



UNIVERSIDAD
NACIONAL
DE COLOMBIA

Optimización de Vigas Preesforzadas Tipo Cajón para Puentes Continuos

Eduard Yeison Cruz Avilés

Universidad Nacional de Colombia
Facultad de ingeniería, Departamento de ingeniería Civil y Agrícola
Bogotá, Colombia
2021

Optimización de Vigas Preesforzadas Tipo Cajón para Puentes Continuos

Eduard Yeison Cruz Avilés

Tesis de investigación presentada como requisito parcial para optar al título de:
Magister en Ingeniería - Estructuras

Director:

Ingeniero Civil (M.Sc) Carlos Ramiro Vallecilla Bahena

Codirector:

Ingeniero Civil (M.Sc) Carlos Arturo Castro Silva

Línea de Investigación:

Diseño estructural

Grupo de Investigación:

Análisis, diseño y materiales GIES

Universidad Nacional de Colombia

Facultad de ingeniería, Departamento de Ingeniería Civil y Agrícola

Bogotá, Colombia

2021

Dios oyó que el muchacho lloraba; y desde el cielo el ángel de Dios llamó a Agar y le dijo: ¿Qué te pasa, Agar? No tengas miedo, porque Dios ha oído el llanto del muchacho ahí donde está. Anda, ve a buscar al niño, y no lo sueltes de la mano, pues yo haré que de él salga una gran nación. Génesis 21, 17.

Declaración de obra original

Yo declaro lo siguiente:

He leído el Acuerdo 035 de 2003 del Consejo Académico de la Universidad Nacional. «Reglamento sobre propiedad intelectual» y la Normatividad Nacional relacionada al respeto de los derechos de autor. Esta disertación representa mi trabajo original, excepto donde he reconocido las ideas, las palabras, o materiales de otros autores.

Cuando se han presentado ideas o palabras de otros autores en esta disertación, he realizado su respectivo reconocimiento aplicando correctamente los esquemas de citas y referencias bibliográficas en el estilo requerido.

He obtenido el permiso del autor o editor para incluir cualquier material con derechos de autor (por ejemplo, tablas, figuras, instrumentos de encuesta o grandes porciones de texto).

Por último, he sometido esta disertación a la herramienta de integridad académica, definida por la universidad.



Eduard Yeison Cruz Avilés

Fecha 13/10/2021

Agradecimientos

La culminación de este proyecto es gracias al esfuerzo y a la confianza que otros han depositado en mí, gracias a ellos he podido avanzar un poco más. Por esta razón, quiero agradecer de una manera muy especial a:

- A mi esposa Alejandra por su paciencia y apoyo incondicional
- Mi familia, mi mamá, mis hermanos Adenis y Rodrigo por su enorme apoyo durante todo el proceso de formación, por ser tan generosos y mostrarme los beneficios del principio de la siembra.
- Al Ingeniero Carlos Castro por sus valiosos aportes, sobre todo, haberme enseñado a ver cosas valiosas de los problemas cuando los sometemos a la exageración.
- Al Ingeniero Carlos Ramiro Vallecilla, por sus comentarios y precisiones.
- A cada uno de los maestros que me acompañaron en este proceso, porque avivan en mí el amor por la ingeniería.

Muchas gracias

Resumen

Optimización de vigas preesforzadas tipo cajón para puentes continuos

El proceso habitual de diseño de puentes demanda grandes cantidades de tiempo y experticia del diseñador. Con el fin de obtener un diseño económico, seguro y funcional, en el presente estudio se desarrolló una herramienta computacional en el lenguaje de programación MATLAB R2019b que permite la optimización de vigas continuas tipo cajón mediante algoritmos genéticos con brecha generacional, técnica metaheurística inspirada en el proceso de selección natural. La verificación de la sección se efectuó utilizando como referencia la Norma Colombiana de Diseño Sísmico de Puentes, considerando elementos total y parcialmente preesforzados, que se tensionan en una sola etapa. Como mecanismos de selección se utilizaron: selección por ruleta (RWS), selección aleatoria (RAND), selección por muestreo estocástico (SUS) y selección por torneo (TOUR), para el operador de cruce se evaluaron: cruce en 2 puntos, cruce plano y cruce uniforme. Finalmente, para la validación del algoritmo se empleó como referencia un caso real, de un puente ubicado en la ciudad de Villavicencio, donde, la solución óptima empleó elementos con preesforzado parcial.

Palabras clave: (Puentes continuos, optimización, algoritmos genéticos, preesforzado parcial).

Abstract

Optimization of box girder sections for continuous prestressed bridges

The usual bridge design process requires large amounts of time and expertise from the designer. To obtain an economic, safe, and functional design, in this study a computational tool was developed in the MATLAB R2019b programming language that allows the optimization of continuous box girder by genetic algorithms with generational gap, a metaheuristic technique inspired by the natural selection process. The verification of the section was carried out using as a reference the *Norma Colombiana de Diseño Sísmico de Puentes*, considering elements full and partial prestressed, jacked in a single stage. As selection mechanisms were used: roulette wheel selection (RWS), random selection (RAND), stochastic universal sampling (SUS) and tournament selection (TOUR), for recombination were used: two-point crossing, flat crossing, and uniform crossing. Finally, for validation, a real case was used as a reference, of a bridge located in Villavicencio city, where the optimal solution used elements with partial prestressed.

Keywords: (Continuous Bridges, optimization, Genetic algorithms, partial prestressed).

Contenido

	Pág.
1. Introducción	23
1.1 Motivación	24
1.2 Antecedentes	25
1.3 Justificación.....	27
1.4 Objetivos.....	28
1.4.1 Objetivo general	28
1.4.2 Objetivos específicos.....	28
2. Análisis estructural	31
2.1 Descripción de un sistema estructural.....	32
2.1.1 Elementos Estructurales	32
2.1.2 Sistema estructural.....	33
2.1.3 Apoyos.....	34
2.1.4 Cargas	35
2.1.5 Estabilidad, determinación e indeterminación	37
2.2 Métodos de análisis	37
2.2.1 Principio de superposición	38
2.2.2 Análisis de estructuras estáticamente determinadas	38
2.2.3 Análisis de estructuras estáticamente indeterminadas	39
2.3 Líneas de influencia para vigas estáticamente indeterminadas	41
2.3.1 Procedimiento de análisis	42
2.3.2 Ejemplos	42
2.4 Análisis matricial.....	46
3. Diseño de vigas cajón preesforzadas para puentes	51
3.1 Cargas	52
3.1.1 Carga por peso propio.....	52
3.1.2 Carga viva vehicular	52
3.1.3 Carga de fatiga	54
3.1.4 Amplificación por carga dinámica	54
3.2 Concreto preesforzado.....	55
3.2.1 Concreto	55
3.2.2 Retracción de fraguado y flujo plástico del concreto	57
3.2.3 Acero.....	57
3.2.4 Pérdidas de preesfuerzo	59
3.2.5 Restricciones dimensionales.....	60
3.3 Cálculo esfuerzos.....	61
3.4 Estado límite de servicio	63

3.5	Estado límite último	66
3.6	Estado límite de fatiga.....	68
4.	Optimización estructural	71
4.1	Optimización con función objetivo única	73
4.1.1	Variables de diseño	75
4.1.2	Función objetivo	75
4.1.3	Restricciones	76
4.1.4	Formulación	77
4.1.5	Solución del problema de optimización	77
4.2	Métodos de optimización estructural	78
4.2.1	Programación lineal [PL]	79
4.2.2	Cristalización simulada [SA].....	79
4.2.3	Optimización por enjambre de partículas [PSO].....	81
4.2.4	Optimización por colonias de hormigas [ACO]	82
4.2.5	Búsqueda Tabú [TS].....	83
4.2.6	Redes neuronales artificiales [NN].....	84
4.3	Algoritmos genéticos [GA]	85
4.3.1	Definiciones	86
4.3.2	Selección	90
4.3.3	Cruce	93
4.3.4	Copia.....	96
4.3.5	Mutación	97
4.3.6	Reemplazo.....	98
5.	Desarrollo del modelo matemático	99
5.1	Modelo de análisis	103
5.1.1	Cables de preesfuerzo	104
5.1.2	Línea de influencia	109
5.2	Codificación de las variables de diseño	111
5.3	Operadores genéticos.....	112
5.3.1	Selección	112
5.3.2	Cruzamiento	113
5.3.3	Mutación	115
5.3.4	Reemplazo.....	115
5.4	Verificación de la sección	117
5.4.1	Cálculo refuerzo longitudinal.....	117
5.4.2	Cálculo refuerzo transversal.....	120
5.4.3	Ancho de fisuras.....	121
5.4.4	Fatiga	121
6.	Validación del modelo matemático	123
6.1	Parámetros del Algoritmo Genético	130
6.1.1	Tamaño de la población	131
6.1.2	Probabilidad de cruce.....	132
6.1.3	Probabilidad de mutación.....	132
6.2	Operador de selección	133
6.3	Operador de cruce	134
6.4	Operador de reemplazo	135
6.5	Mejor aptitud.....	135

7. Conclusiones y recomendaciones	139
7.1 Recomendaciones	140

Lista de figuras

	Pág.
Figura 1-1 Región factible, cargas y apoyos. Fuente: (Yang, 2002)	25
Figura 1-2 Modelo estructural box culvert. Fuente: (Perea et al., 2008)	26
Figura 2-1 Cargas y reacciones en tres estructuras diferentes. Fuente: (McCormac, 2010).	36
Figura 2-2 Ejemplo inestabilidad geométrica. Fuente: (Hibbeler, 2012)	37
Figura 2-3 Determinación de la línea de influencia para la reacción en A. (a) Viga real, (b) Estructura primaria, (c) Aplicación de A_y redundante y (d) Línea de influencia. Fuente: (Hibbeler, 2012).	43
Figura 2-4 Determinación de la línea de influencia para la fuerza cortante en E. (a) Viga real, (b) Dispositivo de deslizamiento aplicado en E y (c) Línea de influencia. Fuente: (Hibbeler, 2012).	44
Figura 2-5 Determinación de la línea de influencia para el momento en E. (a) Viga real, (b) Dispositivo de deslizamiento aplicado en E y (c) Línea de influencia. Fuente: (Hibbeler, 2012).	45
Figura 2-6 Línea de influencia reacción. (a) tren de cargas, (b) carga uniformemente distribuida. Fuente: (Vallecilla, 2005)	46
Figura 2-7 Vector a definido en dos sistemas coordenados. (a) Sistema coordenado original, (b) sistema coordenado nuevo. Fuente: (Linero & Garzón, 2010)	48
Figura 3-1 Características del camión de diseño. a.) Vista longitudinal. b.) Vista transversal. Fuente: CCDSP-14, figura 3.6.1.2.2-1	53
Figura 3-2 Disposición camiones para evaluación momento flector negativo.	53
Figura 3-3 Disposición tándem para evaluación momento flector negativo.	53
Figura 3-4 Curva esfuerzo deformación para cables de baja relación	58
Figura 3-5 Curva esfuerzo deformación en acero de alta resistencia. Fuente: (Barker & Puckett, 2007)	58
Figura 3-6 Variación de la tensión en el cable por asiento de cuña	60

Figura 3-7 Cálculo propiedades sección fisurada. a.) Sección, no fisurada. b.) Sección fisurada. c.) Esfuerzos resultantes. d.) Deformaciones concreto y acero	64
Figura 4-1 Proceso de diseño estructural. Fuente: Adaptado de (Payá, 2007).	72
Figura 4-2 Técnicas de Diseño Óptimo de Estructuras Asistidas por Computador. Fuente: Adaptado de (Hernandez, 1993b).	73
Figura 4-3 Proceso del diseño óptimo de estructuras. Fuente: Adaptado de (Hernandez, 1993a).	73
Figura 4-4 Enfoques de la optimización estructural. Fuente: Adaptado de (Sánchez, 2012).	74
Figura 4-5 (a) Función convexa. (b) Función no convexa. Fuente: Adaptado de (Cujia, 2010).	75
Figura 4-6 Espacio de diseño de un problema de optimización. Fuente: Adaptado de (Cujia, 2010).	76
Figura 4-7 a) Iteración de PSO simplificada en dos dimensiones. b) Diagrama de flujo del algoritmo PSO. Fuente: Adaptado de (Oliva et al., 2019).	82
Figura 4-8 Ejemplo individuo con codificación binaria. Fuente: Adaptado de (Gestal, 2010).	89
Figura 4-9 Diagrama de flujo de un algoritmo genético simple. Fuente: Adaptado de (Ramírez, 2014).	90
Figura 4-10 Ejemplo operador SUS. Fuente: Adaptado de (Sánchez, 2012).	92
Figura 4-11 Ejemplo operador selección por grupos. Fuente: Adaptado de (Sánchez, 2012).	92
Figura 4-12 Ejemplo operador cruce por un punto en codificación binaria. Fuente: Adaptado de (Siso Flores, 2017).	94
Figura 4-13 Ejemplo operador cruce por dos puntos en codificación binaria. Fuente: Adaptado de (Arranz de la Peña & Parra Truyol, 2012).	95
Figura 4-14 Ejemplo cruce aritmético lineal con recombinación simple, $\lambda_1 = 0.5, i = 4$. Fuente: Adaptado de (Sánchez, 2012).	96
Figura 4-15 Ejemplo cruce geométrico. Fuente: Adaptado de (Sánchez, 2012).	96
Figura 4-16 Distribución de genes alterados alrededor del gen original. Fuente: Adaptado de (Sánchez, 2012).	98
Figura 5-1 Sección transversal típica, viga cajón.	100
Figura 5-2 Esquema modelo estructural viga. (a) Modelo con elementos unifilares, (b) vista tridimensional.	103

Figura 5-3 Secciones del análisis. (a) Zonas de anclaje, (b) zona intermedia.....	104
Figura 5-4 Trayectoria del cable vano 1.....	105
Figura 5-5 Carga equivalente cable vano 1. (a) Diagrama de tensión, (b) Carga distribuida	106
Figura 5-6 Trayectoria del cable vano 2.....	107
Figura 5-7 Carga equivalente vano 2. (a) Diagrama de tensión, (b) Carga distribuida ..	108
Figura 5-8 Trayectoria del cable vano 3.....	108
Figura 5-9 Carga equivalente cable vano 3. (a) Diagrama de tensión, (b) Carga distribuida	109
Figura 5-10 Aplicación cargas de influencia	109
Figura 5-11 Línea de influencia, reacción en Z.....	110
Figura 5-12 Aplicación carga viva, momento flector negativo	111
Figura 5-13 Código selección por ruleta	112
Figura 5-14 Código selección por muestreo estocástico.....	113
Figura 5-15 Código selección por torneo	113
Figura 5-16 Código cruce con múltiples puntos.....	114
Figura 5-17 Código cruce uniforme.....	114
Figura 5-18 Código cruce plano	115
Figura 5-19 Código mutación uniforme	115
Figura 5-20 Código reemplazo por elitismo	116
Figura 5-21 Código reemplazo aleatorio.....	116
Figura 5-22 Código reemplazo por torneo	116
Figura 5-23 Revisión restricciones, según tipo de elemento.....	117
Figura 5-24 Definición refuerzo pasivo longitudinal.....	118
Figura 5-25 Relación demanda capacidad para el cálculo del refuerzo longitudinal.....	119
Figura 5-26 Verificación por flexo compresión de la sección	119
Figura 5-27 Esquema de refuerzo transversal empleado en el diseño.....	120
Figura 6-1 Corte longitudinal, puente de referencia. Fuente: INTERDICO LTDA.....	123
Figura 6-2 Vista en planta, puente de referencia. Fuente: INTERDICO LTDA.....	123
Figura 6-3 Sección transversal intermedia, puente de referencia. Fuente: INTERDICO LTDA.....	124
Figura 6-4 Sección transversal en apoyo, puente de referencia. Fuente: INTERDICO LTDA	124
Figura 6-5 Transición en el apoyo, puente de referencia. Fuente: INTERDICO LTDA. .	124

Figura 6-6 Trayectoria general cables, puente de referencia. Fuente: INTERDICO LTDA	125
Figura 6-7 Ubicación en altura de los cables, puente de referencia. (a) Sección en el apoyo, (b) Sección intermedia. Fuente: INTERDICO LTDA.....	125
Figura 6-8 Saliente de concreto, puente de referencia. Fuente: INTERDICO LTDA.....	125
Figura 6-9 Conexión del tablero con la infraestructura, puente de referencia. Fuente: INTERDICO LTDA.....	126
Figura 6-10 Diagrama de fuerzas internas en la referencia, carga por peso propio.....	127
Figura 6-11 Diagrama de fuerzas internas en la referencia, carga de preesforzado para tiempo infinito	127
Figura 6-12 Diagrama de fuerzas internas en la referencia, momento flector secundario por preesfuerzo	128
Figura 6-13 Diagrama de fuerzas internas en la referencia, envolvente carga viva	128
Figura 6-14 Esfuerzos estado límite de servicio en la referencia (segundo apoyo).	129
Figura 6-15 Refuerzo transversal de la losa superior en la referencia. Fuente: INTERDICO LTDA	130
Figura 6-16 Influencia del tamaño de la población μ , en el proceso de optimización.....	131
Figura 6-17 Ajuste de la probabilidad de cruce PCR	132
Figura 6-18 Ajuste de la probabilidad de mutación PM.....	133
Figura 6-19 Influencia operador de selección	134
Figura 6-20 Influencia operador de cruce	134
Figura 6-21 Influencia operador de reemplazo	135
Figura 6-22 Costo versus número de iteraciones, parcialmente preesforzado.....	136
Figura 6-23 Costo versus número de iteraciones, totalmente preesforzada	137
Figura 6-24 Comparación preesforzado total versus parcial	138

Lista de tablas

	Pág.
Tabla 2-1 Tipos de elementos que componen una estructura. Fuente: (McCormac, 2010) y (Hibbeler, 2012).	32
Tabla 2-2 Tipos de estructuras. Fuente: (McCormac, 2010) y (Hibbeler, 2012).	33
Tabla 2-3 Tipos de apoyo y sus correspondientes componentes de reacción. Fuente: (Uribe Escamilla, 2000).	34
Tabla 2-4 Cálculo de fuerzas en estructuras estáticamente determinadas. Fuente: Adaptado de (Uribe Escamilla, 2000).....	38
Tabla 2-5 Cálculo de deflexiones de estructuras estáticamente determinadas. Fuente: Adaptado de (Uribe Escamilla, 2000).....	39
Tabla 2-6 Métodos de análisis de estructuras estáticamente indeterminadas. Fuente: Adaptado de (Uribe Escamilla, 2000).....	40
Tabla 3-1 Factor de presencia múltiple (m). Fuente: CCDSP-14, tabla 3.6.1.1.2-1	54
Tabla 3-2 Amplificación por carga dinámica. Fuente: CCDSP-14, tabla 3.6.2.1-1	54
Tabla 3-3 Módulo de ruptura concreto	55
Tabla 3-4 Límites temporales del esfuerzo de tracción, para tiempo cero. Fuente: Adaptado CCDSP-14, tabla 5.9.4.1.2-1	56
Tabla 3-5 Límite para el esfuerzo de compresión, para tiempo infinito. Fuente: CCDSP-14, tabla 5.9.4.2.1-1	56
Tabla 3-6 Límite para el esfuerzo de tracción, para tiempo infinito. Fuente: Adaptado CCDSP-14, tabla 5.9.4.2.2-1	57
Tabla 3-7 Propiedades de torones y barras de preesforzado. Fuente: CCDSP-14, tabla 5.4.4.1-1	58
Tabla 3-8 Límite de esfuerzo para torones de preesfuerzo. Fuente: Adaptado CCDSP-14, tabla 5.9.3-1	58
Tabla 3-9 Valor aproximado de la pérdida por acortamiento elástico más las que suceden a largo plazo.....	60

Tabla 3-10 Espesores mínimas vigas prefabricadas	60
Tabla 5-1 Variables de diseño	100
Tabla 5-2 Parámetros constantes	100
Tabla 5-3 Precios unitarios (APU)	102
Tabla 6-1 Resumen momentos flectores apoyo a 25m	129
Tabla 6-2 Fenotipo de las mejoras soluciones, parcialmente preesforzado	136
Tabla 6-3 Fenotipo de las mejoras soluciones, totalmente preesforzado	137

Lista de Símbolos y abreviaturas

Símbolos con letras latinas

Símbolo	Término	Definición
a	Aceleración	(2-1)
A	Área de la sección	(2-19)
A_o	Área encerrada por el flujo de corte	(5-28)
AC	Nivel de precisión	(5-20)
b	Ancho de la sección	(3-15)
d_s	Altura libre del alma	(5-28)
E	Módulo de elasticidad	(2-19)
\mathbf{F}	Vector de fuerzas externas	(2-1)
\mathbf{F}_n	Vector de cargas aplicadas en nudos	(2-10)
\mathbf{F}_a	Reacciones en los grados de libertad restringidos	(2-10)
$f(x)$	Función objetivo	(4-3)
g_i	Restricciones de desigualdad	(4-2)
G	Módulo de cortante	(2-20)
h_j	Restricciones de igualdad	(4-2)
I	Momento de inercia	(3-14)
J	Constante de torsión	(2-20)
$[\mathbf{K}]$	Matriz de rigidez	(2-9)
$[\mathbf{K}_{AX}]$	Rigidez axial	(2-19)
$[\mathbf{K}_{TR}]$	Rigidez a torsión	(2-20)
$[\mathbf{K}_{22}]$	Rigidez a flexión alrededor del eje local 2	(2-21)
$[\mathbf{K}_{33}]$	Rigidez a flexión alrededor del eje local 3	(2-22)
L	Longitud del elemento	(2-20)

Símbolo	Término	Definición
L_s	Límite superior	(5-20)
L_i	Límite inferior	(5-20)
m	Masa	(2-1)
M	Momento flector	(3-14)
n_g	Número de restricciones con desigualdad	(4-3)
n_h	Número de restricciones con igualdad	(4-3)
\mathbf{N}_B	Vector que almacena el número binario	(5-21)
P	Carga axial	(3-14)
q_{Ni}	Carga distribuida en el nudo i	(5-16)
q_{Nj}	Carga distribuida en el nudo j	(5-16)
Q	Primer momento de área	(3-15)
Q_i	Efecto de las cargas consideradas	(3-1)
R_n	Resistencia nominal	(3-1)
R_r	Resistencia de diseño	(3-1)
T_u	Torsión de diseño	(5-28)
V	Fuerza cortante	(3-15)
V_u	Fuerza cortante de diseño	(5-28)
\mathbf{V}_T	Vector de transformación	(5-21)
x	Vector de variables de diseño	(4-1)

Símbolos con letras griegas

Símbolo	Término	Definición
n_i	Modificador de carga	(3-1)
γ_i	Factores de carga	(3-1)
\emptyset	Factores de resistencia	(3-1)
Φ_{Mi}	Función de aptitud escalada	(5-23)
δ	Vector de desplazamiento	(2-9)
δ_n	Vector con desplazamiento en los nudos libres	(2-10)
δ_a	Desplazamientos en los apoyos	(2-10)
ρ_l	Vector que almacena la cuantía	(5-25)

Símbolo	Término	Definición
n_i	Modificador de carga	(3-1)
ρ_T	Cuantía aleta superior	(5-25)
ρ_W	Cuantía alma	(5-25)
ρ_B	Cuantía aleta inferior	(5-25)

Abreviaturas

Abreviatura Término

<i>AASHTO</i>	American association of state highway and transportation officials
<i>ACO</i>	Optmización por colonias de hormigas
<i>AG</i>	Algoritmo genético
<i>AISC</i>	American Institute of Steel Construction
<i>CBO</i>	Colliding Bodies Optimization
<i>CCDSP-14</i>	Norma Colombiano de Diseño Sísmico de Puentes
<i>DLS</i>	Descent Local Serch
<i>GP</i>	Programación genética
<i>IM</i>	Amplificación por carga dinámica
<i>INVIAS</i>	Instituto Nacional de Vías
<i>LRFD</i>	Load Resistance Factor Design
<i>NN</i>	Redes neuronales artificiales
<i>PSO</i>	Optimización por enjambres de particulas
<i>RW</i>	Random Walk
<i>SA</i>	Cristalización simulada
<i>TA</i>	Threshold Accepting
<i>TS</i>	Búsqueda tabú

1.Introducción

En las últimas décadas, una serie de diferentes algoritmos metaheurísticos se han venido desarrollando con el fin de resolver diferentes problemas de optimización. Algunos de los algoritmos más conocidos son la Cristalización Simulada [SA], Optimización por Enjambre de Partículas [PSO], Optimización por Colonia de Hormigas [ACO], Búsqueda Tabú [TS], Redes Neuronales Artificiales [NN], Algoritmos genéticos [AG], entre otros.

Los algoritmos tienen como objetivo encontrar una solución óptima a un problema dado de una manera estocástica, evitando los óptimos locales (Serra & Venini, 2006), y han sido utilizados para resolver distintos problemas de optimización de estructuras, entre los que se destacan los encargados de optimizar tamaño y/o configuración y/o topología, con el fin de obtener procesos de análisis y diseño más eficientes con resultados enfocados en el mínimo consumo de tiempo, energía y recursos.

Estas tecnologías son de gran valor especialmente cuando se analizan estructuras de gran complejidad que involucran una gran cantidad de variables y de restricciones, tales como el análisis y diseño de puentes de concreto preesforzado. Este tipo de estructuras son muy comunes hoy en día debido a su durabilidad y economía en su construcción, (Kaveh, Maniat, & Arab Naeini, 2016).

Teniendo en cuenta lo anterior, en la presente investigación se desarrolló una herramienta computacional, en lenguaje de programación MATLAB R2019b, que permite la optimización económica de vigas preesforzadas continuas tipo cajón mediante algoritmos genéticos. Para ello, inicialmente el algoritmo genera un conjunto aleatorio de soluciones en el cual se ejecuta un proceso de optimización que involucra el análisis y diseño de cada alternativa con el fin de seleccionar la solución más económica, realizando una analogía con el proceso de selección natural.

La verificación de la sección se realizó con base en la Norma Colombiana de Diseño Sísmico de Puentes CCDSP-14, considerando elementos total y parcialmente preesforzados que se tensionan en una sola etapa. En la validación del algoritmo se empleó un caso real de un puente ubicado en la ciudad de Villavicencio.

1.1 Motivación

La metodología habitual de diseño de cualquier estructura se basa en la ejecución de un proceso iterativo, que inicia el ingeniero diseñador con el predimensionamiento de la estructura (Definición de secciones y materiales para los elementos estructurales), a partir de su experiencia y de reglas definidas por la práctica. Posteriormente, el análisis y la verificación de las prescripciones de la normativa vigente permiten terminar de definirla y comprobar su idoneidad. Normalmente es necesario realizar varios ajustes y correcciones sobre el proyecto inicial hasta obtener un diseño suficientemente seguro y por tanto apto para su ejecución. En este proceso, la experiencia del diseñador tiene una gran influencia en la calidad del resultado final y en el tiempo empleado para obtenerlo.

En la concepción y diseño de secciones tipo cajón en concreto preesforzado, intervienen muchos factores y variables que hacen de ésta una tarea compleja que tiene como resultado, por lo general, una amplia gama de soluciones para las mismas condiciones. De acuerdo con lo anterior, las técnicas convencionales no son las más apropiadas para solucionar óptimamente un planteamiento con un alto grado de complejidad.

Adicionalmente, con la evolución de las técnicas de construcción y diseño, la concepción de las estructuras ha tomado rumbos adicionales ya que no solo se busca que sean seguras y funcionales, sino además que el consumo de energía y recursos sea el mínimo posible.

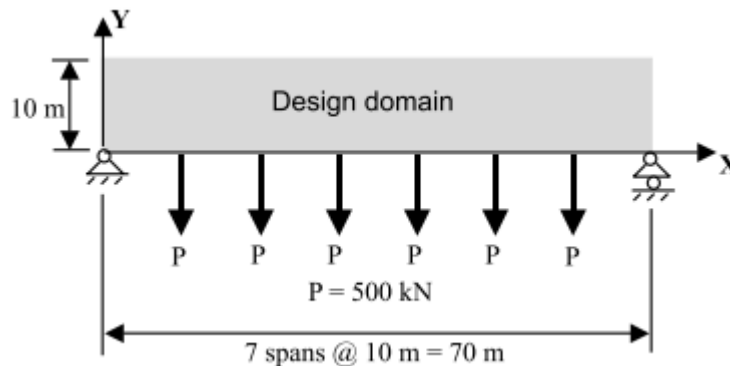
Por esta razón las herramientas de optimización estructural interfieren de manera considerable en el proceso de diseño y proveen al ingeniero un mecanismo poderoso que permite un ahorro significativo en tiempo y recursos. Al optimizar una sección tipo cajón en concreto preesforzado se tienen en cuenta los siguientes aspectos: inicialmente se parte de una sección preestablecida (cajón) en la cual se identifican zonas que presentan altas concentraciones de esfuerzos con el objetivo de ir disminuyendo las dimensiones hasta

alcanzar la geometría óptima. De esta manera se lograría racionalizar los recursos de las materias primas, los costos totales y el tiempo empleado en el proceso.

1.2 Antecedentes

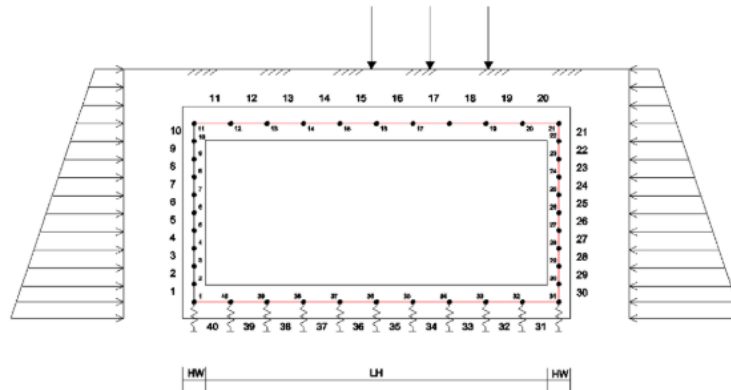
(Yang, 2002) emplea la programación genética GP, como herramienta para la minimización del peso de armaduras, modificando la topología y la sección de los elementos. Los nudos de la solución candidata pueden ubicarse en una región rectangular que tiene 10m de alto por 70m de longitud, las cargas y condiciones de apoyo son constantes y su distribución se muestran en la Figura 1-1. El algoritmo propuesto no requiere de conocimiento experto para generar una solución de partida, muy útil en problemas donde se requiere identificar los elementos y la configuración de la mejor solución.

Figura 1-1 Región factible, cargas y apoyos. Fuente: (Yang, 2002)



(Perea, Alcalá, Yepes, González-Vidoso, & Hospitaler, 2008) determinan la eficiencia de cuatro técnicas heurísticas (*Random Walk RW*, *The Descent Local Search DLS*, *Simulated annealing SA* y *the Threshold Accepting TA*), aplicadas a la optimización de estructuras tipo box culvert, que se modelan mediante elementos unifilares que tienen tres grados de libertad por nudo. La interacción suelo estructura se representa por medio de resortes situados en la placa inferior del box. Para la definición del problema se emplea un total de 50 variables, las cuales definen la geometría, el refuerzo pasivo y las características de los materiales. La técnica con el mejor desempeño fue TA, las relaciones longitud/altura de la placa superior fue de 13.7 y de 15,4 en los muros.

Figura 1-2 Modelo estructural box culvert. Fuente: (Perea et al., 2008)



(Gutiérrez-Astudillo, Peniche-Vera, Herrera-Ruiz, Alvarado-Cárdenas, & Carrión-Viramontes, 2012) desarrollaron un algoritmo genético como herramienta computacional para la optimización de armaduras; se define el algoritmo genético como una técnica computacional que emula el proceso de selección natural, el cual permite prescindir de la experiencia del diseñador en la obtención de una solución funcional. Sin embargo, se hace énfasis en que la experiencia juega un papel importante en la definición de las operaciones que intervienen en el AG (Cruzamiento, mutación y reproducción).

El algoritmo propuesto busca disminuir el peso de la estructura ante diferentes condiciones de carga, limitando para ello el desplazamiento de los nudos y el tipo de perfil a utilizar; para esto se utilizan dos tipos de problemas; en el primero se resuelve el caso de un puente de 70m de longitud y 10m de altura, el segundo es el diseño de una cubierta para un invernadero donde las condiciones de carga son asimétricas (carga de viento). Se resalta que la principal fortaleza del algoritmo es la posibilidad de combinar variables que pueden ser de carácter discreto o continuo, en este caso la variable de carácter continuo es la ubicación de los nudos en el plano, que puede tomar cualquier valor real en el dominio definido (En el caso del puente de 70m por 10m de altura).

El diseño de las armaduras se ejecuta teniendo como límite en la deflexión el milésimo de la luz y el reglamento empleado en la verificación de los perfiles es el AISC en su versión ASD; en el caso del puente se utilizaron 251 generaciones, 2000 individuos por generación y 30 tipos de perfiles, los cuales varían del W14x22 al W14x426 (perfiles comerciales en México). La estructura encontrada es 1327 kg más liviana que la propuesta por (Yang, 2002), se utilizaron 474000 iteraciones, las cuales se ejecutaron en un tiempo aproximado

de 7 horas; como conclusión se destaca que la configuración encontrada carece de simetría y que este hecho permite liberar a los algoritmos de paradigmas que sesgan la búsqueda y limitan su potencial de exploración.

(Martí, González-Vidosa, Yepes, & Alcalá, 2013) destaca las ventajas que tiene la construcción mediante prefabricados entre las que se destacan: disminución de costos en grandes cantidades de concreto, el empleo de una mano de obra calificada y la velocidad de ejecución. Con base en lo anterior, proponen el uso de la técnica *Simulated annealing* como herramienta de optimización de puentes isostáticos celulares unidos por una losa común (*Spread Box Girders*). El problema contempla 59 variables que representan la geometría de las vigas, las propiedades de la losa, el refuerzo pasivo y el activo; en el estudio se encontró una buena relación entre el costo del puente y la luz de cálculo, además, se resalta que un incremento del 20% en el precio del acero, produce un aumento del 11.82% del precio global.

(Kaveh et al., 2016) Utiliza la técnica *Colliding Bodies optimization* CBO para la optimización económica de puentes de viga cajón simplemente apoyados; las restricciones del problema se establecen con base en el código de diseño AASHTO standard specifications, que resulta en el uso de 135 restricciones y 17 variables, se resalta que dicha investigación está enfocada en mostrar la eficiencia del algoritmo CBO modificado respecto de otras técnicas ya bien conocidas como *particle swarm optimization* PSO. La modificación del algoritmo se centra en la conservación de la posición del mejor individuo CBs a través de las generaciones.

1.3 Justificación

En la concepción y diseño de secciones tipo cajón en concreto preesforzado intervienen muchos factores y variantes que hacen de esta tarea un desafío, generalmente asignado a ingenieros con varios años de experiencia en este campo. Con el ánimo de recurrir a herramientas de apoyo, se elabora una herramienta computacional que considera las principales variables en el diseño de secciones tipo cajón, usadas generalmente en la construcción de puentes.

La responsabilidad ingenieril frente al uso de los recursos y la competencia cada vez más elevada entre empresas del sector de la construcción, exigen al ingeniero buscar alternativas que gocen de innovación técnica y muestren eficiencia, seguridad y economía. La construcción de puentes es una actividad que involucra gran consumo de recursos, los puentes de viga y losa en concreto preesforzado representan el 21% de los puentes en Colombia, de ahí la necesidad de construir una herramienta computacional que optimice el diseño de vigas preesforzadas.

1.4 Objetivos

1.4.1 Objetivo general

Concebir, desarrollar e implementar una herramienta computacional que permita la optimización de secciones de vigas con sección transversal tipo cajón en concreto preesforzado, para puentes continuos.

1.4.2 Objetivos específicos

- Investigar e identificar diferentes técnicas de optimización estructural aplicables al diseño de secciones de vigas cajón
- Formular un marco teórico conceptual sobre el estado del conocimiento referente a la optimización estructural
- Definir el marco conceptual del diseño de vigas en concreto tipo cajón
- Definir el modelo de optimización: función objetivo, variables, parámetros de diseño y restricciones
- Implementar el modelo de optimización en una plataforma de programación portable y escalable, por ejemplo, VBA, SCILAB, OCTAVE o MATLAB
- Validar la calidad de los resultados y calibrar el modelo de optimización a partir de casos reportados en la literatura

El presente documento está organizado como se describe a continuación: En el capítulo 2 se describe de manera detallada el proceso de análisis matricial, la definición de las condiciones de frontera, cargas y la determinación de las líneas de influencia. En el capítulo 3 se introduce los elementos necesarios para la verificación de una sección cajón en concreto preesforzado, como las características de los materiales, pérdidas de

preesfuerzo, restricciones de los esfuerzos para el estado límite de servicio y las expresiones para determinar la capacidad de la sección para el estado límite último. El capítulo 4 introduce los conceptos básicos que atañen a los problemas de optimización combinatoria, su representación matemática y la descripción de algunas de las técnicas metaheurísticas más empleadas en problemas de estructuras. El capítulo 5 define el esquema teórico propuesto en la tesis para la optimización de vigas continuas tipo cajón; se muestra en detalle el modelo de análisis considerado, los tipos de apoyo, la representación de los cables de preesfuerzo mediante cargas equivalentes y el funcionamiento de los operadores genéticos del algoritmo propuesto. Finalmente, en el capítulo 6 se hace una comprobación de la herramienta propuesta, tomando como referencia un puente continuo diseñado por la empresa INTERDICO LTDA, para la ciudad de Villavicencio.

2. Análisis estructural

La aplicación de cargas a una estructura ocasiona que ésta se deforme, debido a dichos cambios se producen distintas fuerzas en las componentes de la estructura. El cálculo de la magnitud de estas fuerzas y de los desplazamientos que las causaron se denomina análisis estructural. Los principios fundamentales que se aplican en el análisis estructural son las leyes del movimiento y de la inercia de Newton que se describen a continuación, (McCormac, 2010):

- Un cuerpo permanecerá en estado de reposo o en estado de movimiento uniforme en línea recta, a menos que sea forzado a cambiar ese estado por fuerzas impuestas sobre él.
- La razón de cambio del *momentum* [$\mathbf{P} = m\mathbf{v}$] o cantidad de movimiento de un cuerpo es igual a la fuerza neta aplicada.
- Para toda acción existe una reacción igual y opuesta.

Estas leyes del movimiento se pueden expresar con la siguiente ecuación:

$$\sum \mathbf{F} = m\mathbf{a} \quad (2-1)$$

Donde $\sum \mathbf{F}$ es la sumatoria de todas las fuerzas que actúan sobre el cuerpo, m es su masa y \mathbf{a} su aceleración. El análisis estructural tiene en cuenta el equilibrio estático de una estructura (incluyendo sus fuerzas de apoyo o reacciones) y por lo tanto la ecuación queda de la siguiente forma:

$$\sum \mathbf{F} = 0 \quad (2-2)$$

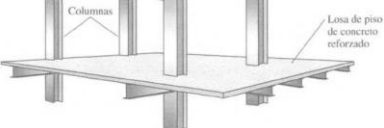
2.1 Descripción de un sistema estructural

2.1.1 Elementos Estructurales

Los elementos que componen las estructuras más comunes son:

Tabla 2-1 Tipos de elementos que componen una estructura. Fuente: (McCormac, 2010) y (Hibbeler, 2012).




Elemento estructural	Descripción	Figura
(a) Tensores/Tirantes	Elementos sometidos solo a fuerzas axiales de tensión. Se carga solo en sus extremos. No resisten fuerzas de flexión.	<p>Diagramas de secciones transversales comunes de elementos estructurales:</p> <ul style="list-style-type: none"> varilla (cable) barra (rectangular) ángulo (L-shaped) canal (C-shaped) viga simplemente apoyada viga en voladizo viga fija o empotrada viga continua columna columna de viga
(b) Puntales	Elementos sometidos solo a fuerzas axiales de compresión. Se carga solo en sus extremos. No resisten fuerzas de flexión.	
(c) Vigas y trabes	Elementos sometidos a fuerzas de flexión. Generalmente son miembros horizontales bajo fuerzas verticales, salvo algunas excepciones como viguetas inclinadas.	
(d) Columnas	Elementos sometidos solo a fuerzas axiales de compresión. También pueden estar sometidas a fuerzas de flexión y corte. Generalmente son miembros verticales, pero pueden ser inclinadas.	

