

**XXIV CONGRESO LATINOAMERICANO DE HIDRÁULICA
PUNTA DEL ESTE, URUGUAY, NOVIEMBRE 2010**

**DISEÑO DE UN SOFTWARE COMO HERRAMIENTA PEDAGÓGICA EN
MECÁNICA DE FLUIDOS: OSCILACIONES DE FLUIDOS EN TUBOS EN U**

Edwin Martínez Padilla¹, Francisco Mauricio Toro¹ y Andrés Osorio Arias¹

*(1) Escuela de Geociencias y Medio Ambiente, Posgrado en Aprovechamiento de Recursos Hidráulicos (PARH),
Universidad Nacional de Colombia, Facultad de Minas, Medellín, Colombia.*

E-mail: edamartinezpa@unal.edu.co, fmto@unal.edu.co, afosorioar@unal.edu.co

RESUMEN

En el este artículo se presentan las ecuaciones que gobiernan, y su solución analítica, el movimiento oscilatorio y forzado de una columna de fluido en un tubo en U. Las ecuaciones incluyen los casos de movimiento de oscilaciones libres y oscilaciones amortiguadas considerando la resistencia laminar y turbulenta y para los diferentes casos de resistencia, se considera la acción de un forzador armónico o constante. La solución de las ecuaciones se implementó en un software, desarrollado en MATLAB para ser usado por estudiantes como herramienta pedagógica en cursos de mecánica de fluidos y ecuaciones diferenciales. Adicionalmente, se utilizó el software para definir los parámetros físicos del montaje experimental a ser utilizado en los cursos de mecánica de fluidos. Se presentan también algunas consideraciones que serán utilizadas en el diseño del sistema de mediciones a utilizar en este experimento: captura y procesamiento de imágenes digitales registradas durante el experimento.

ABSTRACT

This paper presents the governing equations, and their analytical solution, of the damped and forced oscillations of a fluid in a U tube. The cases developed include free and damped oscillations, including laminar and turbulent damping as well as constant and harmonic forcing. The solutions are implemented in a software that will be used for the fluid mechanics and differential equations students as a pedagogic tool. Additionally, the developed software was used for the design of the experimental facilities of the oscillations of a fluid in a U-tube. Finally, a short list of considerations are presented related to the measuring method that will be used for the experiments: capturing and digital processing of images.

PALABRAS CLAVES

Oscilaciones, Tubería en U, Resistencia nula, laminar y turbulenta, Herramienta pedagógica.

1. INTRODUCCIÓN

Desde hace algunos años la facultad de Minas en conjunto con la escuela de Matemáticas de la Universidad Nacional de Colombia, sede Medellín viene desarrollando herramientas pedagógicas para la enseñanza en cursos de ecuaciones diferenciales, física, hidráulica y mecánica de fluidos, con el objeto de facilitar el proceso de enseñanza – aprendizaje en los estudiantes.

Una de las principales dificultades que se presentan en la enseñanza de los cursos de ingeniería es establecer el nexo mental entre un fenómeno o aplicación y los conceptos físico-matemáticos que lo representan (Masen, Kuroiwa, y Rivas 2008). Dentro de los temas que generan dificultad en el aprendizaje de los estudiantes están los transitorios hidráulicos, los cuales son de suma importancia en el proceso de formación del ingeniero civil, hidráulico, sanitario, entre otras profesiones.

Un caso clásico de transito hidráulico es el movimiento oscilatorio de un fluido en una tubería en U, el cual representa un caso especial de movimiento oscilatorio (Streeter, y Whyllie 1988), y presenta una primera aproximación a la comprensión de la física del proceso de las oscilaciones de dos depósitos conectados por una tubería.

Últimamente la utilización de la informática y sus múltiples aplicaciones en las ingenierías han permitido la solución de innumerables problemas prácticos (Ramírez., Gómez., y León., 2002) debido a que se pueden obtener soluciones de manera rápida. Haciendo uso de esta ventaja informática, en este artículo se presenta el desarrollo de un software como herramienta pedagógica para la enseñanza de transitorios hidráulicos, específicamente para el estudio de las oscilaciones de un fluido en una tubería en U, con forzamiento constante ó armónico, y resistencia nula, laminar o turbulenta. El software también puede ser utilizado en cursos de ecuaciones diferenciales y de física dado que las ecuaciones que se resuelven representan diversos fenómenos naturales.

2. OBJETIVO

El principal objetivo del uso de un software como herramienta pedagógica para la enseñanza de hidráulica transitoria es facilitar el proceso de enseñanza - aprendizaje en los cursos de hidráulica, mecánica de fluidos, física y matemáticas. Complementando los aspectos teóricos y matemáticos de las ecuaciones que gobiernan la dinámica del fenómeno en estudio, el software agiliza el proceso de cálculo matemático permitiendo al estudiante la dedicación de un mayor tiempo al análisis de resultados. El análisis se facilita con gráficas y tablas que el software desarrolla con el fin de que el estudiante visualice y cuantifique la variable en estudio.

3. METODOLOGÍA

La metodología propuesta para la implementación del software como herramienta pedagógica en la enseñanza de los cursos de hidráulica transitoria es la siguiente:

- Desarrollo en el aula de clase de las formulaciones matemáticas que gobiernan la dinámica de oscilación de un fluido en una tubería en U.
- Selección del caso en estudio (resistencia nula, laminar ó turbulenta).
- Análisis de sensibilidad numérico de los parámetros que intervienen en la dinámica de oscilación del caso en estudio.
- Preparación de gráficas de la posición del menisco en la tubería, de velocidad, aceleración, energía cinética y potencial de la columna de fluido en función del tiempo.
- Análisis e interpretación de resultados obtenidos.
- Variación de las condiciones iniciales Z_0 , V_0 , ΔP , ω , L , D con el fin de observar variaciones en el comportamiento de la dinámica de oscilación del fluido.

- Realizar todo el procedimiento anterior para diferentes fluidos con el fin de observar la influencia de la densidad en la dinámica de oscilación de los fluidos en la tubería en U.

4. FORMULACIONES MATEMÁTICAS

La deducción de las ecuaciones que gobierna la dinámica de oscilación de un fluido en una tubería en U son desarrolladas a partir de la ecuación de movimiento de Euler; la cual se deriva aplicando la ley de conservación de momentum a un volumen de control cilíndrico de fluido con eje a lo largo de una línea de corriente (Streeter, y Whyllie 1988).

El estudio de la oscilación de un fluido en una tubería en U puede ser abordado considerando la resistencia nula, laminar ó turbulenta. Dependiendo del tipo resistencia, así será la ecuación diferencial que representa la dinámica de oscilación del fluido. Adicionalmente, el fluido, puede estar o no sometido a un forzador externo, el cual, en este trabajo, se considero constante o armónico; en la Tabla 1 se presentan estas ecuaciones para cada uno de los casos con las posibles soluciones de obtener (analítica y/o numérica).

En las Tablas 2 a 4 se presentan las soluciones analíticas de las ecuaciones diferenciales que representan la dinámica de oscilación de un fluido en los caso de resistencia nula y laminar. La solución de las ecuaciones está compuesta por la combinación lineal de la solución homogénea y la particular. Para la obtención de la solución homogénea se hace uso de la ecuación característica y la solución particular se obtiene aplicando el método de variación de parámetros, coeficientes indeterminados ó Wronskiano (Kreyszing, 2007). Además dependiendo de si la frecuencia del forzador es igual o no a la frecuencia natural de oscilación, así será la solución particular obtenida. En el caso de resistencia laminar, la solución homogénea dependerá si el movimiento del fluido es sobreamortiguado, críticamente amortiguado ó subamortiguado (Kreyszing, 2007).

