

LOS PRINCIPIOS FISICOS DE LA HOLOGRAFIA

Por:

UNIVERSIDAD NACIONAL
BIBLIOTECA CENTRAL

JAIRO LOPEZ P.
Instructor Asociado
Depto. de Física

UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

SEDE DE MEDELLIN

Medellín, Mayo de 1983

I
535.4
166

INDICE

Página

Introducción	1
1. Ondas Electromagnéticas	4
1.1 Ondas Electromagnéticas Planas	4
1.2 Paquetes de Onda y Velocidad de Grupo	10
1.3 Intensidad de una Onda	16
2. Interferencia	19
2.1 Introducción	19
2.2 Condiciones para la interferencia	20
2.3 Interferencia de dos Ondas monocromáticas ..	21
2.4 El sistema de Young	27
2.5 El interferómetro de Michelson	30
2.6 Importancia de las dimensiones de la fuente luminosa	31
2.7 Interferencia de haces no monocromáticos...	35
2.8 Interferencia con luz parcialmente coherente.	38
2.8.1 La función de coherencia y el grado de coherencia	39
2.8.2 Coherencia Espacial y Temporal ...	43

	Página
3. Difracción y Filtraje Espacial	45
4. Elementos de Holografía	59
4.1 Introducción Histórica	59
4.2 Holografía	61
4.3 Holografía de Gabor	62
4.4 Holografía fuera de eje	65
4.5 Interferometría Holográfica	69
Bibliografía	73

INTRODUCCION

La Holografía es la técnica de registrar completamente un frente de onda óptico, tanto en fase como en amplitud, sobre un material de registro especial. El registro se llama "holograma". El contrario de la fotografía convencional, donde se registra una escena tridimensional en un formato bidimensional, sin conservar, empero, la verdadera escena de tres dimensiones, la holografía preserva la escena real tridimensional. Este concepto radicalmente diferente en fotografía óptica no requiere el uso de lentes ni de otras ayudas para la formación de las imágenes; simplemente registra un patrón de intensidad, en forma de un proceso interferométrico, que está relacionada con la amplitud y la fase de la onda luminosa reflejada por el objeto de estudio.

La creación de una imagen a partir del holograma es el proceso de "reconstrucción". En este proceso el holograma es iluminado con luz monocromática coherente, generalmente con la misma luz con que se hizo el proceso de registro, de tal modo que el holograma difracta esta luz en frentes de onda que son, en esencia, indistinguibles de la onda original reflejada por el objeto. Estas ondas difractadas producen todo el fenómeno óptico que caracteriza la onda original. Cuando la onda reconstruída es interceptada por el (ojo de

un) observador, el efecto es exactamente el mismo que si estuviera observando la onda original: el observador ve que todo lo que aparece es el objeto real en su verdadera forma tridimensional; si el observador cambia su posición de visión, la perspectiva de la imagen también cambia y, ciertamente, el observador deberá reenfocar sus ojos cuando cambia el punto de observación de un objeto cercano a otro lejano en la escena del holograma.

Además de estas características, el registro holográfico tiene otra de suma importancia: cada porción del holograma puede reproducir la imagen entera, aunque con cierta pérdida en la intensidad de la imagen cada vez que la porción del holograma que se usa para la reconstrucción sea más pequeña.

Estas dos características básicas de la holografía hacen que ella tenga un futuro ilimitado en aplicaciones técnicas, artísticas y en almacenamiento de datos.

Es claro, por lo demás, que la comprensión de la idea misma de holografía, de sus diferentes métodos y de sus perspectivas de aplicabilidad, exigen un buen conocimiento de sus fundamentos físicos, esto es, de los fenómenos de interferencia y coherencia. El objetivo del presente trabajo es justamente ese: introducir, a partir de una discusión relativamente detallada de las bases físicas, el problema de la reconstrucción de los frentes de onda ópticos.

un) observador, el efecto es exactamente el mismo que si estuviera observando la onda original: el observador ve que todo lo que aparece es el objeto real en su verdadera forma tridimensional; si el observador cambia su posición de visión, la perspectiva de la imagen también cambia y, ciertamente, el observador deberá reenfocar sus ojos cuando cambia el punto de observación de un objeto cercano a otro lejano en la escena del holograma.

Además de estas características, el registro holográfico tiene otra de suma importancia: cada porción del holograma puede reproducir la imagen entera, aunque con cierta pérdida en la intensidad de la imagen cada vez que la porción del holograma que se usa para la reconstrucción sea más pequeña.

Estas dos características básicas de la holografía hacen que ella tenga un futuro ilimitado en aplicaciones técnicas, artísticas y en almacenamiento de datos.

Es claro, por lo demás, que la comprensión de la idea misma de holografía, de sus diferentes métodos y de sus perspectivas de aplicabilidad, exigen un buen conocimiento de sus fundamentos físicos, esto es, de los fenómenos de interferencia y coherencia. El objetivo del presente trabajo es justamente ese: introducir, a partir de una discusión relativamente detallada de las bases físicas, el problema de la reconstrucción de los frentes de onda ópticos.

La primera parte del trabajo consiste en una discusión general de la luz como radiación electromagnética, la idea clásica de coherencia y los aspectos básicos de la interferometría con el fin de introducir los conceptos claves de frecuencia y filtraje espacial. Al fin se exponen brevemente los conceptos de interferometría holográfica y de sus diferentes métodos.

La idea central, sin embargo, es la de interferencia y coherencia pues permite una comprensión clara del concepto de holografía. El texto de M. Born y E. Wolf (Ver bibliografía) es, sin duda, texto obligado de consulta para este tema; de la misma forma en que el libro de J.D. Jackson es esencial en la discusión de las ondas electromagnéticas. El texto de Hecht y Zajac presenta, aunque no siempre en forma rigurosa, sí bastante clara y simple los principios físicos fundamentales de interferencia y coherencia y una pequeña introducción a la óptica moderna, incluyendo los conceptos de filtraje espacial, holografía y radiación laser. Los demás textos que aparecen en la bibliografía son bastante especializados y su lectura exige previos conocimientos en óptica coherente y en teoría de la información. El libro de Goodman, Introduction to Fourier Optics, es quizás el libro básico para el estudio de estos fenómenos y de la idea central de Holografía. El lector interesado debe necesariamente recurrir a él.

1. ONDAS ELECTROMAGNETICAS (E - M)

1.1 Ondas Electromagnéticas Planas

La luz es una forma de radiación electromagnética. Esta caracterizada por su amplitud, longitud de onda (o frecuencia), fase, polarización, velocidad y dirección de propagación. La luz, en tanto que onda E-M, se describe especificando la dependencia temporal y espacial del campo eléctrico \vec{E} , aunque una descripción completa requiere la especificación del vector de intensidad magnética \vec{H} , el desplazamiento eléctrico \vec{D} y el vector de inducción magnética \vec{B} , magnitudes ellas que están relacionadas por las ecuaciones de Maxwell.

Nosotros restringiremos nuestra atención al vector de intensidad eléctrica \vec{E} puesto que los materiales de registro práctico, como películas fotográficas, fotodiodos, la retina del ojo humano responden básicamente al campo eléctrico y además de que estaremos más interesados en la forma de la onda que en su misma base física. De hecho, muchos autores hablan del campo \vec{E} como del "campo óptico" (Hecht - Zajac), y en una teoría escalar rigurosa de la óptica, el campo eléctrico se sustituye por una función escalar

* Ver M. Born y E. Wolf, Principles of Optics, Pergamon Press.

Una discusión completa de los campos y las ondas E.M se encuentra en el texto de J.D. Jackson, Electrodinámica Clásica.

$U(\vec{r}, t)$, llamada "perturbación óptica" (Born - Wolf).

El tipo de onda E-M más simple es la onda plana polarizada linealmente (monocromática). Si una de tales ondas está polarizada en la dirección Y y se propaga en la dirección Z, los tres componentes de

\vec{E} , en coordenadas cartesianas, son:

$$E_x = 0$$

$$E_y = a \cos(\omega t - kz) \quad (1-1-1)$$

$$E_z = 0$$

donde a es la amplitud de la onda, y su frecuencia angular ω y el número de onda k están dados por

$$\omega = 2\pi\nu \quad (1-1-2)$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad (1-1-3)$$

donde ν es la frecuencia temporal de la onda y λ su longitud de onda. Por lo demás, la frecuencia de la onda E-M en la región visible es de alrededor de 10^{14} Hz. y las longitudes de onda ópticas, consecuentemente, están comprendidas en el rango $0.38 \mu < \lambda < 0.764 \mu$.

Las ondas luminosas viajan con una velocidad de fase $v = \omega/k$, que depende del medio en que ellas se propagan y cuyo valor máximo ocurre en el vacío, en cuyo caso $v = c = 3 \cdot 10^8$ m/seg.

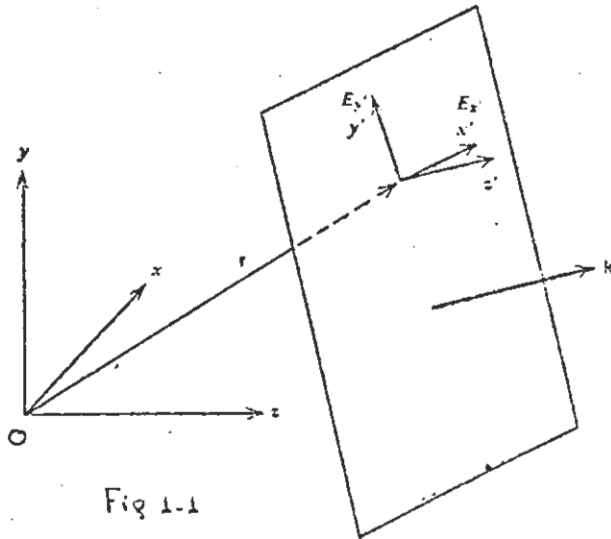
La onda descrita por las ecuaciones (1-1-1) es una "onda plana" porque el vector \vec{E} en todo momento tiene el mismo valor sobre to-

dos los planos normales a la dirección de propagación, o sea, en nuestro caso, a $z = \text{constante}$. Además, se dice que la onda está "polarizada linealmente" porque el vector eléctrico en cualquier punto está siempre dirigido a lo largo de la misma línea paralela al eje x .

En general, se describe la dirección en que viaja una onda luminosa por su "vector de propagación", \vec{k} , cuya magnitud es $k = 2\pi/\lambda$. De este modo, una onda plana es aquella cuya fase en cualquier momento es constante en todos los puntos de cualquier plano normal a \vec{k} . Es decir, si $\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$, es el vector posición de un punto genérico en el espacio (Fig.1-1), la ecuación de una onda plana polarizada linealmente es:

$$\begin{aligned} E_x' &= 0 \\ E_y' &= a \cos(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r}) \\ E_z' &= 0 \end{aligned} \quad (1-1-4)$$

Los planos sobre los cuales la fase es constante, o sea los planos $\vec{k} \cdot \vec{r} = \text{constante}$, son llamados los "frentes de onda".



Para discutir un poco en detalle la polarización, consideremos la dependencia temporal de \vec{E} en algún punto genérico del espacio, tal como aquel que está localizado por \vec{r} (Fig.1-1).

Si x' , y' son ejes mutuamente ortogonales localizados en el plano tangente al frente de onda en \vec{r} , y tal que ox' esté en la dirección de \vec{r} , entonces:

$$\begin{aligned} E_{x'} &= a_{x'} \cos(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r}) \\ E_{y'} &= a_{y'} \cos(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r} + \phi) \\ E_{z'} &= 0 \end{aligned} \quad (1-1-5)$$

donde ϕ denota la diferencia de fase entre las componentes x' , y' de \vec{E} .

Puesto que $E_{x'}$ y $E_{y'}$ varían armónicamente con el tiempo, el extremo del vector \vec{E} , que es su resultante, traza una curva cerrada en el plano x' y' . En efecto, las ecuaciones (1-1-5) son representaciones paramétricas de esta curva; el análisis algebraico muestra que, en general, estas ecuaciones describen una elipse (Fig.1-2). Este tipo de onda luminosa tiene entonces "polarización elíptica". Cuando $a_{x'} = a_{y'}$ y $\phi = \pm (2n+1)\frac{\pi}{2}$ ($n = 0, 1, 2, 3, \dots$), la curva descrita por el extremo de \vec{E} es un círculo, y se dice que la luz está "polarizada circularmente" (Fig.1-3).

Si $a_{x'} = a_{y'}$ pero $\phi = \pm n\pi$, las componentes de \vec{E} están en fase y la onda resultante (\vec{E}) tiene una amplitud fija, se dice que la luz,

está "polarizada linealmente" (polarización plana) (Fig.1-4).

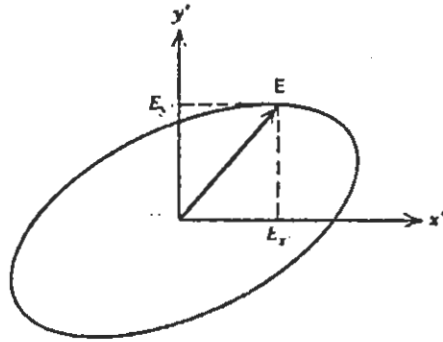


Fig. 1-2.

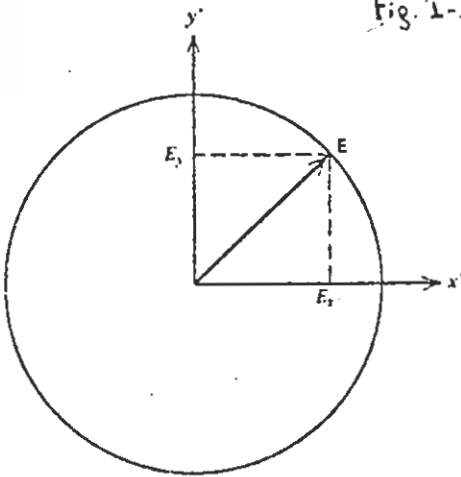


Fig. 1-3

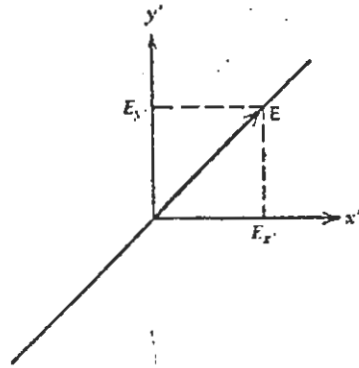


Fig. 1-4

Otro tipo simple de onda es la onda esférica. En este caso, los frentes de onda son esferas concéntricas ($r = \text{constante}$) alrededor de la fuente puntual que las produce. La radiación que emana de la fuente luminosa fluye hacia afuera y de modo uniforme en todas las direcciones, la amplitud de \vec{E} decrece en proporción inversa a la distancia de la fuente, y el término $1/r$ es entonces un factor de atenuación. Al contrario de una onda plana, la onda esférica dismi-

nuye en amplitud, por lo que la forma de la onda cambia a medida que se aleja del origen. Cuando la onda esférica se aleja de la fuente, su radio aumenta, de tal modo que suficientemente lejos de la fuente al frente de onda se asemejará bastante al de una onda plana (Hecht - Zajac, pag. 25).

