



UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

Diseño de un controlador predictivo de
temperatura para productos cárnicos durante su
proceso de cocción

Design of a predictive temperature controller for
meat products during cooking process

Edgar Arturo Rendón Palacio

Universidad Nacional de Colombia
Facultad de Minas
Escuela de Ingeniería Eléctrica, Mecánica y Control
Maestría en Ingeniería - Automatización Industrial
Manizales, Colombia
2011

Diseño de un controlador predictivo de
temperatura para productos cárnicos durante su
proceso de cocción

Design of a predictive temperature controller for
meat products during cooking process

Edgar Arturo Rendón Palacio

Tesis de Maestría en Ingeniería – Automatización Industrial

Trabajo de grado presentado como requisito para optar al título de Magister en
Automatización Industrial

Director
Jairo José Espinosa Oviedo. Ph.D.

Universidad Nacional de Colombia
Facultad de Minas
Escuela de Ingeniería Eléctrica, Mecánica y Control
Maestría en Ingeniería - Automatización Industrial
Manizales, Colombia
2011

Agradecimientos

Al M.Sc. Ph.D. y maestro Jairo José Espinosa Oviedo, de la facultad de Minas – Universidad Nacional de Colombia, por su orientación y asesoría en la realización de este trabajo.

Alejandro Márquez por sus valiosos aportes y asesorías incondicionales. A Felipe Valencia por sus sugerencias oportunas.

A los compañeros Pedro Pablo Montoya, Hader Gómez, Alejandro López y Diego Betancur del departamento de Metrología de la empresa donde se desarrolló este trabajo por la frecuente ayuda en la realización de las mediciones necesarias durante el desarrollo de esta tesis de maestría.

Resumen

En esta tesis de maestría se describe el proceso de cocción de mortadela, se plantea el diseño de un MPC para la etapa de cocción de la mortadela, se obtiene y se valida el modelo matemático, así como la sintonía del MPC.

Para lograr lo anterior, inicialmente se obtiene el modelo matemático del sistema a partir de leyes físicas de la transferencia de calor por convección, se realizan las mediciones de las variables del sistema con tarjeta de adquisición de datos y se estiman los parámetros del modelo por mínimos cuadrados. Luego se realiza la validación del modelo matemático (validación cruzada), se diseña MPC con el Toolbox de Matlab, se compara con el PID actual del proceso y con otro con modelo matemático de mejor desempeño que el actual.

Obteniéndose un MPC de mejor comportamiento que los PID mencionados, finalmente se plantean conclusiones acorde a los objetivos.

Palabras claves: Cocción de mortadela, modelo matemático, parámetros, validación, diseño MPC, PID.

Abstract

This master thesis describes the mortadella cooking process, it raises the design of a MPC to control the product cooking stage, it is obtained and validated the mathematical model as well as the MPC tuning.

To achieve the process before mentioned, It is necessary to obtain initially, the system mathematical model through physical laws of the convection heat transfer. It is necessary to do the measurements to the variables of the system with a data acquisition card; and finally, It is required to estimate the model parameters by least squares. Then it is ideal to do the mathematical model validation by cross validation, it is designed a MPC with the Mat lab Toolbox; this is compared with the actual PID process and a PID with a mathematical model that has a better performance of the existing.

It is obtained a MPC of a better efficiency that those before mentioned. Finally, some conclusions according to the objectives are raised.

Keywords: Cooking of mortadella, mathematical model, parameters, validation, MPC design, PID.

Contenido

	pág.
Resumen	IV
Abstract	V
Lista de Tablas	VIII
Lista de figuras	IX
Introducción.....	1
1.Planteamiento del Problema	3
1.1 Objetivos.....	4
1.1.1 Objetivo General	4
1.1.2 Objetivos Específicos.....	4
1.2 Metodología Empleada.....	4
2. Descripción del Proceso de Cocción.....	6
2.1 Proceso de cocción de mortadela.....	8
2.1.1 Etapa de secado	8
2.1.2 Etapa de cocción.....	8
2.2 Elementos de un horno.....	9
2.2.1 Sistema de Ventilación.....	10
2.2.2 Sistema de Calentamiento	10
2.2.3 Sistema de Control.....	10

