

IMPLEMENTACION DEL MODELO MG PARA ANTIOQUIA Y EL EJE CAFETERO

María Victoria Vélez O., Wilson Quintero G. & Juan Pablo Delgado J.
Escuela de Geociencias y Medio Ambiente, Facultad de Minas
Universidad Nacional de Colombia, Sede Medellín
mvvelez@unalmed.edu.co

Recibido para evaluación: 12 de Septiembre de 2005 / Aceptación: 30 de Septiembre de 2006 / Versión final: 19 de Octubre de 2006

RESUMEN

La estimación de los caudales máximos es básica para el diseño de estructuras hidráulicas, estudios ambientales, control de inundaciones, expansiones urbanísticas en las riberas de los ríos entre otros. En este trabajo se presentan los resultados de aplicar el modelo MG, para el cálculo de caudales máximos en Antioquia y el eje cafetero y su comparación con otras metodologías de diseño hidrológico con información escasa. El modelo MG fue desarrollado inicialmente en Italia y después generalizado para otros países (Suiza, Gran Bretaña, USA, Etiopía y Perú). Para llegar a la ecuación representativa del modelo MG en la región en estudio, Antioquia y el eje cafetero, se utilizaron 110 estaciones limnigráficas, se comparó la ecuación obtenida para la región con la obtenida por el modelo Italiano, encontrándose resultados muy semejantes.

PALABRAS CLAVES: Regionalización, Caudales Máximos, Modelo MG, Colombia.

ABSTRACT

Estimation of the peak flows is basic for the design of hydraulic structures, environmental studies, flood control, urban planning. This paper presents results of applying the so-called "MG model", for estimation of maximum flows, in Antioquia and the coffee growing region in Central Colombia and their comparison with other methodologies of hydrologic design under little historic information. The MG model was developed initially in Italy and later on it was generalized for other countries (Swiss, Great Britain, USA, Ethiopia and Peru). The representative equation of the MG model was developed by using, 110 limnigraphic flow gages. The resulting equation for the Colombian region is compared with the one obtained for Italy.

KEY WORDS: Maximum Flows, Regionalization, MG Model, Colombia.

1. INTRODUCCIÓN

Para el diseño de estructuras hidráulicas tales como canales, puentes, presas, alcantarillados, obras asociadas al diseño y construcción de vías, es necesario estimar los caudales máximos para un período de retorno (T_R) determinado. Estas crecientes pueden ser calculadas por diferentes métodos, dependiendo de la disponibilidad de registros hidrométricos.

La falta o escasez de información conduce en general a despertar grandes dudas sobre los resultados obtenidos, lo cual hace que los ingenieros, diseñadores o investigadores asuman una actitud conservadora en los diseños y que se presente un incremento importante en los costos de la obra. En general se cumple la relación a menor información mayores costos (Smith y Vélez, 1997). En 1981, el Water Resources Council (WRC), citado por Linsley (1986), mostró los análisis de varias metodologías usadas en cuencas no instrumentadas y encontró que todos los métodos estaban sujetos a grandes errores y que presentaban una tendencia a sobreestimar los caudales.

En Colombia existen problemas de escasez de información hidrológica por lo que se hace necesario la implementación de metodologías para diseño hidrológico con información escasa y la gran mayoría de las veces es necesario calcular los caudales máximos con métodos de regionalización. Una muestra reciente tanto de métodos como de resultados puede encontrarse en los trabajos de Smith y Vélez (1997), UNALMED (2000; 2004). La mayoría de las veces estas metodologías fueron desarrolladas para condiciones topográficas y climáticas diferentes a las nuestras y lo que se hace en muchos trabajos es adaptar sus parámetros a nuestras condiciones.

En este trabajo se muestran los resultados de la estimación de caudales máximos, empleando el modelo MG el cual fue inicialmente desarrollado en Italia y después aplicado en otros países (Suiza, Gran Bretaña, USA, Etiopia y Perú).

Para llegar a la ecuación representativa del modelo MG en la región en estudio en Colombia, se utilizaron 110 estaciones limnigráficas, se comparó la ecuación obtenida para la zona con la obtenida por el modelo Italiano. Para algunas estaciones se hicieron comparaciones de valores de caudales máximos estimados con otros siete métodos, para diferentes periodos de retorno.