Cuando la resistencia es turbulenta, no se tiene solución analítica, excepto para ciertos puntos en el tiempo (puntos críticos, máximos o mínimos de z) (Streeter, y Whyllie 1988), por lo que se requiere un método numérico para encontrar su solución, siendo el método Runge-Kutta de 4° orden el más utilizado (Chapra, y Canale 2003).

En todos los casos para la obtención de las constantes de integración de la solución homogénea se consideraron las siguientes condiciones iniciales:

$$t = 0 \begin{cases} z = z_0 \\ \frac{dz}{dt} = v_0 \end{cases}$$

La velocidad y aceleración a la cual se desplaza la columna de fluido, se obtienen aplicando la primera y segunda derivada de Z con respecto al tiempo. Adicionalmente, se puede obtener la energía cinética y potencial asociada a la velocidad del fluido y a la posición del menisco en un instante t .

Tabla 1.- Ecuaciones diferenciales que gobiernan la dinámica de los tres casos.

Tipo Resistencia	Tipo Forzador	Ecuación diferencial que gobierna la dinámica del caso	Tipos de solución
Nula	Constante	$\frac{d^2Z}{dt^2} + \omega_0^2 Z = -\frac{\Delta P}{\rho L}$	Analítica y Numérica
	Armónico	$\frac{d^2Z}{dt^2} + \omega_0^2 Z = -\frac{\Delta P}{\rho L} \text{sen}\omega_1 t$	
Laminar	Constante	$\frac{d^2Z}{dt^2} + \lambda \frac{dZ}{dt} + \omega_0^2 Z = -\frac{\Delta P}{\rho L}$	Analítica y Numérica
	Armónico	$\frac{d^2Z}{dt^2} + \lambda \frac{dZ}{dt} + \omega_0^2 Z = -\frac{\Delta P}{\rho L} \text{sen}\omega_1 t$	
Turbulenta	Constante	$\frac{d^2Z}{dt^2} + \frac{f}{2D} \frac{dZ}{dt} \left \frac{dZ}{dt} \right + \omega_0^2 Z = -\frac{\Delta P}{\rho L}$	* Analítica solo para puntos críticos, máximos o mínimos de Z. * Numérica para obtener una solución continua.
	Armónico	$\frac{d^2Z}{dt^2} + \frac{f}{2D} \frac{dZ}{dt} \left \frac{dZ}{dt} \right + \omega_0^2 Z = -\frac{\Delta P}{\rho L} \text{sen}\omega_1 t$	
Parámetros: <i>Z</i> : Posición del menisco con respecto al eje de referencia $\lambda = \frac{32\nu}{D^2}$ $\omega_0 = \sqrt{\frac{2g}{L}}$ (Frecuencia natural de oscilación) ρ : Densidad del fluido ω_1 : Frecuencia del forzador <i>D</i> : Diámetro del tubo ΔP : Delta de presión ν : Coeficiente de viscosidad cinemática <i>L</i> : Longitud de la columna de fluido <i>f</i> : coeficiente de fricción de Darcy – Weisback			

Tabla 2.- Soluciones para resistencia nula.

Tipo Forzador	Posición del menisco	Parámetros
Constante	$Z = A \text{sen}(\omega_0 t + \phi) - \frac{\Delta P}{\rho L \omega_0^2}$	$A = \sqrt{\left(Z_0 + \frac{\Delta P}{\rho L \omega_0^2} \right)^2 + \left(\frac{V_0}{\omega_0} \right)^2}$
		$\phi = \arctan \left[\frac{Z_0}{\frac{V_0}{\omega_0} - \frac{\Delta P}{2\rho L \omega_0^2}} \right]$
Armónico con una función Senoidal	$Z = A \text{sen}(\omega_0 t + \phi) + \frac{\Delta P \text{sen}(\omega_1 t)}{\rho L (\omega_1^2 - \omega_0^2)}$	$A = \sqrt{Z_0^2 + \left[\frac{\left(V_0 - \frac{\Delta P \omega_1}{\rho L (\omega_1^2 - \omega_0^2)} \right)}{\omega_0} \right]^2}$
		$\phi = \arctan \left[\frac{Z_0 \omega_0}{\left(V_0 - \frac{\Delta P \omega_1}{\rho L (\omega_1^2 - \omega_0^2)} \right)} \right]$
	$Z = A \text{sen}(\omega_0 t + \phi) + \frac{\Delta P t \cos(\omega_0 t)}{2\rho L \omega_0}$	$A = \sqrt{Z_0^2 + \left[\frac{V_0 - \frac{\Delta P}{2\rho L \omega_0^2}}{\omega_0} \right]^2}$
		$\phi = \arctan \left[\frac{\omega_0 \left(Z_0 + \frac{\Delta P}{\rho L \omega_0^2} \right)}{V_0} \right]$

Tabla 3.- Soluciones para resistencia laminar con forzador constante.

Tipo Forzador	Tipo Movimiento	Raíces de la ecuación característica	Posición del menisco
Constante	Sobreamortiguado $\lambda^2 - 4\omega_0^2 > 0$	$r_1 = \frac{-\lambda + \sqrt{\lambda^2 - 4\omega_0^2}}{2}$ $r_2 = \frac{-\lambda - \sqrt{\lambda^2 - 4\omega_0^2}}{2}$	$Z = \left[V_0 - Z_0 r_2 - \frac{\Delta P r_2}{\rho L \omega_0^2} \right] \frac{e^{-(\beta-\gamma)t}}{2\gamma} - \left[V_0 - Z_0 r_1 - \frac{\Delta P r_1}{\rho L \omega_0^2} \right] \frac{e^{-(\beta+\gamma)t}}{2\gamma} - \frac{\Delta P}{\rho L \omega_0^2}$
	Críticamente amortiguado $\lambda^2 - 4\omega_0^2 = 0$	$r_1 = -\frac{\lambda}{2}$ $r_2 = -\frac{\lambda}{2}$	$Z = e^{-r_1 t} \left[V_0 t + (r_1 t + 1) \left(Z_0 - \frac{\Delta P}{\rho L \omega_0^2} \right) \right] - \frac{\Delta P}{\rho L \omega_0^2}$
	Subamortiguado $\lambda^2 - 4\omega_0^2 < 0$	$r_1 = -\frac{\lambda}{2} + \frac{\sqrt{\lambda^2 - 4\omega_0^2}}{2} i$ $r_2 = -\frac{\lambda}{2} - \frac{\sqrt{\lambda^2 - 4\omega_0^2}}{2} i$	$Z = e^{-\beta t} A \operatorname{sen}(\gamma t + \phi) - \frac{\Delta P}{\rho L \omega_0^2}$
Parámetros:			
$\beta = \frac{\lambda}{2}, \quad \gamma = \frac{\sqrt{\lambda^2 - 4\omega_0^2}}{2}, \quad A = \sqrt{\left(Z_0 + \frac{\Delta P}{\rho L \omega_0^2} \right)^2 + \left[\frac{V_0}{\gamma} + \left(Z_0 + \frac{\Delta P}{\rho L \omega_0^2} \right) \beta \right]^2}, \quad \phi = \arctan \left[-\frac{Z_0 + \frac{\Delta P}{\rho L \omega_0^2}}{\frac{V_0}{\gamma} + \left(Z_0 + \frac{\Delta P}{\rho L \omega_0^2} \right) \beta} \right]$			

Tabla 4.- Soluciones para resistencia laminar con forzador armónico.

