

**XXIII CONGRESO LATINOAMERICANO DE HIDRÁULICA  
CARTAGENA DE INDIAS COLOMBIA, SEPTIEMBRE 2008****RESPUESTA HIDROGRÁFICA DE LA DESAGREGACIÓN ESPACIAL Y  
ESPACIO-TEMPORAL DE LA PRECIPITACIÓN TROPICAL**

*Jorge Iván Hernández<sup>1</sup>, Germán Poveda, Jaime Ignacio Vélez*

*Escuela de Geociencias y Medio Ambiente. Universidad Nacional de Colombia sede Medellín, Colombia,*

*<sup>1</sup>jihernan@unalmed.edu.co*

**RESUMEN:**

Los Modelos de Circulación General (MCG) son útiles para el diagnóstico y la cuantificación de los efectos del calentamiento global sobre el ciclo hidrológico. Una desventaja de los MCG es su gruesa escala espacial ( $\sim 2^\circ$ ). Para propósitos de diagnóstico en cuencas hidrográficas, es necesario desagregar los resultados a escalas espaciales más finas. En este trabajo se implementan y calibran dos modelos de desagregación (espacial y espacio-temporal) para la precipitación tropical, basados en el concepto de cascadas aleatorias multiplicativas. Se usa información satelital del proyecto Tropical Rainfall Measuring Mission (TRMM) para la región de Colombia, y del radar S-POL sobre la Amazonía. Se verifica la conservación de los momentos estadísticos de los modelos de desagregación con el fin de evaluar su capacidad para desagregar los resultados de MCG. Se concluye que ambos métodos reproducen adecuadamente los momentos estadísticos de los campos de precipitación observados, salvo aquellos con altas singularidades o de muy baja dimensión fractal. Se aplica un modelo hidrológico distribuido para estudiar su respuesta ante los campos de lluvia observados y simulados mediante el método de cascadas aleatorias multiplicativas. En cuanto a la respuesta del modelo hidrológico, los campos de lluvia simulados con la metodología de desagregación espacio-temporal supera la metodología de desagregación espacial, en términos de representar la respuesta hidrológica de la cuenca a los campos de precipitación observados.

**ABSTRACT:**

General circulation models (GCM) are useful to diagnose and quantify the effects of global warming on the hydrological cycle. One disadvantage of GCM results arises from their coarse spatial resolution ( $\sim 2^\circ$ ). For diagnostic purposes on river basins, it is necessary to disaggregate GCM results at smaller spatial scales. Two disaggregation models of tropical rainfall (spatial, and space-time) are implemented and calibrated in this work, based on the framework of multiplicative random cascades. Our work uses rainfall data from satellite information pertaining to the Tropical Rainfall Measuring Mission (TRMM) for the region of Colombia, and S-POL radar rainfall over the Amazon River basin. Our results indicate that observed statistical moments of rainfall fields are preserved using the two different disaggregation models, with the exception of two extreme cases: (i) highly singular rainfall fields, and (ii) low fractal dimension rainfall fields. Our results evidence the capacity of both methods to disaggregate results from GCMs. Furthermore, a distributed hydrologic model is implemented and calibrated to study the hydrographic response of a river basin to observed and disaggregated-simulated rainfall fields. Results with the hydrological model indicate that the space-time disaggregation method of rainfall fields does a better job at representing the observed hydrograph at the basin outlet associated to observed rainfall fields, in comparison to the spatial disaggregation method.

**PALABRAS CLAVES:** Precipitación tropical, cambio climático, desagregación.

## INTRODUCCIÓN

La precipitación tropical es de alta variabilidad en todas las escalas espaciales, desde la micro-escala hasta la escala sinóptica (Poveda y Mejía, 2004). Dicha variabilidad tiene implicaciones en la modelación y simulación espacial de tormentas, así como en los caudales extremos ante tormentas intensas en las cuencas hidrográficas, que se dan como resultado de la interacción no lineal de la dinámica hidrológica. Se ha conceptualizado, entonces, una estructura jerárquica que describe de manera adecuada la alta variabilidad y estructura fractal de los campos de precipitación (Gupta y Waymire, 1992), la cual se basa en una organización invariante y autosemejante en la escala espacial. En años recientes se ha involucrado el concepto de medidas multifractales para describir y simular los campos de precipitación. En particular, las cascadas multifractales proveen un marco geométrico-estadístico para analizar la variabilidad espacio-temporal e intermitencia de la lluvia sobre un amplio rango de escalas espaciales. Mediante la metodología de cascadas multifractales es posible desagregar los campos de precipitación a escalas más finas, manteniendo la estructura de momentos de la lluvia en el espacio.

La lluvia es una de las variables hidrológicas más importantes y la cual puede ser alterada por el cambio climático. En los últimos años se han hecho esfuerzos importantes en buscar un consenso generalizado sobre las consecuencias que trae este cambio sobre el recurso hídrico (IPCC, 2001), particularmente en Colombia se han hecho estudios de detección de cambios en las series temporales de variables hidrológicas (Mesa et al, 1997), por tanto, se hace necesario el desarrollo de herramientas que permitan evaluar el efecto del cambio climático sobre nuestra hidrología. Este cambio se da de manera global sobre el ciclo hidrológico afectando las variables que intervienen en él (IPCC, 2001). Una manera de evaluar estos efectos es vía resultados obtenidos de Modelos de Circulación Global (MCG), en estos modelos se pronostica cómo evolucionan las variables hidrológicas bajo distintos escenarios de cambio climático. Dichos modelos trabajan con una resolución espacial muy gruesa (del orden de  $1^{\circ} \times 1^{\circ}$ ), por tanto los resultados de estos no son adecuados para el análisis y la modelación a nivel de cuenca, debido a que la mayoría de estas variables presentan una alta variabilidad espacial, como es el caso de la lluvia que es un fenómeno altamente intermitente a pequeñas escalas.