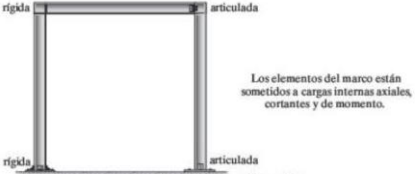
Elemento estructural	Descripción	Figura
(e) Diafragmas	Componentes estructurales como placas planas, estas tienen una muy alta rigidez en su plano. Se utilizan comúnmente en pisos.	

2.1.2 Sistema estructural

La combinación de elementos estructurales se conoce como sistema estructural. Cada sistema se compone de uno o más de los cuatro tipos básicos de estructuras descritos en la Tabla 2-1. Algunos tipos de estructuras se describen a continuación.

Tabla 2-2 Tipos de estructuras. Fuente: (McCormac, 2010) y (Hibbeler, 2012).


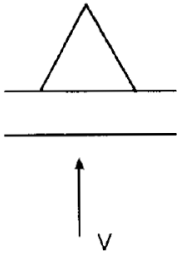


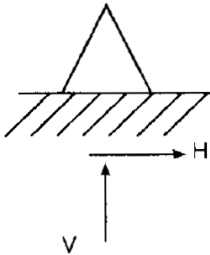
Estructura	Descripción	Figura
(a) Armaduras	Este sistema consiste en elementos delgados (tensores o puntales) por lo general ubicados de forma triangular. Las cargas externas se aplican en los nudos.	
(b) Cables	Los cables son flexibles, soportan cargas en tensión y se utilizan, por lo general, como soporte en puentes y en techos de edificios.	 <p data-bbox="1036 1465 1347 1486">Los cables soportan sus cargas en tensión.</p>
(c) Arcos	El arco logra su resistencia en compresión puesto que tiene una curvatura inversa a la del cable. Debido a que debe ser rígido también se presentan cargas secundarias que involucran cortantes y momentos.	 <p data-bbox="1052 1738 1372 1759">Los arcos soportan sus cargas en compresión.</p>


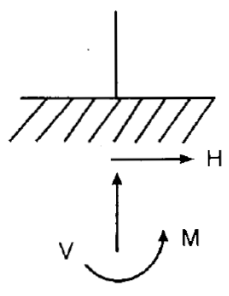
Estructura	Descripción	Figura
(d) Marcos	Los marcos se suelen usar en edificios y se componen de vigas y columnas. La carga en un marco ocasiona flexión en sus elementos.	

2.1.3 Apoyos

Las estructuras se soportan mediante apoyos. Estos se pueden clasificar, según el número de componentes de reacción que puedan desarrollar, como apoyos de primer, segundo o tercer género, (Uribe Escamilla, 2000).

Tabla 2-3 Tipos de apoyo y sus correspondientes componentes de reacción. Fuente: (Uribe Escamilla, 2000).

Tipo de apoyo	Descripción	Componentes de reacción
(a) Apoyos de primer género	Son los apoyos sobre rodillos o sus equivalentes: basculantes, superficies lisas, etc. También se le denomina apoyos simples. Generalmente se representa con el símbolo  .	
(b) Apoyos de segundo género	Estos están constituidos por apoyos articulados. Se supone que están conectados a la estructura mediante un pasador sin fricción. Generalmente se representa con el símbolo  o  .	

Tipo de apoyo	Descripción	Componentes de reacción
(c) Apoyos de tercer género	Estos apoyos corresponden a empotramientos. Ofrecen resistencia a la rotación alrededor del soporte alrededor del soporte y al movimiento horizontal y vertical. Generalmente se representa con el símbolo  .	

Para que una estructura este en equilibrio se deben satisfacer las seis ecuaciones de equilibrio de la estática:

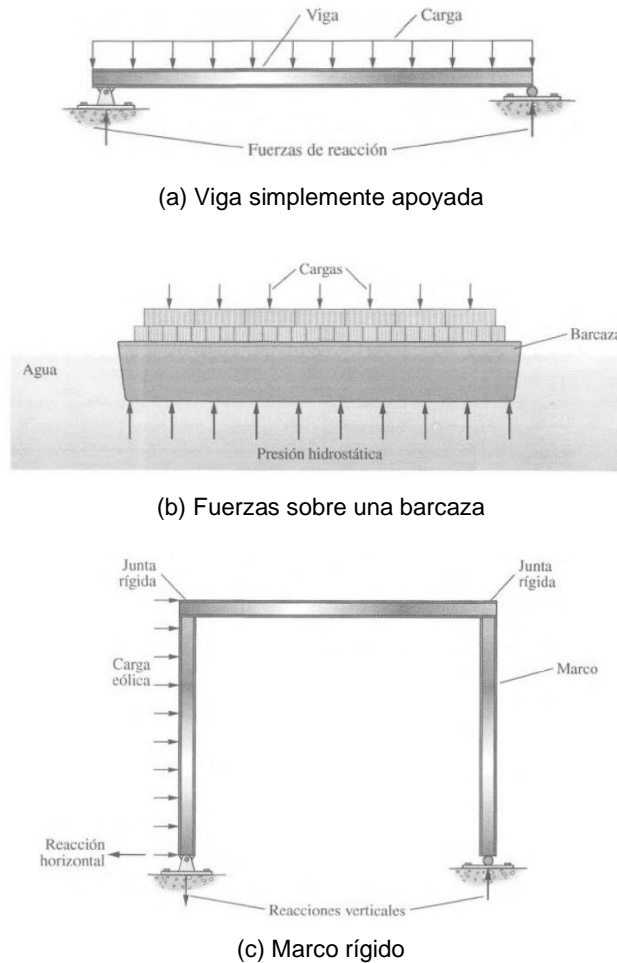
$$\begin{aligned}
 \sum F_x = 0 \quad \sum F_y = 0 \quad \sum F_z = 0 \\
 \sum M_x = 0 \quad \sum M_y = 0 \quad \sum M_z = 0
 \end{aligned}
 \tag{2-3}$$

2.1.4 Cargas

Sobre un sistema estructural actúan fuerzas y su influencia hace que toda la estructura se encuentre en equilibrio estático junto con cada uno de sus componentes. Las fuerzas que actúan sobre una estructuran incluyen cargas externas aplicadas y cargas internas resultantes.

A manera de ejemplo, en la Figura 2-1(a) una estructura soporta una carga gravitacional uniformemente distribuida y se sustenta por reacciones hacia arriba en sus extremos. En la parte (b) de la figura una barcaza transporta unos contenedores y a su vez está sustentada por una presión hidrostática proporcionada por el agua debajo. La parte (c) de la figura muestra un marco sometido a una carga eólica lateral, esta carga tiende a volcar la estructura por lo que se requiere una reacción hacia arriba en el apoyo derecho y hacia abajo en el izquierdo, (McCormac, 2010).

Figura 2-1 Cargas y reacciones en tres estructuras diferentes. Fuente: (McCormac, 2010).



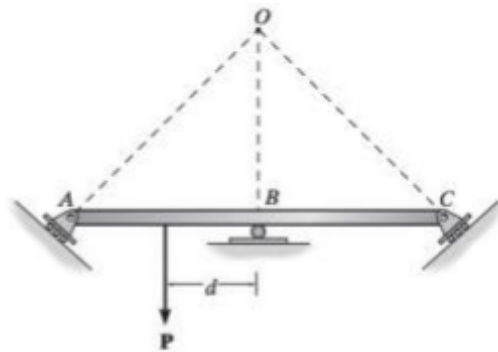
Según su aplicación, las cargas externas pueden ser dinámicas o estáticas; carga estática es la que se aplica gradualmente y si se aplica súbitamente se considera dinámica. Con base en su permanencia, la carga puede ser permanente o transitoria; por ejemplo, transitoria la acción de un camión que pasa sobre un puente y permanente el peso propio de la estructura. Considerando su estabilidad, la carga se puede clasificar como fija o fluctuante; la primera no cambia con el tiempo y la segunda sí, (Uribe Escamilla, 2000). En la sección 3.1. se describen las cargas que se emplean en el análisis de puentes de acuerdo con la Norma Colombiana de Diseño de Puentes CCDSP-14 (INVIAS, AIS, & Ministerio del Transporte, 2014).

2.1.5 Estabilidad, determinación e indeterminación

Teniendo en cuenta los apoyos estudiados en la sección 2.1.3, se puede concluir para una estructura en particular que tiene un número total de componentes de reacción igual a la cantidad de ecuaciones disponibles de equilibrio estático, que la estructura es estáticamente determinada. Si el número de incógnitas es mayor al número de ecuaciones la estructura es estáticamente indeterminada y si es menor es una estructura inestable. De lo anteriormente dicho se resalta que la inestabilidad, indeterminación o determinación dependen netamente de la configuración del sistema estructural, (McCormac, 2010).

También es posible que una estructura tenga tantas o más componentes de reacción que ecuaciones disponibles y, sin embargo, ser inestable. Esta condición se llama inestabilidad geométrica. *“En general, una estructura será geoméricamente inestable es decir se moverá ligeramente o colapsará, si hay menos fuerzas de reacción que ecuaciones de equilibrio, o, si hay suficientes reacciones, se producirá inestabilidad si las líneas de acción de las fuerzas de reacción se cruzan en un punto común o son paralelas entre sí”* (Hibbeler, 2012).

Figura 2-2 Ejemplo inestabilidad geométrica. Fuente: (Hibbeler, 2012)



2.2 Métodos de análisis

El análisis de una estructura se puede lograr por medio de métodos analíticos, numéricos, gráficos y experimentales. Por lo general, si la solución exacta de un problema tiene un costo computacional muy alto se utilizan métodos numéricos que permitan obtener la respuesta con suficiente aproximación y menos trabajo.

2.2.1 Principio de superposición

La base del análisis estructural es el principio de superposición el cual indica que “*el desplazamiento total o las fuerzas internas (esfuerzos) en un punto de una estructura sometida a varias cargas externas puede determinarse al sumar los desplazamientos o cargas internas (esfuerzos) causados por cada una de las cargas externas que actúan por separado*”, (Hibbeler, 2012). Para que este enunciado sea válido se deben cumplir las siguientes condiciones:

- El material debe comportarse de una manera elástica lineal.
- La geometría de la estructura no debe experimentar un cambio significativo al aplicar las cargas, es decir, se debe tener en cuenta la teoría de los pequeños desplazamientos.

2.2.2 Análisis de estructuras estáticamente determinadas

Los métodos más utilizados para el análisis de estructuras se dividen en dos grandes grupos: métodos de fuerzas y métodos de desplazamientos. En la Tabla 2-4 y en la

Tabla 2-5, se describen brevemente los métodos más comunes de estos grupos.

Tabla 2-4 Cálculo de fuerzas en estructuras estáticamente determinadas. Fuente: Adaptado de (Uribe Escamilla, 2000).

Métodos	Descripción
Armaduras	
▪ Método de los nudos	Aplicación de las ecuaciones $\sum F_x = 0$ y $\sum F_y = 0$ a cada nudo. Generalmente se aplica solo a armaduras planas.
▪ Método de las secciones	Aplicación de las ecuaciones $\sum F_x = 0$, $\sum F_y = 0$ y $\sum M = 0$ a una parte de la estructura con el fin de obtener las fuerzas en las barras interceptadas por una sección adecuadamente escogida. Resulta muy útil cuando solo se buscan las fuerzas en ciertas secciones.
▪ Método de Cremona	Solución gráfica del método de los nudos.
▪ Coeficientes de tensión	Sistematización del método de los nudos, apropiada para armaduras complejas y espaciales.
Vigas y marcos	
▪ Integración matemática	Aplicación del cálculo integral a la obtención de fuerzas de corte y momento, partiendo de la ecuación de carga.

Métodos	Descripción
<ul style="list-style-type: none"> ▪ Integración numérica 	Es igual de exacta al método de Integración matemática, pero es más fácil de aplicar y adicionalmente admite cargas arbitrariamente distribuidas.
<ul style="list-style-type: none"> ▪ Método de las secciones 	Es idéntico al método descrito en las armaduras, pero aplicado a vigas.
<ul style="list-style-type: none"> ▪ Líneas de influencia 	Solución gráfica del corte y el momento a lo largo de la estructura. Resulta muy útil en el análisis de estructuras sometidas a cargas móviles.

Tabla 2-5 Cálculo de deflexiones de estructuras estáticamente determinadas. Fuente: Adaptado de (Uribe Escamilla, 2000).

Métodos	Descripción
Cinemáticos	Adición de vectores de deformación de los elementos
<ul style="list-style-type: none"> ▪ Diagrama de Williot-Mohr 	Adición gráfica de vectores con el fin de analizar desplazamientos en armaduras.
<ul style="list-style-type: none"> ▪ Integración matemática de la ecuación de la viga 	Generalmente se utiliza en la resolución de problemas simples. No es conveniente en casos de inercia variable o carga arbitraria.
<ul style="list-style-type: none"> ▪ Integración numérica de la ecuación de la viga 	Apropiado para cualquier variación de la inercia y de la carga.
<ul style="list-style-type: none"> ▪ Área de momentos y viga conjugada 	Técnicas especiales para acelerar la solución de problemas particulares, basados en resolver la ecuación de una viga por métodos indirectos.
Energéticos	Métodos generales aplicables a cualquier estructura y cualquier carga
<ul style="list-style-type: none"> ▪ Carga unitaria 	Método más útil para calcular la deflexión de cualquier viga ante cualquier carga. Más conocido como método del trabajo virtual.
<ul style="list-style-type: none"> ▪ Energía complementaria y Teorema de Castigliano 	La deflexión en el punto de aplicación de una carga se obtiene diferenciando la energía complementaria con respecto a la carga. El Teorema de Castigliano es el caso particular de linealidad práctica.
<ul style="list-style-type: none"> ▪ Análisis matricial 	Método sistemático basado en el método de la carga unitaria, utilizado para calcular la flexibilidad de la estructura. Requiere datos simples y es apropiado para resolver problemas que involucren un gran número de hipótesis de carga.

2.2.3 Análisis de estructuras estáticamente indeterminadas

Los métodos de fuerzas, también llamados métodos de las flexibilidades o de las compatibilidades, se basan en escoger y eliminar de la estructura las redundantes con el fin de obtener una estructura estable y estáticamente determinada. Se plantea una

ecuación de compatibilidad de las deformaciones en cada sección en la que se ha excluido una redundante. De la resolución de estas ecuaciones se encuentran los valores numéricos de las redundantes, (McCormac, 2010).

Por otro lado, los métodos de los desplazamientos, también llamados métodos de la rigidez o del equilibrio, consisten en utilizar los desplazamientos de los nudos en un conjunto de ecuaciones simultáneas. Una vez resueltas las ecuaciones y determinados los desplazamientos, éstos se reemplazan en las relaciones fuerza-deformación de cada elemento para determinar las fuerzas internas, (McCormac, 2010).

A continuación, se describen brevemente los métodos más utilizados para resolver estructuras estáticamente indeterminadas.

Tabla 2-6 Métodos de análisis de estructuras estáticamente indeterminadas. Fuente: Adaptado de (Uribe Escamilla, 2000).

Métodos	Descripción
Métodos de fuerzas	Las fuerzas son las incógnitas.
<ul style="list-style-type: none"> ▪ Carga unitaria 	Este se basa en el método energético de la carga unitaria descrito en la Tabla 2-5.
<ul style="list-style-type: none"> ▪ Energía complementaria mínima y Teorema de Castigliano 	La energía complementaria es minimizada con respecto a las fuerzas redundantes. El Teorema de Castigliano es el caso particular de linealidad.
<ul style="list-style-type: none"> ▪ Ecuación de los tres momentos 	Ecuación que relaciona los momentos de tres apoyos consecutivos en una viga continua.
<ul style="list-style-type: none"> ▪ Centro elástico 	Método para escoger coordenadas que logren simplificar la formulación de las ecuaciones de pórticos y arcos.
<ul style="list-style-type: none"> ▪ Analogía de la columna 	Analogía entre los momentos presentes en marcos y pórticos y los que ocurren en una columna corta cargada excéntricamente.
<ul style="list-style-type: none"> ▪ Matriz de flexibilidad 	Sistematización del método de la carga unitaria, utilizado especialmente para estructuras altamente redundantes.
Métodos de desplazamientos	Los desplazamientos de los nudos libres son las incógnitas.
<ul style="list-style-type: none"> ▪ Desplazamiento unitario 	Un desplazamiento unitario se aplica a cada grado de libertad generando fuerzas internas. Éstas se igualan a las cargas aplicadas y se da lugar a un sistema de ecuaciones para los desplazamientos.
<ul style="list-style-type: none"> ▪ Método de ángulos de giro y deflexión 	Ecuaciones aplicables a pórticos, en términos de ángulos de giro y desplazamientos de los nudos.

Métodos	Descripción
<ul style="list-style-type: none"> ▪ Distribución de momentos (Cross, Kani y Takabeya) 	Técnicas para resolver ecuaciones del método de ángulos de giro y deflexión mediante aproximaciones sucesivas. Apropriadas para resolver pórticos con muchos elementos.
<ul style="list-style-type: none"> ▪ Energía potencial mínima 	Este método es utilizado para obtener soluciones aproximadas de estructuras altamente redundantes donde los desplazamientos se pueden expresar por unos pocos términos de una serie.
<ul style="list-style-type: none"> ▪ Matriz de rigidez 	Sistematización del método de desplazamiento unitario. Apropiado para estructuras en que la indeterminación cinemática es inferior a la estática.

2.3 Líneas de influencia para vigas estáticamente indeterminadas

Cuando se quiere analizar la acción de una carga móvil sobre un elemento es necesario encontrar la posición crítica de dicha carga, que genera la respuesta mínima y máxima. No siempre la misma ubicación genera las respuestas extremas, por lo tanto, el análisis debe hacerse para cada variable en particular. Debido a lo anterior resulta muy útil el concepto de línea de influencia, este concepto fue formulado por el alemán E. Winkler en 1867 y 20 años después Müller-Breslau descubrió el principio que lleva su nombre, el cual facilita la solución gráfica de las líneas de influencia, (Uribe Escamilla, 2000).

Una línea de influencia se define como una curva cuya ordenada da el valor de una respuesta estructural en un elemento o sección, cuando una carga unitaria es aplicada en la abscisa correspondiente. El principio de Müller-Breslau para una viga establece que *“la línea de influencia para una función (reacción, fuerza cortante, o momento) está a la misma escala que la forma alterada de la viga cuando la viga se ve afectada por la función”*, (Hibbeler, 2012).

Cuando se aplica el principio de Müller-Breslau en vigas continuas se obtienen diagramas compuestos por líneas curvas. El problema del trazo de estos diagramas se reduce cuando se aplica el principio de las deflexiones recíprocas de Maxwell. A continuación, se describe brevemente el procedimiento de análisis y tres ejemplos, estos ejemplos fueron tomados de (Hibbeler, 2012).

2.3.1 Procedimiento de análisis

A continuación, se describirá un procedimiento para hallar la línea de influencia de una reacción, fuerza cortante o momento, en un punto dado de una viga indeterminada, utilizando la técnica de Müller-Breslau.

- **Línea de influencia cualitativa:** En el punto a evaluar se debe colocar una conexión que elimine la capacidad de la viga para soportar la función de la línea de influencia. Si la función es una reacción vertical, se puede utilizar un rodillo vertical; si la función es una fuerza cortante, un dispositivo de deslizamiento; o si la función es un momento, se puede usar un pasador o bisagra. Se debe colocar una carga unitaria positiva en la conexión y dibujar la deflexión producida por esta, la curva resultante representa, a cierta escala, la línea de influencia para la viga, (Hibbeler, 2012).
- **Línea de influencia cuantitativa:** Si se necesitan los valores de la línea de influencia, se debe calcular el desplazamiento de puntos sucesivos a lo largo de la viga cuando está sometida a la carga unitaria. Se divide cada valor de desplazamiento entre el desplazamiento determinado en el punto donde actúa la carga unitaria, y al aplicar este factor de escala los valores resultantes son las ordenadas de la línea de influencia.

2.3.2 Ejemplos

- **Línea de influencia de la reacción en A:** Se debe colocar una carga unitaria sobre la viga en puntos sucesivos y en cada punto determinar la reacción en A. Una gráfica de estos resultados genera la línea de influencia.

Por ejemplo, cuando la carga está en el punto D (Figura 2-3a) la reacción en A puede determinarse por el método de la fuerza. Primero se aplica el principio de la superposición (Figura 2-3a a Figura 2-3b) y la ecuación de compatibilidad para el punto A sería:

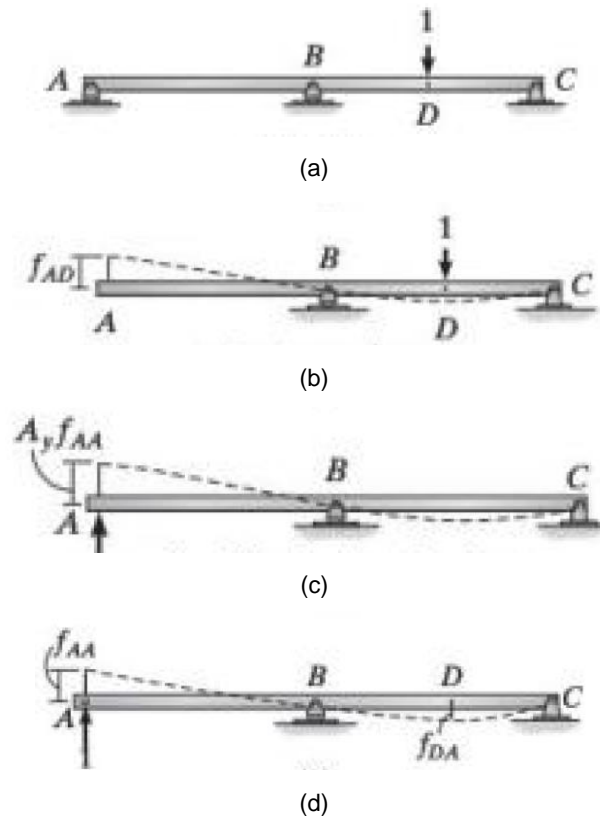
$$f_{AD} + A_y * f_{AA} = 0 \quad (2-4)$$

Sin embargo, al utilizar el teorema de Maxwell de los desplazamientos recíprocos, donde: $f_{AD} = -f_{DA}$ (Figura 2-3d), también se puede calcular A_y :

$$A_y = \left(\frac{1}{f_{AA}} \right) * f_{AD} \quad (2-5)$$

Por otro lado, El principio de Müller-Breslau requiere eliminar el soporte en A y aplicar una carga unitaria vertical. Teniendo en cuenta la ecuación (2-5), la curva de deflexión resultante (Figura 2-3d), afectada por el factor de escala $\left(\frac{1}{f_{AA}} \right)$, representa la forma de la línea de influencia para A_y .

Figura 2-3 Determinación de la línea de influencia para la reacción en A. (a) Viga real, (b) Estructura primaria, (c) Aplicación de A_y redundante y (d) Línea de influencia. Fuente: (Hibbeler, 2012).



- **Línea de influencia para la fuerza cortante en el punto E:** Por el principio de Müller-Breslau la viga se imagina cortada en ese punto y se inserta un dispositivo de deslizamiento (Figura 2-4b). Este dispositivo permite un momento y una fuerza

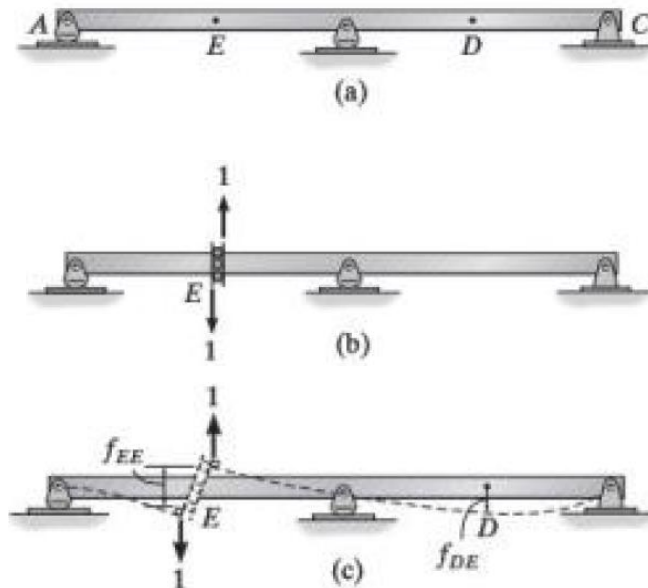
normal y ninguna fuerza cortante. Cuando la viga se flexiona, debido a las cargas unitarias cortantes en E, la pendiente de cada lado de la guía sigue siendo la misma y la curva de deflexión representa, a cierta escala, la línea de influencia para la fuerza cortante en E (Figura 2-4c).

Si se aplica el método clásico es necesario aplicar una carga unitaria en D y calcular la fuerza cortante en E. El valor V_E representa la ordenada de la línea de influencia en D. Por lo tanto, utilizando el método de la fuerza y el teorema de Maxwell se demuestra que:

$$V_E = \left(\frac{1}{f_{EE}} \right) * f_{DE} \quad (2-6)$$

Lo descrito anteriormente valida la teoría de Müller-Breslau, es decir, que una carga unitaria cortante positiva aplicada en E hará que la viga se altere con la forma de la línea de influencia para la fuerza cortante en E, afectada por un factor de escala igual a $\left(\frac{1}{f_{EE}} \right)$.

Figura 2-4 Determinación de la línea de influencia para la fuerza cortante en E. (a) Viga real, (b) Dispositivo de deslizamiento aplicado en E y (c) Línea de influencia. Fuente: (Hibbeler, 2012).

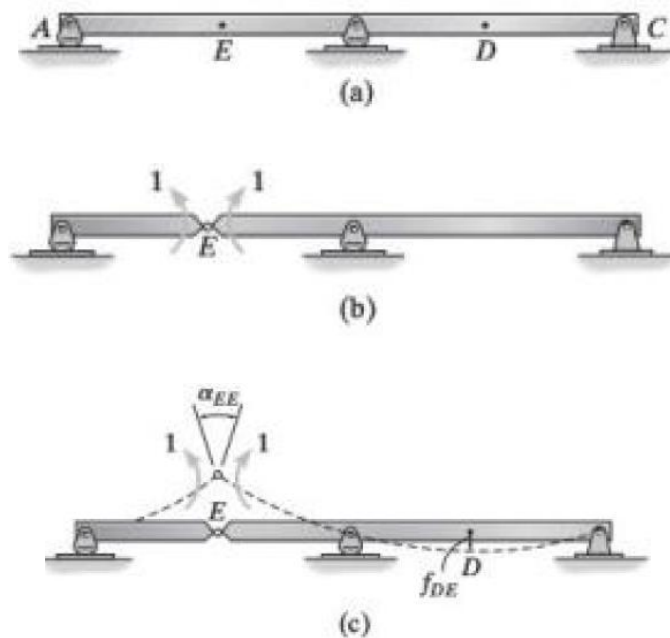


- **Línea de influencia para el momento en el punto E:** Puede determinarse colocando un pasador en E, esta conexión transmitirá fuerzas normales y cortantes, pero no resistirá momento (Figura 2-5b). Al aplicar un momento par positivo la viga se deforma como se observa en la Figura 2-5c, esta curva es afectada por un factor de escala.

El factor de escala, teniendo en cuenta el principio de Müller-Breslau y el teorema de Maxwell, será $\left(\frac{1}{\alpha_{EE}}\right)$. El cual se obtuvo de la siguiente ecuación:

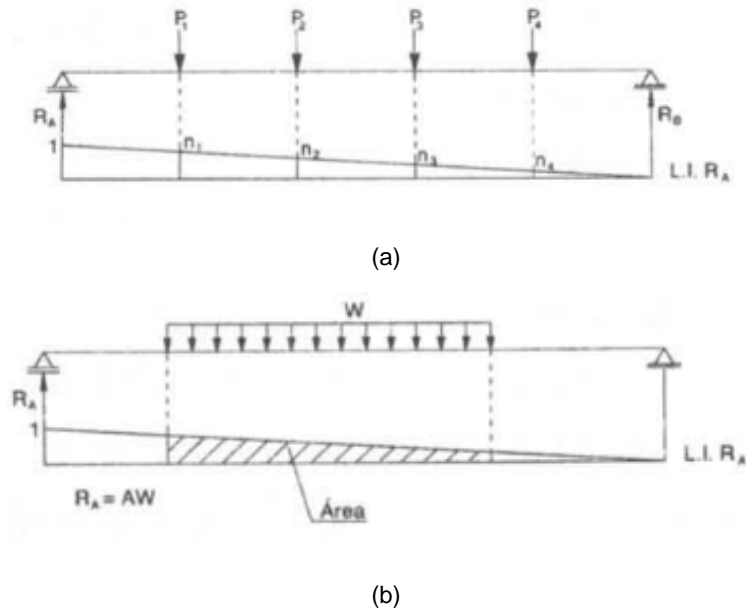
$$M_E = \left(\frac{1}{\alpha_{EE}}\right) * f_{DE} \tag{2-7}$$

Figura 2-5 Determinación de la línea de influencia para el momento en E. (a) Viga real, (b) Dispositivo de deslizamiento aplicado en E y (c) Línea de influencia. Fuente: (Hibbeler, 2012).



Para obtener la respuesta de un tren de cargas para una determinada línea de influencia, basta con multiplicar las ordenadas de la función por el valor correspondiente de carga. Siguiendo el mismo procedimiento, para el caso de una carga distribuida, el valor de la reacción será el área bajo la línea de influencia multiplicada por la magnitud de la carga distribuida (Vallecilla, 2005).

Figura 2-6 Línea de influencia reacción. (a) tren de cargas, (b) carga uniformemente distribuida. Fuente: (Vallecilla, 2005)



$$R_A = P_1 n_1 + P_2 n_2 + P_3 n_3 + P_4 n_4 = \sum P_i n_i \quad (2-8)$$

2.4 Análisis matricial

Dada la necesidad de analizar estructuras complejas y cada vez más indeterminadas, en los años 1945-1955 aparecieron por primera vez los métodos que utilizan matrices como alternativa de solución. Estos permitían resolver el problema de manera sistemática; lo anterior en conjunto con el desarrollo de las computadoras hizo de los métodos matriciales la herramienta más utilizada para el análisis estructural, (Uribe Escamilla, 2000).

El principio básico de los métodos matriciales consiste en reemplazar la estructura continua real, por un modelo matemático de elementos estructurales finitos, cuyas propiedades pueden expresarse de manera matricial (Uribe Escamilla, 2000). En forma general, el método de los desplazamientos se puede expresar mediante la siguiente expresión:

$$\mathbf{F} = [\mathbf{K}]\boldsymbol{\delta} \quad (2-9)$$

Donde:

- F** Vector de fuerzas externas
[K] Matriz de rigidez
 δ Vector de desplazamientos

Para la solución general por el método de los desplazamientos, se parte de la ecuación (2-9), se establecen sub vectores y sub matrices de acuerdo con las variables que son conocidas y desconocidas. Utilizando la misma terminología y procedimiento de la referencia (Uribe Escamilla, 2000), se tiene:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{F}_n \\ \mathbf{F}_a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{nn} & K_{na} \\ K_{an} & K_{aa} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_n \\ \delta_a \end{bmatrix} \quad (2-10)$$

Donde:

- \mathbf{F}_n** Vector de cargas aplicadas en nudos (variables conocidas)
 \mathbf{F}_a Reacciones en los grados de libertad restringidos (variables desconocidas)
 δ_n Vector con desplazamientos de los nudos libres (desconocidos)
 δ_a Desplazamientos en los apoyos

Para el caso de estructuras que no tengan cargas distribuidas en los elementos y que no presenten asentamientos en sus apoyos, la solución del sistema se expresa como:

$$\delta_n = [K_{nn}]^{-1} \mathbf{F}_n \quad (2-11)$$

$$\mathbf{F}_a = [K_{an}] \delta_n \quad (2-12)$$

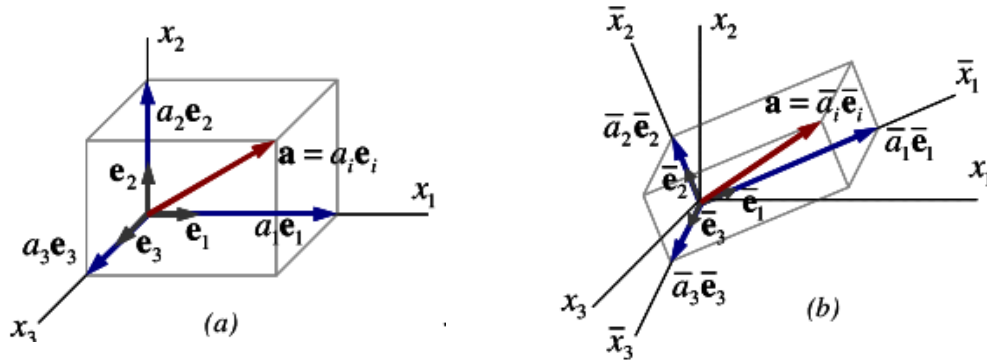
En el caso que existan cargas repartidas en los elementos, la solución está dada por:

$$\delta_n = [K_{nn}]^{-1} (\mathbf{F}_n - \mathbf{F}_n^f) \quad (2-13)$$

$$\mathbf{F}_a = [K_{an}] \delta_n + \mathbf{F}_a^f \quad (2-14)$$

Las fuerzas se expresan de la forma \mathbf{F}_{ix} donde el primer subíndice indica el número del nudo y el segundo su dirección de acuerdo con el sistema de coordenadas globales. Los momentos se identifican con la letra \mathbf{M}_{ix} y sus subíndices cumplen la misma convención anterior. Los vectores se muestran en negrita y las matrices con paréntesis recto [] en negrita.

Figura 2-7 Vector \mathbf{a} definido en dos sistemas coordenados. (a) Sistema coordenado original, (b) sistema coordenado nuevo. Fuente: (Linero & Garzón, 2010)



Se debe encontrar una relación entre la matriz de rigidez local $[\bar{\mathbf{K}}]$ de cada elemento y la matriz de rigidez global $[\mathbf{K}]$ del sistema. Con el fin de relacionar los dos sistemas coordenados, se define el coeficiente de transformación $[M_{ij}]$ como el coseno director del vector $\bar{\mathbf{e}}_i$ con respecto al vector \mathbf{e}_j , de tal forma que (Linero & Garzón, 2010):

$$[M_{ij}] = \bar{\mathbf{e}}_i \cdot \mathbf{e}_j \quad (2-15)$$

$$\bar{a}_i = [M_{ij}]a_j \quad (2-16)$$

En notación matricial se tiene:

$$\begin{bmatrix} \bar{a}_1 \\ \bar{a}_2 \\ \bar{a}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} & M_{13} \\ M_{21} & M_{22} & M_{23} \\ M_{31} & M_{32} & M_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix} \quad (2-17)$$

$$[\mathbf{K}] = [M_{ij}]^T [\bar{\mathbf{K}}] [M_{ij}] \quad (2-18)$$

Componente axial de la matriz de rigidez:

$$[\mathbf{K}_{AX}] = \frac{AE}{L} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & & & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & & & & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & & & & & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & & & & & & 0 & 0 \\ & & & & & & & & & & & 0 \end{bmatrix} \quad (2-19)$$

Componente de torsión:

$$[\mathbf{K}_{TR}] = \frac{JG}{L} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & & & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & & & & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & & & & & 1 & 0 & 0 \\ & & & & & & & & & & 0 & 0 \\ & & & & & & & & & & & 0 \end{bmatrix} \quad (2-20)$$

Componente de flexión alrededor del eje local 2

$$\begin{aligned}
 & [\mathbf{K}_{22}] \\
 & = EI_{22} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & \frac{12}{L^3} & 0 & \frac{-6}{L^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{-12}{L^3} & 0 & \frac{-6}{L^2} & 0 \\ & & & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & \frac{4}{L} & 0 & 0 & 0 & \frac{6}{L^2} & 0 & \frac{2}{L} & 0 \\ & & & & & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & & & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & & & & \frac{12}{L^3} & 0 & \frac{6}{L^2} & 0 \\ & & & & & & & & & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & & & & & & \frac{4}{L} & 0 \\ & & & & & & & & & & & 0 \\ & & & & & & & & & & & 0 \\ & & & & & & & & & & & 0 \end{bmatrix} \quad (2-21)
 \end{aligned}$$

Componente de flexión alrededor del eje local 3

$$\begin{aligned}
 & [\mathbf{K}_{33}] \\
 & = EI_{33} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & \frac{12}{L^3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-12}{L^3} & 0 & 0 & 0 & \frac{6}{L^2} \\ & & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & \frac{4}{L} & 0 & \frac{-6}{L^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{2}{L} \\ & & & & & & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & & & \frac{12}{L^3} & 0 & 0 & 0 & \frac{-6}{L^2} \\ & & & & & & & & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & & & & & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & & & & & & 0 & 0 \\ & & & & & & & & & & & \frac{4}{L} \\ & & & & & & & & & & & 0 \end{bmatrix} \quad (2-22)
 \end{aligned}$$

Matriz de rigidez local:

$$[\bar{\mathbf{K}}] = [\mathbf{K}_{AX} + \mathbf{K}_{TR} + \mathbf{K}_{22} + \mathbf{K}_{33}] \quad (2-23)$$

3. Diseño de vigas cajón preesforzadas para puentes

La Norma Colombiana de Diseño de Puentes CCDSP-14 (INVIAS et al., 2014) es el documento que establece los requisitos mínimos que se deben cumplir para lograr un diseño seguro y funcional de puentes y estructuras viales. Además del CCDSP-14 se emplean las especificaciones AASHTO LRFD (American association of state highway and transportation officials, 2012).

La filosofía de diseño que emplean los documentos anteriores está basada en estados límites, con esto se pretende disminuir la probabilidad de falla de la estructura a valores aceptables para ciertos estados que se consideran importantes. En (Uribe Escamilla, 2000) se define el método de estado límite como aquella condición para la cual la estructura deja de cumplir su función o deja de satisfacer las condiciones para las cuales fue diseñada. Los estados límites se pueden agrupar en: estado límite de servicio, estado límite último y estado límite de fatiga; su forma matemática es:

$$\sum n_i \gamma_i Q_i \leq \phi R_n = R_r \quad (3-1)$$

El valor γ_i que afecta las cargas es mayor a la unidad y ϕ que multiplica las resistencias es menor a la unidad, se considera que una estructura está diseñada de manera adecuada cuando cumple con todas las combinaciones de carga de los diferentes estados límites.

En el presente capítulo todas las referencias al CCDSP-14 se indican con paréntesis recto, cuando se utilice otra normativa se adiciona la abreviatura correspondiente.

3.1 Cargas

Las acciones que se deben tener en cuenta en el diseño de puentes se dividen en dos grupos, cargas permanentes y transitorias [3.3.2]. Las cargas permanentes permanecen constantes una vez ha finalizado la construcción, como el peso propio de los componentes estructurales, la capa de asfalto, empuje del suelo, retracción del fraguado, flujo plástico y las debidas al preesfuerzo. Las cargas transitorias pueden variar en intervalos cortos de tiempo (comparado con la vida útil de la estructura), aquí podemos encontrar la carga viva vehicular, la carga peatonal, explosión, colisión, frenado, la acción sísmica, efectos por temperatura, entre otros. En el desarrollo de esta investigación solo se tiene en cuenta el peso propio, la capa de rodadura, flujo plástico, retracción, la carga viva vehicular y el preesfuerzo, ya que acciones como la carga de sismo, colisión o los efectos del flujo de agua, en este caso no son críticos en el diseño de las vigas.

3.1.1 Carga por peso propio

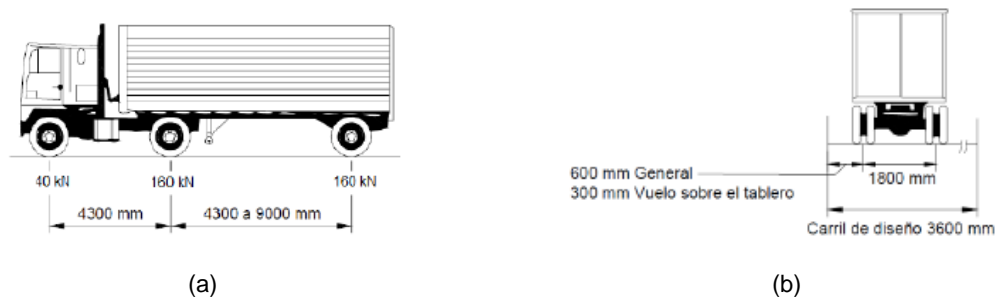
Corresponde al peso de los componentes y de los accesorios no estructurales. Para determinar la carga se emplea el área de los elementos y el peso específico del concreto, el cual se estima en 24.0 kN/m^3 [3.5.1].

