

XXIV CONGRESO LATINOAMERICANO DE HIDRÁULICA
PUNTA DEL ESTE, URUGUAY, NOVIEMBRE 2010

UN MODELO HIDROLÓGICO DISTRIBUIDO ACOPLADO A UN MODELO
DE FLUJO SUBTERRÁNEO PARA LA GESTIÓN DEL USO CONJUNTO DE
AGUAS SUPERFICIALES Y SUBTERRÁNEAS

Restrepo-Tamayo C.¹, Álvarez-Villa O.², Vélez J.I.³, Pulido-Velázquez M.⁴ y Velásquez N.⁵
¹Estudiante Doctorado, carestr3@unal.edu.co, ³Profesor Asociado, jivelezu@unal.edu.co, ⁵Estudiante Maestría,
nvelasgg@unal.edu.co.

Escuela de Geociencias y Medio Ambiente. Universidad Nacional de Colombia sede Medellín.

² Estudiante Doctorado, osdalvi@gmail.com, ⁴ Profesor Asociado, mapuve@hma.upv.es.
Departamento de Ingeniería Hidráulica y Medio Ambiente, Universidad Politécnica de Valencia, España.

RESUMEN

Se presentan las características de un modelo acoplado de aguas superficiales y subterráneas para la simulación continua a escala temporal diaria, de los caudales en la red de drenaje de una cuenca y los flujos y almacenamientos en el acuífero. El modelo acoplado consta de un modelo hidrológico distribuido y un modelo de flujo subterráneo agregado conocido como el modelo pluricelular englobado. Se presentan algunas soluciones analíticas para casos de acuíferos ideales, y se realiza una aplicación en una cuenca Colombiana del modelo acoplado, bajo la idealización de un acuífero real en una de estas formas geométricas elementales y con una conexión río-acuífero perfecta, para lo cual el modelo se calibra subjetivamente y se reportan criterios de estimación de la bondad del ajuste que permiten verificar la validez de los resultados.

ABSTRACT:

In this work a coupled hydrologic model is presented for simulating both surface and sub-surface flow processes within a basin. Daily discharges along the drainage network are simulated as well as soil water storage and discharges contribution from aquifer. The model consists of a conceptual distributed hydrologic model which is coupled with an aggregated groundwater flow model known as embedded multireservoir. An application case is presented for a well instrumented basin in Colombia, where an aquifer geometry is assumed having an idealist form, such as the used for analytical solutions which are also presented. Moreover, a perfect groundwater-surface flow link is assumed within the model. Model calibration was carried out taking into account several well performance indicators which in turn are used to verify model outcomes validity.

PALABRAS CLAVES:

Modelo hidrológico distribuido; Modelo pluricelular englobado; Uso conjunto

INTRODUCCIÓN

En los procesos de gestión del uso conjunto de aguas superficiales y subterráneas en cuencas donde la regulación de agua superficial es insuficiente para satisfacer la demanda, la variabilidad espacial de la oferta cobra mayor relevancia. En general, en estos casos los usuarios suelen satisfacer sus necesidades de consumo mediante pequeñas o medianas captaciones de agua superficial distribuidas en diferentes puntos de la red de drenaje (principalmente en las zonas de alta y mediana pendiente de la cuenca) y mediante pozos localizados en los acuíferos aluviales conectados perfectamente o parcialmente a los ríos.

En este entorno, la solución de los problemas referentes a la asignación de recursos hídricos requieren de herramientas que determinen de manera conjunta la variabilidad espacial de la oferta de agua superficial y subterránea a escala diaria, a la cual se hace posible identificar periodos de déficit entre eventos de precipitación cuando no se cuenta con una capacidad de almacenamiento importante de la escorrentía superficial. Estas herramientas también deben servir para considerar los efectos que tienen las extracciones de agua superficial y/o subterránea y los retornos al sistema sobre la disponibilidad conjunta del recurso. De esta forma, deben ser capaces de cuantificar las disminuciones en el volumen de agua de un acuífero cuando se realiza un bombeo, así como las detracciones que sufre una corriente de agua superficial por este mismo efecto.

En este artículo se presenta un modelo acoplado para la gestión del uso conjunto de aguas superficiales y subterráneas que consta de dos módulos que interactúan entre sí. El primero es un modelo hidrológico distribuido a resolución temporal diaria que permite estimar y transitar la escorrentía superficial en toda la red de drenaje de una cuenca, y estimar la recarga directa al acuífero generada por la infiltración de la lluvia en la cuenca y de los flujos laterales que llegan al acuífero desde las zonas de alta pendiente en forma de flujo subterráneo. El segundo módulo, es un modelo agregado de flujo subterráneo conocido como el “modelo pluricelular englobado” (Sahuquillo, 1983a; Pulido-Velázquez et al., 2005), el cual permite simular cambios en el almacenamiento en el acuífero, la descarga natural a las corrientes superficiales y el efecto que sobre esta tienen las acciones externas como los bombeos y/o la recarga.

Las diferentes componentes del modelo acoplado propuesto se han configurado de forma que se obtenga una solución de compromiso entre la aproximación de la solución obtenida y la carga computacional requerida para obtener dicha aproximación. Lo anterior resulta esencial dado que se ha seleccionado un día como la resolución temporal de simulación y, en general, se tienen horizontes de simulación que pueden llegar a abarcar años e incluso décadas.

DESCRIPCIÓN DEL MODELO HIDROLÓGICO DISTRIBUIDO

El modelo hidrológico empleado es un modelo conceptual distribuido adaptado de Vélez (2001), Francés et al. (2002 y 2007) y Restrepo (2007), el cual permite estimar la producción de escorrentía superficial mediante cuatro tanques interconectados entre sí. Ellos permiten representar algunos de los procesos involucrados en la fase terrestre del ciclo hidrológico como los son: la precipitación, la evapotranspiración, la infiltración, la escorrentía superficial directa, el flujo subsuperficial y el flujo subterráneo (Figura 1). El uso de este modelo distribuido no solo se justifica la luz de la necesidad de estimar caudales en múltiples puntos sobre la red de drenaje, sino en la posibilidad de evaluar espacialmente los procesos hidrológicos descritos con diferentes niveles de aproximación dependiendo de la información disponible, entre ellos la recarga a los acuíferos cuya evaluación es siempre compleja.