El uso de metodologías de desagregación basadas en la teoría de cascadas multifractales, es una opción para la desagregación de los resultados de dichos MCG, con el fin de utilizarlos para el análisis, modelación y evaluación de impactos de estos datos a niveles más detallados. Este trabajo tiene por objeto la validación de metodologías basadas en cascadas multifractales para la desagregación de lluvia tropical, tanto desde la conservación de las características estadísticas de los datos reales, como desde la representatividad de la respuesta hidrográfica que la lluvia simulada presenta la utilizar un modelo hidrológico distribuido. Así se verifica la aplicabilidad de dichas metodologías para la desagregación de los resultados de MCG.

## DATOS

Para la calibración y validación de los modelos de desagregación se utilizó información de lluvia espacialmente distribuida proveniente de dos fuentes: (1) Satélite del proyecto “Misión para la Medición de la Lluvia Tropical” (TRMM, por las siglas de “Tropical Rainfall Measuring Mission”), (2) Radar S-POL ubicado en Rondonia en la Amazonia Brasileña. El satélite TRMM ha recolectado información desde 1997 hasta el presente, su órbita es polar y no se encuentra sincronizada con el sol; se desarrolla a una altura de  $350 \text{ km}$  a una inclinación de  $37^{\circ}$  con respecto al ecuador y cubre entre las latitudes  $35^{\circ}\text{S}$  y  $35^{\circ}\text{N}$ , la resolución de los datos es de  $4 \text{ km}$ . El radar S-POL tiene una cobertura aproximada de  $31.000 \text{ km}^2$  ( $100 \text{ km}$  de radio). Los datos originales consisten en reflectividad en la banda de microondas, y fueron convertidos a intensidades de precipitación por el

Grupo de Meteorología de Radar de la Universidad del Estado de Colorado. Los mapas resultantes están en resolución espacial de  $2km \times 2km$ , con resolución temporal de  $10 \text{ min}$ .

Para la calibración y validación del modelo de desagregación espacial se utilizan tanto los datos satelitales de TRMM, así como del radar S-POL. Para la desagregación en cascadas multifractales de los datos del satélite TRMM se usa el parámetro  $p$  calibrado por Zuluaga y Poveda (2005), tanto para los eventos sobre océano ( $p=0.107$ ) como sobre continente ( $p=0.125$ ). Para los datos de radar se seleccionaron cerca de 4000 campos observados de lluvia y se procedió a calibrar dicho parámetro. Para el modelo de desagregación espacio-temporal solo es posible trabajar con los datos de radar, ya que son los únicos que tienen información secuencial, eligiéndose 118 secuencias de mediciones (Poveda y Morales, 2005).

## DESCRIPCIÓN MÉTODOS UTILIZADOS

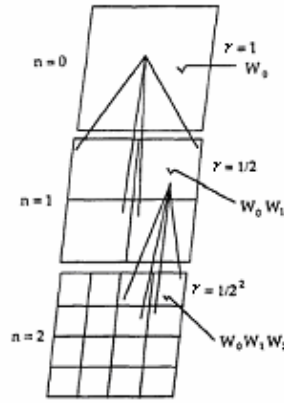
Se usan métodos de cascadas multifractales para la desagregación de los campos de lluvia. Para el análisis de los momentos estadísticos se usa el análisis del escalamiento de momentos. A continuación se presenta una breve descripción de dichas metodologías.

- **Cascadas multifractales**

Las cascadas aleatorias proveen un marco geométrico-estadístico para analizar la variabilidad espacio-temporal e intermitencia de la lluvia sobre un amplio rango de escalas espaciales (Over y Gupta, 1994; Gupta y Waymire, 1992). La construcción matemática se inicia asumiendo una densidad de masa total distribuida uniformemente sobre una región física o campo de interés. Para el caso de la precipitación sería la cantidad de masa de agua distribuida uniformemente sobre cierta área). Sea  $W_0$  dicha masa, entonces,

$$W_0 = R_0 L_0^d \quad [1]$$

donde  $R_0$  representa la intensidad media de la precipitación en el campo aleatorio;  $L_0$  es la escala espacial (longitud) del campo aleatorio, y  $d$  es la dimensión del campo. Sea el espacio unitario  $d$ -dimensional  $J = [0, 1]^d$ , la región física de interés (en nuestro caso el campo es bidimensional,  $d = 2$ ).  $J$  se subdivide en  $b = N^2$  subcuadros de longitud  $1/N$ , en general  $b = N^d$ . Así  $J(\sigma)$ ,  $\sigma = 1, 2, \dots, b = N^2$ , será la partición en el subcuadrado  $\sigma$  de la región  $J$ . Ahora se distribuye la densidad de masa  $W_0$  sobre cada uno de los subcuadros  $b$  como  $W_0 W_1(1)$ ,  $W_0 W_1(2)$ , ...,  $W_0 W_1(b)$  respectivamente, donde los  $W$ 's son variables *iid*. Adicionalmente se debe garantizar que  $E[W] = 1$  con el fin de conservar la intensidad media y la masa sobre el campo luego de la redistribución. En el siguiente paso de la construcción de la cascada, cada subcuadrado  $J(\sigma)$  se divide de nuevo en  $b$  subcuadros de lado  $1/N^2$  y se repite el proceso. En general en la  $n$ -ésima generación, se tienen  $N^{2n} = b^n$  subcuadros  $J(\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n)$  de lado  $1/N^n$ . La densidad de la masa en  $J(\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n)$  se denota por el producto  $W(\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n) = W_0 W_1(\sigma_1) W_2(\sigma_2) \dots W_n(\sigma_n)$ . Nótese que la escala espacial en la  $n$ -ésima generación esta dada por  $r = 1/N^n$  o  $n = \log_N r$ . Gráficamente la construcción de la cascada aleatoria se puede observar en la Figura 1.