Tipo Forzador		Tipo Movimiento	Raíces de la ecuación característica	Posición del menisco	
Armónico con una función Senoidal	$\omega_0 \neq \omega_1$	Sobreamortiguado $\lambda^2 - 4\omega_0^2 > 0$	$r_1 = -\beta + \gamma$ $r_2 = -\beta - \gamma$	$Z = \left[\frac{Z_0 r_2 - V_0 + A(\omega_1 \cos\phi - r_2 \operatorname{sen}\phi)}{r_2 - r_1} \right] e^{r_1 t} + \left[\frac{V_0 - Z_0 r_1 - A(\omega_1 \cos\phi - r_1 \operatorname{sen}\phi)}{r_2 - r_1} \right] e^{r_2 t} + A \operatorname{sen}(\omega_1 t + \phi)$	
		Criticamente amortiguado $\lambda^2 - 4\omega_0^2 = 0$	$r_1 = -\frac{\lambda}{2}$ $r_2 = -\frac{\lambda}{2}$	$Z = \left[[V_0 - Z_0 r_1 + A(r_1 \operatorname{sen}\phi - \omega_1 \cos\phi)] t + Z_0 - A \operatorname{sen}\phi \right] e^{r_1 t} + A \operatorname{sen}(\omega_1 t + \phi)$	
		Subamortiguado $\lambda^2 - 4\omega_0^2 < 0$	$r_1 = -\beta + \gamma i$ $r_2 = -\beta - \gamma i$	$Z = \left[(Z_0 - A \operatorname{sen}\phi) \cos \gamma t + [V_0 + (Z_0 - A \operatorname{sen}\phi) \beta - A \omega_1 \cos\phi] \frac{\operatorname{sen} \gamma t}{\gamma} \right] e^{-\beta t} + A \operatorname{sen}(\omega_1 t + \phi)$	
	$\omega_0 = \omega_1$	Sobreamortiguado $\lambda^2 - 4\omega_0^2 > 0$	$r_1 = -\beta + \gamma$ $r_2 = -\beta - \gamma$	$Z = \left[\frac{Z_0 r_2 - V_0 - \frac{\Delta P r_2}{\rho L \lambda \omega_0}}{r_2 - r_1} \right] e^{r_1 t} + \left[\frac{V_0 - Z_0 r_1 + \frac{\Delta P r_1}{\rho L \lambda \omega_0}}{r_2 - r_1} \right] e^{r_2 t} + \frac{\Delta P}{\rho L \lambda \omega_0} \cos \omega_0 t$	
		Criticamente amortiguado $\lambda^2 - 4\omega_0^2 = 0$	$r_1 = -\frac{\lambda}{2}$ $r_2 = -\frac{\lambda}{2}$	$Z = \left[\left[V_0 - \left(Z_0 - \frac{\Delta P}{\rho L \lambda \omega_0} \right) r_1 \right] t + Z_0 - \frac{\Delta P}{\rho L \lambda \omega_0} \right] e^{r_1 t} + \frac{\Delta P}{\rho L \lambda \omega_0} \cos \omega_0 t$	
		Subamortiguado $\lambda^2 - 4\omega_0^2 < 0$	$r_1 = -\beta + \gamma i$ $r_2 = -\beta - \gamma i$	$Z = \left[\left(Z_0 - \frac{\Delta P}{\rho L \lambda \omega_0} \right) \cos \gamma t + \left(\frac{V_0}{\gamma} + \frac{\beta}{\gamma} \left(Z_0 - \frac{\Delta P}{\rho L \lambda \omega_0} \right) \right) \operatorname{sen} \gamma t \right] e^{-\beta t} + \frac{\Delta P}{\rho L \lambda \omega_0} \cos \omega_0 t$	
	Parámetros: $\beta = \frac{\lambda}{2}, \quad \gamma = \frac{\sqrt{\lambda^2 - 4\omega_0^2}}{2}, \quad A = \frac{ \Delta P }{\rho L \sqrt{\lambda^2 \omega_1^2 + (\omega_0^2 - \omega_1^2)^2}}, \quad \phi = \arctan \left[-\frac{\lambda \omega_1}{(\omega_0^2 - \omega_1^2)} \right]$				

5. DESCRIPCIÓN DEL SOFTWARE

El software desarrollado calcula soluciones analíticas y/o numéricas para las ecuaciones del movimiento oscilatorio amortiguado y forzado. El software se desarrolla con MATLAB como plataforma base, herramienta computacional de calidad la cual cuenta con rutinas computacionales e interfaces gráficas que facilitan el cálculo y la visualización de las soluciones de las ecuaciones mencionadas. Básicamente el software consta de tres módulos los cuales se describen brevemente a continuación:

5.1 Módulo Pre-procesador

En este módulo el estudiante selecciona el caso que desee estudiar, ya sea resistencia nula, laminar ó turbulenta. Luego debe ingresar los parámetros físicos del caso en estudio como diámetro de la tubería, longitud de la columna de fluido, coeficiente de viscosidad cinemática, posición inicial del menisco, velocidad inicial, y los parámetros del forzador como el delta de presiones y la frecuencia en caso de que éste sea de tipo armónico. También se puede seleccionar el tipo de solución que se desee, analítica o numérica.

5.2 Módulo Procesador

En este módulo el software calcula la solución de la ecuación diferencial que gobierna la dinámica de oscilación del caso seleccionado, utilizando el método analítico o numérico según el método escogido en el módulo del pre-procesador.

5.3 Módulo Pos-procesador

En este módulo el estudiante podrá visualizar los resultados obtenidos. Los resultados pueden ser visualizados en forma gráfica o tabulada. Se pueden obtener gráficas de la posición del menisco, velocidad de la columna de fluido, aceleración de la columna de fluido, energía cinética y potencial en función del tiempo.

6. CASO DE APLICACIÓN

Con el objeto de ilustrar la implementación del software como herramienta pedagógica para la enseñanza de transitorios hidráulicos, se presenta el siguiente ejemplo de aplicación.

Dada las propiedades físicas (densidad y coeficiente de viscosidad cinemática) de diferentes fluidos realizar el siguiente taller:

a) Utilizando diferentes diámetros, determine la longitud mínima, única ó máxima requerida para obtener un movimiento sobre-amortiguado, críticamente amortiguado y subamortiguado.

b) Teniendo en cuenta los resultados obtenidos en el punto anterior, que fluido, diámetro y longitud de columna de fluido podría utilizar en laboratorio para obtener los tres tipos de amortiguamiento. Tenga en cuenta las velocidades, diferencia de presiones, posición de menisco, frecuencia del forzador y masa de fluido a mover con el forzador para hacer este análisis.

c) Una vez realizado el análisis del fluido a utilizar en laboratorio, y seleccionada las condiciones requeridas Z_0 , V_0 , ΔP , ω , L , D , simule esa condición, utilizando la solución analítica y numérica con diferente pasos de tiempo, y compare los resultados obtenidos haciendo un análisis de error.

d) Varíe las condiciones iniciales, grafique y compare los resultados obtenidos para cada caso. Describa el comportamiento de la posición del menisco, la velocidad, aceleración, energía cinética y potencial de la columna de fluido a lo largo del tiempo dependiendo de las condiciones iniciales establecidas.

A continuación se presenta en forma gráfica el resultado de aplicación del software al caso de resistencia laminar para dos fluidos, por restricciones de extensión del artículo solo se presentan los resultados para movimiento sobreamortiguado y subamortiguado. En la Tabla 5 se muestran los datos de entrada utilizados y las condiciones iniciales.

Tabla 5.- Datos de entrada y condiciones iniciales de ejemplo de aplicación.