3. Modelo matemático del proceso de cocción de la mortadela	12
3.1 Estructura del modelo matemático para el proceso de cocción de mortadela	13
3.1.1 Modelo para una capa.....	14
3.1.2 Modelo matemático para la dinámica de la mortadela	18
3.1.3 Estimación de parámetros del modelo	19
3.2 Modelo del sistema en el espacio de estados	26
3.3 Validación del Modelo Matemático	29
4. Control predictivo basado en modelo	38
4.1 Estrategia del control predictivo basado en modelo	38
4.2 Diseño del MPC para el proceso de cocción	40
4.3 Control PID para proceso de cocción	45
5. Conclusiones y trabajos futuros	48
5.1 Conclusiones Generales.....	48
5.2 Trabajos Futuros.....	49
Referencias bibliográficas	50

Lista de Tablas

	Pág.
Tabla 3-1: Términos del modelo matemático de la dinámica del aire capa 1	15
Tabla 3-2: Parámetros modelo matemático dinámica del aire.....	16
Tabla 3-3: Variables del modelo matemático para i -ésima capa	17
Tabla 3-4: Equivalencia de los parámetros del modelo matemático para la i -ésima capa,	18
Tabla 3-5: Variables para cálculo de entrada de vapor	20
Tabla 3-6: Variables de la capa 1	23
Tabla 3-7: Parámetros del modelo matemático para la dinámica del aire y mortadela por capas.....	26
Tabla 4-1: Valores de los parámetros para el MPC.....	42
Tabla 4-2: Valores de los tiempos del MPC y del PID.....	47

Lista de figuras

	pág.
Figura 2-1: Esquema típico de un horno para dos carros de cocción	9
Figura 2-2: Vista frontal de un carro con barras de mortadela	11
Figura 3-1: Vista lateral de un carro con barras de mortadela. Sentido del flujo de energía sobre cada carro	14
Figura 3-2: Osciloscopio que registra aperturas de la válvula.....	21
Figura 3-3: Carro de mortadela con sensores para la medición de temperatura..	22
Figura 3-4: Tarjeta de adquisición de datos, para medir y registrar temperaturas	22
Figura 3-5: Distribución de los sensores de temperatura (termocuplas tipo K).Vista lateral.	24
Figura 3-6: Distribución de los sensores de temperatura (termocuplas tipo K).Vista frontal.	24
Figura 3-7: Esquema para la validación cruzada.	30
Figura 3-8: Comportamiento de datos experimentales con el modelo para la validación cruzada.....	31
Figura 3-9: Temperatura del aire capa 1. Validación del modelo	32
Figura 3-10: Temperatura del aire capa 3. Validación del modelo.	33
Figura 3-11: Temperatura del aire capa 6. Validación del modelo.	33
Figura 3-12: Temperatura de la mortadela capa 2. Validación del modelo.	34
Figura 3-13: Temperatura de la mortadela capa 4. Validación del modelo.	35
Figura 3-14: Temperatura de la mortadela capa 7. Validación del modelo	35
Figura 3-15: Señal de entrada de vapor al proceso de cocción	36
Figura 3-16: Error validación del modelo. Aire capa 1.....	36

X Contenido

Figura 3-17: Error validación del modelo mortadela capa 7	37
Figura 4-1: Horizonte de predicción y Horizonte de control de un MPC.....	40
Figura 4-2: Diagrama en bloques de controlador MPC para la etapa de cocción de mortadela	41
Figura 4-3: Temperaturas de las barras de mortadela, del aire y comportamiento de la variable manipulada por capas con el MPC	44
Figura 4-4: Temperaturas de la mortadela por capas con control PID	46

Introducción

En la industria de alimentos los procesos térmicos son de gran importancia puesto que éstos son los encargados de darle algunas características requeridas por el departamento de calidad a los alimentos, para que luego puedan ser consumidos. Los procesos térmicos deben cumplir con condiciones muy especiales, de tal forma que logren eliminar cualquier riesgo de multiplicación bacteriana que pueda en algún momento ser nocivo para la salud del consumidor. Adicionalmente deben garantizar las características organolépticas de los alimentos como son: color, sabor, textura, olor, y permitir la conservación de los alimentos por un tiempo prolongado.