**Figura 1.** Esquema de construcción de la cascada aleatoria (Gupta y Waymire, 1992).

La intermitencia de la lluvia puede ser descrita por un parámetro llamado “ $p$ ” el cual relaciona la tasa promedio de crecimiento de celdas con valor cero o distinto de cero a medida que se analiza el campo en distintas escalas, por tanto valores bajos de  $p$  representan campos menos intermitentes. El parámetro  $p$  puede estimarse mediante (Over y Gupta, 1994):

$$\hat{p} = 1 - b^{-s/d}, \quad [2]$$

donde  $s$  es el valor estimado de la pendiente en la regresión lineal entre  $\log f(r)$  y  $\log r$ , siendo  $f(r)$  la fracción de área con celdas de valores distintos que cero para cada escala,  $r$ . A partir de este parámetro se especifica el constructor de cascada aleatoria, que para el caso de un modelo de cascada binomial es

$$W = \begin{cases} 0, & \text{con probabilidad } p \\ W^+ & \text{con probabilidad } 1 - p \end{cases} \quad [3]$$

- **Escalamiento de momentos**

El análisis de escalamiento de la función de momentos permite cuantificar la intermitencia espacial de un campo aleatorio y proporciona una prueba de su escalamiento (Over y Gupta, 1994; Harris et al, 2001; Poveda y Mejía, 2005). Esto parte de la definición de autosemejanza estadística, que se refiere al tipo de semejanza que un campo aleatorio exhibe en un rango amplio de escalas espaciales. Dado el campo aleatorio  $\{X(t) : t \in I\}$ , donde  $I$  representa el rango espacial, y un escalar arbitrario  $\lambda$  positivo, se dice que el campo  $X(t)$  presenta escalamiento simple si se cumple que:

$$X(\lambda t) \stackrel{d}{=} \lambda^\theta X(t) \quad [4]$$

Donde  $\stackrel{d}{=}$  representa igual distribución de probabilidad. Los momentos estadísticos están dados por [5], donde  $q$  representa el orden del momento.

$$E(X^q) = \int x^q f(x) dx, \quad q = 1, 2, 3, \dots \quad [5]$$

Así, el escalamiento simple de un campo aleatorio  $X(t)$  implica:

$$E[X^q(rt)] = r^{q\theta} E[X^q(t)] \quad q = 1, 2, 3, \dots \quad [6]$$

$$\log E[X^q(rt)] = r^{q\theta} \log r + \log E[X^q(t)]$$

La ecuación [6] implica que el escalamiento simple debe satisfacer linealidad en el espacio log-log y crecimiento lineal de la pendiente en este mismo espacio. Por el contrario, en el escalamiento múltiple el crecimiento de la pendiente es no lineal con el orden del momento  $q$ , y el valor esperado de la ecuación [4] proviene de la definición del escalamiento de momentos estadísticos de un campo  $\Omega_j$  (en este caso intensidades de precipitación), que es calculado para rangos de escalas espaciales  $r$ , como

$$M_q(r) = \langle |\Omega_r|^q \rangle, \quad [7]$$

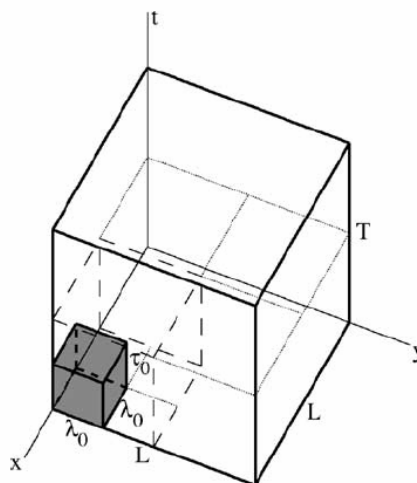
en donde  $\Omega_r$  representa los valores de campo a la escala  $r$ ,  $q$  es el orden del momento estadístico y  $\langle \dots \rangle$  denota el valor esperado de la variable sobre todos los pixeles de escala  $r$ . El escalamiento de momentos significa que

$$M_q(r) \sim r^{-\tau(q)}, \quad [8]$$

en donde  $\tau(q)$  es el exponente de escalamiento de la función de momentos, el cual se estima mediante la regresión lineal en el espacio log-log de la relación entre  $M_q(r)$  y  $r$ , para cada valor del momento estadístico  $q$ . La linealidad de la función  $M_q(r)$  vs  $r$  en el espacio log-log proporciona la base teórica para establecer una prueba de hipótesis del tipo de escalamiento del campo analizado.

- **Modelo STRAIN (Desagregación espacio-temporal)**

Esto es un modelo basado en cascadas multifractales que permite desagregar la lluvia de un dominio  $LXLXT$ , a otro de menor resolución  $\lambda_0 \times \lambda_0 \times \tau_0$  (Figura 2) (Poveda y Morales, 2004; Deidda, Benzi & Siccardi, 1999; Deidda, 2000; Deidda, Badas & Piga, 2004; Deidda, Badas & Piga, 2005). La escala temporal se introduce a partir de un parámetro de invarianza,  $U$ .



**Figura 2** Desagregación espacio-temporal (Deidda et al., 2005).

La invarianza espacio–temporal de la lluvia con respecto a las escalas se involucra en el marco de los procesos auto-semejantes, donde se usa un parámetro de velocidad independiente de la escala,  $U$  (Poveda y Zuluaga, 2005), para relacionar las propiedades estadísticas a la escala espacial  $\lambda$  con las propiedades en la escala temporal  $\tau = \lambda / U$ . Si  $i(x, y, t)$  es la intensidad de la lluvia en el punto  $(x, y) \in [0, L]^2$  y en el tiempo, se puede introducir una partición del dominio espacio–temporal  $L \times L \times T$ . Donde los lados de cada celda tridimensional son  $\lambda$  en el espacio y  $\tau = \lambda / U$  en el tiempo. El número total de celdas en la partición es  $N(\lambda)^2 N(\tau) = (L / \lambda)^3$ , siendo  $N(\tau) = T / \tau = N(\lambda)$ . La medición total (volumen de precipitación) en cada celda tridimensional es:

$$\mu_{i,j,k}(\lambda) = \int_{x_i}^{x_i+\lambda} dx \int_{y_j}^{y_j+\lambda} dy \int_{t_k}^{t_k+\lambda/U} dt \ i(x, y, t), \quad [9]$$