2. MODELO MG

El modelo MG es un modelo paramétrico desarrollado por Majone et al. (1997) y calibrado originalmente para ríos italianos. El modelo MG permite calcular caudales máximos asociados a periodos de retorno altos, a partir de la media de las series históricas, μ , y del parámetro $Cv = \sigma / \mu$ (coeficiente de variación), donde σ es la desviación estándar de los caudales máximos instantáneos, por medio de una ecuación que relaciona estas dos variables de acuerdo con:

$$\frac{Q}{\mu} = 1 + aCv^b \quad (1)$$

donde a y b son parámetros del modelo.

Se define una variable estandarizada Y como:

$$Y = \frac{Q/\mu - 1}{Cv^b} = \frac{Q - \mu}{\sigma * Cv^b} \quad (2)$$

Si se aproxima la distribución de probabilidades de Y en su parte central a una función lineal de la forma:

$$Y = A + C \ln T_R \quad (3)$$

la cual, en términos de la variable Q/μ se expresa como:

$$\frac{Q}{\mu} = 1 + (A + B \ln T_R) Cv^b \quad (4)$$

Esta es la ecuación analítica del modelo MG.

El modelo fue calibrado con 7300 series históricas de caudales máximos instantáneos anuales de estaciones de Italia, Suiza, Gran Bretaña, Perú, EU y Etiopía. Las ecuaciones resultantes de la calibración fueron las siguientes (Majone et al., 2004):

$$Y = \frac{Q/\mu - 1}{Cv^b} = \frac{Q - \mu}{\sigma * Cv^{1.33}} \quad (5)$$

$$Y = 0.37 + 0.8 \ln T_R \quad (6)$$

$$\frac{Q}{\mu} = 1 + (0.37 + 0.8 \ln T_R) Cv^{1.33} \quad (7)$$

3. METODOLOGÍA

Para la calibración del modelo en la zona de estudio se emplearon 110 estaciones ubicadas en un rectángulo

(ver Figura 1) que comprende los departamentos de Antioquia, Risaralda y Caldas. Las estaciones utilizadas tienen una longitud de registros entre 14 y 36 años y las áreas de drenaje de las cuencas hasta las estaciones respectivas están entre 40 Km² y 10.157 km².

Con los registros de todas estas estaciones se graficó el

coeficiente de variación $Cv(Q)$ vs Q/μ , (ver Figura 2) y se obtuvo la ecuación:

$$\frac{Q}{\mu} = 1 + 3Cv^{1.28} \quad (8)$$

A partir de la ecuación (8) se infiere que el exponente b para la zona de estudio es 1.28.

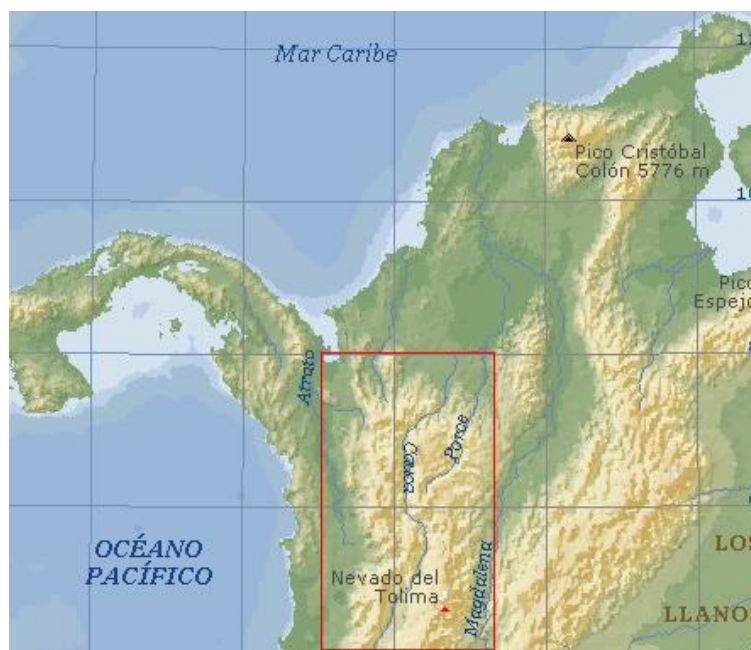


Figura 1. Localización de las estaciones de caudales máximos instantáneos anuales.