En holografía se usan continuamente ondas esféricas y planas, producidas de un estrecho haz de luz laser. El haz se hace pasar a través de una pequeña lente positiva, tal como el objeto de un microscopio, de pequeña distancia focal f_1 (Fig.1-5). Después de pasar por el punto focal, los rayos divergen y forman una onda esférica. Esta onda, si se quiere, puede ser colineada usando una segunda lente de mayor distancia focal f_2 . Si se coloca esta lente a una distancia f_2 del origen de las ondas esféricas, se formará una onda plana)*

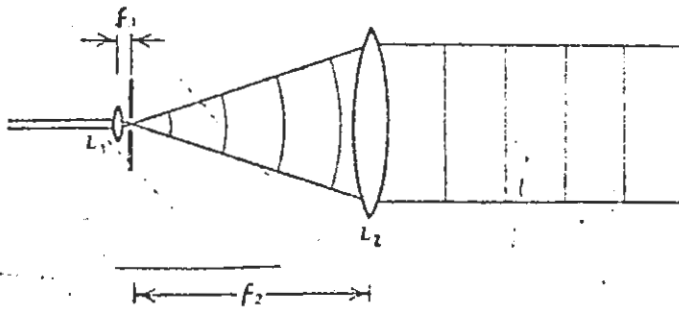


Fig. 1-5

* Una discusión completa de las ondas esféricas y planas provenientes de un haz de luz laser se encuentra en el texto de A. Siegman.

1.2 Paquetes de Onda y Velocidad de Grupo

La onda monocromática descrita anteriormente no es más que una idealización de aquellas que realmente existen en la naturaleza. Sin embargo, el estudio del problema general de la propagación de un impulso de forma arbitraria se vuelve muy simple por el hecho de que cada función se puede representar como suma de algunas determinadas funciones armónicas. Esto es justamente el principio de superposición, al que están subordinados una gran cantidad de procesos físicos: el resultado de varias acciones contemporáneas está dado simplemente por la suma de los resultados obtenidos por cada acción separadamente*.

Ahora bien, siendo aplicable el principio de superposición, la onda arbitraria se puede sustituir por la suma de sus componentes y considerar separadamente la acción de cada una de ellas. La escogencia de tales componentes es el desarrollo en serie de ondas monocromáticas.

*El principio de superposición es aplicable al caso en que las propiedades del sistema receptor sean independientes del hecho que él mismo se encuentre bajo la acción de la excitación recibida, y esta independencia se verifica si la acción no es muy fuerte. Por ejemplo, la óptica no lineal investiga los fenómenos que se verifican durante la propagación de las ondas luminosas en la materia cuando la intensidad del campo eléctrico es muy fuerte.

máticas, dado por el teorema de Fourier: cualquier función se puede representar, con una aproximación cualquiera, como una suma de funciones armónicas de amplitud, período y fase inicial escogidas de modo apropiado. Es decir, si la función es periódica de período T , los períodos de las funciones armónicas que la componen serán simplemente $T/2$, $T/3$, $T/4$, etc. (Representación en series de Fourier). Al contrario, si la función no es periódica, el desarrollo contiene no sólo submúltiplos del período T , sino todos los períodos posibles (Representación en integrales de Fourier).

Dicho de otro modo, cualquier onda $\vec{E}(\vec{r}, t)$ puede ser vista como una superposición de ondas monocromáticas de frecuencias diferentes:

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \int_0^{\infty} a_{\omega}(\vec{r}) \cos[\omega t - \varphi_{\omega}(\vec{r})] d\omega. \quad (1.2.1)$$

Se dice, en fin, que la onda es "casi monocromática" si las amplitudes de Fourier a_{ω} difieren apreciablemente de cero sólo dentro del pequeño rango

$$\bar{\omega} - \frac{1}{2} \Delta\omega \leq \omega \leq \bar{\omega} + \frac{1}{2} \Delta\omega. \quad \left(\frac{\Delta\omega}{\bar{\omega}} \ll 1 \right) \quad (1.2.2)$$

alrededor de una frecuencia media $\bar{\omega}$ (Born, Wolf, pag. 19). En este contexto uno habla entonces de "grupo de ondas" o de un "paquete de ondas".

Para ilustrar como se comporta un grupo de ondas, consideremos la **onda** formada por la superposición de dos ondas planas monocromáticas de igual amplitud y con frecuencias ω_1 y ω_2 ligeramente

diferentes, propagándose ambas en la dirección positiva del eje z ; la onda resultante es:

$$\xi(z,t) = A \cos(\omega_1 t - k_1 z) + A \cos(\omega_2 t - k_2 z) \quad (1-2-3)$$

Haciendo uso de relaciones trigonométricas conocidas y definiendo "la frecuencia angular promedio" y "el número de onda promedio", respectivamente como:

$$\bar{\omega} \equiv \frac{1}{2} (\omega_1 + \omega_2) \quad (1-2-4)$$

$$\bar{k} \equiv \frac{1}{2} (k_1 + k_2) \quad (1-2-5)$$

y la "frecuencia de modulación" y el "número de propagación de modulación", respectivamente como:

$$\omega_m \equiv \frac{1}{2} (\omega_1 - \omega_2) \quad (1-2-6)$$

$$k_m \equiv \frac{1}{2} (k_1 - k_2) \quad (1-2-7)$$

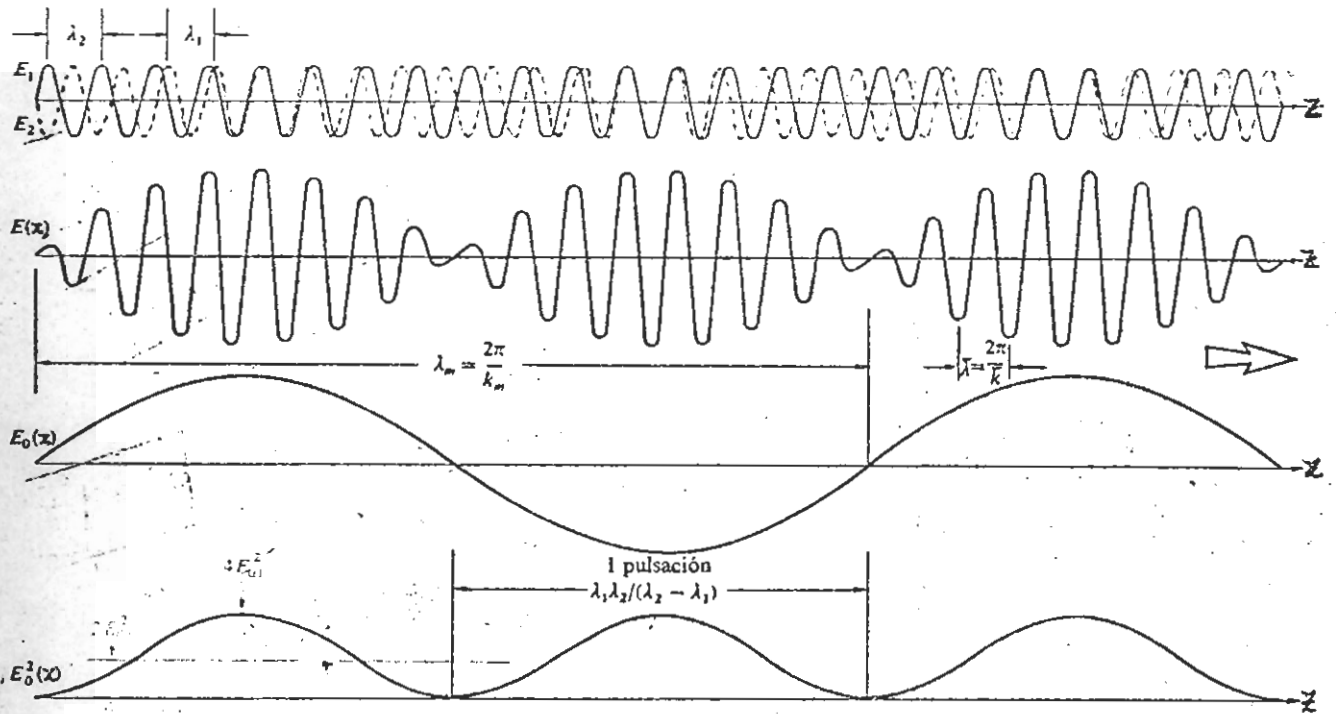
la expresión (1-2-3) se convierte en:

$$\xi(z,t) = 2A \cos(\omega_m t - k_m z) \cdot \cos(\bar{\omega} t - \bar{k} z) \quad (1-2-8)$$

es decir, la onda resultante (ec. 1 - 2 - 8) es de nuevo una onda plana que se propaga también en la dirección positiva del eje z con una frecuencia $\bar{\omega}$ y una longitud de onda igual a $2\pi/\bar{k}$. Sin embargo, la amplitud de esta onda no es constante sino que varía con el tiempo y con la posición; esto es:

$$A(z,t) \equiv 2A \cos(\omega_m t - k_m z) \quad (1-2-9)$$

es la amplitud de la onda resultante.



La onda dada por la ec. (1.2.8) es, pues, una onda portadora de alta frecuencia ($\bar{\omega}$) modulada en amplitud por una función coseno. La rapidez con la cual avanza la envolvente moduladora se conoce como velocidad de grupo y es, en nuestro caso:

$$v_g = \frac{\omega_m}{k_m} = \frac{\omega_1 - \omega_2}{k_1 - k_2} = \frac{\Delta\omega}{\Delta k} = \frac{d\omega}{dk} \quad (1.2.10)$$

donde se han tomado los diferenciales puesto que $\Delta\omega$ es pequeño.

Es decir, según (1.2.10) y (1.2.8), v_g es la velocidad a la que se propagan los planos de amplitud constante; mientras que los planos de fase constante se propagan con la velocidad de fase, que es, en nuestro caso:

$$v = \frac{1}{\lambda} \frac{d\omega}{dk}$$

$$(1.2.11)$$

la velocidad de grupo y la velocidad de fase se relacionan así:

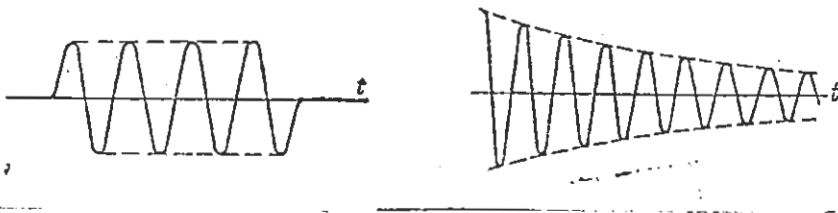
$$v_g = v + k \frac{dv}{dk} \quad (1-2-12)$$

o, equivalentemente:

$$v_g = v - \lambda \frac{dv}{d\lambda} \quad (1-2-13)$$

la señal (la modulación) se propaga con una velocidad (v_g) que puede ser mayor, menor o igual a la velocidad de fase de la portadora (v), hecho que depende básicamente de si el medio es dispersor o no. Este es un tema bastante importante que se podrá tratar en otra oportunidad.

El hecho, en fin, de que la amplitud dependa del tiempo (ec. 1-2-9) implica la no monocromaticidad de la onda. En efecto, se dice que una onda es monocromática no sólo si el período T , sino también la amplitud y la fase inicial son independientes del tiempo. Las ondas generadas de la propagación de los impulsos representadas en la figura 1-7 no son monocromáticas en tanto que su amplitud varía con el tiempo.



En este sentido, una onda real no es rigurosamente monocromática: ninguna onda real dura infinitamente: inicia y termina en un determinado instante, es decir, su amplitud de alguna forma es función del tiempo. En general, cuanto más lenta sea la variación de la amplitud con el tiempo, tanto más monocromática es la onda.

Trabajando de nuevo con amplitudes dependientes del tiempo, consideremos esta situación que nos puede aclarar lo de no monocromaticidad y modulación:

$$\xi(z,t) = a \cos(2\pi nt - kz) \quad (1-2-14)$$

$$\text{con } a = A(1 + \cos 2\pi mt) \quad (1-2-15)$$

Es decir, la amplitud " a " es una cantidad variable con el tiempo, asume m veces el valor $2A$ y se anula otras tantas, asumiendo en tanto todos los valores intermedios.

La Ec. (1-2-15) en (1-2-14) es:

$$\begin{aligned} \xi(z,t) &= A(1 + \cos 2\pi mt) \cdot \cos(2\pi nt - kz) \\ &= A \cos(2\pi nt - kz) + A \cos(2\pi mt) \cdot \cos(2\pi nt - kz) \\ &= A \cos(2\pi nt - kz) + \frac{1}{2} A \cos\{2\pi(n+m)t - kz\} + \\ &\quad + \frac{1}{2} A \cos\{2\pi(n-m)t - kz\} \end{aligned} \quad (1-2-16)$$

Es decir, la onda descrita por la ec. (1-2-14) no es más que el conjunto de tres ondas rigurosamente monocromáticas, de amplitudes

$$A, \frac{1}{2}A \text{ y } \frac{1}{2}A \quad \text{y frecuencias } n, (n+m) \text{ y } (n-m).$$

Se ve, pues, que la variación de la amplitud con el tiempo implica la violación del monocromatismo de las ondas y la aparición de nuevas frecuencias. Por lo demás, en fin, la variación de la amplitud con el tiempo significa variación de la intensidad y esto se llama modulación. Se puede modular no sólo la amplitud sino también la fase, y la modulación de fase implica igualmente la violación del monocromatismo.*

1.3 Intensidad de una Onda.

De la teoría electromagnética de la luz se sigue que una onda E.M. transporta energía que fluye en la dirección en que se propaga la onda misma. Este transporte se representa por un vector \vec{S} cuya magnitud es la energía por unidad de tiempo (potencia) por unidad de área que cruza una superficie cuya normal es paralela a \vec{S} ; este vector de flujo energético, llamado vector de Poynting, está dado por:

$$\vec{S} = c^2 \epsilon_0 \vec{E} \wedge \vec{B} = \frac{1}{\mu_0} \vec{E} \wedge \vec{B} \quad (1-3-1)$$

donde ϵ_0 y μ_0 son, respectivamente, la permitividad eléctrica y la permeabilidad magnética del vacío. Las unidades de \vec{S} son W/m^2 . Ahora bien, en el dominio óptico (frecuencias del orden de 10^{14} Hz),

* Discusiones completas, aunque bastante técnicas, se encuentran en los textos de V.A. Zvérev; D.k. Sattáron; Boulding; Jordan y Balmain y en el texto de Ramo, Whinnery y Van Duzer.

el vector de Poynting es una función variable con el tiempo de manera muy rápida, y es entonces impráctico medir sus valores instantáneos. Por esta razón, todo receptor de luz registra siempre los valores promedios en un tiempo de observación T que caracteriza la inercia del aparato ($T \gg 1/w$). Se hace así necesario introducir una nueva magnitud, la densidad de flujo luminoso, que toma el valor promedio durante el tiempo de observación T :

$$\langle S \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T S(t) dt \quad (1-3-2)$$

El flujo luminoso a través de un área unitaria normal a la dirección de propagación de la onda se conoce como "La intensidad luminosa", I , o sea:

$$I \equiv \langle S \rangle = \frac{c \epsilon_0}{2} |\vec{E}_0 \wedge \vec{B}_0| = \frac{c \epsilon_0}{2} \langle E_0^2 \rangle = c \epsilon_0 \langle E^2 \rangle \quad (1-3-3)$$

donde, para la deducción de esta última ecuación, se usaron las relaciones:

$$\vec{E} = \vec{E}_0 \cos(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)$$

$$\vec{B} = \vec{B}_0 \cos(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)$$

$$c^2 = 1/\epsilon_0 \mu_0$$

$$\epsilon_0 = c B_0$$

$$E = c B$$

Dentro de un dieléctrico isotrópico, lineal y homogéneo, la intensidad de la onda es:

$$I = \epsilon_0 c \langle E^2 \rangle \quad (1-3-4)$$

Siendo v la velocidad de la onda en ese medio.

