{i,t}y_{i,t}) + h_{i,t}s_{i,t} \quad (5.5)$$

Sujeto a:

$$s_{i,t-1} + x_{i,t-l_t} = d_{i,t} + \sum_{j \in s(i)} r_{i,j}x_{j,t} + s_{i,t} \quad (5.6)$$

$$\sum_i^P \alpha_{i,k}x_{i,t} + \sum_i^P \beta_{i,k}y_{i,t} \leq L_{k,t} \quad (5.7)$$

$$x_{i,t} \leq My_t \quad (5.8)$$

$$x_{i,t}, s_{i,t} \geq 0, y_{i,t} \in \{0,1\} \quad (5.9)$$

Para cada período  $t$ , las variables decisión: tamaño del lote de producción  $x_t^i$ , la variable binaria  $y_t^i$  producir o no producir y el inventario al final del período  $t$   $s_t^i$  son multiplicados por los costos que cada una conlleva  $p_t, f_t, h_t$ , respectivamente.

La función objetivo es entonces minimizar la suma de unidades de producción, los costos fijos y los costos unitarios de almacenamiento satisfaciendo la demanda  $d$  para cada artículo  $i$  en el período  $t$ .

El dato  $L_t^k$ , representa la capacidad disponible del recurso  $k$  en el período  $t$ . los valores de  $\alpha^{ik}$  y  $\beta^{ik}$  representan respectivamente la cantidad del recurso  $k$  consumida por el artículo  $i$  producido y la preparación para dar inicio a la producción del artículo  $i$ . el coeficiente  $\beta^{ik}$  es frecuentemente llamado tiempo de preparación del artículo  $i$  en el recurso  $k$  y representa el tiempo gastado para

preparar el recurso  $k$  justo antes de producir un lote del artículo  $i$ . Por otro lado  $\alpha^{ik}$  puede también ser usado para representar economías de escala en el factor de productividad del artículo  $i$  en el recurso  $k$ .

### 5.1.3 Modelo Stephen C. Graves

Graves (1999) analiza un modelo multiartículo con demanda independiente, múltiples recursos compartidos, multiperíodo y con costos lineales, cuya función objetivo es disminuir los costos variables y de almacenamiento para todos los artículos en el período de planeación  $T$ . en dicho modelo se adicionan costos variables de la fuerza de trabajo a la función objetivo, junto con los costos de contratación y despidos. Los costos de contratación pueden incluir gastos por encontrar y atraer personas a contratar y gastos en el período de entrenamiento. Mientras que los costos de despido están asociados con las indemnizaciones correspondientes, reentrenamiento de trabajadores, pérdida de productividad debido a la pérdida de ánimo en los trabajadores.

$$\text{Min } z: \sum_{t=1}^T cw_t w_t + ch_t h + cf_t f_t + \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^I (cp_{i,t} p_{i,t} + cq_{i,t} q_{i,t}) \quad (5.10)$$

Sujeto a:

$$\sum_{i=1}^I a_i p_{i,t} - w_t \leq 0 \quad (5.11)$$

$$w_{t-1} + h_t - f_t - w_t = 0 \quad (5.12)$$

#### Variables de decisión:

$W_t$ : nivel de fuerza laboral en el período  $t$

$H_t$ : personas a contratar en el período  $t$

$F_t$ : personas a despedir en el período  $t$

$p_{it}$ : producción del artículo  $i$  en el período  $t$

$q_{it}$ : inventario del artículo  $i$  al final del período  $t$

**Parámetros:**

$T, I$  número de periodos y artículos respectivamente

$d_{it}$ : demanda del artículo  $i$  en el período  $t$

$cp_{it}$ : costos unitario variable del artículo  $i$  en el período  $t$

$cq_{it}$ : costo unitario de almacenamiento del artículo  $i$  en el período  $t$ .

$cw_t$ : costo de unitario variable de la fuerza de trabajo en el período  $t$

$c_{ht}$ : costo variable por contratar un empleado en el período  $t$

$c_{ft}$ : costo variable por despedir un empleado en el período  $t$

El modelo puede ser ampliado al considerar otros recursos y teniendo en cuenta que puede haber limitaciones en los nuevos trabajadores que son contratados, debido a las necesidades de formación que demandan. Es decir las nuevas personas contratadas podrían ser menos productivas por lo que se podría considerar definir algunas categorías para la mano de obra con base en el nivel de experiencia e incluirse en el modelo anterior.

**5.2 COMPARACIÓN DE LOS MODELOS**

Los tres modelos están basados en la satisfacción de la demanda dado que ninguno de ellos incluye retraso de ordenes o demanda insatisfecha. El principal objetivo para los tres es el de minimizar los costos totales, aunque con enfoques diferentes.

En el modelo de Shapiro, por ejemplo, la función objetivo incluye los costos de inventarios, de preparación y los costos que tienen lugar cuando se excede parte de la capacidad definida (p.e horas extras) mientras que en Pochet y Graves se incluyen otros costos variables como los de producción.

En el enfoque dado por Graves, los costos de la fuerza de trabajo es agregado en el modelo, al igual que los gastos por contratar y despedir trabajadores; aspectos que no están definidos en los otros dos modelos.

Los costos de preparación por su parte sólo se definen en los modelos Shapiro y Pochet y los tres incluyen en sus funciones objetivos los costos de inventario. En Pochet y Shapiro se tienen definidas restricciones para las limitaciones de capacidad, sin embargo en Graves este aspecto puede ser fácilmente incluido.

Si bien los tres modelos son multiproducto, en Graves sólo se consideran productos finales con demanda independiente contrario a los modelos de Shapiro y Pochet en los cuales se parte de una lista de materiales para definir las restricciones en la demanda interna de los productos.

### **5.3 ESTRUCTURACIÓN DE UN MODELO DE PLANIFICACIÓN DE LA PRODUCCIÓN DETERMINISTA.**

El propósito de la presente sección es definir un problema de optimización de la planificación de la producción para ser resuelto con programación lineal mixta. Dicho problema de planificación, estará basado en los modelos analizados en la sección anterior.

La complejidad de un sistema MRP se traduce en la gran cantidad de información que es necesario manipular para administrar apropiadamente los procesos productivos. Esta información surge de los diferentes y variados productos y componentes que deben ser comprados, almacenados, procesados y distribuidos en un tiempo y secuencia que represente menos costos y por ende mayor utilidad. Es necesario conocer, por lo tanto, con anticipación la siguiente información:

- ✓ *Tiempo de suministro*: que es una estimación del tiempo transcurrido entre la liberación de un pedido a planta o a un proveedor y la recepción de los artículos.
- ✓ La cantidad mínima de producción o de compra.
- ✓ *El actual nivel de inventario*
- ✓ *Los componentes necesarios*, que se refiere a menudo como una lista de materiales (BOM).

Esta lista puede parecer corta, pero su obtención y mantenimiento es a veces complicada dado que en muchas ocasiones es necesario personal permanentemente actualizando dicha información.

En un modelo de planeación MRP, el análisis parte de considerar inicialmente los artículos finales de tal forma que ningún ítem es considerado en el plan antes que el artículo que lo contiene como un componente, a continuación se procede con cada una de las partes y se anticipa la necesidad de dicho componente,

seguidamente se puede determinar a través de los tiempos de suministros (o procesamiento) cuándo debe ser liberado la orden de pedido. En definitiva el plan de producción se hace para satisfacer la demanda de un producto, lo cual crea a su vez demanda de los ítems que lo componen y así sucesivamente.

La información central en un modelo MRP, es la lista de materiales la cual puede ser representada de manera analítica por la notación  $R(i,j)$ , esto es el número de componentes  $i$  necesarios para fabricar el componente  $j$ . Esta notación supone que cada componente está debidamente identificado. Por otro lado se define  $P$  como el número de artículos (finales y componentes) presentes en la lista de materiales. Las unidades de tiempo típicamente están definidas para días o semanas; mientras que  $T$  es el número de períodos (días, semanas...) en el modelo de planificación. En un MRP típico,  $T$  puede estar definido para unos pocos meses o años y dado que también puede representar el último período a considerar en el proceso planeado, puede ser referido como el *horizonte de planeación*.

Se usará la notación  $LT(i)$ , para indicar el número de periodos de tiempos que es necesario esperar desde el lanzamiento de una orden para el artículo  $i$  hasta la recepción de dicho pedido.

Otra información igualmente necesaria para construir el modelo MRP es la demanda externa del producto  $i$  en el período  $t$ , y que se denotará como  $D(i,t)$ . Esta demanda es claramente necesaria para los productos finales, sin embargo en algunas situaciones la demanda externa también puede ser aplicable a los componentes los cuales serán distribuidos como repuestos para mantenimientos internos o ser vendidos a los clientes o competencia. La demanda externa de los diferentes productos es llamada Plan Maestro de Producción.

Inicialmente el modelo tiene sólo una variable de decisión  $x_{it}$ , la cual representa la cantidad de artículos  $i$  que deben empezar a producirse en el período  $t$ . adicional a  $x_{it}$  es necesario crear otra variable que indique si un lote del artículo  $i$  se iniciara en el período  $t$ , esta variable estará definida como  $\delta_{i,t}$ . Esta variable parecería redundante con  $x_{it}$ , sin embargo no son equivalentes, dado que  $\delta_{i,t}$  toma el valor de 1 en caso de iniciar producción del artículo  $i$  ó 0 en caso contrario.

Aunque frecuentemente se define el MRP como una herramienta de planeación, también puede ser definida como una herramienta de programación. En muchos problemas no hay plena certeza de que se tendrá la suficiente capacidad para



realmente llevar a cabo el plan establecido en el sistema MRP. De hecho, las limitaciones de capacidad para los sistemas de producción ponen de manifiesto uno de los principales inconvenientes para la aplicación efectiva de un MRP. Es por esta razón que se hace necesario ampliar los sistemas MRP para incluir información acerca de la capacidad disponible y la necesidad que cada artículo. Cada recurso de producción es ingresado al modelo junto con la capacidad máxima que puede alcanzar durante el período de tiempo, por lo tanto la máxima producción de un recurso durante un período de tiempo es su capacidad. En una planta de producción, la capacidad de producción puede ser medida en horas, toneladas, número de piezas, etc. En el modelo se representara la fracción del recurso  $k$ , en una unidad de tiempo necesaria para producir un artículo  $i$ ,  $U(i,k)$ .

### 5.3.1 Función objetivo

Para la construcción de la función objetivo, es necesario aclarar que sólo se hará uso de los costos marginales, es decir sólo se incluirán los costos que pueden cambiar como resultado de las decisiones tomadas. El costo de las materias primas, por ejemplo, no se incluirá dado que los gastos en este aspecto se hacen con independencia del plan elegido. Igualmente en la mayoría de las situaciones puede excluirse los costos del tiempo regular de trabajo. Además, al menos en el corto plazo, la planificación de la mano de obra, en cuanto a contrataciones y despidos, tiene poca incidencia en los costos del plan por lo que puede ser separado del modelo.

Con el fin de construir una función objetivo que tenga en cuenta las cantidades retrasadas, se debe diferenciar entre el inventario positivo y negativo. Con este se establece que el inventario negativo es  $I^-$ , esto si  $I < 0$ , y  $I^+$  en caso que  $I > 0$ .

Los costos de almacenamiento del producto  $H_i$ , de preparación de pedidos  $C(i)$ , de retraso en las ordenes  $A(i)$ , y el costo de una unidad extra del recurso  $k$  en un período  $t$ ,  $O(k,t)$ , son los costos que serán incluidos en el modelo.

$$\text{Min } z: \sum_{t=1}^T \left[ \sum_{i=1}^P (A(i)I_{i,t}^- + H(i)I_{i,t}^+ + C(i)\delta_{i,t}) + \sum_{k=1}^K O(k,t)y_{k,t} \right] \quad (5.13)$$

### 5.3.2 Restricciones:

Uno de los conjuntos de restricciones más importantes en el modelo son el grupo de restricciones de los requerimientos de materiales, las cuales están definidas de la siguiente manera:

$$\sum_{\tau=1}^{t-LT(i)} x_{i,t} + I(i, 0) - \sum_{\tau=1}^t (D(i, t) + \sum_{j=1}^P (R(i, j)x_{j,t} + W(i, j)\delta_{i,t}) \geq 0 \quad (5.14)$$

Tal conjunto de restricciones requiere que la suma del inventario inicial y la producción para cada período, tiene que ser mayor o igual al total de la demanda externa y la demanda para los subensambles usados en los artículos. La demanda debe ser satisfecha con lo producido en periodos iguales o anteriores a  $t - LT(i)$  para cada período dado que el trabajo debe iniciarse  $LT$  períodos antes de que pueda ser usado para satisfacer la demanda. El producto  $R(i, j)x_{j,t}$  anticipa la demanda para el artículo  $i$  que resulta cuando es componente de un artículo  $j$ ; este producto es cero en la mayoría de los casos.  $W(i, j)$  hace referencia al desperdicio del producto  $i$  en el cambio al producto  $j$

Sin embargo, debe considerarse que para permitir pedidos retrasados, la restricción anterior también puede tomar valores negativos. Para este fin se define a  $I_{i,t}$ , como el inventario (negativo o positivo) del producto  $i$  en el período  $t$ , y el cual esta determinado por

$$I_{i,t} = \sum_{\tau=1}^{t-LT(i)} x_{i,t} + I(i, 0) - \sum_{\tau=1}^t (D(i, t) + \sum_{j=1}^P (R(i, j)x_{j,t} + W(i, j)\delta_{i,t}) \quad (5.15)$$

Partiendo de esta definición, el conjunto de restricciones de balance de los requerimientos de materiales y demanda, es reevaluado para permitir que existan retrasos en los pedidos. Por lo tanto en vez de usar la expresión

$$I_{i,t} \geq 0 \quad (5.16)$$

Se emplea la restricción

$$I_{i,t} \geq - \sum_{\tau=1}^t D(i, t)$$

(5.17)

La cual permite una posición negativa del inventario.

Al reemplazar  $I_{i,t}$ , por la expresión que lo define, la restricción requerimiento de materiales y demanda se reduce a:

$$\sum_{\tau=1}^{t-LT(i)} x_{i,\tau} + I(i,0) - \sum_{\tau=1}^t \sum_{j=1}^P (R(i,j)x_{j,\tau} + W(i,j)\delta_{i,\tau}) \geq 0 \quad (5.18)$$

Si adicional a esto se ha definido a  $I_{i,t}^+$  como la cantidad de producto  $i$  en inventario y  $I_{i,t}^-$  la cantidad de producto  $i$  retrasado en el período  $t$ , la siguiente restricción debe ser cumplida

$$I_{i,t}^+ - I_{i,t}^- = I_{i,t} \quad (5.19)$$

El siguiente grupo de restricción en importancia, son las restricciones de capacidad:

$$\sum_{i=1}^P (U(i,k)x_{i,t} + S(i,k)\delta_{i,t}) \leq 1 + y_{k,t} \quad (5.20)$$

En esta restricción, a la fracción del recurso  $k$  necesaria para producir  $i$  ( $U(i,k)$ ), se le suma la fracción que se gasta de dicho recurso cuando cambia a la producción del artículo  $i$  ( $S(i,k)$ ). de acuerdo al lado derecho de la ecuación la capacidad del recurso  $k$  puede ser excedido, con el costo que esto conlleva y de acuerdo a las limitaciones que se tengan; la fracción extra del recurso  $k$  en el período  $t$  es representada como  $y_{k,t}$

#### 5.4 PLANTEAMIENTO DEL MODELO DETERMINISTA MRP CON RESTRICCIONES DE CAPACIDAD

$$\text{Min } z: \sum_{t=1}^T \left[ \sum_{i=1}^P (A(i)I_{i,t}^- + H(i)I_{i,t}^+ + C(i)\delta_{i,t}) + \sum_{k=1}^K O(k,t)y_{k,t} \right] \quad (5.21)$$

Sujeto a:

$$\sum_{i=1}^P (U(i,k)x_{i,t} + S(i,k)\delta_{i,t}) \leq 1 + y_{k,t} \quad k = 1, \dots, K \quad t = 1, \dots, T \quad (5.22)$$

$$I_{i,t}^+ - I_{i,t}^- = I_{i,t} \quad i = 1, \dots, P \quad t = 1, \dots, T \quad (5.23)$$

$$\sum_{\tau=1}^{t-LT(i)} x_{i,\tau} + I(i,0) - \sum_{\tau=1}^t \sum_{j=1}^P (R(i,j)x_{j,\tau} + W(i,j)\delta_{i,\tau}) \geq 0 \quad k = 1, \dots, K \quad t = 1, \dots, T \quad (5.24)$$

$$y_{k,t} \leq F(k,t) \quad k = 1, \dots, K \quad t = 1, \dots, T \quad (5.25)$$

$$\delta_{i,t} M \geq x_{i,t} \quad i = 1, \dots, P \quad t = 1, \dots, T \quad (5.26)$$

$$\delta_{i,t} \in \{0,1\} \quad i = 1, \dots, P \quad t = 1, \dots, T \quad (5.27)$$

$$x_{i,t} \geq 0 \quad i = 1, \dots, P \quad t = 1, \dots, T \quad (5.28)$$

$$y_{k,t} \geq 0 \quad k = 1, \dots, K \quad t = 1, \dots, T \quad (5.29)$$

$$I_{i,t}^+ \geq 0 \quad i = 1, \dots, P \quad t = 1, \dots, T \quad (5.30)$$

$$I_{i,t}^- \geq 0 \quad i = 1, \dots, P \quad t = 1, \dots, T \quad (5.31)$$

Datos de entrada al modelo

<i>Variable</i>	<i>Definición</i>
$P$	Número de componentes
$T$	Horizonte de planeación
$R(i,j)$	Número de componentes $i$ necesarios para realizar componentes $j$
$K$	Número de recursos
$D(i,j)$	Demanda externa para el componente $i$ en el período $t$
$LT(i)$	Tiempo de suministro producto $i$
$I(i,0)$	Inventario inicial del componente $i$
$U(i,k)$	Fracción del recurso $k$ necesario para una unidad del producto $i$
$F(k,t)$	Máxima fracción del recurso $k$ que puede adicionarse en el período $t$
$M$	Un número muy grande
$S(i,k)$	Fracción del recurso $k$ usado para cambiar al artículo $i$
$W(i,j)$	Desperdicio del producto $i$ en el cambio al producto $j$
$H(i)$	Costo de almacenamiento por período del producto $i$

$C(i)$	Costo total de pedido (o preparación) del producto $i$
$O(k,t)$	Costo por fracción de capacidad adicionada al recurso $k$ en el período $t$ .
$A(i)$	Costo de tardanza por período para el producto $i$

Tabla 5.1. Definición de variables modelo MRP

Conjunto de variables de salida para el modelo MRP

<i>Variable</i>	<i>Definición</i>
$x_{i,t}$	Cantidad de pedido del producto $i$ en el período $t$
$y_{k,t}$	Fracción adicionada del recurso $k$ en el período $t$
$\delta_{i,t}$	Indicador binario de producción para el producto $i$ en el período $t$
$I_{i,t}^+$	Inventario del artículo $i$ llevado en el período $t$
$I_{i,t}^-$	Cantidad del producto $i$ retrasado en el tiempo $t$ .

Tabla 5.2 Definición de variables de salida para el modelo MRP



## **6 FORMULACIÓN DE MODELOS DIFUSOS APLICADOS EN LA PLANEACIÓN DE LA PRODUCCIÓN.**

En el modelamiento de la incertidumbre, el modelador tiene que decidir en un entorno específico si desea utilizar cualquiera de las teorías existentes o si adopta un “espera y ve” y adherirse a modelos deterministas (Zimmermann, 2000). En niveles más altos de planificación (planificación estratégica p.e), el uso de modelos de incertidumbre tiene más sentido que en el plano operacional, en parte porque el esfuerzo se justifica mejor a demás que el tiempo disponible entre el modelado y la acción es más largo y permite la realización de más cálculos. En este caso, sin embargo se tiene que decidir cual de las 25 teorías de la incertidumbre (Zimmermann, 2000) es más adecuada en el contexto específico. La elección de la teoría de incertidumbre adecuada depende también del factor tiempo, la situación se vuelve específicamente difícil si, por ejemplo, la planificación de la producción se ajusta al control de la producción.

### **6.1 DESARROLLO DE MODELOS DE PROGRAMACIÓN LINEAL DIFUSA APLICADOS A LA PLANIFICACIÓN DE LA PRODUCCIÓN**

La programación matemática se ha visto fortalecida en los últimos años, gracias al desarrollo de diferentes metodologías fundamentadas en la lógica difusa, las cuales han sido aplicadas en numerosos problemas relativos a la programación matemática y en general a la toma de decisiones. Es así como la programación lineal difusa ha surgido como una poderosa herramienta para el tratamiento de la incertidumbre en problemas de ingeniería que antes partía de modelos deterministas para encontrar soluciones a situaciones de carácter estocástico o impreciso.

De acuerdo a las diferentes publicaciones de diversos autores y centros de investigación, los modelos de programación lineal difusa puede ser clasificados de acuerdo a diferentes criterios, por ejemplo, teniendo en cuenta la forma de los modelos, los métodos de solución o el tipo de parámetro difuso (Vergara, 2006). Teniendo en cuenta estas consideraciones y haciendo una revisión a la literatura,

Vergara et al (2006), plantea una clasificación para los modelos de programación lineal difusa, la cual se seguirá en esta tesis para la debida transformación y solución del modelo de MRP con restricciones de capacidad deterministas en un modelo difuso. Dicha clasificación es la siguiente:

- *Modelos con conjunto factible difuso*
- *Modelos con metas difusas,*
- *Modelos con coeficientes de la matriz tecnológica difusos,*
- *Y modelos completamente difusos.*

La nomenclatura que se usará para diferencia cada uno de los modelos es la siguiente:

Los tres primeros caracteres harán referencia a la clasificación anterior, de esta manera:

CFD: hará referencia a los modelos con conjunto factible difuso.

MED: hará referencia a los modelos con metas difusas

DTR: hará referencia a los modelos con coeficientes en la matriz tecnológica difusos

COM: hará referencia a los modelos completamente difusos

El siguiente carácter especificará si se trata de un modelo difuso general estándar o si es un modelo difuso aplicado:

G: Modelo General.

M: Modelo aplicado.

El último carácter será numérico, y servirá para identificar en cada categoría las diferentes soluciones o aproximaciones que se derivan de ésta.