3.1.2 Carga viva vehicular

Corresponde a las cargas móviles que se generan por el tránsito de los vehículos [3.6.1.2], se deben verificar dos condiciones, la acción del camión y el carril de diseño o el tándem y el carril de diseño; se debe suponer que las cargas ocupan un ancho de 3.0 m dentro del carril de diseño.

El camión de diseño es un tren de carga de tres ejes como se muestra en la Figura 3-1, los ejes posteriores transmiten una carga de 160 kN y el delantero 40 kN; la distancia entre los ejes posteriores no es fija y puede variar entre 4.3 m y 9.0 m. El tándem, como su nombre lo indica, son un par de ejes con carga de 125 kN cada uno que tienen una separación constante de 1.20m. El carril de diseño consta de una carga uniformemente distribuida con una magnitud de 10.3 kN/m , en la dirección transversal se debe suponer uniformemente distribuida en un ancho de 3.0 m, es importante recordar que las acciones del carril no se deben amplificar por efectos dinámicos.

Figura 3-1 Características del camión de diseño. a.) Vista longitudinal. b.) Vista transversal. Fuente: CCDSP-14, figura 3.6.1.2.2-1



Para determinar los momentos flectores negativos entre puntos de inflexión [3.6.1.3.1] se debe tener en cuenta el mayor de dos alternativas, la primera consiste en el carril y dos camiones de diseño que están separados mínimo 15 m entre sus ejes delantero y trasero, la segunda es el carril junto con dos tándems de diseño que tienen una separación variable de 8 m a 12 m. Los trenes de carga deben colocarse en vanos adyacentes para producir la máxima fuerza.

Figura 3-2 Disposición camiones para evaluación momento flector negativo.

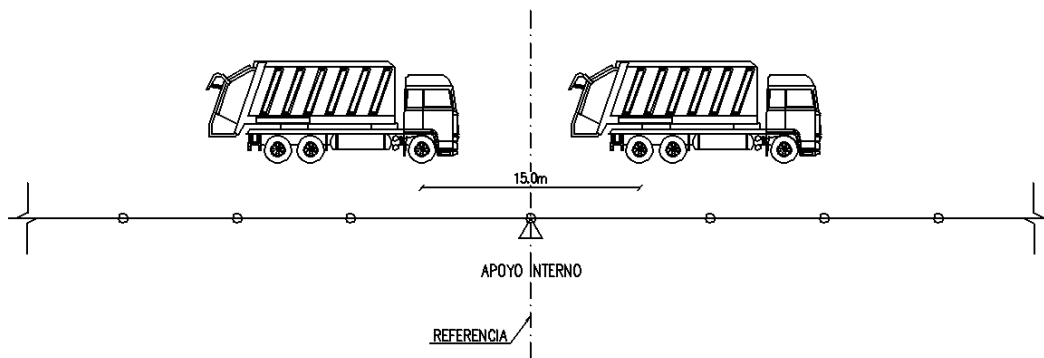
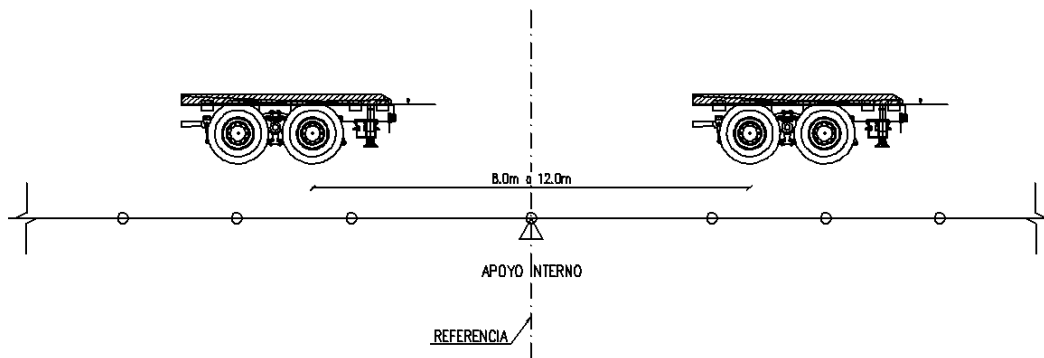


Figura 3-3 Disposición tándem para evaluación momento flector negativo.



La respuesta extrema se obtiene al poner en circulación el tren de cargas en ambos sentidos, teniendo en cuenta que deben ignorarse los ejes que no contribuyan a los efectos extremos bajo consideración. Para considerar la acción de múltiples carriles de diseño y su simultaneidad, se utiliza el factor de presencia múltiple que se define en [3.6.1.1.2] y que muestran a continuación:

Tabla 3-1 Factor de presencia múltiple (m). Fuente: CCDSP-14, tabla 3.6.1.1.2-1

Número de carriles cargados	Factor de presencia múltiple m
1	1.20
2	1.00
3	0.85
>3	0.65

3.1.3 Carga de fatiga

La carga de fatiga es un camión de diseño como se muestra en la Figura 3-1 [3.6.1.4.1], pero sus ejes posteriores tienen una separación fija de 9 m. Cuando se emplean métodos refinados para el análisis se debe colocar un solo camión en la dirección transversal y longitudinal, en el caso de utilizar un método aproximado de distribución de carga debe usarse el factor de distribución para carril [3.6.1.4.3b].

3.1.4 Amplificación por carga dinámica

Como se indica en [3.6.2.1] los efectos estáticos del camión o tándem de diseño, diferentes a fuerzas centrífugas o de frenado, deben incrementarse un porcentaje el cual tiene como propósito cuantificar los efectos dinámicos. Según el tipo de elemento el factor de amplificación por carga dinámica (IM) es:

Tabla 3-2 Amplificación por carga dinámica. Fuente: CCDSP-14, tabla 3.6.2.1-1

Componente	IM
Juntas de tablero – todos los estados límite	75%
Todos los demás componentes:	
▪ Estado límite de Fatiga y Fractura	15%
▪ Todos los demás Estados Límite	33%

3.2 Concreto preesforzado

En el siguiente capítulo se destacan las recomendaciones del CCDSP-14 respecto de los materiales que intervienen en la construcción con elementos preesforzados, adicionalmente, se muestra un resumen de las restricciones dimensionales para vigas tipo cajón.

3.2.1 Concreto

La resistencia a la compresión para elementos preesforzados no puede ser menor a 28 MPa, como límite superior se recomienda 70 MPa. El uso de concreto de alto desempeño, con resistencias mayores a 70 MPa, debe estar avalado por pruebas de laboratorio o artículos específicos [5.4.2.1].

El módulo elástico para concretos con densidades entre 14.13 kN/m³ y 24.52 kN/m³ se puede estimar mediante la siguiente expresión [5.4.2.4]:

$$E_c = 0.043K_1w_c^{1.5}\sqrt{f'_c} \quad (3-2)$$

Para concreto de densidad normal E_c puede tomarse como:

$$E_c = 4800\sqrt{f'_c} \quad (3-3)$$

El módulo de ruptura f_r para materiales de hasta 100 MPa, se determina de la siguiente manera:

Tabla 3-3 Módulo de ruptura concreto

Tipo de concreto	f_r
Peso normal	$0.62\sqrt{f'_c}$
Cuando se calcula el momento flector de fisuración [5.8.3.4.3]	$0.52\sqrt{f'_c}$
Concreto de arena liviana	$0.52\sqrt{f'_c}$
Demás concretos livianos	$0.44\sqrt{f'_c}$

Los esfuerzos límite para miembros totalmente preesforzados se dan en la sección [5.9.4], se establecen para el momento de la construcción y para tiempo infinito. Para tiempo cero

el esfuerzo de compresión debe ser menor a $0.60f'_{ci}$, los esfuerzos de tracción se avalúan con la tabla 5.9.4.1.2-1 del CCDSP-14.

Tabla 3-4 Límites temporales del esfuerzo de tracción, para tiempo cero. Fuente: Adaptado CCDSP-14, tabla 5.9.4.1.2-1

Tipo de puente	Localización	Límite
Todos los puentes excepto los contruidos por segmentos	Zona de tracción sin refuerzo adherido	$0.25\sqrt{f'_c} \leq 1.38 \text{ MPa}$
	Zona de tracción con refuerzo adherido	$0.63\sqrt{f'_c}$

Cuando se tiene en cuenta el refuerzo adherido éste debe ser capaz de resistir la fuerza de tracción. El área del acero se calcula asumiendo que la sección no está agrietada y que las barras trabajan al 50% del esfuerzo de fluencia.

Los esfuerzos de compresión deben verificarse con la combinación I del estado límite de servicio, en ésta los factores de carga son iguales a 1 para las cargas permanentes y transitorias; los valores límite son:

Tabla 3-5 Límite para el esfuerzo de compresión, para tiempo infinito. Fuente: CCDSP-14, tabla 5.9.4.2.1-1

Ubicación	Esfuerzo límite
▪ Excepto en puentes contruidos por segmentos, esfuerzo producido por la sumatoria del esfuerzo efectivo de preesfuerzo, más el esfuerzo producido por las cargas permanentes	$0.45f'_c$
▪ En puentes contruidos por segmentos, esfuerzo producido por la sumatoria del esfuerzo efectivo de preesfuerzo, más el producido por las cargas permanente	$0.45f'_c$
▪ Esfuerzo producido por la sumatoria del esfuerzo efectivo de preesfuerzo, las cargas permanentes y las cargas transitorias como aquellos que resultan de operaciones de transporte y manejo	$0.60\phi_w f'_c$

El esfuerzo de tracción se debe evaluar con la combinación III del estado límite de servicio que utiliza un factor de carga igual a 1 para las cargas permanentes y un valor de 0.8 para las cargas transitorias; los valores recomendados para puentes diferentes a los contruidos por segmentos son:

Tabla 3-6 Límite para el esfuerzo de tracción, para tiempo infinito. Fuente: Adaptado CCDSP-14, tabla 5.9.4.2.2-1

Ubicación	Esfuerzo límite
<ul style="list-style-type: none"> ▪ Para elementos con torones de preesfuerzo adheridos, o refuerzo, sujetos a condiciones de corrosión leves a moderadas 	$0.5\sqrt{f'_c}$
<ul style="list-style-type: none"> ▪ Para elementos con torones de preesfuerzo adheridos o refuerzo, sujetos a condiciones de corrosión severas 	$0.25\sqrt{f'_c}$
<ul style="list-style-type: none"> ▪ Para elementos con torones de preesfuerzo no adheridos 	Tracción nula

3.2.2 Retracción de fraguado y flujo plástico del concreto

De acuerdo con (Moehle, 2015), cuando el concreto fundido en sitio se expone a la temperatura ambiente y a condiciones de humedad, generalmente experimenta cambios volumétricos asociados a la pérdida de agua, a esto se le denomina retracción de fraguado. Este fenómeno ocurre ante la ausencia de cargas externas. Valores típicos de deformación por retracción de fraguado, generalmente oscilan entre 0.0002 y 0.0008. Ante condiciones normales y para elementos de tamaño moderado, la deformación máxima se alcanza una vez ha transcurrido un año del colado.

Cuando el elemento de concreto está sometido a una carga sostenida en el tiempo, este experimenta un incremento gradual de la deformación conocido como flujo plástico o *Creep*. Esta deformación es adicional a la deformación instantánea que experimenta el elemento y varía de 1 a 4 veces la deformación inicial, depende de las propiedades del material y de la edad en la cual se aplica la carga, con valores usuales de 2. Para efectos prácticos se puede asumir que la deformación por *Creep* ha alcanzado su valor máximo después de cinco años de aplicada la carga.

3.2.3 Acero

El acero de refuerzo debe tener un esfuerzo de fluencia menor a 520 MPa. Cuando se usen barras con f_y superior a 420 MPa se tiene que contar con la aprobación del propietario [5.4.3.2]; se puede suponer el módulo de elasticidad igual a 200 GPa.

El módulo de elasticidad para cables de preesfuerzo [5.4.4.2] puede suponerse igual a 197 GPa, se pueden utilizar las siguientes propiedades mecánicas:

Tabla 3-7 Propiedades de torones y barras de preesforzado. Fuente: CCDSP-14, tabla 5.4.4.1-1

Material	Grado o tipo	Diámetro (mm)	f_{pu} (MPa)	f_{py} (MPa)
Cable	1725 (Grado 250)	6.35 a 15.24	1726	85% f_{pu}
	1860 (Grado 270)	9.53 a 15.24	1860	Para cables de baja relajación 90% f_{pu}
Barra	Tipo 1, Lisa	19 a 35	1035	85% f_{pu}
	Tipo 2, Corrugada	16 a 35	1035	

La curva esfuerzo deformación del acero de alta resistencia se puede aproximar mediante la expresión sugerida por (Devalapura & Tadros, 1992) como se ve en la ecuación (3-4), para cables de baja relajación grado 270 se puede utilizar $A = 887$, $B = 27613$, $C = 112.4$ y $D = 7.36$, en torones grado 250 se emplea $A = 384$, $B = 27616$, $C = 119.7$ y $D = 6.43$.

$$f_{ps} = 7\epsilon_{ps} \left[A + \frac{B}{(1 + (C\epsilon_{ps})^D)^{1/D}} \right] \leq f_{pu} \quad (3-4)$$

Figura 3-4 Curva esfuerzo deformación para cables de baja relajación

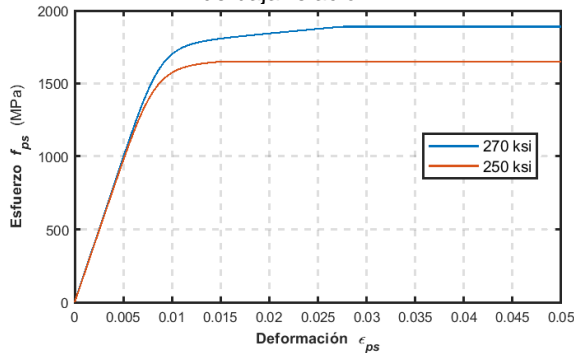
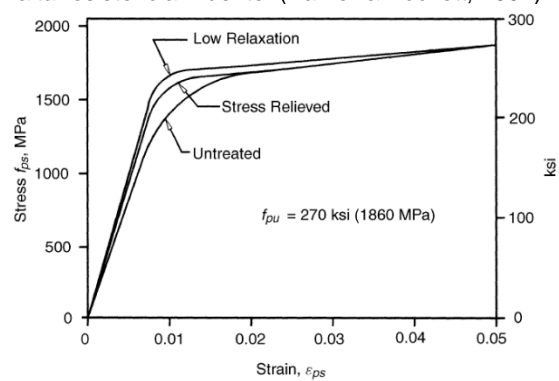


Figura 3-5 Curva esfuerzo deformación en acero de alta resistencia. Fuente: (Barker & Puckett, 2007)



El esfuerzo en torones de baja relajación debido al postensado [5.9.3] no debe ser mayor a los siguientes valores:

Tabla 3-8 Límite de esfuerzo para torones de preesfuerzo. Fuente: Adaptado CCDSP-14, tabla 5.9.3-1

Condición	Límite
<ul style="list-style-type: none"> Antes del acañamiento, se puede permitir f_{pbt} a corto plazo 	$0.90f_{py}$
<ul style="list-style-type: none"> En anclajes y acoplamientos inmediatamente después de la transferencia de la fuerza de preesfuerzo 	$0.70f_{pu}$
<ul style="list-style-type: none"> En otras secciones, a lo largo del elemento estructural, alejadas de los 	$0.74f_{pu}$

Condición	Límite
anclajes y acoples inmediatamente después del corrimiento de la cuña	

3.2.4 Pérdidas de preesfuerzo

La fuerza de preesfuerzo inicial experimenta un descenso progresivo con el tiempo, por esta razón se hace necesario considerar dicha variación en el diseño. Las pérdidas se pueden clasificar en dos grupos, en el primero se encuentran las que suceden durante el proceso constructivo (fricción y curvatura, asiento de la cuña y acortamiento elástico) y en el segundo las que suceden con el tiempo (flujo plástico, retracción y relajación).

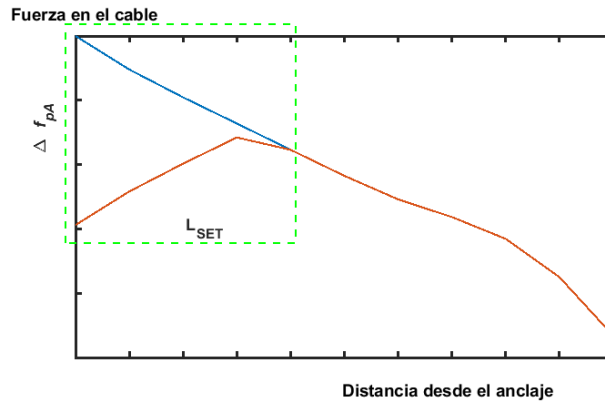
Cuando un cable es tensionado con una fuerza f_{pj} , en uno de sus extremos, éste encuentra resistencia con el ducto que lo rodea haciendo que la fuerza varíe desde el extremo hasta una distancia x ; el cambio en la fuerza Δf_{pF} se puede calcular como [5.9.5.2.2.b]:

$$\Delta f_{pF} = f_{pj}(1 - e^{-(Kx + \mu\alpha)}) \quad (3-5)$$

Se conoce como pérdida por asiento de cuña la disminución en la tensión del cable que ocurre cuando el dispositivo de anclaje se mueve una pequeña distancia. A una distancia L_{SET} la fuerza de fricción cambia su dirección y se presenta una disminución en la tensión, como se ve en la Figura 3-6, ésta distancia se caracteriza porque marca el punto en el cual la fuerza en el cable es igual antes y después de la entrada de cuña. El área que encierra el rectángulo verde se puede calcular con (Naaman, 2012):

$$\frac{\Delta f_{pA} L_{SET}}{2} = E_p \delta \quad (3-6)$$

Figura 3-6 Variación de la tensión en el cable por asiento de cuña



El conjunto de pérdidas, excluyendo la fricción y el asiento de cuña, se pueden aproximar con los siguientes valores (ACI-ASCE joint Committee 323, 1958).

Tabla 3-9 Valor aproximado de la pérdida por acortamiento elástico más las que suceden a largo plazo

Tipo de elemento	$\Delta f_{pES} + \Delta f_{pLT}$ (MPa)
Pretensado	245
Postensado	175

3.2.5 Restricciones dimensionales

En la sección [5.14] se muestran las recomendaciones que se deben aplicar en el diseño de vigas cajón prefabricadas y fundidas en el sitio. Aunque el tema de la presente investigación se basa en elementos fundidos en el sitio se muestran las recomendaciones para vigas prefabricadas como elementos de comparación. Las dimensiones mínimas para vigas prefabricadas son [5.14.1.2.2]:

Tabla 3-10 Espesores mínimas vigas prefabricadas

Sector	Límite (m)
Aleta superior	0.050
Alma elementos no postensados	0.125
Alma elementos postensados	0.165
Aleta inferior	0.125

En elementos fundidos en el sitio, el espesor de la aleta superior TL_t que funciona como tablero no debe ser menor a 0.175 m [5.14.1.5.1a], además la relación entre la luz libre y

el espesor no puede ser mayor a 20. La aleta inferior TL_b debe tener un espesor mayor a 0.14 m [5.14.1.5.1b], en elementos reforzados la luz libre no puede ser mayor a 16 veces el espesor de la placa; en componentes preesforzados la relación entre la luz libre y el TL_b debe ser menor a 30.

En el caso del alma no se indica un valor mínimo, éste debe calcularse teniendo en cuenta las sollicitaciones por corte, torsión y las consideraciones constructivas; sin embargo, se recomienda [C.5.14.1.5.1c] 0.20 m para elementos reforzados y 0.30 m para preesforzados.

3.3 Cálculo esfuerzos

El cálculo de los esfuerzos en primera instancia se realiza con las propiedades geométricas de la sección bruta, a continuación, se presenta un mecanismo que permite calcular dichos valores utilizando las coordenadas que definen la sección. Sea R la región del plano simplemente conexa limitada por el contorno C y orientada positivamente¹, entonces tiene lugar la siguiente expresión:

$$\oint_C \vec{F} \cdot d\vec{r} = \iint_R \left(\frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y} \right) \cdot dx dy \quad (3-7)$$

Siendo $\vec{F} = P(x, y)i + Q(x, y)j$ un campo vectorial con componentes $P(x, y)$ y $Q(x, y)$ continuas y con derivadas parciales continuas en $R \cup C$. Una propiedad característica geométrica de una sección plana que ocupa la región R del plano xy , está dada por una integral doble extendida en la región R de una cierta función $f(x, y)$ que modela la propiedad característica (Rivero Galán, 2010) por lo que se tiene:

$$\oint_C P(x, y)dx + Q(x, y)dy = \iint_R f(x, y)dx dy \quad (3-8)$$

¹ Cuando el contorno de la sección está definido en sentido contra horario

Siendo $f(x, y) = \frac{\partial Q(x, y)}{\partial x} - \frac{\partial P(x, y)}{\partial y}$, por lo que al escoger adecuadamente los campos escalares $P(x, y)$ y $Q(x, y)$, se consigue expresar la integral doble que modela la característica que se desea calcular como una integral de línea a través del contorno C que limita la región R . A continuación, se presentan las expresiones para calcular el área, el primer momento de área y la inercia de la sección:

$$A = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n (X_{i+1} + X_i) * (Y_{i+1} - Y_i) \quad (3-9)$$

$$Q_x = \frac{1}{6} \sum_{i=1}^n (X_i - X_{i+1}) * (Y_{i+1}^2 + Y_i^2 + Y_i Y_{i+1}) \quad (3-10)$$

$$Q_y = \frac{1}{6} \sum_{i=1}^n (Y_{i+1} - Y_i) * (X_{i+1}^2 + X_i^2 + X_i X_{i+1}) \quad (3-11)$$

$$I_x = \frac{1}{12} \sum_{i=1}^n (X_i - X_{i+1}) * (Y_{i+1}^3 + Y_i^3 + Y_i Y_{i+1}^2 + Y_i^2 Y_{i+1}) \quad (3-12)$$

$$I_y = \frac{1}{12} \sum_{i=1}^n (Y_{i+1} - Y_i) * (X_{i+1}^3 + X_i^3 + X_i X_{i+1}^2 + X_i^2 X_{i+1}) \quad (3-13)$$

De la mecánica de sólidos el esfuerzo normal por flexión más carga axial se puede calcular como:

$$\sigma_{xx} = \frac{M_z C}{I_z} + \frac{M_y C}{I_y} + \frac{P}{A} \quad (3-14)$$

Donde:

M_z M_y Momentos flectores

C Distancia del eje neutro al punto en cuestión

I_z I_y Momentos de inercia

P Carga axial

A Área

El esfuerzo tangencial se puede determinar mediante:

$$\tau_{xy} = \frac{V_y Q}{I_z b} \quad (3-15)$$

Donde:

V_y	Fuerza cortante
Q	Primer momento de área
I_z	Momento de inercia
b	Ancho

3.4 Estado límite de servicio

En los orígenes de la técnica del preesforzado el enfoque principal de diseño era la eliminación total de los esfuerzos de tracción en el concreto para cargas de servicio, esta filosofía se conoce como preesforzado total. Una mirada alternativa a este procedimiento es permitir esfuerzos de tracción en el concreto y algo de fisuras para cargas de servicio, a esta metodología se le conoce como preesforzado parcial. En el presente capítulo se muestran las recomendaciones del código de diseño para limitar esfuerzos y anchos de fisuras bajo condiciones regulares de servicio [1.3.2.2] de elementos total y parcialmente preesforzados.

La verificación de los esfuerzos utilizando los límites indicados en la sección 3.2.1 se efectúa considerando que la sección es no fisurada y para los siguientes estados de carga:

- $1.0D0^2+1.0P^3$
- $1.0DC+1.0Pe^4+1.0DW$ (Cargas mínimas)
- $1.0DC+1.0Pe+1.0DW+1.0LL$ (Carga máximas)
- $1.0DC+1.0Pe+1.0DW+0.8LL$ (Tracción en el concreto y control ancho de fisuras)

² Carga permanente en el momento del tensionamiento

³ Acción total del preesfuerzo para tiempo cero, momento primario más el secundario $M_p = M_1 + M_2$.

⁴ Acción total del preesfuerzo para tiempo infinito

En aquellos elementos donde se permite un esfuerzo mayor de tracción se debe verificar el ancho de las fisuras como se indica en [5.7.3.4], considerando una sección fisurada:

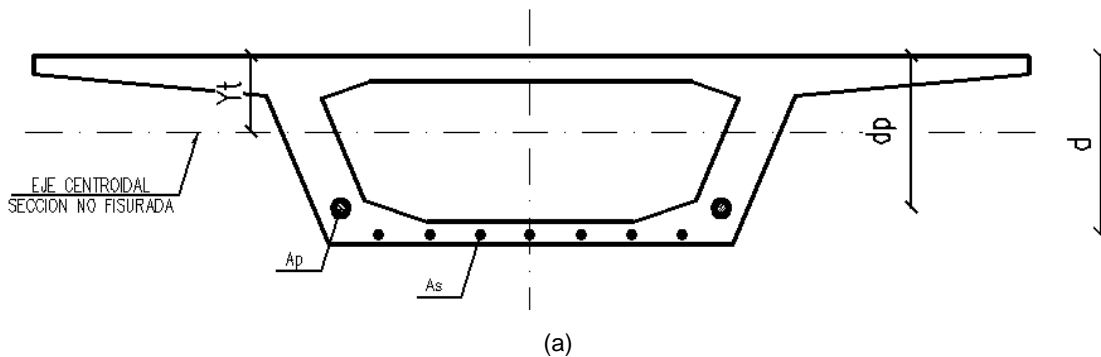
$$s = \frac{123000\gamma_e}{\beta_s f_{ss}} - 2d_c \quad (3-16)$$

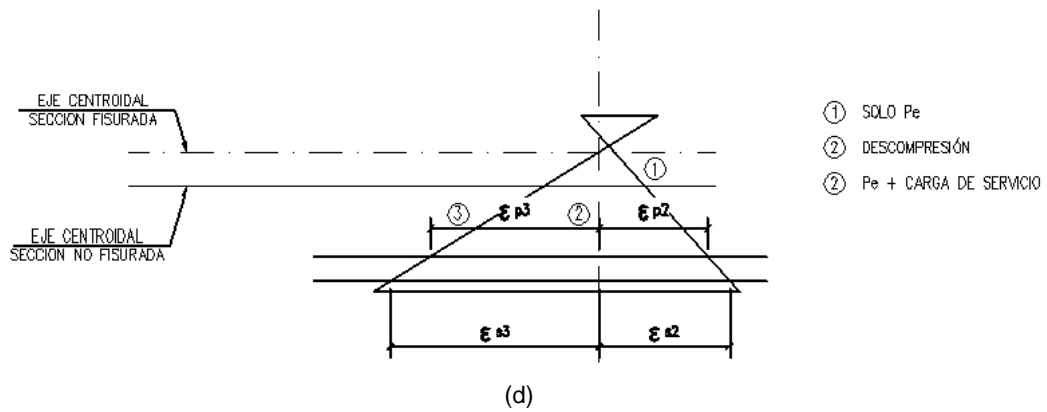
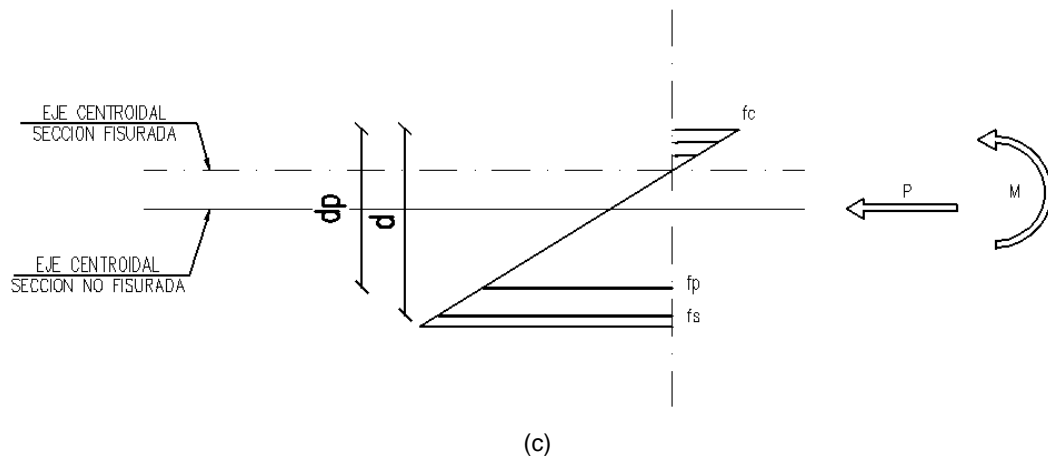
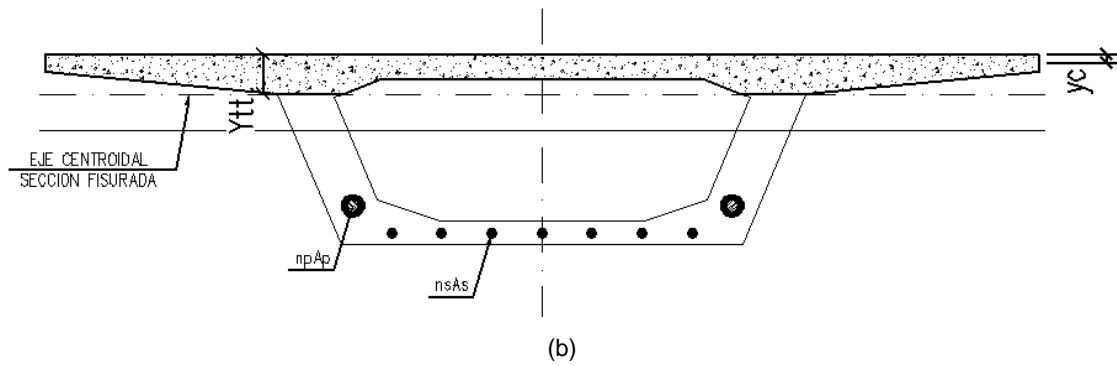
En la cual:

$$\beta_s = 1 + \frac{d_c}{0.7(h - d_c)}$$

Las propiedades de la sección fisurada se calculan teniendo en cuenta una contribución nula del concreto a tracción, aunque la sección este fisurada se asume que el concreto y el acero permanecen en el rango elástico.

Figura 3-7 Cálculo propiedades sección fisurada. a.) Sección, no fisurada. b.) Sección fisurada. c.) Esfuerzos resultantes. d.) Deformaciones concreto y acero





La altura del eje centroidal de la sección transformada Y_{tt} es:

$$A_c(Y_{tt} - Y_c) = n_p A_p (d_p - Y_{tt}) + n_s A_s (d - Y_{tt}) \quad (3-17)$$

Donde $n_p = \frac{E_p}{E_c}$ y $n_s = \frac{E_s}{E_c}$. Con la posición del eje se determinan las propiedades de la sección transformada I_{ct} y A_{ct} ; el esfuerzo en cada componente es:

$$f_c = \frac{P}{A_{ct}} + \frac{[M - P(Y_t - Y_{tt})]Y_{tt}}{I_{ct}} \quad (3-18)$$

$$f_p = n_p \left(\frac{P}{A_{ct}} + \frac{[M - P(Y_t - Y_{tt})](d_p - Y_{tt})}{I_{ct}} \right) \quad (3-19)$$

$$f_s = n_s \left(\frac{P}{A_{ct}} + \frac{[M - P(Y_t - Y_{tt})](d_s - Y_{tt})}{I_{ct}} \right) \quad (3-20)$$

Esfuerzo adicional en los cables correspondiente a la etapa 1 y 2:

$$f_{p1} = \frac{P_e}{A_p} \quad (3-21)$$

$$f_{p2} = n_p \left(\frac{P_e}{A_c} + \frac{M_e C}{I_c} \right) \quad (3-22)$$

3.5 Estado límite último

La capacidad a flexión de la sección se puede obtener mediante el enfoque de compatibilidad de deformaciones [5.7.3.2.5], para tal fin, se deben considerar las disposiciones del artículo [5.7.2.1] que se resumen a continuación:

- La deformación unitaria en elementos con refuerzo activo y pasivo totalmente adherido es proporcional a la distancia del eje neutro.
- La deformación máxima utilizable en el concreto ε_{cu} sin confinar es 0.03.
- Los esfuerzos en el acero se deben determinar mediante una curva esfuerzo deformación representativa del material o una formulación matemática aprobada.
- Se debe despreciar la resistencia a tracción del concreto
- La distribución esfuerzo deformación en el concreto se supone rectangular, en esta simplificación el factor β_1 se define de la siguiente manera [5.7.2.2]:

$$\beta_1 = 0.85 - 0.05(f'_c - 28)/7 > 0.65 \quad (3-23)$$

- El factor de resistencia ϕ se calcula así [figura C5.5.4.2.1-1]:

$$0.75 \leq \phi = 0.583 + 0.25 \left(\frac{d_t}{c} - 1 \right) \leq 1.0 \quad (3-24)$$

Capacidad máxima a tracción [5.7.6]:

$$P_n = f_y A_{st} + A_{ps} [f_{pe} + f_y] \quad (3-25)$$

La resistencia nominal a compresión para elementos con estribos es [5.7.4.4]:

$$P_n = 0.80 [0.85 f'_c (A_g - A_{st} - A_{ps}) + f_y A_{st} - A_{ps} (f_{pe} - E_p \epsilon_{cu})] \quad (3-26)$$

Adicionalmente, todo elemento en flexión que presente una falla controlada por tracción debe tener un refuerzo mínimo que cumpla con el menor de las siguientes condiciones:

- $1.33 M_u$
- M_{cr}

$$M_{cr} = \gamma_3 \left[(\gamma_1 f_r + \gamma_2 f_{cpe}) S_c - M_{dnc} \left(\frac{S_c}{S_{nc}} - 1 \right) \right] \quad (3-27)$$

La resistencia al corte se puede estimar utilizando la sección [5.8.3.3] en la cual se describe la resistencia nominal como el menor de:

$$V_n = V_c + V_s + V_p \quad (3-28)$$

$$V_n = 0.25 f'_c b_v d_v + V_p \quad (3-29)$$

El aporte del concreto según [5.8.3.4.3] es el menor entre V_{ci} y V_{cw} :

$$V_{ci} = 0.0525 \sqrt{f'_c} b_v d_v + V_d + \frac{V_i M_{cre}}{M_{max}} \geq 0.16 \sqrt{f'_c} b_v d_v \quad (3-30)$$

$$V_{cw} = (0.16 \sqrt{f'_c} + 0.30 f_{pc}) b_v d_v + V_p \quad (3-31)$$

Si $V_{ci} < V_{cw}$, θ es:

$$\cot \theta = 1.0 \quad (3-32)$$

De lo contrario

$$\cot\theta = 1.0 + 1.14 \left(\frac{f_{pc}}{\sqrt{f'_c}} \right) \leq 1.8 \quad (3-33)$$

El aporte del refuerzo que tiene una inclinación de 90 grados:

$$V_s = \frac{A_v f_y d_v \cot\theta}{s} \quad (3-34)$$

La torsión en elementos de peso normal debe tenerse en cuenta cuando:

$$T_u \geq 0.25\phi T_{cr} \quad (3-35)$$

$$T_{cr} = 0.328 \sqrt{f'_c} \frac{A_{cp}^2}{P_c} \sqrt{1 + \frac{f_{pc}}{0.328 \sqrt{f'_c}}} \quad (3-36)$$

En caso ser necesario la capacidad nominal a torsión es [5.8.3.6.2]:

$$T_n = \frac{2A_o A_t f_y \cot\theta}{s} \quad (3-37)$$

3.6 Estado límite de fatiga

La verificación de fatiga es necesaria en aquellos elementos cuya fibra extrema en tracción, para el estado límite de servicio III, excede el límite propuesto por [tabla 5.9.4.2.2-1]. Sin embargo, los elementos totalmente preesforzados, que no hagan parte de puentes contruidos por segmentos, deben tener su fibra extrema en compresión con un valor de esfuerzo menor a $0.40f'_c$ en la siguiente combinación:

- 0.5DC+0.5DW+0.5Pe+1.5LL

Los miembros de concreto deben satisfacer:

$$\gamma(\Delta f) \leq (\Delta F)_{TH} \quad (3-38)$$

Las propiedades de la sección deben ser calculadas teniendo en cuenta la fisuración cuando el esfuerzo en la fibra extrema a tracción excede $0.25\sqrt{f'_c}$, para la siguiente combinación:

- 1.0DC+1.0DW+1.0Pe+1.5LL

El umbral de fatiga de amplitud constante $(\Delta F)_{TH}$, para refuerzo convencional debe tomarse como [5.5.3.2]:

$$(\Delta F)_{TH} = 166 - 0.33f_{min} \quad (3-39)$$

El umbral $(\Delta F)_{TH}$, de los cables de preesfuerzo con radios de curvatura mayores a 9.0 m debe tomarse como 124 MPa y 69 MPa cuando el radio se menor a 3.65m.

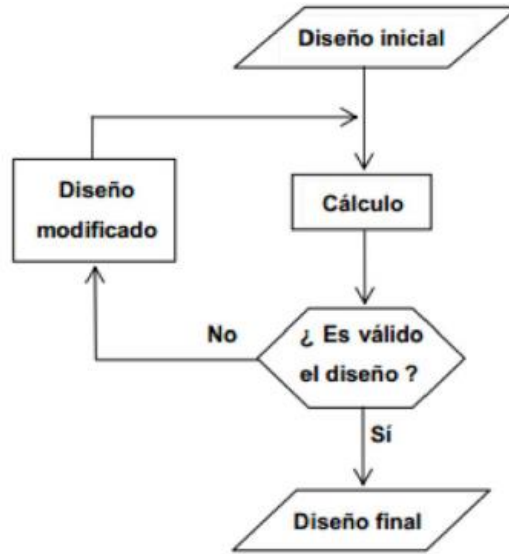
4. Optimización estructural

Desde la antigüedad se ha buscado crear edificaciones y obras de infraestructura que se adapten a las necesidades de los usuarios y sean seguras. Con la evolución de las técnicas de construcción y diseño, la concepción de las estructuras ha tomado rumbos adicionales ya que no solo se busca que sean seguras, sino además que el consumo de energía y recursos sea el mínimo posible.

El progreso de las investigaciones en el campo de las estructuras ha contribuido a la ejecución de proyectos cada vez más eficientes, buscando siempre una relación seguridad-costo óptima. Convencionalmente encontrar esta relación se logra a través de un proceso iterativo que comienza con el planteamiento de un predimensionamiento basado en la experiencia y en los lineamientos de los códigos de diseño, para posteriormente analizar y diseñar la estructura. Este procedimiento, por lo general, se debe ajustar varias veces hasta encontrar los resultados esperados; la calidad del resultado final y el tiempo empleado dependen de la intuición y práctica del proyectista ya que pueden existir múltiples soluciones para un mismo problema (Ver Figura 4-1).

El proceso de diseño suele darse por finalizado cuando los resultados son satisfactorios teniendo en cuenta las necesidades del proyecto. Sin embargo, en muchas ocasiones la limitación de recursos o la premura del tiempo pueden dar por finalizada la etapa de diseño prematuramente.

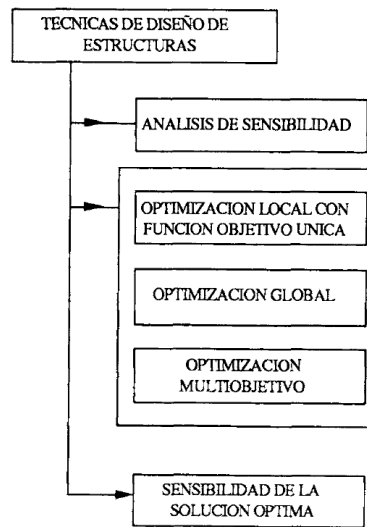
Figura 4-1 Proceso de diseño estructural. Fuente: Adaptado de (Payá, 2007).