La evolución de la ciencia ha contribuido a que las empresas de alimentos desarrollen productos de buena calidad y a buenos precios para el consumidor, esto implica que las empresas se encuentren con un mercado cambiante que cada vez es más difícil de predecir y que día a día es más exigente; por lo tanto las empresas se encuentran con la necesidad de realizar grandes inversiones en la automatización de los procesos con el fin de mantenerse en el mercado con buenos productos y a un costo razonable para el consumidor.

Ahora bien las industrias de alimentos cuentan con una gama amplia de alternativas para la automatización de sus procesos térmicos; los cuales pueden variar desde el control PID (Proporcional Integral Derivativo) hasta llegar a técnicas más modernas de control. La complejidad del control para los procesos térmicos está determinada básicamente por el tipo de proceso. Por otro lado el objetivo principal de un sistema de control ya no es únicamente mantener la variable controlada lo más estable posible y cercana al punto de referencia como se consideraba anteriormente; si no que actualmente existen otros objetivos; los cuales consisten en actuar sobre las variables manipuladas de tal forma que puedan satisfacerse múltiples y cambiantes criterios de funcionamiento (económicos, de seguridad, medioambientales o de calidad) en presencia de cambios en las características del proceso [1]. El tipo de control más utilizado para los procesos es el control PID dado que el 90% de los controladores instalados en la industria son de esta clase [2]; pero cuando éste no es el adecuado para el proceso en particular debido a que no tiene en cuenta la naturaleza multivariable del proceso, es recomendable utilizar otras técnicas de

2 Introducción

control que logren satisfacer las deficiencias que pueda presentar una estrategia de control clásica.

De acuerdo a lo anterior y conociendo todas las bondades que pueda brindar un control avanzado como el control predictivo, se plantea en este proyecto un estudio del proceso de cocción de mortadela, a partir de un modelo semifísico de base fenomenológica el cual permitirá el diseño de un sistema de control de temperatura que garantice la cocción de las barras de mortadela en forma homogénea manteniendo la temperatura dentro de un rango de valores y conservando las características organolépticas del producto. Dicho proyecto se realizó en una industria procesadora de alimentos cárnicos del departamento de Antioquia, en la cual se ha detectado una posible aplicación de este tipo de control para optimizar el proceso productivo.

La realización del proyecto se llevó a cabo en las instalaciones de la planta, empleando recursos tecnológicos de la misma aunque es importante advertir que por sugerencia de la empresa, en este trabajo no se da el nombre de ésta y además el desarrollo del trabajo no se hace exactamente en los puntos de operación reales para el proceso. En su defecto se hará una interpolación o extrapolación de los puntos de operación.

Esta tesis está estructurada de la siguiente manera:

En la primera parte, título 1, se presenta el planteamiento del problema y se plantean los objetivos del proyecto. En el título 2 se detalla el proceso de cocción de la mortadela describiendo las etapas que conforman un proceso de estas características y los principales elementos del equipo donde se elaboran los procesos térmicos.

En el título 3 se realiza un análisis dinámico del proceso de cocción de mortadela, mediante el cual se desarrolla el modelo matemático para ésta, a partir de balances de energía que rigen las leyes de transferencia de calor, también se halla el modelo matemático generalizado para cualquier capa de los carros de cocción. Adicionalmente se estiman los parámetros del modelo matemático, luego se desarrolla el modelo en espacio de estados, y por último se realiza la validación del modelo matemático.

En el título 4 se presenta una breve fundamentación teórica del control predictivo basado en modelo (MPC), se realiza el diseño del MPC, igualmente se realiza diseño de un controlador PID para el proceso de cocción de mortadela con el fin de realizar una comparación entre el desempeño del MPC y el PID. Finalmente se presentan las conclusiones.