El punto clave, en fín, es que la intensidad luminosa es proporcional al promedio temporal de ϵ^2 , y es justamente la magnitud I la única cantidad posible de medir. Sin embargo, como lo hemos mencionado, en la práctica no se puede trabajar con radiaciones rigurosamente monocromáticas cuya duración sea infinita y su amplitud y fase invariable; sino que, de hecho, se trabaja con vibraciones que se interrumpen cada tanto y nacen de nuevo con otra fase irregularmente modificada. En este caso, la intensidad resultante ($I \propto \epsilon_0^2$) variará también con el tiempo. Observando esta intensidad se podrían obtener los valores variables, pero sería necesario un instrumento de observación capaz de reaccionar con la rapidez suficiente para poder registrar la variación de I . En caso contrario, no se pueden seguir todas las variaciones de I y solo se registra un valor medio de la intensidad respecto al tiempo, indicado como \bar{I} ; exactamente como ocurre con el ojo humano que no es capaz de seguir las variaciones de la brillantez de una lámpara incandescente alimentada de corriente alterna, y registra únicamente una brillantez media constante. (G.S. Landsberg, *Optica*, pag. 62). Por lo demás, este fenómeno es igual para todas las cantidades fotométricas (flujo, brillantez, luminosidad, etc.), y el término "intensidad" se aplica a toda cantidad energética proporcional al cuadrado de la amplitud de las vibraciones del vector intensidad de campo.

2. INTERFERENCIA

2.1 Introducción.

Cuando dos o más haces luminosos se superponen, generan una nueva onda cuyas características dependen de aquellas que se superponen y de la forma en que lo hacen. Por ejemplo, la intensidad de la onda resultante puede ser igual a la suma de las intensidades de las ondas superpuestas, o completamente diferente de su suma, en cuyo caso pueden existir regiones donde la superposición de las ondas luminosas dan lugar a distribución cero de iluminación.

En el caso en que las dos ondas se superpongan para dar una radiación resultante cuya intensidad no sea igual a la suma de las intensidades parciales, estamos en el fenómeno óptico conocido como "Interferencia". Por claridad, digamos de una vez que dos ondas estrictamente monocromáticas dan lugar siempre a fenómenos de interferencia. Sin embargo, las fuentes reales generan luz que nunca es estrictamente monocromática puesto que las fluctuaciones atómicas cambian constantemente la amplitud y la fase de ellas, tan rápidamente que el ojo humano o un detector normal solo aprecian el promedio. Si los dos haces se originan en la misma fuente, las fluctuaciones en ellos estarán generalmente correlados y se dice que los haces son total o parcialmente "coherentes", dependiendo de si la correlación es com-

pleta o parcial. Esto induce a pensar que para producir fenómenos de interferencia estables es preciso dividir la luz proveniente de la misma fuente. De hecho, este es el principio básico de los interferómetros, los cuales son básicamente de dos clases dependiendo de la forma como dividen el haz: Interferómetros de división del frente de onda (Interferómetro de Young), e interferómetros de división de la amplitud (Interferómetro de Michelson). En el primer caso se trata de hacer pasar el haz luminoso proveniente de la fuente puntual S por una pantalla provista de dos pequeños agujeros S_1 y S_2 bastante próximos entre sí. Estos agujeros servirán - de acuerdo al principio de Huygens- como fuentes de onditas esféricas secundarias que se superpondrán más allá de la pantalla. La intensidad luminosa en S_1 y S_2 es aproximadamente la misma.

Los interferómetros de división de Amplitud consisten básicamente en hacer pasar el haz proveniente de S por un espejo semiplateado que tiene la propiedad de reflejar una parte del haz y dejar pasar a través de él la otra. Esto es división de amplitud o, lo que es lo mismo, división de intensidad.

2.2 Condiciones para la Interferencia.

La condición básica es que las ondas sean coherentes. Esto significa que la diferencia de fase de las ondas que interfieren perma-

nezca constante durante un tiempo lo bastante grande para permitir la observación del fenómeno. Por ejemplo, una lámpara común contiene muchos átomos excitados, cada uno de ellos radiando un tren de onda aproximadamente durante un tiempo de 10^{-8} segundos, y esto claramente implica que dos fuentes distintas podrán mantener sus fases relativas (constantes) durante un tiempo no mayor de 10^{-8} seg; y el patrón de interferencia será constante (estable) solamente en ese tiempo.

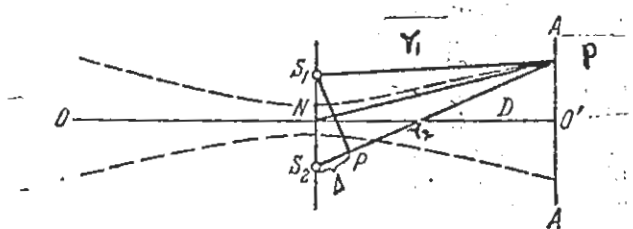
Además coherencia significa que los haces que interfieren deben tener casi la misma frecuencia, pues una diferencia de frecuencias apreciable resulta en una diferencia de fase dependiente del tiempo y variando rápidamente, lo que destruye el patrón.

En resumen, dos ondas coherentes son aquellas cuyas frecuencias son aproximadamente iguales y que además mantienen una diferencia de fase relativa constante. Volveremos sobre este tema.

2.3 Interferencia de dos Ondas Monocromáticas

De acuerdo con la definición dada en (2.1), hemos hablado de "interferencia de las ondas" en el caso en que sus acciones comunes no impliquen simplemente la suma de sus intensidades. La condición de interferencia de ondas con frecuencias iguales es su coherencia, es decir, la conservación invariable de la diferencia de fase durante un

tiempo lo suficientemente grande para la observación. En particular, las "ondas monocromáticas" (generadas por vibraciones armónicas) son coherentes y pueden interferir. Supondremos, por simplicidad, que hacemos interferir dos ondas polarizadas linealmente de modo igual, provenientes de las fuentes S_1 y S_2 , y observamos el resultado en el punto P (Fig. 2.1).



Si en el punto P las dos ondas tienen amplitudes iguales, ellas son entonces

$$\epsilon_1 = A \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r_1}{\lambda} \right) \quad (2.3-1)$$

$$\epsilon_2 = A \cos \left[2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r_2}{\lambda} \right) - \phi \right] \quad (2.3-2)$$

donde $r_1 = S_1 P$, $r_2 = S_2 P$, λ es la longitud de onda y ϕ la diferencia inicial de fase.

Sumadas en el punto P, las vibraciones dan:

$$\begin{aligned} \epsilon &= \epsilon_1 + \epsilon_2 = 2A \cos \frac{1}{2} \left[2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r_1}{\lambda} \right) + 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r_2}{\lambda} \right) - \phi \right] \times \\ &\quad \cos \frac{1}{2} \left[2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r_2}{\lambda} \right) - 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r_1}{\lambda} \right) + \phi \right] \\ &= 2A \cos \left[\pi \frac{(r_2 - r_1)}{\lambda} + \frac{1}{2} \phi \right] \cdot \cos \left[2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r_2 + r_1}{2\lambda} \right) - \frac{\phi}{2} \right]. \quad (2.3-3) \end{aligned}$$

donde se hizo uso de la relación $\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{1}{2}(\alpha + \beta) \cos \frac{1}{2}(\alpha - \beta)$.
 la última ecuación muestra que la vibración en el punto P tiene una
 amplitud igual a $2A \cos \left[\pi (\gamma_2 - \gamma_1) / \lambda + \frac{1}{2} \psi \right]$, y consecuentemen-
 te una intensidad proporcional a $4A^2 \cos^2 \left[\pi (\gamma_2 - \gamma_1) / \lambda + \psi / 2 \right]$.

Para ondas coherentes, ψ es constante y la diferencia de la intensi-
 dad luminosa en los diferentes puntos depende solamente de la diferen-
 cia de distancias γ_2 y γ_1 . Gracias a esta diferencia de distancias,
 ó "diferencia de caminos" de las dos ondas, la vibración generada
 por ellas en el punto de encuentro tendrán una "diferencia de fase"
 aún en el caso en que las fases iniciales de las ondas sean iguales.

Esta diferencia de fase generada por la diferencia de camino es:

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} (\gamma_2 - \gamma_1) \quad (2.3.4)$$

La diferencia de camino se puede expresar en función de λ :

$$\gamma_2 - \gamma_1 = \Delta = m \lambda \quad (2.3.5)$$

donde m es un número cualquiera (entero o fraccionario).

$$\therefore \delta = 2\pi m \quad (2.3.6)$$

Si las fases iniciales son iguales, la intensidad es:

$$I \propto A_0^2 = 4A^2 \cos^2 \left[\pi (\gamma_2 - \gamma_1) / \lambda \right] = 4A^2 \cos^2 m\pi \quad (2.3.7)$$

Para valores enteros de m corresponde una diferencia de fase de
 $2\pi m$ y una intensidad proporcional a $4A^2$. Para m semientero,
 las fases de las ondas sumadas son opuestas y la intensidad es nula.

En el caso general, m es un número fraccionario y la intensidad va-
 riaría entre los valores antes anotados.

Si las amplitudes (intensidades) de las ondas superpuestas son diferentes, la intensidad tiene la forma:

$$I = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos 2\pi m = (A_1 - A_2)^2 + 4A_1A_2 \cos^2 \pi m \quad (2-3-8)$$

Para m entero se tienen máximos de intensidad: $I_{\max} = (A_1 + A_2)^2$,
y para m semientero los mínimos: $I_{\min} = (A_1 - A_2)^2$.

Es decir, el lugar geométrico de los puntos del espacio caracterizados por amplitud (intensidad) igual verifica la condición $(r_2 - r_1)/\lambda =$ constante, y representa entonces la superficie de una hiperboloide de revolución de eje S_1S_2 teniendo como focos los puntos S_1 y S_2 . En particular, el plano medio indicado en la Figura (2-1) con la línea $00'$ corresponde al plano de máxima intensidad.

La distribución de intensidad descrita antes representa una figura de interferencia correspondiente a la interferencia de dos ondas coherentes con diferencia inicial de fase nula ($\phi = 0$). Si la diferencia de fase inicial fuera distinta de cero, se tendría la misma figura pero las franjas claras y oscuras ocuparían una posición intermedia dependiendo de ϕ . De hecho, en este caso general, la condición, por ejemplo, de intensidad máxima en la figura de interferencia es de la forma:

$$\frac{r_2 - r_1}{\lambda} + \frac{\phi}{2\pi} = m \quad (2-3-9)$$

En consecuencia, un valor no nulo de ϕ significa que $(r_2 - r_1)/\lambda$ no es un entero como lo es en el caso en que $\phi = 0$.

De otro lado, en el caso de ondas incoherentes, a cada valor de ϕ corresponderá una propia figura de interferencia que, al pasar el tiempo, vendrá sustituida por otra. Si esta sustitución viene con la suficiente rapidez, no estaremos en grado de observar estas figuras de interferencia instantáneas y sólo percibiremos un cierto estado medio correspondiente a una distribución uniforme de intensidad.

De la discusión presentada sobre superposición de ondas de amplitud igual o diferente, vemos que la relación entre sus amplitudes incide radicalmente sobre la calidad de la figura de interferencia. Cuando las amplitudes son iguales, las iluminaciones máximas se alternan en la figura de interferencia con regiones donde la iluminación es nula; si las amplitudes son diferentes, la figura de interferencia se superpone sobre un fondo uniformemente iluminado de iluminación proporcional a la cantidad $(A_1 - A_2)^2$. (Ver ec. 2.3.8).

Ahora bien, la posibilidad de observar una distribución alterna de franjas claras y oscuras en un campo de interferencia, depende de la iluminación de este fondo. Michelson introdujo el concepto de "visibilidad" V , para estimar la visibilidad o el contraste de la figura de interferencia en un punto del campo de interferencia. Se define así:

$$V \equiv \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} \quad (2-3-10)$$

El parámetro V puede variar entre los límites 1 y 0, correspondientes a una figura de interferencia de mayor contraste o a la desaparición

ción total de las franjas (Para que el ojo humano pueda distinguir claramente las franjas, \mathcal{V} debe ser no menor de 0.1, o sea,

$I_{\min} \approx 0.82 I_{\max}$) . Sin embargo, el valor de \mathcal{V} puede depender igualmente de la diferencia entre los estados de polarización de las ondas que interfieren, de la presencia de una luz incoherente en la composición de los haces luminosos, etc. Son frecuentes los casos donde se realiza la interferencia de haces luminosos en cuya composición figura una luz incoherente. En estos casos, la parte incoherente de las vibraciones crea un fondo uniformemente iluminado, lo que implica una disminución de la visibilidad (contraste) de la figura de interferencia. Consideramos el caso de interferencia de dos haces de intensidad total igual, en cuya composición figura una parte \mathcal{V} de luz coherente. La intensidad de cada haz se puede escribir, entonces, en la forma $I_1 = \mathcal{V}I_1 + (1-\mathcal{V})I_1$. (2-3-11)

El término $\mathcal{V}I_1$ determina la intensidad de la luz coherente, mientras que el segundo la intensidad de la luz incoherente. La componente variable de la iluminación de la figura de interferencia está creada únicamente por la parte coherente de las vibraciones y, en consecuencia, en lugar de la ec. (2-3-8), se obtiene:

$$I = 2I_1(1 + \mathcal{V} \cos 2\pi m) = 2I_1(1 - \mathcal{V} + 2\mathcal{V} \cos^2 \pi m). \quad (2-3-12)$$

la parte de luz incoherente, $(1 - \mathcal{V})$, crea un fondo uniformemente iluminado, como en el caso de haces coherentes de diferente amplitud. La visibilidad de la figura de interferencia toma el valor, según

(2-3-12), de

$$V = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} = \gamma. \quad (2-3-13)$$

Es decir, el parámetro de visibilidad de la figura de interferencia es exactamente igual a la parte de luz coherente que figura en los haces luminosos que interfieren. Esta es una forma práctica, al medir la visibilidad, de encontrar la coherencia de dos haces que interfieren. El tema general del estudio de luz parcialmente coherente lo trataremos brevemente en el numeral 2.8.

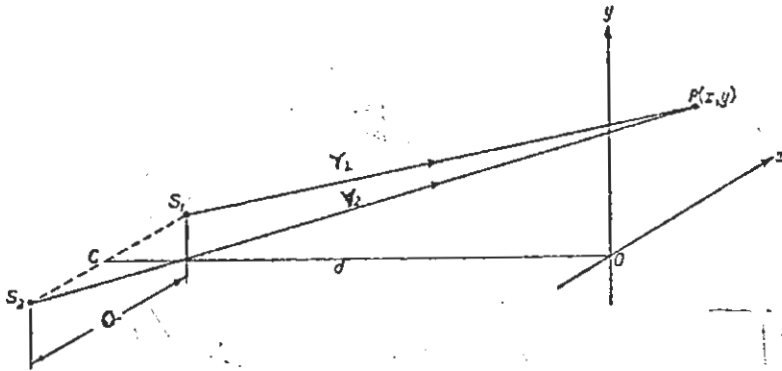
Por último, queremos mencionar que el problema central de la interferencia es el de obtener dos fuentes de ondas coherentes por medio de dispositivos que den dos imágenes del único centro de radiación. Estos dispositivos son los interferómetros, y nos ocuparemos solamente de dos de ellos: el sistema de Young y el interferómetro de Michelson.