### 6.1.1 Modelos con desigualdades difusas en las restricciones

En estos modelos el conjunto factible difuso se deriva de considerar que los recursos con los cuales se limita el modelo no son conocidos completamente sino que son imprecisos. De esta manera, el tratamiento dado a través de la lógica difusa es considerar el valor del recurso como un valor perteneciente al intervalo  $[b, b+p]$ , en el cual  $b$  es la cantidad mínima esperada o deseada del recurso  $i$ , y  $b+p$  es la cantidad máxima, definiéndose a  $p$  como nivel de tolerancia del recurso  $i$ . Los modelos con este tipo de características tienen la siguiente estructura:

$$\text{Max } z = \sum_{j=1}^n c_j x_j \quad (6.1)$$

$$\text{S.a } \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq \bar{B}_i \quad (i \in N_m) \quad (6.2)$$

$$x_j \geq 0 \quad (j \in N_n) \quad (6.3)$$

Este modelo es de tipo CFD, en el cual  $\bar{B}_i$  es un número difuso que determina el grado de cumplimiento de la restricción  $i$  con respecto al valor de  $b_i$ ; y los demás valores se consideran deterministas, ver figuras 6.1 y 6.2. De esta manera la función membresía correspondiente esta dada por:

$$\bar{B}_i(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } a_{ij} x_i \geq b_i \\ f_i(a_i x) & \text{si } p_i < a_i x < b_i + p_i \\ 0 & \text{si } a_i x_i \leq p_i + p_i \end{cases} \quad (6.4)$$

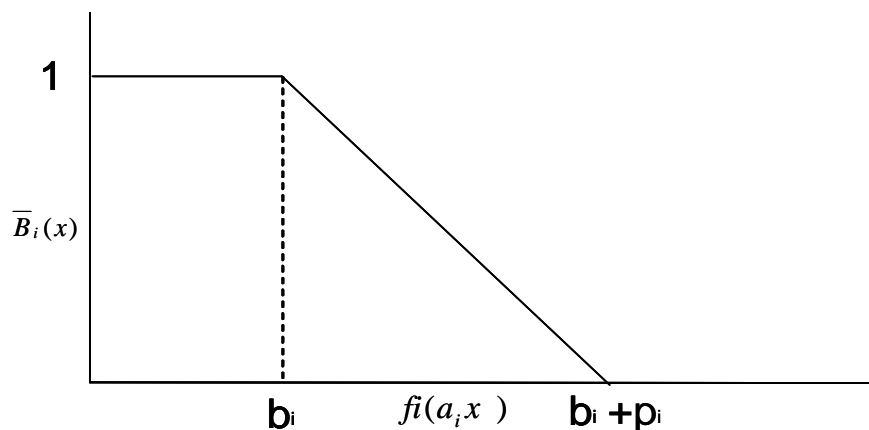


Figura 6.1. Función de pertenencia  $\bar{B}_i(x)$  para una restricción difusa del tipo  $\leq$

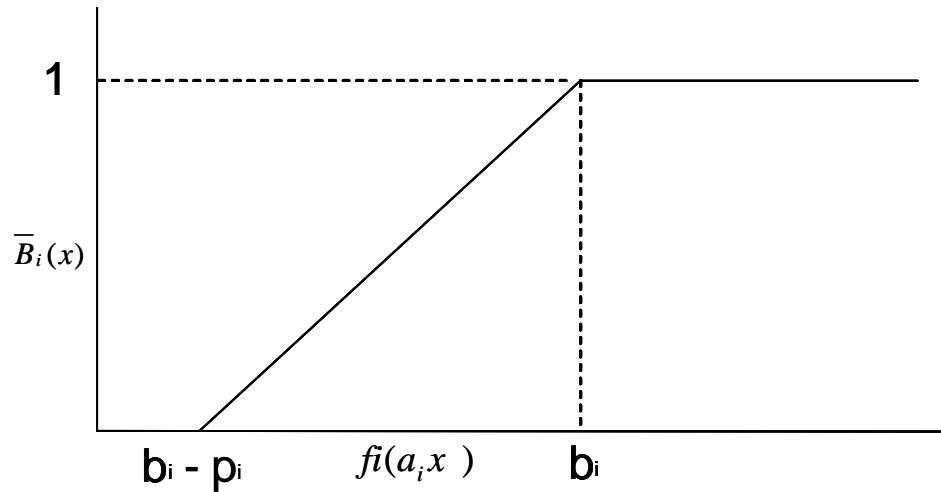


Figura 6.2. Función de pertenencia  $\bar{B}_i(x)$  para una restricción difusa del tipo  $\geq$

#### 6.1.1.1 Aproximación a un modelo no simétrico

Verdegay (1992), muestra que el problema CFD, es equivalente a un problema de programación lineal paramétrica determinista y por lo tanto es posible usar los métodos de programación lineal paramétrica para resolver el modelo. En este caso las restricciones difusas son transformadas en restricciones deterministas a través de la elección de la función membresía apropiada para cada restricción. La motivación para una significativa elección de la función objetivo, es argumentado por lo siguiente: si la  $i$ -ésima restricción satisface completamente la desigualdad  $a_i x \leq b_i$ , el nivel de satisfacción para el decisor es máximo ( $\bar{B}_i(x)=1$ ), por otro lado si  $a_i x \geq b_i + p_i$ , donde  $p_i$  es la máxima tolerancia desde  $b_i$ , según sea determinado por quien toma las decisiones, la  $i$ -ésima restricción es completamente infringida, y el nivel de satisfacción es cero ( $\bar{B}_i(x)=0$ ). Por lo tanto en el caso en el que  $b_i \leq a_i x \leq b_i + p_i$ , se acepta la violación a la restricción y el grado de satisfacción disminuye conforme se acerca a  $b_i + p_i$ . Si este decrecimiento es lineal a lo largo de una función, entonces tiene sentido elegir la función de membresía de la  $i$ -ésima restricción como sigue:

$$\bar{B}_i(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } a_i x \geq b_i \\ 1 - \frac{a_i x - b_i}{p_i} & \text{si } p_i < a_i x < b_i + p_i \\ 0 & \text{si } a_i x \leq b_i + p_i \end{cases} \quad (6.5)$$

Ahora para  $\alpha \in [0, 1]$ , se define  $X_\alpha = \{x \in \mathbb{R}^n : x \geq 0 \text{ y } \bar{B}_i(a_i x) \geq \alpha, (i = 1, 2, \dots, m)\}$  luego el problema CFD es equivalente a:

$$\text{Max } z = \sum_{j=1}^n c_j x_j \quad (6.5)$$

$$\text{S.a } \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq b_i + (1 - \alpha) p_i, \quad (i \in N_m) \quad (6.6)$$

$$x_j \geq 0 \quad (j \in N_n) \quad (6.7)$$

$$\alpha \in [0, 1]$$

El cual es un modelo de programación lineal perimétrica estándar que se denotará por CFD-G-1, con  $(\theta=1-\alpha)$ . En donde  $\theta$ , es el grado en que se incumple la restricción, mientras que  $\alpha$ , es el nivel de satisfacción del decisor.

De esta manera el problema de programación lineal difuso CFD-G-1, puede ser resuelto a través de la solución del problema de programación lineal paramétrica determinista equivalente. En este sentido, es importante señalar que se tiene una solución óptima para cada  $\alpha \in [0, 1]$ , por lo que la solución con  $\alpha$  grado de pertenencia es realmente difusa.

### 6.1.1.2 Formulación del modelo CFD-P-1

El método de Verdegay, es aplicado en el modelo MRP definido, en el cual se considera que las restricciones de balance de inventario y de capacidad disponible, son imprecisas, mientras que la función objetivo y los costos asociados son deterministas. La imprecisión en las ecuaciones del balance del inventario,

pueden estar sujetas a la previsión que se ha realizado de la demanda y la cual no siempre es exacta, sino que puede estar sujeta a varios factores externos no deterministas (incertidumbre ambiental) como por ejemplo: criterios de decisión del cliente, condiciones socioeconómicas y de mercado, intervenciones estatales, etc.

Por otro lado, incertidumbre de tipo sistémico también se presentan en este tipo de sistemas producción, esto debido en parte a que el recurso  $k$  puede tener periodos de mantenimiento o reparaciones que hacen que no esté disponible el 100% del tiempo planeado. Teniendo en cuenta estos aspectos, se define el modelo CFD-P-1:

$$\text{Min } z: \sum_{t=1}^T \left[ \sum_{i=1}^P (A(i)I_{i,t}^- + H(i)I_{i,t}^+ + C(i)\delta_{i,t}) + \sum_{k=1}^K O(k,t)y_{k,t} \right] \quad (6.8)$$

Sujeto a:

$$\sum_{i=1}^P (U(i,k)x_{i,t} + S(i,k)\delta_{i,t}) \leq 1 + y_{k,t} - \alpha p_{k,t}^c \quad k = 1, \dots, K \quad t = 1, \dots, T \quad (6.9)$$

$$I_{i,t}^+ - I_{i,t}^- = \sum_{\tau=1}^{t-LT(i)} x_{i,\tau} + I(i,0) - \sum_{\tau=1}^t (D(i,\tau) + \alpha p_{i,\tau}^d) + \sum_{j=1}^P (R(i,j)x_{j,\tau} + W(i,j)\delta_{i,\tau}) \quad i = 1, \dots, P \quad t = 1, \dots, T \quad (6.10)$$

$$\sum_{\tau=1}^{t-LT(i)} x_{i,\tau} + I(i,0) - \sum_{\tau=1}^t \sum_{j=1}^P (R(i,j)x_{j,\tau} + W(i,j)\delta_{i,\tau}) \geq 0 \quad k = 1, \dots, K \quad t = 1, \dots, T \quad (6.11)$$

$$y_{k,t} \leq F(k,t) \quad k = 1, \dots, K \quad t = 1, \dots, T \quad (6.12)$$

$$\delta_{i,t} M \geq x_{i,t} \quad i = 1, \dots, P \quad t = 1, \dots, T \quad (6.13)$$

$$\delta_{i,t} \in \{0,1\} \quad i = 1, \dots, P \quad t = 1, \dots, T \quad (6.14)$$

$$x_{i,t} \geq 0 \quad i = 1, \dots, P \quad t = 1, \dots, T \quad (6.15)$$

$$y_{k,t} \geq 0 \quad k = 1, \dots, K \quad t = 1, \dots, T \quad (6.16)$$

$$I_{i,t}^+ \geq 0 \quad i = 1, \dots, P \quad t = 1, \dots, T \quad (6.17)$$

$$I_{i,t}^- \geq 0 \quad i = 1, \dots, P \quad t = 1, \dots, T \quad (6.18)$$

Este modelo es similar al modelo MRP determinista, al cual se le ha agregado la variable de tipo difuso  $\theta$  ( $\theta=1-\alpha$  y  $0 \leq \theta \leq 1$ ), para representar el nivel con el que se incumplen las restricciones de inventario y de capacidad. Adicional a esta nueva variable, se ha tenido en cuenta cierto nivel de tolerancia  $p$  definido por  $p^d$  y  $p^c$ , los cuales representan, respectivamente, el nivel máximo que puede alcanzar la demanda y la mayor proporción en el que el recurso  $k$  puede estar no disponible.

Al resolver el modelo CFD-P-1 anterior por algunas de las técnicas de programación lineal paramétrica (ver Hillier, 2001), se obtiene el conjunto de valores que minimiza la función objetivo de acuerdo al parámetro  $\theta$  elegido.

### 6.1.1.3 Aproximación a un problema simétrico.

Werners (1987), propone que para los problemas con la forma de CFD, la función objetivo debería también ser difusa a causa de las desigualdades difusas en las restricciones. Además, para construir una función de membresía para la función objetivo, Werners(1987), sugiere solucionar los siguientes dos problemas de programación lineal difusa (PL(b) y PL(b+p))

#### **PLd(b)**

$$Max \quad z = \sum_{j=1}^n c_j x_j \quad (6.19)$$

$$S.a \quad \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq b_i \quad (i \in N_m) \quad (6.20)$$

$$x_j \geq 0 \quad (j \in N_n) \quad (6.21)$$

**PLd (b+p)**

$$\text{Max } z = \sum_{j=1}^n c_j x_j \quad (6.22)$$

$$\text{S.a } \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq b_i + p_i \quad (i \in N_m) \quad (6.23)$$

$$x_j \geq 0 \quad (j \in N_n) \quad (6.24)$$

De esta manera, como antes,  $p_i = (p_1, p_2, \dots, p_m)$  es el vector de tolerancia para las  $m$  restricciones de CFD. Se define a  $Z_0$  y  $Z_1$  como los valores óptimos de (PLD (b) y PLd (b + p)) respectivamente.

De esta manera se puede construir, la función de membresía lineal y continua  $\bar{Z}_i(x)$  para la función objetivo de la siguiente forma.

$$\bar{Z}_0(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } c_j x_j \geq Z_1 \\ 1 - \frac{Z_1 - c_j x_j}{Z_1 - Z_0} & \text{si } Z_0 < c_j x_j < Z_1 \\ 0 & \text{si } c_j x_j \leq Z_0 \end{cases} \quad (6.25)$$

La figura 6.3, muestra la representación grafica para la función de pertenencia anterior.

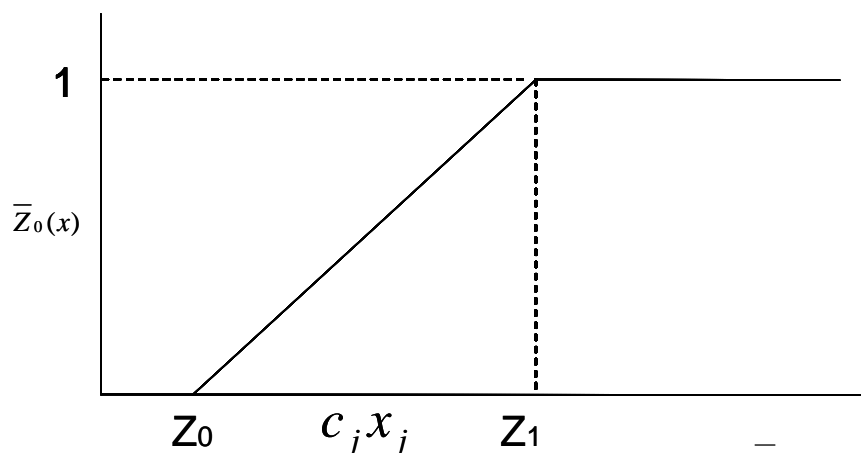


Figura 6.3. Función de pertenencia para  $\bar{Z}_i(x)$

La función de membresía para las restricciones se construye de igual manera que en la aproximación de Verdegay:

$$\bar{B}_i(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } a_i x \geq b_i \\ 1 - \frac{a_i x - b_i}{p_i} & \text{si } p_i < a_i x < b_i + p_i \\ 0 & \text{si } a_i x \leq p_i + p_i \end{cases} \quad (6.26)$$

Luego, usando las funciones de membresía  $\bar{Z}_0(x)$  y  $\bar{B}_i(x)$  ( $i=1,2,3\dots m$ ), el problema CFD, puede ser resuelto siguiendo el siguiente problema de programación lineal determinista.

$$\text{Max } \alpha \quad (6.27)$$

$$\text{S.a } \bar{Z}_0(x) \geq \alpha \quad (6.28)$$

$$\bar{B}_i(x) \geq \alpha_i \quad (i = 1, 2, \dots, m) \quad (6.29)$$

$$\alpha \in [0, 1] \quad (6.30)$$

$$x_j \geq 0 \quad (j \in N_n)$$

Al hacer las sustituciones respectivas, el modelo CFD, se transforma en:

$$\text{Max } \alpha \quad (6.31)$$

$$\text{S.a } \sum_{j=1}^n c_j x_j \geq Z_1 - (1 - \alpha)(Z_1 - Z_0), \quad (6.32)$$

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \geq b_i + (1 - \alpha) p_i \quad (i = 1, 2, \dots, m) \quad (6.33)$$

$$\alpha \in [0, 1] \quad (6.34)$$

$$x_j \geq 0 \quad (j \in N_n)$$

El cual se identificará con la notación CFD-G -2

#### 6.1.1.4 Formulación del modelo CFD-P-2

La aproximación de Werners, es aplicada en el modelo MRP definido, en el cual se considera que las restricciones de balance de inventario y de capacidad disponible, son imprecisas, mientras que la función objetivo y los costos asociados son deterministas. La diferencia con el modelo anterior estriba en que la función objetivo es considerada inicialmente determinista y debe ser transformada en difusa a causa de que las restricciones en el modelo son imprecisas. Para la correcta aplicación del modelo CFD-G-2, que esta definido para problemas de maximización, debe ser adaptado al problema MRP analizado, el cual es un problema de minimización. El resultado es el modelo CFD-P-2, que se muestra a continuación:

Maximizar:  $\alpha$  (6.35)

Sujeto a:

$$\sum_{t=1}^T \left[ \sum_{i=1}^P (A(i)I_{i,t}^- + H(i)I_{i,t}^+ + C(i)\delta_{i,t}) + \sum_{k=1}^K O(k,t)y_{k,t} \right] \leq Z_0 + (1 - \alpha)(Z_1 - Z_0) \quad (6.36)$$

$$\sum_{i=1}^P (U(i,k)x_{i,t} + S(i,k)\delta_{i,t}) \leq 1 + y_{k,t} - \alpha p_{k,t}^c \quad k = 1, \dots, K \quad t = 1, \dots, T \quad (6.37)$$

$$I_{i,t}^+ - I_{i,t}^- = \sum_{\tau=1}^{t-LT(i)} x_{i,\tau} + I(i,0) - \sum_{\tau=1}^t (D(i,\tau) + \alpha p_{i,\tau}^d) + \sum_{j=1}^P (R(i,j)x_{j,t} + W(i,j)\delta_{i,t}) \quad i = 1, \dots, P \quad t = 1, \dots, T \quad (6.38)$$

$$\sum_{\tau=1}^{t-LT(i)} x_{i,\tau} + I(i,0) - \sum_{\tau=1}^t \sum_{j=1}^P (R(i,j)x_{j,\tau} + W(i,j)\delta_{i,\tau}) \geq 0 \quad k = 1, \dots, K \quad t = 1, \dots, T \quad (6.39)$$

$$y_{k,t} \leq F(k,t) \quad k = 1, \dots, K \quad t = 1, \dots, T \quad (6.40)$$

$$\delta_{i,t} M \geq x_{i,t} \quad i = 1, \dots, P \quad t = 1, \dots, T \quad (6.41)$$

$$\delta_{i,t} \in \{0,1\} \quad i = 1, \dots, P \quad t = 1, \dots, T \quad (6.42)$$

$$x_{i,t} \geq 0 \quad i = 1, \dots, P \quad t = 1, \dots, T \quad (6.43)$$

$$y_{k,t} \geq 0 \quad k = 1, \dots, K \quad t = 1, \dots, T \quad (6.44)$$



$$I_{i,t}^+ \geq 0 \quad i = 1, \dots, P \quad t = 1, \dots, T \quad (6.45)$$

$$I_{i,t}^- \geq 0 \quad i = 1, \dots, P \quad t = 1, \dots, T$$

### 6.1.2 Modelo con coeficientes difusos en las restricciones

Otro caso es suponer que el modelo de programación lineal tiene coeficientes tecnológicos difusos; es decir, la matriz de coeficientes  $A_{ij}$  tendría valores definidos en los intervalos  $[a_{ij}, a_{ij} + d_{ij}]$ , por lo que un modelo programación matemática difusa de minimización tendría la siguiente forma:

$$\text{Min } z = \sum_{j=1}^n c_j X_j \quad (6.46)$$

$$\text{S.a } \sum_{j=1}^n \bar{A}_{ij} X_j \geq b_i \quad (i \in N_m) \quad (6.47)$$

$$X_j \geq 0 \quad (j \in N_n) \quad (6.48)$$

Este modelo de tipo DTR, en donde se asume que  $\bar{A}_{ij}$  es un número difuso, que tendría la siguiente función de membresía:

$$\bar{A}_{ij}(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x \geq a_{ij} + d_{ij} \\ \frac{x - a_{ij}}{d_{ij}} & \text{si } a_{ij} < x < a_{ij} + d_{ij} \\ 0 & \text{si } x \leq a_{ij} \end{cases} \quad (6.49)$$

Para la solución del modelo resultateme, Gasimov (2002) propone la siguiente aproximación:

Para determinar el conjunto de valores entre los cuales estaría la función objetivo se calculan los límites inferior ( $z^-$ ) y superior ( $z^+$ ) de dicho conjunto:

$$\text{Min } z^+ = \sum_{j=1}^n c_j x_j \quad (6.50)$$

$$\text{S.a } \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \geq b_i \quad (i \in N_m) \quad (6.51)$$

$$x_j \geq 0 \quad (j \in N_n) \quad (6.52)$$

$$\text{Min } z^- = \sum_{j=1}^n c_j x_j \quad (6.53)$$

$$\text{S.a } \sum_{j=1}^n (a_{ij} + d_{ij}) x_j \geq b_i \quad (i \in N_m) \quad (6.53)$$

$$x_j \geq 0 \quad (j \in N_n) \quad (6.55)$$

La función objetivo toma valores entre  $z^-$  y  $z^+$ , mientras los coeficientes tecnológicos varían entre  $a_{ij}$  y  $a_{ij} + d_{ij}$ .

El conjunto difuso de las  $i$  restricciones  $C_i$ , el cual es un subconjunto de  $R^m$ , esta definido por:

$$\bar{C}_i(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \geq b_i \\ \frac{\sum_{j=1}^n (a_{ij} + d_{ij}) x_j - b_i}{\sum_{j=1}^n d_{ij} x_j} & \text{si } \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j < b_i < \sum_{j=1}^n (a_{ij} + d_{ij}) x_j \\ 0 & \text{si } b_i \geq \sum_{j=1}^n (a_{ij} + d_{ij}) x_j \end{cases} \quad (6.56)$$

Consecuentemente la función membrecía ( $\bar{Z}_0(x)$ ) para el conjunto difuso de valores óptimos, se define de la siguiente manera:

$$\bar{Z}_0(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } cx \leq z^- \\ \frac{z^+ - cx}{z^+ - z^-} & \text{si } z^- < cx < z^+ \\ 0 & \text{si } cx \geq z^+ \end{cases} \quad (6.57)$$

Seguidamente, el problema DTR puede ser reescrito como sigue:

$$\text{Max } \lambda \quad (6.58)$$

$$\text{S.a } \lambda(z^+ - z^-) + \sum_{j=1}^n c_j x_j \leq z^+ \quad (6.59)$$

$$\sum_{j=1}^n (a_{ij} + d_{ij} - \lambda d_{ij}) x_j \geq b_i \quad (i \in N_m) \quad (6.60)$$

$$x_j, \lambda \geq 0 \quad (j \in N_n) \quad (6.61)$$

Este modelo se identificará como DTR-G-1

Es de anotar que las restricciones que contiene el producto  $\lambda^* x_j$ , son restricciones no lineales, lo que hace que el problema anterior sea un modelo de programación matemática no lineal.