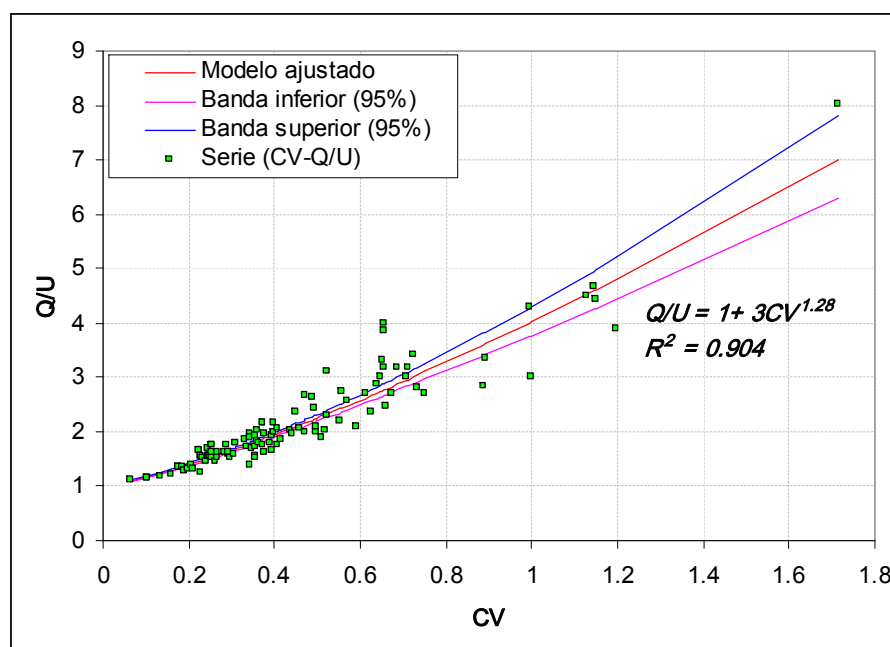


Figura 2. Modelo de ajuste para el modelo MG para la región de estudio

Al graficar Y vs T_R (ver Figura 3) se obtiene la ecuación (9), donde el período de retorno T_R se obtiene a partir de la función empírica de probabilidades de la variable

estandarizada Y estimada de acuerdo con la ecuación (2).

$$Y = 2.4211 + 0.7164 \ln(T_R) \quad (9)$$

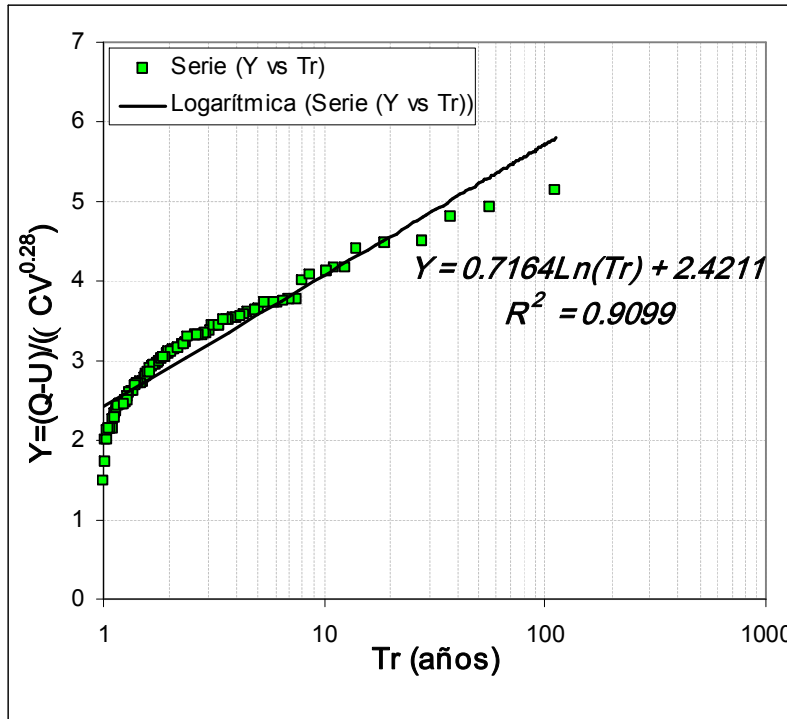


Figura 3. Período de retorno T_R vs. variable estandarizada Y

Reemplazando la ecuación (9) en la ecuación (8), se obtiene la ecuación característica del modelo MG para la zona colombiana:

$$\frac{Q}{\mu} = 1 + (2.421 + 0.716 \ln T_R) CV^{1.28} \quad (10)$$

Para determinar los caudales máximos de un río a partir de la ecuación anterior es necesario estimar los valores de CV y de μ . Para zonas sin estaciones de caudal se puede obtener una expresión que relacione el área de la cuenca con el coeficiente de variación y la media de los caudales máximos se puede estimar hallando el caudal de banca llena por métodos geomorfológicos, dado que el caudal

de banca llena se puede considerar como la media de los caudales máximos instantáneos, según Leopold y Wolman (1957). A este respecto Posada (1998) y Mejía (2001) han hecho trabajos en la zona de estudio.