2.4 El sistema de Young.

Este es el método más simple para demostrar la interferencia de la luz. La luz proveniente de una fuente puntual monocromática S incide sobre una pantalla A provista de dos pequeños agujeros S_1 y S_2 , muy juntos y equidistantes de la fuente S (Fig. 2.2). Estos agujeros actúan como fuentes de onditas esféricas secundarias monocromáticas, que están en fase y se superponen en una región a la derecha de la

pantalla A. En esta región se forma un patrón de interferencia.

Supongamos que el patrón se observa en el plano XOY paralelo a la línea que une las fuentes S_1 y S_2 (Fig. 2-3). Sea a la separación entre las fuentes y d la distancia entre la línea que las une y el plano de observación. Para un punto $P(x, y)$ en el plano de observación, se tiene:



$$r_1 = S_1P = [d^2 + y^2 + (x - a/2)^2]^{1/2} \quad (2-4-1)$$

$$r_2 = S_2P = [d^2 + y^2 + (x + a/2)^2]^{1/2} \quad (2-4-2)$$

$$\therefore r_2^2 - r_1^2 = 2xa \quad (2-4-3)$$

La diferencia de trayectoria geométrica de la luz proveniente de S_1 y S_2 hasta llegar a P se puede expresar así:

$$\Delta Y = r_2 - r_1 = \frac{2xa}{r_2 + r_1} \quad (2-4-4)$$

Debido a la pequeña longitud de onda de la luz visible, el patrón se

puede observar sólo si $d \gg a$, y entonces podemos afirmar que

$$r_1 + r_2 \approx 2d \quad (2-4-5)$$

$$\therefore \Delta r = \frac{\lambda a}{d} \quad (2-4-6)$$

Si n es el índice de refracción del medio donde se realiza el experimento, la diferencia de "trayectorias ópticas" desde S_2 y S_1 hasta P es:

$$\Delta \rho = n \Delta r = \frac{n \lambda a}{d} \quad (2-4-7)$$

y la correspondiente diferencia de fase es

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} \frac{n \lambda a}{d} \quad (2-4-8)$$

De acuerdo a la ecuación (2-3-8), la intensidad en el punto P será:

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cdot \cos \delta \quad (2-4-9)$$

$$\text{que es máxima cuando } \delta = 2m\pi, (m = 0, 1, 2, \dots) \quad (2-4-10)$$

es decir, los puntos x de máxima intensidad son:

$$\delta = \frac{2\pi n \lambda a}{\lambda d} = 2m\pi \Rightarrow x = \frac{m \lambda d}{n a} \quad (2-4-11)$$

$$\text{y los mínimos ocurren cuando } \delta = 2m'\pi, (m' = \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}, \dots) \quad (2-4-12)$$

es decir, los puntos x de intensidad mínima son

$$\delta = \frac{2\pi n \lambda a}{\lambda d} = 2m'\pi \Rightarrow x = \frac{m' \lambda d}{n a} \quad (2-4-13)$$

De esta forma, el patrón de interferencia que se forma en las vecindades de 0 consiste en una serie de franjas alternadamente brillantes y oscuras, llamadas franjas de interferencia. La separación Δx

entre franjas brillantes adyacentes es

$$\Delta x = \frac{\lambda d}{na} \quad (2-4-14)$$

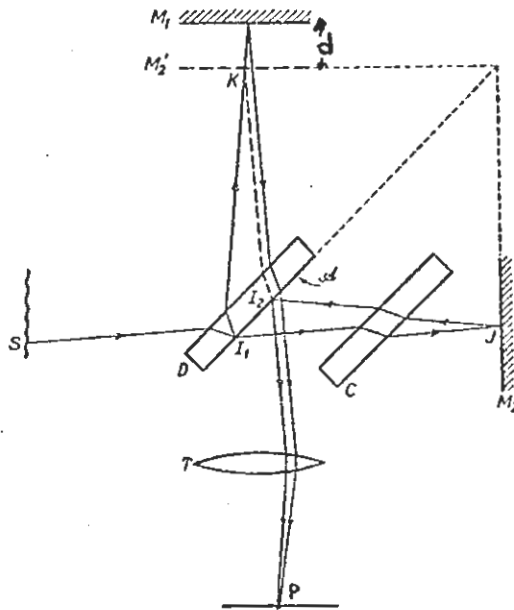
En cualquier punto del patrón, el número m está definido por

$$m = \frac{\delta}{2\pi} = \frac{\Delta l}{\lambda} \quad (2-4-15)$$

y se llama el orden de interferencia en ese punto.

2.5 El interferómetro de Michelson.

El esquema principal se representa en la figura 2-3.



Un rayo proveniente de la fuente S llega al partidor del haz (espejo semiplataado) D; y allí se divide en dos haces. Una onda se refleja sobre el espejo M_1 , atraviesa el partidor y continúa hacia el detector P. La otra onda se refleja primero sobre el espejo M_2 y después sale del partidor del haz y se dirige hacia el detector (E. Hecht,

teoría y problemas de Óptica). La lámina colocada entre el partidor y el espejo M_2 es una lámina compensadora que iguala las distancias ópticas, algo esencial cuando se trabaja con luz blanca, de ambos haces cuando M_1 y M_2 están a la misma distancia de D . Puesto que ambos haces vienen de la misma fuente, son coherentes y pueden interferir. El patrón de interferencia observado puede ser considerado como si la imagen de M_2 , M'_2 , en el separador del haz actuara como una película de aire, junto con la superficie reflectora M_1 . Por consiguiente, cuando M_1 y M_2 son exactamente perpendiculares, la película de aire es plana y de espesor d . La figura consiste en una serie de franjas circulares concéntricas de igual inclinación. La distribución de intensidad está en estricta concordancia con la ec. (2-4-9).

Además, cuando M_1 y M'_2 están bastante próximos entre sí e inclinados el uno respecto al otro, la película de aire contenida es una cuña delgada y resultan franjas paralelas de igual anchura y equidistantes.

2.6 Importancia de las dimensiones de la fuente luminosa.

En todos los experimentos de interferencia tiene gran importancia las dimensiones de la fuente luminosa. Si las dimensiones de la fuente son notablemente menores que la longitud de onda de la luz, se obtie-

ne siempre una figura de interferencia porque la diferencia de distancias entre cada punto de la fuente y un punto P del campo de interferencia es siempre la misma. Sin embargo, en el caso general de fuentes extensas (mayores que λ), solo interfieren las ondas provenientes de puntos correspondientes, que son imágenes del mismo punto de la fuente. Por esta razón, se obtiene, para el caso de la fuente extensa, la superposición de muchas figuras de interferencia generadas por parejas de fuentes coherentes. Estas figuras están corridas las unas respecto a las otras de tal modo que la figura resultante aparece más o menos desvanecida, y para una fuente notablemente grande, no es observable. Como un ejemplo consideremos de nuevo el sistema de Young. Si se utiliza una fuente puntual S, como en 2-4, la visibilidad de la figura de interferencia está dada por la Ec. (2-3-10). Supongamos ahora que no tenemos la fuente puntual S sino una fuente extensa AB de ancho $2b$ (Fig. 2-4), los máximos de intensidad obtenidos del punto medio S de la fuente en la pantalla, se

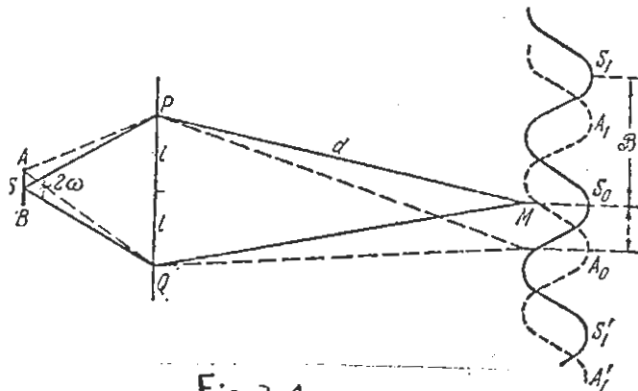


Fig. 2-4

encuentran en los puntos S_0, S_1, S' , etc., formando franjas de anchura \mathcal{B} . Los máximos de interferencia producidos desde un extremo de la fuente, el punto A por ejemplo, se encuentran en los puntos A_0, A_1, A'_1, \dots , etc.; distanciados una cantidad $S_0 A_0$ que depende claramente de las dimensiones de la fuente y de los parámetros del esquema. Este corrimiento de los máximos vale

$$S_0 A_0 = SA \frac{PM}{SP}. \quad \text{Pero } SA = b, PQ = \lambda l, PM = d,$$

y entonces:

$$S_0 A_0 = SA \frac{PM}{SP} = b \frac{d}{\lambda / \sin \omega} = b \frac{d}{\lambda} \sin \omega. \quad (2-6-1)$$

De otro lado, el ancho \mathcal{B} de las franjas vale

$$\mathcal{B} = \frac{d \lambda}{\lambda l} \quad (2-6-2)$$

como se puede calcular fácilmente del experimento de Young, siendo " λ " la distancia entre las fuentes (" Q " en la sección 2-4) y " d " la distancia de ellas a la pantalla de observación.

Si el corrimiento de un sistema de franjas (de S) respecto al otro sistema (de A) alcanza la mitad del ancho de una franja ($S_0 A_0 = \frac{1}{2} \mathcal{B}$) la figura de interferencia producida por una mitad de la fuente borra completamente la figura de la segunda mitad y no se observa interferencia. Para un corrimiento mayor ($S_0 A_0 > \frac{1}{2} \mathcal{B}$) los máximos se verifican de nuevo. Para $S_0 A_0 = \mathcal{B}$ (los máximos se vuelven nítidos nuevamente, pero entonces el fondo claro general se torna más acentuado, la figura pierde contraste y desaparece poco a poco al

aumentar posteriormente el ancho de la fuente.

Aplicando la Ec. (2-3-7) se puede calcular cuantitativamente la variación del contraste de una figura de interferencia aumentando las di-mensiones de la fuente. Se puede encontrar que la figura de interfe-rencia permanece suficientemente nítida si $S_0 A_0$ no supera un cuarto del ancho de la franja ($S_0 A_0 \leq \frac{1}{4} B$). Es decir, la condi-ción de buena observación de la interferencia de una fente extensa se puede escribir así:

$$b \frac{d}{\lambda} \text{sen } \omega \leq \frac{1}{4} \frac{d}{2\lambda} \lambda \quad , \text{ es decir}$$

$$2b \text{sen } \omega \leq \frac{1}{4} \lambda . \quad (2-6-3)$$

Es importante anotar en este punto que el experimento de Young per-mite establecer hasta que punto son coherentes las ondas en la sec-ción del haz que llega a las fuentes S_1 y S_2 . Haciendo variar simple-mente la distancia entre las aberturas S_1 y S_2 y midiendo entonces la visibilidad de la figura de interferencia, se puede "indagar" por la coherencia de las vibraciones sobre toda el área de la sección del haz luminoso que ilumina la pantalla con las dos ranuras. Esta es una forma de introducir el concepto de "coherencia espacial". En efecto, al medir la visibilidad en función de la distancia entre S_1 y S_2 , se puede definir la coherencia espacial a lo largo de uno de los diámetros de la sección transversal del haz que ilumina las ranuras. Se puede, después, hacer las mismas medidas para otra orientación

de S_1 y S_2 y variar la distancia a lo largo de otro diámetro del haz, y definir la coherencia espacial a lo largo de este otro diámetro, y así sucesivamente. Si el haz luminoso proviene de una fuente puntual, la coherencia espacial sobre toda la sección del haz será la misma e igual a 1; si el haz proviene de una fuente extensa es evidente que la coherencia espacial tendrá su máximo alrededor del centro de la sección del haz y decrecerá al aumentar la distancia iluminada entre S_1 y S_2 . Volveremos sobre esto.

2.7 Interferencia de haces no monocromáticos.

La interferencia de luz no monocromática produce una complicada figura compuesta del conjunto de máximos y mínimos correspondientes a los diversos valores de λ , y la intensidad total en cualquier punto es la suma de las intensidades de esos patrones monocromáticos. Supongamos que las componentes cubren el rango $\Delta\lambda$ de longitud de onda alrededor de un cierto valor medio λ . Uno puede definir $\Delta\lambda$ fácilmente: la interferencia no se verifica si el máximo del orden m -ésimo para $\lambda + \Delta\lambda$ coincide con el máximo del orden $(m + 1)$ -ésimo para λ . Es decir, la "condición de confusión" de un patrón de interferencia es:

$$(m+1)\lambda = m(\lambda + \Delta\lambda) \quad (2.7-1)$$

$$\therefore \Delta\lambda = \frac{\lambda}{m} \quad (2.7-2)$$

El orden de interferencia m está ligado a la diferencia de recorrido $r_2 - r_1$ de los haces que interfieren y a la longitud de onda λ , por la relación:

$$m = \frac{r_2 - r_1}{\lambda} \quad (2-3-5)$$

De la "condición de confusión" arriba nombrada, se sigue que la diferencia de recorrido para la cuál desaparece la figura de interferencia está dada por:

$$l \equiv r_2 - r_1 = \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda} \quad (2-7-3)$$

Esta cantidad se conoce como "Longitud de coherencia" que depende completamente de la fuente luminosa.

Como regla general, para poder observar un patrón de interferencia ($V \geq 0.1$) es necesario que el experimento de interferencia satisfaga esta condición: la diferencia máxima de trayectoria de los haces luminosos que interfieren debe ser mucho menor que la longitud de coherencia de la fuente empleada.

Hemos dicho en 2-2 que las ondas radiadas por átomos se conservan regulares solo por un intervalo limitado de tiempo y esto significa que en este intervalo la amplitud y la fase de las vibraciones son relativamente constantes, mientras que para un intervalo temporal mayor ambas varían notablemente. Esa parte de las vibraciones sucesivas durante la cual la amplitud y la fase son constantes, se llama un

"tren de onda". El tiempo de emisión de tal pedazo de vibración se conoce como "tiempo de coherencia" (duración de la regularidad).

La extensión espacial de tren de onda, Δl - longitud del tren de onda, y el tiempo de coherencia, Δt , están ligados por la relación evidente:

$$\Delta l = c \Delta t \quad (2-7-4)$$

donde c es la velocidad de la luz.