### 6.1.2.1 Formulación del modelo DTR-P-1

Otro caso de incertidumbre y que es inherente a los modelos MRP, como los presentados en esta tesis, es considerar que el factor  $R(i,j)$ , no está completamente definido para algunos componentes dado los desperdicios que pueden ser generados en el proceso productivo; sin embargo, sí es posible definir un intervalo de valores  $[R(i,j), R(i,j)+d(i,j)]$  entre los cuales puede estar. De esta manera, el modelo MRP puede reescribirse de la siguiente manera

Maximizar:  $\lambda$

Sujeto a:

$$\lambda(Z^+ - Z^-) + \sum_{t=1}^T \left[ \sum_{i=1}^P (A(i)I_{i,t}^- + H(i)I_{i,t}^+ + C(i)\delta_{i,t}) + \sum_{k=1}^K O(k,t)y_{k,t} \right] \leq Z^+ \quad (6.62)$$

$$\sum_{i=1}^P ((U(i,k) + d_{i,k} - \lambda d_{i,k})x_{i,t} + S(i,k)\delta_{i,t}) \leq 1 + y_{k,t} \quad k = 1, \dots, K \quad t = 1, \dots, T \quad (6.63)$$

$$I_{i,t}^+ - I_{i,t}^- = \sum_{\tau=1}^{t-LT(i)} x_{i,\tau} + I(i,0) - \sum_{\tau=1}^t (D(i,\tau) + \sum_{j=1}^P (R(i,j)x_{j,\tau} + W(i,j)\delta_{i,\tau})) \quad i = 1, \dots, P \quad t = 1, \dots, T \quad (6.64)$$

$$\sum_{\tau=1}^{t-LT(i)} x_{i,t} + I(i, 0) - \sum_{\tau=1}^t \sum_{j=1}^P (R(i, j)x_{j,t} + W(i, j)\delta_{i,t}) \geq 0 \quad k = 1, \dots, K \quad t = 1, \dots, T \quad (6.65)$$

$$y_{k,t} \leq F(k, t) \quad k = 1, \dots, K \quad t = 1, \dots, T \quad (6.66)$$

$$\delta_{i,t} M \geq x_{i,t} \quad i = 1, \dots, P \quad t = 1, \dots, T \quad (6.67)$$

$$\delta_{i,t} \in \{0,1\} \quad i = 1, \dots, P \quad t = 1, \dots, T \quad (6.68)$$

$$x_{i,t} \geq 0 \quad i = 1, \dots, P \quad t = 1, \dots, T \quad (6.69)$$

$$y_{k,t} \geq 0 \quad k = 1, \dots, K \quad t = 1, \dots, T \quad (6.70)$$

$$I_{i,t}^+ \geq 0 \quad i = 1, \dots, P \quad t = 1, \dots, T \quad (6.71)$$

$$I_{i,t}^- \geq 0 \quad i = 1, \dots, P \quad t = 1, \dots, T \quad (6.72)$$

### 6.1.3 Modelos con función objetivo difusa

En este tipo de modelos, la función objetivo se define a partir de una meta  $m^0$  la cual establece el valor mínimo que debe ser alcanzado, en caso de maximización o el valor máximo que debe obtenerse en caso de minimización (Vergara, 2006). La siguiente, es la estructura que siguen tales modelos, los cuales se seguirán nombrando como modelos tipo *MED*.

$$Max \quad \bar{Z} = \sum_{j=1}^n c_j x_j \quad (6.73)$$

$$S.a \quad \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq b_i \quad (i \in N_m) \quad (6.74)$$

$$x_j \geq 0 \quad (j \in N_n) \quad (6.75)$$

Para la solución de este modelo es necesario definir la variable  $t_0$ , la cual determina la cantidad máxima en que la función objetivo debe ser inferior a  $m^0$ , de esta manera la función de pertenencia  $\bar{Z}_i(x)$  que representa el grado en que el decisor considera que se alcanza la meta, está definida por:

$$\bar{Z}_i(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } c_j x_i \geq m^o \\ \bar{f}_i(c_j x_i) & \text{si } m^o - t_0 < c_j x_i < m^o \\ 0 & \text{si } c_j x_i \leq m^o - t_0 \end{cases} \quad (6.76)$$

Otra situación asociada a la función objetivo de estos modelos, es considerar que los costos o utilidades que acompañan a las variables de decisión en la función objetivo no son conocidos con precisión por el decisor. La representación de este tipo de modelos se da a continuación:

$$\text{Max } z = \sum_{j=1}^n \bar{C}_j x_j \quad (6.77)$$

$$\text{S.a } \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq b_i \quad (i \in N_m) \quad (6.78)$$

$$x_j \geq 0 \quad (j \in N_n) \quad (6.79)$$

Para cada posible solución, hay un número difuso que es obtenido a través de la función objetivo difusa. Por lo tanto, con el fin de resolver el problema de optimización obteniendo tanto la solución óptima como el correspondiente valor difuso de los objetivos se consideran las siguientes dos aproximaciones.

### 6.1.3.1 Aproximación con coeficientes difusos triangulares.

Chang (1981), define la función objetivo con coeficientes difusos triangulares que pueden ser denotados de la siguiente manera  $\bar{C}_j = (r_j, c_j, R_j)$ , los cuales tienen las siguientes funciones de pertenencia:

$$\bar{C}_j(u) = \begin{cases} (u - r_j)/(c_j - r_j) & \text{si } r_j \leq u \leq c_j \\ (R_j - u)/(R_j - c_j) & \text{si } c_j < u < R_j \\ 0 & \text{En otro caso} \end{cases} \quad (6.80)$$

La figura 6.4, se muestra la representación grafica para la función de pertenencia de  $\bar{C}_j(u)$

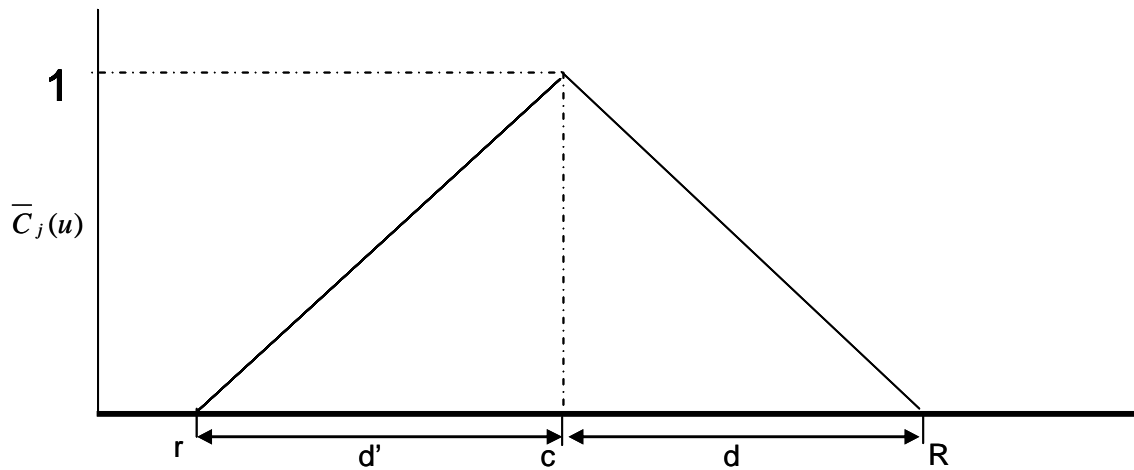


Figura 6.4. Representación triangular de  $\bar{C}_j$

De esta manera el número difuso  $\bar{C}_j$ , queda definido por lo que la función de membresía para la función objetivo difusa se determina consecuentemente de la siguiente manera.

$$\bar{Z}_j(x) = \begin{cases} (z - rx)/(cx - rx) & \text{si } rx \leq z \leq cx \\ (Rx - z)/(Rx - cx) & \text{si } cx < z < Rx \\ 0 & \text{En otro caso} \end{cases} \quad (6.81)$$

En donde  $r = (r_1, r_2, \dots, r_n)$ ,  $c = (c_1, c_2, \dots, c_n)$  y  $R = (R_1, R_2, \dots, R_n)$ . Si se definen además los siguientes valores  $d = R - c$  y  $d' = c - r$ , entonces  $d$  y  $d'$  son los márgenes laterales (derecho e izquierdo respectivamente) del número difuso  $\bar{C}_j$ .

A partir de estas definiciones Chang 1982 propone la siguiente solución al problema de programación lineal difusa MED:

$$\text{Max } (dx + d'x) * (cx + dx - d'x) / 6 \quad (6.82)$$

$$\text{S.a } \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq b_i \quad (i \in N_m) \quad (6.83)$$

$$x_j \geq 0 \quad (j \in N_n) \quad (6.84)$$

El cual es un problema de programación matemática no lineal, que se denotará por *MED-G-1*.

### 6.1.3.2 Formulación del modelo *MED-P-1*

La aproximación de Chang (1982), es aplicada en el modelo MRP definido, en el cual se considera que todas las restricciones son deterministas, mientras que la función objetivo es imprecisa debido al desconocimiento o poca precisión que se tiene del costo de retraso para el producto  $i$  ( $A_{(i)}$ ), el cual es definido como un número difuso triangular  $A_{(i)} = (r_i, c_i, R_i)$ ,

Minimizar:

$$\sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^P (d_i I_{i,t}^- + d'_i I_{i,t}^-) * \left\{ \left[ \sum_{t=1}^T \left( \sum_{i=1}^P (c_i I_{i,t}^- + H(i) I_{i,t}^+ + C(i) \delta_{i,t}) \right) + \sum_{k=1}^K O(k,t) y_{k,t} \right] + \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^P (d_i I_{i,t}^- + d'_i I_{i,t}^-) \right\} / 6 \quad (6.85)$$

Sujeto a:

$$\sum_{i=1}^P (U(i,k) x_{i,t} + S(i,k) \delta_{i,t}) \leq 1 + y_{k,t} \quad k = 1, \dots, K \quad t = 1, \dots, T \quad (6.86)$$

$$I_{i,t}^+ - I_{i,t}^- = \sum_{\tau=1}^{t-LT(i)} x_{i,\tau} + I(i,0) - \sum_{\tau=1}^t (D(i,\tau) + \sum_{j=1}^P (R(i,j) x_{j,\tau} + W(i,j) \delta_{i,\tau})) \quad i = 1, \dots, P \quad t = 1, \dots, T \quad (6.87)$$

$$\sum_{\tau=1}^{t-LT(i)} x_{i,\tau} + I(i,0) - \sum_{\tau=1}^t \sum_{j=1}^P (R(i,j) x_{j,\tau} + W(i,j) \delta_{i,\tau}) \geq 0 \quad k = 1, \dots, K \quad t = 1, \dots, T \quad (6.88)$$

$$y_{k,t} \leq F(k,t) \quad k = 1, \dots, K \quad t = 1, \dots, T \quad (6.89)$$

$$\delta_{i,t}M \geq x_{i,t} \quad i = 1, \dots, P \quad t = 1, \dots, T \quad (6.90)$$

$$\delta_{i,t} \in \{0,1\} \quad i = 1, \dots, P \quad t = 1, \dots, T \quad (6.91)$$

$$x_{i,t} \geq 0 \quad i = 1, \dots, P \quad t = 1, \dots, T \quad (6.92)$$

$$y_{k,t} \geq 0 \quad k = 1, \dots, K \quad t = 1, \dots, T \quad (6.93)$$

$$I_{i,t}^+ \geq 0 \quad i = 1, \dots, P \quad t = 1, \dots, T \quad (6.94)$$

$$I_{i,t}^- \geq 0 \quad i = 1, \dots, P \quad t = 1, \dots, T \quad (6.95)$$

### 6.1.3.3 Aproximación de Yager

En otro método para dar solución al problema *MED*, Yager (1982) parte de definir los coeficientes de la función objetivo como números difusos triangulares con función de membresía igual a la definida por Chang. De esta manera Yager propone que la solución al problema *MED*, se puede obtener resolviendo, de manera clásica, el siguiente problema de programación lineal multiobjetivo *MED-G-2*:

$$\text{Max } ((c + d - d') / 3)x \quad (6.96)$$

$$\text{S.a } \sum_{j=1}^n a_{ij}x_j \leq b_i \quad (i \in N_m) \quad (6.97)$$

$$x_j \geq 0 \quad (j \in N_n) \quad (6.98)$$

$$\text{Max } (cx + dx) / (dx + 1) \quad (6.99)$$

$$\text{S.a } \sum_{j=1}^n a_{ij}x_j \leq b_i \quad (i \in N_m) \quad (6.100)$$

$$x_j \geq 0 \quad (j \in N_n) \quad (6.101)$$



$$\text{Max } (c + (d - d') / 4)x \quad (6.102)$$

$$\text{S.a } \sum_{j=1}^n a_{ij}x_j \leq b_i \quad (i \in N_m) \quad (6.103)$$

$$x_j \geq 0 \quad (j \in N_n) \quad (6.104)$$

#### 6.1.3.4 Formulación del modelo MED-P-2

La aproximación de Yager (1981), es aplicada en el modelo MRP definido, en el cual se considera que todas las restricciones son deterministas, mientras que la función objetivo es imprecisa debido al desconocimiento o poca precisión que se tiene del costo de retraso para el producto  $i$  ( $A_{(i)}$ ), el cual es definido como un número difuso triangular  $A_{(i)} = (r_i, c_i, R_i)$ . La diferencia con el método anterior consiste en el planteamiento de la solución, a la cual se llega a través de un problema de programación lineal multiobjetivo surgido a partir del número triangular  $A_{(i)}$

$$\text{Min: } \sum_{t=1}^T \left[ \sum_{i=1}^P ((c_i + d_i - d'_i)/3)I_{i,t}^- + H(i)I_{i,t}^+ + C(i)\delta_{i,t} + \sum_{k=1}^K O(k,t)y_{k,t} \right] \quad (6.105)$$

$$\text{Min: } \frac{\sum_{t=1}^T [\sum_{i=1}^P (c_i I_{i,t}^- + H(i)I_{i,t}^+ + C(i)\delta_{i,t} + d_i I_{i,t}^-) + \sum_{k=1}^K O(k,t)y_{k,t}]}{\sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^P (d_i I_{i,t}^- + 1)} \quad (6.106)$$

$$\text{Min: } \sum_{t=1}^T \left[ \sum_{i=1}^P ((c_i + d_i - d'_i)/4)I_{i,t}^- + H(i)I_{i,t}^+ + C(i)\delta_{i,t} + \sum_{k=1}^K O(k,t)y_{k,t} \right] \quad (6.107)$$

Sujeto a:

$$\sum_{i=1}^P (U(i,k)x_{i,t} + S(i,k)\delta_{i,t}) \leq 1 + y_{k,t} \quad k = 1, \dots, K \quad t = 1, \dots, T \quad (6.108)$$

$$I_{i,t}^+ - I_{i,t}^- = \sum_{\tau=1}^{t-LT(i)} x_{i,\tau} + I(i,0) - \sum_{\tau=1}^t (D(i,\tau) + \sum_{j=1}^P (R(i,j)x_{j,\tau} + W(i,j)\delta_{i,\tau})) \quad i = 1, \dots, P \quad t = 1, \dots, T \quad (6.109)$$

$$\sum_{\tau=1}^{t-LT(i)} x_{i,t} + I(i, 0) - \sum_{\tau=1}^t \sum_{j=1}^P (R(i, j)x_{j,t} + W(i, j)\delta_{i,t}) \geq 0 \quad k = 1, \dots, K \quad t = 1, \dots, T \quad (6.110)$$

$$y_{k,t} \leq F(k, t) \quad k = 1, \dots, K \quad t = 1, \dots, T \quad (6.111)$$

$$\delta_{i,t} M \geq x_{i,t} \quad i = 1, \dots, P \quad t = 1, \dots, T \quad (6.112)$$

$$\delta_{i,t} \in \{0,1\} \quad i = 1, \dots, P \quad t = 1, \dots, T \quad (6.113)$$

$$x_{i,t} \geq 0 \quad i = 1, \dots, P \quad t = 1, \dots, T \quad (6.114)$$

$$y_{k,t} \geq 0 \quad k = 1, \dots, K \quad t = 1, \dots, T \quad (6.115)$$

$$I_{i,t}^+ \geq 0 \quad i = 1, \dots, P \quad t = 1, \dots, T \quad (6.116)$$

$$I_{i,t}^- \geq 0 \quad i = 1, \dots, P \quad t = 1, \dots, T \quad (6.117)$$

### 6.1.3.5 Aproximación de Bector y Chandra

Para la solución al *MED*, Bector y Chandra (2005) proponen el siguiente método a partir de las aproximaciones que realiza Verdegay para el mismo problema:

Siguiendo la notación de Verdegay, Bector y Chandra (2005) definen la función membrecía de la siguiente manera:

$$\phi(c) = \inf_j \phi_j(c_i) \quad (6.118)$$

Consecuentemente, la solución para el modelo PLD-2 se obtiene si se resuelve el siguiente problema de programación lineal determinista:

$$\text{Max } z = \sum_{j=1}^n c_j x_j \quad (6.119)$$

$$\text{S.a } \phi(c) \geq (1 - \alpha) \quad (6.120)$$

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq b_i \quad (i \in N_m) \quad (6.121)$$

$$x_j \geq 0 \quad (j \in N_n) \quad (6.122)$$

$$\alpha \in [0,1]$$

Resolver el problema anterior, no siempre es fácil por lo que Bector y Chandra (2005), proponen la siguiente transformación:

$$\text{Max } \eta_j(\beta)x \quad (6.123)$$

$$\text{S.a } \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq b_i \quad (i \in N_m) \quad (6.124)$$

$$x_j \geq 0 \quad (j \in N_n) \quad (6.125)$$

$$\beta \in [0,1]$$

En donde  $\eta_j(\beta)x$  es una función vector  $(\eta_1(\beta) \dots \eta_j(\beta))$  con  $\eta_j : [0,1] \rightarrow R$

Dado que  $\phi(c) = \inf_j \phi_j(c_j)$  y la función  $\phi_j$  es continua y estrictamente monótona,  $\phi_j^{-1}$  existe y  $\phi_j(c_j) \geq (1 - \alpha)$ , de esta manera el problema anterior puede ser reescrito de la siguiente manera:

$$Max \quad z = \sum_{j=1}^n c_j x_j \quad (6.126)$$

$$S.a \quad c_j \geq \phi_j^{-1}(1 - \alpha) \quad (6.127)$$

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq b_i \quad (i \in N_m) \quad (6.128)$$

$$x_j \geq 0 \quad (j \in N_n) \quad (6.129)$$

$$\alpha \in [0,1]$$

O equivalentemente, se tiene el siguiente modelo de programación lineal paramétrica (*MED-G-3*):

$$Max \quad \sum_{j=1}^n \phi_j^{-1}(1 - \alpha) x_j \quad (6.130)$$

$$S.a \quad \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq b_i \quad (i \in N_m) \quad (6.131)$$

$$x_j \geq 0 \quad (j \in N_n) \quad (6.132)$$

$$\alpha \in [0,1]$$

El cual es el mismo problema anterior con  $\beta = (1 - \alpha)$  y  $\eta_j(\beta) = \phi_j^{-1}(1 - \alpha)$ .

### 6.1.3.6 Formulación del modelo *MED-P-3*

La aproximación de Bector (2005), es aplicada en el modelo MRP definido, en el cual se considera que todas las restricciones son deterministas, mientras que la meta en la función objetivo es imprecisa debido al desconocimiento o poca precisión que se tiene del costo de retraso de la demanda del producto  $i$  ( $A_{(i)}$ ). Este costo es impreciso en si mismo, dada la dificultad que se tiene al calcular el costo de perder una venta o un cliente al que no se le ha entregado oportunamente su pedido. Este costo en algunas ocasiones debe ser determinado consultando opiniones de diferentes expertos, quienes pueden dar una valoración de las

consecuencias y por consiguiente del costo que tendría para la empresa retrasar pedidos.

$$\text{Min } z: \sum_{t=1}^T \left[ \sum_{i=1}^P (\phi_j^{-1}(1-\alpha)I_{i,t}^- + H(i)I_{i,t}^+ + C(i)\delta_{i,t}) + \sum_{k=1}^K O(k,t)y_{k,t} \right] \quad (6.133)$$

Sujeto a:

$$\sum_{i=1}^P (U(i,k)x_{i,t} + S(i,k)\delta_{i,t}) \leq 1 + y_{k,t} \quad k = 1, \dots, K \quad t = 1, \dots, T \quad (6.134)$$

$$I_{i,t}^+ - I_{i,t}^- = \sum_{\tau=1}^{t-LT(i)} x_{i,\tau} + I(i,0) - \sum_{\tau=1}^t (D(i,\tau) + \sum_{j=1}^P (R(i,j)x_{j,\tau} + W(i,j)\delta_{i,\tau})) \quad i = 1, \dots, P \quad t = 1, \dots, T \quad (6.135)$$

$$\sum_{\tau=1}^{t-LT(i)} x_{i,\tau} + I(i,0) - \sum_{\tau=1}^t \sum_{j=1}^P (R(i,j)x_{j,\tau} + W(i,j)\delta_{i,\tau}) \geq 0 \quad k = 1, \dots, K \quad t = 1, \dots, T \quad (6.136)$$

$$y_{k,t} \leq F(k,t) \quad k = 1, \dots, K \quad t = 1, \dots, T \quad (6.137)$$

$$\delta_{i,t} M \geq x_{i,t} \quad i = 1, \dots, P \quad t = 1, \dots, T \quad (6.138)$$

$$\delta_{i,t} \in \{0,1\} \quad i = 1, \dots, P \quad t = 1, \dots, T \quad (6.139)$$

$$x_{i,t} \geq 0 \quad i = 1, \dots, P \quad t = 1, \dots, T \quad (6.140)$$

$$y_{k,t} \geq 0 \quad k = 1, \dots, K \quad t = 1, \dots, T \quad (6.141)$$

$$I_{i,t}^+ \geq 0 \quad i = 1, \dots, P \quad t = 1, \dots, T \quad (6.142)$$

$$I_{i,t}^- \geq 0 \quad i = 1, \dots, P \quad t = 1, \dots, T \quad (6.143)$$

#### 6.1.4 Modelos con coeficientes de la matriz tecnológica difusos y función objetivo difusa.

La forma general de un problema de programación lineal con objetivos difusos y restricciones difusas es la siguiente:

$$\text{Max } \bar{Z} = \sum_{j=1}^n c_j x_j \quad (6.144)$$

$$\text{S.a } \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq \bar{B}_i \quad (i \in N_m) \quad (6.145)$$

$$x_j \geq 0 \quad (j \in N_n) \quad (6.146)$$

Este tipo de modelos se denotará por *COM*, en el cual  $\bar{B}_i$  es un número difuso que determina el grado de cumplimiento de la restricción *i* con respecto al valor de  $b_i$  y el valor de la meta *z* se establece como un valor impreciso  $\bar{Z}$

#### 6.1.4.1 Aproximación de Zimmermann

En esta aproximación, las restricciones difusas son modelados exactamente en la misma forma que en la aproximación de Werners, la diferencia entre ambos modelos es que en la aproximación de Zimmermann, la función objetivo la imprecisión es entendida en el sentido en que se satisface el nivel de aspiración  $Z_0$  lo mejor posible.

De esta manera los modelos tipo *COM* puede ser descrito como sigue:

Encontrar *x* tal que:

$$cx \geq Z_0 \quad (6.147)$$

$$Ax \leq \bar{B}_i \quad (6.148)$$

$$x \geq 0 \quad (6.149)$$

Para resolver el problema anterior, primero debe elegirse una apropiada función de membresía para cada restricción difusa. Para este fin se define  $\bar{Z}_0(x)$  como la función de pertenencia para la función objetivo y  $\bar{B}_j(x)$  denota la función de pertenencia para la *i*-ésima restricción. Seguidamente si  $p_0$  y  $p_i = (p_1, p_2, \dots)$ ,

$p_m)^T$  denotan las tolerancias permitidas para la función objetivo y la  $i$ -ésima restricción, respectivamente, se puede establecer las siguientes funciones de pertenencia:

$$\bar{Z}_0(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } c_j x_j \geq Z_0 \\ 1 - \frac{Z_0 - c_j x_j}{p_0} & \text{si } Z_0 - p_0 < c_j x_j < Z_0 \\ 0 & \text{si } c_j x_j \leq Z_0 - p_0 \end{cases} \quad (6.150)$$

$$\bar{B}_i(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } a_i x \geq b_i \\ 1 - \frac{a_i x - b_i}{p_i} & \text{si } p_i < a_i x < b_i + p_i \\ 0 & \text{si } a_i x \leq p_i + p_i \end{cases} \quad (6.151)$$

Ahora, usando el principio de Belman y Zadeh para identificar las decisiones difusas (Bector, 2005), se llega a la definición del siguiente problema de programación lineal determinista:

$$\text{Max } \lambda \quad (6.152)$$

$$\text{S.a } \bar{Z}_0(cx) = \left(1 - \frac{Z_0 - cx}{p_0}\right) \geq \lambda \quad (6.153)$$

$$\bar{B}_i(a_i x) = \left(1 - \frac{a_i x - b_i}{p_i}\right) \geq \lambda \quad (i \in N_m) \quad (6.154)$$

$$x_j \geq 0 \quad (j \in N_n) \quad (6.155)$$

$$\lambda \in [0,1]$$

O, equivalentemente:

$$\text{Max } \lambda \quad (6.156)$$

$$\text{S.a } cx \geq Z_0 - (1 - \lambda) p_0 \quad (6.157)$$

$$a_i x \leq b_i + (1 - \lambda) p_i \quad (i \in N_m) \quad (6.158)$$

$$x_j \geq 0 \quad (j \in N_n) \quad (6.159)$$

$$\lambda \in [0,1]$$

El cual se denotará como *COM-G-1*

Si  $(X^*, \lambda^*)$  es una solución óptima para el modelo anterior, entonces  $X^*$ , es una solución óptima a los modelos tipo COM, y  $\lambda$  es el grado de aspiración al nivel  $Z_0$  que obtiene el decisor.