1. Planteamiento del Problema

Conociendo la importancia de los procesos térmicos para las industrias de alimentos y los esfuerzos que éstas realizan para la optimización de sus productos y teniendo en cuenta que los desarrollos en control modernos pueden solucionar una gama amplia de aplicaciones industriales, se vislumbra entonces una gran oportunidad para el proceso de cocción de mortadela dado que actualmente para éste no se garantiza una temperatura homogénea en la cámara del horno y por lo tanto no es prudente afirmar que haya una cocción igual para todas las barras de mortadela.

Por otro lado se está tratando de reducir el tiempo en el proceso para la etapa de cocción sin alterar las propiedades organolépticas del producto lo cual con el sistema de control actual no es posible lograr.

Debido a esta problemática se plantea entonces en este trabajo diseñar un sistema de control predictivo basado en modelo (MPC) para la etapa de cocción de mortadela. Para esto se debe obtener un modelo matemático del sistema que describa el comportamiento de las temperaturas de las barras de mortadela durante la etapa de cocción.

El problema anterior resulta de gran interés, ya que es posible combinar los conocimientos científicos, académicos y aplicarlos de manera experimental, dado que se está trabajando con un proceso productivo real de una importante empresa de alimentos del país.

4 Planteamiento del Problema

1.1 Objetivos

1.1.1 Objetivo General

Diseñar un controlador predictivo basado en modelo para regular la temperatura durante la etapa de cocción en la producción de la mortadela.

1.1.2 Objetivos Específicos

- Obtener y validar un modelo matemático para el proceso de cocción de la mortadela.
- Simular y sintonizar un controlador predictivo considerando las restricciones del proceso.

1.2 Metodología Empleada

En aras de lograr el desarrollo de este proyecto de maestría y de alcanzar los objetivos propuestos se establece la siguiente metodología.

- Realizar un estudio cuidadoso del proceso de cocción de mortadela tomando como referencia los procesos productivos reales, los equipos en que se realizan los procesos, las características de los procesos térmicos y comportamiento del producto durante la cocción.
- Obtener la bibliográfica suficiente y necesaria que abarque la temática pertinente a la elaboración de este trabajo de investigación; es decir indagar sobre que trabajos o estudios que existen actualmente sobre modelamiento y control predictivo. Una vez se tengan estos recursos se les hará un estudio cuidadoso, para luego seleccionar las referencias bibliográficas que más se ajusten al desarrollo de este proyecto de maestría.
- Luego del estudio del proceso de cocción de la mortadela y de los avances obtenidos en la revisión bibliográfica, se procederá a plantear un modelo matemático semifísico de base fenomenológica que relacione el balance de energía del sistema, el cual involucrará las variables principales que

interactúan en el proceso. Seguidamente se procederá a la validación del modelo matemático obtenido, pero antes se realizarán las mediciones de las variables del proceso (temperaturas y flujo de vapor de entrada), con el fin de identificar los parámetros del modelo.

- Para lograr lo anterior se hará uso de la herramienta informática MATLAB, mediante la cual se realizarán las simulaciones del matemático obtenido.
- Una vez obtenido y validado el modelo matemático de la etapa de cocción de mortadela, se diseñará y se sintonizará el control predictivo basado en modelo (MPC) considerando las restricciones del proceso de cocción de la mortadela.
- Paralelamente con el desarrollo de las diferentes actividades que se realizan alrededor del este trabajo, se realizará un informe de trabajo de grado y un artículo donde se documente los elementos principales que hicieron realidad este trabajo de investigación.

2. Descripción del Proceso de Cocción

El control automático ha desempeñado un papel fundamental en el avance de la ciencia y de la tecnología. Esto se ve reflejado en los desarrollos que ha alcanzado la Ingeniería, por ejemplo los sistemas de computación día a día son más versátiles y sorprendentes, los robots cada vez son más precisos. Todo esto ubica al control automático en uno de los soportes principales de los procesos industriales modernos.