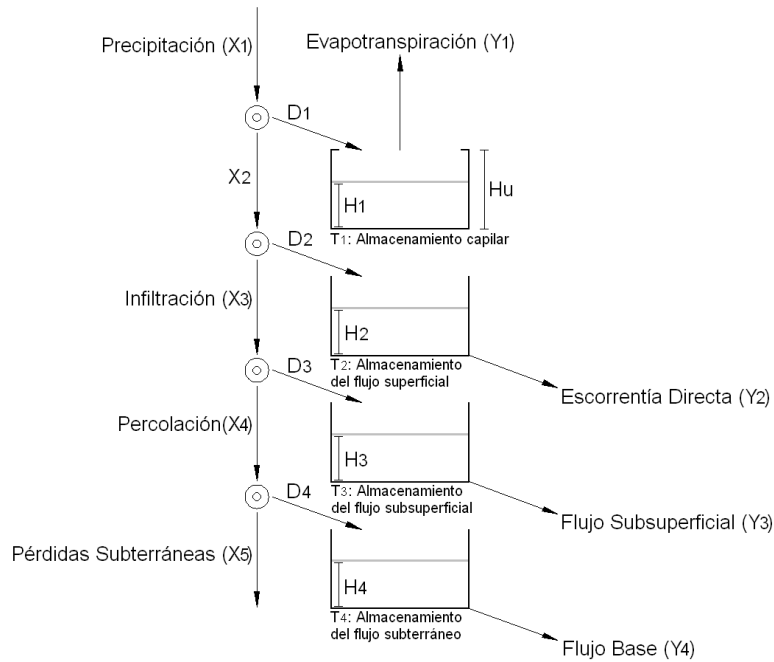


Figura 1.- Conceptualización vertical del modelo hidrológico (tomada de Amaya et al., 2009).

Además de los cuatro tanques que se presentan en la Figura 1, existe un quinto tanque, el cual representa el flujo en el cauce. Así que el modelo diferencia dos tipos de celdas, ladera y cauce, y este último a su vez se divide en tres tipos dependiendo de la geomorfología.

Tanque 1 (T1): Almacenamiento Capilar

Este tanque representa la intercepción de las plantas, la detención del agua en los charcos y el agua que se retiene en el suelo por las fuerzas capilares. De este tanque solo sale agua producto de la evapotranspiración y no contribuye a la escorrentía superficial. El almacenamiento máximo de éste tanque (H_u) es igual a la suma de la capacidad de almacenamiento de “agua útil” en el suelo y la capacidad de la cobertura para almacenar agua. La cantidad de agua que entra al almacenamiento capilar se define en la ecuación 1, en la cual se tiene que H_1 representa la cantidad de agua almacenada en el tanque.

$$D_1 = \text{Min}\{\phi \cdot X_1, H_u - H_1\} \quad [1]$$

Donde:

$$\phi = 1 - \left(\frac{H_1}{H_u} \right)^2 \quad [2]$$

Este esquema ha sido utilizado por varios modelos conceptuales agregados, tales como el HBV (Bergström, 1995), GR-3J, GR-3H (Arnaud y Lavabre, 1996) y GR-4J (Perrin et al., 2003), en los cuales ϕ toma valores entre 1 y 3.

El cálculo de la evapotranspiración se realiza empleando la evapotranspiración potencial, tal como en los modelos GR-2 y GR-3 del CEMAGREF (Michel, 1989). Por otro lado se tiene que la cantidad de agua presente en el tanque limita la evapotranspiración, con lo que se obtiene entonces la ecuación 3.

$$Y_1 = \text{Min} \left\{ ETP \left(\frac{H_1}{H_u} \right)^{?C}, H_1 \right\} \quad [3]$$

Se tiene entonces que el agua que no se queda en el almacenamiento capilar pasa a la escorrentía superficial, ecuación 4.

$$X_2 = X_1 - D_1 \quad [4]$$

Tanque 2 (T2): Escorrentía superficial.

En éste tanque se representa lo que fluye por la ladera, la cantidad de agua que se almacena dentro de éste tanque se relaciona con la conductividad del suelo (Ks) y con el flujo excedente del almacenamiento capilar X_2 según la siguiente relación:

$$D_2 = \text{Max}\{0, X_2 - Ks\} \quad [5]$$

El flujo superficial se representa mediante un embalse lineal, con velocidad constante, donde se aplica la ecuación de continuidad. La ecuación 6 presenta el embalse lineal, donde v_2 es la velocidad del agua en la ladera, y dx es la longitud que recorre el agua en el píxel la cual varía dependiendo de la dirección en que drena la celda el agua.

$$Y_2 = \frac{H_2 \cdot v_2 \cdot dt}{dt \cdot v_2 + dx} \quad [6]$$

El agua que no ingresa al almacenamiento estático T_2 , sigue su camino por la zona de la capa superior del suelo hacia la capa inferior.

$$X_3 = X_2 - D_2 \quad [7]$$

Tanque 3 (T3): Almacenamiento de flujo subsuperficial

En éste tercer tanque se representa el agua que fluye en la capa superficial del suelo, la cantidad de agua que entra a éste almacenamiento se asocia con el excedente del flujo superficial y la conductividad hidráulica de la capa inferior del suelo en condiciones de saturación (Kp).

$$D_3 = \text{Max}\{0, X_3 - Kp\} \quad [8]$$

La escorrentía se simula mediante un tanque lineal similar al empleado para el tanque superficial, donde v_3 representa la velocidad del flujo.

$$Y_3 = \frac{H_3 \cdot v_3 \cdot dt}{dt \cdot v_3 + dx} \quad [9]$$

Tanque 4 (T4): Almacenamiento flujo subterráneo

Dentro de éste tanque se considera el almacenamiento del agua gravitacional que fluye a través del interior del suelo, considerando esto como el acuífero. Lo que se deriva a éste tanque depende de las pérdidas subterráneas X_5 , con lo que en la ecuación 10 se representa el agua que se almacena en éste tanque.

$$D_4 = \text{Max}\{0, X_4 - X_5\} \quad [10]$$

De nuevo se emplea un esquema de embalse lineal para representar el flujo que sale de éste tanque, en el cual v_4 representa la velocidad del flujo dentro del acuífero. El tanque alimenta, según la posición de la celda en la cuenca, un tanque en el mismo nivel de la celda aguas abajo, la red de drenaje de un cauce permanente que se encuentre aguas abajo, o un acuífero aluvial.