Con la estaciones de la zona de trabajo se estudió la relación entre el CV y el área de la cuenca, A (ver Figura 4).

De la Figura 4 se obtiene la siguiente ecuación después de realizar un ajuste a la nube de datos:

$$CV = 1.0292 * A^{-0.1685} \quad (11)$$

donde el área está en km^2

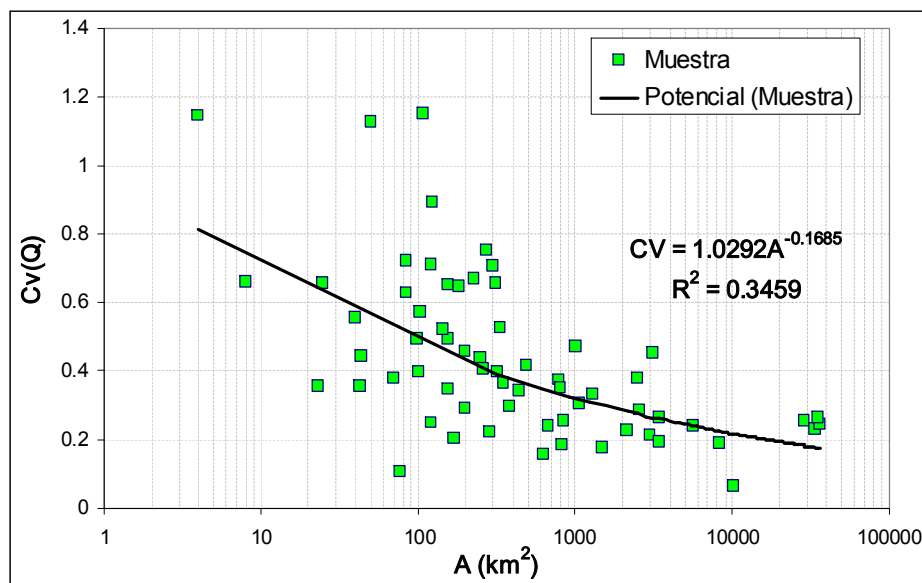


Figura 4. Relación entre el área de drenaje y el coeficiente de variación.

4. OTRAS METODOLOGÍAS DE ESTIMACIÓN DE CAUDALES MÁXIMOS CON INFORMACIÓN ESCASA

Las crecientes asociadas a un determinado período de retorno pueden ser estimadas por diferentes métodos teniendo en cuenta la disponibilidad de registros hidrométricos. Para pocos o ningún registro hidrológico se pueden considerar las hidrógrafas unitarias sintéticas, los métodos de regionalización de caudales máximos, el Gradex, entre otros, como métodos de estimación.

4.1. El Método Racional

La técnica conocida como método racional es ampliamente empleado debido a su aparente simplicidad aunque no siempre exhibe buenos resultados. El método racional se atribuye generalmente a Kuichling (1889) y a Lloyd Davis (1906), citado por Yen (1992) pero ya Mulvaney, en 1851, citado también por Yen (1992) había explicado claramente el procedimiento.

La forma más conocida de la fórmula racional es:

$$Q = \frac{CIA}{3.6} \tag{12}$$

en donde:

- Q: Caudal pico en m³/s
- C: Coeficiente de escorrentía

- I: Intensidad de lluvia en mm/h
- A: Área de la cuenca en km²

El coeficiente de escorrentía depende en gran medida de las condiciones de humedad antecedente de la cuenca, que a su vez dependen de las tormentas previas. Schaake (1967), French (1967) y Pilgrim (1972), citados por Yen (1992), estimaron los coeficientes de escorrentía con base en métodos probabilísticos. Con esta metodología el caudal se puede expresar como:

$$Q_{TR} = 0.278 C_{TR} I_{TcTR} A \tag{13}$$

en donde:

- Q_{TR} : Caudal en m³/s para un período de retorno T_R
- C_{TR} : Coeficiente de escorrentía para un T_R
- I_{TcTR} : Intensidad mm/h para un período de retorno T_R y una duración T_c .
- A : Área en km².

En 1997, Múnera y Campo hicieron una calibración de este coeficiente en cuencas instrumentadas del suroeste antioqueño.

4.2. El Método Gradex

El método Gradex permite estimar la probabilidad de ocurrencia de crecientes extremas, a partir de la distribución de frecuencia de los valores de las láminas de precipitaciones máximas anuales. El método supone

que la pendiente de la función de distribución de probabilidad teórica de las precipitaciones máximas anuales de una determinada duración es la misma que la de la distribución correspondiente a los caudales máximos que producen esas lluvias, cuando el suelo está totalmente saturado (Garçon, 1994).