A nivel de industria existen diversas tecnologías donde se pueden implementar diferentes técnicas de control desde el popular controlador PID hasta técnicas más modernas. El tipo de control que se quiera diseñar depende básicamente de la dinámica del proceso y el alcance que se le quiera dar, lo cual puede implicar que existan procesos para los cuales la implementación de un controlador PID no sea suficiente para solucionar los objetivos de control del proceso, en estos casos se podría entonces pensar en implementar una estrategia de control moderna que pueda satisfacer y reemplazar con alto desempeño los objetivos que no se hayan podido lograr con el control PID.

El control predictivo basado en modelo (MPC) es una estrategia de control que obtuvo gran desarrollo y popularidad inicialmente en las industrias de petróleo y de procesos químicos debido a la simplicidad del algoritmo y al uso del modelo [1], pero para las industrias de alimentos inicialmente no fue así, claro que en las últimas décadas ha tomado un buen auge y se han referenciado varias aplicaciones como es el caso evaporadores para la industria azucarera, también en la industria láctea se han encontrado trabajos interesantes [3]. Por otro lado y a nivel de las industrias de los procesos cárnicos y en particular en el proceso de cocción de mortadela para la industria donde se desarrolla este trabajo no se han referenciado estudios que planteen un control para procesos térmico de mortadela con un MPC.

Antes de describir cómo se desarrolla el proceso actual de cocción de mortadela, es importante hacer un breve comentario de qué es una mortadela y cuál es su origen.

Existen dos teorías acerca del origen de la mortadela, una menciona que el relleno de cerdo y de res que contiene este embutido fue tradicionalmente

finamente molido hasta llegar a una consistencia de goma, empleando a veces un mortero (mortaio) con el que se pisaba la carne, indicando que el origen del producto podría provenir del empleo de este instrumento. En el museo arqueológico de Bolonia hacen una demostración visual de tales morteros. La otra teoría menciona que la mortadela podría provenir de la salchicha romana que era condimentada con mirto o arándanos en lugar de pimienta. Los romanos denominaban a este embutido: "farcimen mirtatum".

En Colombia los productos cárnicos embutidos se comenzaron a desarrollar con la llegada de los españoles que trajeron consigo sus costumbres gastronómicas y palabras como Longaniza, Chorizo, Butifarra, Morcilla, Salchichón y Mortadela entre otras que eran parte de la cocina se empezaron a escuchar en este territorio.

Por otro lado al comienzo del siglo XX, y tras las guerras mundiales gran cantidad de europeos encontraron en Sur América su nuevo territorio, Suizos, Alemanes, Húngaros y otros se instalaron en Colombia y desarrollaron lo que hoy en día se conoce como las carnes frías o embutidos.

En la industria de la alimentos donde se desarrolló esta tesis de maestría la mortadela comenzó a producirse aproximadamente desde el año 1960. La cual ha tenido cambios sustanciales desde su proceso de elaboración. Inicialmente las barras de mortadela tenían una longitud de 500 mm y diámetro de 105 mm y su proceso térmico era desarrollado en recipientes cúbicos donde se alojaban las mortadela (alrededor de 50 barras por recipiente) sumergidas en agua, la cual era calentaba por un intercambiador de calor hasta una temperatura de 80 °C, durante un periodo de 5 horas. Con los años la barra de mortadela fue aumentando su longitud hasta llegar obtener una barra de 1500 mm y un diámetro 105 mm (tamaño actual), paralelamente su proceso térmico fue evolucionando y hoy en día se desarrolla en equipos más sofisticados llamados hornos que permiten obtener productos de muy buena calidad, en menos tiempo y con mayor volumen de producción.

A continuación se hará una descripción del proceso actual de cocción de mortadela para la industria donde se desarrolló esta tesis de maestría.

2.1 Proceso de cocción de mortadela

Normalmente los procesos térmicos para la cocción de productos alimenticios cárnicos se desarrollan bajo condiciones muy especiales con el fin de conservar las características sensoriales del producto dentro de los parámetros establecidos por el departamento de calidad; es por eso que un proceso térmico de cocción de mortadela está desarrollado en varias etapas, las cuales son creadas de acuerdo al estándar sugerido por el departamento de calidad. Cada una de las etapas cumple con una función determinada con el objetivo de generar las propiedades organolépticas y de seguridad alimentaria de la mortadela. El proceso de cocción está conformado básicamente por tres etapas como son etapa de enrojecido, etapa de secado y etapa de cocción, a continuación se describirá de forma breve cada una de ellas.