Es inmediato entender que la longitud de coherencia, l , y la longitud del tren de onda son la misma. En efecto, si la diferencia de trayectoria de los haces que interfieren es mayor que la longitud del tren, entonces en un punto dado del campo de interferencia se suman las ondas emitidas de los átomos en los instantes en que difieren en más del tiempo de coherencia y tales ondas no pueden interferir. Es decir, no se observa interferencia si la diferencia de trayectoria es mayor que la longitud del tren de onda, y la diferencia máxima de trayectoria para la cual la interferencia es observable (esto es la longitud de coherencia) es igual a la longitud del tren de onda. (Born-Wolf, pag. 319). Entonces

$$l \equiv \Delta l = c \Delta t = \lambda^2 / \Delta \lambda$$

$$\therefore \Delta \lambda = \frac{\lambda^2}{\Delta l} = \frac{\lambda^2}{c \Delta t} = \frac{\lambda^2 \Delta \nu}{c} = \frac{\lambda \Delta \nu}{\nu} = \frac{c \cdot \Delta \nu}{\nu^2} \quad (2-7-5)$$

$$\therefore \frac{c \Delta \nu}{\nu^2} = \frac{\lambda^2}{c \Delta t} \Rightarrow \Delta \nu \cdot \Delta t \approx 1 \quad (2-7-6)$$

2.8.1 La Función de Coherencia y el grado de Coherencia.

Supongamos que en el experimento de Young en lugar de la fuente puntual S tenemos ahora una fuente extensa (2-6) y las mismas aberturas S_1 y S_2 . Las perturbaciones en estos puntos serán $U_1(t)$ y $U_2(t)$, siempre con nuestra aproximación escalar; siendo $U_1(t)$ y $U_2(t)$ representaciones complejas. Las ondas provenientes de S_1 y S_2 arriban a un punto P en la pantalla de observación A. El campo resultante en P es:

$$U_P(t) = k_1 U_1(t-t_1) + k_2 U_2(t-t_2) \quad (2-8-1)$$

donde $t_1 = r_1/c$, $t_2 = r_2/c$ y k_1 y k_2 son cantidades imaginarias puras que dependen del tamaño de las aberturas S_1 y S_2 y de sus localizaciones relativas a P. La ec. (2-8-1) significa que el campo en P en el tiempo t se puede determinar por los campos que existieron en S_1 y S_2 en los tiempos t_1 y t_2 respectivamente, es decir, los instantes en que la luz salió de allí.

La intensidad en el punto P es proporcional al valor medio de $U_P^2(t)$:

$$I_P = \langle U_P(t) U_P^*(t) \rangle \quad (2-8-2)$$

$$\begin{aligned} \therefore I_P = & k_1 k_1^* \langle U_1(t-t_1) U_1^*(t-t_1) \rangle + k_2 k_2^* \langle U_2(t-t_2) U_2^*(t-t_2) \rangle + \\ & + k_1 k_2^* \langle U_1(t-t_1) U_2^*(t-t_2) \rangle + k_1^* k_2 \langle U_2(t-t_2) U_1^*(t-t_1) \rangle. \end{aligned} \quad (2-8-3)$$

Asumamos ahora que el campo es estacionario: su naturaleza estadís-

tica no se altera con el tiempo, y entonces podemos correr el origen del tiempo sin afectar la ec. (2-8-3).

Desplacemos al origen las cantidades t_1 y t_2 y obtenemos:

$$\langle U_1(t-t_1) U_1^*(t-t_1) \rangle = I_{S_1} = \langle U_1(t) U_1^*(t) \rangle \quad (2-8-4.a)$$

$$\langle U_2(t-t_2) U_2^*(t-t_2) \rangle = I_{S_2} = \langle U_2(t) U_2^*(t) \rangle \quad (2-8-4.b)$$

donde I_{S_1} e I_{S_2} son las intensidades en los puntos S_1 y S_2 .

En los dos últimos términos de la ec. (2-8-3) podemos desplazar el origen en una cantidad t_2 y hacer $\tau = t_2 - t_1$. Se tiene:

$$\begin{aligned} & k_1 k_2^* \langle U_1(t-t_1) U_2^*(t-t_2) \rangle + k_1^* k_2 \langle U_1^*(t-t_1) U_2(t-t_2) \rangle \\ &= k_1 k_2^* \langle U_1(t+\tau-t_2) U_2^*(t-t_2) \rangle + k_1^* k_2 \langle U_1^*(t+\tau-t_2) U_2(t-t_2) \rangle \\ &= k_1 k_2^* \langle U_1(t+\tau) U_2^*(t) \rangle + k_1^* k_2 \langle U_1^*(t+\tau) U_2(t) \rangle \\ &= 2 \operatorname{Re} \left\{ k_1 k_2^* \langle U_1(t+\tau) U_2^*(t) \rangle \right\} \end{aligned} \quad (2-8-5)$$

Pero k_1 y k_2 son imaginarios puros: $k_1^* k_2 = k_1 k_2^* = |k_1| |k_2|$.

Si definimos la función compleja:

$$\Gamma_{12}(\tau) \equiv \langle U_1(t+\tau) U_2^*(t) \rangle \quad (2-8-6)$$

la ec. (2-8-3) es, teniendo en cuenta (2-8-4), (2-8-5) y (2-8-6):

$$I_p = |k_1|^2 I_{S_1} + |k_2|^2 I_{S_2} + 2|k_1| |k_2| \operatorname{Re} \left\{ \Gamma_{12}(\tau) \right\} \quad (2-8-7)$$

la función $\Gamma_{12}(\tau)$ se llama "Función de coherencia mutua" de los campos luminosos en las "fuentes" S_1 y S_2 , los campos en S_1 han sido considerados un tiempo τ más tarde que en S_2 .

Cuando los dos puntos coinciden ($S_1 = S_2$), se tiene:

$$\Gamma_{11}(\tau) = \langle U_1(t+\tau)U_1^*(t) \rangle \quad (2-8-8)$$

y se habla entonces de "Autocoherencia" de las ondas en S_1 y S_2 ;

ellas se reducen a la intensidad normal cuando $\tau = 0$:

$$\Gamma_{11}(0) = I_{S1} \quad (a)$$

$$\Gamma_{22}(0) = I_{S2} \quad (b)$$

y son las "funciones de autocoherencia".

los términos $|k_1|^2 I_{S1}$ y $|k_2|^2 I_{S2}$ son las intensidades en P cuando una abertura o la otra está abierta, es decir, $k_2 = 0$ ó $k_1 = 0$,

respectivamente. Denotemos estas intensidades en P por $I_P^{(1)}$ y

$I_P^{(2)}$ respectivamente:

$$|k_1|^2 I_{S1} = I_P^{(1)} = |k_1|^2 \Gamma_{11}(0) \quad (c)$$

$$|k_2|^2 I_{S2} = I_P^{(2)} = |k_2|^2 \Gamma_{22}(0) \quad (d)$$

y la ecuación (2-8-7) es entonces:

$$I_P = I_P^{(1)} + I_P^{(2)} + 2|k_1||k_2| \operatorname{Re} \{ \Gamma_{12}(\tau) \} \quad (2-8-9)$$

$$\text{De (c) y (d): } |k_1||k_2| = \frac{\sqrt{I_P^{(1)}} \sqrt{I_P^{(2)}}}{\sqrt{\Gamma_{11}(0)} \sqrt{\Gamma_{22}(0)}} \quad (e)$$

Además, la normalización de $\Gamma_{12}(\tau)$ está definida así:

$$\gamma_{12}(\tau) \equiv \frac{\Gamma_{12}(\tau)}{\sqrt{\Gamma_{11}(0)} \sqrt{\Gamma_{22}(0)}} \quad (2-8-10)$$

y $\gamma_{12}(\tau)$ se llama el "grado complejo de coherencia", por la razón

dada por la ec. (2-3-11). Con esto presente, la ec. (2-8-9) es:

$$I_P = I_P^{(1)} + I_P^{(2)} + 2\sqrt{I_P^{(1)} I_P^{(2)}} \operatorname{Re} \{ \gamma_{12}(\tau) \} \quad (2-8-11)$$

que es la ecuación para interferencia con luz parcialmente coherente

(Ver 2-3).

La cantidad $\chi_{12}(\gamma)$ se puede escribir como:

$$\chi_{12}(\gamma) = |\chi_{12}(\gamma)| e^{i\Phi_{12}(\gamma)} \quad (2-8-12)$$

$$\text{con } \Phi_{12}(\gamma) = \alpha_{12}(\gamma) - \phi \quad \text{y } \alpha = \frac{2\pi}{\lambda} (\gamma_2 - \gamma_1) \quad (2-8-13)$$

$$\therefore I_p = I_p^{(1)} + I_p^{(2)} + 2\sqrt{I_p^{(1)} I_p^{(2)}} |\chi_{12}(\gamma)| \cos[\alpha_{12}(\gamma) - \phi]. \quad (2-8-14)$$

De esta última expresión, si $|\chi_{12}(\gamma)| = 1$, I_p es la misma que la generada por ondas coherentes fuera de fase en S_1 y S_2 en la cantidad $\alpha_{12}(\gamma)$. Si $|\chi_{12}(\gamma)| = 0$, $I_p = I_p^{(1)} + I_p^{(2)}$ y no se verifica la interferencia: Perturbaciones incoherentes.

El caso intermedio, $0 < |\chi_{12}(\gamma)| < 1$ es el de coherencia parcial. De otro lado, la ec. (2-8-14) se puede escribir así:

$$I_p = |\chi_{12}(\gamma)| \left\{ I_p^{(1)} + I_p^{(2)} + 2\sqrt{I_p^{(1)} I_p^{(2)}} \cos[\alpha_{12}(\gamma) - \phi] \right\} + [1 - |\chi_{12}(\gamma)|] (I_p^{(1)} + I_p^{(2)}) \quad (2-8-15)$$

El primer término corresponde a la suma coherente de las ondas de intensidades $|\chi_{12}(\gamma)| I_p^{(1)}$, $|\chi_{12}(\gamma)| I_p^{(2)}$ y de diferencia de fase $\alpha_{12}(\gamma)$; el segundo es la suma completamente incoherente de vibraciones de intensidades $[1 - |\chi_{12}(\gamma)|] I_p^{(1)}$ y

$[1 - |\chi_{12}(\gamma)|] I_p^{(2)}$. Y podemos entonces suponer que la luz en el punto P de la figura de interferencia está compuesta de parte coherente e incoherente (Ver ec. 2-3-11).

Como lo mencionamos en la página 29, el grado de coherencia

$|\chi_{12}(\gamma)|$ y la fase $\alpha_{12}(\gamma)$ se pueden conocer midiendo la vi-

sibilidad y la posición de las franjas de interferencia. La visibilidad en P es:

$$V_p = \frac{I_{máx} - I_{mín}}{I_{máx} + I_{mín}} = \frac{2\sqrt{I_p^{(1)} I_p^{(2)}}}{I_p^{(1)} + I_p^{(2)}} |\gamma_{12}(\gamma)| \quad (2-8-16)$$

Si las intensidades $I_p^{(1)}$, $I_p^{(2)}$ son iguales, la visibilidad es exactamente igual al grado de coherencia.

La posición de los máximos de iluminación está definida por la condición

$$\frac{\gamma_2 - \gamma_1}{\lambda} + \frac{\delta_{12}(\gamma)}{\lambda n} = m \quad (2-8-17)$$

Midiendo la diferencia de camino $(\gamma_2 - \gamma_1)$, la longitud de onda y el orden de interferencia, se puede encontrar la fase $\delta_{12}(\gamma)$.

2.8.2 Coherencia espacial y temporal.

Hemos visto que trenes de onda sucesivos existen aproximadamente en un tiempo Δt , tal que $\Delta t \cdot \Delta \nu \approx 1$. Ese tiempo es el "tiempo de coherencia", que es el "intervalo temporal sobre el cual se puede predecir la fase de la onda luminosa en un punto dado del espacio" (Hecht-Zajac, pag. 451). Esto es coherencia temporal: Si Δt es grande, la onda tiene un alto grado de coherencia temporal, y viceversa.

De otro lado, la idea de "coherencia espacial" se utiliza para descri-

bir los efectos debidos a la extensión finita de la fuente. En el numeral anterior vimos que la cantidad $\gamma_{12}(\tau)$ caracteriza la capacidad de interferencia de las perturbaciones en los puntos S_1 y S_2 por la diferencia de trayectoria $r_2 - r_1 = c\tau$, es decir, caracteriza la coherencia de las ondas en S_1 y S_2 en instantes distintos que difieren en τ .

En particular, S_1 y S_2 pueden coincidir; y en este caso las perturbaciones $U_1(t)$ y $U_2(t+\tau)$ difieren únicamente en el instante en que se verifican. Se habla de coherencia temporal (Interferómetro de Michelson).

Considerando coincidentes ($\tau=0$) los instantes t y $t+\tau$ pero distintos los puntos S_1 y S_2 , entonces $\gamma_{12}(0)$ caracteriza la coherencia de las perturbaciones que se verifican contemporáneamente en S_1 y S_2 . Se habla entonces de coherencia espacial (Experimento de Young).

3. DIFRACCION Y FILTRAJE ESPACIAL

La formación de hologramas como un proceso interferométrico puede ser descrito en términos de los conceptos vistos en 2-3. La reconstrucción del registro holográfico involucra difracción que es, en esencia, la desviación de la dirección de propagación de la onda debido a la interacción con un obstáculo que cambia su amplitud o fase. La luz laser está muy cerca de las propiedades ondulatorias ideales de monocromaticidad y coherencia, y la difracción de ella puede ser descrita adecuadamente en términos de una teoría elemental de la difracción.

Trabajando siempre con ondas polarizadas linealmente en la misma dirección, consideramos solo una componente del vector eléctrico para hacer un tratamiento puramente escalar*. Así, en lugar del campo eléctrico \vec{E} tomaremos una función escalar $U(x, y, z, t)$, a la que nos referiremos como la "perturbación óptica". Una onda plana monocromática se describe, entonces, así:

$$U(x, y, z, t) = A(x, y, z) \cos(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r}). \quad (3 - 1)$$

Y, en general, cualquier onda monocromática es de la forma:

$$U(x, y, z, t) = A(x, y, z) \cos[\omega t - \phi(x, y, z)]. \quad (3 - 2)$$

* Un tratamiento riguroso de la difracción se encuentra en el texto de J.D. Jackson y en la obra de Born y Wolf.

donde $a(x, y, z)$ = Amplitud real

$\psi(x, y, z)$ = Fase de la onda.

Claramente, la onda plana es un caso especial para la cual la fase

$\vec{k} \cdot \vec{r}$ es constante sobre los planos $\vec{k} \cdot \vec{r} = \text{constante}$.

La ecuación (3-2) se puede escribir así:

$$U(x, y, z, t) = \text{Re} \left\{ u(x, y, z) e^{i\omega t} \right\} \quad (3 - 3)$$

$$u(x, y, z) = a(x, y, z) e^{-i\psi(x, y, z)} \quad (3 - 4)$$

Esta última expresión se conoce como la "amplitud compleja", y tiene la propiedad de contener toda la información sobre la estructura espacial de la onda luminosa, que es nuestro interés en el presente trabajo: queremos conocer la información difundida sobre una región del espacio en una ubicación fija del tiempo.

La ecuación (3-4) se puede, para una onda plana, escribir así:

$$u(x, y, z) = a(x, y, z) e^{-i\vec{k} \cdot \vec{r}} \quad (3 - 5)$$

$$= a(x, y, z) e^{-2\pi i \left(\frac{\cos \alpha_1}{\lambda} x + \frac{\cos \alpha_2}{\lambda} y + \frac{\cos \alpha_3}{\lambda} z \right)} \quad (3 - 6)$$

donde los α_i ($i = 1, 2, 3$) son los ángulos entre la dirección de propagación de la onda plana y los ejes x , y , z , respectivamente.