Se asume que las lluvias máximas anuales de una determinada duración se distribuyen de acuerdo con una ley exponencial. Por ejemplo, si se usa la distribución Gumbel, se puede escribir:

$$X = \xi + \alpha [-\text{Ln}(F_x(x))] \quad (14)$$

En donde $F(x)$ es la probabilidad de no excedencia del evento x , α es el Gradex (gradiente de valores extremos) y ξ corresponde al factor de localización del ajuste.

Según Guillot (1993), cuando se tienen lluvias de duraciones iguales al tiempo de concentración de la cuenca y con un período de retorno de 10 años, se cumplen las condiciones de saturación de la cuenca, que permiten la aplicación del método. La relación entre un caudal asociado a un período de retorno específico, T_R y el caudal para un período de retorno de 10 años, T_{10} es:

$$Q_{T_R} = Q_{10} + \alpha_q \text{Ln}(T_R/T_{10}) \quad (15)$$

En Colombia se han hecho varias aplicaciones del método Gradex: Acosta et al. (1996), Ruiz y Velez (1997), Vélez et al. (2002). En estas aplicaciones se ha tratado de demostrar que puede usarse como caudal de saturación de la cuenca la media de los caudales máximos instantáneos o caudal a banca llena.

4.3. Hidrógrafas Unitarias Sintéticas

Los hidrogramas unitarios sintéticos han sido desarrollados para enfrentar el problema de información escasa. En general estos modelos relacionan las características principales del hidrograma unitario (caudal pico, tiempo al pico, tiempo base y otros) con características morfométricas de la cuenca (área, pendiente, longitud del cauce principal y otros). En la literatura se reportan diversos métodos para construir hidrogramas sintéticos en una cuenca y ninguno de ellos ha sido desarrollado para las condiciones hidrológicas propias de un país tropical como Colombia. Sin embargo, esta metodología es extensivamente usada en Colombia y muchas veces exigida por las oficinas de Planeación de Municipios, sin criterios para evaluar sus resultados. Los más utilizados en Colombia son: Snyder, Servicio

de Conservación de Suelos (S.C.S), Williams y Hamm. En aplicaciones de estos y de otros modelos en investigaciones realizadas en la Facultad de Minas, Universidad Nacional de Colombia, Sede Medellín, se han obtenido resultados muy distintos con los diferentes modelos para una misma cuenca, con diferencias a veces de hasta 1000% en los resultados (Botero, 1999).

4.4. Regionalización de las Características Medias

Con base en las características geomorfológicas de una cuenca se pueden inferir algunos aspectos de la respuesta hidrológica. La cuenca puede verse como un filtro que transforma lluvia en escorrentía. Se puede afirmar que existen relaciones entre las variables hidrológicas y los parámetros morfométricos, las cuales pueden dar una orientación cualitativa del comportamiento general de esas variables.

Una vez conocidas las características medias (media y desviación estándar) de una serie hidrológica de caudales, se pueden estimar y usar distribuciones de probabilidad de valores extremos para definir caudales máximos asociados a diferentes períodos de retorno a partir de la ecuación de Ven Te Chow (Chow, 2000):

$$Q_{T_R} = \hat{\mu}_{Q_{MAX}} + K\hat{\sigma}_{Q_{MAX}} \quad (16)$$

Donde:

Q_{T_R} : caudal máximo para un período de retorno T_R

$\hat{\mu}_{Q_{MAX}}$: media estimada de los caudales máximos.

$\hat{\sigma}_{Q_{MAX}}$: desviación estándar estimada de los caudales máximos.

K : factor de frecuencia que depende de la distribución y del período de retorno.

La mayor dificultad de la aplicación de esta metodología es el problema de escala. Las ecuaciones se deben aplicar en cuencas con tamaños semejantes a las que se utilizaron para la regionalización. Si se usan en cuencas muy pequeñas, los resultados se distorsionan, dando estimados de caudal demasiado grandes.

Se han hecho en Colombia varios trabajos con esta orientación: Smith y Vélez (1997); Universidad Nacional (2000; 2004). El trabajo de Poveda et al. (2006) vincula el método de balande hídrico de largo plazo con las teorías de escalamiento estadístico para estimar caudales extremos en la red hidrográfica de Colombia.