donde  $x_i = (i-1)\lambda$ ,  $y_j = (j-1)\lambda$  y  $t_k = (k-1)\lambda / U$  identifican la posición espacial y el tiempo inicial de cada celda tridimensional en la partición. Así, es posible definir las funciones de estructura de orden  $q$ :

$$S_q(\lambda) = \langle [\mu_{ijk}(\lambda)]^q \rangle = \frac{1}{N(\lambda)^3} \sum_{i=1}^{N(\lambda)} \sum_{j=1}^{N(\lambda)} \sum_{k=1}^{N(\lambda)} [\mu_{ijk}(\lambda)]^q \quad [10]$$

donde  $\langle \cdot \rangle$  denota el promedio. Se dice que los campos de lluvia son invariantes con la escala si existe al menos un rango de escalas en las cuales se cumple la siguiente ley para momentos de orden  $q$ :

$$S_q(rL) \cong r^{\xi(q)} S_q(L) \quad [11]$$

donde  $r$  es el factor de escala. De manera más simple, la existencia de invarianza con la escala se investiga con la siguiente ley potencial:

$$S_q(\lambda) \sim \lambda^{\xi(q)} \quad [12]$$

Si los exponentes  $\xi(q)$  que caracterizan las leyes de escalamiento descritas por las ecuaciones [11] y [12] son una función lineal de  $q$ , el escalamiento se define como simple y la medida  $\mu$  se denomina monofractal; de otro modo el escalamiento se denomina anómalo y la medida es multifractal. Si se investiga el escalamiento de la tasa media de precipitación,  $\varepsilon$ , en vez del escalamiento del volumen de lluvia  $\mu$ , la invarianza con la escala puede definirse como:

$$\langle [\varepsilon_{ijk}(\lambda)]^q \rangle \sim \lambda^{K(q)} \quad [13]$$

Dado que  $\varepsilon_{ijk}(\lambda) = \mu_{ijk}(\lambda) / \lambda^3$ , se puede establecer una relación entre los exponentes de escalamiento  $K(q)$  y  $\xi(q)$   $K(q) = \xi(q) - 3q$ . De nuevo, la no linealidad en los exponentes  $K(q)$  con el orden  $q$  implica multifractalidad del campo analizado.

El valor del parámetro de velocidad independiente de las escala,  $U$ , está relacionado directamente con la “hipótesis de Taylor del campo congelado de la turbulencia”, que establece que la correlación espacial de la intensidad de la precipitación en dos puntos en un mismo instante puede igualarse con la correlación temporal en dos instantes de tiempo en una posición fija. El parámetro  $U$  permite entonces intercambiar entre escalas espaciales y temporales de observación del fenómeno de lluvia.

La metodología para la estimación de  $U$  está descrita en Deidda et al (2004), Deidda et al (2005) y Poveda y Zuluaga (2005). El valor adoptado para los análisis corresponde a 24 km/h el cual corresponde al obtenido por Poveda y Zuluaga (2005) para tormentas en la Amazonía. Para dicho valor de  $U$ , y con la escala espacial de los campos de precipitación de radar  $L$ , se puede obtener la escala temporal de análisis  $T$ , como  $T = L/U$ . Conociéndose la resolución temporal de los campos  $\tau_0$ , el valor de  $\lambda_0$  conociendo  $U$  se halla mediante  $\lambda_0 = U \cdot \tau_0$ .

El modelo de desagregación espacio-temporal de lluvia STRAIN (Deidda et al., 2004; Deidda et al. 2005), se basa en dos parámetros,  $\beta$  y  $c$ . Dichos parámetros pueden calibrarse a partir de la ecuación:

$$K(q) = \frac{c}{\ln 2} \left[ (1 - \beta^q) - q(1 - \beta) \right] \quad [14]$$

Se realiza un ajuste a los puntos muestrales ( $K(q)$ ,  $q$ ) que minimice el error cuadrático. Una vez se conoce el valor de  $c$  para cada secuencia de lluvias, puede determinarse una relación exponencial entre  $c$  y la intensidad media de la secuencia  $I_{med}$ , por medio de:

$$c(I) = a \cdot \exp(-\gamma \cdot I) + c_\infty \quad [15]$$

Donde los parámetros  $a$ ,  $\gamma$  y  $c_\infty$ , se obtienen mediante un ajuste de la ecuación [15] variando simultáneamente estos tres parámetros hasta encontrar la combinación que minimice el error cuadrático. Una vez calibrados estos parámetros se puede obtener un campo campo sintético espacio-temporal de lluvia  $i(x,y,t)$ , mediante una expansión de onditas con coeficientes obtenidos de una cascada estocástica, de la forma:

$$i(x, y, t) = \sum_{j=0}^N \sum_{k_x=0}^{2^j-1} \sum_{k_y=0}^{2^j-1} \sum_{k_t=0}^{2^j-1} \alpha_{j,k_x,k_y,k_t} \psi_{j,k_x,k_y,k_t}(x, y, t) \quad [16]$$

Donde  $j$  representa el nivel de desagregación de la cascada y  $k_x$ ,  $k_y$ ,  $k_z$ , la ubicación en el espacio. La onditas tridimensional  $\psi(x, y, t)$  es calculada como el producto de tres onditas unidimensionales, cuya Onda madre está definida como una Gaussiana, de la forma (Hoyos, 1999; Morlet et al, 1982).

$$\psi_{j,k_x,k_y,k_t}(x, y, t) = 2^{3j} \cdot \psi(2^j x - k_x L) \cdot \psi(2^j y - k_y L) \cdot \psi(2^j Ut - k_t L) \quad [17]$$

El coeficiente  $\alpha_{j,k_x,k_y,k_z}$  proviene del proceso de desagregación de cascadas aleatorias, donde el valor de este coeficiente en el nivel de desagregación  $j$  depende del valor en el nivel de desagregación anterior ( $j-1$ ), de la forma:

$$\alpha_{j,k_x,k_y,k_t} = \eta \cdot \alpha_{j-1,k_x/2,k_y/2,k_t/2} \quad [18]$$

El parámetro  $\eta$  es el generador de cascada y está basado en una distribución de probabilidad Log-Poisson:

$$\eta = e^A \beta^y, \quad [19]$$

En donde  $A$  y  $\beta$  son parámetros constantes, mientras que  $y$  es una variable aleatoria con distribución Poisson de parámetro  $c$  ( $E[y] = c$ ).