Tipo Amortiguamiento	Fluido	T (°C)	ν (m ² /s)	ρ (Kg/m ³)	L (m)	D (mm)	Z ₀ (m)	ΔP (Pa)	V ₀ (m/s)
Sobreamortiguado	Glicerina	20	0.001187898	1257.6	1.00	25	0.30	0	0
Subamortiguado	Alcohol Etilico	20	0.000001522	788.6	1.00	10	0.10	0	0

Las Figuras 1 y 2 muestran el comportamiento de la dinámica de oscilación de un fluido en una tubería en U, en ellas se puede apreciar como varía en función del tiempo (en nuestro caso está en función de periodos naturales de oscilación) la posición del menisco, la velocidad, aceleración y energía de la columna de fluido. Se puede observar en la Figura 1, que en el caso de movimiento sobreamortiguado, en el que las fuerzas viscosas son mayores que las inerciales, se impide que el fluido oscile debido a que la energía del sistema se disipa rápidamente y no existe en este caso, ningún forzador externo que mantenga el movimiento. En cuanto al movimiento subamortiguado (ver Figura 2), por el contrario, se puede observar que dado que las fuerzas inerciales son mayores que las viscosas, se presentan oscilaciones amortiguadas. Ambos tipos de gráfica le permiten al estudiante comparar simultáneamente las variables calculadas (Z₀, V₀, a, E_c, E_p).

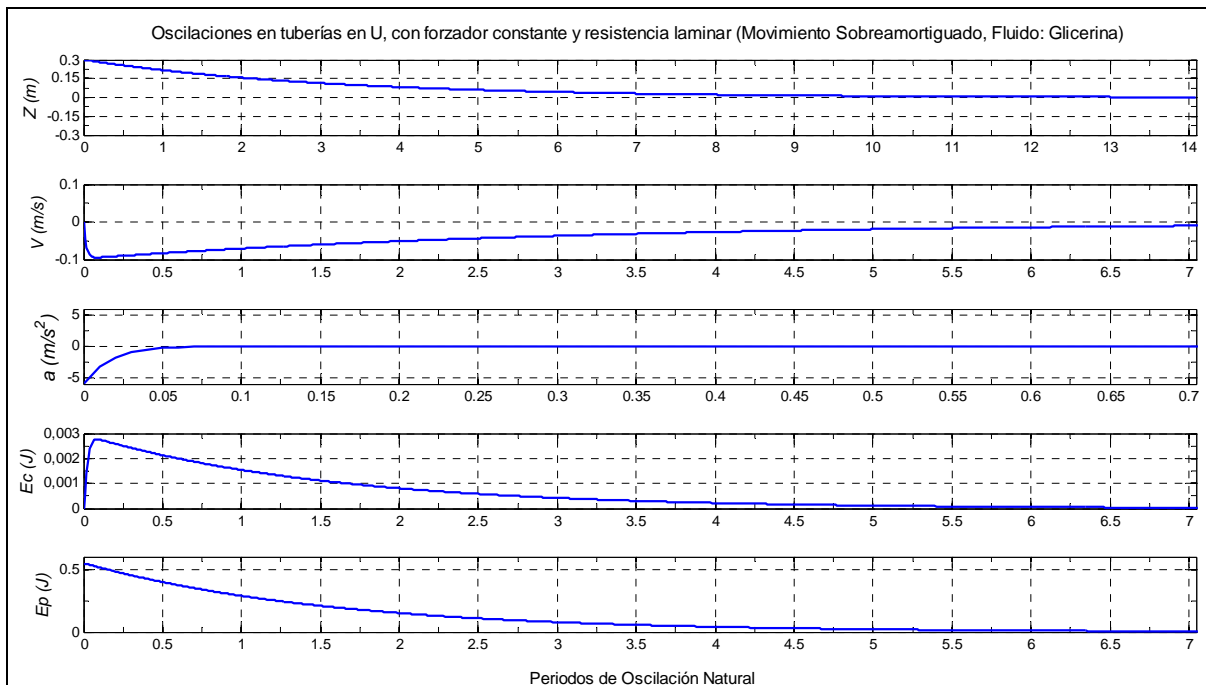


Figura 1.- Oscilaciones en tuberías en U, con forzador constante y resistencia laminar (movimiento sobreamortiguado, Fluido: Glicerina)

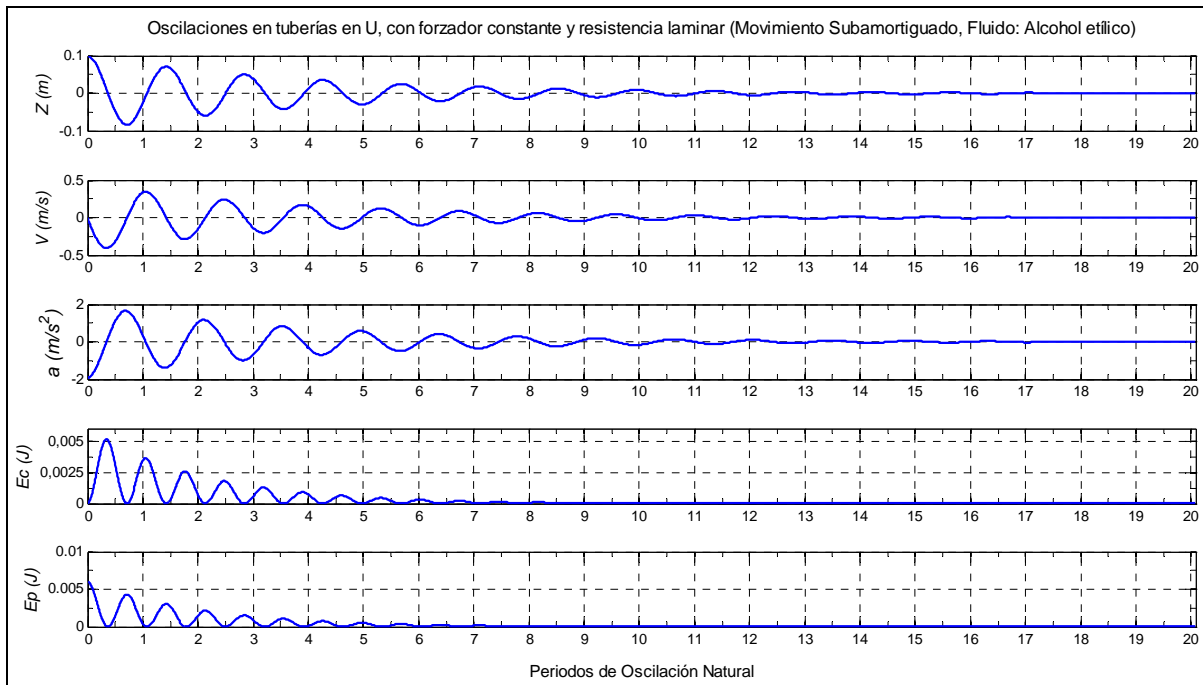


Figura 2.- Oscilaciones en tuberías en U, con forzador constante y resistencia laminar (movimiento subamortiguado, Fluido: Alcohol etílico).

7. COMPONENTE EXPERIMENTAL

Debido a que las experiencias de laboratorio constituyen un elemento de fundamental importancia en el proceso de aprendizaje-enseñanza de la Hidráulica y la Mecánica de Fluidos (Kaless, 2004), actualmente se está trabajando en el montaje experimental de la práctica de oscilaciones de un fluido en una tubería en U, como complemento a la herramienta computacional desarrollada en este trabajo. Con la implementación de la práctica en laboratorio, el estudiante tiene la oportunidad de obtener datos experimentales que puedan servir para las simulaciones en el software, calibración de parámetros como el coeficiente de viscosidad cinemática y análisis de condiciones necesarias para obtener en laboratorio los tres tipos de amortiguamiento en el caso de resistencia laminar.

7.1 Diseño Experimental

Para las prácticas de laboratorio se pretende implementar el ensayo de resistencia laminar con forzador constante por ser el caso más sencillo y fácil de obtener. En la Tabla 6 se muestran las propiedades físicas de algunos fluidos posibles de ensayar, y en la Tabla 7 se muestran los condicionales requeridos para los tres tipos de amortiguamiento.