5. RESULTADOS OBTENIDOS

Los resultados del modelo MG se compararon con los obtenidos por otros métodos; primero, para estaciones con buena longitud de registros: Buenos Aires en el río Risaralda, con 39 años de registro y un área de 481 Km²; la Bananera, en el río Otún con 33 años de registro y 276 Km²; Cartago, en el río La Vieja con 31 años de registro y 2451 km². Como métodos de cálculo alternativos se utilizaron el método racional y las distribuciones de frecuencia Gumbel y log Normal de dos parámetros, ajustadas a los datos históricos de las estaciones consideradas. La Tabla 1 muestra los resultados obtenidos

para caudales máximos con distintos períodos de retorno estimados con las metodologías anteriormente enunciadas. Se calcularon también los caudales con los parámetros del modelo MG inicialmente calibrado en Italia.

Se hallaron también los caudales máximos para la quebrada Doña María en Antioquia que posee un área de drenaje de 75.82 km² y dos afluentes de la misma, quebrada La Manguala y quebrada el Buey, la primera con un área de 4.06 km² y la segunda con un área de 0.230 km². Los resultados se muestran en la Tabla 2 a Tabla 4.

Tabla 1. Caudales máximos en m³/s estimados por diferentes métodos para las estaciones Buenos Aires, La Bananera y Cartago.

ESTACION BUENOS AIRES RIO RISARALDA 2614704								
Tr (años)	MG (Colombia)	Racional	Williams y Hann	Snyder	SCS	MG (Italia)	Log Normal	Gumbel
2.33	150.7	145.2	224.1	245.5	237.1	100.7	70.1	70.8
5	164.1	166.1	317.2	347.1	332.1	115.1	99.8	98.7
10	176.4	181.7	394.4	430.8	411.3	128.2	120.1	117.1
25	192.6	199.9	490.7	535.3	509.9	145.5	139.9	134.8
50	204.8	212.6	561.3	611.8	582.2	158.6	166.1	157.8
100	217.1	224.7	630.9	687.4	653.4	171.7	186.2	174.9
200	229.3	236.5	700.1	762.4	724.1	184.8	206.8	192.1
ESTACION LA BANANERA 2613711 RIO OTUN								
Tr (años)	MG (Colombia)	Racional	Williams y Hann	Snyder	SCS	MG (Italia)	Log Normal	Gumbel
2.33	200.1	148.0	281.0	232.0	226.6	148.4	119.1	117.6
5	213.9	164.0	356.0	292.3	285.1	162.9	150.8	149.1
10	226.5	175.6	425.9	349.2	339.3	176.1	170.5	169.9
25	243.1	188.9	514.0	418.0	404.7	193.5	188.8	189.9
50	255.6	198.0	577.2	467.3	451.4	206.7	211.7	215.7
100	268.2	206.5	638.6	515.0	496.7	219.9	228.5	235.1
200	280.8	214.7	698.7	561.8	541.0	233.1	245.0	254.4
ESTACION CARTAGO RIO LA VIEJA 2612704								
Tr (años)	MG (Colombia)	Racional	Williams y Hann	Snyder	SCS	MG (Italia)	Log Normal	Gumbel
2.33	903.4	489.0	877.5	899.1	857.9	665.5	539.2	535.8
5	965.0	574.0	1306.8	1343.5	1267.4	730.2	682.4	677.4
10	1021.0	638.4	1663.2	1713.6	1613.9	789.0	771.9	771.2
25	1095.0	715.0	2116.3	2185.4	2055.2	866.6	854.5	861.1
50	1150.9	769.2	2456.4	2537.6	2384.2	925.3	958.2	977.5
100	1206.8	821.6	2805.8	2889.2	2712.6	984.0	1034.2	1064.7
200	1262.8	872.6	3157.2	3242.1	3042.2	1042.7	1109.0	1151.6

Tabla 2. Caudales máximos, en m³/s, para la Q. La Manguala estimados con varias metodologías.

Tr (años)	Grádex	Racional	Williams y Hann	Snyder	SCS	MG
2.33	15.6	27.3	25.1	19.3	21.0	51.8
5	31.2	30.9	31.7	24.6	26.5	58.4
10	45.3	34.0	37.8	29.6	31.7	64.3
25	64.0	39.3	48.3	38.2	40.6	72.1
50	78.2	42.9	55.8	44.5	47.1	78.1
100	92.3	46.4	63.1	50.7	53.3	84.0

Tabla 3. Caudales Máximos, en m³/s, para la Q. El Buey estimados con varias metodologías.