$$Y_4 = \frac{H_4 \cdot v_4 \cdot dt}{dt \cdot v_4 + dx} \quad [11]$$

Tanque 5 (T5): Flujo en el cauce

Como se mencionó anteriormente éste tanque sólo existe para ciertos tipos de celdas, y representa la red de canales presente en la cuenca, el flujo que entra en éste tanque depende del tipo de red que se tiene. Así el primer tipo de corriente representa corrientes transitorias que sólo se alimentan con escorrentía superficial (Tanque T2), el segundo tipo de corriente se encuentra un poco más incisada en el terreno, mantiene caudal algunos pocos días después de la ocurrencia de un evento de precipitación y presenta interacción con los tanques T2 y T3, el tercer tipo de tanque presenta una corriente permanente donde hay interacción con los tanques T2, T3 y T4.

El flujo que sale por éste tanque se calcula también mediante un embalse lineal, para el cual se asume una velocidad v_5 constante, así entonces se obtiene la ecuación 12 en la cual se presenta la manera de calcular la salida del flujo.

$$Y_5 = \frac{H_5 \cdot v_5 \cdot dt}{dt \cdot v_5 + dx} \quad [12]$$

Finalmente se calcula el caudal como:

$$Q = \frac{Y_5}{dt} \quad [13]$$

DESCRIPCIÓN DEL MODELO DE FLUJO SUBTERRÁNEO

El modelo de flujo subterráneo implementado es el “modelo pluricelular englobado”, que está basado en la solución de la ecuación de flujo subterráneo por el método de los autovalores para un acuífero con comportamiento lineal. La solución obtenida de la ecuación de flujo es análoga a considerar que el comportamiento del acuífero se representa como la sumatoria de un número infinito de almacenamientos virtuales que poseen coeficientes de descarga (λ_i) diferentes (Figura 2). Las acciones externas (como recarga y pozos de extracción e inyección), son repartidas entre los diferentes almacenamientos virtuales mediante unos coeficientes de reparto (b_i) que pueden ser calculados analíticamente, junto con los coeficientes λ_i , según la geometría del acuífero, la distribución espacial de las acciones, de su intensidad, y los parámetros hidráulicos del sistema (transmisividad y coeficientes de almacenamiento). Los autovalores y autofunciones pueden ser calculadas analíticamente para diversos casos de geometría y condiciones de contorno del acuífero. Una aplicación inmediata consiste en resolver el caso de un acuífero rectangular homogéneo, con tres bordes impermeables y uno de altura constante conectado al río, caso que puede ser asimilable al de muchos acuíferos aluviales.

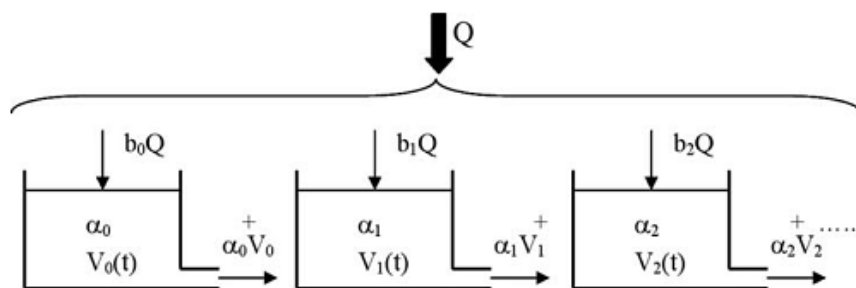


Figura 2.- Conceptualización del modelo pluricelular englobado (tomada de Pulido-Velázquez et al., 2005).

La ecuación diferencial parcial que relaciona las alturas piezométricas, $h(x,y,t)$ con algún tipo de flujo externo, $Q(x,y)$, bajo la suposición de linealidad (transmisividad, coeficiente de almacenamiento y condiciones de contorno invariantes en el tiempo), esta dada como:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(T_x \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(T_y \frac{\partial h}{\partial y} \right) + Q(x,y) = S \frac{\partial h}{\partial t} \quad [14]$$

Donde h [L] es la altura piezométrica, T_x, T_y [L^2/T] son las componentes principales del tensor de transmisividad, $Q(x,y,t)$ son las acciones externas que actúan sobre el acuífero [L/T] y S es el coeficiente de almacenamiento del acuífero [adimensional]. El problema de flujo está sujeto a condiciones iniciales $h(x,y,0) = h_0(x,y)$ y a condiciones de contorno dadas:

- Tipo 1: De nivel piezométrico prescrito $h(x,y,t) = f_1(x,y)$,
- Tipo 2: De flujo prescrito $\nabla \cdot \mathbf{n} = f_2(x,y)$, y/o
- Tipo 3: Mixta $q = f_3(x,y)$.

La función de la acción externa es la suma de los esfuerzos puntuales y distribuidos sobre el acuífero $Q(x,y) = Q_D(x,y) + \sum_i Q_i \delta(x-x_i, y-y_i)$, donde $Q_D(x,y)$ es el bombeo o la recarga por unidad de área [L/T], Q_i es la tasa de bombeo en el punto (x_i, y_i) [L^3/T] y $\delta(x,y)$ es la función delta de Dirac. La solución de la ecuación lineal de flujo (ecuación 1) con unas condiciones de contorno apropiadas puede descomponerse como la suma de una solución en régimen estacionario más una solución en régimen transitorio. El problema transitorio se resuelve para las condiciones iniciales y condiciones de contorno nulas y los esfuerzos externos dados. El problema estacionario se resuelve para las condiciones de contorno originales (Sahuquillo, 1983a). La solución del problema transitorio puede derivarse mediante un problema de autovalores clásico de Sturm-Louville, con condiciones de contorno nulas (Pulido-Velázquez et al., 2005 y Sahuquillo et al., 2010):

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(T_x \frac{\partial A_i(x,y)}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(T_y \frac{\partial A_i(x,y)}{\partial y} \right) + \lambda_i S(x,y) A_i(x,y) = 0 \quad [15]$$