Tabla 6.- Propiedades físicas de algunos fluidos posibles de ensayar en laboratorio.

Fluido	T (°C)	μ (Kg/ms)	ρ (Kg/m ³)	ν (m ² /s)
Petroleo crudo	20	0.00718	855.6	0.000008392
Alcohol Etilico	20	0.00120	788.6	0.000001522
Gasolina	20	0.00029	680.3	0.000000426
Glicerina	20	1.49390	1257.6	0.001187898
Mercurio	15.6	0.00156	13555	0.000000115
Agua	20	0.00100	998.2	0.000001002
Agua de mar	20	0.00107	1024	0.000001045

Fuente: Streeter, Watters y Vennard (1996).

Tabla 7.- Condicionales para los tres tipos amortiguamiento.

Tipo Resistencia	Tipo Amortiguamiento	Condicional
Laminar	Sobreamortiguamiento	$L_{mín.} > \frac{2gD^4}{(16\nu)^2}$
	Críticamente amortiguado	$L_{única} = \frac{2gD^4}{(16\nu)^2}$
	Subamortiguamiento	$L_{máx.} < \frac{2gD^4}{(16\nu)^2}$

Teniendo en cuenta los condicionales de la Tabla 7, se obtuvieron los diagramas que nos permiten definir la longitud de columna de fluido en régimen laminar y el régimen de flujo en función del diámetro, para tres fluidos diferentes (ver Figuras 3 a 5); la selección de los fluidos se realizó teniendo en cuenta el coeficiente de viscosidad cinemática y la coloración del fluido, debido a que los fluidos muy oscuros pueden crear una capa en la tubería y dificultar el proceso de captura de imágenes ópticas.

De acuerdo con las Figuras 3 a 5, es posible obtener régimen laminar con movimiento sobreamortiguado utilizando glicerina, y movimiento subamortiguado con agua ó alcohol etílico. El caso de amortiguamiento crítico, teóricamente existe una sola longitud de columna de fluido que dependiendo del diámetro utilizado, es capaz de producir amortiguamiento crítico; lo cual es muy difícil de obtener en laboratorio, debido al grado de precisión que requeriría la columna de fluido.

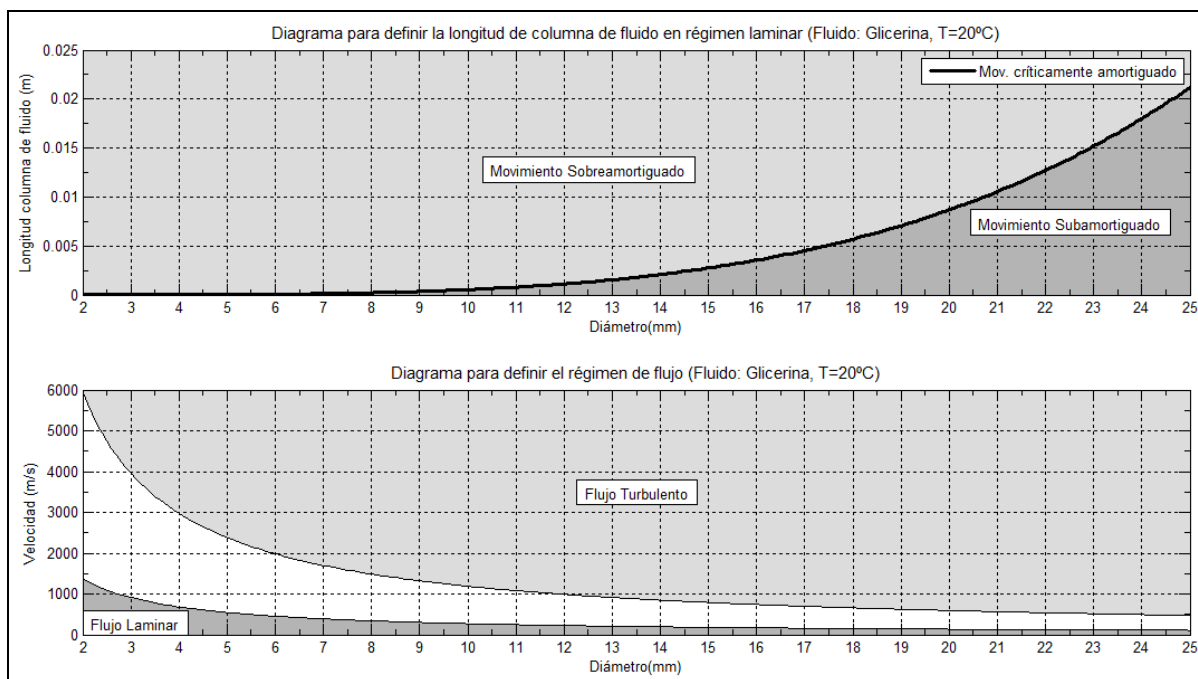


Figura 3.- Diagramas para definir la longitud de columna de fluido en régimen laminar y el régimen de flujo en función del diámetro (Fluido: Glicerina, T=20°C)

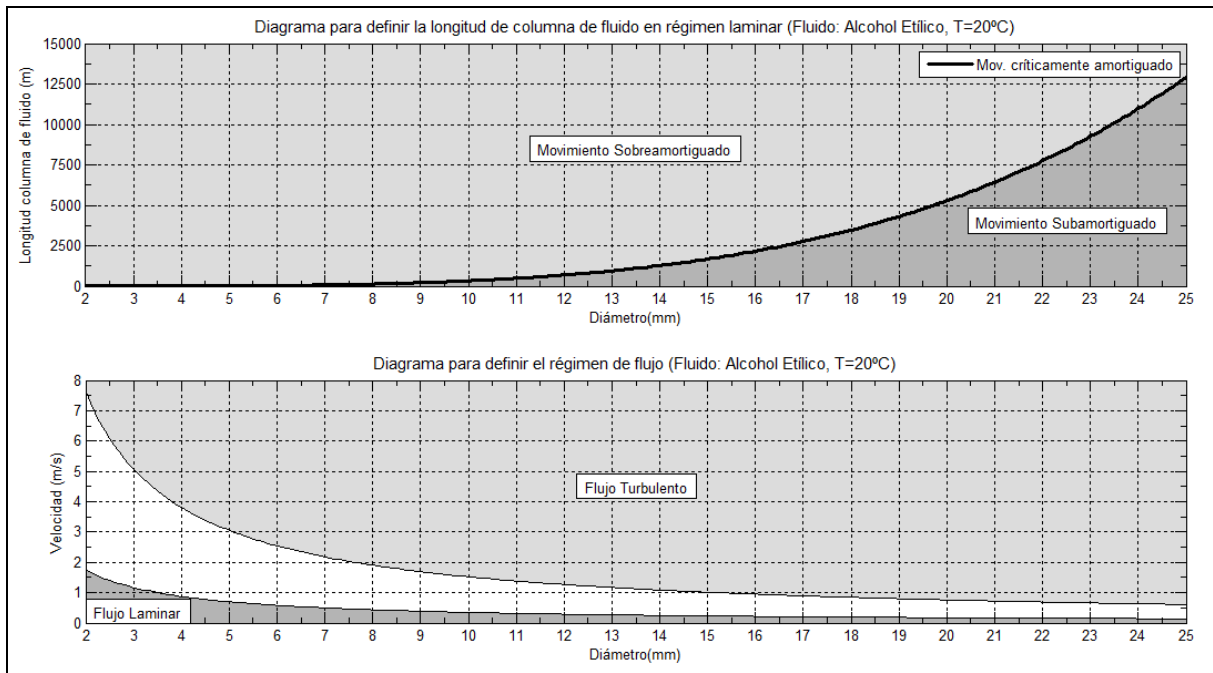


Figura 5.- Diagramas para definir la longitud de columna de fluido en régimen laminar y el régimen de flujo en función del diámetro (Fluido: Alcohol Etilico, T=20°C)