#### 6.1.4.2 Formulación del modelo COM-P-1

La aproximación de Zimmerman es aplicada en el modelo MRP definido, en el cual se considera que las restricciones de balance de inventario y de capacidad disponible son imprecisas, además la imprecisión también se presenta en la función objetivo debido al desconocimiento o poca precisión que se tiene del costo de retraso para el producto  $i$  ( $A_{(i)}$ ).

$$\text{Max } \lambda \quad (6.160)$$

$$\text{S.a } cx \geq Z_0 - (1 - \lambda) p_0 \quad (6.161)$$

$$a_i x \leq b_i + (1 - \lambda) p_i \quad (i \in N_m) \quad (6.162)$$

$$x_j \geq 0 \quad (j \in N_n) \quad (6.163)$$

$$\lambda \in [0,1]$$



Minimizar:  $\lambda$  (6.164)

Sujeto a:

$$\sum_{t=1}^T \left[ \sum_{i=1}^P (A(i)I_{i,t}^- + H(i)I_{i,t}^+ + C(i)\delta_{i,t}) + \sum_{k=1}^K O(k,t)y_{k,t} \right] \leq Z_0 + (1-\lambda)p_0 \quad (6.165)$$

$$\sum_{i=1}^P (U(i,k)x_{i,t} + S(i,k)\delta_{i,t}) \leq 1 + y_{k,t} - \lambda p_{k,t} \quad k = 1, \dots, K \quad t = 1, \dots, T \quad (6.166)$$

$$I_{i,t}^+ - I_{i,t}^- = \sum_{\tau=1}^{t-LT(i)} x_{i,\tau} + I(i,0) - \sum_{\tau=1}^t (D(i,\tau) + \lambda p_{i,\tau} + \sum_{j=1}^P (R(i,j)x_{j,\tau} + W(i,j)\delta_{i,\tau})) \quad i = 1, \dots, P \quad t = 1, \dots \quad (6.167)$$

$$\sum_{\tau=1}^{t-LT(i)} x_{i,\tau} + I(i,0) - \sum_{\tau=1}^t \sum_{j=1}^P (R(i,j)x_{j,\tau} + W(i,j)\delta_{i,\tau}) \geq 0 \quad k = 1, \dots, K \quad t = 1, \dots, T \quad (6.168)$$

$$y_{k,t} \leq F(k,t) \quad k = 1, \dots, K \quad t = 1, \dots, T \quad (6.169)$$

$$\delta_{i,t} M \geq x_{i,t} \quad i = 1, \dots, P \quad t = 1, \dots, T \quad (6.170)$$

$$\delta_{i,t} \in \{0,1\} \quad i = 1, \dots, P \quad t = 1, \dots, T \quad (6.171)$$

$$x_{i,t} \geq 0 \quad i = 1, \dots, P \quad t = 1, \dots, T \quad (6.172)$$

$$y_{k,t} \geq 0 \quad k = 1, \dots, K \quad t = 1, \dots, T \quad (6.173)$$

$$I_{i,t}^+ \geq 0 \quad i = 1, \dots, P \quad t = 1, \dots, T \quad (6.174)$$

$$I_{i,t}^- \geq 0 \quad i = 1, \dots, P \quad t = 1, \dots, T \quad (6.175)$$

#### 6.1.4.3 Aproximación para un modelo no simétrico

Chanas (1982), argumenta que dado el poco grado de conocimiento de la región factible difusa, no es fácil establecer el nivel de aspiración  $Z_0$  y su tolerancia  $p_0$ ; por lo tanto sugiere resolver primero el modelo CFD, es decir sin considerar la función objetivo como difusa, usando la aproximación de Verdegay. Con esta aproximación el problema de tipo CFD, es transformado en un problema de programación lineal paramétrica definido por:

$$Max \quad z = \sum_{j=1}^n c_j x_j \quad (6.176)$$

$$S.a \quad \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq b_i + \theta p_i, \quad (i \in N_m) \quad (6.177)$$

$$x_j \geq 0 \quad (j \in N_n) \quad (6.178)$$

$$\theta \in [0,1]$$

En donde  $\theta$  ( $1 - \alpha$ ) es un parámetro y  $p_i$  ( $p_1, p_2, \dots, p_m$ ) es el vector de tolerancia para cada una de las  $m$  restricciones.

Luego para todo  $\theta$ , se obtiene una solución óptima  $x^*(\theta)$  con el respectivo valor óptimo  $z^*(\theta)$  que satisface conjuntamente las restricciones en el grado  $\overline{B}_i(a_i, x) = (1 - \theta)$ . La cual es presentada al tomador de decisiones quien elige  $Z_0$  y el correspondiente valor de  $p_0$ . Con esta información es posible construir la función de pertenencia para la función objetivo:

$$\overline{Z}_0(cx^*(\theta)) = \begin{cases} 1 & \text{si } cx^*(\theta) \geq Z_0 \\ 1 - \frac{Z_0 - cx^*(\theta)}{p_0} & \text{si } Z_0 - p_0 < cx^*(\theta) < Z_0 \\ 0 & \text{si } cx^*(\theta) \leq Z_0 - p_0 \end{cases} \quad (6.179)$$

Por lo tanto, la solución óptima para modelos tipo COM, siguiendo esta metodología, se obtiene tomando  $x^*(\theta^*)$  con el valor óptimo  $z^*(\theta^*)$  donde  $\theta^*$  es elegido tal que  $\mu_D(\theta^*) = \max_{\theta} \mu_D(\theta) = \max_{\theta} (\min (Z_0(\theta), B_c(\theta)))$  el cual es el operador min. Este modelo se denotará COM-G-2. Ver figura 6.5

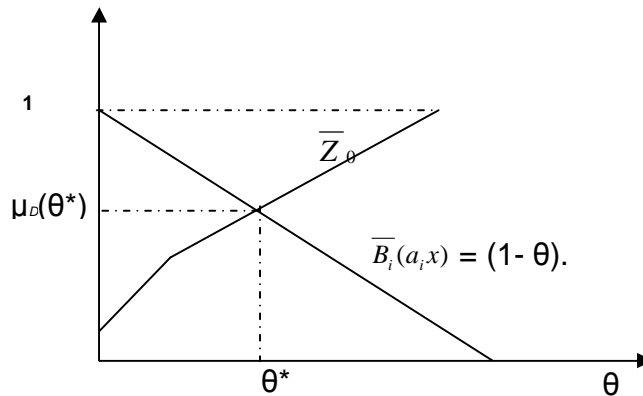


Figura 6.5. Función de membrecía para las restricciones y la función objetivo

#### 6.1.4.4 Formulación del modelo COM-P-2

La aproximación de Chanas aplicada en el modelo MRP definido, en el cual se considera que las restricciones de balance de inventario y de capacidad disponible, son imprecisas.

$$\text{Min } z: \sum_{t=1}^T \left[ \sum_{i=1}^P (A(i)I_{i,t}^- + H(i)I_{i,t}^+ + C(i)\delta_{i,t}) + \sum_{k=1}^K O(k,t)y_{k,t} \right] \quad (6.180)$$

Sujeto a:

$$\sum_{i=1}^P (U(i,k)x_{i,t} + S(i,k)\delta_{i,t}) \leq 1 + y_{k,t} - \theta p_{k,t} \quad k = 1, \dots, K \quad t = 1, \dots, T \quad (6.181)$$

$$I_{i,t}^+ - I_{i,t}^- = \sum_{\tau=1}^{t-LT(i)} x_{i,\tau} + I(i,0) - \sum_{\tau=1}^t (D(i,\tau) + \theta p_{i,\tau}) + \sum_{j=1}^P (R(i,j)x_{j,t} + W(i,j)\delta_{i,t}) \quad i = 1, \dots, P \quad t = 1, \dots, T \quad (6.182)$$

$$\sum_{\tau=1}^{t-LT(i)} x_{i,\tau} + I(i,0) - \sum_{\tau=1}^t \sum_{j=1}^P (R(i,j)x_{j,\tau} + W(i,j)\delta_{i,\tau}) \geq 0 \quad k = 1, \dots, K \quad t = 1, \dots, T \quad (6.183)$$

$$y_{k,t} \leq F(k,t) \quad k = 1, \dots, K \quad t = 1, \dots, T \quad (6.184)$$

$$\delta_{i,t} M \geq x_{i,t} \quad i = 1, \dots, P \quad t = 1, \dots, T \quad (6.185)$$

$$\delta_{i,t} \in \{0,1\} \quad i = 1, \dots, P \quad t = 1, \dots, T \quad (6.186)$$

$$x_{i,t} \geq 0 \quad i = 1, \dots, P \quad t = 1, \dots, T \quad (6.187)$$

$$y_{k,t} \geq 0 \quad k = 1, \dots, K \quad t = 1, \dots, T \quad (6.188)$$

$$I_{i,t}^+ \geq 0 \quad i = 1, \dots, P \quad t = 1, \dots, T \quad (6.183)$$

$$I_{i,t}^- \geq 0 \quad i = 1, \dots, P \quad t = 1, \dots, T \quad (6.190)$$

En donde  $\theta$  ( $0 \leq \theta \leq 1$ ), representa el nivel con que se violan las restricciones de inventario y de capacidad.

Luego, y de acuerdo a Chanas, se definen los valores  $Z_0$  y  $p_0$  correspondientes con los cuales se construye la siguiente función de membresía para una función objetivo de minimización:

$$\bar{Z}_0(cx^*(\theta)) = \begin{cases} 1 & \text{si } cx^*(\theta) \geq Z_0 \\ 1 + \frac{Z_0 - cx^*(\theta)}{p_0} & \text{si } Z_0 < cx^*(\theta) < Z_0 + p_0 \\ 0 & \text{si } cx^*(\theta) \leq Z_0 - p_0 \end{cases} \quad (6.191)$$

Al resolver el modelo COM-P-2 anterior por algunas de las técnicas de programación lineal paramétrica (ver Hillier, 2001), se obtiene el conjunto de valores que minimiza la función objetivo de acuerdo al parámetro  $\theta$  elegido. La solución óptima encontrada  $z^*(x^*(\theta))$  y  $x^*(\theta)$ , cumple que  $\theta^*$  es la solución de la ecuación  $Z_0(\theta^*) = B_c(\theta^*)$ .

## **7 SISTEMAS DE PRODUCCIÓN Y CADENA DE SUMINISTRO EN EL SECTOR AUTOMOTRIZ**

El Siglo XX, podría ser descrito como el siglo del automóvil. Como un revolucionario producto para los viajes y el transporte, el automóvil transformo a la sociedad; además se convirtió en una industria grandísima que influye sobre la economía mundial y lidera las innovaciones tecnológicas. Fue también la industria del automóvil la que proveyó algunos de los modelos de negocios del Siglo XX, tales como la producción en masa y la producción ajustada (Takahiro Fujimoto, 2001). Sin embargo en el siglo XXI, han surgido nuevas necesidades u oportunidades que indican cambios estructurales en la industria automotriz. Estas necesidades han originado continuas fusiones y adquisiciones de fabricantes de automóviles en el contexto internacional creándose grandes y complejas empresas (Fujimoto, 2001). Además, la competencia y la búsqueda de nuevos estándares y fuentes más eficientes de energía, están haciendo que hasta las empresas más competitivas reevalúen sus métodos de planeación y producción, los cuales han sido llevados por años; de esto se deriva que nuevas y prometedoras herramientas de decisión, se conviertan en medios atractivos que permitan lograr la eficiencia y competitividad que muchas empresas en el sector automotriz están buscando.

### **7.1 PANORAMA GENERAL DE LA INDUSTRIA AUTOMOTRIZ**

La sociedad y nuestras vidas cotidianas han cambiado dramáticamente con el nacimiento del automóvil. Como producto, un automóvil es necesario para múltiples funciones: la función básica es como método de transporte: mover del punto A al B; sin embargo, en muchos casos, el consumidor actual no está simplemente satisfecho con esto. Por ejemplo, para él puede tener una función simbólica como método de autoexpresión, además el automóvil es visto como un juguete individual, especialmente para las personas más jóvenes, de esta forma el automóvil puede ser considerado como un *juguete grande* del Siglo XXI (Fujimoto, 2001). Como medio de transporte, es mucho lo que el vehículo ha aportado al desarrollo, sin embargo también ha generado problemas ambientales (ruido, efecto invernadero), restricciones de movilidad en las grandes ciudades, accidentes y demás aspectos que puedan ser considerados negativos y que se le deben al vehículo. Sin embargo estos problemas de orden social, impulsan al

sector hacia una búsqueda permanente de nuevos desarrollos tecnológicos y productivos, los cuales benefician en gran medida a la sociedad.

### **7.1.1 Del fordismo al modularismo**

Al inicio del Siglo XX, la producción continuaba siendo básicamente artesanal en las empresas dedicadas a la manufactura de productos, entre ellas la industria automotriz. Esta forma de producir se caracterizaba por tener mano de obra altamente calificada, en donde el obrero era quien definía el ritmo de trabajo además de no tener herramientas de trabajo estandarizadas. Los altos costos y las limitaciones de capacidad que suponía este modelo, constituían los principales problemas asociados a los sistema de producción a finales del Siglo IXX y comienzos del XX (Palafox, 2006), lo que permitió que el modelo de producción en mas ideado por Henry Ford se impusiera en las recién creadas fabricas de vehículos.

#### **7.1.1.1 Producción en masa (Fordismo)**

Entre 1903 y 1908, Henry Ford desarrolla la cadena de montaje, la cual partía de asignar funciones específicas a los operarios para lograr que estos no se movieran de sus lugares de trabajo, lo que permitió que éste se especializara en su trabajo y por lo tanto realizar su tarea de manera más rápida (Palafox, 2006).

Es así como se produce una división del trabajo donde por un lado estaban los operarios o trabajadores directos, que se encargan de realizar una sola operación sencilla y rutinaria, y por otro lado estaban los empleados indirectos, como ingenieros, personal de limpieza, inspectores de calidad, y capataces, quienes coordinaban, apoyaban y mantenían el sistema en marcha. Uno de los grandes beneficios de este sistema de producción, además de acortar los tiempos de fabricación, fue el de disminuir los costos de manera significativa y acceder a mayores ahorros cuando se fabricaban más vehículos. De esta manera surgió la producción en masa la cual se caracteriza, entre otras cosas por el uso de maquinas y herramientas estandarizadas y manejadas por operarios semicalificados y con una división del trabajos cada vez mayor (Palafox, 2006).

### **7.1.1.2 Producción ajustada**

Más adelante en la segunda mitad del siglo pasado, y como respuesta a la crisis económica en los países capitalistas en los años setenta, surge la producción flexible en países como Italia, Japón y Francia. Este tipo de producción se caracteriza por una amplia flexibilidad funcional expresada en la versatilidad de los trabajadores y las maquinas, lo que facilita un mejor desempeño de estos en función de las necesidades de producción y de los cambios que pueden tener lugar. Una de las principales características de la producción flexible es que sustituye la estrategia de economía de escala por la economía de propósito o de alcance (Fujimoto 2001), donde se abandona la producción de bienes estandarizados y en gran escala por la búsqueda de una variación cada vez mayor de productos fabricados en pequeña escala, en plantas flexible, pero dedicadas a ciertos nichos del mercado (y por ende especializados en esos nichos).

Si bien, existe un modelo de producción ajustada surgido en Italia como respuesta a las economías de escala (Palafox, 2006), ha sido el modelo japonés el que más difusión ha tenido en muchas empresas alrededor del mundo; esto gracias a que esta estrategia fue un factor clave para que el Japón se posesionará como un país competente en la industria automotriz (Fujimoto 2001). Este modelo tuvo su origen en la empresa japonesa automotriz Toyota, el cual volvió obsoleto el sistema de producción en masa implementado por Ford; con su implementación, se da origen a una importante etapa en el desarrollo de la industria automotriz, ya que introdujo cambios radicales en la organización de la producción de vehículos. Dichos cambios hacen un énfasis especial en la diversificación de la oferta en cada uno de los segmentos a los que se dirigía, mejorando la calidad e introduciendo continuamente nuevos productos al mismo tiempo que permitía mantener elevados niveles de producción a un costo bajo. Además, las empresas que adoptaron este sistema contaban con una elevada capacidad de respuesta a las fluctuaciones de la demanda. Palafox (2006) enumera alguna de las principales características de la producción ajustada:

- El uso de maquinarias “multipropósito”,
- Plantas de tamaño reducido, operadas por técnicos con especialización polivalentes

- Una visión integral para un compromiso de mediano y largo plazo entre los diferentes agentes, en una mayor cooperación y mejor comunicación entre los participantes.
- Trabajadores multicalificados para poder realizar tareas de fabricación, supervisión y control de la calidad
- Utilización de maquinaria altamente flexible que le permita manufacturar de manera rentable grandes volúmenes de productos variados para satisfacer la diversa demanda de los consumidores
- Prevención total de defectos, reducción continua de costos, y de lograr la existencia de cero inventarios. Evitar imperfecciones, interrupciones y períodos de inestabilidad que afecten el proceso de producción
- Establecimiento de mejores relaciones de largo plazo entre productores, proveedores y distribuidores que se reflejan en disminución de los costos comerciales y de transacción.

Si bien, la producción flexible se ha implementado con éxito en la mayoría de empresas fabricantes de automóviles, llegando incluso a ser implementada en empresas por fuera del sector, es necesario tener en cuenta, además, que el automóvil consiste en una amplia gama de materiales y partes por lo que los productores de vehículos no son capaces de coordinar todos los procesos de manufactura por sí mismos, lo que da origen a un sistema de producción que parte de considerar la estructura de un vehículo, como la integración de múltiples partes y componentes fabricados por un vasto número de proveedores (Fijimoto 2001).

### **7.1.2 Arquitectura tecnológica**

Generalmente, el plan de diseño básico consiste en dividir el producto en diferentes partes, asignando diferentes funciones a las mismas y decidiendo en como conectarlas (interfaz), esto es lo que se llama arquitectura. Taobada (2005) define dos dimensiones para representar la arquitectura del vehículo. Una dimensión proviene del nivel del producto, representada por la *arquitectura modular*, partes simples y similares con interfaces comparativamente estandarizadas, y la *arquitectura integral* con relaciones más complejas de partes y funciones que se requieren para ser óptimamente diseñadas para alcanzar un desempeño global (Taobada, 2005). La otra dimensión se refiere a las relaciones entre las empresas y consiste en arquitecturas abiertas y cerradas. La arquitectura



abierta es similar a la arquitectura modular en el sentido que la interfaz es estandarizada y que el sistema puede ser diseñado por combinación de diferentes partes, pero en la arquitectura abierta esto es llevado más allá de los límites de una sola empresa. Por otro lado, la arquitectura cerrada, es realizada dentro de una sola empresa. El automóvil es un producto con una arquitectura integral y cerrada. Por ejemplo, considérese el confort de conducir un vehículo. Factores específicos, como una pequeña diferencia en la geometría de la suspensión o si el eje principal del motor está ligeramente delante o detrás, puede influenciar enormemente en el desempeño del vehículo. Para funcionar como un sistema, cada parte debe estar diseñada óptimamente en este tipo de producto. Además, por ejemplo, si Toyota fabrica vehículos, deben ser básicamente diseñados por Toyota, es decir, las piezas usadas en los vehículos de manera óptima deben ser diseñadas específicamente por Toyota o por pedido de ellos. La arquitectura de las bicicletas o computadores son diferentes. Sus productos finales pueden ser producidos con piezas estandarizadas. En términos de estructura, el automóvil es un producto mecánico muy complejo el cual es elaborado con un gran número de piezas, entre 15000 y 20000 (Jimenez, 2008).

#### **7.1.2.1 Producción modular**

El conjunto de elementos que integran un vehículo, son agrupados y ensamblados en diversos sistemas complejos los cuales incluyen campos como la informática, la ergonomía, la química, la robótica y otras disciplinas posteriormente estos subensambles se combinan para formar una unidad jerárquica y funcional (puertas, asientos, motor, radiador, etc). Cada uno de estos subsistemas tiene un nivel de jerarquía y cumple una función específica además de un nivel de desarrollo que dificulta o facilita la interacción de este con otros componentes además de la coordinación, interacción, estabilidad y desarrollo del vehículo (Lara et al, 2005). Como ejemplo tomemos la cabina, la cual está integrada por un conjunto de módulos o subsistemas como los asientos, los acabados interiores, el tablero de instrumentos, las puertas; a su vez, cada uno de estos módulos lo conforman piezas diferentes con niveles tecnológicos distintos. Algunas piezas son sencillas, mientras que otras pueden ser tan complejas que constituyen por si mismas un sistema nuevo. Es por esta razón que la integración de los diferentes módulos es algo muy complejo en donde la coordinación en el diseño y fabricación no sólo corresponde a la empresa que elabora cada componente, sino a todo el

conjunto de proveedores que conforman la cadena de valor. En la tabla 7.1, de una clasificación de los componentes de un vehículo por modulo y sistema.

<b>PARTE</b>	<b>MÓDULO</b>	<b>SISTEMA</b>
<i>Tela</i>	Asiento	<b>Sistema interior</b>
<i>Espuma</i>		
<i>Fabricación del asiento</i>		
<i>Techo interior</i>	Interiores	
<i>Paneles interiores</i>		
<i>Terminaciones</i>		
<i>Paneles de Instrumentos</i>	Módulo conductor	
<i>Medidores</i>		
<i>Palanca de cambios</i>		
<i>Manubrio</i>		
<i>Terminaciones</i>		
<i>Sensores de control del motor</i>	Encendido	<b>Sistema eléctrico y electrónico</b>
<i>Cables, bujías, distribuidor</i>		
<i>Alternador</i>		
<i>Mecanismos de suspensión y transmisión</i>	Electrónica de chasis	
<i>Arnés de cables</i>		
<i>Antibloqueo de frenos</i>		
<i>Sonido</i>	Electrónica del interior	
<i>Luces</i>		
<i>Aire acondicionado</i>		
<i>Navegación</i>		
<i>Bolsa de aire (airbag)</i>		
<i>Motor</i>	Tren motor	<b>Sistema chasis</b>
<i>Ejes</i>		
<i>Transmisión</i>		
<i>Suspensión</i>	Chasis móvil	
<i>Frenos</i>		
<i>Ruedas y neumáticos</i>		
<i>Amortiguadores</i>	Módulos "esquinas" delanteras y traseras	
<i>Terminaciones</i>		
<i>Ventilador</i>		
<i>Luces</i>		

Tabla 7.1. Sistemas y módulos de un vehículo. (Tomado de Palafox, 2006)

Es por esta razón que en los años noventas las empresas ensambladoras de vehículos empezaron a implementar la estrategia modular en sus sistemas productivos y organizativos. El enfoque que posee dicha estrategia está enmarcada en el concepto sinérgico en el que un conjunto de empresas es más eficiente que las direccionadas individualmente. De esta manera con la sinergia lograda en el conjunto, productores y proveedores de autopartes pueden lograr economía de escala y especialización que permite reducir los costos de los complejos procesos de producción de autos.