Si hacemos

$$\theta_1 = \frac{\pi}{2} - \alpha_1 ; \theta_2 = \frac{\pi}{2} - \alpha_2 ; \theta_3 = \frac{\pi}{2} - \alpha_3$$

entonces la amplitud compleja es

$$U(x, y, z) = A(x, y, z) e^{-2\pi i \left(\frac{\sin \theta_1}{\lambda} x + \frac{\sin \theta_2}{\lambda} y + \frac{\sin \theta_3}{\lambda} z \right)} \quad (3 - 7)$$

que es una notación particularmente conveniente cuando los ángulos θ son pequeños (lo usual).

Consideremos entonces una onda plana cuyo vector \vec{k} está en el plano $y-z$. En la figura (3 - 1) se muestra la intersección de algunos frentes de onda (separados λ) con este plano. Estos frentes de onda intersectan el eje y a intervalos periódicos $\lambda/\sin \theta_2$, y el eje z cada $\lambda/\sin \theta_3$.

Los recíprocos de estos períodos se conocen como "frecuencias espaciales". En general, las frecuencias espaciales* de una onda plana son:

$$f_x = \frac{\sin \theta_1}{\lambda} ; f_y = \frac{\sin \theta_2}{\lambda} ; f_z = \frac{\sin \theta_3}{\lambda} . \quad (3 - 8)$$

Ellas son, pues, los recíprocos del periodo con que los frentes de onda sucesivos (separados λ) intersectan cada eje coordenado (usualmente se miden en ciclos/milímetro; y esta notación es muy conveniente porque las franjas de interferencia tienen un período que es el recíproco de la frecuencia espacial).

Cambiando las ecs. (3 - 7) y (3 - 8) se tiene:

$$U(x, y, z) = A(x, y, z) e^{-2\pi i (f_x x + f_y y + f_z z)} \quad (3 - 9)$$

* Una discusión diferente, aunque menos analítica, se encuentra en el texto de Hecht - Zajac, Cap. 14.

$$y: f_x + f_y + f_z = 1/\lambda^2 \quad (3 - 10)$$

Si la luz viaja a través de un objeto de transmisión (rejilla, transparencia fotográfica o un holograma), se altera su amplitud compleja. La "función de transmisión" (en amplitud) de un objeto, o simplemente la "amplitud de transmisión", t , es una función que describe esta alteración. Se define como la relación entre la amplitud compleja que emerge y la amplitud compleja incidente:

$$t(x, y) = \frac{U_F(x, y)}{U_i(x, y)} \quad (3 - 11)$$

$$\therefore U_F(x, y) = t(x, y) U_i(x, y) \quad (3 - 12)$$

donde la superficie del objeto es paralela al plano $x-y$. Si el objeto afecta sólo la amplitud real de la onda transmitida, se habla de "objeto de amplitud", y la transmisión t es una cantidad real. Si el objeto afecta sólo la fase de la luz transmitida, se habla de "objeto de fase", y la transmisión t es una cantidad compleja. En general, un objeto de transmisión, como un holograma, afecta la amplitud y la fase de la onda y la función de transmisión es compleja.

Un ejemplo bastante simple de difracción es el que ocurre cuando una onda plana monocromática incide sobre una rejilla de amplitud sinusoidal. La rejilla (Fig. 3-2) tiene una función de transmisión de amplitud dada por:

$$t(x, y) = t_0 + t_1 \cos(2\pi f_y y) \quad (3 - 13)$$

donde f_y es el recíproco del período de las franjas de la rejilla.

Una rejilla de este tipo se puede hacer simplemente exponiendo una placa fotográfica a la luz emergente de un interferómetro de Michelson. Si la onda incidente sobre la rejilla viaja en la dirección z , su amplitud compleja es:

$$U_i(x, y, z) = A_1 e^{-2\pi i z / \lambda} \quad (3-14)$$

y en el plano de la rejilla es:

$$U_i(x, y, 0) = A_1 \quad (3-15)$$

la amplitud compleja de la onda transmitida es, entonces:

$$U_f(x, y, 0) = A_1 t_0 + A_1 t_1 \cos(2\pi f_y y) \quad (3-16)$$

Esta última ecuación se puede reescribir expresando el coseno como suma de exponenciales, y el resultado es:

$$U_f(x, y, 0) = A_1 t_0 + \frac{1}{2} A_1 t_1 e^{2\pi i f_y y} + \frac{1}{2} A_1 t_1 e^{-2\pi i f_y y} \quad (3-17)$$

Aquí se ve claramente que la rejilla de amplitud sinusoidal divide la onda plana incidente en tres ondas planas separadas: Una de ellas se transmite directamente; y las otras dos están difractadas en direcciones determinadas por el período de las franjas de la rejilla, (Fig. 3 - 3).

Otro ejemplo de difracción es cuando la onda plana incide sobre una rejilla cuya función de transmisión es:

$$t(x, y) = t_0 + t_1 \cos\left(\frac{\pi(x^2 + y^2)}{\lambda L}\right) \quad (3-18)$$

donde L es una longitud característica. La rejilla tiene forma de

franjas circulares concéntricas cuyas distancias (entre franjas) decrecen con el incremento del radio.

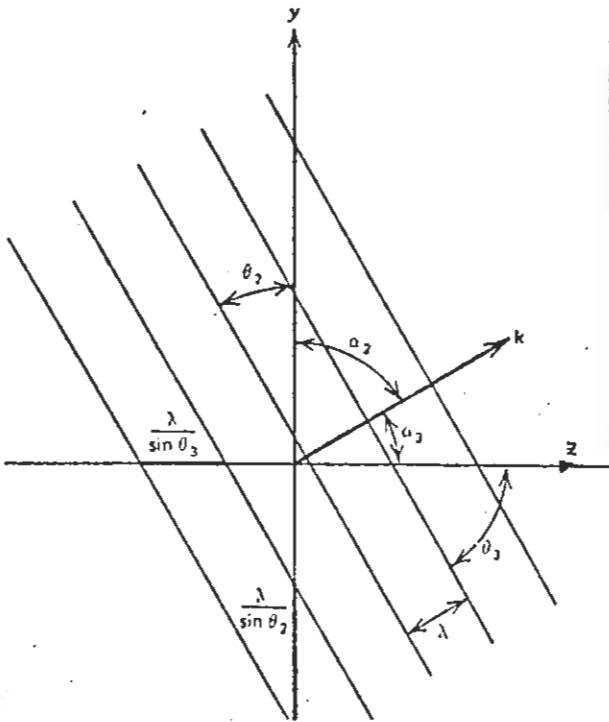


Fig. 3-1

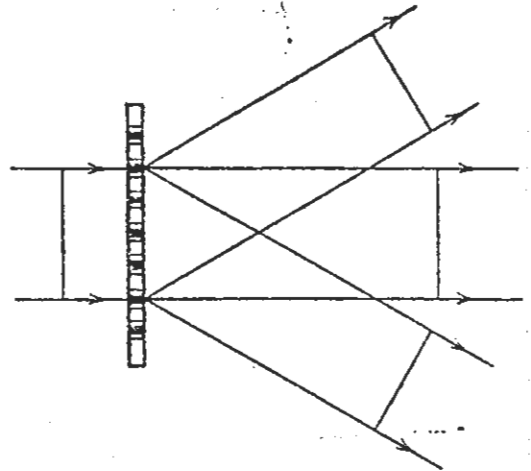


Fig. 3-3

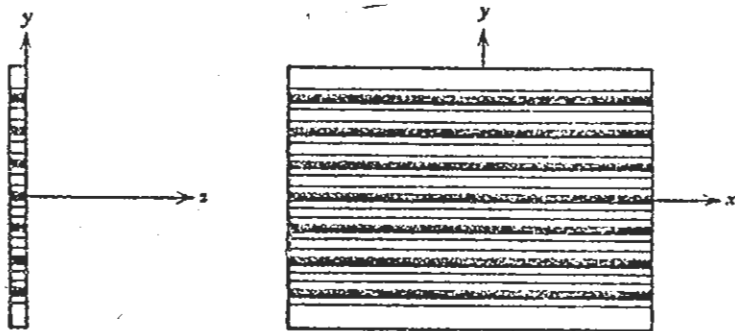


Fig. 3-2

Este tipo de rejillas se pueden hacer fotografiando el patrón de franjas formado por la interferencia de una onda esférica y otra plana (Estructura de placa zonal de Fresnel).

Si una onda plana, de amplitud real a_1 , viaja en la dirección z e incide sobre la rejilla, la amplitud compleja de la onda saliente es:

$$\begin{aligned}
 U_f(x, y, 0) &= a_1 t_0 + a_1 t_L \cos \left[\frac{\pi(x^2 + y^2)}{\lambda L} \right] \\
 &= a_1 t_0 + \frac{1}{2} a_1 t_L e^{i\pi(x^2 + y^2)/\lambda L} + \frac{1}{2} a_1 t_L e^{-i\pi(x^2 + y^2)/\lambda L}. \quad (3-19)
 \end{aligned}$$

De nuevo, la onda plana incidente ha sido dividida en tres ondas:

la primera es una onda transmitida directamente; el segundo término representa una onda esférica que aparece divergiendo de un punto situado a una distancia L a la izquierda de la rejilla; y el tercer término es una onda esférica que converge a un punto situado a una distancia L a la derecha de la rejilla. Esta interpretación de la ec. (3-19) viene del hecho que la amplitud compleja de una onda esférica originada en $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$, es:

$$\begin{aligned}
 U(\vec{r}) &= \frac{a}{r} e^{-ikr} \\
 &= \frac{a}{r} e^{-\frac{2\pi i}{\lambda} (x^2 + y^2 + z^2)^{1/2}} \quad (a)
 \end{aligned}$$

Al evaluar esta amplitud en un plano normal al eje z y a una distancia L del origen, se tiene:

$$U(x, y, L) = \frac{a}{r} e^{-\frac{2\pi i}{\lambda} (x^2 + y^2 + L^2)^{1/2}} \quad (b)$$

Si consideramos puntos cercanos al eje, $L \gg x, y$, podemos hacer estas aproximaciones:

$$(x^2 + y^2 + L^2)^{1/2} = L \left[1 + \left(\frac{x}{L} \right)^2 + \left(\frac{y}{L} \right)^2 \right]^{1/2}$$

$$\therefore (x^2 + y^2 + L^2)^{1/2} = L \left\{ L + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{x}{L} \right)^2 + \left(\frac{y}{L} \right)^2 \right] \right\} \quad (c)$$

Además, $r \approx L$, con lo que la ec. (b) es:

$$U(x, y, L) \approx \frac{a}{L} e^{-2\pi i L / \lambda} \cdot e^{-\pi i (x^2 + y^2) / \lambda L} \quad (3-20)$$

Comparando las ecs. (3-19) y (3-20) se verifica la interpretación mencionada anteriormente para las ondas difractadas.

Por lo demás, las ondas que difieren sólo en el signo de su fase (como las ondas descritas por los dos últimos términos de la ec. (3-19), se llaman "ondas conjugadas".

Como un último ejemplo, mencionemos la rejilla de fase sinusoidal.

Una rejilla de fase es un objeto de transmisión cuyo índice de refracción varía sinusoidalmente. La función de transmisión de esta rejilla es

$$t(x, y) = e^{[i \frac{M}{2} \sin(2\pi f_y y)]} \quad (3-21)$$

donde M se conoce como la "Longitud de modulación" de la rejilla y representa el cambio de fase máximo introducido cuando la luz pasa a través de la rejilla. Cuando incide la onda plana, la rejilla la divide en un número de ondas planas que viajan en direcciones tales que las frecuencias espaciales son múltiplos enteros de f_y (del recíproco del período de la rejilla). La onda difractada en el menor ángulo se llama onda difractada de primer orden; la siguiente es la de segundo orden, y así sucesivamente. El número de órdenes es

positivo si la frecuencia espacial lo es, y negativo si la frecuencia espacial es negativa. Estas órdenes de difracción múltiples se presentan también cuando la rejilla tiene franjas no-sinusoidales. Nosotros consideramos únicamente difracción por estructuras periódicas y por ello no discutimos este tipo de difracción. En el excelente texto de Goodman, *Introduction to Fourier Optics*, se encuentra una discusión detallada en términos de la transformada de Fourier.

Como último punto del presente capítulo, discutamos brevemente lo de filtraje espacial, que es una técnica importantísima en la interferometría holográfica. De nuevo es el libro de Goodman el texto de referencia básico, lo mismo que el de Born-Wolf, especialmente en lo tocante con lentes y formación de imágenes. El texto de Hecht-Zajac presenta la óptica geométrica con un criterio suficientemente claro y lo de filtraje espacial en una forma clara, sencilla y agradable de leer. Introduzcamos rápidamente la terminología.

Una lente delgada es aquella cuyo ancho es pequeño comparado con otras dimensiones del sistema óptico. Si describimos los aspectos elementales de la formación de imágenes en términos de la óptica geométrica, podemos hablar de rayos luminosos y decir que todos los rayos que incidan sobre la lente y que sean paralelos al eje principal, se refractan pasando por un punto, llamado "punto focal", tal que la distancia f desde él hasta el centro de la lente es la "distan-

cia focal" de la lente. El plano perpendicular al eje óptico y que contiene el punto focal se llama el "plano focal". Todos los rayos que pasan por el centro de la lente no sufren refracción. Si L_o es la distancia del plano del objeto al centro de la lente, y L_i la distancia desde ella al plano de la imagen, la ecuación de una lente delgada es (Alonso-Finn, Fundamental University Physics, Vol. II. Pag. 830):

$$\frac{1}{L_o} + \frac{1}{L_i} = \frac{1}{f} \quad (3-22)$$

La imagen será real o virtual dependiendo de si ella es formada por rayos que se cruzan efectivamente, convergiendo a puntos situados al mismo lado del observador respecto a la lente; o virtual cuando los rayos parecen divergir de puntos situados al otro lado de la lente.

La naturaleza de las imágenes y la formación de los interferogramas dependen de en qué posición respecto a la lente se coloque el objeto, pero sobre todo de qué porción de luz del objeto pasa a través del sistema formador de imágenes. El elemento de un sistema de imagen que determina la cantidad de luz que llega a la imagen es el "diafragma de abertura", que en el caso simple de una lente delgada es justamente el diámetro de la lente, o un diafragma separado colocado en frente de ella. Un concepto muy útil para determinar si un rayo dado atraviesa o no el sistema óptico, es el de "pupila", y no es otra cosa que la imagen del diafragma de abertura. La "pupila de entrada" es la imagen del diafragma de abertura como se ve des-

de un punto axial en el objeto. Determina el ángulo sólido, o extensión del cono de rayos, que entran al sistema de imagen. La "pupila de salida" es la imagen del diafragma de abertura vista desde un punto axial en el plano de la imagen; determina la extensión del cono de luz que sale del sistema. Por lo demás, para el caso de un sistema de una sola lente, el diafragma de abertura, la pupila de entrada y la de salida son todos idénticos, y uno habla simplemente de "abertura".

Los sistemas formadores de imágenes, o lentes, se especifican normalmente en términos de su abertura relativa, o "número f ", que es la relación entre la longitud focal y el diámetro de la pupila de entrada, f/D . Por ejemplo, una lente con 25 mm de abertura y 50 mm de distancia focal tiene un número f de 2 y se designa generalmente como $f/2$. (Hecht- Zajac, pag. 127).