## MÉTODOLÓGÍA

Con el fin de verificar la aplicabilidad de la desagregación de lluvia, se agregaran los eventos seleccionados de la información del TRMM y del radar S-POL, y luego se implementan ambos métodos de cascadas multifractales (tanto el espacial como el espacio-temporal) para simular un campo sintético. Se verifica la conservación de los momentos estadísticos del campo real por parte del campo simulado usando una prueba estadística de igualdad de los exponentes de escalamiento de momentos de los campos simulados con el real, es decir la igualdad entre las pendientes en el espacio log-log de  $M_q(r)$  vs  $r$  para cada  $q$ . Si los datos de  $M_q(r)$  vs  $r$  en el espacio log-log, tienden a una línea recta que tiene la misma pendiente tanto para el campo simulado como para el real, entonces, la división de los momentos en el campo simulado por los del campo real contra la escala  $r$  ( $M_q(r)_{simulado} / M_q(r)_{real}$  vs  $r$ ) deben presentar una tendencia lineal con pendiente cero. Así la igualdad de dichas pendientes puede verificarse a partir de una prueba T para tendencias lineales (Salas, 1992).

Con el fin de realizar otra validación de los métodos de desagregación, se hace uso de un modelo hidrológico distribuido, aplicado a una cuenca ficticia, teniendo en cuenta una serie de campos de lluvia reales y simulados mediante ambos métodos de desagregación, con el propósito de comparar la respuesta hidrológica del modelo a la salida de la cuenca, en relación con los campos simulados frente a la respuesta obtenida al aplicar los campos reales.

El modelo hidrológico utilizado es el modelo de tanques desarrollado por Vélez (2001), el cual modela la dinámica temporal de la escorrentía superficial como respuesta ante eventos distribuidos de precipitación sobre la cuenca. El modelo representa los procesos hidrológicos que producen la escorrentía en la cuenca (interceptación, detención, infiltración, evaporación y evapotranspiración, recarga del acuífero, y escorrentía superficial y subsuperficial, retorno del flujo base y flujo en los canales de la red de drenaje), mediante un sistema de tanques interconectados entre sí (Vélez, 2001).

## RESULTADOS

Zuluaga y Poveda (2004) estiman el valor del parámetro  $\hat{p} = 0.125$ , para la desagregación de la lluvia en Colombia, y  $\hat{p} = 0.107$  para la lluvia sobre el océano, a partir de datos de mediciones del satélite TRMM. La calibración del modelo espacial con los datos de radar S-POL produce un parámetro de cascada  $p=0.227$ , el cual se analizó con cerca de 4000 eventos (scans). La calibración del modelo espacio-temporal se ilustra en la Figura 3, con la que se obtienen los parámetros  $\beta=0.3607$ ,  $\alpha=0.8779$ ,  $\gamma=3.7691$  y  $c_{inf}=1.3536$ .



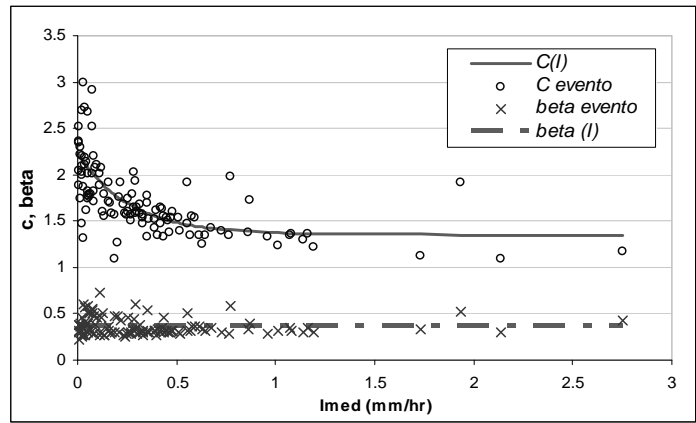


Figura 3.- Relación entre los parámetros  $c$  y  $\beta$  del modelo espacio temporal.

La validación de las metodologías se realiza a partir de la función de estructura de los momentos, en la cual se hace una prueba estadística de igualdad de exponentes de escalamiento. En la Figura 4 se puede apreciar la estructura de los momentos para el evento sobre el continente del día 11 de Noviembre de 1998, según los datos del satélite TRMM.