La producción modular incluye unir componentes en un solo ensamble el cual es llamado módulo y de esta manera simplificar el ensamble final del vehículo. Esto permite que los módulos puedan ser combinados en versiones diferentes por lo que es posible lograr una gran variedad de productos manufacturados que satisfagan las necesidades particulares de los clientes. Incluso los procesos de soldadura y pintura, tradicionalmente en el ámbito de las ensambladoras, se deja a manos de los proveedores. Como tendencia general, la idea de los fabricantes de automóviles también está a la externalización de la producción y desarrollo de los proveedores en un ámbito más amplio. Según (Sorensen, 2006) señala que el aumento de la externalización es el objetivo de los fabricantes para tomar ventaja de los relativamente más bajos costos de mano de obra de los fabricantes de partes, o para disminuir la carga y los riesgos de su propia inversión

Es importante tener en cuenta que en la producción modular interactúan dos conceptos diferentes: modularidad y la subcontratación. La modularidad hace referencia a la producción industrial y la subcontratación está relacionada a la generación de valor de los módulos. Si un módulo no genera valor el ensamblador tiene la posibilidad de transferirle a un tercero la producción de dicho modulo, ya que no es rentable producirlo. Estas dos dimensiones de la estrategia modular están afectando a la cadena de suministros, a los proveedores y a las formas de organización de la producción (Taboada, 2005).

De esta manera, y como lo define Lara (2005), los proveedores de primer nivel están dedicándose a la integración de los diferentes sistemas, los de segundo nivel a la producción de los módulos y los del nivel tres a la fabricación de

componentes y la consecución de materias primas básicas. Sin embargo, y dado estas condiciones, los proveedores están comprometidos con la eficiencia del proceso de producción en su conjunto, no sólo en la parte que les corresponde producir (Veloso 2002). Estas nuevas condiciones en las relaciones cliente-proveedor, ha redefinido la cadena de suministro, tal cual era conocida, en la industria automotriz.

## **7.2 CADENA DE SUMINISTROS DE LA INDUSTRIA AUTOMOTRIZ**

Entre las cadenas de suministros de los diferentes sectores industriales, la cadena de suministros del sector automotriz, es quizás una de las más complejas y diversificadas dado al tamaño de la industria y las relaciones que tienen lugar entre clientes y proveedores. Según (Jiménez, 2008), el sector industrial posee miles de proveedores de primer nivel, los cuales entregan sus productos directamente a las ensambladoras. Por otra parte un vehículo puede contener entre 15 mil y 20 mil piezas que aproximadamente lo componen. La fabrica ensambladora puede obtener parte de estas piezas directamente con un proveedor quienes a su vez pueden subcontratar sus actividades con otros proveedores y así sucesivamente. Es de anotar además, que la posición de una empresa en la cadena de suministros puede diferir dependiendo del tipo de partes que suministra, y del cliente. Por ejemplo, un proveedor provee transmisiones automáticas a una ensambladora de vehículos, pero además puede también ser un subproveedor que entrega de manera indirecta juegos de engranes a otra ensambladora, o incluye a otros clientes diferentes a la industria automotriz. Si además, a esto se suma el hecho de que parte de la cadena de suministro posee una localización geográfica diferentes, la complejidad de su análisis resulta ser mayor. Es por esta última razón, que el desarrollo en los sistemas logísticos y de transporte, sean uno de los principales soportes para lograr una gestión efectiva en la industria automotriz.

Extraer conclusiones sobre un sector tan grande y diverso es mucho más difícil que para el sector de fabricación. Las mejores prácticas en la gestión de la cadena de suministro automotriz implica una estrecha relación de confianza de largo plazo con los proveedores que están íntimamente involucrados con el desarrollo y la producción de los componentes y subsistemas que ofrecen (Fine, 1996).

### **7.2.1 Relaciones Cliente proveedor en sistemas de producción ajustada.**

En la gestión de la cadena de suministro se habla de dos tipos de relaciones proveedor-ensamblador. La primera es una a corto plazo, la cual se caracteriza por condiciones de mercado con una mínima relación de flujo de información entre el proveedor y el ensamblador. Este tipo de relación contractual ha caracterizado tradicionalmente la mayoría de las relaciones proveedor-ensamblador en los sistemas de producción en masa, en particular en Norte América (Fine, 1996).

Una de las características de la producción ajustada es una relación a largo plazo entre ensamblador y proveedor, que se caracteriza por un rico caudal de información entre ambos. Estas relaciones de asociación, tienden a continuar indefinidamente o llevar implícito promesa de renovación al final de un determinado contrato. La relación de asociación se ejemplifica en el estilo japonés denominado keiretsu. Por otra parte, este tipo de asociación tienen beneficios económicos, que son costosos de establecer y mantener y puede reducir la capacidad de un cliente para cambiar los proveedores ineficientes; pero cuando la responsabilidad del proveedor incluye la participación en el desarrollo de piezas nuevas o modificadas, las redes keiretsu son más ventajosa para ambas partes y tienden a dar lugar a un rendimiento superior (Fine, 1996).

La asociación de empresas en la producción ajustada, se caracteriza por:

- Compartir más información y estar mejor coordinadas en tareas interdependientes;
- Disminuyen inventarios, mejoran la calidad, se aumenta la velocidad en el desarrollo de productos,
- Se basan en una relación de confianza, que es un mecanismo muy eficaz de gestión que minimiza los costos de intercambio (mercancía, información y dinero) para ambas partes.

### **7.2.2 Estructura de la cadena de suministro.**

Lamber (2001) identifica dos elementos en la cadena de suministro del sector automotriz y que se relacionan permanentemente:

**La estructura de la cadena de suministro:** hace referencia a la longitud o número de niveles que posee la cadena de suministros (dimensión vertical); al número de proveedores y clientes en cada nivel (dimensión horizontal) y a la posición que ocupa cada empresa en la cadena con respecto al mercado principal.

**La identificación de los miembros:** se identifican por la función y participación en la integración del automóvil, y pueden ser proveedores primarios o de apoyo. Los proveedores primarios son empresas que realizan labores o actividades de transformación y/o valor agregado. Mientras los proveedores de apoyo ofrecen recursos, conocimientos y equipos a los proveedores primarios; en este nivel se incluyen empresas de transporte, bancos, propietarios de bodegas o infraestructura logística.

La figura 7.1, se representa la estructura de la cadena de suministros en el sector automotriz

### **7.2.2.1 Nuevas estructuras en la cadena de suministros de la industria automotriz**

Gracias al hecho de que las ensambladoras transfieren gran parte de sus procesos productivos a los fabricantes de autopartes, ha permitido un gran crecimiento de estos últimos, lo que ha dado lugar a un cambio importante en la estructura de la cadena de suministro de la industria automotriz (Jiménez Sanchez 2008). Tradicionalmente, la cadena de suministro del sector automotriz ha sido organizada en niveles (Tiers), en donde se parte los fabricantes de automóviles, quienes son los responsables de su ensamble. Los proveedores de primer nivel podrían manufacturar y proveer componentes directamente a los fabricantes de autos. Por su parte, el segundo nivel podría producir algunos de las partes más simples que podrían ser incluidas en un componte producido en una empresa de primer nivel. Y el tercer y cuarto nivel podría principalmente proveer materia prima. Esta simple configuración por niveles, ya no es apta para describir la estructura actual de la industria automotriz (Velooso, 2002). Los nuevos proveedores directos se están convirtiendo en grandes empresas mundiales, que son especializados en sistemas complejos, o integradores de varios subsistemas. De estos fabricantes

de autopartes, se espera una alta responsabilidad en el diseño y la ingeniería de estos sistemas y en la coordinación necesaria de la cadena de suministros para su manufactura y ensamble.

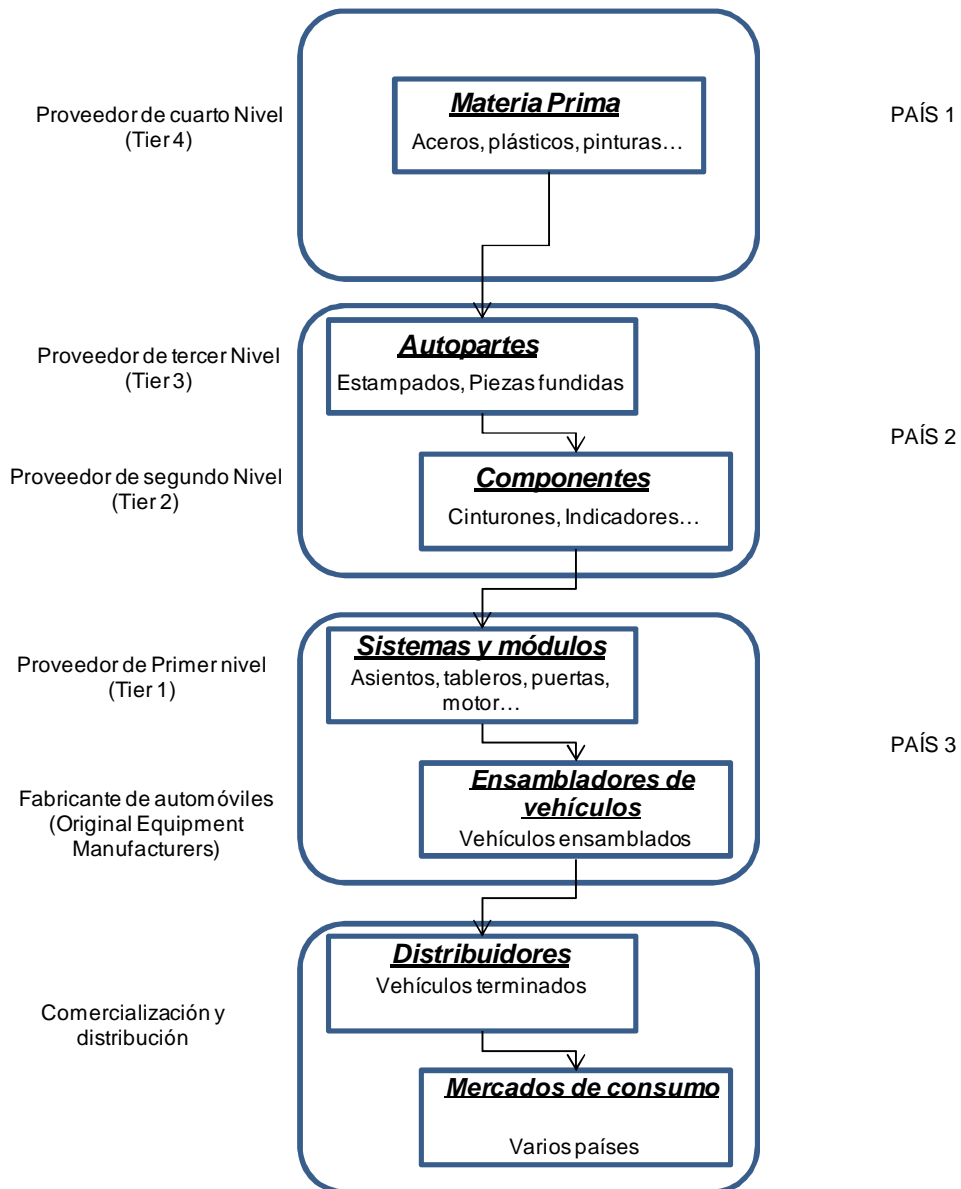


Figura 7.1. Estructura red de suministros de la industria automotriz (Tomado de Jiménez 2008)

Veloso (2002), destaca los estudios realizados en la Internacional Motor Vehicle Program, en los cuales se sugiere la siguiente configuración para la cadena de suministros del sector automotriz:

**Integradores de sistemas:** son proveedores con la capacidad de diseñar e integrar componentes, subensambles y sistemas en módulos que son enviados o colocados directamente por el proveedor en la planta de ensamblaje. Estas empresas también se han tratado como proveedores de nivel 0.5.

**Productores de sistemas globales estandarizados:** son empresa que establecen el estándar a nivel mundial para un componente o sistema determinado, además tienen la capacidad de diseñar, desarrollar y fabricar sistemas complejos. Estas compañías pueden proveer directamente sus productos a los fabricantes de vehículos o hacerlo a través de un integrador de sistemas.

**Especialistas en componentes:** Compañías que diseñan y manufacturan un componente o subsistema específico para un determinado vehículo o plataforma. Estos pueden incluir productos, tales como motores auxiliares, cigüeñales y compresores, moldes metálicos. Estas empresas han incrementado su trabajo como proveedores para los sistemas integradores y estandarizadores.

**Proveedores de materia prima:** compañías que proveen de materia prima a los fabricantes de equipos originales o sus proveedores. Esto incluye productos que van desde bobinas de acero a lingotes de acero o polímeros. La estructura presente y competitiva del mercado específico varía, por ejemplo el negocio del acero y los polímeros es un negocio en la mayoría de las ocasiones de tipo regional, y el aluminio o magnesio se encuentran en un mercado global.

Esta nueva configuración de la industria también significa una importante reestructuración, en donde las empresas participan activamente en alguno de los niveles identificados señalados anteriormente, y en otros fuera de la industria (Veloso, 2002).



	<b>PROVEEDORES DE MATERIA PRIMA</b>	<b>ESTANDARIZADOR</b>	<b>ESPECIALISTA EN COMPONENTES</b>	<b>INTEGRADOR</b>
<b>ENFOQUE</b>	Una compañía que provee materia prima a los fabricantes de automóviles o sus proveedores	Una empresa que establece un estándar global para un específico componente o sistema	Una compañía que diseña y manufactura un componente adaptado a una plataforma o vehículo	Una compañía que diseña y ensambla un modulo entero o sistema para un vehículo
<b>PRESENCIA DE MERCADO</b>	Local Regional Global	Global	Globales para el primer nivel Regionales o locales para el segundo y tercer nivel	Global
<b>CAPACIDAD CRITICA</b>	Ciencia de los materiales Ingeniería de procesos	Investigación, diseño e ingeniería. Ensamble y capacidad de gestión de la cadenas de suministros	Investigación, diseño e ingeniería. Capacidad de fabricación flexible de Imagen de marca	Diseño e ingeniería de productos Ensamble y Capacidad de gestión de la cadena de suministros
<b>TIPOS DE COMPONENTES O SISTEMAS</b>	Bancos de acero. Lingotes de aluminio Paletas de polimeros	Unidades de control eléctrico Llantas Sistemas de antibloqueo (ABS)	Estampado moldeado por inyección Componentes de motores	Puertas Chasis Interiores

Tabla 7.2. Características de los proveedores de los fabricantes de automóviles (Tomado de Veloso, 2002)

### 7.2.2.2 Proveedores de primer nivel

Los integradores de sistemas o estandarizadores, necesitaran proveer una amplia gama de productos y servicios a los fabricantes de automóviles, (Veloso 2002). Estos proveedores también necesitaran tener una presencia global, suministrando productos y servicios a los fabricantes de vehículos donde quieran que estos se encuentren. Estos aspectos combinados con los deseos de las automotrices de reducir su número de empresas con las que tienen directamente relación, hacen de los proveedores una industria más racional (Veloso 2002). Esto ha generado una reciente consolidación de la industria.

### 7.2.2.3 Proveedores de componentes

La mayoría de los proveedores que participan en la cadena de suministro automotriz no son integradores, ni proveedores de componente estandarizados, ni siquiera proveedores de materias primas. La mayoría de las empresas, a menudo más pequeñas y que se ubican en un segundo o tercer nivel, son especialistas en componente. Estos proveedores se pueden dividir en:

- **Productor de componentes:** empresas dedicadas a procesos especializados, como empresas metalmecánicas; frecuentemente tienen la responsabilidad de diseñar y probar los componentes que son manufacturados, pero no el diseño del ensamble completo donde se fija el componente. En la mayoría de los casos un fabricante de componentes es un proveedor directo de los fabricantes de vehículos.
- **Productores de subensambles:** un especialista en procesos que realiza ensambles adicionales, integración y diseño de capacidad. Los suministros pueden incluir una columna direccional, un sistema de pedal, como también subensambles como radiadores o baterías. Las empresas en esta categoría frecuentemente seleccionan un sistema como un objetivo donde fomentan la tecnología necesaria como una competencia para sobresalir en su diseño y producción. Un fabricante de subensambles es, en la mayoría de los casos, un proveedor directo.

## 7.3 SISTEMA DE PRODUCCIÓN EN UNA FABRICA ENSAMBLADORA DE VEHICULO

Colombia cuenta con tres empresas ensambladoras de vehículos: Sofasa, La Fabrica Colombiana de Automotores (Colmotores) y la Compañía Colombiana Automotriz. Estas empresas tienen varias líneas de producción, que van desde vehículos pequeños hasta mucho más grandes como camiones, además de vehículos de servicios. En el sector de autopartes, por el contrario, hay un mayor número de empresas dedicadas a la fabricación de partes de los vehículos para suministrar a las ensambladoras o abastecer el mercado de repuestos. Muchas de

estas empresas de autopartes han logrado cierto reconocimiento en el sector por la calidad de sus productos, la incorporación la innovación lo cual se traduce en una presencia no sólo interna sino también internacional.

Es importante resaltar que el proceso de ensamble de vehículos, no es una línea de transformación de materias primas, este proceso básicamente está compuesto por tres actividades principales las cuales incluyen operaciones de armada, montaje y pintura. El material que debe ser preparado para el ensamble y el cual es identificado como CKD (Completely Knock Down. Bajo esta categoría se agrupa toda clase de partes y piezas para el ensamble de los vehículos) es el principal insumo de las ensambladoras dado que representa cerca del 60% del costo de producción además de que son importados de las casas matrices o de filiales de la compañía.

Las operaciones de ensamble pueden ser divididas en dos: Operaciones de ensamble primario, las cuales incluyen el montaje de las piezas que componen el motor así como la carrocería y las ruedas y las operaciones de ensamble final las cuales se componen de tres operaciones principales

### **7.3.1 Armado**

Consiste en la unión de las partes que han sido previamente estampadas de acuerdo con su respectiva forma y modelo, entre ellas están las puertas, los pisos, las cubiertas, etc. La principal operación es la soldadura autógena y el recubrimiento de uniones. Además se realizan actividades de impermeabilización, pulimiento y limpieza.

Una serie de subensambles son realizados a través de los procesos de soldadura y con la ayuda de matrices se garantiza su simetría. Estos subensambles se unen a su vez en matrices de mayor tamaño. El piso del vehículo es el primero en ser ensamblado, después se continua con los laterales que a su vez son ensamblados en una matriz general donde se montará luego el techo con lo cual se completa la estructura de la cabina. Esta cabina es llevada a una línea de terminación donde son colocadas las puertas, el capó y el portillón.

### **7.3.2 Pintura**

La importancia de la pintura en el proceso estriba en la protección del vehículo de la corrosión además de dar un aspecto mucho mejor. Para dar inicio al proceso de pintura, la cabina es recibida desde el armado completamente ensamblado. El vehículo semiensamblado debe ser desengrasado y cubrirse con fosfato para una mejor absorción de la pintura. Después de varios enjuagues se aplica anticorrosivo y finalmente el vehículo es llevado a la cabina de esmalte donde se le aplica la pintura con el color definitivo y esmalte brillante. Este proceso es llevado a cabo en cámaras especiales de acuerdo con el nivel tecnológico de la empresa.

### **7.3.3 Montaje**

Una vez terminado el proceso de pintura el vehículo se ingresa a la línea de montaje, este proceso corresponde al ensamblaje de las partes mecánicas como el motor, los ejes, el sistema de frenos, sistema eléctrico, tapetes, accesorios, etc. Las piezas mayores en su mayoría son productos de procesos anteriores de empresas proveedoras. Al terminar el proceso de ensamble, el vehículo recibe alineación de ruedas y luces para finalmente ser entregado para inspecciones de calidad.

## **8 APLICACIÓN DE MODELOS DE PLANEACIÓN DE LA PRODUCCIÓN CON LÓGICA DIFUSA EN UNA EMPRESA DEL SECTOR AUTOMOTRIZ**

Los procesos de fabricación están inmersos en entornos en los que la incertidumbre hace parte de la mayoría de variables necesarias para tomar decisiones apropiadas. En este contexto los directores de producción acuden a diferentes estrategias donde se busca minimizar la incidencia de la incertidumbre sobre el desempeño de los procesos productivos. Dentro de estas estrategias, la lógica difusa surge como una herramienta prometedora para lograr planes de producción más acorde con la realidad, dado que está fundamentada en la toma de decisiones sobre variables imprecisas. El presente capítulo busca ilustrar la aplicación de los modelos desarrollados en el capítulo 5, en el proceso productivo de una empresa dedicada al ensamblaje de automóviles.

El propósito, es entonces aplicar los modelos realizados contrastándolos unos con otros. Es necesario aclarar que no se busca resolver un caso puntual, como sí establecer un marco general que pueda ser de ayuda en próximos estudios.

### **8.1 SELECCIÓN DEL PROCESO A MODELAR**

De acuerdo a lo especificado en el capítulo 7, el proceso de ensamble de vehículo consiste generalmente en tres procesos: Armado, pintura y montaje; los cuales se subdividen en varios subprocesos y actividades. Dentro de estos subprocesos, destacamos el proceso de montaje de puertas, que si bien no es el más complejo de todos los subprocesos, si puede llegar a ser representativo dada su importancia en el ensamble final del vehículo.

#### **Proceso de montaje de puertas**

El proceso parte con el pre-montaje de las bisagras en las puertas, el cual es realizado manualmente. Luego la puerta es llevada a la línea de terminación en donde se encuentra la cabina. Una vez la puerta es posicionada en la cabina, se

ajusta la bisagra a la puerta. Esta operación es realizada con una pistola neumática. Después el vehículo pre ensamblado pasa a la línea de pintura donde recibe los acabados respectivos.

Una vez ha terminado el proceso de pintura, la cabina se prepara para que se le instalen todos los componentes que lleva el vehículo, entre ellos los que hacen parte de la puerta como chapas y cableados internos.

Los trabajos en la línea de montaje siguen un programa FIFO (Primeros en entrar, primeros en salir). La velocidad promedio de la línea de montaje está entre 0.9 minutos y 1.4 minutos, lo que implica que un vehículo es ensamblado entre dos horas cincuenta y un minutos y cuatro horas y veintiséis minutos.

Para realizar el proceso de ensamble de las puertas, estas son desmontadas de la estructura central del vehículo. Este proceso tiene como propósito instalar todos los cableados, mecanismos y accesorios que completan la puerta y que permiten un correcto funcionamiento y adecuada apariencia. Este proceso es realizado en dos unidades de producción; en la primera unidad se montan todos los cableados interiores de la puertas y chapas, mientras en la segunda unidad se lleva a cabo el montaje de todos los dispositivos eleva vidrios, vidrios, empaques, accesorios interiores. Una vez se finaliza con estas operaciones, la puerta es montada de nuevo a la estructura metálica del vehículo.

## **8.2 INFORMACIÓN DE ENTRADA AL MODELO.**

El principal objetivo del plan de producción es satisfacer la demanda al menor costo posible. Sin embargo las previsiones de la demanda no son siempre precisas (ver capítulo 3), lo que en definitiva afecta el funcionamiento de todo el sistema de producción. Así por ejemplo, al subestimarse la demanda puede generarse roturas de stock que conlleve pérdidas de ventas, retrasos y en definitiva un mal servicio; por otro lado, sobreestimar la demanda puede llevar a tener una gran cantidad de materias primas y/o producto terminado en inventario. Es así como se acude a los stocks de seguridad y ajustes de previsiones de la demanda de manera interdisciplinaria, sin embargo los métodos usados para este

fin son en muchas ocasiones subjetivos, por lo que es pertinente usar los modelos difusos para la planificación de la producción propuestos en esta tesis.

El período de planificación considerado será de una semana, y el horizonte de planeación es de seis semanas.