Continuando con nuestra discusión de filtraje espacial, consideremos la operación fundamental del filtraje, que es la separación de las componentes individuales de la onda plana luminosa que ha sido difractada por algún objeto. Y es aquí, justamente, donde "descansan algunos de los aspectos más hermosos, excitantes y promisorios de la óptica contemporánea" (Hecht- Zajac, pag. 498). Consideremos la operación fundamental de filtraje espacial, que consiste en aislar las componentes individuales de una onda plana de luz que ha sido difrac-

tada por algún objeto. En la figura (3-4) se muestra una onda plana viajando en la dirección del eje axial y que es concentrada por una lente delgada al lugar donde el eje óptico intercepta el plano focal de la lente. Una onda plana incidente desde una dirección fuera de eje, puede ser entendida como la luz proveniente de un objeto puntual fuera de eje localizado a una gran distancia, esto es, cuando $L_o \rightarrow \infty$. Esta luz será localizada en un punto fuera de eje en el plano focal de la lente. En la figura (3-5) una onda plana se

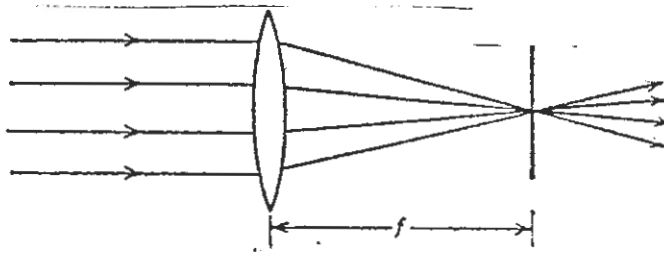


Fig. 3-4.

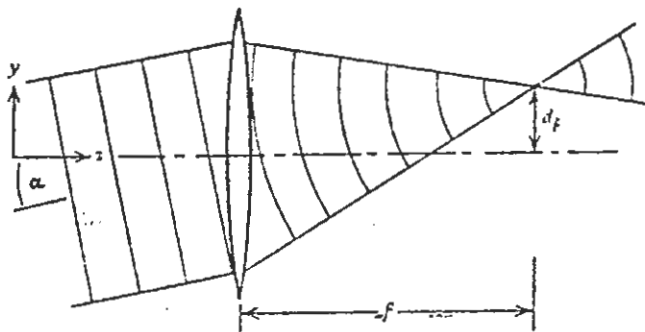


Fig. 3.5

propaga formando un ángulo α con respecto al eje óptico, y estará entonces focalizada en un punto situado a una distancia d_f del eje, tal que

$$d_f = f \tan \alpha.$$

(3-23)

Cuando α es pequeño (caso paraxial), $\tan \alpha \approx \sin \alpha \approx \alpha$, y la ec. (3-23) se puede expresar en términos de la frecuencia espacial:

$$d_f = f(\lambda f_x) \quad (3-24)$$

En general, si d_{fx} y d_{fy} son las coordenadas x , y en el plano focal, es cierto que

$$d_{fx} = f(\lambda f_x) \quad (3-25-a)$$

$$d_{fy} = f(\lambda f_y) \quad (3-25-b)$$

Frentes de onda más complejos se pueden analizar como un conjunto de ondas planas componentes de varias frecuencias espaciales. Puesto que existe una correspondencia uno a uno entre la frecuencia espacial (dirección de propagación) y la localización en el plano focal de la lente, llamada "lente transformadora", esas componentes individuales se pueden aislar. Esto se hace colocando una pequeña abertura en el plano focal por la que pasará la luz de la frecuencia espacial deseada, mientras las otras serán bloqueadas. En la figura (3-6) se muestra un ejemplo típico: Una rejilla de amplitud sinusoidal difracta una onda plana incidente en tres direcciones. La luz difractada entra a una lente delgada positiva que focaliza cada onda en el plano focal. Como se ve en la gráfica, una pequeña abertura se usa para transmitir una de las ondas planas individuales mientras bloquea las demás.

* Ver Hecht- Zajac para una discusión más completa.

Por lo demás, en interferometría holográfica se expande el haz de laser haciéndolo pasar a través de una lente de pequeña distancia focal (en general se usan objetivos de microscopio). Al expandir el haz, impurezas en la lente o la imperfección misma de ella generan grandes patrones de difracción en forma de anillos concéntricos localizados en diversas partes del haz expandido. Un filtro espacial, que es simplemente un pequeño agujero circular, se coloca en el punto donde está focalizado el haz laser. Este deja pasar la luz deseada de frecuencia espacial cercana a cero, y bloquea la luz difractada de frecuencia espacial cercana a cero, y bloquea la luz difractada de mayor frecuencia. De esta forma se produce una onda esférica libre de grandes anillos de difracción. El problema técnico es por el pequeño diámetro de estos filtros (entre 5 y 25 μm), que necesitan entonces buenas y estables fijaciones mecánicas para ajustarlos justamente en el plano focal de la lente expansora.*

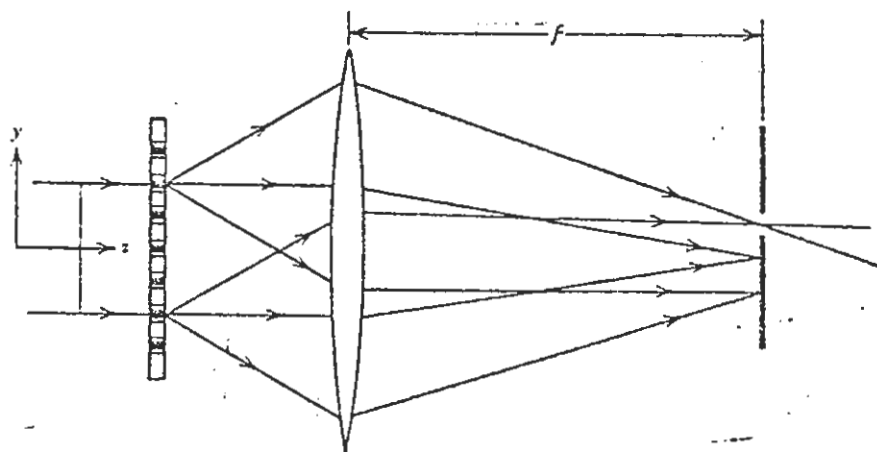


Fig. 3-6

* La técnica del filtraje espacial es mucho más general y poderosa de lo poco aquí expuesto. El lector interesado debe necesariamente consultar el texto de Goodman, Introduction to Fourier Optics.

4. ELEMENTOS DE HOLOGRAFIA

4.1 Introducción Histórica.

En 1947 el físico húngaro (naturalizado inglés) Dennis Gabor, estudiaba la posibilidad de aumentar el poder de resolución de un microscopio electrónico. Los electrones utilizados en microscopio tienen longitudes de onda del orden de $0,05 \text{ \AA}$, lo que permitiría no solo la visualización de los átomos sino incluso la exoración de sus detalles. Evidentemente que existen razones fundamentales que impiden la visualización del interior de los átomos individuales, pero al menos sería posible resolver las redes atómicas que normalmente presentan un espaciamiento entre átomos del orden de 2.3 Angstroms . Sin embargo, los lentes electrónicos, eléctricos o magnéticos, no pueden ser hechos perfectos y presentan aberraciones esféricas de tal modo que la máxima resolución se obtendría en torno a los $3-4 \text{ \AA}$. Este era, en 1947, el límite teórico que se le presentaba a Gabor, aunque en la práctica no se lograba descender por debajo de los 12 \AA . Para superar esta barrera, Gabor razonó como sigue^{*}: según la fórmula de Abbe, la distancia mínima que puede resolver un microscopio es

$$d = 0.6 \lambda / \sin \theta . \quad (4-1)$$

donde θ es el semiángulo del cono de radiación que entra a la lente.

Esta es la condición para al menos un haz difractado que entre a la

* D. Gabor, the principle of wavefront reconstruction, 1948

abertura de la lente, puesto que es el haz difractado el que porta la información del objeto. Es decir, si se quiere pasar de una resolución de 4 \AA a una de 2 \AA , se debe doblar la apertura; pero doblando la apertura del microscopio, el disco de la aberración esférica crece ocho veces de diámetro, pues va con el cubo de θ . Esto produciría una imagen difusa aún más confusa. En otras palabras, el problema básico es el de eliminar o corregir las aberraciones. Gabor pensó en resolver el problema recurriendo a la luz coherente: ondas coherentes interfieren, produciendo franjas de interferencia. Agregando una onda dada y simple a la onda desconocida y compleja proveniente del objeto, es posible producir un sistema de franjas que contengan toda la información; mediante un método óptico se podría después recuperar la onda objeto.

Gabor demostró como es posible corregir la aberración de lentes electrónicos generando primero la figura de interferencia, y después corrigiendo la imagen con lentes ópticos.

Por lo demás, la operación de reconstrucción no está limitada por la longitud de onda en el campo visible: registrado el holograma con longitud de onda de De Broglie ($\lambda = 0.05 \text{ \AA}$) y después reconstruido con radiación visible, se obtendrían aumentos del orden de 100.000, superando en 100 veces el límite de resolución práctico y teórico dado por el microscopio electrónico (5 \AA). Con estas ideas Gabor enunció su

"principio de reconstrucción de un frente de onda", que abrió un campo de investigación teórica y práctica impensable en su época. El mismo intentó realizar hologramas en la región visible, pero con resultados modestos por causa de la débil coherencia temporal de las fuentes a su disposición: aún no se había inventado el laser y sólo pudo trabajar con lámpara a vapor de mercurio fuertemente diafragmadas.

El interés por la holografía, en fin, se presentó hacia 1962 cuando Leith y Upatnieks, retomando la idea de Gabor y disponiendo de una fuente de coherencia 10.000 veces mayor, el laser, obtuvieron óptimas reconstrucciones de los frentes de onda.

4.2 Holografía.

La holografía es la técnica de registrar y reconstruir completamente un frente de onda, de tal forma que se preserve en una placa fotosensible la información sobre la amplitud y la fase de la onda registrada. Esta onda se llama "onda objeto".

Para poder reconstruir, o sea, para producir un fascimil de la onda objeto, es suficiente reproducir su amplitud compleja, U_0 , en un plano. Una vez reproducida, la luz se propaga desde este plano y es idéntica a la onda objeto original. La distribución de amplitud real y fase en el plano podrá ser registrada; sin embargo, los detectores

normales (películas fotográficas) sólo responden a la intensidad. La intensidad de la onda objeto es $I_o = u_o u_o^*$, que es una cantidad real, y así la película expuesta a u_o puede registrar la distribución de la amplitud real, pero pierde completamente la distribución de la fase.

La idea de Gabor fué formar un patrón de interferencia agregando a la onda objeto una "onda de referencia" coherente, y registrar este patrón sobre una película fotográfica. Cuando se revela la placa y se la ilumina apropiadamente, la luz se difracta de una forma tal que la amplitud compleja u_o se reproduce en el plano de la película.

4.3 Holografía de Gabor.

Históricamente el primer tipo de holograma registrado fue el de "línea", o de Gabor (Fig. 4-1). Una onda plana de luz monocromática pasa a través de una transparencia fotográfica, que es el objeto a

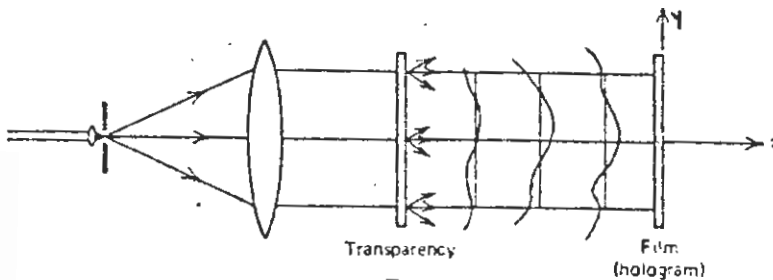


Fig. 4-1

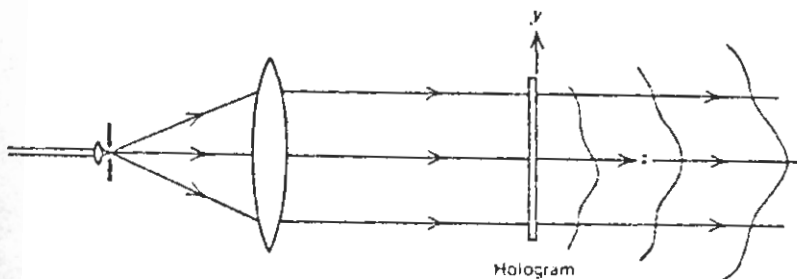


Fig. 4-2

registrar. Parte de la luz será difractada y recogida en la película, y parte pasará a través de la transparencia sin ser dispersada. La luz difractada es la onda objeto, mientras la porción no difractada sirve como onda de referencia. Las amplitudes complejas de estas ondas en el plano de la película, $z = 0$, son:

$$\text{Onda objeto: } U_o(x,y) = a_o(x,y) e^{-i\phi_o(x,y)} \quad (4-3-1)$$

$$\text{Onda de Referencia: } U_r(x,y) = a_r \quad (4-3-2)$$

La intensidad en el plano de la película es:

$$I(x,y) = |a_r + U_o|^2 = a_r^2 + |U_o|^2 + a_r U_o + a_r U_o^* \quad (4-3-3)$$

De esta forma la película está expuesta al patrón de intensidad dado por la ec. (4-3-3). Ahora viene el proceso de revelar la película, y esto se hace de tal modo que la función de transmisión $t(x,y)$ sea proporcional a $I(x,y)$:

$$t(x,y) = t_b + \beta |a_r U_o + a_r U_o^*| \quad (4-3-4)$$

El término t_b es proporcional a los dos primeros términos de la ec. (4-3-3), β es una propiedad de la película usada y que tiene que ver con el tiempo de exposición.

La película así revelada con la transmisión dada por la ec. (4-3-4) es un holograma de Gabor o de línea. La onda objeto se reconstruye iluminando el holograma con una onda plana de luz laser, como se muestra en la figura (4-2). Esta es la "onda de reconstrucción", que en $z = 0$, su amplitud compleja es:

$$U_c(x, y) = a_c \quad (4-3-5)$$

Cuando se ilumina el holograma con esta onda, la amplitud compleja justamente a la derecha del holograma, $z = 0^+$, es:

$$U_2(x, y) = t a_c \\ = a_c t_b + \beta a_c a_r U_0 + \beta a_c a_r U_0^* \quad (4-3-6)$$

En esta última ecuación aparece el término $\beta a_c a_r U_0$, que es el fascimil de U_0 , con lo que se ha registrado y reconstruido la onda objeto. El término $a_c t_b$ es una porción de la onda reconstruida que es atenuada aunque transmitida por el holograma; y $\beta a_c a_r U_0^*$ es una onda proporcional a la conjugada de la onda objeto.

Lo importante es que el patrón de intensidad en la película (ec. 4-3-3) contiene toda la información sobre la amplitud y la fase de la onda objeto. Sin alargarnos demasiado en los detalles, mencionemos las limitaciones del uso de la holografía de Gabor:

- a) El objeto debe poseer una alta función de transmisión, pues en otro caso la onda adicional que sale del holograma puede cancelar completamente la imagen.
- b) Siendo el registro en línea, un observador ve sobreponerse la imagen virtual focalizada y la imagen real fuera de foco, lo que perturba fuertemente la observación. Esta técnica, en fin, ha sido abandonada casi completamente.