Modificar un diseño, con el fin de mejorarlo, exige que el ingeniero conozca el desarrollo evolutivo de la estructura que está analizando ante cambios impuestos en sus propiedades mecánicas y/o físicas. Para esto, los procesos convencionales de diseño se apoyan en métodos prácticos que han resultado apropiados en ocasiones. Estos métodos funcionan apropiadamente cuando se están estudiando estructuras convencionales, pero cuando el proyecto a diseñar presenta características poco comunes se tienden a extrapolar los criterios de otros planteamientos.

La extrapolación, en estos casos, no presenta una base racional y se ha comprobado en varias oportunidades que utilizar la metodología de un problema sencillo en un planteamiento más complejo o en el que no se tenga experiencia previa, da como resultado diseños menos eficientes y que no satisfacen plenamente las necesidades del proyecto. Con el fin de basar el diseño estructural en metodologías más racionales, justificadas no solo prácticamente sino también teóricamente, de modo que al aplicarlas en el ajuste de un diseño estructural se obtengan resultados siempre más eficaces que los anteriores, se han desarrollado diferentes técnicas que apoyan el proceso del diseño estructural. Estas técnicas se basan en los métodos de Diseño Asistido por Computador (CAD), y se presentan en el siguiente esquema:

Figura 4-2 Técnicas de Diseño Óptimo de Estructuras Asistidas por Computador. Fuente: Adaptado de (Hernandez, 1993b).

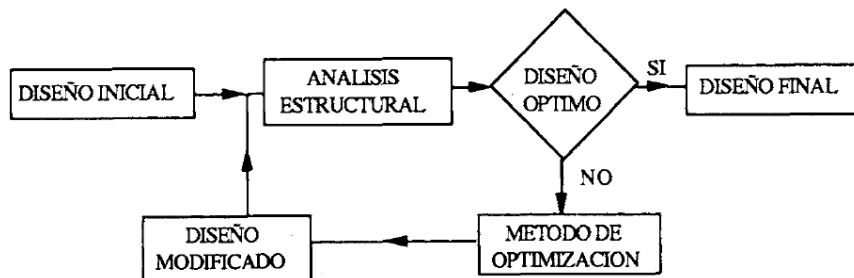


Esta investigación se abordó utilizando la técnica de optimización de estructuras con función objetivo única. A continuación, se muestra una breve descripción de la metodología general de optimización, los elementos requeridos y los métodos comúnmente utilizados.

4.1 Optimización con función objetivo única

En el proceso de optimización se asume que existe un resultado que se puede mejorar y que está sujeto a condiciones y restricciones, generalmente se evalúa con base en el valor de una función objetivo que determina el grado de cumplimiento del planteamiento, (Ochoa, 2018). Matemáticamente hablando, la optimización es la búsqueda de un valor máximo o mínimo de una función objetivo, (Lozano, Velázquez, & Zepeda, 2010). El siguiente diagrama describe, de manera general, el proceso de optimización.

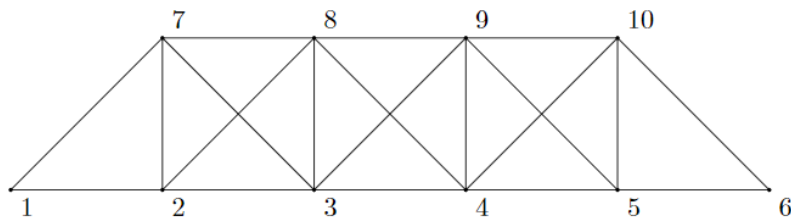
Figura 4-3 Proceso del diseño óptimo de estructuras. Fuente: Adaptado de (Hernandez, 1993a).



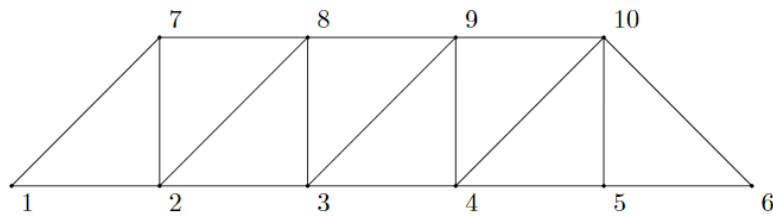
Este proceso se puede abordar desde tres enfoques (Sánchez, 2012):

- Optimización del tamaño, el cual tiene como objetivo determinar las dimensiones óptimas de los elementos que conforman una estructura definida.
- Optimización de la forma, donde se busca la forma óptima de una estructura de topología fija. Se pretende mejorar conectividades y eliminar elementos innecesarios.
- Optimización topológica, apunta a encontrar la mejor distribución del material en una estructura mediante la eliminación de elementos y/o la modificación de conectividades y/o coordenadas.

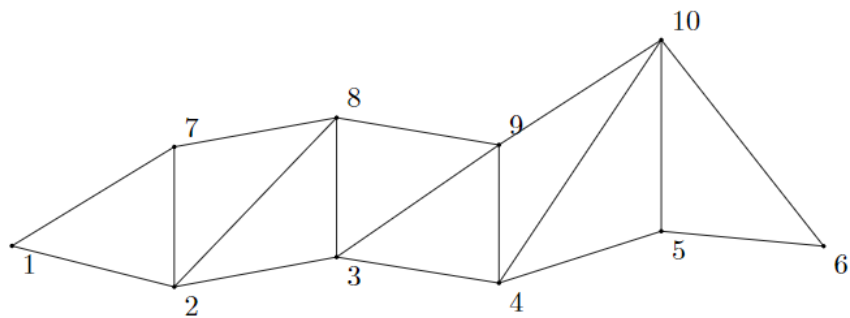
Figura 4-4 Enfoques de la optimización estructural. Fuente: Adaptado de (Sánchez, 2012).



(a) Optimización del tamaño



(b) Optimización de la forma



(c) Optimización topológica

La formulación estándar de un problema de optimización estructural se plantea principalmente con base en unas variables de diseño, una función objetivo y sus respectivas restricciones.

4.1.1 Variables de diseño

Las variables de diseño son parámetros que controlan el cambio en la estructura que se quiere optimizar, por ejemplo: la sección transversal de los elementos, el módulo de elasticidad de los elementos, las coordenadas geométricas, entre otras, (Ochoa, 2018). Estas variables pueden tomar diferentes valores, discretos o continuos, durante el proceso de optimización hasta encontrar la mejor combinación que minimice o maximice la función objetivo. Se designan, en este documento, con el siguiente vector:

$$\mathbf{x} = x_1, x_2, x_3, \dots, x_n \quad (4-1)$$

4.1.2 Función objetivo

Es una función vectorial de las variables de diseño y mide cuantitativamente el funcionamiento del sistema en un proceso de optimización. Esta función se maximiza o minimiza cumpliendo con todas las restricciones del problema. Representa la propiedad más importante de un diseño tal como el peso o el costo total de la estructura y puede ser continua, discreta o mixta, (Cujia, 2010). La convexidad de la función determina la existencia de una única solución (Figura 4-5a) o en caso contrario múltiples soluciones (Figura 4-5b).

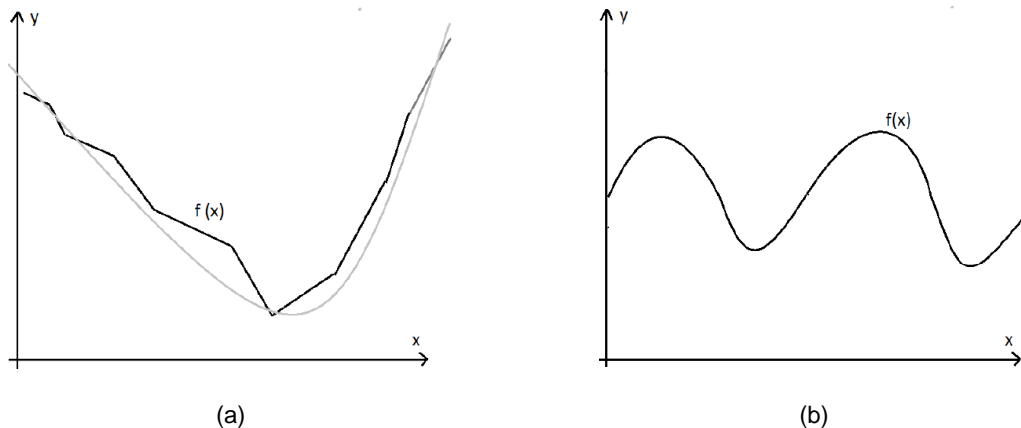


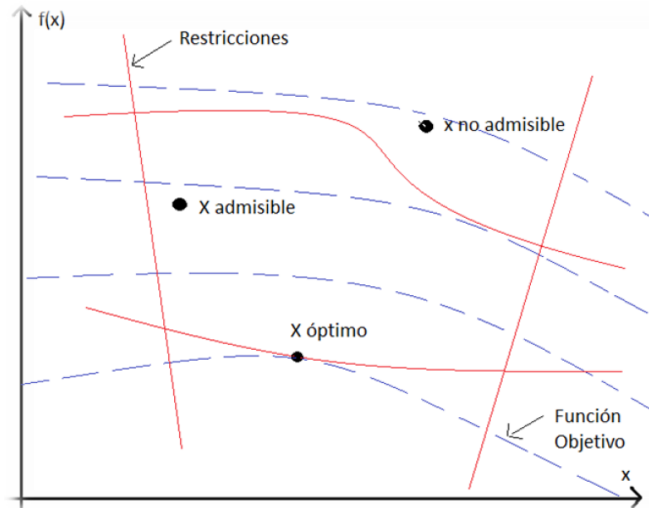
Figura 4-5 (a) Función convexa. (b) Función no convexa. Fuente: Adaptado de (Cujia, 2010).

La función objetivo se denota por $f(\mathbf{x})$.

4.1.3 Restricciones

Las restricciones introducen límites a las variables de diseño. Posibilitan que se divida el espacio de soluciones en un dominio admisible donde las restricciones son satisfechas y otro inadmisibles donde no (Figura 4-6), (Ochoa, 2018).

Figura 4-6 Espacio de diseño de un problema de optimización. Fuente: Adaptado de (Cujia, 2010).



Se pueden representar así:

$$\begin{aligned} g_i(x) &\geq 0, \quad i = 1, \dots, n_g \\ h_j(x) &= 0, \quad k = 1, \dots, n_h \end{aligned} \quad (4-2)$$

Donde g son las restricciones de desigualdad y h las de igualdad.

El cumplimiento de las restricciones permite que se logren las condiciones de seguridad, el nivel de servicio y de durabilidad, adicionalmente proporcionan un sentido físico o geométrico a la solución. Los estados límite últimos y de servicio indicados en la normatividad adoptada son ejemplo de restricciones del problema, (Payá, 2007).

Una de las formas más comunes de transformar un problema con restricciones a uno no restringido, es agregar un valor a la función objetivo el cual tiene en cuenta el grado de violación de las restricciones, a este mecanismo se le conoce como penalización. En general las formas de penalización se pueden agrupar en dos grandes grupos, la penalidad exterior y la interior, en la penalidad exterior se inicia con una solución no factible y desde

esta nos movemos a el espacio de soluciones factibles. A diferencia de la penalidad exterior, la interior inicia la búsqueda en la zona factible y continua la exploración evitando salir de ella. En el caso de estructuras el mecanismo más utilizado es la penalización exterior, ya que en mucho de los casos es difícil iniciar con una solución factible, o generar individuos factibles a partir de poblaciones iniciales (Valdez, Pandolfi, & Villagra, 2014).

4.1.4 Formulación

Teniendo en cuenta los elementos descritos anteriormente se puede formular el problema de optimización estructural de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} & \text{Minimizar o maximizar } f(\mathbf{x}) \\ & \text{Sujeto a: } (\mathbf{x}) \geq 0 \quad , \quad i = 1, \dots, n_g \\ & \quad \quad \quad h_j(\mathbf{x}) = 0 \quad , \quad k = 1, \dots, n_h \end{aligned} \tag{4-3}$$

Donde:

- \mathbf{x} : Vector con las variables de diseño
- $f(\mathbf{x})$: Función objetivo
- $g_i(\mathbf{x})$: Restricción con desigualdad
- $h_j(\mathbf{x})$: Restricción de igualdad
- n_g : Número de restricciones con desigualdad
- n_h : Número de restricciones con igualdad

Si la función objetivo, junto con las restricciones, se puede representar como una función lineal de las variables de diseño se dice que el problema de optimización es lineal, de lo contrario, se define como no lineal. Si se presentan diferencias significativas entre las ordenes de magnitud de las variables, la función objetivo y las restricciones se pueden presentar problemas de redondeo y truncamiento de cifras, en estos casos se recomienda normalizar las variables, (Ochoa, 2018).

4.1.5 Solución del problema de optimización

Generalmente la solución al problema de optimización formulado en (4-3) se basa en técnicas numéricas que buscan el máximo o mínimo de la función objetivo iterativamente.

Según (Ochoa, 2018) la mayoría de los procesos de optimización incluyen los siguientes pasos:

- Búsqueda y selección de restricciones activas. La correcta especificación de las restricciones determina en gran medida el comportamiento del proceso de optimización.
- Determinar la dirección de búsqueda de acuerdo con la función objetivo o las restricciones. Con el fin de disminuir el costo computacional y poder direccionar la búsqueda hacia el óptimo, es necesario escoger un método de optimización que permita seguir una dirección eficiente durante el proceso.
- Determinar la distancia de recorrido sobre la dirección de búsqueda. Hay diferentes metodologías para ello como la búsqueda de línea unidimensional.
- Evaluación del criterio de convergencia.

4.2 Métodos de optimización estructural

Existen diversos métodos de optimización estructural, la selección del método apropiado está dado por las características particulares de cada planteamiento. De acuerdo con (Yepes, 2002), (Cujia, 2010) y (Ochoa, 2018) estos se pueden clasificar en dos grandes grupos:

- **Métodos Exactos:** A este grupo pertenecen estrategias como la programación matemática lineal y no lineal o las técnicas basadas en los criterios de optimalidad. Los algoritmos de resolución exacta tratan de asegurar la obtención de la solución óptima.
- **Métodos heurísticos y metaheurísticos:** o también llamados métodos aproximados, estos se basan en algoritmos sencillos e intuitivos, su formulación es general, poseen un rango de aplicación más amplio en comparación con los métodos exactos. Sin embargo, requieren un gran esfuerzo computacional ya que precisan que la función objetivo y las restricciones del problema sean evaluadas un gran número de veces. Algunos ejemplos de este grupo son: Cristalización Simulada, Enjambre de Partículas, Colonia de Hormigas, Búsqueda Tabú, Redes Neuronales Artificiales, Algoritmos Genéticos, entre otros.

A continuación, se describen brevemente diferentes técnicas de optimización y se realiza un énfasis especial en los Algoritmos Genéticos.

4.2.1 Programación lineal [PL]

La optimización lineal forma parte de la programación matemática y tiene como objetivo minimizar o maximizar funciones con variables y restricciones lineales. Esta técnica estudia problemas dados por modelos matemáticos deterministas, con hipótesis de linealidad, aditividad y de no negatividad de las variables, (Mora, 2004).

De acuerdo con (Mora, 2004) la formulación más general de la PL es la siguiente:

$$\text{Minimizar } z = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n \quad (4-4)$$

Sujeto a las restricciones

$$\begin{aligned} a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \dots + a_{in}x_n &\geq b_i, & i \in M_1 \subseteq M \\ a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \dots + a_{in}x_n &= b_i, & i \in M \setminus M_1 \\ x_j &\geq 0, & j \in N_1 \subseteq N \\ x_j &\in \mathbb{R}, & j \in N \setminus N_1 \end{aligned} \quad (4-5)$$

Donde:

- M_1 Conjunto de índices de las restricciones de la forma \geq
- $M \setminus M_1$ Conjunto de índices de las restricciones igualdades
- N_1 Conjunto de índices de las variables no negativas
- $N \setminus N_1$ Conjunto de índices de las variables no restringidas

4.2.2 Cristalización simulada [SA]

La Cristalización Simulada o *Simulated Annealing* (SA) es una técnica de optimización metaheurística inspirada en el templado del acero, proceso en el cual se someten los metales a un enfriamiento gradual que produce cristales de alta resistencia y calidad, (Oliva, Elaziz, Elsheikh, & Ewees, 2019).

El calor hace que los átomos cambien su posición, y teniendo en cuenta que la materia siempre tiende al menor estado de energía, el enfriamiento lento aumenta las probabilidades de que se organicen en un estado de energía menor al anterior, el objetivo principal es controlar la temperatura para asegurar que los átomos se configuren en el menor estado de energía, que caigan en el mínimo absoluto y no en un mínimo local, (Cujia, 2010).

De acuerdo con (Voß, 2001) y (García Serrano, 2012) generalmente el SA tiene las siguientes características:

- En cada iteración, no siempre se elegirá un vecino que mejore la solución actual, sino que se puede aceptar una solución de menor calidad. La aceptación de esta nueva solución depende de una función probabilística.
- La función de probabilidad se utiliza para evaluar si la solución debe moverse a un vecino o debe permanecer en la solución actual. Básicamente la probabilidad de hacer el cambio dependerá de dos factores: la diferencia relativa que hay entre el estado actual y el nuevo y un factor denominado temperatura (T). La función de probabilidad a utilizar es la siguiente:

$$p = e^{\frac{eval(E_{actual}) - eval(E_{nuevo})}{T}} \quad (4-6)$$

Donde:

E_{actual}	Estado actual
E_{nuevo}	Nuevo estado vecino
$eval$	Función que mide la calidad de la solución
T	Temperatura

- La operación $(E_{actual} - E_{nuevo})$ indica si una solución es mejor o peor que la actual. Por otro lado, T denota el valor de la función de probabilidad, es decir, un valor alto de la temperatura favorecerá que se produzca la selección de un estado de menor calidad que el actual.
- El objetivo de esta técnica es comenzar con un valor de temperatura alto e ir disminuyéndolo poco a poco en cada iteración, de esta manera en los primeros momentos será fácil seleccionar soluciones peores, pero con el paso del tiempo, a

medida que T desciende, se ira estabilizando la mejor solución encontrada debido a que la probabilidad de seleccionar un vecino peor disminuye.

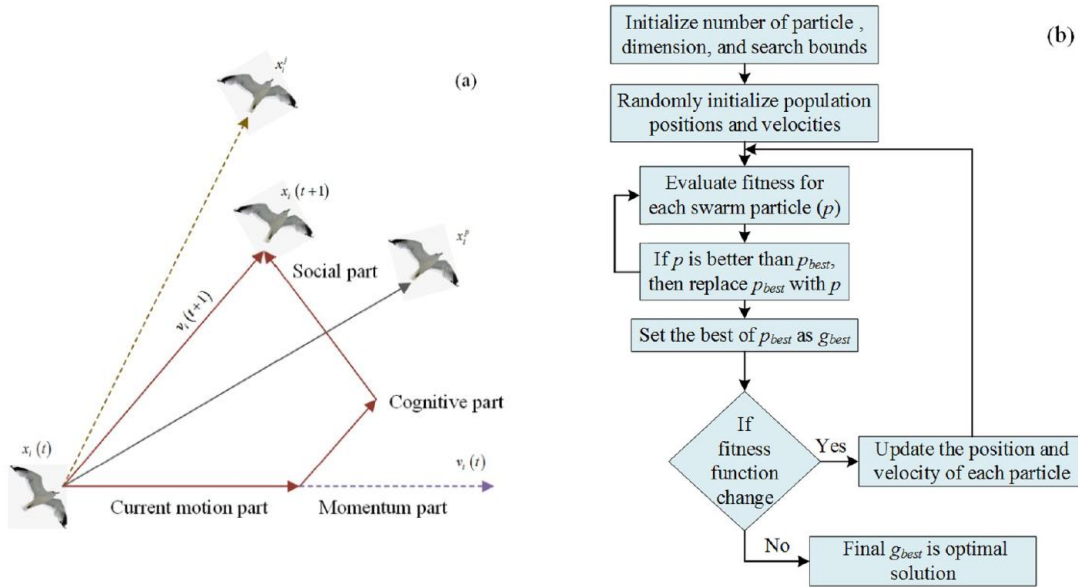
4.2.3 Optimización por enjambre de partículas [PSO]

La Optimización por Enjambre de Partículas o *Particle Swarm Optimization* (PSO) es una técnica de optimización estocástica desarrollada por el Dr. Eberhart y el Dr. Kennedy en 1995, inspirada en el comportamiento social de bandadas de aves, enjambres de insectos o cardúmenes de peces, (Hu, 2006). Este comportamiento se relaciona con los grupos y las fuerzas sociales que dependen de la memoria de cada individuo y de la inteligencia del grupo, (Sánchez, 2012).

Durante la búsqueda de alimento cada ave de la bandada se mueve con una posición y velocidad aleatoria hasta que obtiene una experiencia considerable para alcanzar su comida, luego todas las aves siguen al ave más cercana a la comida, Figura 4-7a. *PSO* se utiliza como un algoritmo para optimizar (maximizar o minimizar) una función objetivo con respecto a la distancia desde el objetivo, es decir, la distancia a la comida, (Oliva et al., 2019).

De igual modo, el algoritmo está conformado por una serie de partículas que forman el enjambre, éstas son inicializadas aleatoriamente dentro del espacio de búsqueda de la función objetivo. Cada partícula representa una posible solución del problema. Las partículas se mueven por el espacio de búsqueda atraídas por la posición de mayor aptitud lograda por la partícula (óptimo local) así como la mejor aptitud lograda en todo el enjambre (óptimo global), durante cada iteración del algoritmo, de modo similar al de un enjambre, (Sánchez, 2012). En la Figura 4-7b se describe un diagrama de flujo del modelo *PSO*.

Figura 4-7 a) Iteración de PSO simplificada en dos dimensiones. b) Diagrama de flujo del algoritmo PSO.
Fuente: Adaptado de (Oliva et al., 2019).



4.2.4 Optimización por colonias de hormigas [ACO]

La optimización por colonia de hormigas o *Ant Colony Optimization* (ACO) es un método basado en la formulación de (Serra & Venini, 2006) que unifica en un *framework* común las diversas variantes propuestas sobre la utilización de hormigas artificiales para la solución de problemas de optimización, (Pedemonte, 2007).

Esta técnica está inspirada en el comportamiento natural de colonias de hormigas, abejas o avispas. Estas colonias están formadas por individuos que realizan distintas tareas como la búsqueda de comida, el transporte de esta, la construcción de nidos y la defensa. Cada individuo realiza su función al mismo tiempo que interactúa con los demás individuos, por lo tanto, si un individuo no es capaz de realizar la tarea asignada la colonia en conjunto si lo hace, (Sánchez, 2012)

Durante el transcurso entre el nido y la fuente de alimento, una hormiga deposita en el suelo cierta cantidad de feromonas. Las hormigas “de atrás” tienden a seguir (en un sentido probabilístico) los caminos donde la concentración de feromonas es mayor, durante este proceso, las hormigas tienden a encontrar caminos cada vez más cortos, acercándose cada vez más al camino óptimo (más corto). Con el fin de evitar rutas subóptimas, los rastros de feromonas no son permanentes porque las feromonas están sujetas a

evaporación. Esta comunicación indirecta por medio de feromonas se le conoce como comunicación estigmérgica, por lo tanto, la idea básica de un algoritmo ACO es encontrar procedimientos que imiten la comunicación estigmérgica de las hormigas, (Serra & Venini, 2006), (Camp & Bichon, 2004).

De acuerdo con (Pedemonte, 2007), las principales características de este método son:

- Se utilizan agentes (hormigas artificiales) para construir soluciones de manera incremental. Cada agente construye una solución mediante la incorporación de componentes sobre una solución parcial de forma independiente.
- Para incorporar los componentes se realiza la elección mediante una regla probabilística la cual tiene en cuenta la experiencia adquirida en etapas anteriores de la búsqueda e información heurística del problema.
- La incorporación de la experiencia adquirida en la construcción de soluciones se realiza mediante la implementación de una matriz de feromona, a modo de memoria que almacena el rastro depositado por las hormigas en la construcción de soluciones de buena calidad.

4.2.5 Búsqueda Tabú [TS]

La Búsqueda Tabú o Tabu Search (TS) fue propuesta por Glover en 1986 y su metodología se basa en guiar la búsqueda hacia zonas del espacio de soluciones que no han sido exploradas. Para ello, TS clasifica como prohibidos un determinado número de los movimientos más recientes que no se pueden repetir durante un cierto número de iteraciones, (Payá, 2007).

La palabra tabú se refiere generalmente a una prohibición con el fin de evitar un riesgo, en este caso el riesgo que se debe evitar es el de seguir un curso contraproducente. Por otro lado, en un contexto social más amplio donde las "prohibiciones protectoras" pueden ser reemplazadas cuando la ocasión lo requiere, los "tabús" deben ser anulados cuando la evidencia de una alternativa preferida se vuelve convincente. Los tabús se transmiten por medio de una memoria social que está sujeta a modificaciones con el tiempo; por lo tanto, los elementos prohibidos de la búsqueda tabú reciben su estado al depender de una

memoria en evolución, que permite que este estado cambie de acuerdo con el tiempo y las circunstancias, (Glover & Laguna, 1998).

Más particularmente, la búsqueda tabú se basa en la premisa de que la resolución de problemas, para calificar como inteligente, debe incorporar memoria adaptativa y exploración receptiva. La función de memoria adaptativa de TS permite la implementación de procedimientos que son capaces de buscar el espacio de la solución de manera económica y efectiva. Dado que las elecciones locales están guiadas por la información recopilada durante la búsqueda, TS contrasta con los diseños sin memoria que se basan en gran medida en procesos semialeatorios que implementan una forma de muestreo, (Glover & Laguna, 1998).

La exploración receptiva en la búsqueda tabú sea en una implementación determinista o probabilística, se deriva de la suposición de que una mala elección estratégica puede producir más información que una buena elección aleatoria. En un sistema que usa memoria, una mala elección basada en la estrategia puede proporcionar pistas útiles sobre cómo se puede cambiar la estrategia de manera positiva. La búsqueda tabú se ocupa de encontrar formas nuevas y más efectivas de aprovechar los mecanismos asociados tanto con la memoria adaptativa como con la exploración receptiva. El desarrollo de nuevos diseños y estrategias convierte a TS en un área fértil para la investigación y el estudio empírico, (Glover & Laguna, 1998).

4.2.6 Redes neuronales artificiales [NN]

Las redes neuronales artificiales o *Neural Networks* (NN) aparecen al tratar de comprender el comportamiento del cerebro humano, considerándolo como un sistema de procesamiento de información complejo, no lineal y en paralelo, es decir, que puede realizar muchas operaciones simultáneamente, a diferencia de los computadores comunes que son de tipo secuencial. Su propiedad más interesante es la capacidad de aprendizaje lo cual ha logrado que esta metodología haya sido aplicada con éxito a proyectos basados en el reconocimiento de patrones, la optimización y/o la planificación, (Izaurieta & Saavedra, 2000). McCulloch y Pitts (1946) presentaron el primer modelo artificial de neurona, siendo Hopfield y Tank (1985) y Adeli y Yeh (1989) los pioneros en aplicar las NN

a problemas de optimización combinatoria y de ingeniería civil respectivamente, (Payá, 2007).

De acuerdo con (Izaurieta & Saavedra, 2000) una red neuronal se caracteriza principalmente por:

- Tener una propensión natural a adquirir el conocimiento a través de la experiencia el cual es almacenado en las conexiones interneuronales (pesos sinápticos).
- Tener una alta plasticidad y gran adaptabilidad, pueden cambiar dinámicamente junto con el medio.
- Poseer alta tolerancia a las fallas, es decir, pueden presentar un daño considerable y aun así seguir comportándose de buena manera.
- Tener un comportamiento no-lineal lo que permite procesar información procedente de otros fenómenos no lineales.

La red actúa en dos modos diferentes de operación: aprendizaje y recuerdo; inicialmente la red neuronal está conectada de forma aleatoria, no dispone de ningún conocimiento útil almacenado, para que pueda efectuar una determinada tarea hay que entrenarla empleando para ello un conjunto de ejemplos que constituye una fase de aprendizaje. El conocimiento se obtiene de patrones que son suministrados, prototipos adecuados de la operación que se pretende que el sistema lleve a cabo, la red por medio de estos ejemplos y por medio de un algoritmo de aprendizaje interactivamente modifica los valores de sus pesos sinápticos, adaptando progresivamente su respuesta a lo que de ella espera el programador (Serrano Cinca & Martín Del Brío, 1993).

4.3 Algoritmos genéticos [GA]

Los Algoritmos Genéticos (GA) fueron desarrollados por John H. Holland en 1975 y hacen parte de una rama de la Inteligencia Artificial denominada Computación Evolutiva (EV), (Payá, 2007). Son un tipo de algoritmo de búsqueda heurística inspirado en la genética y la selección natural enunciada por el naturalista inglés Charles Darwin, la cual indica que, en grandes poblaciones de seres vivos los individuos tienden a entrar en competencia por los recursos disponibles y solo los mejores adaptados y los más fuertes tenderán a vivir

más tiempo y a dejar una mayor descendencia en comparación con aquellos menos adaptados (Sánchez, 2012).

Cuando dos individuos tienen descendencia, los genes de estos se combinan dando lugar a un nuevo individuo con unas características genéticas mejoradas. Por lo tanto, el mecanismo que permite la mejora de la especie es el intercambio de genes, aunque no es el único. En algunos casos surgen mutaciones accidentales en los genes, estas mutaciones suelen ser negativas en su mayoría, pero de vez en cuando se da una mutación que mejora las características genéticas del nuevo individuo, (García Serrano, 2012).

El proceso desarrollado por los GA comienza con la generación de una población de individuos (soluciones) la cual va generando descendencia, basándose en las características de los mejores individuos, teniendo en cuenta su aptitud. Las nuevas soluciones van sustituyendo a las antiguas de modo que, con el tiempo, la población tienda a converger hacia la solución global del problema, (García Serrano, 2012).

4.3.1 Definiciones

A continuación, se hace una breve descripción de los conceptos biológicos que intervienen en el planteamiento de los GA y de la terminología propia de estos, según (Gestal, 2010), (Sánchez, 2012), (García Serrano, 2012) y (Ramírez, 2014).

- **Célula:** Es el elemento de menor tamaño que se considera vivo. Los seres vivos se pueden clasificar según el número de células que poseen como unicelulares o pluricelulares.
- **Cromosoma:** El núcleo de la célula contiene la mayor cantidad de material genético celular en forma de múltiples moléculas lineales de ácido desoxirribonucleico (ADN) conocidas como cromatina, las cuales durante la mitosis se organizan formando pequeños cuerpos conocidos como cromosomas. En la formulación de los AG se considera un cromosoma como una solución (individuo) conformado por varios genes (característica o variable del problema).
- **Genes:** Un gen es un segmento de ácido desoxirribonucleico (ADN) que contiene información necesaria para la síntesis de una macromolécula con función celular específica. Ésta puede estar vinculada al desarrollo de una función fisiológica, por

ejemplo, el color de los ojos. Por lo tanto, en el planteamiento de los GA corresponderán al conjunto de parámetros o características que describen a un individuo (solución).

- **Genotipo y fenotipo:** Conjunto de parámetros representados por un cromosoma particular. El genotipo contiene la información necesaria para la construcción del organismo, es decir, la solución real al problema, denominada fenotipo.
- **Genética:** La información genética contenida en los cromosomas se conoce como genotipo, dicha información puede o no manifestarse en un individuo. El fenotipo es cualquier característica o rasgo observable de un organismo y es el resultado de la decodificación del genotipo. Por lo tanto, el fenotipo está determinado por el genotipo y por factores del medio.
- **Reproducción:** La reproducción es el proceso biológico mediante el cual se generan nuevos organismos. Existen dos tipos básicos: la reproducción sexual y la asexual.

La reproducción sexual es el mecanismo más habitual en organismos pluricelulares, se pueden definir tres tipos: Singamia la cual consiste en la fusión de dos gametos⁵ para producir un nuevo organismo, Meiosis mediante la cual una célula diploide experimenta dos divisiones sucesivas con la capacidad de generar cuatro células haploides y, por último, la Recombinación Genética donde una hebra de material genético es rota y luego unida a una molécula de material genético diferente, la forma de recombinación habitual es el entrecruzamiento cromosómico donde se recombinan los cromosomas heredados de los padres.

Por otro lado, la reproducción asexual se basa en el mecanismo de la mitosis, por el cual una célula se divide formando una nueva. El resultado esencial de la mitosis es la continuidad de la información hereditaria de la célula madre en cada una de las dos células hija.

- **Selección Natural:** Proceso de preservación de los individuos más fuertes y la eliminación de los débiles.

⁵ Células sexuales

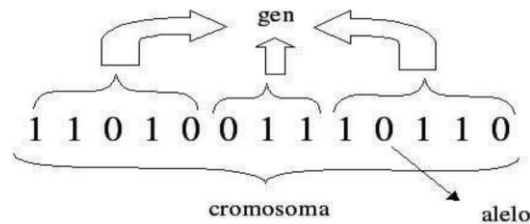
- **Individuo:** Representa una de las soluciones válidas del problema planteado, independientemente de que tan buena sea. Debe cumplir las restricciones impuestas.
- **Población:** Conjunto de individuos que representan las soluciones evaluadas durante una generación (iteración). Es importante que exista una población lo suficientemente amplia para lograr un adecuado número de reproducciones y así llegar a una solución óptima, sin embargo, esta no debe ser demasiado grande con el fin de que no se tarde mucho tiempo en alcanzar a la convergencia.
- **Función de aptitud $[\Phi]$:** Indica con qué grado se adapta el individuo a la solución. Inicia tomando un cromosoma de entrada y seguidamente retorna un numero o conjunto de números que dan una medida de la calidad del cromosoma con base en las condiciones del problema.
- **Convergencia de la población:** El objetivo global del algoritmo no es conseguir un individuo apto, sino que la población, en general, sea apta. En pocas palabras, si la población converge hacia unas características similares cuya función de aptitud es buena, esto podrá significar que la solución convergió hacia la óptima.
- **Factor de convergencia $[\gamma]$:** Se dice que una población ha convergido si hay un gran porcentaje de individuos cuya función de aptitud es igual o muy similar. Ese porcentaje se llama factor de convergencia y un valor habitual de este factor suele rondar el 95%.

La definición formal de un algoritmo genético, según (Sánchez, 2012), se plantea teniendo en cuenta un espacio de individuos $I \notin [\emptyset]$ del cual se genera una población inicial $\mathcal{X} \in I$ de tamaño μ , formada por los individuos: $[a_1, \dots, a_\mu]$, los cuales serán evaluados por una función Φ que asigna a cada individuo una aptitud. Con base en la aptitud de los individuos, se selecciona mediante determinadas reglas un conjunto de padres $\bar{\mathcal{X}} = [\bar{a}_1, \dots, \bar{a}_\mu]$ los cuales engendrarán un conjunto de hijos $\mathcal{X}' = [a'_1, \dots, a'_\mu]$, y estos a su vez sufrirán procesos de mutación que los transformarán en un nuevo conjunto $\mathcal{X}'' = [a''_1, \dots, a''_\mu]$, el cual tras ser evaluado por la función Φ formará la población \mathcal{X} de la siguiente generación. Este proceso se repite hasta que se cumple una condición de terminación.

El conjunto de parámetros (genes) se codifica en una cadena de valores que se denomina cromosoma. Los cromosomas deben contener información acerca de la solución que

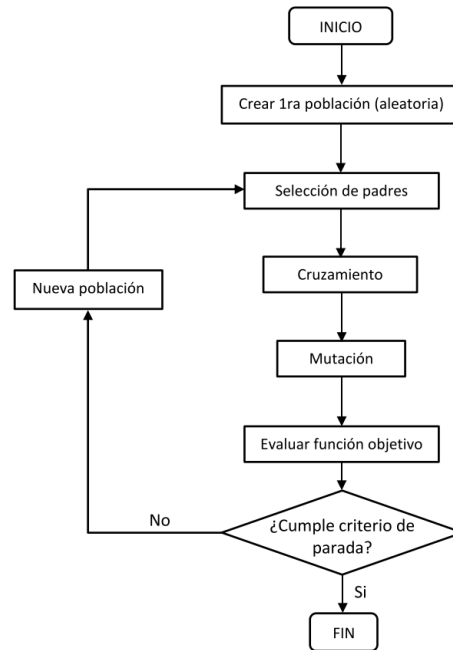
representan, esta codificación se puede realizar de varias formas, la más utilizada es mediante una cadena de números binarios (1s o 0s). En esta codificación se asigna un determinado número de bits a cada parámetro y se realiza una discretización de la variable representada por cada gen; el número de bits asignados dependerá del grado de ajuste que se desee alcanzar. No todos los parámetros tienen porque estar codificados con el mismo número de bits; cada bit se denomina alelo (ver Figura 4-8). Existen otras formas de codificación mediante números enteros, reales o en punto flotante, (Gestal, 2010) y (Arranz de la Peña & Parra Truyol, 2012).

Figura 4-8 Ejemplo individuo con codificación binaria. Fuente: Adaptado de (Gestal, 2010).



En el paso de una generación a otra se utilizan una serie de operadores genéticos. Los más empleados son los operadores de selección, cruce, copia y mutación. En el caso de no trabajar con una población intermedia temporal también cobran relevancia los operadores de reemplazo, (Gestal, 2010) A continuación, se muestra un diagrama de flujo que describe las fases de un algoritmo genético.

Figura 4-9 Diagrama de flujo de un algoritmo genético simple. Fuente: Adaptado de (Ramírez, 2014).



4.3.2 Selección

En esta fase se eligen los mejores individuos de una población, de acuerdo con la función de aptitud. Los algoritmos de selección son los encargados de escoger los individuos que tendrán más probabilidad de reproducirse (padres \bar{X}). Teniendo en cuenta que se trata de imitar la naturaleza, se disponen mayor número de oportunidades de reproducción a los individuos más aptos. Sin embargo, no se deben eliminar por completo los individuos menos aptos ya que esto ocasionaría que en pocas generaciones la población se volviera homogénea, (Gestal, 2010).

El proceso de selección se puede realizar mediante distintos mecanismos. A continuación, se describen algunos operadores de selección, con base en los trabajos de (Gestal, 2010) y (Sánchez, 2012).

- **Selección aleatoria:** Como su nombre lo indica, consiste en seleccionar aleatoriamente los padres de la nueva población. Aunque mantiene la diversidad de la población, ralentiza el proceso de convergencia.

- **Selección por ruleta (RWS):** La probabilidad de selección de un individuo i es directamente proporcional a su aptitud Φ_i , así los “mejores” individuos tendrán una porción mayor de la ruleta que los “peores” individuos. De este modo, la probabilidad de selección p_s de un individuo i en la generación t se puede calcular así:

$$p_{si}(t) = \frac{\Phi_i(t)}{\sum_{j=i}^{\mu} \Phi_j(t)} \quad (4-7)$$

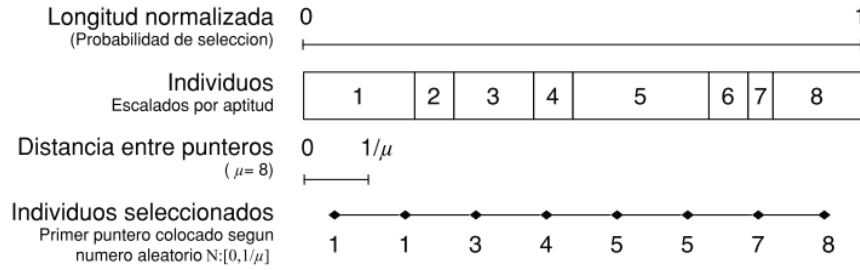
El número de veces K_i que se espera que un individuo i sea seleccionado para la reproducción, está dado por:

$$K_i(t) = \mu \frac{\Phi_i(t)}{\sum_{j=i}^{\mu} \Phi_j(t)} = \mu p_{si}(t) \quad (4-8)$$

Este operador se implementa tomando una ruleta de casino y dividiéndola en partes proporcionales a la aptitud de cada individuo, de esta forma cada porción equivale a la probabilidad de selección p_s de cada uno. Se gira la ruleta μ veces, donde μ es el número de individuos de la población y en cada lanzamiento se selecciona un progenitor formando así las parejas que engendrarán hijos. Por lo general, los individuos seleccionados se almacenan en un vector \bar{X} donde los índices impares son los padres y los pares las madres.