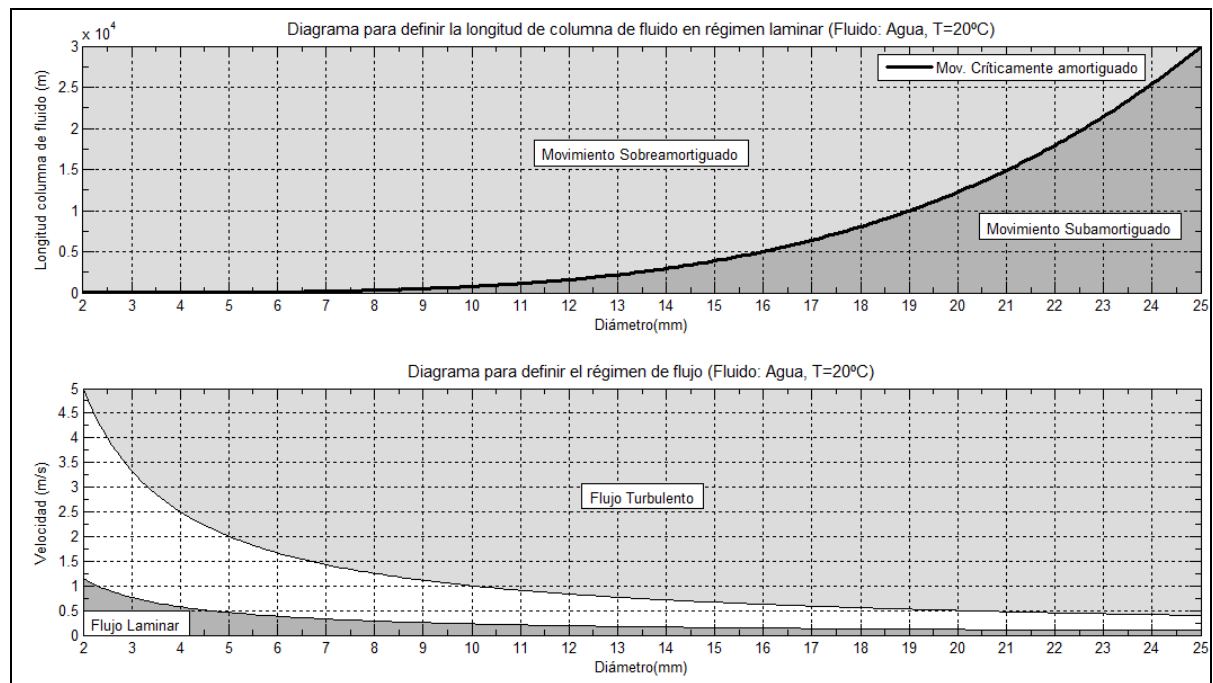


Figura 4.- Diagramas para definir la longitud de columna de fluido en régimen laminar y el régimen de flujo en función del diámetro (Fluido: Agua, T=20°C)

El software desarrollado se utilizó para modelar la práctica diseñada con el fin de poder validar que las velocidades producidas garanticen que el régimen sea laminar. En las Figuras 6 a 8 se muestran los diagramas de velocidades máximas obtenidas con tres longitudes de columna de fluido en tres diámetros diferentes, $\Delta P = 0$ y $V_o = 0$. Se puede observar de estas figuras, que utilizando columnas de glicerina de 1m, 1.5m y 2m, con diámetros entre 20mm y 25mm, y alturas iniciales de 0.05m a 0.3m, se garantiza que el régimen del flujo sea laminar. En el caso del alcohol etílico, utilizando columnas de fluido de 1m y 1.5m en un diámetro de 10mm, y alturas iniciales menores a 0.10m se obtiene régimen laminar; si utilizamos una columna de fluido de 2m, se puede aumentar la altura

inicial hasta 0.15m; si el diámetro utilizado es de 20mm, solo se garantiza el régimen laminar con las columnas de 1.5m y 2m, y alturas iniciales menores a 0.05m; con el diámetro de 25mm, las longitudes de columna de fluido seleccionadas y alturas iniciales entre 0.05m a 0.3m, no es posible obtener régimen laminar. En cuanto al agua, utilizando columnas de fluido de 1m, 1.5m y 2m, con un diámetro de 10mm, y alturas iniciales menores a 0.05m, se puede obtener régimen laminar; con los diámetros de 20mm y 25mm, y alturas iniciales entre 0.05m a 0.3m, no es posible obtener régimen laminar.

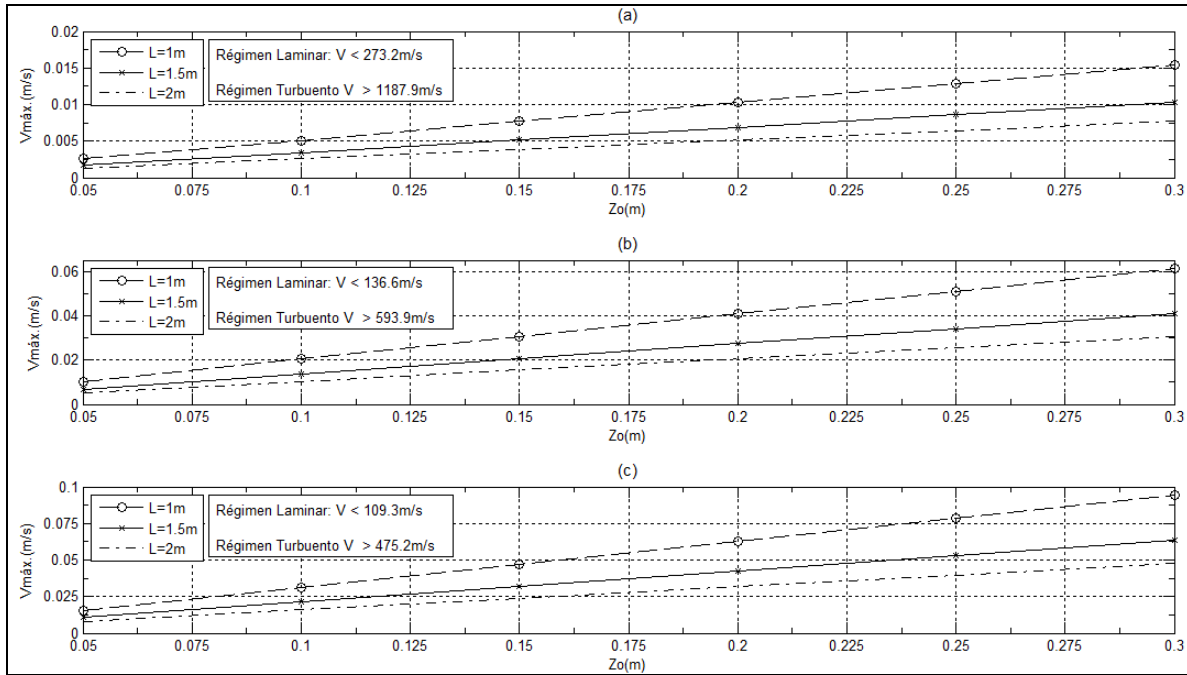


Figura 6.- Diagramas de velocidades máximas obtenidas con diferentes longitudes de columna de glicerina para diferentes diámetros y con $\Delta P = 0$, $V_0 = 0$. (a): $D = 10\text{ mm}$; (b): $D = 20\text{ mm}$; (c): $D = 25\text{ mm}$