Es la etapa con la cual se inicia el proceso de cocción de la mortadela, lo que se pretende con ésta es tratar de homogenizar la temperatura del aire que hay dentro de la cámara que rodea al producto con el fin de facilitar el proceso a las etapas posteriores y además se comienzan a desarrollar características importantes del producto como la formación de la piel.

El aumento de la temperatura en el aire alrededor del producto es logrado por el calentamiento a través de un radiador por el cual circula vapor de agua.

2.1.1 Etapa de secado

Luego que se haya terminado la etapa de enrojecido, inmediatamente se inicia la etapa de secado, la cual permite eliminar la humedad inicial con la que entra el producto al horno.

2.1.2 Etapa de cocción

El proceso de cocción de la mortadela es la última etapa del proceso y con ella se pretende llevar la temperatura del producto a valores que garanticen la destrucción de los microorganismos perjudiciales para la salud del consumidor; es decir se debe lograr la temperatura interna del producto que garantice su inocuidad. Para el proceso de cocción de la mortadela la temperatura mínima que se debe lograr está determinada por el departamento de calidad.

Para lograr dicha temperatura al interior de la mortadela es necesario regular la temperatura del aire por un periodo de tiempo ya establecido sobre el cual se estima que en la mortadela se ha eliminado la microbiota patógena.

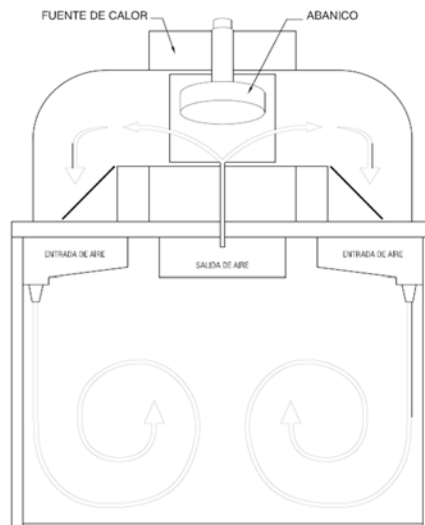
El aumento de la temperatura del aire alrededor del producto se logra mediante el aporte de grandes cantidades de energía; ésta es aportada por el ingreso de vapor de agua al interior del horno. El ingreso de vapor de agua en esta etapa al interior del horno tiene, además de aumentar la temperatura. Otro objetivo fundamental y es favorecer un aumento en la humedad relativa en toda la cámara.

Los procesos de cocción de productos cárnicos se realizan en equipos muy especiales y construidos bajo especificaciones técnicas que permitan obtener productos que están entre los parámetros establecidos por el departamento de calidad.

2.2 Elementos de un horno

Los hornos para los procesos térmicos están compuestos por una serie de sistemas que permiten desarrollar los procesos térmicos de productos cárnicos entre ellos la mortadela. En la Figura 2-1 se presenta un esquema típico de un horno, con algunos de sus componentes.

Figura 2-1: Esquema típico de un horno para dos carros de cocción



10 Descripción del Proceso de Cocción

Las partes principales de un horno son

- Sistema de ventilación.
- Sistema de calentamiento.
- Sistema de control.

A continuación se describe cada sistema.

2.2.1 Sistema de Ventilación

Este sistema (motor-ventilador) se encarga de hacer circular el aire que hay al interior de la cámara del horno.

El ventilador es de tipo centrífugo de tal forma que genera succión del aire que toma de la cámara y que a su vez lo hace pasar por una fuente de calor y lo impulsa nuevamente a la cámara. Esto se hace con el objetivo de generar una circulación de aire más homogénea al interior del horno, lo cual es determinante sobre la transferencia de calor del aire al producto.