La explosión de producto y el análisis posterior, se realiza sólo para la puerta izquierda, considerando que la puerta derecha posee componentes similares.

La tabla 8.1 especifica los plazos de entrega ( $t_s$ ) en semanas, el inventario inicial ( $Inv$ ), costos de almacenamiento ( $Ca$ ) del componente  $i$  por semana, costo de pedidos ( $C_p$ ), costo por tardanza del componente  $i$  ( $C_t$ ), además también se muestra  $B_{i,j}$ , la cual representa la cantidad del producto hijo  $i$  necesario para hacer el producto padre  $j$ .

La figura 8.1, enseña la lista de materiales para un sistema estándar de puertas

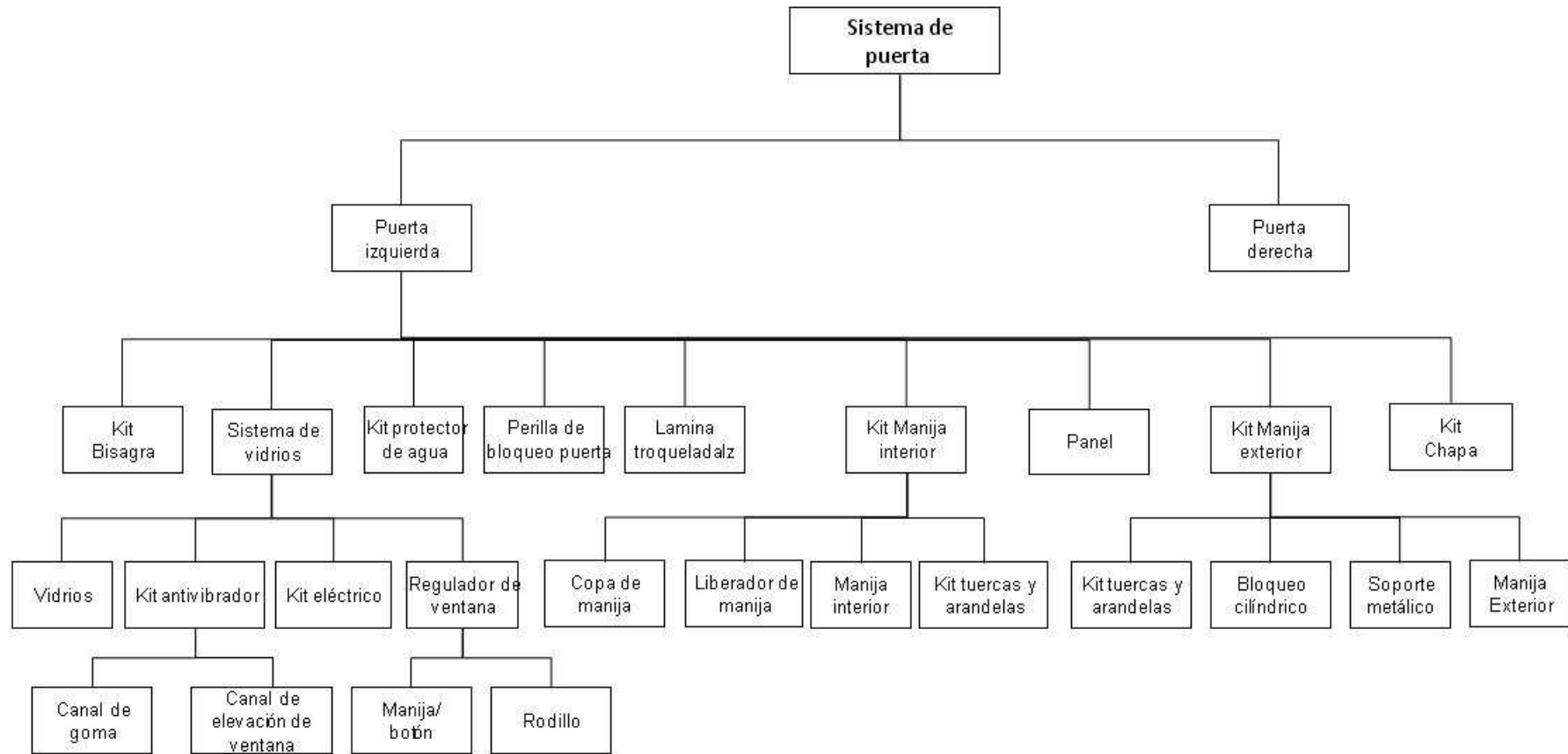


Figura 8.1 lista de materiales sistema de puertas.



Nivel	Componente	Descripción	Bi,j	Ts	Inv	Ca	Cp	Ct
1	1	Puerta izquierda	1	0	0	12	0	250
1	2	Lámina troquelada	1	2	20	5	10	0
1	3	Kit Bisagra	1	1	12	0,01	2	0
1	4	Sistema de vidrios	1	0	12	3,5	5	0
1	5	Kit protector de agua	1	1	44	0,01	1	0
1	6	Perilla de bloqueo puerta	1	2	100	0,01	1	0
1	7	Kit Manija interior	1	0	10	0,01	1	0
1	8	Panel	1	3	10	2	3	0
1	9	Kit Manija exterior	1	0	5	0,01	1	0
1	10	Kit Chapa	1	3	50	0,01	1	0
2	11	Vidrios	1	2	0	1	1,5	0
2	12	Kit antivibrador	1	0	0	0,02	1	0
2	13	Kit eléctrico	1	2	0	0,3	1	0
2	14	Regulador de ventana	1	0	0	0,01	1	0
2	15	Copa de manija	1	3	0	0,01	1	0
2	16	Liberador de manija	1	3	0	0,01	1	0
2	17	Manija interior	1	3	0	0,01	1	0
2	18	Kit tuercas y arandelas MI	1	3	0	0,01	1	0
2	19	Kit tuercas y arandelas ME	1	3	0	0,01	1	0
2	20	Bloqueo cilíndrico	1	3	0	0,01	1	0
2	21	Manija exterior	1	3	0	0,01	1	0
2	22	Soporte metálico	1	3	0	0,01	1	0
3	23	Canal de goma	1	2	0	0,01	1	0
3	24	Canal de elevación de ventana	1	2	0	0,01	1	0
3	25	Manija/ botón	1	2	0	0,01	1	0
3	26	Rodillo	1	2	0	0,01	1	0

Tabla 8.1. Información de entrada para el modelo MRP

La demanda de vehículo pronosticada para un período de tres meses (12 semanas) se especifica en la tabla 8.2

	Enero				Febrero				Marzo			
Semana	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4
<b>Demanda Min</b>	350	370	420	460	300	310	400	380	390	400	400	360
<b>Demanda Max</b>	370	400	430	470	335	320	430	400	410	420	420	380

Tabla 8.2. Pronostico de la demanda mínima y máxima de vehículos

Las restricciones de capacidad sólo estarán referidas a la línea de ensamble a la cual pertenece el vehículo seleccionado. Para el proceso de montaje de puertas, esta capacidad se estima en el 15% del total de la capacidad de la línea. Es así como, si la empresa cuenta con un turno laboral de ocho horas, cinco días a la semana, se tiene un total de 40 horas semanales en la línea de producción, de las cuales 6 horas estarán destinadas al montaje de las puertas. Si se considera además que la capacidad promedio de producción de la línea es de 9 vehículos/hora, el tiempo de ensamble de una puerta es de 1 minuto ó 0.01666 horas/puerta.

La empresa puede usar horas extras para incrementar la capacidad disponible. El costo de adicionar una hora extra es de \$3800. Para efectos prácticos, la capacidad de la línea sólo puede ser aumentada un 10% a través de las horas extras.

Dado que el proceso que se desea modelar, pertenece a una línea de montaje en donde cada centro de trabajo es especializado, no se considerará las variables que se tienen para definir la fracción del recurso  $k$  usado para cambiar el artículo  $i$  ( $S(i,k)$ ) y el desperdicio del producto  $i$  en el cambio al producto  $j$  ( $W(i, j)$ ), dado que si existieran no serían representativos en el modelo.

### 8.3 METODOLOGÍA DE ANÁLISIS DE MODELOS

Regularmente la precisión en los modelos matemáticos para representar el mundo real va en relación directa con los costos destinados a la obtención de la información de entrada y la complejidad de dicho modelo; es por este motivo que la calificación de un modelo no debe estar determinada sólo por el grado de precisión con que se aproxima a la respuesta correcta, sino que también deben ser considerados otros criterios igualmente válidos como la cantidad de información de entrada, el nivel de servicio, el nivel de inventario, la capacidad ociosa o extra, etc.

Es por este motivo que, para el análisis de los modelos matemáticos difusos considerados en el capítulo 6, se definen los siguientes indicadores, los cuales servirán para realizar las comparaciones respectivas entre los modelos.

#### 8.3.1 Nivel de Servicio:

Hace referencia al nivel con el que se satisface la demanda en cuanto no se sufra rotura de stock. Para aumentar este indicador, las empresas acuden a los stocks de seguridad con el costo que ello conlleva, por que siempre debe evaluarse el costo beneficio que implica tener un nivel de servicio alto. La forma en que se medirá en esta tesis es la siguiente:

$$\text{Nivel de servicio} = 1 - \frac{\sum_{i=1}^P \sum_{t=1}^T (I_{i,t}^-)}{\sum_{i=1}^P \sum_{t=1}^T (D_{i,t})} * 100 \quad (8.1)$$

### **8.3.2 Nivel de Inventario**

La forma de medir este indicador, consistirá en determinar para cada modelo el nivel de inventario medio semanal para el componente *puerta izquierda*, durante el período de planificación

### **8.3.3 Costo Total**

Minimizar el costo total del plan es la función objetivo para el modelo propuesto. Estos costos totales surgen de la suma de cada uno de los costos que se generan en todo el horizonte de planeación. Dichos costos en el modelo están referidos a: costo de almacenamiento, costo de pedido, costo de aumentar la capacidad, costo de tardanza.

### **8.3.4 Complejidad Computacional**

Con este indicador se evaluará el uso de los recursos requeridos durante el cálculo de la solución del modelo a través de un equipo de computo. Los recursos y variable que serán analizados son: el tiempo que demora en ser ejecutado el modelo, cantidad de recurso usado (medido por el programa de optimización) para resolver el problema, además se incluirá en este aspecto de análisis el número de iteraciones requeridas.

## **8.4 INFORMACIÓN ADICIONAL NECESARIA PARA INGRESAR A LOS MODELOS DE ESTUDIO,**

Los modelos CFD-P-1, CFD-P-2 y COM-P-2, necesitan de las variables  $p_c$  y  $p_d$ , los cuales hacen referencia a los valores en el que puede ser disminuida la capacidad e incrementada la demanda estimada, respectivamente. Por lo tanto, y dado que las restricciones de capacidad sólo estarán referidas a la sección de montaje de puertas como un porcentaje del uso de la línea de ensamble, se definirá a  $p^c$  como el porcentaje en el que la sección de montaje puede no estar

disponible, para efectos prácticos  $p_c=0.01$ . Mientras  $p_d$ , está definido por la diferencia entre la demanda máxima y la demanda mínima (ver tabla 8.2)

Además de la información de la tabla 8.1, y 8.2, es necesario establecer, para el modelo DTR-P-1, coeficientes difusos en las restricciones; una primera opción es considerar que el rendimiento en los componentes es impreciso, así por ejemplo, es posible que para montar el sistema de vidrios no se requeriría 1 kit antivibrador sino 1.1 kits, dado el 10% puede ser despachados por desperfectos, por lo que la cantidad de pedido se incrementará. Sin embargo el costo de los componentes no está relacionado en la función objetivo y el costo de pedido no depende de la cantidad a pedir, por lo que considerar rendimientos difusos aportaría poco al modelo. Por otro lado, si se considera que la capacidad la fracción del recurso  $k$  (línea de montaje) para realizar una unidad de  $i$  es imprecisa se obtendría mejores resultados para el propósito del modelo. Es así como para el modelo DTR-P -1, el valor de  $U(i,k)$ , se toma difuso; en el ejemplo  $U(1,1)$  estaría definido en el intervalo  $[0.002778, 0.0028]$ .

Para los modelos MED-P-1 y MED-P-2, en los cuales se consideran costos de retraso difuso, se define el siguiente número difuso triangular que especifica el valor que puede tomar el costo de retraso del producto *puerta izquierda*.

$A_1$  (230, 250, 270). Ver figura 8.2

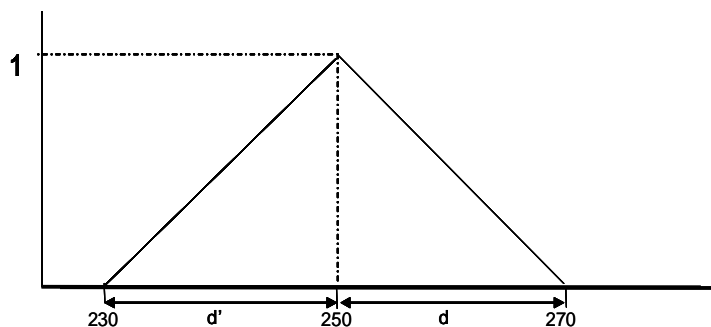


Figura 8.2. Representación del costo de retraso como número difuso triangular

Para aplicar el modelo MED-P-3, se considera el costo de retraso para el producto *puerta izquierda*, como un número difuso definido por la siguiente función membresía:

$$\varphi(A_1) = \begin{cases} 1 & \text{si } A_1 \leq 250 \\ (A_1 - 250)/(20) & \text{si } 250 < z < 270 \\ 0 & A_1 \geq 270 \end{cases} \quad (8.2)$$

De donde se obtiene que

$$\varphi^{-1}(1-\alpha) = 20(1-\alpha) + 250 \quad (8.3)$$

Para dar solución al modelo MRP definido en el capítulo 5, con la aproximación de Zimmerman, se define a  $Z_0=10000$ , como el nivel de aspiración que debe ser alcanzado y  $p_0=30000$  como la máxima tolerancia permitida para infringir dicho nivel, mientras los valores para  $p_i$  (tolerancias para las restricciones) son iguales a los definidos para los modelos CFD-P-1, CFD-P-2 y COM-P-2

## 8.5 OBTENCIÓN DE RESULTADOS

Los modelos desarrollados en esta Tesis, pueden ser llevados más o menos directamente a cualquier lenguaje de programación que pueda resolver modelos de optimización. Alguno de los programas mas conocidos son: AMPL, GAMS, MPL, Lingo. De este grupo se ha elegido al GAMS para solucionar cada uno de los modelos aquí presentados. En el anexo 2, se da el código en GAMS de todos los modelos difusos.

### 8.5.1 Modelo CFD-P-1.

Como se mencionó en el capítulo 6, el modelo CFD-P-1 es resuelto con usando la metodología de programación paramétrica, con la cual se obtiene el conjunto de soluciones que maximizan la función objetivo de acuerdo al parámetro  $\theta$  elegido; este conjunto de soluciones es presentado al tomador de decisiones quien elige la solución más adecuada. La solución obtenida en GAMS, variando el parámetro  $\theta$  se muestra en la tabla 3, y en el anexo 3 se dan cantidades de pedido para el producto *puerta izquierda*, en el período  $t$ .

$\alpha$	Z
0.1	11704.5945
0.2	14034.7544
0.3	16424.5153
0.4	18818.0230
0.5	21453.6021
0.6	24122.6820
0.7	27973.6913
0.8	45186.6767
0.9	72846.8084
1	108175.1086

Tabla 8.3. Conjunto de soluciones para el modelo CFD-P-1

En la figura 8.3, se enseña como se incrementa el costo total a medida que se aumenta el valor de  $\theta$  (Nivel en que se incumple la restricción).

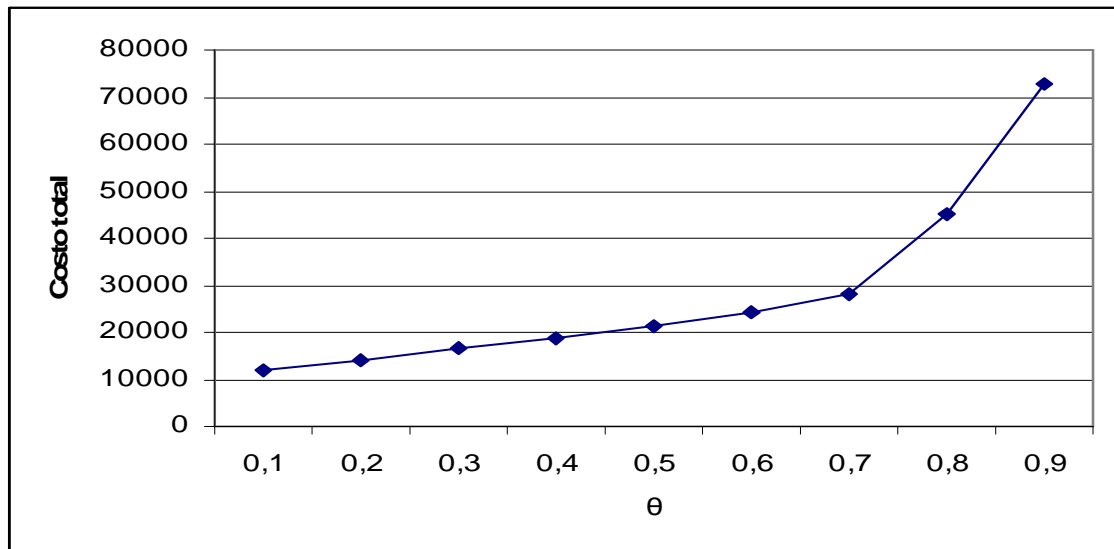


Figura 8.3. Costo total versus nivel de incumplimiento de la restricción

Para analizar el modelo, se tomará  $\theta= 0.5$ , con lo que se obtienen los siguientes resultados:

Costo total  $Z= 21453.6021$

Nivel de satisfacción  $\alpha= 0.5$ .

Número de interacciones =774.

Tiempo de solución= 0.29 seg.

Si bien lo ideal sería decidirse por la solución que genera el mayor grado de satisfacción donde  $\bar{B}_i(x)=1$ , también sería aceptable obtener una solución para algún valor de  $\bar{B}_i(x)$  mayor que  $\alpha$ , lo cual se entiende como el nivel de satisfacción mínima fijada de manera a priori de acuerdo con la naturaleza del problema y la incertidumbre que le es inherente. Es así como la solución hallada con  $\alpha=0.5$  incrementa ostensiblemente el costo de \$9441,7396 que se obtiene bajo condiciones deterministas, sin embargo el tomador de decisiones debe pensar que puede incurrir en un costo aun mayor que \$72846,8084, por lo que es necesario que fije un valor más acorde con la imprecisión que generan algunos datos del modelo.

### 8.5.2 MODELO CFD-P-2

Al resolver este modelo con la información dada en este capítulo se obtiene que:

$Z_0= 9441,7396$ , mínimo costo al que se puede aspirar

$Z_1=108175.1086$ , máximo costo al que puede llegarse en el caso en que el máximo nivel de demanda esperada, se acompañe con el mínimo de capacidad disponible.

La solución con GAMS, es la siguiente



Costo total  $Z=33858.221$

Nivel de satisfacción  $\alpha=0.7527$

Número de interacciones= 3050

Tiempo de solución= 0.141

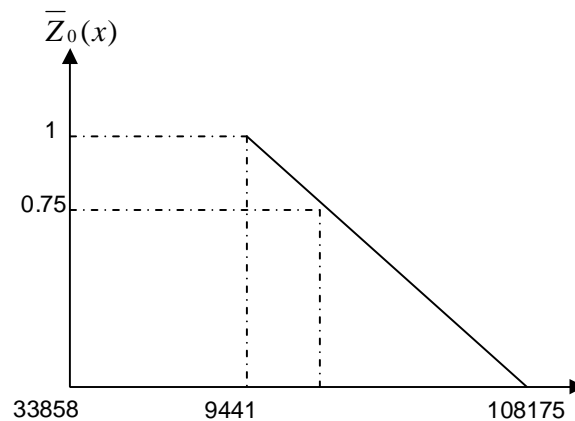


Figura 8.4. Mapeo de la función objetivo para el modelo CFD-P-2

En la solución anterior se obtiene un nivel de satisfacción  $\alpha=0.75$ , el cual representa desde el punto de vista difuso el nivel mínimo que deben de alcanzar todas las funciones de pertenencia.

### 8.5.3 Modelo DTR-P-1

Al resolver este modelo con la información dada en este capítulo se obtiene que:

$Z_0= 9441,7396$ , mínimo costo al que se puede aspirar

$Z_1=46702.6172$ , máximo costo al que puede llegarse en el caso en que el rendimiento de la línea de producción disminuya a su mínimo esperado.

La solución con GAMS, es la siguiente

Costo total  $Z=24890.4568$

Nivel de satisfacción  $\alpha=0.5854$

Número de interacciones= 4015

Tiempo de solución= 0.21 segundos

En la figura 8.5 , se enseña la solución obtenida en comparación con los valores extremos que pueden ser obtenidos y su respectivo grado de satisfacción.

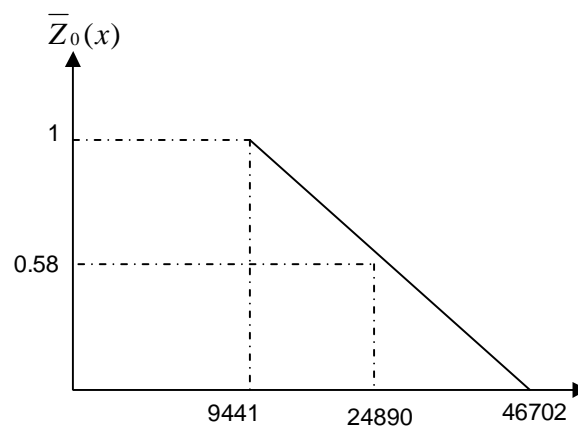


Figura 8.5. Mapeo de la función objetivo para el modelo DTR-P-1

#### 8.5.4 Modelo MED-P -1

La solución obtenida a través de GAMS, es la siguiente:

Costo total  $Z=10340.6841$

Número de interacciones= 3914

Tiempo de solución= 0.18

La figura 8.6, enseña como se incrementa la función objetivo al considerar el costo de retraso difuso. En contraste con los otros modelos analizados en los cuales se tomaba la capacidad y la demanda difusa, esta solución incrementa levemente (8.7%) el costo obtenido de manera determinista.