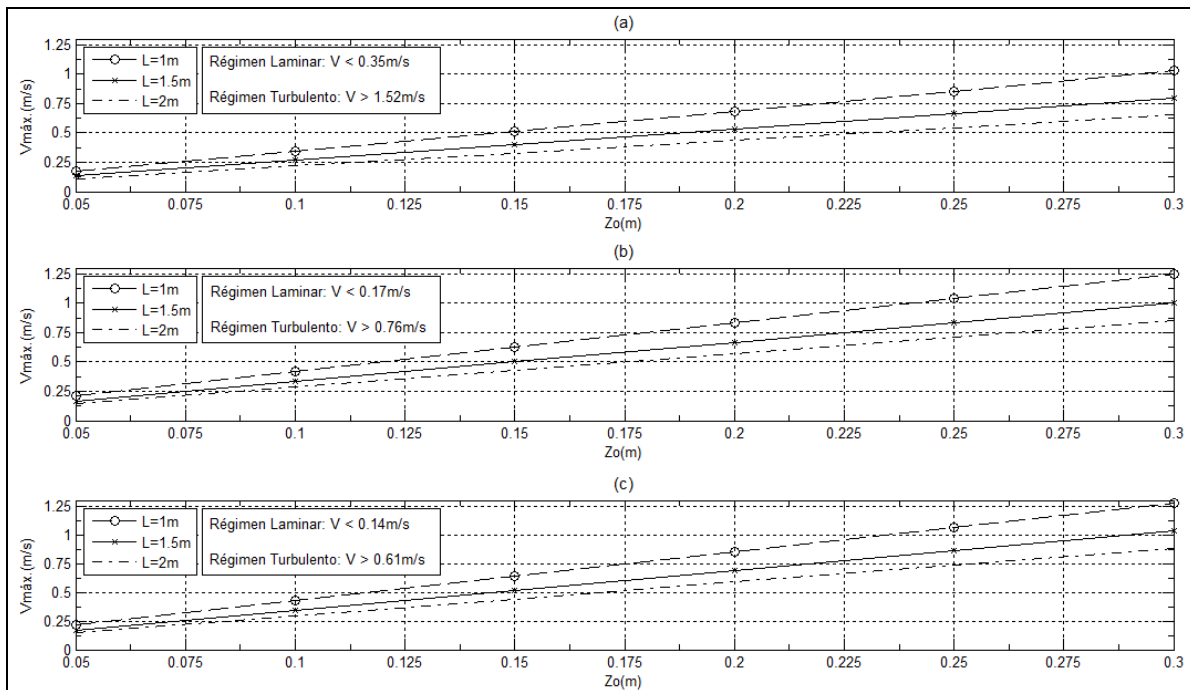


Figura 7.- Diagramas de velocidades máximas obtenidas con diferentes longitudes de columna de alcohol etílico para diferentes diámetros y con $\Delta P = 0$, $V_0 = 0$. (a): $D = 10\text{ mm}$; (b): $D = 20\text{ mm}$; (c): $D = 25\text{ mm}$

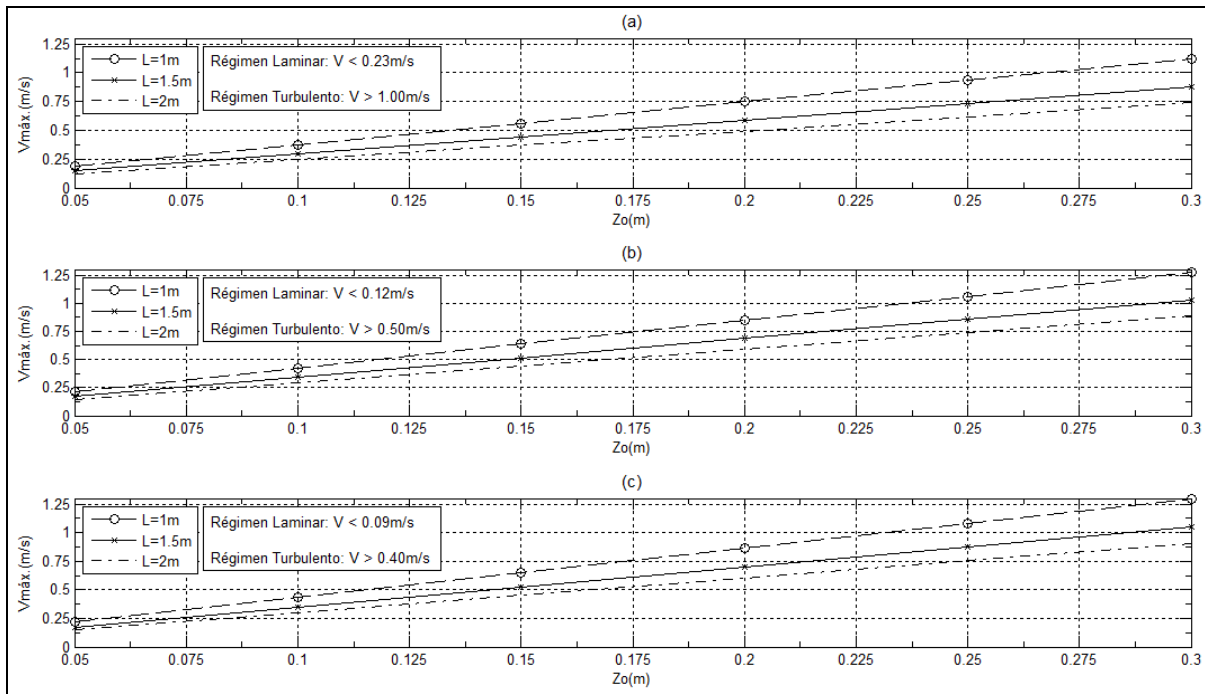


Figura 8.- Diagramas de velocidades máximas obtenidas con diferentes longitudes de columna de agua para diferentes diámetros y con $\Delta P = 0$, $V_o = 0$. (a): $D = 10\text{ mm}$; (b): $D = 20\text{ mm}$; (c): $D = 25\text{ mm}$

7.2 Trabajo en Ejecución

Actualmente se está trabajando en el montaje experimental (ver Figura 9), en el cual se piensa utilizar un sistema de video como técnica de captura de datos, debido a las ventajas de tipo técnico-económico que éste ofrece. Desde el punto de vista técnico-económico se implementa un método de captura de información de bajo costo y que utiliza tecnología de punta, con el cual se puede obtener una muy buena resolución temporal (Mery, 2004) en la captura de los datos.

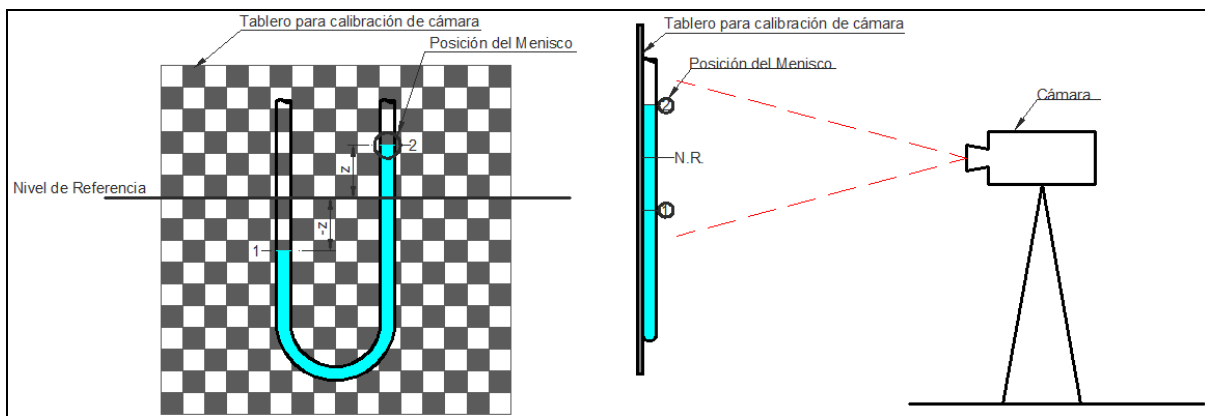


Figura 9.- Esquema del montaje experimental, vista frontal (izquierda) y vista perfil (derecha).