4.4 Holografía fuera de eje.

Fué desarrollada hacia 1962 por E.N. Leith y J. Upatnieks, y se denomina fuera de eje por la angulación del haz de referencia y permite fácilmente la separación entre imagen real y virtual.

Con la disposición geométrica de la figura (4-3), las amplitudes complejas sobre la placa ($z = 0$), son:

$$U_o(x,y) = A_o(x,y) e^{-i\psi_o(x,y)} \quad (4-4-1)$$

$$U_r(x,y) = A_r e^{2\pi i f_y y} \quad (4-4-2)$$

donde $f_y = \sin \theta_r / \lambda$ es la frecuencia espacial de la onda de referencia. La distribución de intensidad sobre la emulsión es:

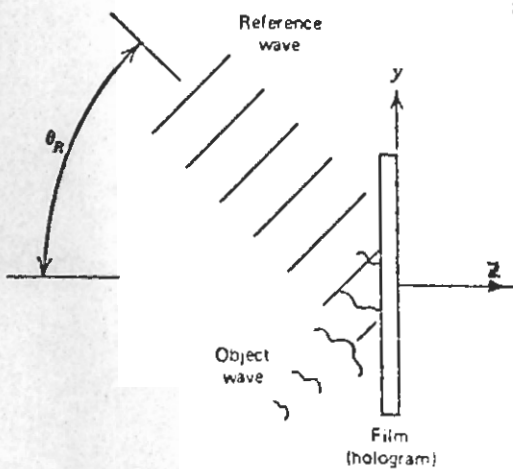


Fig. 4-3

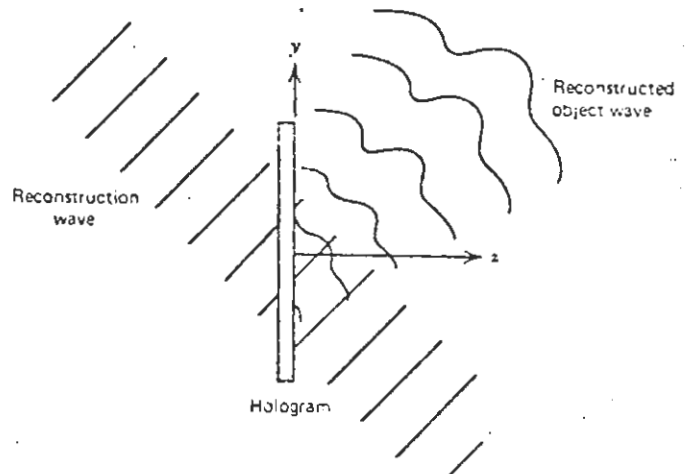


Fig. 4-4

$$I(x, y) = |u_0 + a_r e^{2\pi i f_y y}|^2$$

$$= |u_0|^2 + a_r^2 + a_r u_0 e^{-2\pi i f_y y} + a_r u_0^* e^{2\pi i f_y y}$$
(4-4-3)

La película está entonces expuesta a esta distribución de intensidad, y ahora es revelada de tal modo que su función de transmisión $t(x, y)$ es proporcional a $I(x, y)$:

$$t(x, y) = t_b + \beta [|u_0|^2 + a_r u_0 e^{-2\pi i f_y y} + a_r u_0^* e^{2\pi i f_y y}]$$
(4-4-4)

Llevando la ec. (4-4-1) a la ec. (4-4-4) y combinando los términos exponenciales, se tiene:

$$t(x, y) = t_b + \beta a_0^2(x, y) + 2\beta a_r a_0 \cos[2\pi f_y y - \phi(x, y)]$$
(4-4-5)

La ec. (4-4-5) muestra que el holograma consiste de un conjunto de franjas de interferencias "portadoras" de frecuencia espacial f_y , que están moduladas en amplitud por $a_0(x, y)$ y en fase por $\phi(x, y)$.

Para reconstruir la onda objeto, se ilumina el holograma con una onda plana que viaje en la misma dirección de la onda de referencia.

Su amplitud compleja en el plano del holograma es:

$$u_c(x, y) = a_c e^{2\pi i f_y y}$$
(4-4-6)

la amplitud compleja resultante justamente a la derecha del holograma, $z = 0^+$, es:

$$u_T(x, y) = (t_b + \beta |u_0|^2) a_c e^{2\pi i f_y y} + \beta a_c a_r u_0 + \beta a_c a_r u_0^* e^{4\pi i f_y y}$$
(4-4-7)

El primer término de esta ecuación representa una onda principal de amplitud $(t_b a_c + \beta a_c |u_0|^2)$, que se propaga a lo largo de la

dirección del haz de referencia.

El segundo término representa una onda difractada proporcional a la onda objeto original, y que es una imagen virtual del objeto, separado angularmente del eje del holograma.

El tercer término representa una onda que es la conjugada de la onda objeto original, y es una imagen real del objeto (Fig.4-4). Un sistema típico para registrar hologramas fuera de eje se muestra en la figura (4-5). Los componentes esenciales para el registro son: laser, divisor de haz (beamsplitter), expansores del haz, soportes rígidos, espejos, mesa amortiguada y película para holografía.

El corazón del sistema holográfico es el laser: los más comunmente usados son el de Helio-Neon (He-Ne), que trabaja a 6328 \AA , y el de Argón (Ar), que trabaja a distintas longitudes de onda entre 4765 y 5145 \AA .

Normalmente es suficiente una potencia de salida entre los 5 y 50 mw, pero se pueden necesitar potencias superiores dependiendo del tipo de objeto y del tiempo de exposición. Incluso se pueden usar potencias menores de 5 mw aumentando el tiempo de exposición, pero esto limita fuertemente el sistema, sobre todo el problema de aislar las vibraciones externas.

El haz que sale del laser se divide con el "beamsplitter" y ambos se

expanden y filtran para iluminar el objeto (haz objeto) y la emulsión fotográfica (haz de referencia).

Un punto esencial para obtener un buen holograma es el de aislar todo el sistema óptico de las vibraciones externas:

movimientos del laboratorio, fuentes acústicas y corrientes de aire. Esto porque la diferencia entre los caminos ópticos de los dos haces durante la impresión de la película no deben variar en más de una fracción de longitud de onda; variaciones superiores a este límite reducen drásticamente el contraste de las franjas en el holograma registrado, lo que influye negativamente en la calidad de la imagen reconstruída. Además el objeto de holografíar debe tener una buena estabilidad: si él o una de sus partes sufren corrimientos no deseados durante el registro, se observan en el holograma zonas completamente negras debidas al movimiento casual lo que destruye el contraste de las franjas.

De otra parte, siendo como es el holograma un fenómeno de interferencia, la coherencia temporal juega un papel importantísimo, sobre todo en el registro de objetos tridimensionales. Por ejemplo, los caminos ópticos de dos haces provenientes del objeto resultan diversos, teniendo en cuenta que los caminos recorridos por haces provenientes de dos puntos diversos son intrínsecamente diferentes; por ello se requiere una longitud de coherencia de al menos dos veces la

profundidad del objeto a registrar.

4.5 Interferometría Holográfica.

Se puede definir interferometría holográfica como la comparación interferométrica de dos o más ondas, siendo por lo menos una de ellas reconstruida holográficamente.

El concepto de interferometría holográfica es semejante a aquél de interferometría clásica para la medida de pequeños corrimientos de superficies ópticamente planas y especularmente reflectoras. La interferometría holográfica extiende el método para movimientos de objetos tridimensionales de cualquier forma mediante el registro de dos hologramas sobre la misma placa fotográfica, deformándose el objeto entre una exposición y la sucesiva. Al reconstruir, se tendrán dos imágenes tridimensionales del objeto, construidas con luz coherente y localizadas casi en el mismo punto; esto produce su interferencia en forma de un conjunto de franjas claras y oscuras sobre el objeto reconstruido. Las franjas constituyen líneas de nivel del corrimiento global del objeto, y del número de ellas es posible determinar el corrimiento punto por punto.

Existen tres variaciones de la técnica base de la interferometría holográfica, cada una de ellas más o menos adaptable que las otras según la aplicación particular en que se esté interesado. Enumerémos-

las brevemente:

a) Interferometría holográfica a doble exposición:

Como las otras dos técnicas de interferometría holográfica, se usa para estudiar posibles deformaciones sufridas por objetos de cualquier forma o naturaleza, en este caso registrando sobre la misma placa dos hologramas del objeto, antes y después de que se verifique la deformación. Cuando, después de revelar y fijar la película, se ilumina la placa, vienen reconstruídas dos imágenes correspondientes a las configuraciones que ha tomado el objeto antes y después de la deformación. Los campos reconstruídos son coherentes y dan lugar entonces a fenómenos de interferencia. Para quien observa el objeto a través del holograma, el fenómeno se manifiesta en el hecho de que aparece surcado de franjas claras y oscuras.

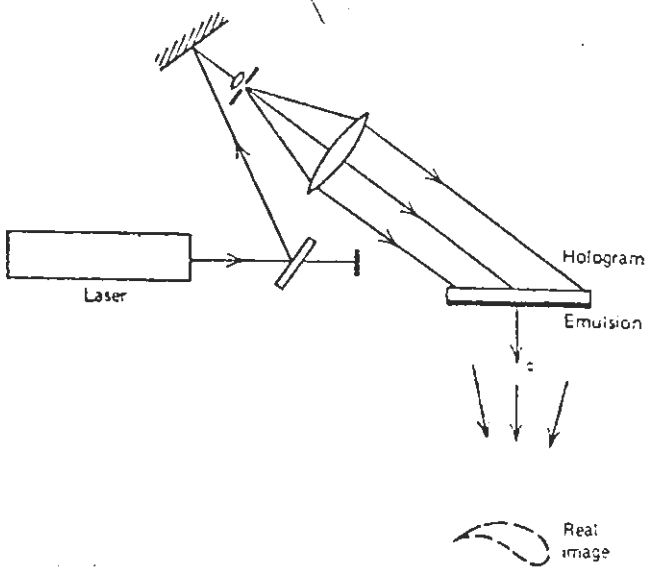
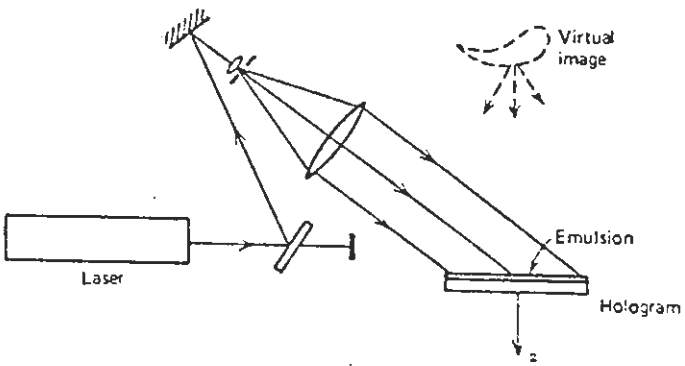
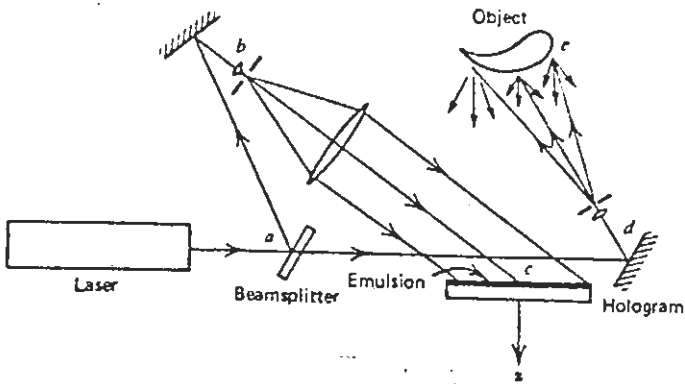
b) Interferometría holográfica en media temporal:

Consiste esta técnica en registrar un solo holograma del objeto sometido a un movimiento vibracional ciclico, siendo necesariamente el tiempo de exposición (de impresión) largo respecto al período de la vibración. Puesto que las posiciones extremas tomadas por cada punto durante la vibración es estacionaria, se obtienen franjas que evidencian vientres y nodos de los corrimientos. Dicho de otro modo, el holograma registra un conjunto de imágenes correspondientes a la media temporal de todas las posiciones del objeto durante la vi-

bración. En consecuencia, durante el registro del holograma interfieren el conjunto de imágenes, o la suma vectorial de los frentes de onda individuales, produciendo una figura de interferencia, tal que el sistema de franjas presenta un máximo principal de intensidad y máximos secundarios decrecientes. De esto se sigue que, en la imagen reconstruida, en correspondencia con corrimientos nulos, se producen máximos de intensidad luminosa; y de aquí es posible individualizar los puntos que permanezcan quietos o, en un estudio de vibraciones, las líneas nodales.

c) Interferometría holográfica en Tiempo Real.

Es una técnica más complicada: se registra el holograma del objeto quieto; después se coloca la placa así obtenida de nuevo en el lugar exacto de la exposición. La imagen reconstruida y el objeto (ahora en movimiento o cargado) interfieren generando franjas.



BIBLIOGRAFIA

- Born M., and E. Wolf, Principles of Optics, Pergamon Press, Oxford, sixth edition, 1980.
- Boulding R.S.H., Fundamentos y prácticas del radar, Ed. Aguilar, Segunda edición, 1967.
- Di Franco J.V., and W.L. Rubin, Radar detection, Prentice-Hall, London, 1968.
- Erf R.K. (Ed), Holographic non destructive testing, Academic Press, New York, 1974.
- Gabor D, **M**icroscopy by reconstructed wavefronts, Proc. Roy. Soc. A 197, 454- 487.(1949).
- Goodman, J.W., Introduction to Fourier Optics, McGraw-Hill, New York, 1968.
- Hecht E., Teoría y Problemas de Optica, Schaum, McGraw-Hill, 1976.
- Hecht E. y A. Zajac, Optica, Fondo Educativo Interamericano, 1977.

- Jackson J.D., *Electrodinámica Clásica*, Ed. Alhambra Universidad, Segunda edición, Madrid, 1980.
- Jordan E.C. y K.G. Balmain, *Ondas Electromagnéticas y Sistemas Radiantes*, Ed. Paraninfo, Madrid, 1973.
- Landau L.D. and E.M. Lifshitz, *the classical theory of Fields*, Addison-Wesley, Second edition, 1969.
- Landsberg G.S., *Ottica*, Edizioni M I R, Mosca, 1976.
- López J.O., *Los sistemas de Radar y el Principio de Incertidumbre*, Universidad de Antioquia, 1979.
- Mandel L, and E. Wolf, *Coherence properties of Optical fields*, *Rev. Mod. Phys.*, 37, 231-287 (1965).
- Papoulis A., *Systems and transforms with applications in Optics*, McGraw-Hill, New York, 1969.
- Ramo S., J.R. Whinnery, T.Van Duzer, *Fields and waves in communication electronics*, John Wiley and Sons, 1965.
- Sattarov D.K., *Fiberoptica*, Ed. M I R, Moscú, 1977.
- Tarassov L, *Bases physiques de L'electronique quantique*, Ed. M I R, Moscú, 1979.

- Vest, C.M, Holographic Interferometry; John Wiley and Sons.
1976.

- Zverev V.A., Radiooptica, Ed. M I R, Moscú, 1978.