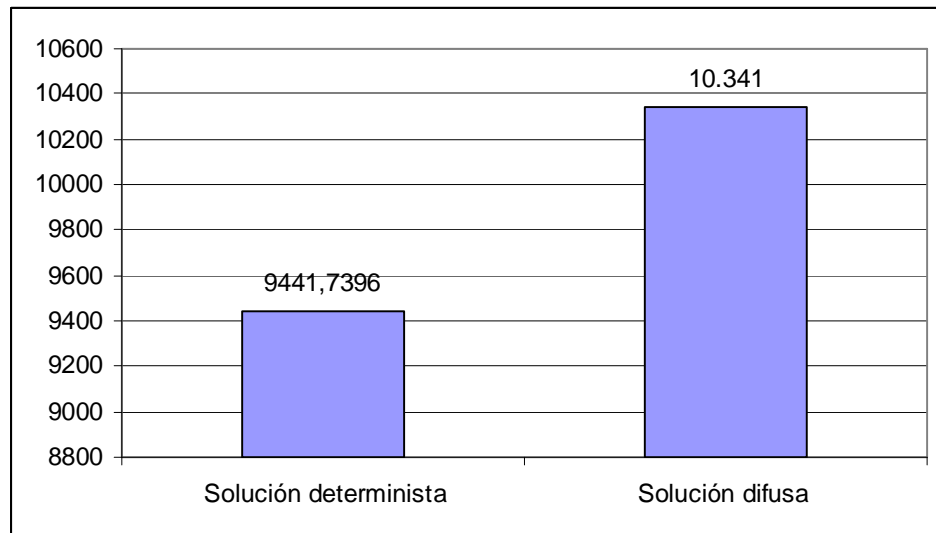


Figura 8.6. Solución modelo MED-P-1

### 8.5.5 Modelo MED-P -2

Este modelo, el cual es un problema de programación lineal multiobjetivo, puede ser resuelto a través de la metodología de promedios ponderados, el cual consiste en maximizar la suma ponderada de todos los objetivos:

$$Max \left[ \sum_{i=1}^q w_i \{Z'_i(x)\} \right] \quad (8.4)$$

En donde  $w_1=0.333$ ,  $w_2=0.333$ ,  $w_3=0.333$  y  $Z'_i$  es la función objetivo normalizada:

$$Z'_i(x) = \frac{Z_i(x) - Z^{\min}_i}{Z^{\max}_i - Z^{\min}_i} \quad (8.5)$$

Al resolver el modelo con cada uno de los objetivos por separado y haciendo la normalización respectiva, se obtiene

Costo total  $Z=9850.4731$

Número de interacciones= 4360

Tiempo de solución= 0.21

### 8.5.6 Modelo MED-P -3

Usando  $\varphi^{-1}(1-\alpha)=20(1-\alpha)+250$ , se obtiene los siguientes resultados a través de GAMS:

Costo total Z=10350.1658

Número de interacciones= 1442

Tiempo de solución= 0.15

La figura 8.7 enseña las soluciones obtenidas con los tres modelos tipo MED, en los cuales se consideró el costo de retraso para el producto *puerta izquierda* como un número triangular difuso

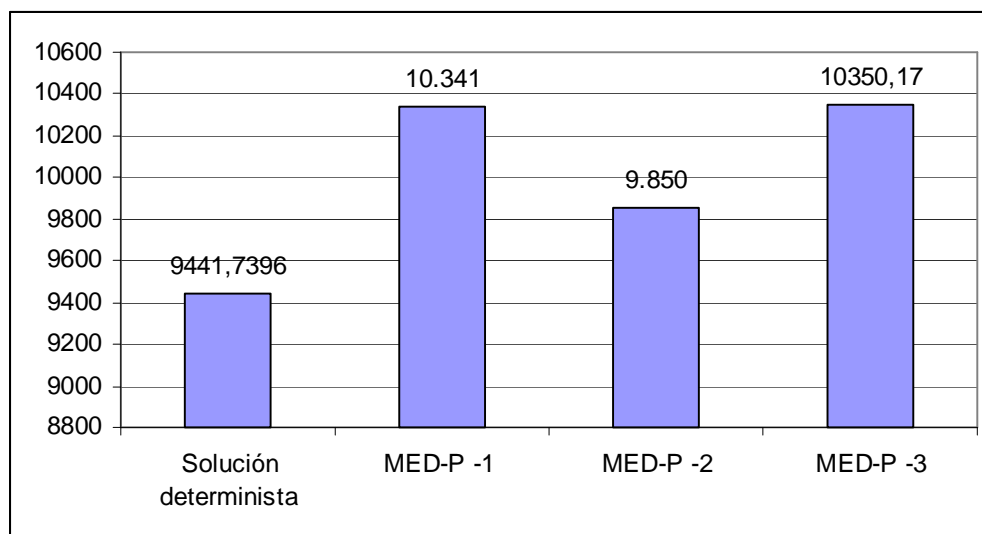


Figura 8.7. Solución modelos tipo MED.

En general, al evaluar estas tres soluciones se aprecia que el modelo MED-P-2, es el que más se acerca al valor obtenido en la solución determinista, mientras que el modelo MED-P-3, es el de mayor costo.

### 8.5.7 Modelo COM-P-1

Los valores fijados por el tomador de decisiones para  $Z_0$  y  $P_0$  son respectivamente 10000 y 30000, la función de pertenencia  $\bar{Z}_0(cx)$ , para la función objetivo se muestra en la figura 8.8

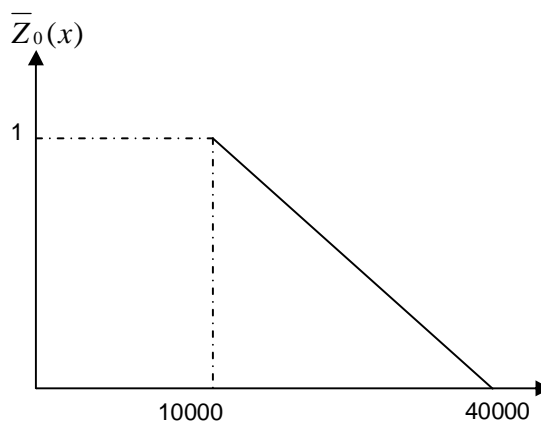


Figura 8.8. Mapeo de la función objetivo para el modelo COM-P-1

Desarrollando este modelo mediante el programa de optimización GAMS, se obtienen los siguientes resultados:

Costo total  $Z= 23437.051$

$\lambda=0.5521$

Tiempo de solución=0.191

Total interacciones= 3305

El plan de producción obtenido a través de lógica difusa y del cual se puede esperar obtener un costo de \$23437.051, es una solución intermedia que equilibra los criterios pesimistas u optimistas del tomador de decisiones, dado que su nivel de satisfacción con respecto al mínimo costo que podría esperar obtener (\$10000) es de  $\lambda= 0.55$ .

### 8.5.8 MODELO COM-P-2

Resolver este modelo consiste en dos pasos:

**Primer paso:** se resuelve el modelo CFD-P-1 a través de programación lineal paramétrica y se fija los valores de  $Z_0$  y  $P_0$ , Para esto, el tomador de decisiones puede estar interesado en tener un nivel de satisfacción en el conjunto de restricciones superior a  $\alpha = 0.4$ , por lo que define a  $Z_0 = 18818.023$  y  $p_0 = 89.357$  (ver tabla 8.3).

**Segundo paso:** una vez fijados  $Z_0$  y  $p_0$ , se elabora la función membresía para la función objetivo, de donde se obtiene que:

$$\bar{Z}_0(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } c_j x_j \leq Z_0 \\ 1 + \frac{18818 - c_j x_j(\theta)}{89.357} & \text{si } Z_0 < c_j x_j < Z_0 + p_0 \\ 0 & \text{si } c_j x_j \geq Z_0 + p_0 \end{cases} \quad (8.6)$$

Para encontrar una solución óptima, con un nivel de aspiración que satisfaga tanto las funciones de membresía de las restricciones como la de la función objetivo, se debe calcular el índice de compatibilidad de cada solución con los niveles de aspiración del decisor (Jiménez et al 2007).

$$\bar{Z}_0(1) = 0$$

$$\bar{Z}_0(0.6) = 0.9395$$

$$\bar{Z}_0(0.9) = 0.3942$$

$$\bar{Z}_0(0.5) = 0.9693$$

$$\bar{Z}_0(0.8) = 0.7036$$

$$\bar{Z}_0(0.4) = 0.999$$

$$\bar{Z}_0(0.7) = 0.8961$$

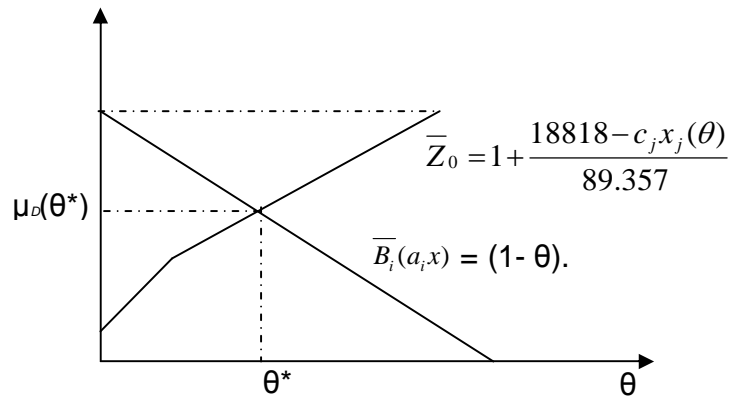


Figura 8.9. Funciones de pertenencia para las restricciones y función objetivo modelo COM-P-2

Para encontrar la solución óptima correspondiente debe elegirse  $\theta^*$  tal que  $\mu_D(\theta^*) = \max_{\theta} \mu_D(\theta) = \max_{\theta} (\min (Z_0(\theta), B_c(\theta)))$ . Para este fin Jiménez et al (2007) usa la t-norma del producto algebraico entre  $Z_0(\theta)$  y  $B_c(\theta)$  para hallar el valor de  $\theta^*$ , de la siguiente manera:

$\mu_D(0.4) = 0.4 \cdot 0.999 = 0.3996$	$\mu_D(0.8) = 0.8 \cdot 0.7036 = 0.5628$
$\mu_D(0.5) = 0.5 \cdot 0.9693 = 0.48465$	$\mu_D(0.9) = 0.9 \cdot 0.3942 = 0.35478$
$\mu_D(0.6) = 0.6 \cdot 0.9395 = 0.5637$	$\mu_D(1) = 1 \cdot 0 = 0$
$\mu_D(0.7) = 0.7 \cdot 0.8961 = 0.6272$	

De acuerdo a estos resultados se observa que con  $\theta^* = 0.7$  se obtiene el mayor nivel de satisfacción (0.6272) con respecto a la función objetivo

$Z = 28098.990$

Nivel de satisfacción  $\lambda = 0.6272$

Tiempo de solución = 0.14

Total interacciones = 2347

## 8.6 ANÁLISIS DE RESULTADOS

### 8.6.1 Nivel de servicio.

Los datos obtenidos en cada uno de los modelos se muestran en la tabla 8.4:

MODELO	Demanda acumulada	Suma de unidades faltantes	Nivel de servicio
CFD-P-1	4540	53,326	98,83%
CFD-P-2	4724	101,597	97,85%
DTR-P-1	4540	98,14	97,84%
MED-P -1	4540	56,26	98,76%
MED-P -2	4540	48,591	98,93%
MED-P -3	4540	51,28	98,87%
COM-P-1	4675	57,72	98,77%
COM-P-2	4700	66,251	98,59%

Tabla 8.4. Nivel de servicios para los modelos estudiados

Los modelos con un menor nivel de servicio son los modelos CFD-P-2 y DRT-P-1 los cuales poseen el 97.85% y 97.84% respectivamente. El modelo CFD-P-2, considera la demanda como un valor difuso lo que afecta directamente el nivel de servicio, mientras que el modelo DRT-P-1, toma la productividad de la línea de montaje imprecisa, por lo que en algunas ocasiones no se tendrá toda la capacidad disponible para elaborar la totalidad de piezas solicitadas. El modelo con mejor desempeño en este indicador es el MED-P-2, con un 98.93% en el nivel de servicio.

La figura 8.10, enseña el nivel de servicio para cada uno de los planes.



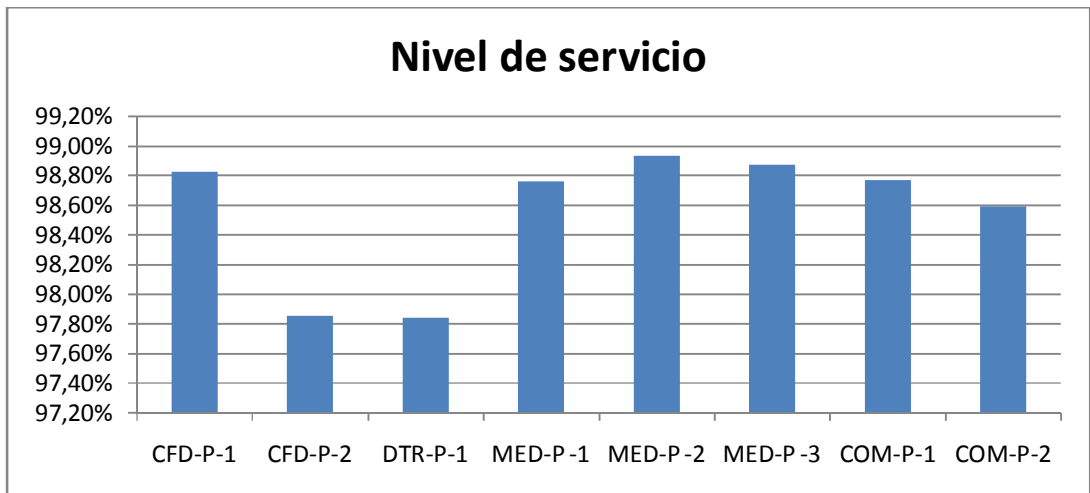


Figura. 8.10 Nivel de servicio para los modelos de estudio

### 8.6.2 Complejidad computacional

La tabla 8.5, resume los aspectos evaluados, igualmente en el anexo 2, se dan los resúmenes dados por el programa GAMS, en la ejecución de cada uno de los modelos. En la tabla se enseña como el modelo CFD-P-1, posee un buen desempeño en la cantidad de recurso usado y en el total de interacciones necesarias para hallar la solución, mientras que en el tiempo de procesamiento sobresalen los modelos COM-P-2, y MED-P-3

MODELO	Recurso usado	Total interacciones	Tpo de procesamiento
CFD-P-1	0,75	774	0,29
CFD-P-2	31,98	3050	0,141
DTR-P-1	72,98	4015	0,21
MED-P -1	54,58	3914	0,18
MED-P -2	76,86	4360	0,21
MED-P -3	16,86	1442	0,15
COM-P-1	71,48	3305	0,191
COM-P-2	25,95	2347	0,14

Tabla 8.5. Complejidad computacional para los modelos de estudio

Para analizar conjuntamente los tres criterios de evaluación de la complejidad computacional, se ordenaron de menor a mayor según el criterio y se les asignará un puntaje de acuerdo a la posición ocupada, siendo un puntaje de 1 para la primera posición y 8 para la última. Al final se suman los resultados para cada modelo con el fin de obtener los modelos más eficientes los cuales son los que poseen menor puntaje. La tabla 8.6 resume este análisis:

MODELO	SUMA DE PUNTOS
MED-P -3	7
COM-P-2	7
CFD-P-1	10
CFD-P-2	10
MED-P -1	15
COM-P-1	16
DTR-P-1	20
MED-P -2	23

Tabla 8.6. Resumen puntuación complejidad computacional

Los modelos con mejor desempeño computacional son MED-P-3 y COM-P-2, los cuales obtienen un puntaje de 7 cada uno. Por otro lado, el modelo MED-P-2, es el que presenta mayor dificultad en su solución (ver figura 8.11)

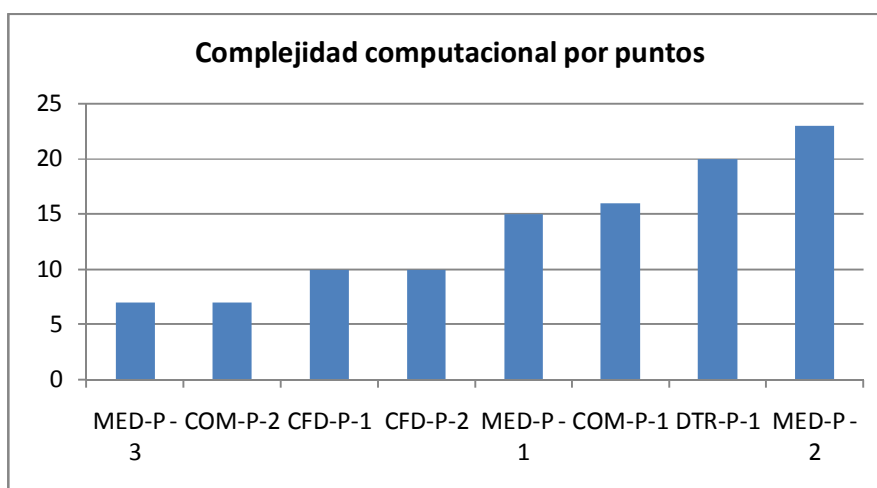


Figura 8.11. Complejidad computacional por puntos, para los modelos evaluados

### 8.6.3 Nivel de inventario

El nivel de inventario, calculado para el producto *puerta izquierda*, se obtiene del inventario medio semanal, el cual se halla sumando el inventario de cada período del producto considerado y dividiendo este valor entre el número de periodos de planificación. Ver tabla 8.7

<b>NIVEL DE INVENTARIO</b>	<b>SUMA TOTAL INVENTARIO</b>	<b>INVENTARIO MEDIO</b>
CFD-P-1	282,36	23,53
CFD-P-2	280,8	23,4
DTR-P-1	277,2	23,1
MED-P -1	321,84	26,82
MED-P -2	307,2	25,6
MED-P -3	317,52	26,46
COM-P-1	293,52	24,46
COM-P-2	315,0108	26,2509

Tabla 8.7. Resumen nivel de inventario de los modelos de estudio

Los planes con un menor nivel de inventario durante el horizonte de planificación son los proporcionados por los modelos MFD-P-2 y DTR-P-1, con 23.4 y 23.1 unidades en promedio. A estos dos planes les corresponde además que poseen al menor nivel de servicio. En contraste, los modelos que originan planes más costosos en materia de inventario son el MED-P-1 y el COM-P-2, dado que poseen los valores de inventario medio más altos. Los resultados se resumen en la tabla 8.5

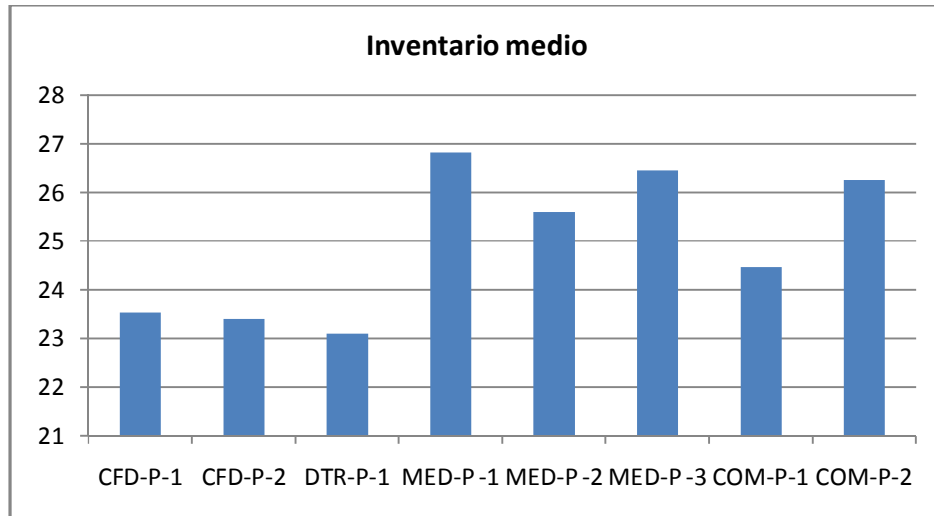


Figura 8.12. Resumen nivel de inventario de los modelos de estudio

#### 8.6.4 Costo total

El costo total del modelo en su forma determinista es de 9441,7396, el cual es el menor costo al que puede aspirarse. Sin embargo al incluir la incertidumbre en este modelo y solucionarse a través de las metodologías vistas en esta tesis, se obtienen planes cuyos costos totales oscilan entre \$9.850 y \$33.858. En la tabla 8.8 se muestra los costos totales para cada modelo y su correspondiente nivel de satisfacción.

MODELO	Costo total	Nivel de satisfacción
CFD-P-1	21.454	0,5
CFD-P-2	33.858	0,7527
DTR-P-1	24.890	0,5854
MED-P -1	10.341	0.52
MED-P -2	9.850	0.5127
MED-P -3	10.350	0,5
COM-P-1	23.437	0,563
COM-P-2	28.098	0,6272

Tabla 8.8. Costos totales por modelo.

Los modelos de mejor desempeño en este indicador, son los que consideran el costo de retraso como difuso (MED-P-1, MED-P-2, MED-P-3), mientras que los que proporcionan un mayor costo son los que consideran la demanda y/o la capacidad como valores difusos (en su orden son: CFD-P-2, COM-P-2, DTR-P-1). Ver figura 8.13

Si bien en este capítulo se consideró de manera particular el proceso de montaje de puertas, los modelos analizados pueden ser aplicados de manera asertiva a los demás procesos modulares de la industria automotriz, dado que los que se buscaba no era resolver una situación particular sino tomar un proceso representativo que ilustrara de manera idónea el uso de las metodologías de toma de decisiones en un sistema de producción. Por lo tanto y de acuerdo a los resultados obtenidos y la eficiencia en cada uno de los modelos analizados, es improcedente destacar a algunos sobre otros, dado que su formulación depende de las necesidades del proceso y los criterios propios del tomador de decisiones. Así por ejemplo, en algunas ocasiones puede que la complejidad computacional no sea un factor relevante dada la precisión requerida, o incluso se este dispuesto a aumentar el nivel de servicio a expensas de aumentar el inventario medio.

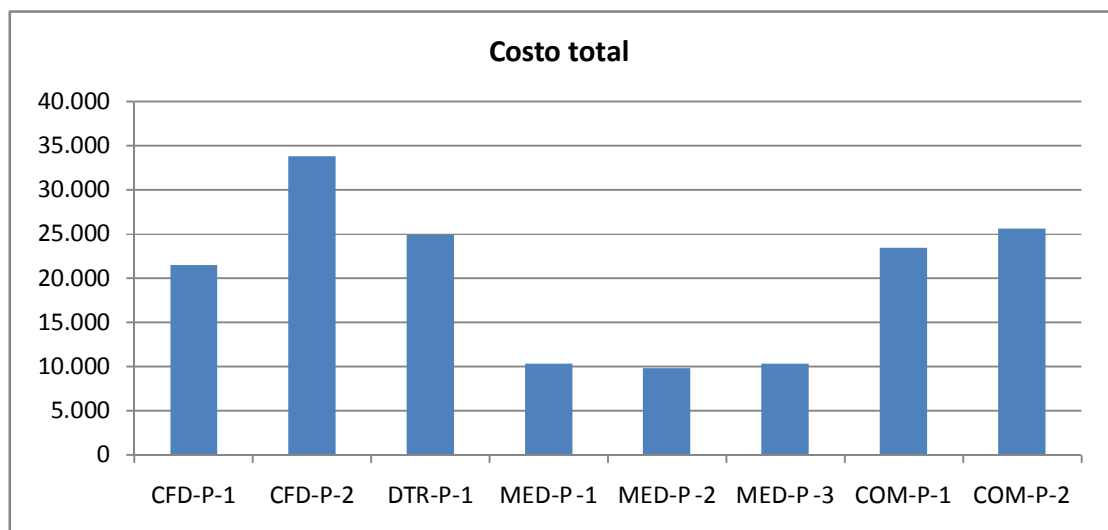


Figura 8.13. Costos totales por modelo.

La inclusión de la incertidumbre en las diferentes variables y componentes del modelo permitió aproximar, de manera asertiva, el uso de la lógica difusa a problemas de decisión en los sistemas de producción. Si bien cada modelo propuesto es diferente al considerar la imprecisión bien sea en la función objetivo o las restricciones, el tomador de decisiones podrá elegir cualquiera de estos de acuerdo a las necesidades del proceso en particular; en algunas ocasiones, por ejemplo, podrá fijar una meta para su proceso con su respectivo nivel de tolerancia, o flexibilizar el cumplimiento de algunas de las restricciones de capacidad, incluso también podrá decidir, de manera analítica, con base en la información lingüística entregada por algunos expertos.