Sahuquillo (1983a) demostró que las auto-funciones $A_i(x,y)$ forma un conjunto ortogonal con respecto a $S(x,y)$, formando una base. Entonces, cualquier función que sea integrable en el dominio de puede expresarse como una combinación lineal de las auto-funciones. Así, las alturas piezométricas en el acuífero para un esfuerzo total $Q(x,y)$ se calculan como:

$$h(x,y,t) = \sum_{i=1}^{\infty} I_i(t) A_i(x,y) \quad [16]$$

Donde

$$h(t) = \frac{1 - e^{-\lambda t}}{\lambda} \int_{\Omega} Q(x, y) A_i(x, y) d\Omega + l_{i0} e^{-\lambda t} \quad [17]$$

$$l_{i0} = \int_{\Omega} h(x, y, 0) S(x, y) A_i(x, y) d\Omega \quad [18]$$

Entonces la altura piezométrica se puede expresar en términos de los valores de h [L^2], que son infinitos componentes del estado del acuífero expresados en la base de las autofunciones, $A_i(x, y)$. El término $l_{i0}e^{-\lambda t}$ en la ecuación representa el decaimiento exponencial de las condiciones iniciales. Entonces, el almacenamiento total en el acuífero sobre el nivel de referencia para cualquier situación definida por los componentes de estado $h(t)$ se expresa como:

$$V(t) = \int_{\Omega} S(x, y) h(x, y) d\Omega = \int_{\Omega} S(x, y) \left\{ \sum_{i=0}^{\infty} l_i(t) A_i(x, y) \right\} d\Omega \quad [19]$$

De la cual se puede definir el almacenamiento debajo de las auto-funciones como:

$$F_i = \int_{\Omega} S(x, y) A_i(x, y) d\Omega \quad [20]$$

Entonces, de las ecuaciones 19 y 20:

$$V(t) = \sum_{i=0}^{\infty} l_i(t) F_i \quad [21]$$

Aplicando la ecuación de conservación de masa, el caudal de intercambio entre el río y el acuífero $R(t)$, viene dado como:

$$R(t) = \int_{\Omega} Q(x, y) d\Omega - \sum_{i=0}^{\infty} \left[F_i e^{-\lambda t} \int_{\Omega} Q(x, y) A_i(x, y) d\Omega - F_i \lambda l_{i0} e^{-\lambda t} \right] \quad [22]$$

Que se puede transformar en

$$R(t) = \sum_{i=0}^{\infty} R_i(0) e^{-\lambda t} + \left(\int_{\Omega} Q(x, y) d\Omega \right) \left(\sum_{i=0}^{\infty} b_i (1 - e^{-\lambda t}) \right) \quad [23]$$

Donde

$$R_i(0) = F_i \lambda l_{i0} \quad [24]$$

$$b_i = \frac{\int_{\Omega} Q(x, y) A_i(x, y) d\Omega}{\int_{\Omega} Q(x, y) d\Omega} F_i, \text{ con } \sum_{i=0}^{\infty} b_i = 1 \quad [25]$$

La ecuación 23 es la solución analítica general del problema para el caudal de intercambio entre el río y el acuífero cuando se aplica un esfuerzo externo $Q(x, y)$. Se observa que la interacción entre el río y el acuífero para cualquier acuífero lineal, sin importar su heterogeneidad, geometría o

condiciones de contorno, es equivalente a la suma de la descarga de un número infinito de depósitos independientes lineales, como se muestra en la Figura 2. Los coeficientes de descarga vienen dados por los autovalores correspondientes a la solución del problema presentado en la ecuación 15. Los factores adimensionales b_i , llamados de reparto, representan la proporción en la cual la acción externa se reparte en los diferentes depósitos virtuales. Los valores de dichos coeficientes dependen de la distribución espacial de las acciones externas y de las auto-funciones. Igualmente, la ecuación 23 proporciona una ecuación de estado que permite la simulación conjunta río-acuífero. Si la simulación se discretiza en períodos de esfuerzo constante, el caudal de intercambio río-acuífero puede obtenerse al final de cada período en función de las condiciones iniciales dadas al inicio de dicho período.

La ecuación 23 proporciona la solución matemática exacta de las detracciones/alimentaciones al río ocasionadas por acciones externas actuando sobre el acuífero. En aplicaciones prácticas el número de términos de la ecuación debe limitarse. Ordenando los autovalores de forma creciente, la ecuación de estado (ecuación 23) se aproxima utilizando los ρ primeros términos de la sumatoria:

$$\left(\frac{R(t)}{\int_{\Omega} Q(x, y) d\Omega} \right)_{aprox} = \sum_{i=0}^{\rho-1} b_i (1 - e^{-\lambda_i t}) + \left(1 - \sum_{i=0}^{\rho-1} b_i \right) (1 - e^{-\lambda_{\rho} t}) \quad [26]$$

El número de términos ρ que debe utilizarse para aproximar la solución en función de la relación entre las detracciones/alimentaciones y las acciones externas, y se define como la diferencia entre la solución exacta y la aproximada:

$$Err(\rho) = \left(1 - \sum_{i=0}^{\rho} b_i \right) e^{-\lambda_{\rho} t} - \sum_{i=\rho+1}^{\infty} b_i e^{-\lambda_i t} \quad [27]$$

Una vez se fija un error aceptable, el número de términos se puede determinar de forma iterativa.

Soluciones para casos especiales para acuíferos rectangulares

Se presenta a continuación las ecuaciones empleadas para el cálculo de los coeficientes de reparto, los autovalores, las autofunciones y demás funciones involucradas en el cálculo en el modelo pluricelular englobado cuando se consideran acciones externas distribuidas (recarga), y acuíferos perfectamente y parcialmente conectados al río, para mayor detalles ver Pulido-Velázquez *et al.* (2005) y Sahuquillo *et al.* (2010). En la Figura 3 se presentan las dimensiones y configuración espacial del acuífero.