Tr (años)	Grádex	Racional	Williams y Hann	Snyder	SCS	MG
2.33	2.9	3.7	4.5	4.1	4.4	15.4
5	5.5	4.4	5.7	5.1	5.5	17.7
10	7.9	5.1	6.8	6.1	6.5	19.7
25	11.0	6.1	8.3	7.4	8.0	22.4
50	13.4	6.9	9.4	8.4	9.1	24.5
100	15.8	7.6	10.5	9.4	10.1	26.5

Tabla 4. Caudales Máximos, en m³/s, para la Q. Doña María estimados con varias metodologías.

Tr (años)	Grádex	Racional	Williams y Hann	Snyder	SCS	MG
2.33	57.7	156.6	126.9	119.0	117.5	128.8
5	126.5	184.5	175.0	163.9	160.5	141.7
10	189.0	212.1	225.7	211.2	207.0	153.4
25	271.7	244.0	287.4	268.8	263.6	168.8
50	334.2	268.0	336.0	313.6	307.6	180.5
100	396.7	292.1	387.3	359.5	352.8	192.2

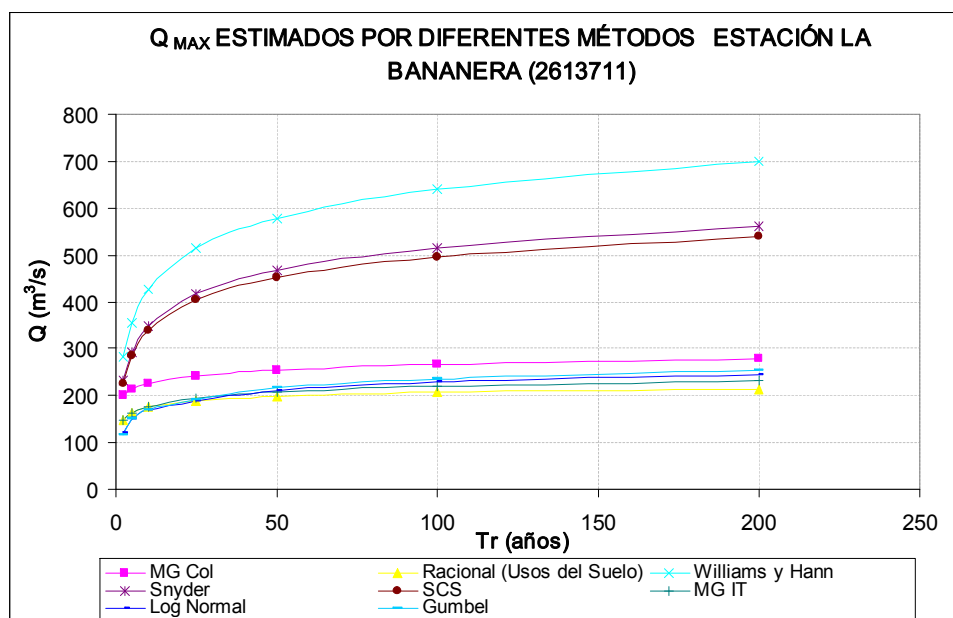


Figura 5. Caudales máximos estimados para diferentes períodos de retorno en la estación La Bananera.

6. ANÁLISIS DE RESULTADOS

El modelo MG calibrado para Antioquia y Risaralda muestra valores de los parámetros ajustados por encima de los obtenidos empleando el ajuste realizado en Italia.

En la Tabla 1 y en la Figura 5 (estación La Bananera) se puede observar que los caudales calculados por el Método MG son comparables con los obtenidos a partir de las distribuciones Gumbel, Lognormal y el método Racional. Los resultados obtenidos por los métodos de hidrógrafas unitarias sintéticas siempre están por encima de los caudales estimados por los métodos restantes.

En la Q. Doña María el comportamiento descrito anteriormente se reproduce, es decir, que el método racional y el método MG presentan resultados similares, mucho menores a los obtenidos a través de hidrógrafas unitarias sintéticas.

Para las quebradas El Buey y La Manguala se obtienen resultados mucho mayores con el método MG respecto a las restantes metodologías, como resultado de los problemas de escalamiento en la relación entre el coeficiente de variación y área de la cuenca. Como puede observarse en la Figura 4, sólo una cuenca posee área de drenaje de mismo orden de magnitud que la correspondiente a las quebradas La Manguala y El Buey.

Dados los problemas de escalamiento antes señalados, no se recomienda la aplicación del modelo MG en cuencas con área por debajo o por encima del intervalo empleado en la deducción de la ecuación (10).

En cuencas con poca o ninguna información el método MG se presenta como una alternativa viable de cálculo de valores extremos. Es un modelo que requiere muy pocos parámetros: coeficiente de variación y media de los caudales máximos. En el caso de no tener información disponible de series históricas, se puede estimar la media de los caudales máximos con el caudal a banca llena y el coeficiente de variación a partir de la ecuación (8), con el área de la cuenca.