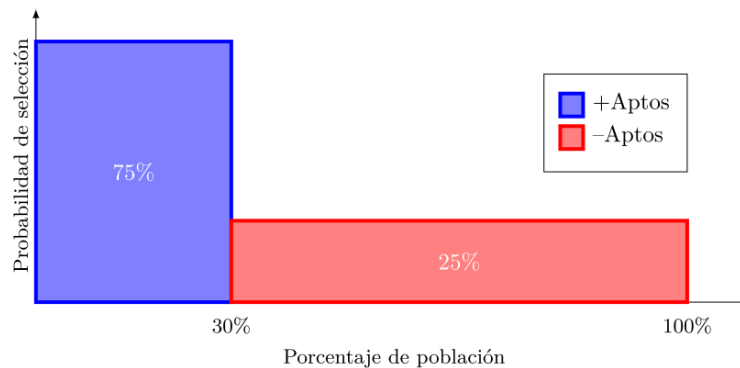
- **Selección por muestreo universal estocástico (SUS):** Este operador se implementa mapeando los individuos en segmentos contiguos de una misma línea para que cada segmento sea proporcional en tamaño a su aptitud. Seguidamente se colocan sobre la línea μ puntos, distribuidos de forma equidistante a una distancia $1/\mu$. A continuación, se genera un número aleatorio en el intervalo $[0, 1/\mu]$ y partiendo del origen, se selecciona al individuo (segmento) que coincide con esta posición. Después se incrementa la posición en $1/\mu$ y se selecciona el siguiente individuo, el proceso se repite μ veces hasta seleccionar todos los individuos.

Figura 4-10 Ejemplo operador SUS. Fuente: Adaptado de (Sánchez, 2012).



- Selección por grupos:** La implementación comienza por dividir la población en k grupos y se le asigna una probabilidad de selección a cada grupo. La probabilidad de selección de un individuo de cierto grupo se obtiene al dividir la probabilidad del grupo entre el número de individuos de ese grupo. En la Figura 4-11 se muestra un ejemplo que consiste en la asignación de probabilidad del 75% a un 30% de la población y una probabilidad del 25% al resto de la población. Por lo tanto, si la población es de 10 individuos, el primer grupo está formado por 3 individuos y la probabilidad de cada uno será $p_s = 0.75/3 = 0.25$.

Figura 4-11 Ejemplo operador selección por grupos. Fuente: Adaptado de (Sánchez, 2012).



- Selección por rango:** Determina la probabilidad de selección de un individuo con base en el rango que este posee dentro de la población en lugar de su aptitud. El rango se determina de modo tal que el individuo con peor aptitud tiene un rango de 1 y el más apto un rango igual a μ . A continuación, se seleccionan aleatoriamente dos individuos de la población y mediante un torneo definido por alguna regla relacionada con el rango se determina qué individuo será el primer padre. Después se vuelven a seleccionar dos individuos y al hacer el mismo procedimiento se selecciona el segundo padre.

- **Selección de Boltzmann:** Utiliza la analogía de los SA. Siguiendo la distribución de Boltzmann, la probabilidad de selección de un individuo i en la generación t viene dada por la siguiente ecuación:

$$p_{Si}(t) = e^{-\frac{f_{max,t-1} - f_i}{\hat{T}}} \quad (4-9)$$

Donde:

$$\hat{T} = T_0(1 - \alpha)^\gamma$$

$$T_0 \in [5, 100]$$

$$\alpha \in [0, 1]$$

$$\gamma = 1 + 100t/T$$

t Número de la generación

T Número total de generaciones

- **Selección por torneo:** Se seleccionan dos o más individuos de la población para que compitan entre sí con el fin de ser uno de los padres de la nueva generación. Existen dos versiones de selección por torneo: determinista y probabilista. En la versión determinista se selecciona al azar un número de individuos (generalmente 2) y de éstos se selecciona el más apto para pasar a la siguiente generación. En la versión probabilista la única diferencia consiste en que, en lugar de escoger siempre el mejor individuo se genera un número aleatorio del intervalo, si este número es mayor que un parámetro (fijado para todo el proceso evolutivo) se escoge el individuo con mayor aptitud y en caso contrario el menos apto.

4.3.3 Cruce

El cruce, recombinación o *crossover*, se basa en el proceso de reproducción sexual tal y como se desempeña en el mundo real. Generalmente, los cromosomas son aleatoriamente divididos y fusionados, lo que ocasiona que algunos genes provengan de un progenitor y los demás del otro progenitor. Es una herramienta muy útil para introducir nuevo material genético y así mantener la diversidad, (Ponce Cruz, 2011).

La reproducción de dos individuos seleccionados depende de la probabilidad de cruzamiento, esta indica la frecuencia con la que se producen cruces entre los

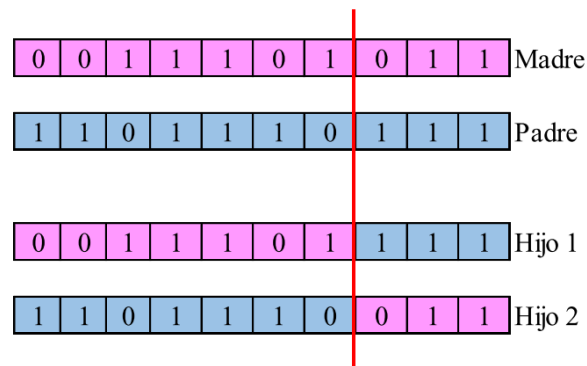
cromosomas padre. En ese sentido, si la probabilidad de cruce es cero, los cromosomas hijos serán copias exactas de los padres. En caso contrario, si la probabilidad es del 100%, el hijo se crea por cruce y no por partes de los padres. En cualquier otro caso, los hijos tendrán partes de los cromosomas de los padres, (Ramírez, 2014).

Los operadores de cruce pueden operar de dos maneras: estrategias destructivas o no destructivas. Si se opta por una estrategia destructiva los descendientes se insertarán en la población temporal, aunque sus padres tengan mejor aptitud. Por el contrario, con una estrategia no destructiva la descendencia pasará a la siguiente generación únicamente si supera la aptitud de sus padres (o de los individuos a reemplazar).

Existen diferentes operadores de cruce, a continuación, se describen varios operadores con base en los trabajos realizados por (Sánchez, 2012), (Arranz de la Peña & Parra Truyol, 2012) y (Siso Flores, 2017).

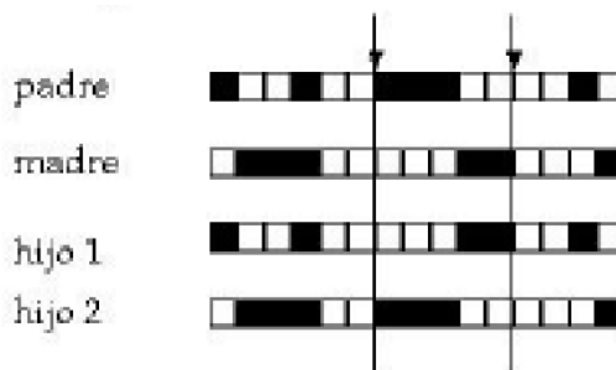
- **Operadores de cruce determinísticos:** Son todos aquellos operadores donde los genomas de los hijos se obtienen mezclando, mediante reglas determinísticas, los genes de los padres. De esta manera el gen i de un hijo corresponde al gen i del primer o del segundo padre.
 - Cruce por un punto: Los dos cromosomas padres se cortan en un punto. Se toma la información genética de uno de los padres desde el inicio hasta el punto de cruce y el resto se toma del otro progenitor.

Figura 4-12 Ejemplo operador cruce por un punto en codificación binaria. Fuente: Adaptado de (Siso Flores, 2017).



- Cruce por n puntos: El operador de cruce por un punto puede extenderse hasta n puntos. En este caso los padres se cortan por dos o más puntos. Por lo tanto, se tomarán los genes de un cromosoma progenitor desde el principio hasta el primer punto de cruce, los genes del otro progenitor desde el primer punto de cruce hasta el segundo y del segundo punto de cruce hasta el final se copiará del otro progenitor, y así sucesivamente si se tienen más de dos puntos de corte.

Figura 4-13 Ejemplo operador cruce por dos puntos en codificación binaria. Fuente: Adaptado de (Arranz de la Peña & Parra Truyol, 2012).



- Cruce uniforme: Cada gen del descendiente se obtiene de forma aleatoria de cualquiera de los padres. Una opción es generar un número aleatorio, si este número supera cierto límite preestablecido, se seleccionará un padre determinado y si no lo supera se elige el otro.
 - Cruce plano: Está basado en el concepto de esquemas binarios. Es decir, un esquema es un patrón común entre dos o más individuos de una población de modo que si seleccionamos dos padres, por ejemplo, $S_{p1} = [10111001]$ y $S_{p2} = [11011101]$, su esquema estaría representado por $\mathcal{F}[1##11#01]$. Por lo tanto, inicialmente se deben seleccionar aleatoriamente dos padres y determinar su forma \mathcal{F} , seguidamente se buscan las diferencias (#) de la forma \mathcal{F} y se reemplazan por un número aleatorio $r \in [0,1]$. Este proceso se repite hasta que se obtiene el número de hijos deseado.
- **Operadores de cruce aritméticos:** Los operadores determinísticos son los más apropiados para codificaciones binarias, sin embargo, existen otras codificaciones

como las de punto flotante para las cuales los operadores aritméticos son más apropiados. Aquí los progenitores se recombinan según algún operador aritmético para generar su descendiente. Dentro de este tipo de operadores se encuentra la recombinación simple, la recombinación aritmética simple y completa.

$$\mathbf{X}' = \lambda_1 \mathbf{X}_1 + (1 - \lambda_1) \mathbf{X}_2 \quad (4-10)$$

Figura 4-14 Ejemplo cruce aritmético lineal con recombinación simple, $\lambda_1 = 0.5, i = 4$. Fuente: Adaptado de (Sánchez, 2012).

Padres		Hijos	
$s_{p1} = \{0, 1, 0, 2, 0, 3, 0, 4, 0, 5, 0, 6\}$	$s_{p2} = \{0, 6, 0, 5, 0, 4, 0, 3, 0, 2, 0, 1\}$	$s_{h1} = \{0, 1, 0, 2, 0, 3, 0, 4, 0, 35, 0, 35\}$	$s_{h2} = \{0, 6, 0, 5, 0, 4, 0, 3, 0, 35, 0, 35\}$

- **Cruce geométrico:** Con este operador se genera solo un hijo por cada pareja cuyos genes se forman mediante la combinación cuadrática de ambos padres, como se describe en la ecuación (4-11) y en el ejemplo mostrado en la Figura 4-15.

$$\begin{aligned} \mathbf{S}_{p1} &= \{p_1, p_2, \dots, p_i, \dots, p_n\} \\ \mathbf{S}_{p2} &= \{q_1, q_2, \dots, q_i, \dots, q_n\} \\ \mathbf{S}_h &= \{\sqrt{p_1 q_1}, \dots, \sqrt{p_i q_i}, \dots, \sqrt{p_n q_n}\} \end{aligned} \quad (4-11)$$

Donde:

\mathbf{S}_{p1} : Información del padre 1

\mathbf{S}_{p2} : Información del padre 2

\mathbf{S}_h : Información resultante del hijo

Figura 4-15 Ejemplo cruce geométrico. Fuente: Adaptado de (Sánchez, 2012).

Padres		Hijo	
$s_{p1} = \{0, 1, 0, 2, 0, 3, 0, 4, 0, 5, 0, 6\}$	$s_{p2} = \{0, 6, 0, 5, 0, 4, 0, 3, 0, 2, 0, 1\}$	$s_{h1} = \{0, 2, 0, 3, 0, 3, 0, 3, 0, 3, 0, 2\}$	

4.3.4 Copia

La copia es otra estrategia de reproducción con el fin de obtener la siguiente generación. A diferencia del cruce este operador está basado en la reproducción asexual. Y se trata

básicamente de la copia de un individuo en la nueva generación. El porcentaje de copias de una generación a la siguiente debe ser bajo ya que se puede generar una convergencia prematura de la población hacia ese individuo. De este modo el tamaño de la población se reducirá y la búsqueda en el espacio se centrará en el entorno de ese individuo. Usualmente el procedimiento consiste en seleccionar dos individuos para el cruce y si este no se da, automáticamente se insertan estos individuos en la siguiente generación, (Gestal, 2010).

4.3.5 Mutación

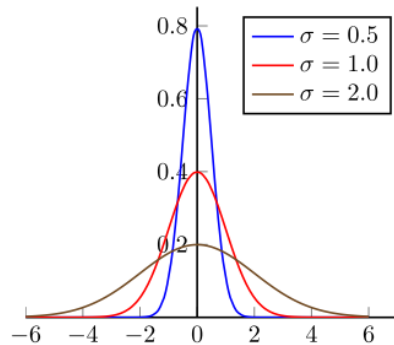
Tras el cruce se lleva a cabo la mutación, ésta ocasiona que alguno de los genes de un individuo, generalmente solo uno, varíe su valor de forma aleatoria. Inicialmente, si el cruce tiene éxito, entonces uno de los descendientes, o ambos, se muta con cierta probabilidad p_m . Lo forma en que se seleccionan los genes que mutarán consiste en generar un número aleatorio r de modo que si $r \leq p_m$ se producirá la mutación de ese gen. De esta manera se imita el comportamiento que se da en la naturaleza, pues cuando se genera la descendencia siempre se produce algún tipo de error, por lo general sin mayor trascendencia, en el paso de la carga genética de padres a hijos, (Gestal, 2010).

Para el caso de una codificación binaria, la mutación consiste simplemente en la inversión del gen mutado que corresponderá con un bit. A continuación, se describen algunos operadores de mutación con base en el trabajo hecho por (Sánchez, 2012).

- **Mutación aleatoria uniforme:** Si el gen i resulta elegido para la mutación, se genera un número aleatorio dentro del dominio del gen, es decir, $r \in [l_i, u_i]$, donde l_i y u_i son los valores mínimo y máximo que puede tomar dicho gen.
- **Mutación aleatoria no uniforme:** Este operador, aplicado a números enteros, consiste en establecer la proporción de individuos alejados del gen inicial mediante el valor $p_w \in [0,1]$. Seguidamente, si el gen es seleccionado para mutar, se genera un número aleatorio r' , entonces si $r' < p_w$ se lanza una monea al aire. Si sale cara se suma uno al valor inicial del gen y si sale cruz se le resta uno.
- **Mutación de convolución gaussiana:** La mutación es realizada mediante la adición de un ruido gaussiano al gen que se va a alterar. El ruido gaussiano se genera mediante una distribución normal $N(\hat{\mu}, \sigma^2)$ donde $\hat{\mu}$ suele ser cero y σ^2 controla los genes alejados de la media (ver Figura 4-16). Teniendo en cuenta que

se pueden generar valores fuera de los límites del dominio se deben rechazar o truncar estos valores.

Figura 4-16 Distribución de genes alterados alrededor del gen original. Fuente: Adaptado de (Sánchez, 2012).



4.3.6 Reemplazo

Los algoritmos genéticos pueden dividirse en dos tipos dependiendo de la estrategia de reemplazo empleada. Algoritmos genéticos con reemplazo generacional (GGA) y los algoritmos genéticos con brecha generacional (SSGA). En los primeros los hijos reemplazan totalmente a los padres una vez han sido engendrados y mutados. En los segundos existe una proporción de padres que sobrevive, la brecha generacional.

En esta investigación se emplea un algoritmo con brecha generacional (SSGA), que empleas las siguientes estrategias de reemplazo:

- **Reemplazo de los menos aptos:** En esta técnica se establece un porcentaje de la población que será sustituido por los hijos más aptos.
- **Reemplazo aleatorio:** El cambio de la población se ejecuta seleccionando individuos de manera aleatoria y reemplazándolos por lo hijos más aptos
- **Torneo a muerte:** Luego de una selección aleatoria, se realizan torneos entre la población actual y los hijos, para seleccionar aquellos que tengan las mejores características.
- **Elitismo:** En este mecanismo se permite el paso directo a la nueva generación del mejor individuo.

5. Desarrollo del modelo matemático

En el presente capítulo se define el modelo matemático para la optimización de vigas tipo cajón continuas desarrollado en el presente trabajo. El modelo propuesto ejecuta un análisis lineal, emplea la Norma Colombiana de Diseño de Puentes CCDSP-14 y utiliza un algoritmo genético como herramienta de optimización-

Todos los problemas de optimización pueden ser expresados en términos matemáticos estándar, donde x representa las variables de diseño, $f(x)$ es la función objetivo, $h_j(x)$ son las restricciones y $[x_i^l, x_i^u]$ son los límites inferior y superior de las variables de diseño (Londoño Monsalve, 2007).

Halla: x

Minimizando: $f(x)$

Sujeto a: $h_j(x) \leq 0 \quad j = 1, \dots, m$

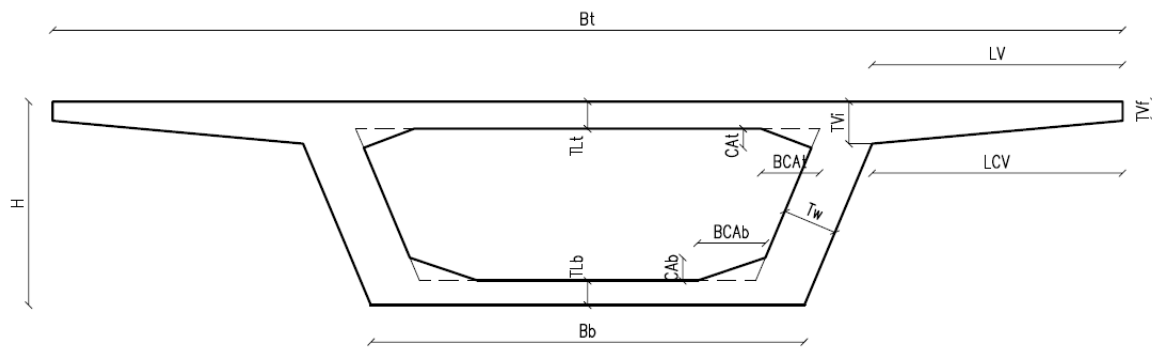
$x_i^l \leq x_i \leq x_i^u \quad i = 1, \dots, d$

Las variables que se pueden considerar dentro del proceso de optimización son: resistencia del concreto, dimensiones de la sección transversal, fuerza de preesfuerzo y la trayectoria de los cables. Los rangos de variación que se proponen para acotar el espacio de soluciones son adoptados teniendo en cuenta las restricciones dimensionales normativas que se indican en la sección 3.2.4, junto con aquellos que se toman de experiencias previas. Los límites propuestos no tienen como finalidad cercar el dominio exclusivamente a soluciones factibles, por esta razón, algunos de ellos escapan a valores comúnmente aceptados, como el límite inferior de $L/30$ en la altura de la viga. En la Tabla 5-1 se muestra un resumen de las variables de diseño junto con sus límites.

Tabla 5-1 Variables de diseño

No	Variable	Símbolo	Límites
1	Altura de la viga (m)	H	$L/30 - L/15$
2	Espesor de la placa superior (m)	TL_t	$0.175 \leq L/20 \leq 0.35$
3	Espesor de la placa inferior (m)	TL_b	$0.175 \leq L/30 \leq 0.35$
4	Espesor del alma (m)	T_w	0.25 – 0.80
5	Espesor inicial del voladizo (m)	TV_i	$0.20 \leq L/12 \leq 0.50$
6	Espesor final del voladizo (m)	TV_f	0.175 – 0.30
7	Longitud del voladizo (m)	LV	$1.0 \leq LV \leq 1/4 B_t$
8	Longitud cartela del voladizo (m)	LCV	$0.2LV \leq LCV \leq LV$
9	Ancho de la cartela superior (m)	BCA_t	0.30 – 0.60
10	Alto de la cartela superior (m)	CA_t	0.15 – 0.30
11	Ancho de la cartela inferior (m)	BCA_b	0.30 – 0.60
12	Alto de la cartela inferior (m)	CA_b	0.15 – 0.30
13	Ancho inferior (m)	B_b	$B_t/4 \leq B_b \leq B_t/2$
14	Resistencia del concreto (MPa)	f'_c	28 – 42
15	Fuerza de preesfuerzo (kN)	f_e	

Figura 5-1 Sección transversal típica, viga cajón



Dentro los parámetros constantes encontramos las propiedades del sistema de tensionamiento, el ancho de la viga, la trayectoria del cable carga por superficie de rodadura, cargas transitorias y la distribución longitudinal de los vanos.

Tabla 5-2 Parámetros constantes

No	Parámetro	Símbolo	Valor
1	Longitud	L	
2	Ancho viga	B_t	

No	Parámetro	Símbolo	Valor
3	Resistencia del concreto en el momento de la transferencia	$0.80f'_c$	
4	Fluencia acero de preesfuerzo	$0.90f_{pu}$	
5	Fluencia acero de refuerzo	f_y	420 MPa
6	Peso unitario del concreto	γ_c	24 kN/m ³
7	Peso unitario del acero	γ_s	77 kN/m ³
8	Módulo de elasticidad del concreto	E_c	$4800\sqrt{f'_c}$
9	Módulo de elasticidad acero de preesfuerzo	E_{ps}	197 GPa
10	Módulo de elasticidad acero de refuerzo	E_s	200 GPa
11	Coefficiente pérdida por desviación	κ	0.0066 Rad/m
12	Coefficiente pérdida por fricción	μ	0.2
13	Asiento de la cuña	Δ_c	0.007 m
14	Espesor superficie de rodadura		0.05
15	Peso unitario superficie de rodadura	γ_w	22 kN/m ³
16	Carga viva de diseño		CCDSP-14
17	Longitud vano exterior	k_1	0.294
18	Longitud zona de anclaje apoyo interior	k_2	0.333
19	Constante cable exterior	α	0.333
20	Constante cable exterior	α_1	0.333
21	Constante cable exterior	α_2	0.167
22	Constante cable interior	α	0.222
23	Constante cable interior	α_1	0.111

Donde:

- k_1 Relación entre la longitud del vano exterior y la longitud total del puente
- k_2 Relación entre la longitud de la zona de anclaje interior y el promedio entre la longitud del vano interior y el vano exterior

Las constantes (α , α_1 y α_2) se describen con mayor detalle en la sección 5.1.1.

El objetivo principal del proceso de optimización es la minimización del costo de la súper estructura, este valor se estima considerando tres ítems en la función objetivo que son: volumen de concreto, cantidad de tensionamiento y acero de refuerzo activo. Empleando los precios unitarios (APU) para cada ítem la función objetivo se define como:

$$f(\mathbf{x}) = V_c C_c + K_{ps} C_{ps} + K_s C_s + P \quad (5-1)$$

Tabla 5-3 Precios unitarios (APU)

Ítem	Unidad	Costo (\$)
$C_c f'_c$ (28 MPa)	m ³	\$ 850,000
$C_c f'_c$ (35 MPa)	m ³	\$ 1,000,000
$C_c f'_c$ (42 MPa)	m ³	\$ 1,250,000
C_{ps}	T-m	\$ 3,000
C_s	Kg	\$ 6,000

El valor V_c corresponde al volumen de concreto, C_c el precio unitario del concreto, K_{ps} la cantidad de tensionamiento efectivo, C_{ps} el costo del tensionamiento, K_s kilogramos de refuerzo pasivo y C_s su valor unitario. Los costos que se indican en la Tabla 5-3, son el punto medio entre los APU de referencia que tiene el Instituto Nacional de Vías (INVIAS, 2022) para la zona de Cundinamarca y aquellos basados en la experiencia aportados por la empresa de diseño y construcción INTERDICO LTDA.

La penalización empleada utiliza el factor multiplicativo definido por (Gen & Cheng, 2008), por lo tanto, la función objetivo modificada se define de la siguiente manera:

$$\Phi(\mathbf{x}, t) = f(\mathbf{x})P(\mathbf{x}, t) \quad (5-2)$$

$$P(\mathbf{x}, t) = 1 \pm \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \left(\frac{\Delta g_i(\mathbf{x}, t)}{\Delta g_i^{max}} \right)^k \quad (5-3)$$

$$\Delta g_i^{max} = \max |\Delta g_i(\mathbf{x}_j, t)|, \quad j = \{1, 2, \dots, \mu\}$$

Donde $\Delta g_i(\mathbf{x})$ es una medida del incumplimiento de la restricción i , en este caso $\Delta g_i(\mathbf{x})$ es la cantidad de elementos de la viga que no cumplen el límite i . Las restricciones que se tienen en cuenta son:

1. Nivel de esfuerzos en el concreto, sección [5.9.4]
2. Cálculo del refuerzo longitudinal pasivo, sección [5.7.3.2.5]
3. Cálculo refuerzo transversal, sección [5.8.3.3]
4. Ancho de fisuras, sección [5.7.3.4]
5. Fatiga, sección [5.5.3]

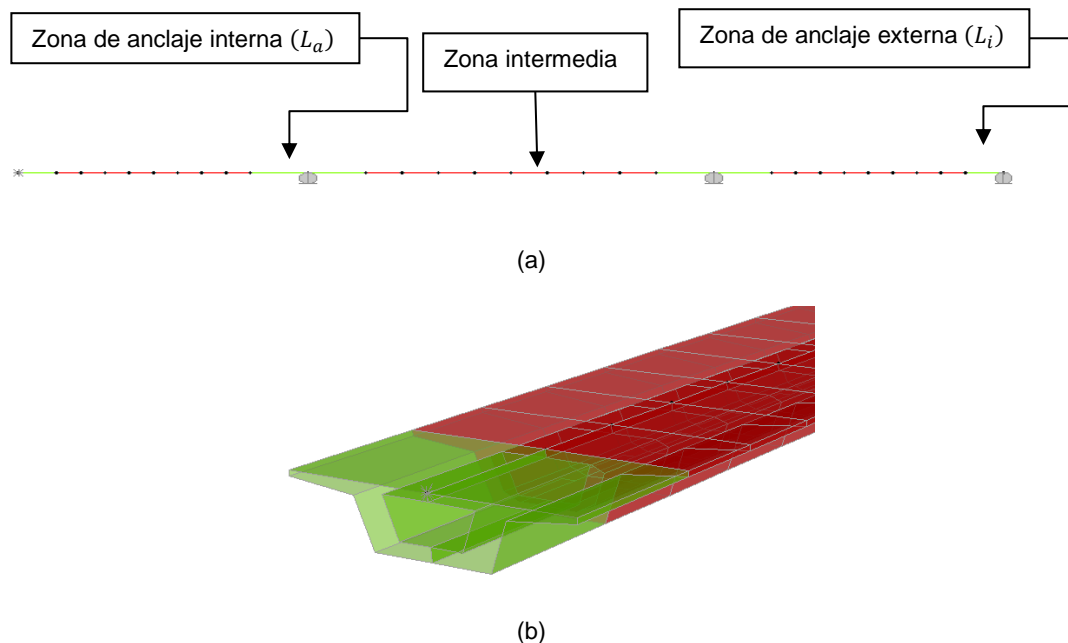
Δg_i^{max} es el nivel de infracción máximo de la restricción i en la generación t . Usualmente, el valor de k varía entre 1 y 2, en la presente investigación se toma un valor de 1.5.

5.1 Modelo de análisis

Para ejecutar la revisión de la estructura se construye un modelo estructural con elementos unifilares como se muestra en la Figura 5-2 (a). Las barras poseen nudos con seis grados de libertad, tres desplazamientos y tres giros. El eje longitudinal de la viga corresponde al eje global X , el eje Y a la dirección transversal y el eje Z la dirección vertical; en este caso la viga se encuentra en el plano XZ , por lo tanto, el eje local 1 está en dirección del eje X y el eje local 2 está orientado en dirección del eje Z .

Las condiciones de apoyo se definen de la siguiente manera: El primer apoyo restringe los desplazamientos en todas las direcciones y el giro alrededor del eje X , en la Figura 5-2 este se representa mediante un asterisco; los apoyos internos restringen el desplazamiento Y y Z , finalmente el último apoyo restringe únicamente el desplazamiento en dirección Z .

Figura 5-2 Esquema modelo estructural viga. (a) Modelo con elementos unifilares, (b) vista tridimensional



El modelo planteado es capaz de analizar una viga con un número indeterminado de vanos, con una cantidad ilimitada de elementos por vano, para el caso de estudio se utilizaron 10 barras por luz, de las cuales 8 representan la zona intermedia (zona de color rojo en la Figura 5-2) y 2 en las zona de anclaje (sector de color verde en la Figura 5-2); como es

típico en elementos postensados los lugares de anclaje tienen una sección más robusta ya que en ellos se presenta una gran concentración de esfuerzos.

En la zona de anclaje se emplea la sección S_1 como se muestra en la Figura 5-3 (a) que tiene almas de mayor espesor. En el sector intermedio se utiliza la sección S_2 como se muestra en la Figura 5-3 (b) que tiene cartelas en la parte interna y placas y almas de menor tamaño.

La longitud del vano exterior se define con base en la longitud total de la viga, de la siguiente manera:

$$V_e = k_1 L \quad (5-4)$$

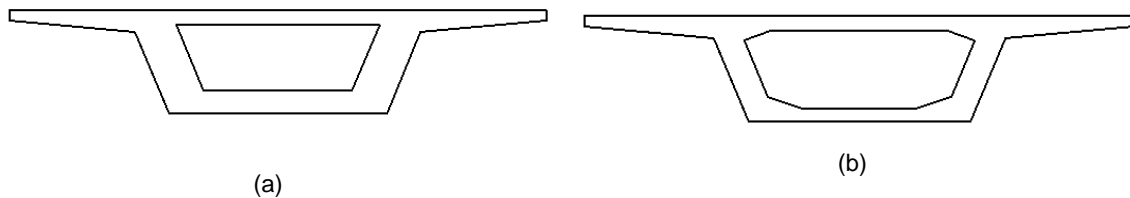
La longitud de la zona de anclaje en un apoyo interno es:

$$L_a = k_2 (V_e + V_i)/2 \quad (5-5)$$

La longitud de la zona de anclaje en el apoyo externo es:

$$L_i = L_a/3 \quad (5-6)$$

Figura 5-3 Secciones del análisis. (a) Zonas de anclaje, (b) zona intermedia



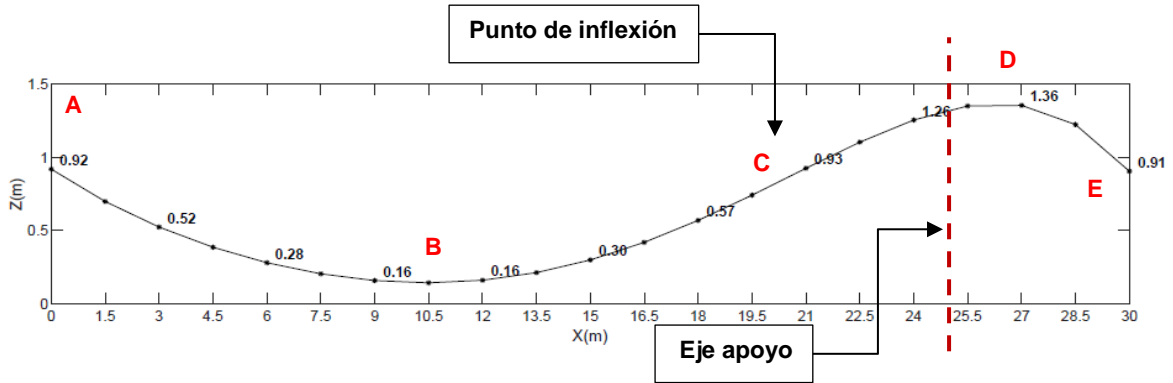
La herramienta propuesta considera que la súper estructura es colada en una sola etapa, por tal motivo, las acciones externas en la viga siempre actúan en un elemento hiperestático, el cual tiene secciones transversales constantes en el tiempo.

5.1.1 Cables de preesfuerzo

La representación de los cables en el modelo de análisis se realiza mediante cargas equivalentes, para ello se genera un cable promedio en cada uno de los vanos, con torones

de diámetro $\phi 0.6''$. A continuación, se muestra la trayectoria de los cables promedio tomando como referencia la cara inferior de la viga.

Figura 5-4 Trayectoria del cable vano 1



Distancia entre puntos principales:

$$L_{AB} = \alpha L_c \tag{5-7}$$

$$L_{CE} = \alpha_1 L_c \tag{5-8}$$

$$L_{DE} = \alpha_2 L_c \tag{5-9}$$

La altura del punto C es:

$$Z_C = H_D - \alpha_1(H_D - H_B)/(1 - \alpha) \tag{5-10}$$

Donde:

H_B Altura entre el punto A y B

H_D Altura entre el punto A y D

Empleando un polinomio grado 5 para el ajuste de la trayectoria y ubicando los puntos A y E en el eje centroidal de la sección S_1 , el momento primario del cable es:

$$M_1(x) = [Z(x) - Y]P(x) \tag{5-11}$$

Según sea el caso, la carga $P(x)$ será la fuerza del cable incluyendo las pérdidas por fricción y asiento de la cuña P_{SET} o la tensión cuando han ocurrido todas las pérdidas P_{INF} .

La carga transversal es:

$$q(x) = \frac{d^2M_1(x)}{dx^2} \tag{5-12}$$

Las fuerzas en los extremos referidas en ejes globales que mantienen el equilibrio son:

$$F_x \approx P(x = 0) \tag{5-13}$$

$$F_z = \left. \frac{dM_1}{dx} \right|_{x=0} \tag{5-14}$$

$$M_y = M_1(x = 0) \tag{5-15}$$

Como la carga distribuida no presenta una magnitud constante (Figura 5-5(b)) a lo largo del cable, esta se aplica en cada barra como el valor promedio, de la siguiente manera:

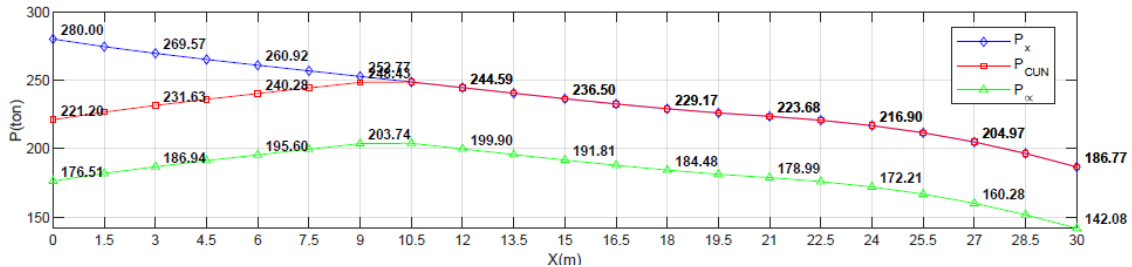
$$q_{Fi} = (q_{Ni} + q_{Nj})/2 \tag{5-16}$$

Donde:

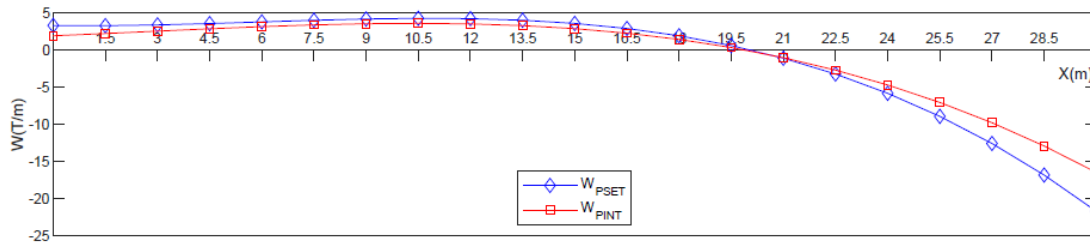
q_{Ni} Carga distribuida en el nudo i

q_{Nj} Carga distribuida en el nudo j

Figura 5-5 Carga equivalente cable vano 1. (a) Diagrama de tensión, (b) Carga distribuida



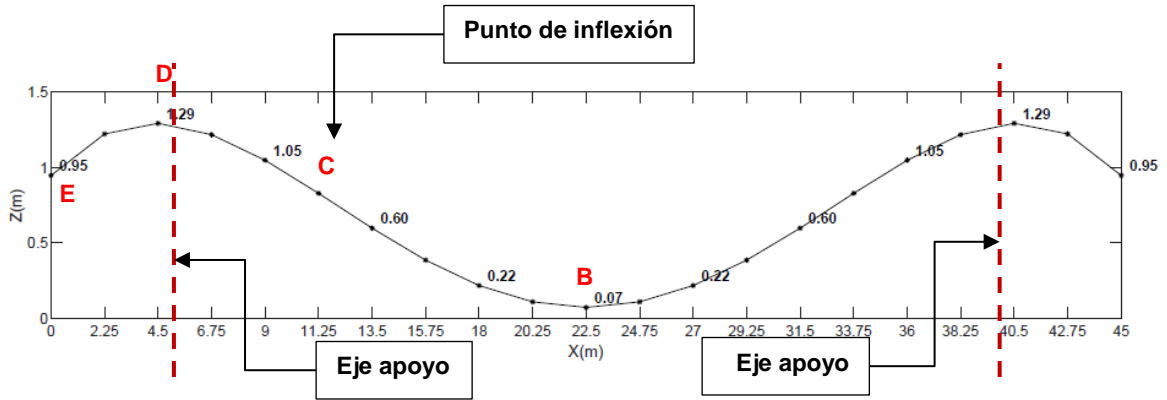
(a)



(b)

Como se observa en la anterior figura, la condición de anclaje para el cable del vano 1 es Móvil – Fijo. El cable del vano 2 se define así:

Figura 5-6 Trayectoria del cable vano 2



Distancia entre puntos principales:

$$L_{ED} = \alpha_1 L_c \tag{5-17}$$

$$L_{EC} = \alpha L_c \tag{5-18}$$

La altura del punto C se define como:

$$Z_C = H_D - 2\alpha(H_D - H_B) \tag{5-19}$$

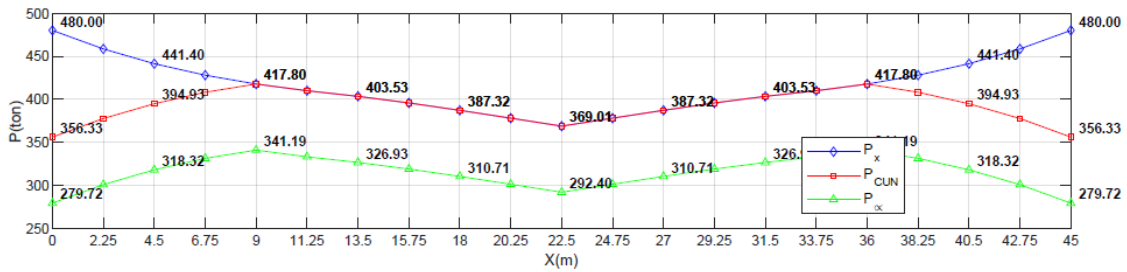
Donde:

H_B Altura entre el punto E y B

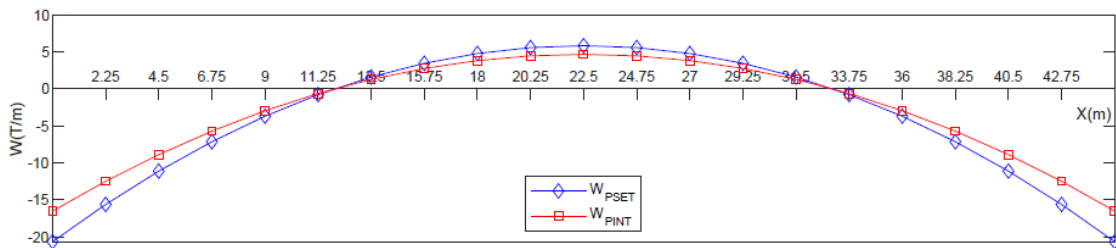
H_D Altura entre el punto E y D

En este caso se emplea un polinomio de grado 4 para el ajuste de la trayectoria; empleando la formulación propuesta para el caso anterior y considerando una condición de anclaje Móvil - Móvil, la carga transversal tiene una distribución como se muestra a continuación:

Figura 5-7 Carga equivalente vano 2. (a) Diagrama de tensión, (b) Carga distribuida



(a)



(b)

Considerando un anclaje Fijo – Móvil, el cable del vano 3 se define de la siguiente manera:

Figura 5-8 Trayectoria del cable vano 3

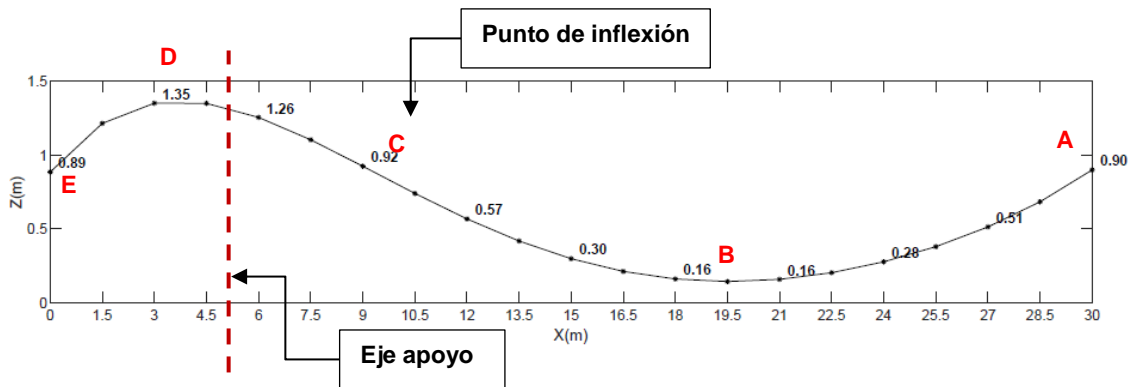
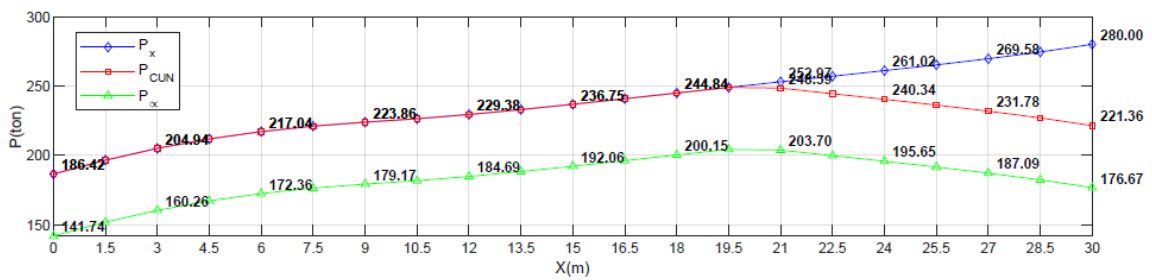
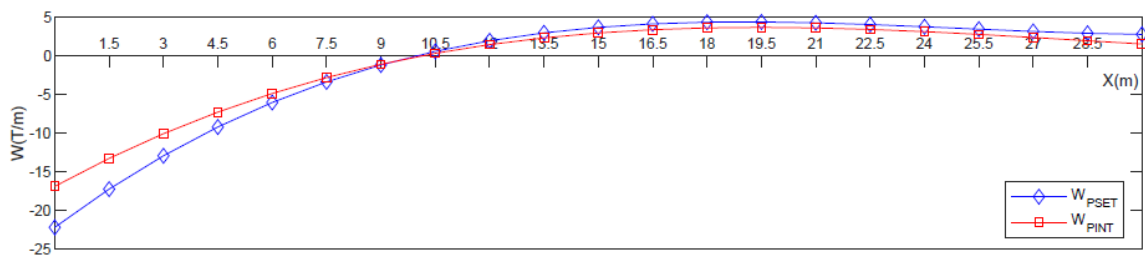


Figura 5-9 Carga equivalente cable vano 3. (a) Diagrama de tensión, (b) Carga distribuida



(a)

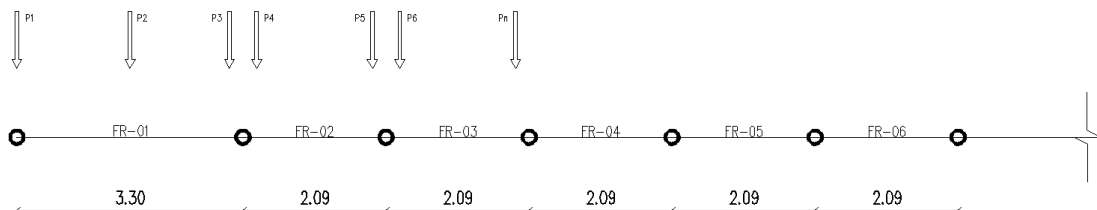


(b)

5.1.2 Línea de influencia

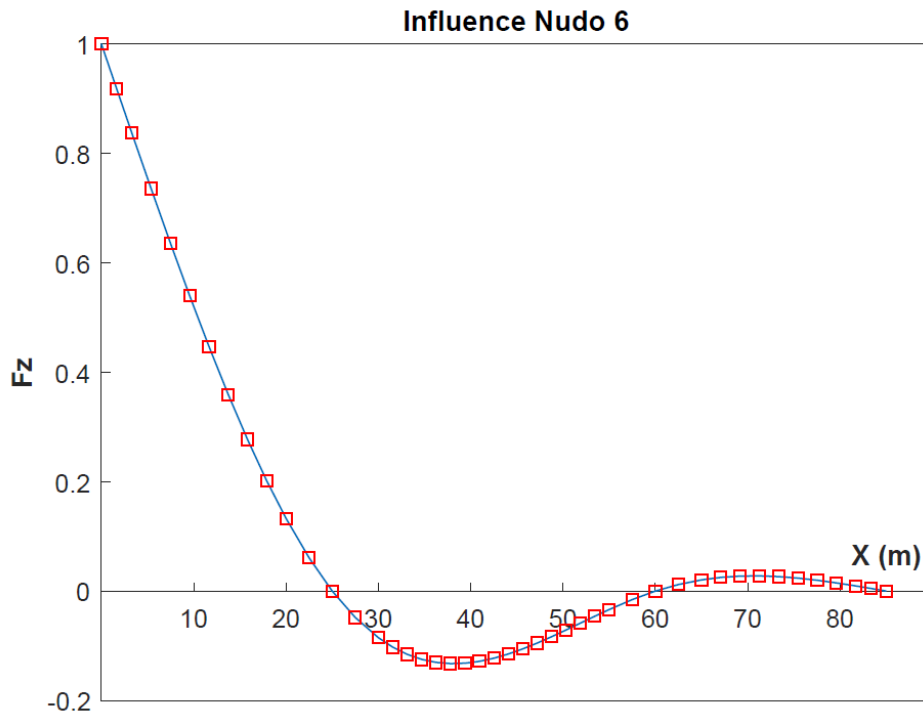
La línea de influencia se construye a partir de una serie de cargas unitarias aplicadas en dirección vertical. Se colocan dos cargas por cada barra cuando la separación entre ellas es menor o igual a 2.5 m, si este límite se excede se agrega un número de cargas por elemento, tal que, la separación sea menor a 2.5 m. De esta manera, se considera que la aproximación de la respuesta tiene suficiente precisión.

Figura 5-10 Aplicación cargas de influencia



En el caso de la viga que se muestra en la Figura 5-2, que tiene 30 elementos y 45 cargas de influencia, la función de la reacción vertical en el primer apoyo exhibe la siguiente configuración.

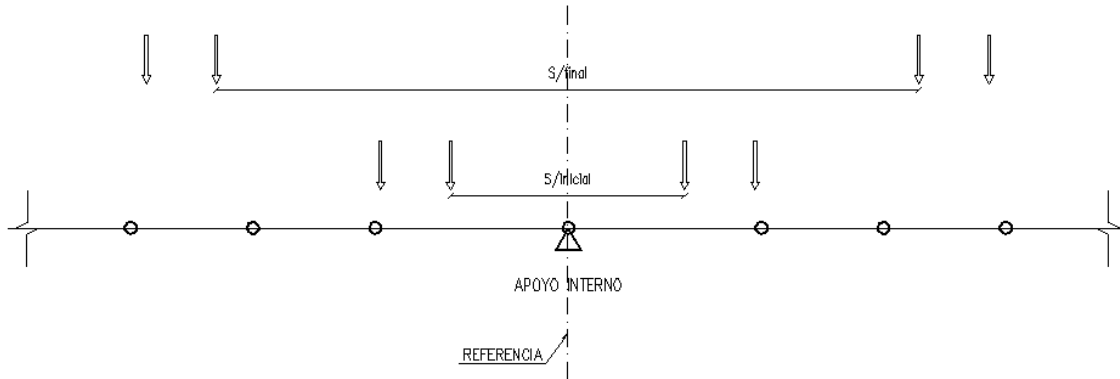
Figura 5-11 Línea de influencia, reacción en Z.



Para encontrar la respuesta extrema de un tren de cargas, este se hace circular en ambos sentidos y se recolectan los valores máximos y mínimos, que surgen de la aplicación de la expresión (2-8). Para dar cumplimiento a lo indicado en la sección [3.6.1.3.1] se ignoran los ejes que no contribuyen a la respuesta extrema, esto se logra en el caso de valores máximos, despreciando aquellos ejes y sectores de la carga distribuida con valores negativos.

La evaluación de los momentos flectores negativos se lleva a cabo modificando la separación de los vehículos tomando como referencia la posición del apoyo, iniciando con la separación mínima indicada en la normativa de diseño y asumiendo una distancia máxima igual al promedio de la longitud de los vanos. Este procedimiento solo se realiza en aquellas barras que por carga permanente presentan momento flector negativo.

Figura 5-12 Aplicación carga viva, momento flector negativo



5.2 Codificación de las variables de diseño

En el presente proceso de optimización de forma encontramos variables de tipo entero como la cantidad de torones en los cables, discreto como la calidad del concreto y continuo como las dimensiones de la sección transversal. Para todas estas se emplea la codificación binaria; para asignar una representación binaria a una variable, se necesita establecer la precisión y el dominio, con estos valores se calcula la cantidad de enteros necesarios y los bits que tendrá dicha variable de la siguiente manera:

$$N_b = (L_s - L_i)10^{AC} \quad (5-20)$$

El valor L_s corresponde al límite superior, L_i el límite inferior y AC el nivel de precisión, con esto se realiza una codificación del rango de acción de cada variable; la forma de pasar del campo binario al decimal es la siguiente:

$$\mathbf{V_T} = [2_1^0, 2_2^1, \dots, 2_{N_b}^{N_b-1}] \quad (5-21)$$

$$D_b = L_i + (\mathbf{V_T} \cdot \mathbf{N_B})/10^{AC} \quad (5-22)$$

El valor decimal D_b de la variable es el producto punto entre el vector de transformación $\mathbf{V_T}$ y el vector $\mathbf{N_B}$ que almacena el número binario, más el límite inferior. Para codificar una variable discreta como la resistencia a la compresión del concreto, se emplea una precisión igual a 0 y se genera una lista entera según la cantidad de elementos que se necesiten.

5.3 Operadores genéticos

En el siguiente capítulo se describe de manera detallada las instrucciones necesarias para la programación de los operadores genéticos de acuerdo con lo expuesto en la sección 4.3.

5.3.1 Selección

Para la selección se emplean cuatro metodologías, la selección por ruleta, la selección aleatoria, la selección por muestreo estocástico universal y la elección por torneo. En la mayoría de los procesos de selección es necesario determinar el porcentaje que cada individuo representa dentro de la población, recordando que una de las maneras de implementar la minimización en un procedimiento que solo escoge los mejores, es utilizar valores negativos de la función objetivo, por lo tanto, el porcentaje de cada individuo es:

$$\Phi_{Mi} = 1/abs[\Phi(x, t)] \quad (5-23)$$

$$P_{si} = \Phi_{Mi} / \sum_{i=1}^{\mu} \Phi_{Mi}$$

El valor Φ_{Mi} corresponde a la función de aptitud escalada, modificada por la penalización.

El porcentaje acumulado para el individuo i es:

$$P_{Ai} = \sum_{j=1}^i P_{sj} \quad (5-24)$$

Con base en lo anterior, el algoritmo para la selección por ruleta es:

```
function [R]=RWS(obj,A)
    Nsel=obj.NGUY;
    R=zeros(1,Nsel);

    for i=1 : Nsel
        ro=rand;
        R(i)=find(ro<A,1);
    end
end
```

Figura 5-13 Código selección por ruleta

Con la generación de un número aleatorio comprendido entre 0 y 1 ro , se encuentra el primer individuo con una probabilidad acumulada mayor a ro , la ubicación del elemento

seleccionado se almacena en el vector **R**., el proceso anterior se repite para toda la población. El vector **A** es el argumento de entrada que contiene el porcentaje acumulado de la población en la generación *i*.

Para la selección por muestreo universal estocástico se tiene:

```
function [R]=SUS(obj,A)
    Nsel=double(obj.NGUY);
    R=zeros(1,Nsel);
    DE=1/Nsel;
    ro=rand/Nsel;
    PU=ro+DE*(0:Nsel-1);

    for i=1 : Nsel
        R(i)=find(PU(i)<A,1);
    end
end
```

Figura 5-14 Código selección por muestreo estocástico

La cantidad de puntos equidistantes para la selección es igual al tamaño de la población, estos se guardan en el vector **PU**; la separación del punto inicial es igual a *ro*, que corresponde a un número aleatorio entre 0 y $1/\mu$.

La selección por torneo se conforma de la siguiente manera:

```
function [R]=TS(obj,Fx)
    Nsel=obj.NGUY;
    Ntor=2;
    R=zeros(1,Nsel);

    for i=1 : Nsel
        EL=randperm(obj.NGUY,Ntor);
        [~,P]=max(Fx(EL));
        R(i)=EL(P);
    end
end
```

Figura 5-15 Código selección por torneo

El argumento de entrada es el vector **F_x**, que contiene la aptitud de los miembros de la población; el torneo se ejecuta entre dos individuos que son elegidos, generando dos números aleatorios enteros entre 1 y μ , el participante con la mejor aptitud será seleccionado.

5.3.2 Cruzamiento

En el cruce, se utiliza el proceso de cruce en múltiples puntos, cruce uniforme y cruce plano. Para el primer caso se tiene:

```

function [R1,R2]=CNP(P1,P2,LC,NPC)
    PCC=randperm(LC-1,NPC);    PCC=sort(PCC);
    NS=NPC+1;
    SC=mod((1:NS)+1,2);
    R1=zeros(LC,1,'logical');
    R2=R1;
    Li=[1 PCC+1];
    Lf=[PCC LC];

    for i=1 : NS
        if SC(i)==0
            R1(Li(i):Lf(i))=P1(Li(i):Lf(i));
            R2(Li(i):Lf(i))=P2(Li(i):Lf(i));
        else
            R1(Li(i):Lf(i))=P2(Li(i):Lf(i));
            R2(Li(i):Lf(i))=P1(Li(i):Lf(i));
        end
    end
end

```

Figura 5-16 Código cruce con múltiples puntos

Los argumentos de entrada $[P_1, P_2]$, contienen la información de los padres, LC contiene la longitud de los cromosomas y la cantidad de puntos de cruce en NPC . Los puntos de cruce se escogen de manera aleatoria, con un número entero entre 1 y $(LC - 1)$, posteriormente se crea una secuencia binaria SC , que sirve para combinar la información de los padres y crear los hijos $[R_1, R_2]$.

Para el cruce uniforme se tiene:

```

function [R1,R2]=CU(P1,P2,LC)
    R1=zeros(LC,1,'logical');
    R2=R1;
    ro=randi([0 1],1,LC);

    for i=1 : LC
        if ro(i)==1
            R1(i)=P1(i);
            R2(i)=P2(i);
        else
            R1(i)=P2(i);
            R2(i)=P1(i);
        end
    end
end

```

Figura 5-17 Código cruce uniforme

El cruce uniforme es una de las metodologías más sencillas de implementar, en la cual se crea una secuencia binaria aleatoria de longitud LC , que es la guía para generar la combinación. Cuando la posición del vector $ro_{(i)}$ es igual a 1, la información del padre $P1_{(i)}$, es pasada al hijo 1 en la misma ubicación; en el caso contrario, el hijo 1 recibirá la información del padre 2.

El cruce plano sigue una metodología similar a la anterior, pero en este caso, la secuencia binaria **SH** esta dada por aquellos puntos en el cromosoma que son idénticos en ambos padres; los hijos comparten esta información y los lugares vacíos se llenan con un numero binaria aleatorio *ro*.

```
function [R1,R2]=CP(P1,P2)
    R1=P1;
    R2=P2;
    SH=R1==R2;
    PNV=find(SH==0)';

    for i=PNV
        ro=randi([0 1],1,2);
        R1(i)=ro(1);
        R2(i)=ro(2);
    end
end
```

Figura 5-18 Código cruce plano

5.3.3 Mutación

Para el operador de mutación, solo se emplea la metodología de mutación uniforme. Si un gen ha sido seleccionado para la mutación ($ro < PM$), este cambia su estado ($\mathbf{R}_i = \sim\mathbf{R}_i$). A continuación, se muestra el código para la mutación uniforme.

```
function [R]=MUU(obj,XP,LC)
    R=cell(obj.NH,1);

    for i=1 : obj.NH
        CRi=XP{i};
        for j=1 : LC
            ro=rand;
            if ro<obj.PM
                CRi(j)=~CRi(j);
            end
        end
        R{i}=CRi;
    end
end
```

Figura 5-19 Código mutación uniforme

5.3.4 Reemplazo

En el operador de reemplazo se emplean tres metodologías, elitismo, reemplazo aleatorio y torneo a muerte. La manera en que se emplea el elitismo haciendo el cambio de un porcentaje NSR de los padres \mathbf{F}_x (brecha generacional), por los hijos que tienen la mejor aptitud \mathbf{F}_{xH} .

```

function [R]=ELT(obj,SON,NSR)
    NSR=(1:NSR);
    Fx=[obj.GUY.APT];
    [~,ORD]=sort(Fx);
    R=obj.GUY(ORD);
    FxH=[SON.APT];
    [~,ORDS]=sort(FxH,'descend');
    [~,MX]=max([Fx(ORD(NSR));FxH(ORDS(NSR))]);
    Ind=MX==2;

    R(NSR(Ind))=SON(ORDS(NSR(Ind)));
end

```

Figura 5-20 Código reemplazo por elitismo

En el reemplazo aleatorio, los individuos a ser sustituidos se eligen de manera aleatoria, generando un valor entero aleatorio entre 1 y μ . El anterior proceso también se realiza sobre un porcentaje NSR de la población. En la siguiente gráfica, se muestra el código para el reemplazo aleatorio.

```

function [R]=REMA(obj,SON,NSR)
    ORD=randperm(obj.NGUY,NSR);
    R=obj.GUY;
    FxH=[SON.APT];
    [~,ORDS]=sort(FxH,'descend');

    R(ORD)=SON(ORDS(1:NSR));
end

```

Figura 5-21 Código reemplazo aleatorio

En la sustitución por torneo, se escoge una cantidad NSR de hijos y padres, para que participen en la disputa, la selección se realiza con números enteros únicos, que aseguran que cada individuo participe en una sola competencia; en el caso de los padres los números tienen un rango entre 1 y μ , para los hijos se escogen valores entre 1 a NSR.

```

function [R]=TD(obj,SON,NSR)
    ORD=randperm(obj.NGUY,NSR);
    ORDS=randperm(NSR,NSR);
    R=obj.GUY;
    Fx=[obj.GUY(ORD).APT];
    FxH=[SON(ORDS).APT];
    [~,MX]=max([Fx;FxH]);
    Ind=MX==2;

    R(ORD(Ind))=SON(ORDS(Ind));
end

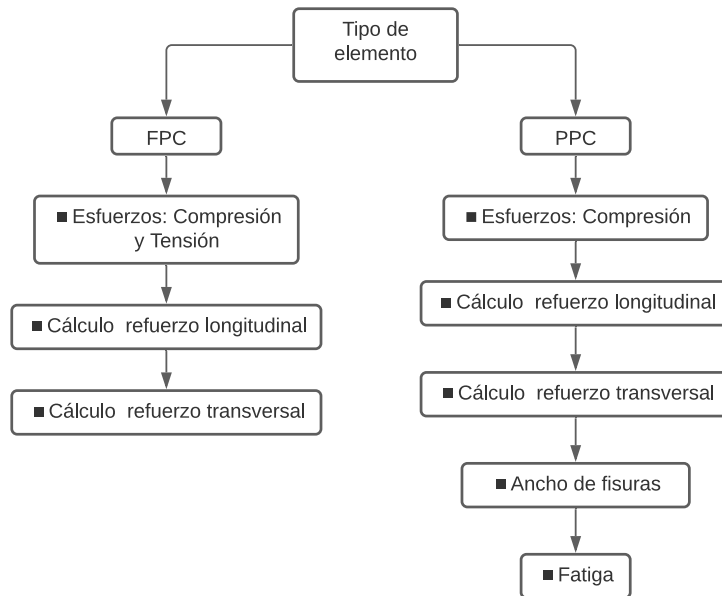
```

Figura 5-22 Código reemplazo por torneo

5.4 Verificación de la sección

En general, un elemento de concreto se puede clasificar como: Totalmente preesforzados (FPC), parcialmente preesforzados (PPC) y reforzados. Los elementos totalmente preesforzados son aquellos que para cargas de servicio, el esfuerzo en la fibra extrema a tracción está limitado a un valor, mientras que, los parcialmente preesforzados son aquellos que tiene una proporción de acero pasivo y activo, que permite tensión y fisuras bajo cargas de servicio (Au & Du, 2004). En la Figura 5-23 se muestran las revisiones que tienen lugar, según el tipo de elemento.

Figura 5-23 Revisión restricciones, según tipo de elemento



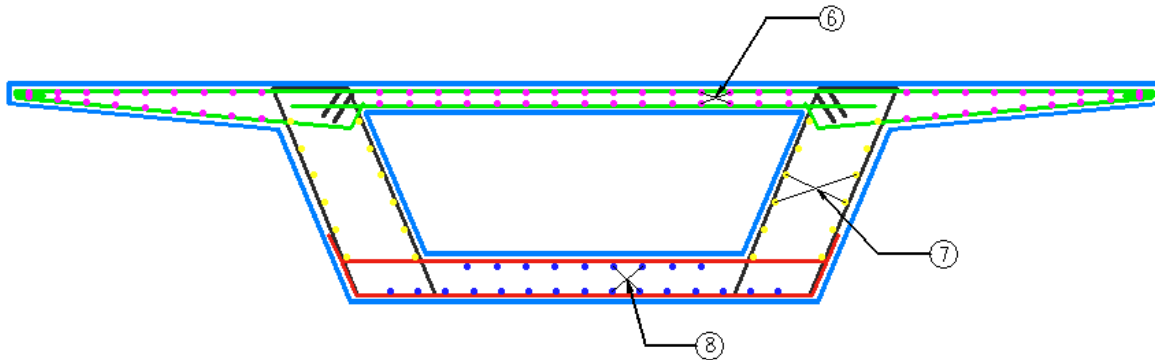
Dado que el refuerzo longitudinal pasivo y el refuerzo trasversal no se consideran dentro de las variables del problema, el cálculo de estos constituye la información de partida para la verificación del ancho de fisuras y la fatiga.

5.4.1 Cálculo refuerzo longitudinal

Para el cálculo del refuerzo pasivo se definen tres sectores en la sección, el primero corresponde al acero en la aleta superior, el segundo al refuerzo en las almas y el ultimo al refuerzo de la aleta inferior. En la Figura 5-24 se muestra la distribución típica del acero para una viga cajón, que se identifica con las etiquetas 6, 7 y 8. Para fines de cálculo, solo

se considera una capa de barras, ubicadas en el centro de cada sector, esto simplifica el proceso y reduce los tiempos de ejecución.

Figura 5-24 Definición refuerzo pasivo longitudinal.



El vector que almacena la cuantía se define como:

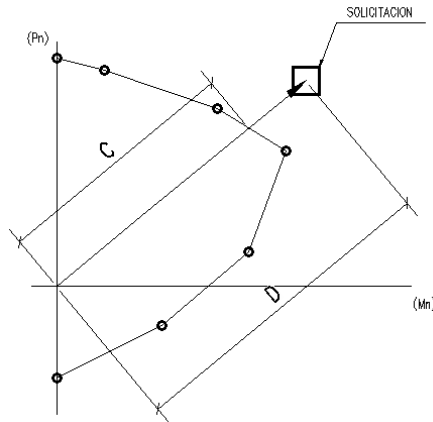
$$\boldsymbol{\rho}_l = [\rho_T \quad \rho_W \quad \rho_B] \quad (5-25)$$

Donde:

- ρ_T Cuantía aleta superior, $A_T/B_t T_{Lt}$
- ρ_W Cuantías almas, $A_w/D_w T_w$, D_w longitud inclinada
- ρ_B Cuantía aleta inferior, $A_B/B_b T_{Lb}$

Empleando el enfoque de compatibilidad de deformaciones, se realiza un cálculo detallado del momento flector de diseño, para flexión positiva y negativa. Lo anterior se logra mediante un proceso iterativo, en el cual se ajusta el vector $\boldsymbol{\rho}_l$ hasta que la relación entre la demanda y la capacidad sea menor que 1.

Figura 5-25 Relación demanda capacidad para el cálculo del refuerzo longitudinal

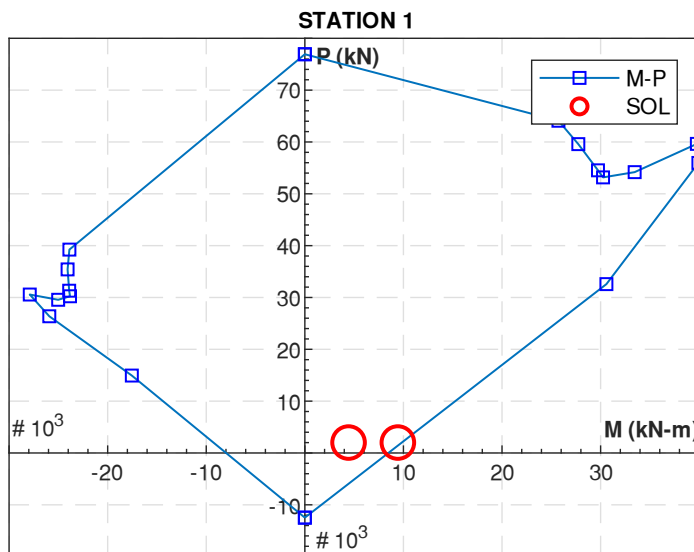


La relación entre la demanda y la capacidad se determina mediante el cociente entre la magnitud de los vectores **C** y **D** que se muestran en la Figura 5-25 así:

$$R_{D/C} = \frac{\|D\|}{\|C\|} \tag{5-26}$$

La cuantía de inicio se toma como $\rho_l = [0.004 \ 0.005 \ 0.004]$, como no es eficiente modificar el refuerzo de la viga de manera uniforme, solo se ajusta el sector que está en tracción, según el tipo de sollicitación. La sección se declara insuficiente, si la cuantía excede el 8% o se han ejecutado 200 iteraciones.

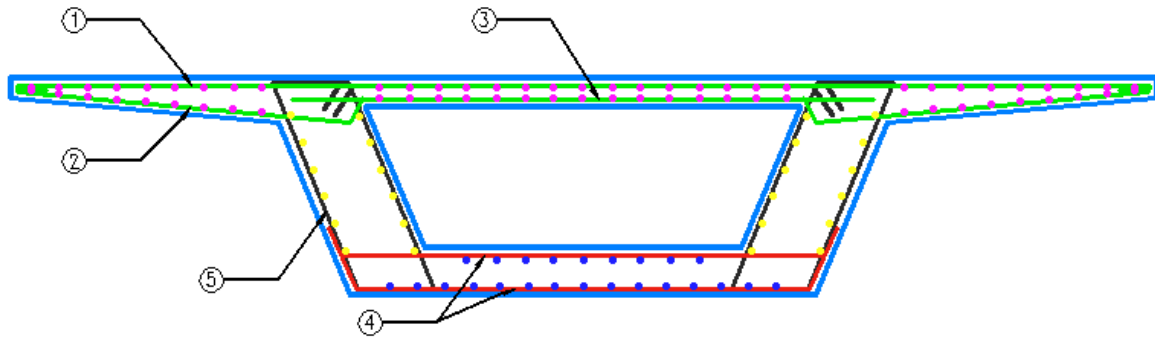
Figura 5-26 Verificación por flexo compresión de la sección



5.4.2 Cálculo refuerzo transversal

La herramienta propuesta es capaz de estimar el refuerzo transversal, teniendo en cuenta solicitaciones por corte y de torsión, para esto se considera un estribo de cuatro ramas (ver Figura 5-27, etiqueta 5), del cual dos son efectivas para torsión. La relación entre el área del fleje A_v y la separación necesaria por corte (ecuación 3-34), se denomina A_vS ; el cociente entre el área de una sola rama A_t y el espaciamento necesario por torsión (ecuación 3-37), se define como A_tS .

Figura 5-27 Esquema de refuerzo transversal empleado en el diseño



Utilizando las relaciones A_vS y A_tS y definiendo n_t (para este caso $n_t = 0.5$) como la eficiencia de la rama en torsión respecto de las de corte, el área de refuerzo resultante por unidad de longitud para un punto de cálculo determinado es:

$$A_rS_i = A_vS + \left(\frac{1}{n_t}\right) A_tS \quad (5-27)$$

La sección es insuficiente cuando la fuerza equivalente V_e es superior al límite impuesto por la ecuación 3-39. Para secciones cajón, la sollicitación resultante es:

$$V_e = V_u + \frac{T_u d_s}{2A_o} \quad (5-28)$$

Donde:

- V_u T_u Cortante y torsión de diseño
- d_s Altura libre del alma
- A_o Área encerrada por el flujo de corte

La longitud del fleje se estima considerando barras de $\phi 3/8"$ y ganchos de 0.15m (etiqueta 5 de la Figura 5-27). El cálculo de los kilogramos de refuerzo transversal es la suma de los flejes (etiqueta 5) más las barras con etiquetas de la 1 a la 4, la distribución de éstas últimas se considera constante ya que el ancho inferior y superior de la viga no varían; es importante resaltar que el programa no tiene en cuenta la flexión producto de la ubicación de la carga viva en el sentido transversal.

Cada elemento del modelo de análisis tiene tres estaciones de diseño, por lo tanto, la relación $A_r S$ para el cálculo de cantidades es el promedio de los valores $A_r S_i$.

5.4.3 Ancho de fisuras

La verificación del ancho de fisuras involucra dentro de sus parámetros, la separación del refuerzo y el esfuerzo en las barras para el estado límite de servicio, para esto, se asume que la distancia mínima entre barras es de 0.10m, separación que constructivamente se considera adecuada.

De manera similar al cálculo del refuerzo longitudinal, la verificación del ancho de fisuras se realiza mediante un proceso iterativo que corrobora el esfuerzo en las barras f_{ss} , empleando como límite superior de $0.60f_y$. Si con la cuantía ρ_{cr} no se le logra el objetivo anterior, ésta se modifica hasta lograr obtener un valor de esfuerzo inferior a $0.60f_y$, si en el proceso se invierten más de 200 iteraciones, se declara la sección insuficiente.

El factor de ajuste se define como:

$$R_{cr} = \frac{f_{ss}}{F_{sa}} \quad (5-29)$$

El valor F_{sa} es el menor valor entre $0.60f_y$ y el esfuerzo que se obtiene aplicando la ecuación 3-16. La cuantía con la cual se inicia el proceso es ρ_l .

5.4.4 Fatiga

Cuando el elemento es parcialmente preesforzado, se hace necesario el ajuste de la cuantía ρ_f , diferente a lo mencionado antes, este cálculo se hace empleando el método

Newton Raphson. El factor de interacción que se quiere aproximar a un valor cercano a 1, se define como:

$$R_f = \frac{\Delta f}{(\Delta F)_{TH}} \quad (5-30)$$

Donde:

Δf Rango de esfuerzo

$(\Delta F)_{TH}$ Umbral de fatiga

Como no se conoce la forma de la función R_f , se aplica una perturbación pequeña al punto inicial R_{f-i} , con el fin de obtener el segundo punto de partida R_{fi} . El valor en la siguiente iteración ρ_{f+i} , se aproxima como:

$$\rho_{f+i} = \rho_{fi} - \frac{(R_{fi} - 1)}{m} \quad (5-31)$$

$$m = \frac{(R_{fi} - R_{fi-1})}{(\rho_{fi} - \rho_{fi-1})}$$

El valor escalar ρ_f , corresponde a la posición del vector ρ_f que se está cambiando, zona que es elegida con base en el tipo de sollicitación (flexión positiva o negativa). De igual manera como en los anteriores casos, la cuantía inicial es ρ_l y el máximo número de iteraciones es 200, en caso de no lograr la convergencia, la sección se declara insuficiente. Se aclara que la cuantía ρ_f , corresponde al refuerzo pasivo; la verificación de la armadura activa se hace de manera directa y como esta hace parte de las variables x , no se hace ningún tipo de ajuste, cuando se excede el umbral de fatiga la sección automáticamente se califica como insuficiente.

El cálculo de los kilogramos de acero longitudinal se hace con el valor promedio por estaciones del vector ρ , el cual corresponde al máximo de los vectores ρ_l ρ_{cr} ρ_f . El refuerzo longitudinal no incluye traslapos ni detalles como ganchoso o dobleses.

6. Validación del modelo matemático

Para la validación del modelo propuesto, se utiliza como referencia un puente preesforzado en vigas cajón, ubicado en la ciudad de Villavicencio. A continuación, se muestra en detalle la estructura y algunos detalles de los planos de diseño, lo cual se hace bajo la autorización de la compañía INTERDICO LTDA, diseñador del proyecto.

Figura 6-1 Corte longitudinal, puente de referencia. Fuente: INTERDICO LTDA

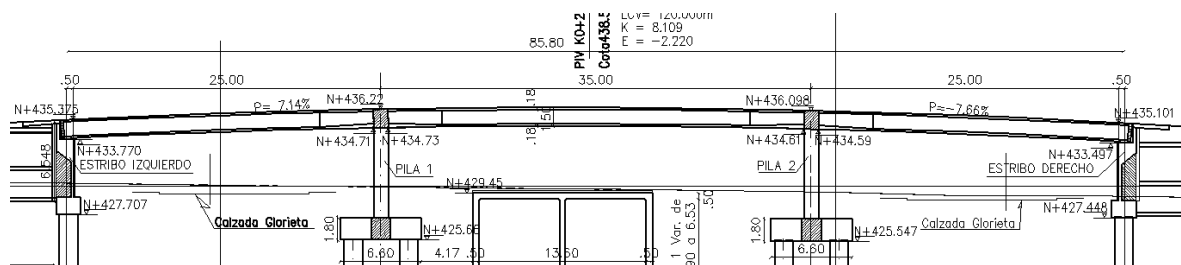
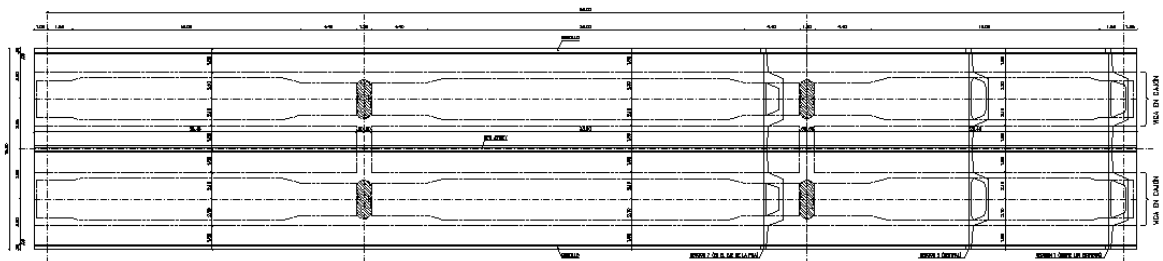


Figura 6-2 Vista en planta, puente de referencia. Fuente: INTERDICO LTDA



La estructura es continua de tres vanos, con longitudes de 25m, 35m y 25m, para un total de 85m, cuenta con un ancho total de 15.80m (ver Figura 6-3), las barreras de tráfico son en acero y están ubicadas sobre bordillos con un ancho de 0.35m, con lo cual, el ancho libre de circulación es de 15.10m.

(total por viga, 36 torones) y en el vano central 3 cables de 12 torones (total por viga, 72 torones). En la siguiente figura se muestra de manera esquemática la trayectoria de los cables a lo largo del puente.

Figura 6-6 Trayectoria general cables, puente de referencia. Fuente: INTERDICO LTDA

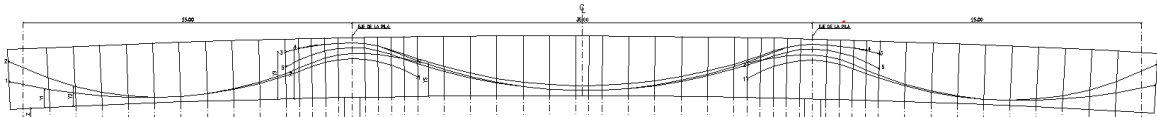
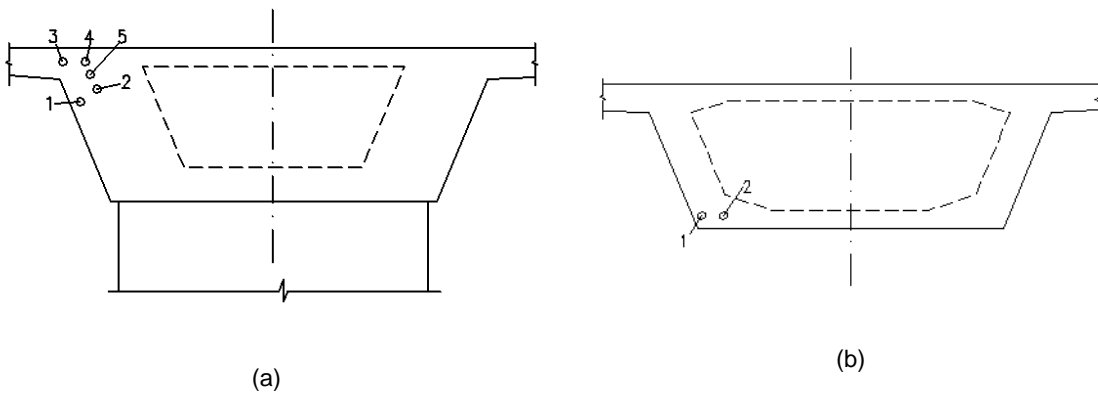
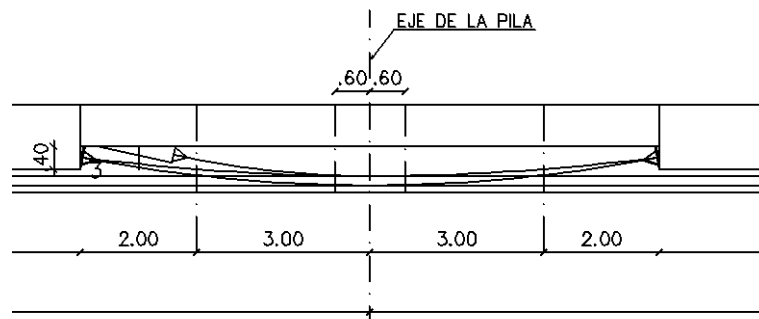


Figura 6-7 Ubicación en altura de los cables, puente de referencia. (a) Sección en el apoyo, (b) Sección intermedia. Fuente: INTERDICO LTDA.



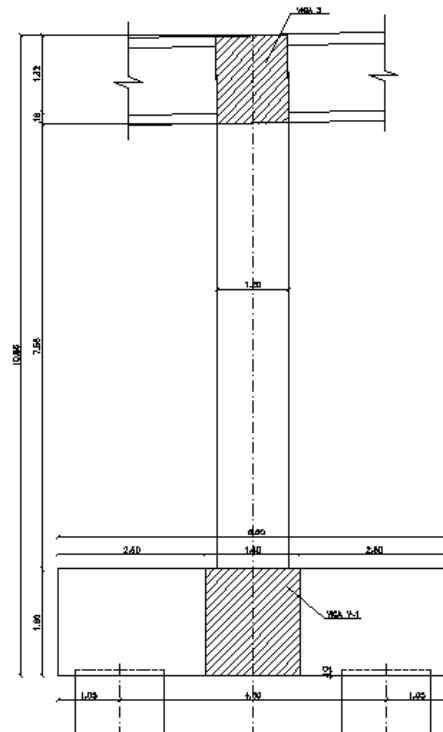
Para poder ejecutar el tensionado de los cables en puntos intermedios de la viga, se colocan en el alma salientes de concreto con la siguiente configuración:

Figura 6-8 Saliente de concreto, puente de referencia. Fuente: INTERDICO LTDA.