Acuífero conectado perfectamente y acción externa distribuida espacialmente

Solucionando la ecuación 12 se obtiene que, para este caso:

$$b_i = \frac{8}{\lambda_i^2 (1+i)^2}; i = 0, 1, 2, \dots, \infty \quad [28]$$

Y los correspondientes autovalores vienen dados como:

$$\lambda_i = (1+2i)^2 \frac{\gamma G^2 T}{4SL^2}; i = 0, 1, 2, \dots, \infty \quad [29]$$

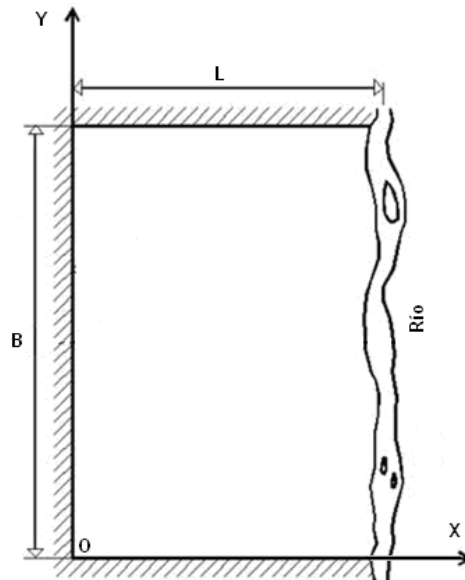


Figura 3.- Acuífero rectangular conectado al río (modificada de Pulido-Velázquez et al., 2005).

Las autofunciones vienen dadas como:

$$A_i(x, y) = \sqrt{\frac{2}{SLB}} \cos\left(\frac{(2i+1)\pi y}{2L}\right); i = 0, 1, 2, \dots, \infty \quad [30]$$

Y las demás funciones asumiendo $Q(x, y) = Q$:

$$F_i = \frac{(-1)^i \sqrt{8SLB}}{(2i+1)^2}; i = 0, 1, 2, \dots, \infty \quad [31]$$

$$h_i(t) = \frac{1 - e^{-\lambda_i t}}{\lambda_i} Q \sqrt{\frac{b_i LB}{S}} + h_{i0} e^{-\lambda_i t}; i = 0, 1, 2, \dots, \infty \quad [32]$$

Acuífero conectado imperfectamente con un río parcialmente penetrante y acción externa distribuida espacialmente

Solucionando la ecuación 12 se obtiene que, para este caso:

$$b_i = \frac{8 \operatorname{sen}^2\left(\frac{\pi}{2}\right)}{\pi^2 + \operatorname{sen}(\pi)} \quad [20]$$

Donde los infinitos valores de los factores λ_i se determinan solucionando la ecuación recursiva:

$$\frac{\pi}{2} \tan\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{K'WL}{2eT} \quad [21]$$

Donde K' es la permeabilidad del estrato semi-impermeable en el lecho y e su espesor, W es el ancho del río, y las demás variables ya han sido definidas.

Los correspondientes autovalores vienen dados como:

$$q = \frac{2T}{4SL^2} \quad [22]$$

Las autofunciones vienen dadas como:

$$A_i(x, y) = \sqrt{\frac{2AE_i}{SLB(\lambda_i + \text{sen}(\lambda_i))}} \cos\left(\sqrt{\frac{AE_i}{T}} x\right); i = 0, 1, 2, \dots, \infty \quad [23]$$

Y las demás funciones asumiendo $Q(x, y) = Q$:

$$F_i = \sqrt{\frac{8SLB}{S(\lambda_i + \text{sen}(\lambda_i))}} \text{sen}\left(\frac{\lambda_i}{2}\right); i = 0, 1, 2, \dots, \infty \quad [24]$$

$$h_i(t) = \frac{1 - e^{-\lambda_i^2 t}}{\lambda_i} Q \sqrt{\frac{8LB}{S(\lambda_i + \text{sen}(\lambda_i))}} \text{sen}\left(\frac{\lambda_i}{2}\right) + h_{i0} e^{-\lambda_i^2 t}; i = 0, 1, 2, \dots, \infty \quad [25]$$

DESCRIPCIÓN CONCEPTUAL DEL MODELO ACOPLADO

Conceptualmente la interacción entre el modelo hidrológico y el modelo de flujo subterráneo se realiza tratando de conservar coherencia en la evolución de los procesos hidrológicos. Para tal efecto en cada paso de tiempo (diario), se evalúa primero el modelo hidrológico en toda la cuenca, lo cual permite: (i) estimar la variación espacial de los caudales superficiales en la red de drenaje por fuera de la zona del acuífero y (ii) evaluar la recarga al acuífero y las disminuciones o aumento en los caudales superficiales por causa de las captaciones o retornos en la red de drenaje. Posteriormente, se evalúa el modelo de flujo subterráneo, el cual permite calcular los caudales de interacción río – acuífero como un sistema de dos direcciones para un almacenamiento previo del acuífero, una recarga en el intervalo de tiempo considerado y unas extracciones dadas (Figura 4).

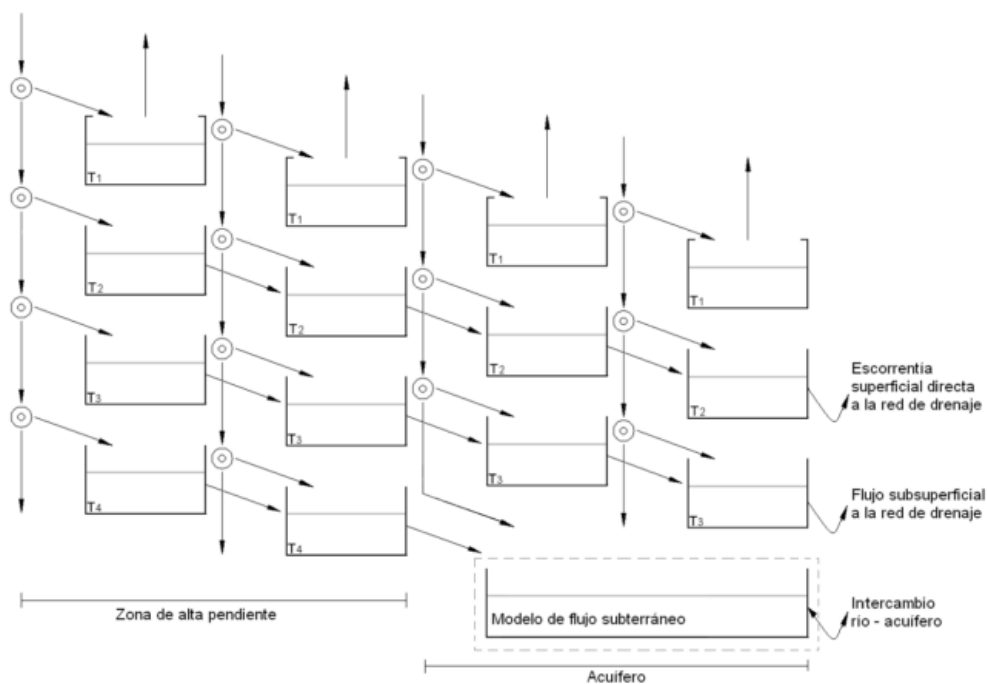


Figura 4.- Conceptualización vertical del modelo hidrológico acoplado al modelo de flujo subterráneo.