## 9 CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

### 9.1 CONCLUSIONES

En esta tesis se ha mostrado la aplicación que posee la lógica difusa en el campo de la producción, más específicamente en los sistemas MRP. La solución obtenida en cada modelo propuesto, permitió valorar el resultado con respecto al máximo beneficio que se tendría si se estuviera en un campo determinista. Es necesario aclarar entonces que el decisor tendrá confianza en que la implementación de la solución expresada, puede estar de conformidad con sus deseos, toda vez que el índice de satisfacción es considerablemente adecuado (aproximadamente un 40% de satisfacción). Hay que anotar que en la medida que la información con la que cuenta el decisor sea más precisa, entonces la satisfacción será mayor.

Los modelos aquí presentados, son sólo un ejemplo de las diferentes aplicaciones que puede tener los conjuntos difusos y la lógica difusa para facilitar la toma de decisiones en los procesos de producción. El paso a seguir, es llevar estas técnicas a la práctica y validarlas con los resultados que se pueden obtener a través de métodos convencionales con el fin de establecer la forma más apropiada de decidir en entornos inciertos.

Una de las mayores fortalezas que posee la lógica difusa aplicada a las técnicas de toma de decisiones, es que se puede involucrar tanto la información correspondiente a datos históricos como opiniones subjetivas o intuitivas de personas expertas en el campo de análisis; lo que permite un tratamiento matemático de la imprecisión que poseen algunos parámetros. Vale decir que la técnica no suprime dicha imprecisión o incertidumbre, sino que establece un método para su manejo, es decir, en vez de ignorar la incertidumbre que es inherente al modelo genera soluciones que la involucran.

Si bien, la lógica difusa no es la respuesta a todos los problemas que surgen en los sistemas de producción, si constituye una herramienta fácilmente entendible y manejable que puede ser usada en la mayoría de los programas de optimización. Por otro lado, al considerarse funciones de pertenencia más que funciones de

probabilidad, se está más acorde con la realidad que presenta las plantas de producción, en donde la imprecisión está presente en la mayoría de los procesos de toma de decisiones. Sin embargo, las metodologías aquí presentadas, no pretenden reemplazar las teorías existentes de optimización o modelamiento de sistemas para la toma de decisiones, sino complementar algunos de estos y ofrecer soluciones más precisas.

El uso de la lógica difusa junto con herramientas computacionales de optimización (como el GAMS), favorecen el proceso de toma de decisiones en el campo de la planificación de la producción, dada la relativa facilidad con la que se puede abordar problemas en los que la incertidumbre juega un papel relevante en el logro de los objetivos de producción. En comparación con algunos otros métodos en los que también se involucra la incertidumbre, como por ejemplo la programación estocástica, la lógica difusa es fácilmente entendida y aplicada obteniéndose resultados muy apropiados y a muy bajo costo computacional, por lo que la relación costo beneficio favorece al tomador de decisiones.

Los diferentes modelos analizados en esta tesis, permitieron evaluar como la incorporación de la teoría de conjuntos difusos en un enfoque para abordar el mundo real en un sistema de producción, puede ser muy conveniente teniendo en cuenta la dificultad para determinar con precisión algunas variables como costos, demanda, objetivos productivos, etc. Esta dificultad puede estar referida a la determinación de funciones de probabilidad que permitan involucrar la incertidumbre que es inherente a los sistemas de producción; en su lugar, y como se demostró en el capítulo 3, la lógica difusa define funciones de pertenencia a partir de información no tan precisa, pero igualmente importante, para estructurar modelos de decisión con base en variables lingüísticas que aproximan dichos modelos a la subjetividad y por ende la realidad de los procesos de decisión humanos. Es así como en la realidad, un decisor puede considerar diferentes niveles de importancia a las restricciones o, también, dentro de su racionalidad, permita que se hagan ciertas violaciones de manera aceptable y en distintos grados en la función objetivo, en este sentido la lógica difusa ofrece posibilidades para permitir la existencia de vaguedades e incertidumbre en los procesos de toma de decisión

Para el adecuado cumplimiento de los objetivos propuestos en el trabajo de investigación, la presente tesis se estructuró en siete capítulos centrales (capítulos dos al ocho), con diferentes propósitos cada uno y con relación directa con la



propuesta de investigación. A continuación se resume los logros alcanzados en cada uno de estos capítulos:

En el capítulo 2, se abordaron las diferentes técnicas de planificación de la producción y se analizaron la importancia de ésta dentro del contexto de competitividad empresarial. Se hizo además una aproximación a los principales criterios con los que debe contar un tomador de decisiones para formular planes y programas de producción efectivos que favorezcan a la organización y por ende a la sociedad.

En el tercer capítulo, además de hacer una introducción al concepto de lógica difusa, se definieron los diferentes tipos de incertidumbre que rodean el proceso de toma de decisiones en el ambiente de producción. En el capítulo cuatro por su parte, se analizaron algunas aplicaciones que pueden encontrarse en la literatura reciente de lógica difusa en los sistemas de producción. Para este fin, se realizó inicialmente un estudio del estado del arte de la aplicación de la lógica difusa en los sistemas de manufactura y después de manera específica se tratan los niveles de planeación y programación de la producción respectivamente. Los artículos y/o trabajos de investigación citados en este capítulo fueron seleccionados sobre la base de que demuestran el beneficio que aporta la lógica difusa en el proceso de toma de decisiones de los sistemas de producción. El principal propósito de estos dos capítulos es sentar las bases sobre las cuales se formularán los principales aportes de la presente tesis.

En el capítulo cinco, se estructuró un modelo de planeación de los requerimientos de materiales, para este fin se parte de considerar tres modelos deterministas de diferentes autores. Si bien, el modelo propuesto es de tipo general y no hace alusión a ningún proceso en particular, en los capítulos posteriores es adaptado al proceso de estudio. El modelo de planeación de la producción formulado, es de tipo multi-nivel, multi-período, con restricciones de capacidad, en el que se busca minimizar los costos generados por el proceso de producción.

En el capítulo seis, se definieron las características de forma que poseen los modelos que son analizados, Para este fin son clasificados como:

- Modelos con conjunto factible difuso

- Modelos con metas difusas,
- Modelos con coeficientes de la función objetivo difusos,
- Modelos con coeficientes de la matriz tecnológica y recursos difusos,
- Y modelos completamente difusos.

En total se presentan ocho modelos de planeación de la producción en contextos de incertidumbre los cuales son resueltos, de diferente manera, con técnicas difusas de acuerdo a las aproximaciones de solución planteadas por algunos autores.

En el capítulo siete, se abordaron los sistemas de producción de la industria automotriz y la configuración que posee su cadena de suministros, esto con el fin de aproximar el trabajo de tesis a dicha industria. Se analizó brevemente en qué consiste la producción en masa y la producción flexible, además de las relaciones cliente proveedor con las cuales se estructura la cadena de suministros. Además de esto, se da una corta descripción del proceso de producción modular que gobierna dicha industria, y de esta manera dejar por sentado la pertinencia de la aplicación de los modelos MRP difusos al sector automotriz.

En el capítulo ocho, se realizó el análisis de la aplicación de los ocho modelos formulados en las cinco clasificaciones consideradas. El proceso de la industria automotriz elegido para este fin, y del cual se hace una breve descripción, es el de montaje del sistema de puertas por considerarse un proceso representativo del sistema de producción de vehículos. Para evaluar la conveniencia de la aplicación de los modelos difusos, en este mismo capítulo se formuló un método de evaluación estructurado en cuatro criterios: nivel de servicio, costo total, complejidad computacional y nivel de inventario medio. Los modelos fueron analizados y comparados en cada uno de los criterios de evaluación definidos, sin llegar a establecer alguno de ellos como mejor o peor, dado que esta catalogación depende del criterio del decisor. Sin embargo, y gracias a los resultados obtenidos con este mecanismo de evaluación, se puede establecer la pertinencia y alta utilidad que representa el uso de la lógica difusa en los procesos de toma de decisiones en la planeación de la producción.

## 9.2 RECOMENDACIONES

Para futuras investigaciones que involucren el uso de la lógica difusa en los sistemas de producción, se sugieren los siguientes temas que no fueron contemplados en el alcance de la presente tesis.

1. Incorporar herramientas de simulación para el análisis de la eficiencia y efectividad de los diferentes modelos de planificación difusa. Además dichas herramientas servirían para comparar estos modelos con los resultados que pudieran obtenerse en un ambiente real.
2. Si bien en la presente tesis se hizo énfasis sólo en la planeación, el concepto de programación de la producción fue tratado de manera reducida, por lo tanto este tema puede constituirse como un nuevo campo de investigación en el cual se desarrollen modelos de programación y reprogramación de la producción en contextos de incertidumbre, que se centren en cuestiones relativas a la programación dinámica, es decir, la forma de responder a perturbaciones tales como averías de máquinas, retrasos en la llegada de los materiales, la llegada de los nuevos pedidos, cambios en los pedidos actuales, etc
3. Los modelos desarrollados en los capítulos 6 y 8, partieron de modelos deterministas de programación lineal, sin embargo en muchas situaciones los costos o coeficientes asociados a los modelos no son lineales. De esta manera se abre un nuevo campo de investigación en el que se partiría de modelos de programación matemática no lineal para dar solución a problemas de producción en contextos de incertidumbre.
4. Algunos de los sistemas de planeación de la producción, son limitados por los recursos (financieros, humanos, tecnológicos, etc) de la cadena de suministros, la cual y como se vio en el capítulo 3, no es ajena a la incertidumbre de alguna de las variables que la definen. Por lo tanto, la aplicación de la lógica difusa en la administración de la cadena de suministros, ofrece muchas posibilidades investigativas, en temas como la demanda de los clientes, el suministro de productos a lo largo de la cadena de suministros, el abastecimiento del mercado externo, coordinación y control de inventarios, entre otros aspectos.



## 10 BIBLIOGRAFÍA

Adenso, B., González, I., Tuya, J. Incorporating fuzzy approaches for production planning in complex industrial environments: the roll shop case. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, Vol. 17, No. 1, 73-81. 2004.

Alex, R. Fuzzy point estimation and its application on fuzzy supply chain analysis. *Fuzzy sets and Systems* No 158, pp 1571- 1587, 2007.

Alfieri, P. Brandimarte. *Stochastic programming models for manufacturing applications*, Springer. Netherlands. 2005.

Anglani, P. Caricato, A. Grieco, F. Nucci. *Selecting capacity plan. Design of Advanced Manufacturing Systems*. Springer. Netherlands. 2005.

Arango, D.; Serna, C. y Pérez, G. Programación matemática difusa aplicada en la planeación de requerimientos de materiales. Artículo aceptado *Revista Técnica de Ingeniería Universidad del Zulia*. N° 1246

Arango, D.; Serna, C. y Pérez, G. Aplicaciones de lógica difusa a las cadenas de suministro. *Avance en Sistemas e Informática*, Vol. 5, N° 3, diciembre, 2008, pp. 17-23.

Roemers, A., Wolterink, T., Snijders, R. PERT and Gantt charts: QVT Transformations. March 28, 2008.

Bector, C. , Chandra, S. *Fuzzy mathematical programming and fuzzy matrix games*. Springer. Berlin. 2005.

Bector, C., Chandra. S. *Fuzzy mathematical programming and fuzzy matrix games*. *Studies in fuzzyness and Soft Computing*, vol 169. Springer. New york. 2005.

Ben-Arieh, D., Kumar R., Tiwari, M. Analysis of assembly operations' difficulty using enhanced expert high-level colored fuzzy Petri net model. *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, Vol. 20, No. 5, pp. 385-403, 2004.

C.R. Bector; S. Chandra. On duality in linear programming under fuzzy environment. *Fuzzy Sets and Systems* 125, pp 317–325. 2002.

Castillo, E. *Process optimization a statistical approach*. Springer. New York. 2007.

Chanas, S., Kasperski, A. Possible and necessary optimality of solutions in the single machine scheduling problem with fuzzy parameters. *Fuzzy Sets and Systems*, Vol. 142, No. 3, pp. 359-371. 2004.

Chang, P., Liao, T. Combining SOM and fuzzy rule base for flow time prediction in semiconductor manufacturing factory, *applied soft computing*, Vol 6, N° 2, enero, 2006, pp 198-206. Manila Philippines. 2002.

Chang, W. Ranking of fuzzy utilities with triangular membership functions, in: *Proc. Int. Conf. on Policy AnaL and Inf. Systems*, pp. 263-272. 1981.

Fazel, Z. Mohammad, H. Five crisp and fuzzy models for supply chain of an automotive manufacturing system. *International Journal of Management Science and Engineering Management* Vol. 2 No. 3, pp. 178-196, 2007.

Fine, C., Clair, R. *The U.S. automobile manufacturing industry. The International Motor Vehicle Program* Massachusetts Institute of Technology. 1996.

Fujimoto, T. *Automobiles: Strategy-based lean production system*. Draft. Cirje discussion Paper, Tokyo University, June 2001.

Galbraith, A. *Designing complex organizations*, Reading, MA, 1973.

Gen, M., Tsujimura, Y., Ida, K. Method for solving multiobjective aggregate production planning problem with fuzzy parameters. *Computers and Industrial Engineering*, Vol. 23, No. 1-4, pp. 117-120. 1992.

Gholamian, M., Ghomi, G: A hybrid systematic design for multiobjective market problems: a case study in crude oil markets. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, Vol. 18, No. 4, pp. 495-509. 2005.

Glynn, P. *Planning and scheduling in manufacturing and services*. Springer.. New York. 2005.

Graves, S. *Manufacturing Planning and Control*. Massachusetts Institute of Technology. November 1999.

Hasuike, T., Ishii H. On flexible product-mix decision problems under randomness and fuzziness. *Omega*, Vol. 37, N° 4, agosto, pp. 770-787. 2008.

Heizer, J., Rendel, B. *Dirección de la producción y de operaciones. Decisiones tácticas*. Pearson. Madrid, 2007.

Hellmann, M. *Fuzzy logic introduction*. Universite de Rennes. 2005.

Herrmann, J. *Hand book of production scheduling*. Springer, Mariland . 2004

Hillier, F., Lieberman, G. *Introduction to operations research*. Seventh edition. McGraw-Hill New York. 2001.

Ho, C. Evaluating the impact of operating environments on MRP system nervousness. *International Journal of Production Research* 27, pp. 1115–1135. 1989.

Hop, N.V. A heuristic solution for fuzzy mixed-model line balancing problem, *European Journal of Operational Research*, Vol. 168, No. 3, pp. 798-810. 2006.

Hung T., Kreinovich V, Optimization and decision making under interval and fuzzy, uncertainty: towards new mathematical foundations, StudFuzz 201, pp. 275–290. 2006.

Jamalnia, A., Soukhakian, M. A hybrid fuzzy goal programming approach with different goal priorities to aggregate production planning. Computers & Industrial Engineering. Article in press. 2008.

Jiménez S, Hernández G,. Marco conceptual de la cadena de suministro: un nuevo enfoque logístico. Mexico: Sanfandila, qro, 2002.

Jimenez, J. Coordinación de inventarios en una cadena de suministro del sector automotriz a través de épocas comunes de resurtido, y el uso de diversos modos de transporte. Secretaría de Comunicaciones y Transportes Instituto Mexicano del Transporte. Publicación Técnica no. 293. Sanfandila, qro. issn 0188-7297. 2008.

Józefowska, J. Just-in-Time Scheduling:Models and algorithms for computer and manufacturing systems, Vol. 1, Standford. Spriger. pp. 2-39. 2007.

Kahraman C., Gülbay, M. y Kabak, Ö. Applications of fuzzy sets in industrial engineering: a topical classification. fuzzy applications in industrial engineering, Vol 2 Istanbul, Springer. pp. 1-55. 2006.

Kahraman, C., Beskese A. y Ruan, D. Measuring flexibility of computer integrated manufacturing systems using fuzzy cash flow analysis. information sciences, Vol. 168, N°. 1-4, pp. 77-94. 2004.

Klir, G. y Yuan, B.. Fuzzy sets end fuzzy logic, theory and applications. Vol. 1, New Jersey: Prentice Hall PTR, pp. 390- 417. 1995.

Lambert, D; Stock, J. Strategic logistics management, Mc Graw Hill, Boston. 2001.



Lara R., Trujano, A., Garcia, G. Producción modular y coordinación en el sector de autopartes. El caso de la red de plantas de Lear Corporation. Region y Sociedad vol XVIII No 32. 2005.

Lario, F., Rodriguez, A., Garcia, J., Escudero, L. Analysis and definition of scenarios in stochastic programming for supply chain management in the automobile sector, IV Conference on Organization Engineering (CIO 2001), Sevilla (España). 2001.

Lee, Y.Y, Kramer, B.A, Hwang C.L. A Comparative Study of Three Lot-Sizing Methods for the Case of Fuzzy Demand. Journal of Operations and Production Management, Vol.11 No 7, pp 72-80. 1991.

M. Bruccoleri, G. Lo Nigro, S. Noto La Diega. A Dss for Strategic planning. Palermo, Italy. 2005.

Matta, A. design of advanced manufacturing systems. Vol 1, Netherlands, Springer, pp. 1- 13. 2005.

McNeill, M., Thro, E. Fuzzy logic: a practical approach. Vol 1, Nueva York, AP Professional, pp 13-20, 1994.

Mula J. Poler, R., Garcia, J. Material Requirement Planning with fuzzy constraints and fuzzy coefficients Fuzzy sets and Systems No 158, pp 783-793, 2007.

Mula, J. Poler, R., Garcia, J. Aplicaciones de la teoría de los conjuntos difusos en la planificación de la producción: un estudio de la literatura. memorias viii congreso de ingeniería de organización. Leganés, septiembre, pp 101-110. 2004.

Mula, J., Poler, R. Garcia, J. Modelo de programación lineal multiobjetivo para la resolución del mrp con restricciones de capacidad. memorias del X congreso de ingeniería de la organización. Valencia, Universidad Politécnica de Valencia, septiembre. pp 1-6. 2006.

Mula, J., Poler, R., Garcia, J.P. Models for production planning under uncertainty: A review. *International Journal of Production Economics* 103. pp. 271–285. 2006.

O'Connor, D. Exact and approximate distributions of stochastic PERT networks. University College, Dublin. 2007.

Osorio, J., Castrillon, O. Modelo de programación jerárquica de la producción en un Job shop flexible con interrupciones y tiempos de alistamiento dependientes de la secuencia. *Ingeniería e Investigación* vol. 28 no. 2, pp 72-79. 2008.

Padmos, J., Hubbard, B., Duczmal, T., Saidi, S., 1999, How i2 integrates simulation in supply chain optimization, *Proceedings of the Winter Simulation Conference 2*, pp 1350-1355. 1999.

Palafox, C. Modelos de producción en la industria automotriz del fordismo al modularismo. El caso Ford Hermosillo. Universidad de Sonora. Mexico. 2006.

Pandian, Vasant, Nagarajan, R., Sazali Yaacob. Fuzzy linear programming: a modern tool for decision making. *Jurnal Teknologi*, 37 dis. pp. 31–44, 2002.

Petrovic, D., Dobrila, R. et. al. Supply chain modeling using fuzzy sets. *International Journal of production Economics*, 1999.

Petrovic, D., Xie, Y., Bunrham, K. Coordinated control of distribution supply chains in the presence of fuzzy customer demand. *European Journal of Operational Research*, Vol. 185, N° 1, febrero. pp. 146–158. 2008.

Pinedo, M. *Planning and Scheduling in Manufacturing and Services*. Vol 1, New York Springer, pp. 3-45. 2005.

Pochet, Y. Mathematical programming models and formulations for deterministic production planning problems M. Junger and D. Naddef (Eds.): *Computat. Comb. Optimization*, LNCS 2241, pp. 57–111, 2001.

Gasimov, R., Yenilmez, K. Solving fuzzy linear programming problems with linear membership functions. Turk J Math. 26, pp. 375 -396. 2002.

Reynoso, G., Grabot, B., Geneste, L., Verot, S. Integration of uncertain and imprecise orders in MRPII. Ninth International Multi-Conference on Advanced Computer Systems, Conference on Production System Design, Supply Chain Managem. 2002.

Rinks, D.: A heuristic approach to aggregate production scheduling using linguistic variables, in applied systems and cybernetics - Vol. VI, Lasker, G. E. (ed.), Pergamon Press: New York, pp. 2877-2883. 1981.

Ross, T. Fuzzy logic with engineering applications. John wiley and sons ltd, New York. 2004.

Samanta B., Al-Araimi, S. An inventory control model using fuzzy logic. International Journal of Production Economics, Vol. 73, No. 3, pp. 217-226. 2001.

Shapiro, J. Mathematical programming models and methods for production planning and scheduling. Massachusetts Institute of Technology. Massachusetts. 1989.

Sorensen, D. The automotive development process, a real options analysis. Gwv fachverlage gmbh, Wiesbaden 2006.

Taboada, E. La arquitectura integral y modular. El caso de la industria automotriz. Economia y sociedad, Julio-diciembre, año/vol X, número 016. Universidad Michoacana de san nicolas de Hidalgo. Morelia, Mexico. pp. 65-83. 2005.

Tadic, D. Fuzzy multi-criteria approach to ordering policy ranking in a supply chain. Yugoslav Journal of Operations Research 15 Number 2, 243-258, 2005.

Tang, J., Wang, D., Fung, R. Fuzzy formulation for multi-product aggregate production planning, Production Planning & Control, Vol. 11, No. 7, pp. 670-676. 2000.

Vasant, P. Optimization in product mix problem using fuzzy linear programming. department of mathematics, American Degree Program Nilai International College Malaysia, pp 1-25. 2004.

Veloso, F. Kumar, R. The automotive supply chain: global trends and asian perspectives. Working Paper No. 3. Asian development bank. 2002.

Verdegay, J. Herrera, F. Three models of fuzzy integer linear programming European Journal of Operational Research 83, pp. 581-593. 1992.

Vergara, E. Rodríguez, F; Saavedra H. Métodos de optimización lineal difusa para la planificación nutricional en granjas avícolas. Mosaico Científico. Mosaico Cient v.3 n.2 Lima jul./dic. 2006.

Vob, S., Woodruff, D. Introduction to computational optimization models for production planning in a supply chain. Springer-Verlag Berlin Heidelberg. 2006.

Wanga, R, Liang, T. Applying possibilistic linear programming to aggregate production planning. Int. J. Production Economics 98, pp 328–341. 2005.

Werners, B. An interactive fuzzy programming system. Fuzzy sets and systems 23 131-147. 1987.

Wight, O, Production and Inventory management in the computer age, Van Nostrand Reinhold Company, Inc., New York. 1984.

Yager, R., A procedure for ordering fuzzy subsets of the unit interval. Information Science 24. pp. 143-161. 1981.

Yan-Fei Lan, Yan-Kui Liu, Gao-Ji Sun. Modeling fuzzy multi-period production planning and sourcing problem with credibility service levels. Journal of Computational and Applied Mathematics. 2008.

Zadeh, L. Fuzzy Sets and their applications to cognitive and decision processes. london, Academic Press Inc. pp 2-79. 1975.

Zapfel, G. Production planning in the case of uncertain individual demand Extension for an MRP II concept Int. J. Production Economics 46-47, pp. 153-164. 1996.

Zimmermann H. An application-oriented view of modeling uncertainty. Europ. J. for Operations Research 122, pp190-198. 2000.

Zimmermann H. Fuzzy set theory and its applications, kluwer academic Publishers, Dordercht, 1991.

Zimmermann, H.. Fuzzy programming and linear programming with several objective functions. Fuzzy Sets and Systems Vol 1, N<sup>o</sup> 1, pp. 45-55. 1978.

Zimmermann, H. Intelligent Manufacturing management intelligent manufacturing management, StudFuzz 201, pp. 383–400. 2006.