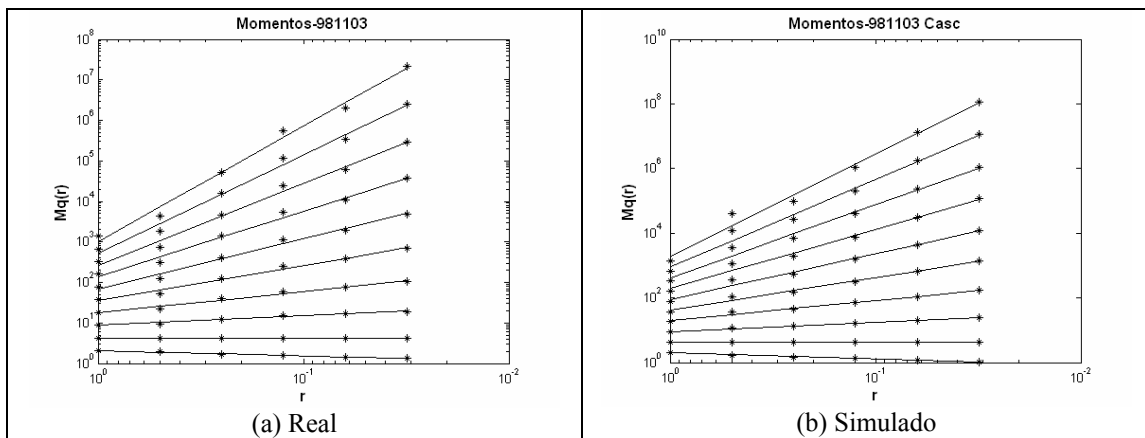
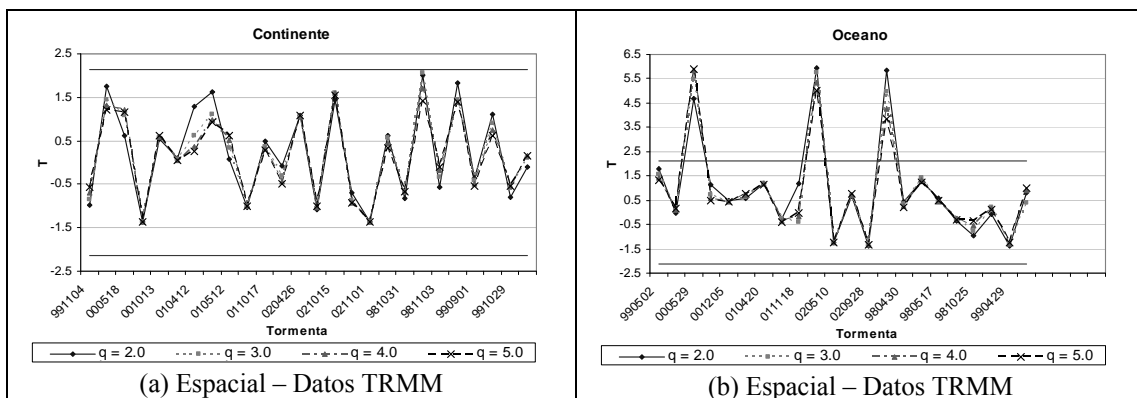
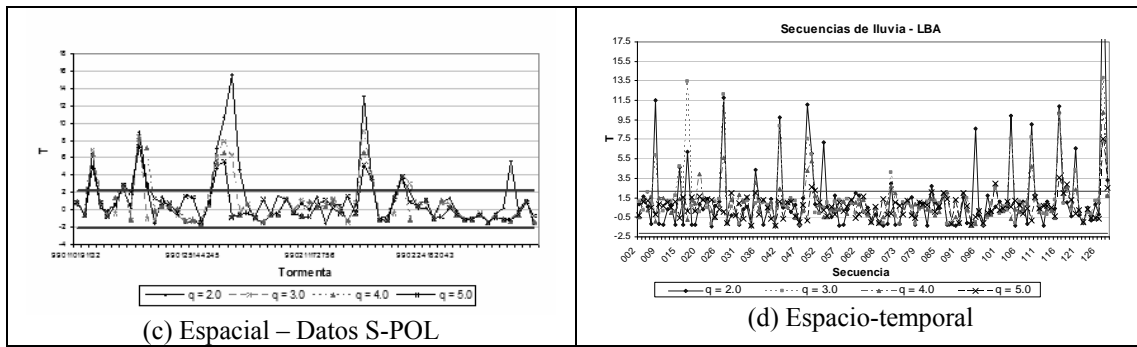


Figura 4. Momentos función de estructura para campo real y simulado de 11 de Noviembre de 1998

En la Figura 5 se presenta los resultados obtenidos al aplicar la prueba estadística para comparar la función de estructura para los momentos de orden 2 hasta 5, donde las líneas horizontales representan el intervalo en el cual se acepta que ambas estructuras (real y simulada) son estadísticamente iguales.



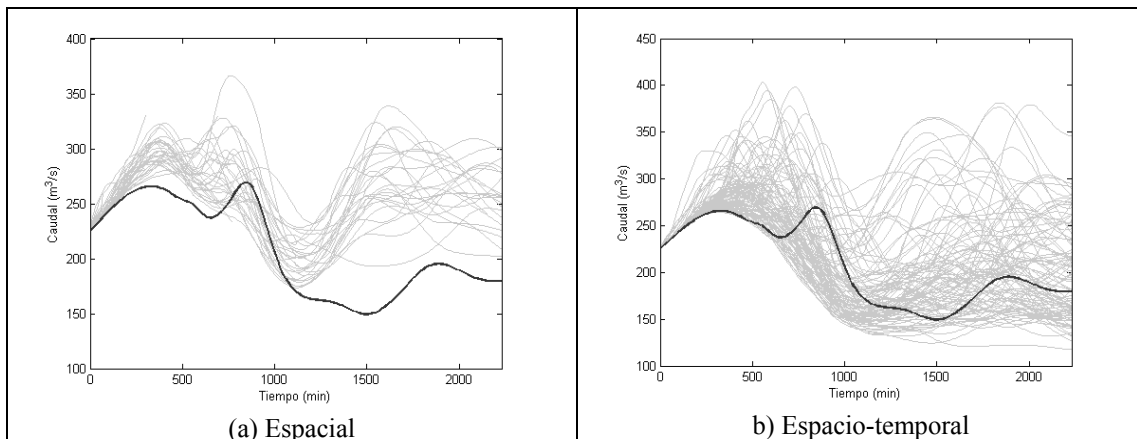


**Figura 5.-** Resultado prueba estadística de comparación entre la función de estructuras momentos de los campos de lluvia reales y los simulados.