Inicialmente se propone la utilización de un modelo de flujo subterráneo agregado, en el caso de acuíferos con poca información para la elaboración de un modelo de flujo distribuido, o en el caso en que no existan captaciones superficiales o intereses particulares en evaluar la disponibilidad de agua superficial en diferentes puntos de las corrientes sobre el acuífero en consideración, pero podría usarse un modelo de flujo subterráneo distribuido análogo al modelo pluricelular englobado que puede dar cuenta de estos factores, como es el caso del modelo de los autovalores (Sahuquillo, 1983b).

CASO DE APLICACIÓN

Para la evaluación del comportamiento del modelo acoplado presentado, se analiza el caso de la cuenca de la quebrada La Mosca (Departamento de Antioquia, Colombia) la cual tiene un acuífero aluvial en su parte baja. En la cuenca existen datos de caudal en dos puntos de la red de drenaje, los cuales sirven para calibrar y validar resultados del modelo hidrológico. La cuenca además cuenta con trece estaciones de precipitación diaria las cuales se emplean para la interpolación de la lluvia mediante el método de Triangulación de Delaunay (Geoff, 1992). En la Figura 5 se muestra la localización de la cuenca en el Departamento de Antioquia (Colombia), la localización de las estaciones de precipitación, las estaciones de caudal y las cuencas aportantes, el acuífero aluvial y la red de drenaje.

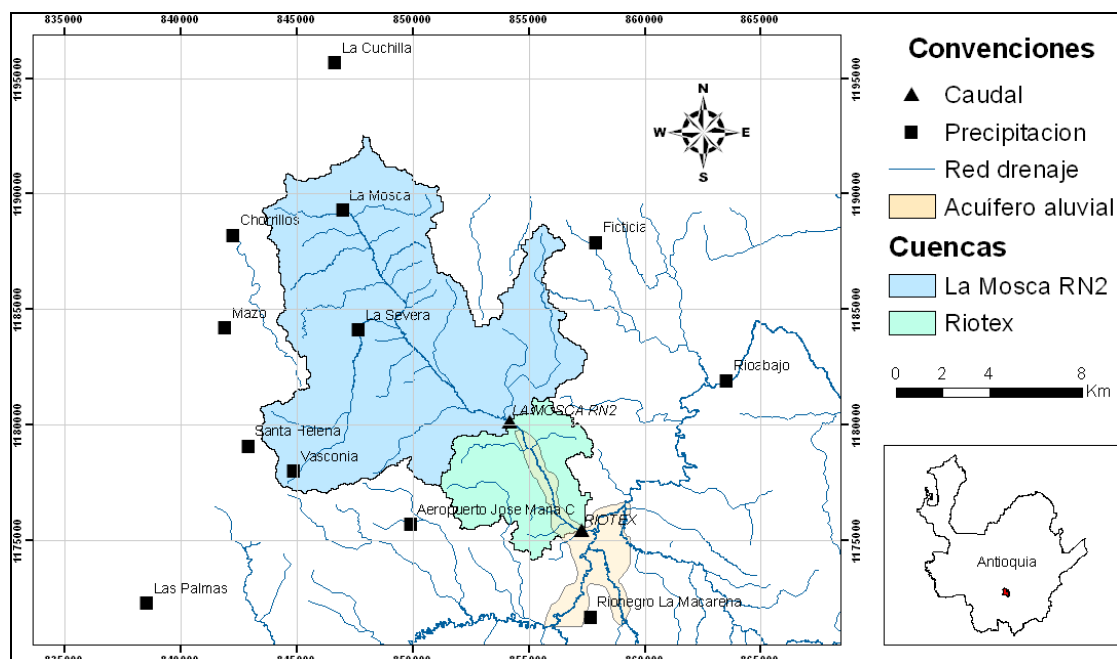


Figura 5.- Localización de la cuenca de la quebrada La Mosca, las estaciones y el acuífero aluvial

La cuenca de la quebrada La mosca tiene un área de drenaje de 125 km² hasta la estación de caudal La Mosca RN2 y 153 km² hasta la estación Riotex. El periodo de calibración del modelo hidrológico es el comprendido entre 01 de enero de 1978 hasta el 31 de diciembre de 1990 (12 años), mientras la calibración del modelo de flujo subterráneo se realiza en el periodo comprendido entre el 01 de enero de 1997 hasta el 30 de agosto de 1998 (1 año y 4 meses). Los periodos de calibración elegidos obedecen a la disponibilidad de la información hidrológica y en cada caso se utiliza un año de periodo de calentamiento de los modelos.

Inicialmente se calibra el modelo hidrológico, para lo cual se cuenta con un modelo de elevación del terreno, un mapa de direcciones superficiales de drenaje, además de los datos de precipitación descritos. Los mapas existentes se encuentran en formato raster con celdas de 30.5556 m de lado. La evapotranspiración potencial se estima en cada celda mediante la ecuación propuesta por CENICAFE (UNAL-CTA, 2001).

$$ETP = 4.658 \exp(-0.0002h)$$

[26]

Donde ETP es la evapotranspiración potencial [mm/día] y h la altura sobre el nivel del mar [m].

El modelo se calibra con la técnica de calibración subjetiva, la cual ha sido empleada en modelos agregados con estructura similar (Vélez et al., 2010), y actualmente se está trabajando en la implementación de métodos de calibración automática empleando metodologías como la propuesta por Francés et al. (2007). Los parámetros del modelo calibrado se presentan en la Tabla 1, y en la Figura 6 las series de caudales simuladas y observadas.