A continuación se hace una breve descripción de todos los aspectos a tener en cuenta para la extracción de la información de las imágenes capturadas.

- **Dispositivo de captura**

La captura de los datos se realizará con una cámara de video Stingray F-080, cuyas características se presentan en la Tabla 8.

Tabla 8.- Ficha técnica de cámara Stingray F-080.

Sensor	Tamaño del sensor	Tamaño del pixel	Máx. Velocidad de captura
Sony ICX 204 1/3", 6mm CCD	1032 x 776 XGA	4.65 x 4.65 μm	31 fps

- **Toma de datos**

La toma de datos se realiza dependiendo de la necesidad específica que se tenga (Osorio et al., 2007), en nuestro caso se tomaran fotos instantáneas (SnapShot).

- **Resolución espacial y temporal**

La resolución espacial se refiere al mínimo tamaño que debe tener un objeto para ser reconocido dentro de la imagen. Esta resolución depende de la distancia a la que se encuentra la cámara de la región de interés y la calidad de píxeles que tiene su sensor. Entre mayor es la resolución espacial, es posible distinguir objetos más pequeños en la imagen (de la Escalera, 2001). Ubicando la cámara perpendicular a la superficie a capturar, se obtiene una resolución espacial constante (Osorio et al., 2007), el cual es nuestro caso (ver Figura 9).

La resolución temporal se refiere al tiempo que transcurre entre dos observaciones consecutivas realizadas por la cámara. Para el caso de imágenes tipo instantáneas, la resolución temporal es indicada por el intervalo de tiempo entre el sensado.

- **Calibración de la cámara**

Con el fin de poder deducir la posición del menisco y la orientación de la imagen, se requieren los detalles de la posición de la cámara y la orientación en el espacio relativa a algún sistema de coordenadas de referencia, denominado el *sistema de coordenadas del mundo*. Además es preciso conocer la geometría de la cámara, frecuentemente llamada el *modelo de la cámara* y algún método o proceso para encontrar los distintos parámetros presentes en el modelo. Este proceso se conoce como *calibración de la cámara*. Por lo general estos modelos consideran parámetros intrínsecos y extrínsecos de la cámara. Los primeros están relacionados con el hardware de captura de las imágenes y por lo general se obtiene con pruebas de laboratorio o son suministrados por el fabricante; dentro de este grupo tenemos: la distancia focal de los lentes f , distorsión debida a los lentes (radial o tangencial), el tamaño del sensor de la cámara, el factor de escala S_u , que representa la relación entre el tamaño del píxel y el tamaño del sensor CCD, y la ubicación del punto principal de la imagen (u_0, v_0) , que es el punto del plano de la imagen por el que pasa el eje focal. Los parámetros extrínsecos de la cámara permiten obtener la descripción geométrica de la orientación y posición de la cámara respecto a un sistema de coordenadas en el campo. Normalmente corresponden a los ángulos de rotación y los valores de traslación del plano de la imagen con respecto al sistema de referencia. Un modelo generalmente utilizado es el modelo de cámara *pinhole* (Osorio et al., 2007), el cual se basa en el principio de colinealidad y asume que cada punto en el espacio se proyecta en la imagen por una línea recta que pasa por el foco de la imagen.

- **Procesamiento y Pos procesamiento**

Antes de poder realizar alguna medición sobre la imagen, se requiere hacer un procesamiento de la misma, procesamiento que incluye la solución del modelo de calibración de la cámara, la clasificación de las imágenes y el filtrado de la región específica. El pos procesamiento consiste en manipular la imagen con el fin de extraer datos cuantitativos de la misma sin alterar la base de datos con la información capturada originalmente. Hacen parte de esta etapa la rectificación de imágenes,

la fusión, la detención de bordes y la detención de objetos. El procesamiento y pos procesamiento de las imágenes, se piensa realizar con MATLAB, debido a que este cuenta con rutinas para el procesamiento de imágenes que permiten agilizar el proceso y procesar grandes cantidades de datos. Con el pos procesamiento de las imágenes obtendríamos la posición del menisco, y a partir de este dato calcular la velocidad, aceleración, y energía de la columna de fluido.

8. CONCLUSIONES

Como resultado de las investigaciones realizadas entre la facultad de Minas y la escuela de Matemáticas de la Universidad Nacional, sede Medellín, y en pro de mejorar las prácticas pedagógicas en la enseñanza de los cursos impartidos en su plan de estudio, se tiene:

- Se presenta un software que calcula las soluciones analíticas y/o numéricas de las ecuaciones diferenciales que gobiernan la dinámica de oscilación de un fluido en una tubería en U, considerando un forzador constante ó armónico y resistencia nula, laminar ó turbulenta. Bajo este punto de vista el software puede ser utilizado en cursos de ecuaciones diferenciales como método de validación de las soluciones obtenidas por el estudiante manualmente.
- La aplicación de esta herramienta computacional en la enseñanza del curso de hidráulica transitoria en la facultad de Minas de la universidad Nacional de Colombia, sede Medellín busca aumentar la capacidad de comprensión de los estudiantes referente al tema de oscilaciones de un fluido en una tubería en U, concentrando su atención en el análisis de resultados.
- El software desarrollado permite el diseño de las instalaciones experimentales que se van a construir para el montaje de una práctica de laboratorio.

9. AGRADECIMIENTOS.

Los autores agradecen a la Facultad de Minas de la Universidad Nacional de Colombia, Sede Medellín el apoyo económico dado a este proyecto.

10. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Chapra, S.C., Canale, R.P.** (2003). *Métodos Numéricos para Ingenieros con programas de aplicación*. McGraw-Hill. 4ta. Ed., pp. 713-759. México.
- De la Escalera, A.** (2001). *Visión por Computador. Fundamentos y métodos*. Pearson Education,S.A., Madrid, España.
- Kaless, G.** (2004). “Experiencias sencillas de laboratorio”. XXI Congreso Latinoamericano de Hidráulica. Sao Pedro, Brasil.
- Kreyszig, E.** (2007). *Matemáticas Avanzadas para Ingeniería*. Limusa, Vol. 1, 3ra. Ed., pp.108-112. México.
- Masen, V.A., Kuroiwa Z.J. y Rivas. O.L.** (2008). “Propuesta de desarrollo de metodología de enseñanza en cursos básicos de ingeniería hidráulica mediante el uso del software multimedia-curso: Mecánica de Fluidos”. XXIII Congreso Latinoamericano de Hidráulica. Cartagena de Indias, Colombia.
- Mery, D.** (2004). Visión por computados. *Departamento de Ciencias de la Computación*. Universidad Católica de Chile, Santiago de Chile.
- Osorio. A., Pérez. J.C, Ortiz, C.A., y Medina, R.** (2007). “Técnicas basadas en imágenes de video para cuantificar variables ambientales en zonas costeras.” Avance en recursos hidráulicos., núm.16, pp. 51-64.
- Ramírez, B. J., Gómez C. M. y León M. A.** (2002). “Soporte Informático para el estudio de procesos en hidráulica”. XX Congreso Latinoamericano de hidráulica. La Habana, Cuba.
- Street, R.L., Watters, G.Z., y Vennard J. K.** (1996). *Elementary Fluid Mechanics*. John Wiley & Sons, 7ma. ed. United States of America.
- Streeter, V.L. y Whyllie, E.B.** (1988). *Mecánica de los Fluidos*. McGraw-Hill, 3ra. ed., pp. 515-525. México.