Finalmente, el elemento de soporte del tablero restringe el desplazamiento vertical como se observa en la Figura 6-9, cumpliéndose con las condiciones de borde que se definieron en la sección 5.1.

Figura 6-9 Conexión del tablero con la infraestructura, puente de referencia. Fuente: INTERDICO LTDA.



Como el modelo de análisis estructural solo considera una viga, la distribución de la carga viva se obtiene mediante los factores aproximados consignados en la sección [4.6.2.2] del CCDSP-14, la cantidad de carriles de diseño es:

$$N_L = \frac{15.10m}{3.60m} \approx 4$$

Factor de distribución para 3 carriles de diseño ($m = 0.85$).

$$g = 0.85 \left[1 + \frac{2.1m + 7m + 4m}{7.9m} \right] \approx 2.261$$

En las siguientes figuras se muestran los diagramas de fuerzas internas de una sola viga (momento flector y fuerza cortante), para algunos de los patrones de carga considerados como: peso propio, preesfuerzo para tiempo infinito, momento secundario y la carga viva.

Figura 6-10 Diagrama de fuerzas internas en la referencia, carga por peso propio

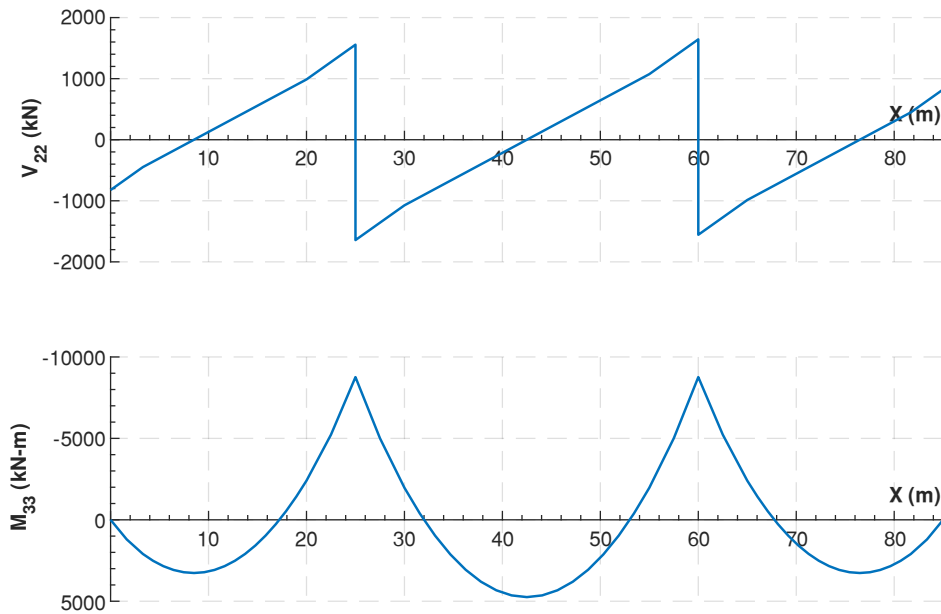
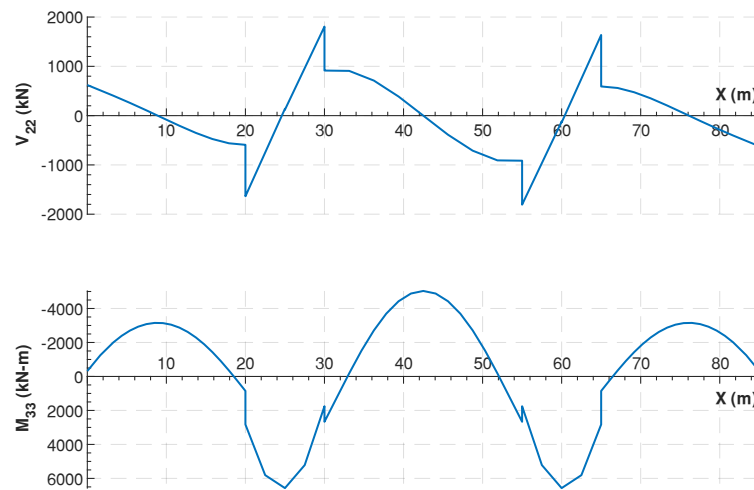


Figura 6-11 Diagrama de fuerzas internas en la referencia, carga de preesforzado para tiempo infinito



El momento flector secundario se calcula de la siguiente manera:

$$M_2 = M_p - M_2 \tag{6-1}$$

Donde:

M_p Momento total debido a la fuerza de preesfuerzo

M_1 Momento primario. $M_1 = P * e$

Figura 6-12 Diagrama de fuerzas internas en la referencia, momento flector secundario por preesfuerzo

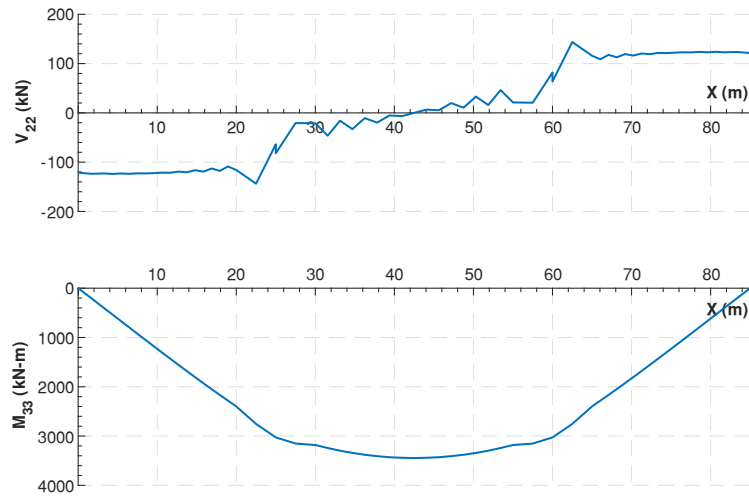
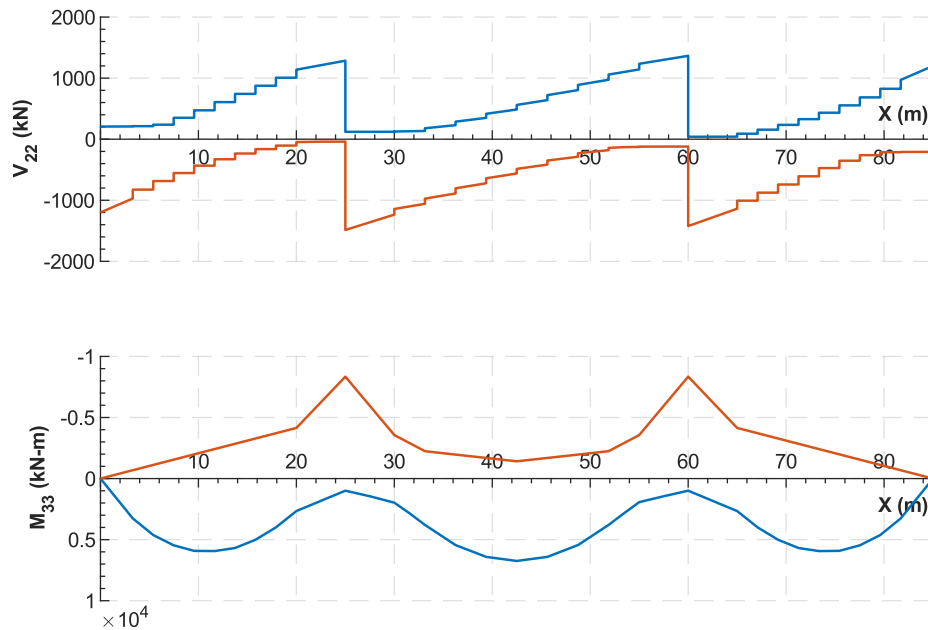


Figura 6-13 Diagrama de fuerzas internas en la referencia, envolvente carga viva



Resumen de momentos flectores en el primer apoyo interno:

Tabla 6-1 Resumen momentos flectores apoyo a 25m

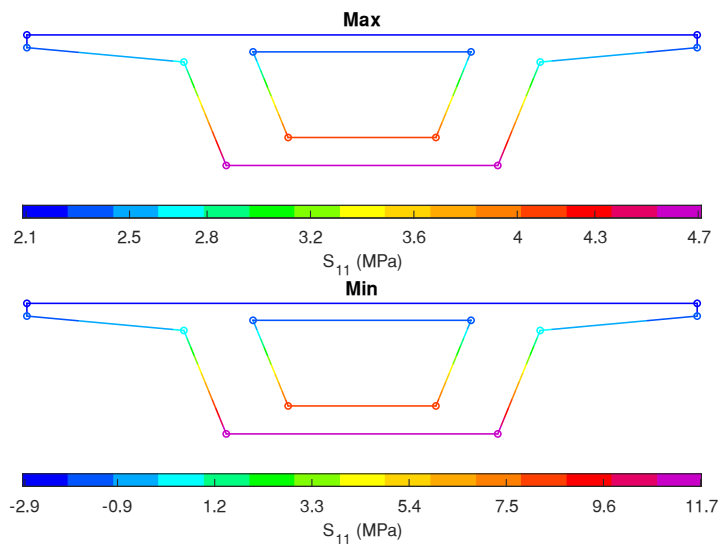
Carga	M ₃₃ (kN-m)
Peso propio	-8763
Asfalto	-837
Preesfuerzo	6571
Carga viva Max	992
Carga viva Min	-8346

Con una fuerza de compresión aproximada de 12756 kN en el segundo apoyo y empleando la expresión 3-14, el esfuerzo de compresión⁶ para las cargas mínimas es:

$$\sigma_{xx} = \frac{(8763kNm + 837kNm - 6571kNm + 8346kNm) * 0.90m}{1.24m^4} + \frac{12756kN}{4.55m^2} \approx 11 \text{ MPa}$$

El esfuerzo anterior es muy similar al obtenido con el programa de cálculo, que arroja un valor de 11.7 MPa, como se observa en la Figura 6-14.

Figura 6-14 Esfuerzos estado límite de servicio en la referencia (segundo apoyo).

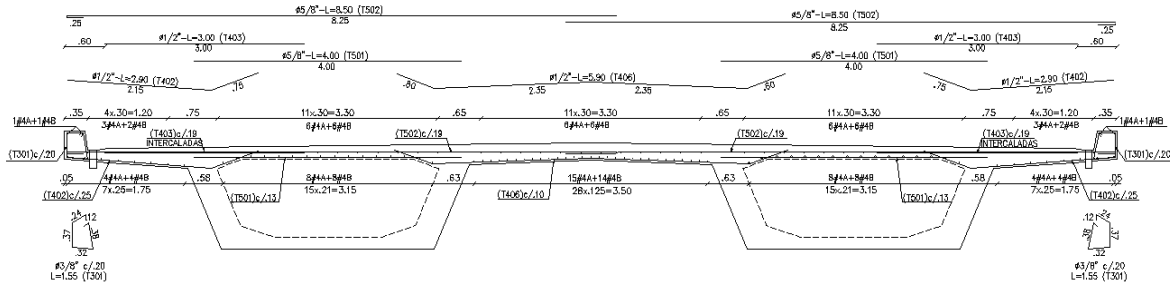


Como se indica en la sección 5.4.2, parte del refuerzo transversal se considera constante, utilizando el acero presente en la referencia, se estima un costo de 103 millones quinientos

⁶ Por convención, un esfuerzo negativo indica tracción

mil pesos (203 kg/m), cantidad que ase adicionará al valor de los flejes, marcados con la etiqueta 5 en la Figura 5-27.

Figura 6-15 Refuerzo transversal de la losa superior en la referencia. Fuente: INTERDICO LTDA



Finalmente, el costo asociado a esta solución empleando los precios unitarios de la

Tabla 5-3, es de 776 millones.

El equipo de cómputo tiene las siguientes características de hardware:

- Procesador: Intel(R) Core (TM) i5-2410M CPU @ 2.30GHz
- Velocidad base del procesador: 2.30 GHz
- Número de núcleos: 2
- Memoria RAM: 4 GB DDR3
- Procesador gráfico: No

Es importante recordar que la herramienta propuesta considera el hormigonado de la viga en una sola etapa, situación que difiere de la secuencia constructiva empleada en el puente de referencia, donde la viga se funde en dos etapas. En la primera etapa se funde la viga hasta el nivel inferior de la losa, una vez el concreto ha alcanzado la resistencia específica a la compresión se realiza el tensionado de los cables 1 y 2, luego se ejecuta el colado de la losa para finalmente tensionar los cables 3, 4 y 5.

6.1 Parámetros del Algoritmo Genético

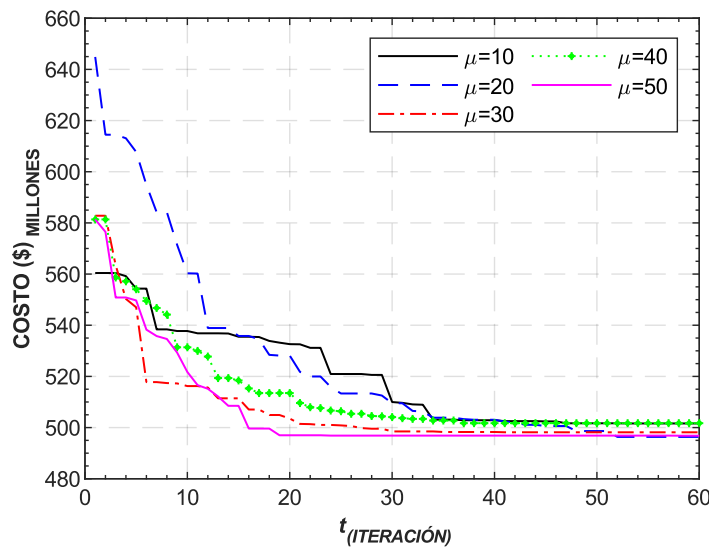
Los parámetros por calcular para el algoritmo descrito son: el tamaño de la población y la probabilidad de cruce y la tasa de mutación. Aunque, estos parámetros sirven como referencia para problemas de este tipo, siempre serán una guía para otros ejemplos de optimización estructural.

Para cada uno de los valores considerados en la calibración, se ejecutaron tres corridas y se escogió la mejor para efectuar la comparación. A continuación, se describe en detalle los valores obtenidos para parámetro.

6.1.1 Tamaño de la población

El ajuste del tamaño de la población es esencial en el proceso de optimización, una población grande requerirá un tiempo de ejecución bastante elevado, mientras que una población pequeña carece diversidad, ocasionando problemas de convergencia prematura. Los tamaños de población de los estudios de referencias presentan un rango amplio de variación, (Gutiérrez-Astudillo et al., 2012) utilizan una población de 2000 individuos, mientras que (Sánchez, 2012) emplea una tamaño de 20, teniendo en cuenta lo anterior, se propone un rango de estudio de 10 a 50 individuos.

Figura 6-16 Influencia del tamaño de la población [μ], en el proceso de optimización



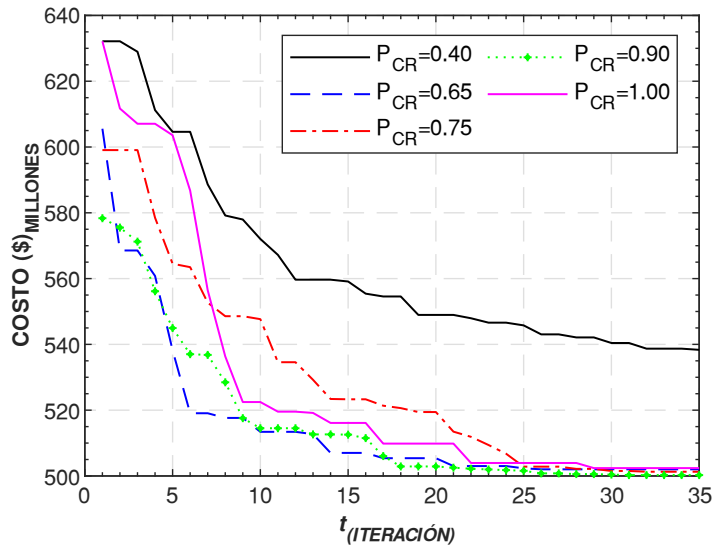
Como se muestra en la Figura 6-16, las soluciones obtenidas en el rango de estudio no presentan variaciones significativas, la mejor tiene un costo de 496 millones y se obtuvo para un $\mu = 20$, la población de 10 individuos es la peor, con un costo de 501 millones. Adicionalmente, a partir de un tamaño de 30 se observa como mejora la velocidad de convergencia, estas poblaciones desde la iteración 25 tienen soluciones cercanas al mejor valor. Se escoge un tamaño de población de 30, porque posee buena velocidad de

convergencia y un tiempo de ejecución razonable, tamaños superiores a este no tienen mejoras sustanciales de la solución.

6.1.2 Probabilidad de cruce

Un valor bajo de la probabilidad de cruce disminuye la velocidad de convergencia del algoritmo, se observa de la Figura 6-17, que a partir de un valor de 0.65, los óptimos no cambian drásticamente, el mejor resultado con un costo de 500 millones se obtuvo con una probabilidad de 0.75. Como valor de ajuste se escoge 0.65 que no genera la mejor solución, pero si posee la mejor velocidad de convergencia.

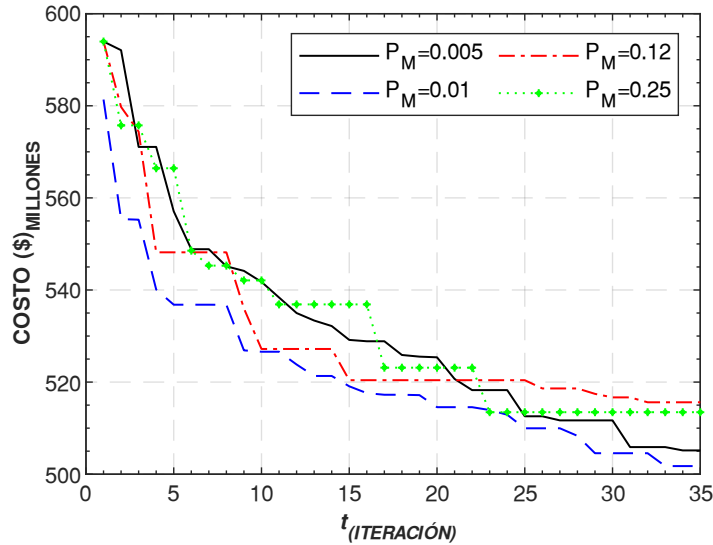
Figura 6-17 Ajuste de la probabilidad de cruce [P_{CR}]



6.1.3 Probabilidad de mutación

Trabajar con una tasa de mutación alta provoca una convergencia lenta del algoritmo, por el contrario, un valor bajo limita la exploración, en la Figura 6-18 se observa la influencia de la probabilidad de cruce, para un rango entre el 0.5% y el 25%. Para probabilidades de 12 % y 25% las más altas del rango, se tiene una convergencia lenta, la curva con el mejor comportamiento se obtiene para una probabilidad del 1%.

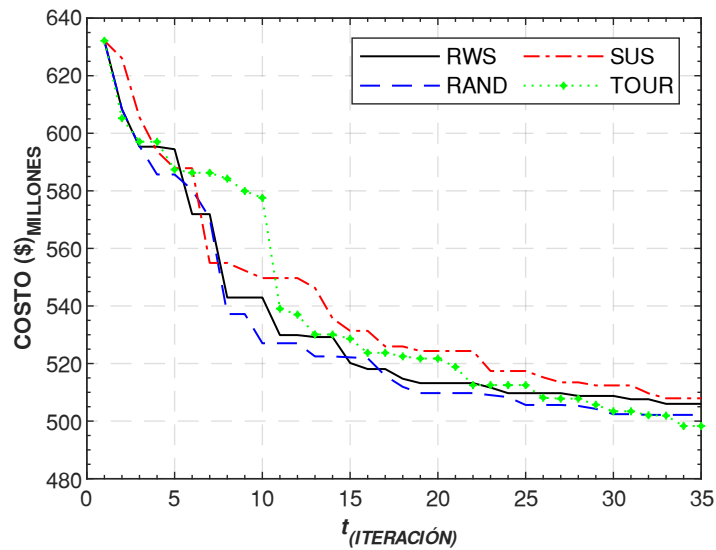
Figura 6-18 Ajuste de la probabilidad de mutación [P_M]



6.2 Operador de selección

En el presente estudio se consideran cuatro operadores de selección: selección por ruleta (*RWS*), selección aleatoria (*RAND*), selección por muestreo estocástico (*SUS*) y selección por torneo (*TOUR*). En la Figura 6-19 se observa que las diferentes estrategias de selección presentan valores óptimos y velocidades de convergencia similares, en este caso la estrategia que genera los resultados de menor calidad es la selección por muestreo *SUS*, mientras que la selección por torneo *TOUR* conduce al mejor resultado, con un valor de 498 millones, corroborando lo mencionado por (Back, Hammel, & Schwefel, 1997) que destacan su eficacia y sencillez.

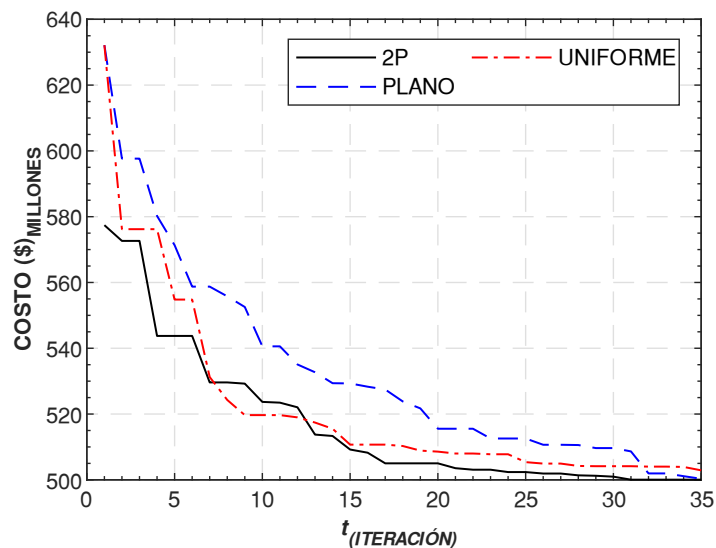
Figura 6-19 Influencia operador de selección



6.3 Operador de cruce

Como operadores de cruce se evalúan tres estrategias: el cruce en 2 puntos (*2P*), cruce uniforme y cruce plano. La metodología con el mejor resultado fue el cruce en dos puntos que encontró una solución con un costo de 500 millones, resultado similar al presentado por (Back et al., 1997). El mecanismo con la solución de menor calidad se obtuvo con el cruce uniforme, mientras que el cruce plano tiene la menor velocidad de convergencia.

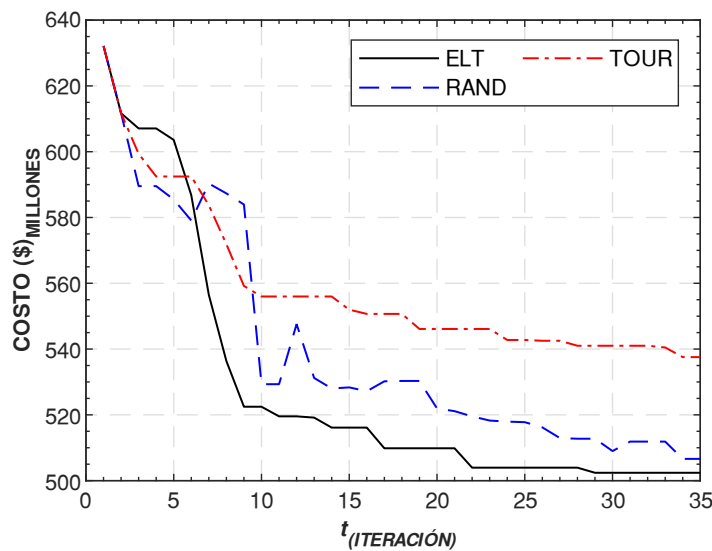
Figura 6-20 Influencia operador de cruce



6.4 Operador de reemplazo

Como operadores de reemplazo se utilizan tres metodologías: Elitismo (*ELT*), sustitución aleatoria (*RAND*) y relevo por torneo (*TOUR*); para todos los casos el porcentaje de la población que se renueva corresponde al 80%. Como se aprecia en la Figura 6-21, el relevo por torneo tuvo y el reemplazo por torneo exhibieron un mal comportamiento. Mantener los individuos de mejor calidad como sucede con el elitismo genera los mejores resultados, tanto en la aptitud como en la velocidad de convergencia.

Figura 6-21 Influencia operador de reemplazo



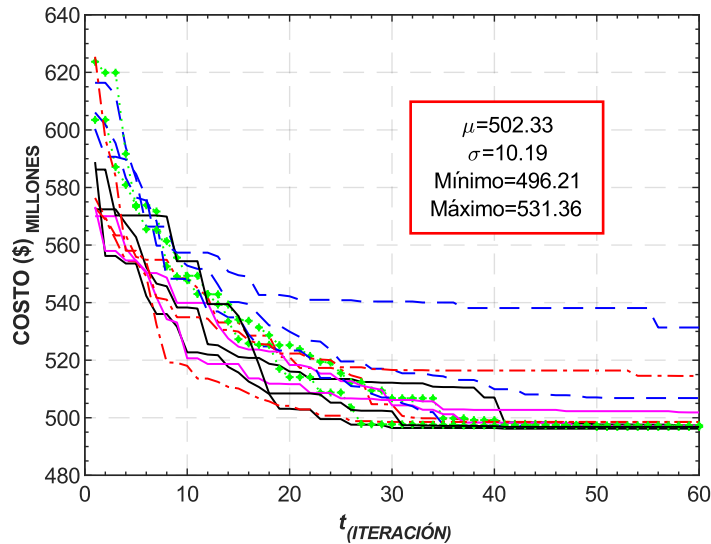
6.5 Mejor aptitud

En resumen, para el proceso de optimización se utilizan los siguientes parámetros y operadores genéticos:

- Tamaño de la población $\mu = 30$ individuos
- Probabilidad de cruce $P_{CR} = 0.65$
- Probabilidad de mutación $P_m = 0.01$
- Selección por torneo
- Cruce en dos puntos
- Reemplazo por elitismo

Teniendo en cuenta que la herramienta de optimización propuesta emplea una heurística, no se tiene certeza matemática que el resultado obtenido corresponde al mínimo absoluto, sin embargo, existen indicadores que permiten calificar la solución, aunque no sea la óptima, se ubica cerca de ella (Sánchez, 2012). Uno de estos indicadores es la similitud de las soluciones para ejecuciones independientes del algoritmo.

Figura 6-22 Costo versus número de iteraciones, parcialmente preesforzado



La Figura 6-22 contiene la evolución del costo de la viga para 13 ejecuciones independientes del algoritmo, la solución con el peor costo es de 531 millones, la mejor tiene un valor de 496 millones y la desviación estándar en la iteración 60 es de 10 millones.

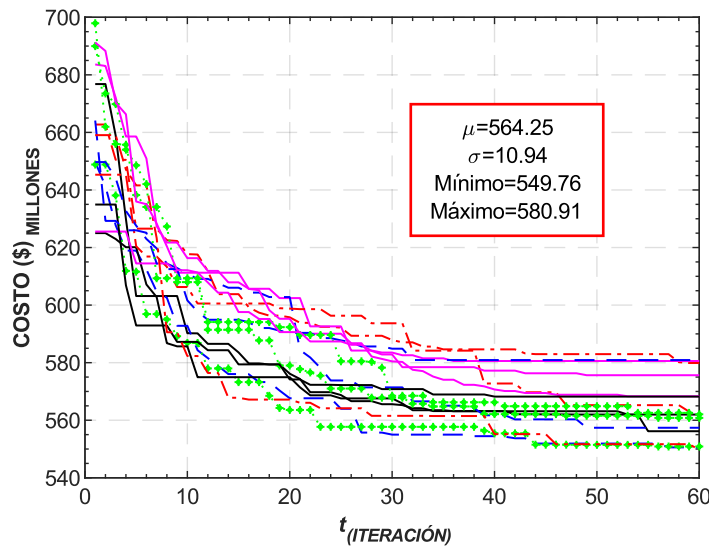
Tabla 6-2 Fenotipo de las mejoras soluciones, parcialmente preesforzado

Sol	Apoyo			Centro			H (m)	NTE	NTI
	T _w (m)	T _{Lt} (m)	T _{Lb} (m)	T _w (m)	T _{Lt} (m)	T _{Lb} (m)			
1	0.4	0.2	0.2	0.21	0.2	0.18	1.79	13	7
2	0.4	0.2	0.22	0.24	0.2	0.18	1.67	18	4
3	0.4	0.2	0.2	0.22	0.2	0.18	1.79	15	4
4	0.4	0.2	0.2	0.21	0.2	0.18	1.79	15	3
5	0.4	0.2	0.2	0.21	0.2	0.18	1.80	12	12
6	0.4	0.2	0.2	0.21	0.2	0.18	1.80	16	8
7	0.4	0.2	0.2	0.21	0.2	0.18	1.79	15	3
8	0.4	0.2	0.2	0.22	0.2	0.18	1.79	15	10
9	0.4	0.2	0.2	0.21	0.2	0.18	1.79	13	4
10	0.4	0.2	0.2	0.24	0.2	0.18	1.80	15	4
11	0.4	0.2	0.2	0.21	0.2	0.18	1.79	15	3

12	0.4	0.2	0.2	0.24	0.2	0.18	1.75	19	3
13	0.4	0.2	0.2	0.26	0.2	0.18	1.51	18	4

La solución óptima para el problema planteado corresponde a un elemento parcialmente preesforzado, similar a lo encontrado por (Abdel Nour, Vié, Chateauneuf, Amziane, & Kallassy, 2021). La sección cuenta con espesores que tienden a los valores mínimos indicados en la normativa de diseño. Tomando como referencia el vano central (35m), la relación luz – altura de la viga tiene un valor promedio de 20. Para el esquema de tensionamiento propuesto, en el que se traslapan los cables de la luz externa con la interna, la cantidad de torones $\phi 5/8''$ es de 15 para el vano exterior y de 5 en el vano interior.

Figura 6-23 Costo versus número de iteraciones, totalmente preesforzada



Utilizar una sección parcialmente preesforzada tiene un impacto directo en la durabilidad del elemento, en ese sentido, también es importante identificar la configuración óptima cuando solo se tienen en cuenta elementos totalmente preesforzados, este caso se muestra en la Figura 6-23, la mejor solución tiene un costo de 550 millones y representa un aumento del 11%, respecto de la opción parcialmente preesforzada.

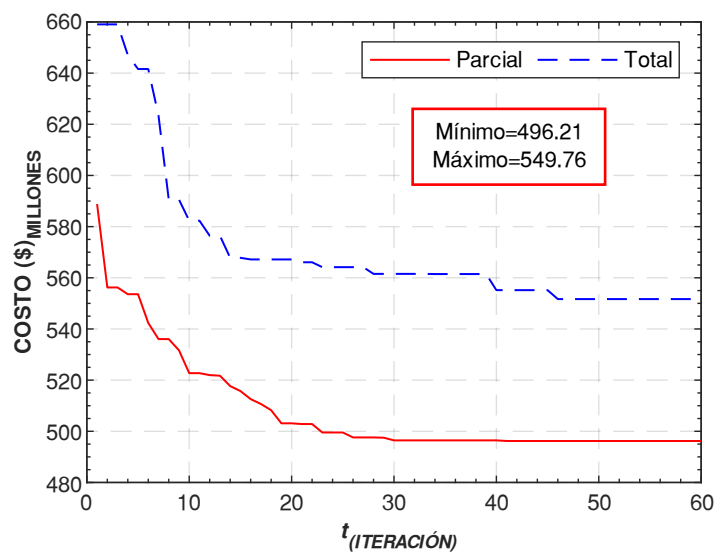
Tabla 6-3 Fenotipo de las mejoras soluciones, totalmente preesforzado

Sol	Apoyo			Centro			H (m)	NTE	NTI
	T _w (m)	T _{Lt} (m)	T _{Lb} (m)	T _w (m)	T _{Lt} (m)	T _{Lb} (m)			
1	0.40	0.20	0.28	0.23	0.20	0.22	1.74	29	42
2	0.40	0.20	0.28	0.24	0.20	0.18	1.75	31	40

Sol	Apoyo			Centro			H (m)	NTE	NTI
	T _w (m)	T _{Lt} (m)	T _{Lb} (m)	T _w (m)	T _{Lt} (m)	T _{Lb} (m)			
3	0.65	0.20	0.22	0.24	0.20	0.18	1.70	36	53
4	0.40	0.20	0.26	0.24	0.20	0.18	1.78	32	48
5	0.41	0.22	0.22	0.20	0.20	0.22	1.79	25	43
6	0.44	0.20	0.27	0.24	0.20	0.19	1.73	32	54
7	0.53	0.20	0.22	0.24	0.20	0.18	1.72	32	40
8	0.41	0.20	0.33	0.24	0.20	0.18	1.68	36	40
9	0.40	0.20	0.29	0.23	0.20	0.18	1.73	37	51
10	0.40	0.20	0.31	0.24	0.20	0.18	1.76	36	58
11	0.40	0.20	0.32	0.22	0.20	0.18	1.76	36	60
12	0.40	0.20	0.20	0.21	0.20	0.18	1.75	29	40
13	0.40	0.20	0.28	0.24	0.20	0.18	1.78	32	40
14	0.40	0.22	0.30	0.23	0.20	0.18	1.77	36	49
15	0.40	0.21	0.20	0.20	0.20	0.22	1.79	26	41

Al igual que en los elementos parcialmente preesforzados, la relación Luz – altura de la viga tiene un valor de 20, pero a diferencia del caso anterior, la dimensión de la losa inferior en la sección del apoyo y el espesor del alma en la sección central no tienden al valor mínimo indicado en la normativa, sino que exhiben un espesor promedio de 0.30m y 0.25m, respectivamente. El tensionamiento cambia drásticamente, el vano exterior requiere 32 torones $\phi 5/8$ " y el interior 47-, en el vano interior se duplica la fuerza de preesfuerzo y en el interior se incrementa 10 veces, respecto del caso parcialmente preesforzado.

Figura 6-24 Comparación preesforzado total versus parcial



7. Conclusiones y recomendaciones

En el presente trabajo se desarrolla una herramienta computacional, en la plataforma MATLAB, que realiza el diseño óptimo de vigas continuas preesforzadas y parcialmente preesforzadas, basada en algoritmos genéticos. Con base en los resultados obtenidos y las comparaciones realizadas con el ejemplo de referencia se concluye:

1. Teniendo en cuenta el objetivo principal planteado y los resultados obtenidos, la herramienta computacional propuesta optimiza el diseño de vigas cajón continuas, mostrando robustez y estabilidad, adicionalmente permite que la experiencia del diseñador no sea un factor determinante para alcanzar un resultado óptimo al no necesitar una solución base como punto de partida. Para el ejemplo de referencia la desviación estándar entre las soluciones óptimas fue de 10 millones, que corresponde al 2% de la mejor solución la cual tiene un costo de 496 millones.
2. Del ajuste de los parámetros del algoritmo, se obtuvieron los mejores resultados para una población de 50 individuos (soluciones), sin embargo, la población de 30 individuos tiene una velocidad de convergencia similar y utilizando el 60% de las evaluaciones de la función objetivo de la población de 50 individuos.
3. Para el operador de selección se consideran cuatro técnicas: selección por ruleta, selección aleatoria, selección por muestreo estocástico y selección por torneo, esta última es la más eficaz, además, requiere menor tiempo de ejecución al no necesitar evaluar la aptitud relativa y su implementación es fácil.
4. La probabilidad de cruce óptima para este caso fue de 65%; como herramientas de recombinación se emplearon tres mecanismos: cruce en dos puntos, cruce uniforme y cruce plano, siendo el cruce en dos puntos el que presenta mejor rendimiento, calidad de la solución y velocidad de convergencia.
5. La mejor probabilidad de mutación fue del 1%, utilizando el mecanismo de mutación uniforme.

6. Utilizar una estrategia elitista mejora la convergencia del programa, ya que preserva la mejor solución a través de las diferentes generaciones, de esta manera, se orienta la búsqueda a zonas con individuos mejor adaptados.
7. Los individuos con mejor aptitud se obtuvieron con elementos parcialmente preesforzados; para el caso de estudio las soluciones óptimas tienden a utilizar las dimensiones mínimas que se especifican en la normativa, relaciones longitud/altura de 20 para la placa superior y 30 para losa inferior
8. La solución empleando elementos totalmente preesforzados, conduce a un incremento en el costo del 11% (sin tener en cuenta la incidencia de la formaleta, la cual atenúa esta diferencia), respecto de la solución parcialmente preesforzada. El cambio más relevante entre la solución de preesfuerzo total y la solución de preesfuerzo parcial consiste en que, para el diseño con preesfuerzo parcial se obtuvieron espesores que tienden a los mínimos especificados en la normativa (0.20m para la aleta superior e inferior y el alma de la sección central), y en el preesfuerzo total el espesor óptimo de la aleta inferior en la sección de apoyo es de 0.30m y el espesor del alma en la sección central es de 0.25m.

7.1 Recomendaciones

1. Adicionar, dentro de las variables, el diseño del tablero y los efectos de la flexión transversal.
2. Considerar vigas cajón con altura variable teniendo en cuenta la incidencia de la formaleta.
3. Ampliar el alcance a vigas curvas, considerando que el motor de análisis está codificado para estructuras espaciales.
4. Incluir la secuencia constructiva, considerando la longitud de estos puentes y la optimización en el uso de formaleta.
5. Empleando esta metodología y teniendo en cuenta la secuencia constructiva, se podría optimizar el diseño de puentes en voladizos sucesivos, que por sus características son muy utilizados a nivel mundial.