Tabla 1.- Parámetros del modelo hidrológico obtenidos en el proceso de calibración

Hu	Ks	Kp	X ₅	V ₂	V ₃	V ₄	V ₅
[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[m/s]	[m/s]	[m/s]	[m/s]
300	20.0	2.0	0.0	0.3	0.0005	0.000004	1

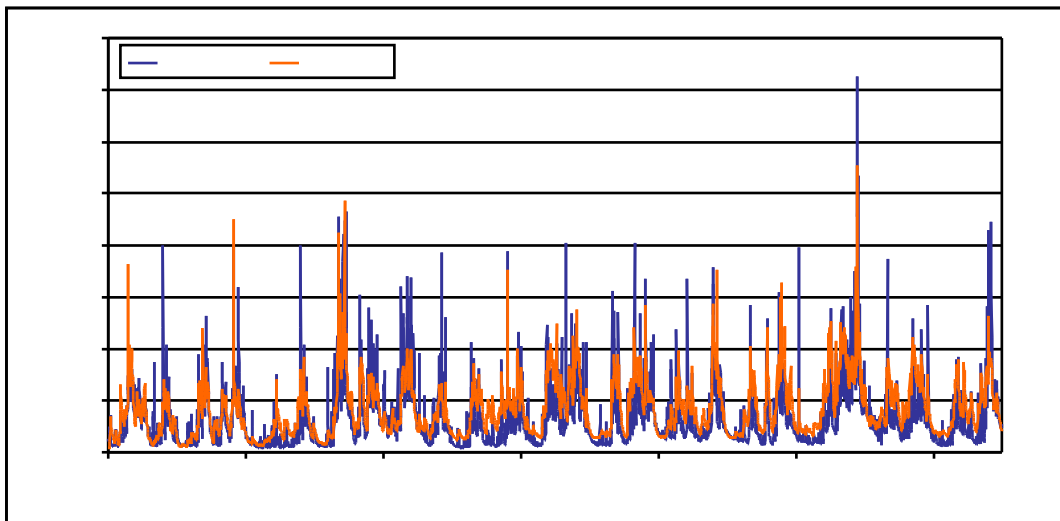


Figura 6.- Series de caudales observadas y simuladas en la estación La Mosca RN2

La Figura 6 presenta una calibración que se considera aceptable y que puede estar sujeta a mejoras si se emplean modelos de optimización para la calibración automática del modelo. En el caso particular de la calibración realizada se obtuvo un coeficiente de eficiencia de Nash para la raíz cuadrada de los caudales (E2 en Vélez et al., 2010) de 48% y un error en el balance del 29%.

Para calibrar el modelo de flujo subterráneo se idealiza el acuífero en su geometría, para lo cual se supone que el acuífero es cuadrado, es atravesado por la quebrada y dividido en dos partes de lado 380 m ($L = 380$ m en la Figura 3), y con una longitud paralela al río de 5000 m ($B = 5000$ m en la Figura 3), además se supone que el acuífero está perfectamente conectado al río y de esta forma se disminuye la cantidad de parámetros a calibrar en el modelo. Se supone que los parámetros del modelo hidrológico calibrados para la estación La Mosca RN2 son válidos para la cuenca aportante a la estación Riotex, excepto en el tanque T4 en la zona del acuífero aluvial. Se simulan los caudales con el modelo hidrológico distribuido, y se estima la recarga promedio para cada día que llega al acuífero por medio del flujo vertical en las celdas (componente D4 en la Figura 1) y contribución desde los tanques T4 de las celdas vecinas al acuífero que drenan hacia él. De esta forma se calibra el modelo de flujo subterráneo sumando el flujo base producido por el modelo pluricelular englobado a los caudales que transcurren por la red de drenaje. Los parámetros del modelo pluricelular englobado calibrado se presentan en la Tabla 2, y en la Figura 7 las series de caudales simuladas y observadas.

Tabla 2.- Parámetros del modelo pluricelular englobado obtenidos en el proceso de calibración

T	S
[m/día]	[adimensional]
100	0.1

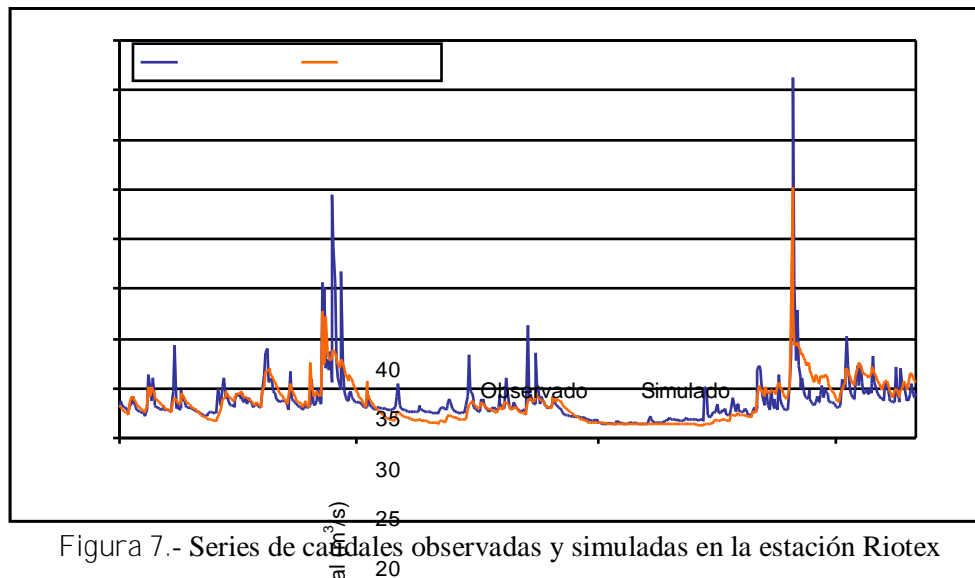


Figura 7.- Series de caudales observadas y simuladas en la estación Riotex

La Figura 7 presenta una calibración también aceptable. En la calibración realizada se obtuvo un coeficiente de eficiencia de Nash para la raíz cuadrada de los caudales (E2 en Vélez et al., 2010) de 60% y un error en el balance del -1.8%.