En cuencas sin información sigue siendo muy incierta la estimación de los caudales máximos, siendo indispensable que se incremente la instalación de estaciones, de tal manera que aumente la confiabilidad de los diseños hidrológicos.

7. BIBLIOGRAFIA

- Acosta, Z.L., Ruiz, C.D. y Vélez, M.V., 1996. Adaptación del método Gradex en una región de Colombia. XVII Congreso Latinoamericano de Hidráulica. Guayaquil. Ecuador.
- Botero, B.A., 1999. Acerca de lo inapropiado del hidrograma unitario sintético. Proyecto de Grado. Universidad Nacional de Colombia, Sede Medellín. Facultad de Minas.
- Campo, J. y Múnera, J.C., 1997. Determinación de tiempos de concentración y coeficientes de escorrentía para algunas cuencas de Antioquia. Proyecto de Grado. Universidad Nacional de Colombia, Sede Medellín. Facultad de Minas.
- Chow, V.T., Maidment, D.R. y Mays, L.W., 2000. Hidrología Aplicada. Editorial McGraw Hill.
- Garcon, R., 1994. The Gradex method: For a statistically robust evaluation of extreme-value floods based on local characteristics. Stochastic and statistical methods in hydrology and environmental engineering. Netherlands, Volume I.
- Guillot, P., 1993. The arguments of the Gradex method: a logical support to assess extreme floods. Extreme Hydrological Events: Precipitation, Floods and Droughts. Great Britain.
- Leopold, L.B. y Wolman, M.G., 1957. River channel patterns: braided, meandering, and straight, U.S. Geological Survey Prof. Paper 282-B.
- Linsley, R., 1986. Flood estimates. How good are they? Water Resources Research, vol 22 N° 9, pages 159S-164S, August 1986.
- Majone, U. y Tomirotti, M., 2004. A Trans national regional frequency analysis of peak flood flows. Revista L'ACQUA. pp. 9 – 17..
- Majone, U., 1997. Un modello probabilistico per la stima delle portate di piena dei corsi d'acqua italiani. Tai del seminario Su nuovi sviluppi applicativi dell'idraulica dei corsi d'acqua. pp. 25-31.
- Mejía, G.J., 2001. Aplicabilidad de las ecuaciones de régimen a las corrientes de la zona andina tropical. Tesis de Maestría. Posgrado en Aprovechamientos de Recursos Hidráulicos. Universidad Nacional de Colombia, Sede Medellín.
- Posada, M.J.E., 1998. Determinación del Coeficiente de Rugosidad en Canales Naturales. Proyecto de

- Grado. Universidad Nacional de Colombia, Sede Medellín. Facultad de Minas.
- Poveda y co-autores, 2006. Linking long-term water balances and statistical scaling to estimate river flows along the drainage network of Colombia. *Journal of Hydrologic Engineering*, ASCE. En imprenta.
- Ramírez, L.M. y Giraldo, H.A., 1997. Verificación de la validez del Método Gradex en Antioquia, con precipitaciones diarias máximas de diferentes duraciones. Proyecto de Grado. Universidad Nacional de Colombia, Sede Medellín. Facultad de Minas.
- Ruiz, C.C. y Vélez, M.V., 1998. Acerca de la aplicación del método Gradex en el proyecto hidroeléctrico Henchí. XIII Seminario Nacional de Hidráulica e Hidrológica. Cali. Colombia.
- Smith, R. y Vélez, M.V., 1997. Hidrología de Antioquia. Posgrado en Aprovechamientos de Recursos Hidráulicos. Secretaria de Obras Públicas Departamentales.
- Universidad Nacional de Colombia, Sede Medellín. 2000. Atlas Hidrológico de Colombia y Antioquia. Medellín.
- Universidad Nacional de Colombia, Sede Medellín, 2004. Estudio de oferta y demanda hídrica en la subregión No. 1 del Departamento de Risaralda.
- Vélez, M.V. y Smith, R., 2004. Oferta y demanda hídrica en la subregión No 1 del Departamento de Risaralda con los municipios de Cartago y La Virginia. Posgrado en Aprovechamientos de Recursos Hidráulicos. Medellín.
- Velez, M.V., Ramirez, L. y Giraldo, H., 2002. Verificación del método Gradex en una región colombiana. XX Congreso Latinoamericano de Hidráulica. La Habana. Cuba.
- Yen, B., 1992. Catchment runoff and rational formula. Water Resources Publications. USA.