**A. Anexo:
optimización**

Código

fuentes

En el siguiente listado se muestra las instrucciones de los objetos y funciones que se emplean en el proceso de optimización. El código en su totalidad puede solicitarse vía correo electrónico a la siguiente dirección, eycruza@unal.edu.co.

```
function [R]=RANDOP(A,B,C,SZ)
    %NÚMEROS ALEATORIOS PARA UN RANGO DADO
    %ENTRADA
    %[A]                LIMITE INFERIOR
    %[B]                LIMITE SUPERIOR
    %[C]                PRECISION
    %[SZ]              CANTIDAD DE NUMEROS
    %SALIDA
    %[R]                VECTOR COLUMNA
    %VARIABLES

    R=rand(SZ,1).*(B-A)+A;

    for i=1 : length(R)
        R(i)=round(R(i),C(i));
    end
end

function [AP,V,TiR,REP] = TARG(X,M)
    %DETERMINA LA APTITUD DE UN INDIVIDUO Y VERIFICA LAS RESTRICCIONES
    %ENTRADAS
    %[X]                VARIABLES DEL PROBLEMA
    %[M]                MODELO
    %SALIDAS
    %[AP]              APTITUD
    %[V]              RESTRICCION
    %                  (1) VERDADERO
    %                  (0) FALSO
    %[TiR]            TOTAL
    %[REP]            REPORTE COSTOS
    %VARIABLES
    %[S1]            SECCION APOYO
    %[S3]            SECCION TORON

    TiR=repmat(duration([0 0 0], 'Format', 'hh:mm:ss.SSS'),1,3);
    tic
        S1=M.G_SEC(1);
        S3=M.G_SEC(3);

        %*** SECCION ***
        S1.Tw=X(1);
        S1.TLt=X(2);
        S1.TLb=X(3);
        S1.H=X(7);

        SC=M.BRIDGE.SC;
        for i=SC
            i.Tw=X(4);
```

```

        i.TLt=X(5);
        i.TLb=X(6);
        i.H=X(7);
    end

    %*** CABLES ***
    M.CABLES=M.BRIDGE.LCAB(M.G_FRA,X(8),X(9),S1,S3);
    M.L_CABLE;

    %*** MATERIAL ***
    MT=M.G_MAT(X(10));

    for i=[S1 SC]
        i.MAT=MT;
    end
    TiR(1)=duration([0 0 toc]);
    %*** RESTRICCIONES ***
    [~,~,TiR(2)]=M.RUN;
    TiR(3)=M.DRUN;
    TiR=sum(TiR);

    VD=[M.DESIGN.VRD];
    V=zeros(5,1);

    for i=1 : 5
        V(i)=nnz(~VD(i,:));
    end

    %*** COSTO***
    REP=M.MLIST;
    AP=-REP.PR;
    AP=AP/1e6;
end

classdef CHROMOS %< matlab.mixin.SetGetExactNames
    %CROMOSOMA CODIFICACION BINARIA

    properties
        GENO (:,1) double           %GENOTIPO DECIMAL
        %-----
        APT (1,1) double           %APTITUD
        RES (:,1) double           %RESTRICCION
        PX (1,1) double            %PENALIZACION
        COST (1,1) struct
    end

    properties %(SetObservable, AbortSet=true)
        NG (1,1) uint16=1          %CANTIDAD DE GENES
    end

    methods %SET y GET
        function obj=CHROMOS(NG) %CONSTRUCTOR
            if 0 < nargin

```

```

        obj.NG=NG;
    end

    obj.GENO=zeros(obj.NG,1);
    %addlistener(obj,'NG','PostSet',@CHROMOS.STCH);
end

%-----
--
end

methods (Access=protected)
function [R]=COD_BIN(obj,FM,ACCU,NB)
%CODIFICACION BINARIA
%ENTRADA
% [FM]           MINIMO
% [ACCU]         PRECISION
% [NB]           BITS
% [VAL]         VARIABLES
%SALIDA
% [R]
%VARIABLES
% [C]           CODIGO DEL GEN i
% [DIV]         DIVIDENDO
% [BIT]         BIT

R=cell(1,obj.NG);
DIV=(obj.GENO-FM).*10.^ACCU;
DIV=round(DIV);

for i=1 : obj.NG
    j=NB(i);
    C=zeros(1,j);

    while 1<=DIV(i)
        if mod(DIV(i),2)==1; C(j)=1; end
        j=j-1;
        DIV(i)=fix(DIV(i)/2);
    end

    R{i}=C;
end

R=[R{:}]';
end
end

methods
function [R]=CBIN(obj,FM,ACCU,NB)
%CODIFICACION BINARIA
%ENTRADA
% [FM]           MINIMO
% [ACCU]         PRECISION
% [NB]           BITS

```



```

% [VAL]          VARIABLES
% SALIDA
% [R]
% VARIABLES
% [NE]          CANTIDAD OBJETOS

NE=length(obj);
R=cell(1,NE);
j=0;

for i=obj
    j=j+1;
    R{j}=i.COD_BIN(FM,ACCU,NB);
end
end

function [R]=STA(obj,T)
%PROBABILIDAD Y ESTADISTICA CONJUNTO DE INDIVIDUOS
%ENTRADA
% [T]          TIPO DE AJUSTE PARA PROBLEMAS CON VALORES
%              NEGATIVOS DE LA FUNCIÓN OBJETIVO
% SALIDA
% [R]          ESTRUCTURA
%              APTITUD
%              PORCENTAJE
%              PORCENTAJE ACUMULADO
%              PROMEDIO
%              DESVIACIÓN ESTANDAR
%              APTITUD MAXIMA
% VARIABLES
% [SA]          ACUMULADO FA
% [FM]          APTITUD MINIMA

R=struct('Fx',0,'P',0,'Q',0,'PR',0,'ST',0,'Fmax',0,'IDmax',0);
R.Fx=[obj.APT]';

switch T
    case 0
        FA=1./abs(R.Fx);
    case 1
        FM=min(R.Fx);
        FA=R.Fx-FM;
end

R.P=FA/sum(FA);
R.Q=cumsum(R.P);

R.PR=mean(R.Fx);
R.ST=std(R.Fx,0);
[R.Fmax,R.IDmax]=max(R.Fx);
end
end

```

```

methods (Static)
function [R]=MF(NG,NB,VAL)
%GENES DEL CROMOSOMA
%ENTRADA
% [NG]
% [NB]          BITS
% [VAL]         CROMOSOMA
%SALIDA
% [R]
%VARIABLES
% [Li]         LIMITE INFERIOR
% [Lf]         LIMITE SUPERIOR

R=cell(1,NG);
Li=NB;
Lf=cumsum(Li);
Li=Lf-Li+1;

for i=1 : NG
    R{i}=VAL(Li(i):Lf(i));
end
end

function [R]=VTR(NG,NB)
%ENTRADA
% [NG]
% [NB]
%SALIDA
% [R]          VECTOR TRANSFORMACION
%VARIABLES
% [VG]         VETOR GENERAL
% [NbX]        BIT MAXIMO

R=cell(1,NG);
NbX=max(NB);
VG=zeros(1,NbX);

for i=1 : NbX
    VG(i)=2^(i-1);
end

for i=1 : NG
    R{i}=flip(VG(1:NB(i)));
end
end

function [R]=CDEC(NG,NB,FM,FX,ACCU,VAL)
%CODIFICACION DECIMAL INDIVIDUAL
%ENTRADA
% [NG]
% [NB]
% [FM]
% [FX]
% [ACCU]
% [VAL]        CROMOSOMA

```

```

%SALIDA
% [R]
%VARIABLES
% [NE]
% [C]          CODIGO DEL GEN i
% [TR]         TRANSFORMACION
% [FEN]        FENOTIPO

NE=length (VAL);
R=cell (NE,1);
Ri=zeros (NG,1);
TR=CHROMOS.VTR (NG,NB);

for i=1 : NE
    FEN=CHROMOS.MF (NG,NB,VAL{i});

    for j=1 : NG
        C=FEN{j};
        Ri (j)=TR{j}*C;
        Ri (j)=Ri (j)/10^ACCU (j)+FM (j);

        if Ri (j)<FM (j) || FX (j)<Ri (j)
            Ri (j)=RANDOP (FM (j),FX (j),ACCU (j),1);
        end
    end

    R{i}=Ri;
end
end

function [R]=ACHR (D,NG)
%ARRAY DE CROMOSOMAS
%ENTRADA
% [D]          DIMENSION ARRAY
%SALIDA
% [R]          ARRAY
%VARIABLES
% [F]
% [C]

[F,C]=size (D);
R (F,C)=CHROMOS;

for j=1 : C
    for i=1 : F
        R (i,j)=CHROMOS (NG);
    end
end
end

%function STCH (~,EVNT)
%ACTUALIZA LONGITUD DEL GENOMA

%obj=EVNT.AffectedObject;

```

```

        %obj.GENO=zeros(obj.NG,1);
    %end
end
end

classdef POPUL < handle
    %POBLACIÓN (CONJUNTO DE INDIVIDUOS) ALGORITMO GENETICO "AG"

    properties
        NGEN (1,1) uint16           %NUMERO DE GENERACIONES
        NGUY (1,1) uint16           %NUMERO DE INDIVIDUOS
        XV (1,:) struct             %VARIABLES [FM FX ACC]
        MS (1,1) uint16             %METODO DE SELECCIÓN
        %                             (1) RWS
        %                             (2) RS
        %                             (3) SUS
        %                             (4) TS
        MC (1,1) uint16             %METODO DE CRUCE
        %                             (1) CNP
        %                             (2) CU
        %                             (3) CP
        MM (1,1) uint16             %METODO DE MUTACIÓN
        %                             (1) MUA
        MR (1,1) uint16             %METODO DE REEMPLAZO
        %                             (1) ELT
        %                             (2) RA
        %                             (3) TD
        PC (1,1) double             %PROBABILIDAD DE CRUCE
        PM (1,1) double             %PROBABILIDAD DE MUTACION
    end

    properties (Dependent=true)
        NG                           %NUMERO DE GENES
        NC                           %CANTIDAD DE CRUCES
        NH                           %CANTIDAD DE HIJOS
        NBIT                          %CANTIDAD BITS
    end

    properties (SetAccess=protected)
        GUY=CHROMOS                   %INDIVIDUOS ACTUAL
    end

    methods %SET y GET
        function obj=POPUL(NGEN,NGUY,XV,MS,MC,MM,MR,PC,PM) %CONSTRUCTOR
            %VARIABLES

            if 0 < nargin
                obj.NGEN=NGEN;
                obj.NGUY=NGUY;
                obj.XV=XV;
                obj.MS=MS;
                obj.MC=MC;
                obj.MM=MM;
                obj.MR=MR;
            end
        end
    end
end

```

```
        obj.PC=PC;
        obj.PM=PM;
    end
end

function set.PC(obj,VAL)
    if 0<=VAL && VAL<=1
        obj.PC=VAL;
    end
end

function set.PM(obj,VAL)
    if 0<=VAL && VAL<=1
        obj.PM=VAL;
    end
end

function set.MS(obj,VAL)
    if 0<VAL && VAL<5
        obj.MS=VAL;
    end
end

function set.MC(obj,VAL)
    if 0<VAL && VAL<4
        obj.MC=VAL;
    end
end

function set.MM(obj,VAL)
    if 0<VAL && VAL<4
        obj.MM=VAL;
    end
end

function set.MR(obj,VAL)
    if 0<VAL && VAL<4
        obj.MR=VAL;
    end
end

%-----

--

function [R]=get.NG(obj)
    R=length(obj.XV);
end

function [R]=get.NC(obj)
    R=obj.NGUY/2;
end

function [R]=get.NH(obj)
    R=2*obj.NC;
```

```

end

function [R]=get.NBIT(obj)
    %CANTIDAD BIT
    %SALIDA
    % []
    %VARIABLES
    % [MG]           RANGO DE ACCIÓN
    % [FM]           MINIMO
    % [FX]           MAXIMO
    % [ACCU]         PRECISION

    Xv=obj.XV;
    FM=[Xv.FM]';
    FX=[Xv.FX]';
    ACCU=[Xv.ACC]';

    R=zeros(obj.NG,1);

    for i=1 : obj.NG
        MG=(FX(i)-FM(i))*10^ACCU(i);
        MG=log2(MG);
        R(i)=floor(MG)+1;
    end
end

end

end

methods
function [R,T]=POP_RAND(obj,M)
    %GENERA POBLACIÓN ALEATORIA
    %ENTRADA
    % [M]           MODELO
    %SALIDA
    % [R]           INDIVIDUOS
    % [T]           TIEMPO
    %VARIABLES
    % [FM]
    % [FX]
    % [ACCU]
    % [RAN]         DATOS ALEATORIOS
    % [VAR]         VARIABLES
    % [j]           CONTADOR

    Xv=obj.XV;
    FM=[Xv.FM]';
    FX=[Xv.FX]';
    ACCU=[Xv.ACC]';
    VD=false;
    R=CHROMOS.ACHR(1:obj.NGUY,obj.NG);
    T= repmat(duration([0 0 0]),1,obj.NGUY);

    for i=1 : obj.NGUY
        j=0;
        TR=duration([0 0 0]);

```

```

        while VD==false
            j=j+1;
            VAR=RANDOP (FM,FX,ACCU,obj.NG);
            [APT,V,T(i),REP]=TARG (VAR,M);

            TR=TR+T(i);
            VD=all (V==0);
            if j==200
                VD=true;
                disp(['INDIVIDUO ' num2str(sum(i)) ' *** NO SE
PUDO GENERAR ***']);
            end
        end

        disp(['INDIVIDUO ' num2str(sum(i)) ' OK']);
        disp(['INTENTOS ' num2str(sum(j))]);
        VD=false;
        T(i)=TR;
        R(i).GENO=VAR;
        R(i).APT=APT;
        R(i).RES=V;
        R(i).COST=REP;
    end

    R=obj.PENADT (R,5,obj.NGUY);
end

function [STA,FEN,PNT,Ti,COST]=RUN (obj,M)
    %PROCESO DE CALCULO
    %SALIDA
    % [STA]          [PR ST Fmax]
    % [FEN]          FENOTIPO
    % [PNT]          PENALIDAD
    % [Ti]           MINUTOS
    % [COST]         COSTO
    %ENTRADA
    % [M]           MODELO
    %VARIABLES
    % [NB]          BITS
    % [V]           ASIGNACION INICIAL
    % [XB]          PADRES
    % [XP]          HIJOS
    % [XPP]         HIJO CON MUTACIONES
    % [OK]          VERIFICACION
    % [RT]          ROTULOS

    disp('*****');
    disp('*** INICIO OPTIMIZACION ***');
    disp('*****');
    disp(' ');
    disp(['GENERACIONES=' num2str(obj.NGEN)]);
    disp(['INDIVIDUOS=' num2str(obj.NGUY)]);
    disp(['PROBABILIDAD DE CRUCE=' num2str(obj.PC)]);

```

```

disp(['PROBABILIDAD DE MUTACION=' num2str(obj.PM)]);
disp(['METODO SELECCION=' num2str(obj.MS)]);
disp(['METODO CRUCE=' num2str(obj.MC)]);
disp(['METODO REEMPLAZO=' num2str(obj.MR)]);
disp(['NUMERO DE GENES=' num2str(obj.NG)]);
disp(['BITS CROMOSOMA=' num2str(sum(obj.NBIT))]);
disp(' ');

NB=obj.NBIT;
Xv=obj.XV;
FM=[Xv.FM]';
FX=[Xv.FX]';
ACCU=[Xv.ACC]';

RT=char({'Tw='; 'TLt='; 'TLb='; 'Tw2='; 'TLt2='; 'TLb2='; 'H='; 'NTE='; 'NTI='; '
fc='});

STA=struct('Fx',0,'P',0,'Q',0,'PR',0,'ST',0,'Fmax',0,'IDmax',0);
STA= repmat(STA,1,obj.NGEN);
FEN=zeros(obj.NG,obj.NGUY,obj.NGEN);
PNT=zeros(obj.NGUY,obj.NGEN);
COST=cell(1,obj.NGEN);

SON=CHROMOS.ACHR(1:obj.NH,obj.NG);
Ti=repmat(duration([0 0
0], 'Format', 'hh:mm:ss.SSS'),1,obj.NGEN);
TAG=repmat(duration([0 0 0], 'Format', 'hh:mm:ss.SSS'),1,2);

for i=1 : obj.NGEN
    if i==1
        disp('POBLACION INICIAL');
        disp(' ');
        [obj.GUY,T]=obj.POP_RAND(M);
    else
        tic
            XB=obj.SELECTION(STA(i-1));
            XP=obj.CROSS(XB,FM,ACCU,NB);
            XPP=obj.MUTATION(XP,NB);
            XPP=CHROMOS.CDEC(obj.NG,NB,FM,FX,ACCU,XPP);
            TAG(1)=duration([0 0 toc]);

            for j=1 : obj.NH
                [APT,V,T(j),REP]=TARG(XPP{j},M);
                SON(j).GENO=XPP{j};
                SON(j).APT=APT;
                SON(j).RES=V;
                SON(j).COST=REP;
            end

            tic
                SON=obj.PENADT(SON,5,obj.NH);
                obj.GUY=obj.SUBST(SON);
                TAG(2)=duration([0 0 toc]);
        end
    end
end

```



```

        Ti(i)=sum(T)+sum(TAG);
        PNT(:,i)=[obj.GUY.PX];
        STA(i)=obj.GUY.STA(0);
        FEN(:, :, i)=[obj.GUY.GENO];
        COST{i}=[obj.GUY.COST];
        disp(' ');
        disp(['GENERACION ' num2str(i)]);
        disp(['TIEMPO ' char(Ti(i))]);
        disp(['T TOTAL ' char(sum(Ti(1:i)))]);
        disp(['MEJOR APTITUD ' num2str(STA(i).Fmax)]);
        disp('FENOTIPO ');
        disp([RT num2str(FEN(:, STA(i).IDmax,i))]);
        disp(' ');
    end

    Ti=sum(Ti(:));
end

%-----
%*** SELECCION ***
%-----

function [R]=RWS(obj,A)
    %ROULETTE WHEEL SELECTION
    %ENTRADA
    % [A]          PORCENTAJE ACUMULADO
    %SALIDA
    % [R]          VECTOR SELECCION
    %VARIABLES
    % [Nsel]       NUMERO DE SELECCIONES
    % [ro]         VALOR ALEATORIO

    Nsel=obj.NGUY;
    R=zeros(1,Nsel);

    for i=1 : Nsel
        ro=rand;
        R(i)=find(ro<A,1);
    end
end

function [R]=RS(obj)
    %RANDOM SELECTION
    %ENTRADA
    % []
    %SALIDA
    % []
    %VARIABLES
    % [Nsel]       NUMERO DE SELECCIONES
    % [ro]         VALOR ALEATORIO

    Nsel=obj.NGUY;
    R=zeros(1,Nsel);

```

```

    for i=1 : Nsel
        ro=randperm(obj.NGUY,1);
        R(i)=ro;
    end
end

function [R]=SUS(obj,A)
%STOCHASTIC UNIVERSAL SAMPLING
%ENTRADA
%[A]          PORCENTAJE ACUMULADO
%SALIDA
%[]
%VARIABLES
%[Nsel]      NUMERO DE SELECCIONES
%[ro]        VALOR ALEATORIO
%[PU]        PUNTEROS
%[DE]        SEPARACIÓN PUNTERO

Nsel=double(obj.NGUY);
R=zeros(1,Nsel);
DE=1/Nsel;
ro=rand/Nsel;
PU=ro+DE*(0:Nsel-1);

for i=1 : Nsel
    R(i)=find(PU(i)<A,1);
end
end

function [R]=TS(obj,Fx)
%TOURNAMENT SELECTION
%ENTRADA
%[Fx]        APTITUD
%SALIDA
%[R]
%VARIABLES
%[Nsel]      NUMERO DE SELECCIONES
%[Ntor]      CANTIDAD DE PARTICIPANTES
%[EL]        COMPETIDORES
%[P]        POSICION MAXIMO

Nsel=obj.NGUY;
Ntor=2;
R=zeros(1,Nsel);

for i=1 : Nsel
    EL=randperm(obj.NGUY,Ntor);
    [~,P]=max(Fx(EL));
    R(i)=EL(P);
end
end

function [R]=SELECTION(obj,STA)

```

```

%INDIVIDUOS PROCESO DE CRUCE
%ENTRADA
% [STA]          ESTADISTICA
%SALIDA
% [R]
%VARIABLES
% []

switch obj.MS
  case 1
    R=obj.RWS(STA.Q);
  case 2
    R=obj.RS;
  case 3
    R=obj.SUS(STA.Q);
  case 4
    R=obj.TS(STA.Fx);
end
end

%-----
%*** CRUCE ***
%-----

function [R]=CROSS(obj,XB,FM,ACCU,NB)
%CRUCE DE LOS INDIVIDUOS SELECCIONADOS
%SALIDA
% [R]          HIJOS
%ENTRADA
% [XB]         PADRES
%VARIABLES
% [NP]         NUMERO DE PADRES
% [NC]         NUMERO DE CRUCES
% [FU]         PADRES UNICOS
% [FAT]        PADRES ELEGIDO
% [ro]         VALOR ALEATORIO
% [FUN]        FUNCION
% [XBC]        CODIGO

NP=length(XB);
LC=sum(NB);
FU=unique(XB);
XBC=obj.GUY(FU).CBIN(FM,ACCU,NB);
R=cell(1,obj.NH);

switch obj.MC
  case 1
    ARG{3}=LC;
    ARG{4}=2;                % [NPC] PUNTOS DE CRECE
    FUN=@obj.CNP;
  case 2
    ARG{3}=LC;
    FUN=@obj.CU;
  case 3
    FUN=@obj.CP;

```

```

end

for i=1 : obj.NC
    FAT=randperm(NP,2);
    Ind=XB(FAT(1))==FU;
    ARG(1)=XBC(Ind);           %P1
    Ind=XB(FAT(2))==FU;
    ARG(2)=XBC(Ind);           %P2

    ro=rand;

    if ro<obj.PC
        [R{2*i-1},R{2*i}]=FUN(ARG{:});
    else
        R(2*i-1)=ARG(1);
        R(2*i)=ARG(2);
    end
end
end

%-----
%*** MUTACION ***
%-----

function [R]=MUU(obj,XP,LC)
    %MUTACIÓN ALEATORIA UNIFORME
    %ENTRADA
    % [XP]           HIJOS
    % [LC]
    %SALIDA
    % [R]           HIJOS CON MUTACIONES
    %VARIABLES
    % [NH]           CANTIDAD HIJOS
    % [CRi]          CROMOSOMA
    % [LC]           TAMAÑO CROMOSOMA
    % [ro]           VALOR ALEATORIO

    R=cell(obj.NH,1);

    for i=1 : obj.NH
        CRi=XP{i};
        for j=1 : LC
            ro=rand;
            if ro<obj.PM
                CRi(j)=~CRi(j);
            end
        end
        R{i}=CRi;
    end
end

function [R]=MUTATION(obj,XP,NB)
    %OPERADOR DE MUTACIÓN

```

```

    %SALIDA
    % [R]          HIJOS CON MUTACIONES
    %ENTRADA
    % [XP]         HIJOS
    %VARIABLES

    switch obj.MM
        case 1
            LC=sum(NB);
            R=obj.MUU(XP,LC);
        case 2
    end
end

%-----
%*** REEMPLAZO ***
%-----

function [R]=ELT(obj,SON,NSR)
    %ELITISMO
    %SALIDAS
    % [R]
    %ENTRADA
    % [SON]         HIJOS VALIDOS
    % [NSR]         CANTIDAD DE INDIVIDUOS QUE MUEREN
    %VARIABLES
    % [FxH]         APTITUD HIJOS
    % [ORD]         ORDEN POBLACION PEOR-MEJOR
    % [ORDS]        ORDEN HIJOS MEJOR-PEOR

    NSR=(1:NSR);
    Fx=[obj.GUY.APT];
    [~,ORD]=sort(Fx);
    R=obj.GUY(ORD);
    FxH=[SON.APT];
    [~,ORDS]=sort(FxH,'descend');
    [~,MX]=max([Fx(ORD(NSR));FxH(ORDS(NSR))]);
    Ind=MX==2;

    R(NSR(Ind))=SON(ORDS(NSR(Ind)));
end

function [R]=REMA(obj,SON,NSR)
    %REEMPLAZO ALEATORIO
    %SALIDAS
    % [R]
    %ENTRADA
    % [SON]         HIJOS VALIDOS
    % [NSR]         CANTIDAD DE INDIVIDUOS QUE MUEREN
    %VARIABLES
    % [FxH]         APTITUD HIJOS
    % [ORD]         ORDEN INDIVIDUOS
    % [ORDS]        ORDEN HIJOS

```

```

ORD=randperm(obj.NGUY,NSR);
R=obj.GUY;
FxH=[SON.APT];
[~,ORDS]=sort(FxH,'descend');

R(ORD)=SON(ORDS(1:NSR));
end

function [R]=TD(obj,SON,NSR)
%TORNEO A MUERTE
%SALIDAS
% [R]
%ENTRADA
% [SON]           HIJOS VALIDOS
% [NSR]           CANTIDAD DE INDIVIDUOS QUE MUEREN
%VARIABLES
% [ORD]           ORDEN INDIVIDUOS
% [ORDS]          ORDEN HIJOS
% [Fx]            PADRES
% [FxH]           HIJOS APTOS

ORD=randperm(obj.NGUY,NSR);
ORDS=randperm(NSR,NSR);
R=obj.GUY;
Fx=[obj.GUY(ORD).APT];
FxH=[SON(ORDS).APT];
[~,MX]=max([Fx;FxH]);
Ind=MX==2;

R(ORD(Ind))=SON(ORDS(Ind));
end

function [R]=SUBST(obj,SON)
%OPERADOR DE REEMPLAZO
%SALIDAS
% [R]            NUEVA GENERACION
%ENTRADA
% [SON]          HIJOS VALIDOS
%VARIABLES
% [BR]           BRECHA, INDIVIDUOS REEMPLAZADOS
% [NA]           CANTIDAD HIJOS APTOS

BR=0.8;
NSR=fix(BR*obj.NGUY);
NA=length(SON);

if NA<NSR
    NSR=NA;
end

switch obj.MR
    case 1
        R=obj.ELT(SON,NSR);
    case 2

```

```

        R=obj.REMA (SON,NSR);
    case 3
        R=obj.TD (SON,NSR);
    case 4

    end
end
end

methods (Static)
%-----
%*** CRUCE ***
%-----

function [R1,R2]=CNP (P1,P2,LC,NPC)
%CRUCE EN "N" PUNTOS
%ENTRADA
% [P1]          GENOTIPO PADRES
% [P2]
% [LC]          TAMAÑO CROMOSOMA
% [NPC]         PUNTOS DE CRUCE
%SALIDA
% [R1]          HIJOS
% [R2]
%VARIABLES
% [PCC]         PUNTOS DE CORTE
% [NS]         CANTIDAD DE SECTORES
% [SC]         SECUENCIA
% [Li]         LIMITE INFERIOR
% [Lf]         LIMITE SUPERIOR

PCC=randperm (LC-1,NPC);    PCC=sort (PCC);
NS=NPC+1;
SC=mod ( (1:NS)+1,2);
R1=zeros (LC,1,'logical');
R2=R1;
Li=[1 PCC+1];
Lf=[PCC LC];

for i=1 : NS
    if SC(i)==0
        R1 (Li (i) :Lf (i))=P1 (Li (i) :Lf (i));
        R2 (Li (i) :Lf (i))=P2 (Li (i) :Lf (i));
    else
        R1 (Li (i) :Lf (i))=P2 (Li (i) :Lf (i));
        R2 (Li (i) :Lf (i))=P1 (Li (i) :Lf (i));
    end
end
end

function [R1,R2]=CU (P1,P2,LC)
%CRUCE UNIFORME
%ENTRADA
% [P1]          GENOTIPO PADRES

```

```

%[P2]
%[LC]          TAMAÑO CROMOSOMA
%SALIDA
%[R1]          HIJOS
%[R2]
%VARIABLES
%[ro]          VALOR ALEATORIO

R1=zeros(LC,1,'logical');
R2=R1;
ro=randi([0 1],1,LC);

for i=1 : LC
    if ro(i)==1
        R1(i)=P1(i);
        R2(i)=P2(i);
    else
        R1(i)=P2(i);
        R2(i)=P1(i);
    end
end
end

function [R1,R2]=CP(P1,P2)
%CRUCE PLANO
%ENTRADA
%[P1]          GENOTIPO PADRES
%SALIDA
%[R1]          HIJOS
%[R2]
%VARIABLES
%[SC]          ESQUEMA
%[PNV]         POSICION VACIOS
%[ro]          VALOR ALEATORIO

R1=P1;
R2=P2;
SH=R1==R2;
PNV=find(SH==0)';

for i=PNV
    ro=randi([0 1],1,2);
    R1(i)=ro(1);
    R2(i)=ro(2);
end
end

%-----
%*** PENALIZACIÓN ***
%-----

function [R]=PENADT(CHR,NR,NE)
%FUNCION DE PENALIZACION FACTOR MULTIPLICADOR
%ENTRADAS
%[CHR]         CONJUNTO

```



```

% [NR]          NUMERO DE RESTRICCIONES
% [NE]          CANTIDAD ELEMENTOS
% SALIDAS
% [R]
% VARIABLES
% [gMx]         GRADO MAXIMO
% [PX]          AJUSTE
% [K]           EXPONENTE
% [FM]          APTITUD MODIFICADA

R=CHR;
RES=[CHR.RES];
APTi=[CHR.APT];
K=1.5;
gMx=max(RES, [], 2);
gMx(gMx==0)=1;

for i=1 : NE
    PX=RES(:, i) ./gMx;
    PX=PX.^K;
    PX=1+(1/NR)*sum(PX);
    R(i).PX=PX;
    R(i).APT=APTi(i)*PX;
end
end

%-----

function [L, LO, AX]=plot(TG, TX, REF, OFF, varargin)
%GRAFICAS PROCESO OPTIMIZACION
%ENTRADA
% [TG]          TIPO DE GRÁFICA
%               (1) MEJOR
%               (2) PROMEDIO
% [REF]         LINEA DE REFERENCIA
% [TX]          NOMBRE SERIE
% [OFF]         DESPLAZAMIENTO
% [varargin]    ESTADISTICA
% SALIDA
% [L]           handle SERIES DE DATOS
% [LO]          handle LEYENDA
% [AX]          handle EJES
% VARIABLES
% [ND]          CANTIDAD DE CORRIDAS
% [F]           handle DE LAS FIGURAS
% [MK]          MARCADOR

MK={'-' '---' '-.' ':'};
F=figure;
set(F, 'Color', [1 1 1], 'PaperPosition', [1 1 4 3]);
AX=axes;
set(AX, 'ColorOrder', [0 0 0; 0 0 1; 1 0 0; 0 1 0; 1 0
1], 'LineStyleOrder', MK);

```

```

ND=length(varargin);
L=cell(1,ND);
LG=cell(1,ND);
hold on

for i=1 : ND
    STA=varargin{i};
    switch TG
        case 1
            PR=abs([STA.Fmax]);
        case 2
            PR=abs([STA.PR]);
    end

    PR=PR+OFF;
    L{i}=plot(AX,(1:length(PR)),PR);
    LG{i}=[TX num2str(i)];
    AX.LineStyleOrderIndex = AX.ColorOrderIndex;
end

hold off
LO=legend(AX,LG,'NumColumns',2,'FontSize',8);

xlabel(AX,'\it t_{(ITERACIÓN)}')
ylabel(AX,'COSTO ($)_{MILLONES}')

set(AX.XLabel,'FontSize',9,'FontWeight','bold');
set(AX.YLabel,'FontSize',9,'FontWeight','bold');

set(AX.XAxis,'FontSize',8);
set(AX.YAxis,'FontSize',8);

set(AX,'XAxisLocation','origin','Box','on','XGrid','on','YGrid' ...
    , 'on','Position',[0.1 0.15 0.8 0.8],'XMinorTick','on'
...
    , 'YMinorTick','on','GridLineStyle','--');

L=[L{:}];
set(L,'LineWidth',0.75,'MarkerSize',2);

%-----
%LINEA DE REFERENCIA
%-----

if REF ~=0
    LR=yline(REF,'-','REFERENCIA');
    set(LR,'LineWidth',1.5,'Color','r');
    LO.String(end)={' '};
end
end
end
end
end

```

Bibliografía

- Abdel Nour, N., Vié, D., Chateauneuf, A., Amziane, S., & Kallassy, A. (2021). Dimensioning of partially prestressed concrete beams, optimization of T-shaped section with heels. *Engineering Structures*, 235(May 2020). <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2021.112054>
- ACI-ASCE joint Committee 323. (1958). Tentative Recommendations for Prestressed Concrete. *ACI*, 54, 545–578.
- American association of state highway and transportation officials. (2012). *AASHTO LRFD BRIDGE DESIGN SPECIFICATIONS* (6th ed.).
- Arranz de la Peña, J., & Parra Truyol, A. (2012). Algoritmos genéticos. *Manual de Computação Evolutiva e Metaheurística*, 25–47. https://doi.org/10.14195/978-989-26-0583-8_1
- Au, F. T. K., & Du, J. S. (2004). Partially prestressed concrete. *Progress in Structural Engineering and Materials*, 6(2), 127–135. <https://doi.org/10.1002/pse.168>
- Back, T., Hammel, U., & Schwefel, H. P. (1997). Evolutionary computation: Comments on the history and current state. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 1(1), 3–17. <https://doi.org/10.1109/4235.585888>
- Barker, R. M., & Puckett, J. A. (2007). *Design of highway bridges: an LRFD approach*. (Wiley, Ed.) (2nd ed.).
- Camp, C. V., & Bichon, B. J. (2004). Design of Space Trusses Using Ant Colony Optimization. *Journal of Structural Engineering*, 130(5), 741–751. <https://doi.org/10.1061/ASCE0733-94452004130:5741>
- Cujia, Y. (2010). *Computación en paralelo aplicada a la optimización del diseño estructural: Estado del arte*. Bucaramanga.
- Devalapura, R. K., & Tadros, M. K. (1992). Stress-Strain Modeling of Prestressing Strands, 9, 100–106.
- García Serrano, A. (2012). *Inteligencia Artificial. Fundamentos, práctica y aplicaciones* (1st ed.). Alfaomega Colombia S.A.

- Gen, M., & Cheng, R. (2008). *Genetic Algorithms and Engineering Optimization* (1st ed.). Wiley-Interscience.
- Gestal, M. (2010). Introducción a los Algoritmos Genéticos. *Departamento Tecnologías de La Información y Las Comunicaciones*, 16.
- Glover, F., & Laguna, M. (1998). Tabu search. In D. Z. Du & P. M. Pardalos (Eds.), *Handbook of Combinatorial Optimization* (Vol. 3). Springer, Boston, MA. https://doi.org/https://doi.org/10.1007/978-1-4613-0303-9_33
- Gutiérrez-Astudillo, N. C., Peniche-Vera, R. del R., Herrera-Ruiz, G., Alvarado-Cárdenas, R., & Carrión-Viramontes, F. J. (2012). Una solución no simétrica aplicando un algoritmo genético con cruzamiento natural para la optimización estructural de armaduras. *Ingeniería, Investigación y Tecnología*, 13(3), 325–338. <https://doi.org/10.22201/fi.25940732e.2012.13n3.031>
- Hernandez, S. (1993a). Del diseño convencional al diseño óptimo. Posibilidades y Variantes. Parte I. *Revista Internacional de Métodos Numéricos Para Cálculo y Diseño En Ingeniería*, 9(1), 91–110.
- Hernandez, S. (1993b). Del diseño convencional al diseño óptimo. Posibilidades y Variantes. Parte II. *Revista Internacional de Métodos Numéricos Para Cálculo y Diseño En Ingeniería*, 9(3), 259–270.
- Hibbeler, R. C. (2012). *Análisis Estructural* (8th ed.). Pearson Education.
- Hu, X. (2006). Particle Swarm Optimization. Retrieved June 7, 2021, from <http://www.swarmintelligence.org/index.php>
- INVIAS. (2022). Análisis de Precios Unitarios. Retrieved April 11, 2022, from <https://www.invias.gov.co/index.php/informacion-institucional/hechos-de-transparencia/analisis-de-precio-unitarios>
- INVIAS, AIS, & Ministerio del Transporte. (2014). *NORMA COLOMBIANA DE DISEÑO DE PUENTES LRFD*.
- Izaurieta, F., & Saavedra, C. (2000). *Redes Neuronales Artificiales*. Concepción.
- Kaveh, A., Maniat, M., & Arab Naeini, M. (2016). Cost optimum design of post-tensioned concrete bridges using a modified colliding bodies optimization algorithm. *Advances in Engineering Software*, 98, 12–22. <https://doi.org/10.1016/j.advengsoft.2016.03.003>
- Linero, D. L., & Garzón, D. A. (2010). *Elementos de la mecánica del medio continuo para cuerpos sólidos. Volumen 1: Temas Básicos*.
- Londoño Monsalve, J. M. (2007). *Optimización estocástica de estructuras usando modelos de vida artificial y aprendizaje estadístico*. Universidad Nacional de Colombia.

- Retrieved from <http://www.bdigital.unal.edu.co/2117/>
- Lozano, D., Velázquez, F., & Zepeda, A. (2010). Optimización Estructural de Forma en el Diseño de Cavidades en Elementos Planos Mediante Algoritmos Evolutivos. *Asociación Argentina de Mecánica Computacional*, 24, 1143–1159.
- Martí, J. V., González-Vidosa, F., Yepes, V., & Alcalá, J. (2013). Design of prestressed concrete precast road bridges with hybrid simulated annealing. *Engineering Structures*, 48, 342–352. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2012.09.014>
- McCormac, J. C. (2010). *Análisis de Estructuras. Métodos clásico y matricial*. (4th ed.). Alfaomega Grupo Editor.
- Moehle, J. (2015). *Seismic Design of Reinforced Concrete Buildings*. (B. Thoreson, Ed.) (1st ed.). McGraw-Hill.
- Mora, H. (2004). *Programación lineal*. Universidad Nacional de Colombia.
- Naaman, A. E. (2012). *Prestressed Concrete Analysis and Design*. (Techno Press 3000, Ed.) (3rd ed.).
- Ochoa, A. (2018). *Optimización topológica en estructuras de tres dimensiones usando elementos finitos en el campo elástico lineal*. Univeridad Nacional de Colombia.
- Oliva, D., Elaziz, M. A., Elsheikh, A. H., & Ewees, A. A. (2019). A review on meta-heuristics methods for estimating parameters of solar cells. *Journal of Power Sources*, 435. <https://doi.org/10.1016/j.jpowsour.2019.05.089>
- Payá, I. (2007). *Optimización heurística de pórticos de edificación de hormigón armado*. Universidad Politécnica de Valencia , Valencia.
- Pedemonte, M. (2007). *Ant Colony Optimization*. Montevideo.
- Perea, C., Alcalá, J., Yepes, V., González-Vidosa, F., & Hospitaler, A. (2008). Design of reinforced concrete bridge frames by heuristic optimization. *Advances in Engineering Software*, 39(8), 676–688. <https://doi.org/10.1016/j.advengsoft.2007.07.007>
- Ponce Cruz, P. (2011). *Inteligencia artificial con aplicaciones a la ingeniería*. (A. Herrera, Ed.) (1st ed.). Alfaomega Colombia S.A.
- Ramírez, S. (2014). *Metodología basada en Algoritmos Genéticos y Programación en Paralelo para el Diseño Óptimo de Armaduras de Acero*. Pontificia Universidad Javeriana. Retrieved from <https://repository.javeriana.edu.co/bitstream/handle/10554/12670/RamirezEcheverriSebastian2014.pdf?sequence=1&isAllowed=y>

- Rivero Galán, R. (2010). Algoritmo para generar formulas de características geométricas de las secciones planas, su implementación en DERIVE. *Ingeniería Mecánica*, 13(1), 79–88.
- Sánchez, S. (2012). *Optimización estructural y topológica de estructuras morfológicamente no definidas mediante algoritmos genéticos*. Universidad Politécnica de Valencia. Retrieved from www.editorial.upv.es
- Serra, M., & Venini, P. (2006). On some applications of ant colony optimization metaheuristic to plane truss optimization. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 32(6), 499–506. <https://doi.org/10.1007/s00158-006-0042-x>
- Serrano Cinca, C., & Martín Del Brío, B. (1993). Predicción de la quiebra bancaria mediante el empleo de redes neuronales artificiales. *Revista Española de Financiación y Contabilidad*, 23(74), 153–176.
- Siso Flores, O. V. (2017). *Metodología Para La Optimización De Pórticos Planos En Acero Controlados Con Disipadores Histeréticos Metálicos Basada En Algoritmos Genéticos De Codificación Binaria*. Pontificia Universidad Javeriana.
- Uribe Escamilla, J. (2000). *Análisis de estructuras*. (2nd ed.). Bogotá: Ecoe Ediciones.
- Valdez, J. C., Pandolfi, D. R., & Villagra, N. A. (2014). Manejo de restricciones con funciones de penalidad para la planificación del mantenimiento de locaciones petroleras. *Informes Científicos Técnicos - UNPA*, 3(1), 1–18. <https://doi.org/10.22305/ict-unpa.v3i1.29>
- Vallecilla, C. R. (2005). *Construcción de líneas de influencia en vigas continuas y marcos indeterminados*. Retrieved from <http://bdigital.unal.edu.co/43108/1/9789587017496.pdf>
- Voß, S. (2001). Meta-heuristics: The State of the Art. In A. Nareyek (Ed.), *Local Search for Planning and Scheduling. LSPS 2000*. (pp. 1–23). Berlin: Springer, Berlin, Heidelberg. https://doi.org/https://doi.org/10.1007/3-540-45612-0_1
- Yang, Y. (2002). Automated optimum design of structures using genetic programming. *Computers Structures*, 80(18–19), 1537–1546. [https://doi.org/10.1016/S0045-7949\(02\)00108-6](https://doi.org/10.1016/S0045-7949(02)00108-6)
- Yepes, V. (2002). *Optimización heurística económica aplicada a las redes de transporte del tipo VRPTW*. Universidad Politécnica de Valencia, Valencia.