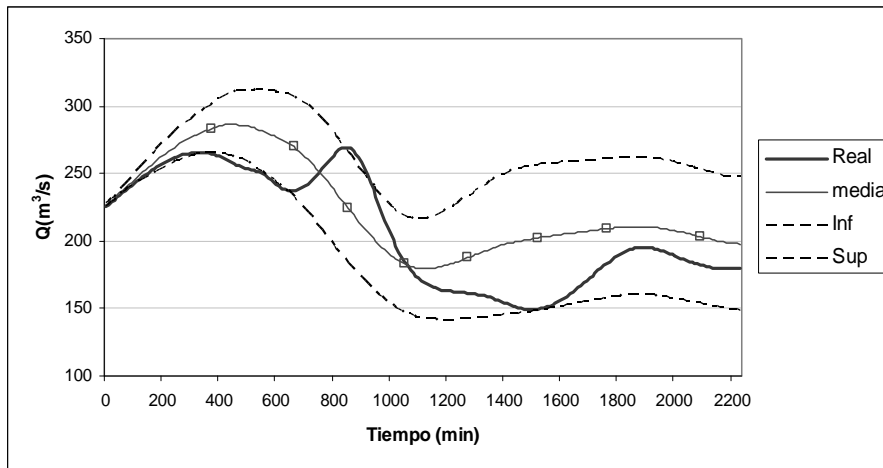
En general los campos de lluvia simulada representan de manera adecuada la función de estructura de momentos de los campos reales, solo hay unos casos en los cuales no se aprueba la hipótesis de igualdad en las funciones de estructura, pero corresponden a campos con altas singularidades o de baja dimensión fractal, pero estos, en cada caso, corresponden menos del 10% de la muestra total.

- **Respuesta Hidrográfica de la cuenca ante campos de lluvia observados y simulados**

En la Figura 6 se presentan los caudales simulados al aplicar el modelo hidrológico distribuido en una cuenca de área  $2690 \text{ km}^2$ . Se realizan 100 simulaciones con diferentes campos de lluvias desagregados por cada uno de los dos métodos. En la Figura 6 la línea gruesa representa la respuesta obtenida al modelar con la serie de campos de lluvia reales y las delgadas representan las respuestas hidrográficas obtenidas de cada una de las secuencias de lluvia simuladas.. En la Figura 7 se presentan los resultados de la media de los caudales simulados con los 100 diferentes campos sintéticos generados por medio del modelo espacio-temporal y unas envolventes que representan la desviación estándar respecto a la media, se puede observar como los caudales simulados con la lluvia real se mantiene dentro de esta envolvente.

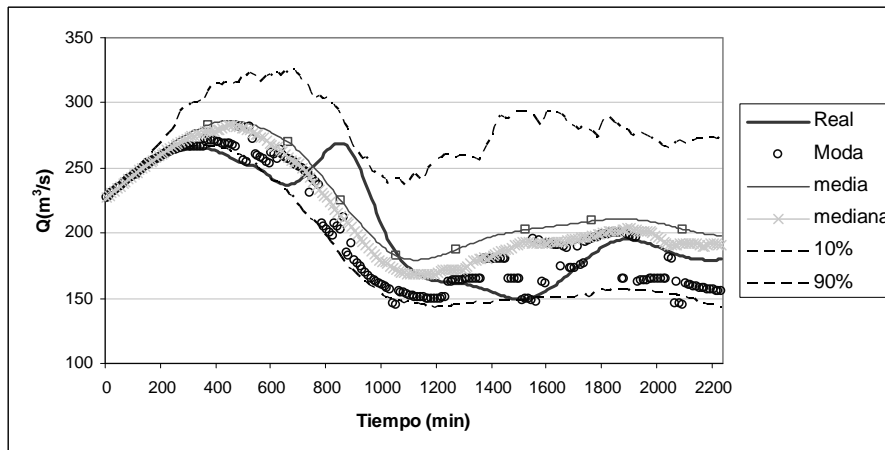


**Figura 6.-** Respuesta del modelo hidrológico utilizando el campo de lluvia real y los simulados, usando (a) el método de desagregación espacial, y (b) desagregación espacio-temporal.



**Figura 7.-** Media y desviación estándar, a partir de lluvia simulada.

En la Figura 8 se presentan los principales estadísticos y las envolventes correspondientes a los percentiles del 10% y 90%, de las respuestas simuladas con el modelo STRAIN, respecto a la respuesta obtenida de los campos de lluvia reales.



**Figura 8.** Estadísticos principales de la respuesta hidrológica de los campos simulados

Se puede observar la consistencia que existe entre los estadísticos de las respuestas hidrográficas obtenidas a partir de la lluvia simulada con la de la obtenida a partir de la real. Excepto la variación que se presenta alrededor del minuto 800 (ver Figura 8), que aunque se aleja de los estadísticos aún se mantiene dentro la envolvente de los percentiles correspondientes al 10% y 90%. Esto evidencia la capacidad que tiene el modelo de STRAIN para la desagregación de lluvia tropical de una escala gruesa a una mas fina, no solo porque se conservan las características estadísticas de los campos originales de lluvia, sino que también presentan una buena representatividad de su respuesta hidrográfica ante la aplicación de un modelo hidrológico. Por tanto es una buena alternativa para la desagregación de los resultados obtenidos de los MGC.

## CONCLUSIONES

El método de desagregación espacial mediante cascadas aleatorias multiplicativas reproduce adecuadamente los momentos estadísticos de los campos de precipitación observados, salvo aquellos con altas singularidades o de muy baja dimensión fractal.

El método de desagregación espacio-temporal en general reproduce de manera adecuada la estructura de momentos estadísticos de la serie de campos reales, excepto en aquellos casos en los

cuales se presentan series que tienen secuencias de campos con muy baja lluvia y baja dimensión fractal.

En general los campos en los cuales no se describe de manera adecuada la función de estructura de momentos del campo real de lluvia, por parte de los campos simulada, representan menos del 10% del tamaño total de la muestra analizada.

En el modelo hidrológico, los campos de lluvia simulados con la metodología espacial, presentan respuestas de mayor magnitud que la obtenida con la serie de lluvia real, debido a que este método no tiene en cuenta la componente temporal que es muy importante en estos procesos, además esta metodología depende de un solo parámetro de calibración y está orientada hacia la simulación de tormentas, lo cual traería problemas al simular eventos no tan extremos, lo cual sucede en los últimos datos de la secuencia simulada (Figura 6-a).

Al utilizar las secuencias de lluvia simuladas con el modelo de desagregación espacio-temporal en el modelo hidrológico distribuido, la respuesta hidrográfica obtenida representa de manera adecuada comportamiento de la respuesta que arroja el modelo al utilizar la serie de campos de lluvia real (Figura 7 y Figura 8). En general se mantiene dentro de rangos estadísticamente admisibles, además la respuesta obtenida de la lluvia real muestra coherencia con los principales estadísticos de las hidrógrafas obtenidas a partir de las simulaciones para cada intervalo de tiempo.