Una vez realizadas las calibraciones pueden realizarse simulaciones de mayor duración y estimar series de caudales en diferentes puntos de la red de drenaje, así como evaluar volúmenes almacenados en los acuíferos y volúmenes de intercambio río-acuífero, igualmente es posible evaluar las alturas piezométricas a diferentes distancias del río.

Cabe resaltar además la eficiencia computacional del modelo de flujo subterráneo, pues al tratarse un modelo agregado con solución analítica, que tan solo requiere de unos cuantos almacenamientos virtuales (Pulido-Velázquez et al., 2005) para obtener errores admisibles en la estimación de los intercambios de flujo entre el río y el acuífero, el modelo resulta una herramienta muy práctica para evaluar dichos intercambios, además que permite incorporar pozos de bombeo y evaluar la disminución en los volúmenes almacenados en el acuífero y las detracciones que sufre el río a causa de tales bombeos.

AGRADECIMIENTOS

Los estudiantes de maestría y doctorado agradecen a COLCIENCIAS (Proyecto: Gestión Integral de la Utilización Conjunta de Aguas Superficiales y Subterráneas) y la Universidad Politécnica de Valencia por el apoyo económico dado a los investigadores que participaron en este trabajo.

CONCLUSIONES, RECOMENDACIONES Y TRABAJO FUTURO

Se evidencian las potencialidades de usar un modelo hidrológico distribuido acoplado a un modelo agregado de flujo subterráneo, como una herramienta de apoyo para la gestión del uso conjunto de aguas superficiales y subterráneas, dadas sus capacidades para representar de forma continua los caudales en al red de drenaje, los almacenamientos en el acuífero y las relaciones río – acuífero.

Se presentan mediante un caso práctico, la versatilidad del modelo propuesto para la solución del problema de gestión planteado, dados los niveles de aproximación obtenidos y los tiempos de cómputo empleados.

Dada la complejidad en el uso de los modelos implementados, y la cantidad de parámetros requeridos, se hace necesario contar con técnicas automáticas para la calibración del modelo, las cuales deben ser capaces de incorporar la no linealidad espacial de los procesos hidrológicos involucrados, la variabilidad espacial de los parámetros en el caso del modelo hidrológico, y el criterio experto de los analistas sobre el conocimiento de la física y los procesos involucrados.

El modelo acoplado presentado está en capacidad de incorporar captaciones de aguas superficiales y subterráneas como ya ha sido presentado en el caso de las captaciones superficiales por Restrepo (2007) y en el caso de pozos por Pulido-Velázquez et al. (2005), así que este se constituye en una herramienta (sujeta aun a pruebas) para la gestión del uso conjunto de aguas superficiales y subterráneas.

Referencias Bibliográficas

- Amaya, G., C. Restrepo-Tamayo, M. Vélez, J.I. Vélez y O. Álvarez-Villa (2009). "Modelación del Comportamiento Hidrológico de Tres Cuencas en el Urabá Antioqueño – Colombia". *Avances en Recursos Hidráulicos*. Universidad Nacional de Colombia. 19, 21-38.
- Arnaud, P. y J. Lavabre (1996). "Simulation du Fonctionnement Hydrologique d'une Retenue d'eau". Cemagref.
- Bergström, S. (1995). "The HBV Model". En: *Computer Models of Watershed Hydrology*. Editado por V.P. Singh. *Water Resources Publications*. Colorado, USA.
- Francés, F., J.I. Vélez, J.J. Vélez y M. Puricelli (2002). "Distributed Modeling of Large Basins for Real Time Flood Forecasting System in Spain". *Second Federal Interagency Hydrologic Modelling*. Conferencia. Las Vegas, USA. Memorias en CD.
- Francés, F., J.I. Vélez, J.J. Vélez (2007). "Split-Parameter Structure for the Automatic Calibration of Distributed Hydrological Models". *Journal of Hydrology*, 332, 226-240.
- Geoff, L. (1992). "Improving Worst-Case Optimal Delaunay Triangulation Algorithms". Department of Computer Science. Royal Melbourne Institute of Technology. Melbourne, Australia.
- Michel, C. (1989). "Hydrologie Appliquée aux Petits Basins Ruraux". Cemagref Antony, 530 pp.
- Perrin, C., C. Michel, y V. Andréassian (2003). "Improvement of a Parsimonious Model for Streamflow Simulation". *J. Hidrol.* 279, 275-289.
- Pulido-Velázquez, M.A., A. Sahuquillo-Herrera, J.C. Ochoa-Rivera, y D. Pulido-Velázquez (2005). "Modeling of Stream-Aquifer Interaction: The Embedded Multireservoir Model". *Journal of Hydrology*, 313, 166-181
- Restrepo-Tamayo, C. (2007). "Modelo Hidrológico Distribuido Orientado a la Gestión de la Utilización Conjunta de Aguas Superficiales y Subterráneas". Tesis de Maestría. Universidad Nacional de Colombia sede Medellín.
- Sahuquillo, A. (1983a). "Modelos Pluricelulares Englobados". En *Utilización Conjunta de Aguas Superficiales y Subterráneas, B-4, Servicio Geológico de Obras Públicas y Universidad Politécnica de Valencia, España*, 1-7.
- Sahuquillo, A. (1983b). "An eigenvalue numerical technique for solving unsteady linear groundwater model continuously in time". *Water Resources Research*, Vol. 19, No 1, 87-93.
- Sahuquillo, A., E. Cassiraga, A. Solera y J.M. Murillo (2010). "Modelos de uso conjunto de aguas superficiales y subterráneas". *Pub. Del Instituto Geológico y Minero de España (IGME)*. En prensa.
- Universidad Nacional de Colombia sede Medellín (UNAL) y Convenio Interinstitucional Cátedra del Agua (CTA) (2001). "Balances Hidrológicos y Atlas Digital de Antioquia". Universidad Nacional de Colombia". Facultad de Minas. Medellín.
- Vélez, J.I. (2001). "Desarrollo de un Modelo Hidrológico Conceptual y Distribuido Orientado a la Simulación de las Crecidas". Tesis de Doctorado. Universidad Politécnica de Valencia, España.
- Vélez, J.I., C. Restrepo-Tamayo y P. Correa (2010). "Aplicaciones de un modelo hidrológico agregado en Colombia". XXIV Congreso Latinoamericano de Hidráulica. Punta del Este, Uruguay. Artículo presentado.