El modelo espacio-temporal presenta limitaciones al reproducir cambios súbitos en cortas escalas de tiempo, como es el caso que se presenta en la variación que se produce al simular la serie real, alrededor del minuto 800, donde esta presenta una variación en los caudales generados. Esta no es descrita totalmente por las series de caudales generadas a partir de la lluvia simulada, aunque se mantiene dentro del rango limitado por los percentiles del 10% y 90%.

El modelo espacio-temporal STRAIN para presenta un buen desempeño para la desagregación de lluvia tropical, ya que conserva tanto las características estadísticas como presentan una buena representatividad de su respuesta hidrográfica ante la aplicación de un modelo hidrológico, de acá que esta sea una buena alternativa para la desagregación de los resultados obtenidos de los MGC, por medio de los cuales podemos tener distintos posibles escenarios de cambio climático.

## AGRADECIMIENTOS

Al instituto Colombiano para el Desarrollo de la Ciencia y la Tecnología (Colciencias) por apoyar esta investigación a través del Programa GRECIA.

## REFERENCIAS

- Deidda, R., Benzi, R., Siccardi, F.** (1999). "Multifractal modeling of anomalous scaling laws in rainfall". *Water Resources Research*, Vol 35, No 6. p. 1853 – 1867.
- Deidda, R.** (2000). "Rainfall downscaling in a space-time multifractal framework". *Water Resources Research*, Vol 36, No 7. p. 1779 – 1794.
- Deidda, R., Badas, M., Piga, E.** (2004). "Space-time scaling in high-intensity Tropical Ocean Global Atmosphere Coupled Ocean-Atmosphere Response Experiment (TOGA-COARE) storms". *Water Resources Research*, Vol 40 (2) (doi:10.1029/2003WR002574).
- Deidda, R., Badas, M., Piga, E.** (2005). "Space-time multifractality of remotely sensed rainfall fields". *Journal of a Hidrology*
- Gupta, V., Waymire, E.** (1992). "A statistical Analysis of Mesoscale Rainfall as a Random Cascade". *Journal of Applied Meteorology*. Vol 32. p. 251-267.

- Harris, D., Foufoula-Georgiou, E., Droegemeier, K., Levit, J.** (2001). "Multiscale Statistical Properties of a High-Resolution Precipitation Forecast". *Journal of Hydrometeorology*. Vol 2. p. 206-418.
- Hoyos, C.** (1999). "Algunas Aplicaciones de la Transformada de Fourier y la Descomposición en Onditas a Señales Hidrológicas y sísmicas". Tesis Ingeniería Civil, Universidad Nacional de Colombia, Medellín.
- IPCC** (2001). "Climate Change 2001: Synthesis Report". (web: [http://www.grida.no/climate/ipcc\\_tar/vol4/index.htm](http://www.grida.no/climate/ipcc_tar/vol4/index.htm))
- IPCC** (2001). "Climate Change 2001: Impacts, Adaptation and Vulnerability". (web: [http://www.grida.no/climate/ipcc\\_tar/wg2/index.htm](http://www.grida.no/climate/ipcc_tar/wg2/index.htm))
- Kummerow, C., Barnes, W., Kosu, T., Shiue, J., Simpson, J.** (1998). "The tropical rainfall measuring mission TRMM sensor package". *Journal of Atmospheric and Oceanic Technology*, Vol 15. p.809-817.
- Mesa, O., Poveda, G., Carvajal, L.** (1997). "Introducción al clima de Colombia". Universidad Nacional de Colombia, Medellín. Posgrado en Aprovechamiento de Recursos Hidráulicos. 390 p.
- Morlet, J. G., Fourgeau, I., Giard, D.** (1982). "Wave Propagation and sampling TheoryPart 1: Complex Signal and Scattering in Multilayered Media". *Geophysics*, 38, 209-221.
- Morlet, J. G., Fourgeau, I., Giard, D.** (1982). "Wave Propagation and sampling TheoryPart 2: Sampling Theory and Complex Waves". *Geophysics*, 38, 222-236.
- Over, T., Gupta, V.** (1994). "Statistical Analysis of Mesoscale Rainfall: Dependence of a Random Cascade Generator on Large-Scale Forcing". *Journal of Applied Meteorology*. Vol 33. p. 1526-1542.
- Poveda, G., Mejía, J.** (2004). "Escalamiento espacial de Sistemas Convectivos de Mesoescala sobre Colombia y el Pacífico Oriental durante 1998 según la misión TRMM". *Avances en Recursos Hidráulicos*, Vol 11. p. 131-143
- Poveda, G., Morales, J.** (2004). "Análisis del escalamiento espacial y espacio-temporal de la lluvia Amazónica durante la campaña WETAMC/LBA". Sometido.
- Poveda, G., Zuluaga, M.** (2005). "Testing Taylor's hypothesis in Amazonian rainfall fields during the WETAMC/LBA experiment". *Advances in Water Resources*, Vol 28. p. 1230 – 1239.
- Salas, J., Smith, R., Tabios, G., Hro, J.** (1992). "Statistical Computer Techniques in Water Resources and Environmental Engineering". Fort Collins: Colorado State University.
- Vélez, J. I.** (2001). "Desarrollo de un Modelo Hidrológico Conceptual y Distribuido Orientado a la Simulación de Crecidas". Tesis Doctoral. Universidad Politécnica de Valencia. Valencia, España.
- Zuluaga, M.** (2005). "Diagnóstico de Sistemas Convectivos de Mesoescala sobre Colombia durante 1998-2002". Tesis de Maestría. Universidad Nacional de Colombia, Medellín, Colombia.
- Zuluaga, M. D., y Poveda, G.** (2004). "Diagnóstico de sistemas convectivos de mesoescala sobre Colombia y el Océano Pacífico oriental durante 1998-2002". *Avances en Recursos Hidráulicos*, 11, 145-160, 2004.