2.2.2 Sistema de Calentamiento

El calentamiento del aire al interior del horno se realiza de dos formas dependiendo en la etapa en que esté el proceso de cocción de mortadela. Por ejemplo, si está en las etapas de secado se utiliza un quemador de gas natural con el fin de aumentar la temperatura al interior de la cámara.

Para el calentamiento en las etapas de cocción, se utiliza vapor de agua. La entrada de vapor es controlada por una válvula on – off, el cual entra directamente a la cámara arrastrado por la corriente de aire que genera el sistema de ventilación.

La temperatura en todas las etapas es controlada automáticamente por un sistema de control que utiliza dos sensores de temperatura para realimentar el controlador, un sensor es utilizado para las etapas de enrojecido y secado y el otro para la etapa de cocción.

2.2.3 Sistema de Control

Este sistema está compuesto por un controlador lógico programable (PLC), el cual se encarga de generar cualquier acción de control dependiendo de la etapa

en que se encuentre el proceso (enrojecido, secado, cocción). Por otra parte el control de la temperatura actual del proceso de cocción de mortadela es un control PID.

El funcionamiento del sistema de control de un horno para el proceso de cocción de la mortadela se puede describir de la siguiente forma.

Al iniciar un proceso de cocción de mortadela el sistema de control está programado para elegir de forma secuencial las etapas del proceso (enrojecido, secado y cocción), además cada etapa tiene sus características particulares que también son gobernadas por el sistema de control, así por ejemplo:

Todas las etapas tienen en particular un tiempo estimado de duración, un valor de referencia de temperatura programado (éste debe ser alcanzado en el tiempo programado), y compuertas que permiten la entrada y salida de energía al horno, las cuales son gobernadas por el sistema de control, lo cual permite aumentar la temperatura al interior del horno.

El aumento de la temperatura durante el proceso de cocción se debe al ingreso de aire caliente seco (para las etapas de enrojecido y de secado) o de vapor de agua (para la etapa de cocción) por la parte superior horno, el cual rebota con el piso y empieza a recorrer las barras de mortadela, desde la parte inferior del carro hasta salir por la parte superior de éste, como muestra la Figura 2-2. Éste hecho permite establecer las pautas para desarrollar el modelo matemático del proceso de cocción de mortadela como se verá en el siguiente capítulo.

Figura 2-2: Vista frontal de un carro con barras de mortadela



3. Modelo matemático del proceso de cocción de la mortadela

El proceso de cocción de la mortadela se realiza en equipos llamados hornos; éstos varían de tamaño según la carga de mortadela que se quiera procesar; es decir hay hornos para 2, 4, 8 y 12 carros. El funcionamiento de todos es muy similar lo que implica que el modelo matemático del proceso es válido para cualquier horno. Cuando se inicia un proceso de cocción, la temperatura de la mortadela que se ingresa al horno está entre 4 °C y 14 °C. La mortadela en forma de barra cilíndrica es alojada en unos carros como se muestra en la Figura 2-2.

En el proceso actual para la cocción de la mortadela no se controla la temperatura interna de ésta, sólo se monitorea con unos sensores de temperatura (PT100) (en total 4) que se introducen en igual número de barras de mortadela seleccionadas aleatoriamente. Lo que si se controla en el proceso de cocción es la temperatura del ambiente que hay en el interior del horno.

Por otro lado el vapor de agua que ingresa a las barras de mortadela entra por la parte inferior de los carros. En la Figura 2-2 se observa la dirección que toma el flujo de vapor a través de los carros de cocción.

Considerando lo anterior se planteará un modelo matemático para el proceso térmico de cocción de la mortadela a partir de un balance de energía. Es importante resaltar que el balance de energía es válido para cualquier etapa del proceso y para cualquier horno de la industria de alimentos donde se procesan dichos productos. Los intercambios de energía que se presentan en cada etapa del proceso de cocción son fenómenos netamente convectivos regidos por las leyes físicas de transferencia de calor.

3.1 Estructura del modelo matemático para el proceso de cocción de mortadela

El modelo matemático es generalmente un conjunto de ecuaciones diferenciales no lineales que describe el comportamiento o la dinámica del sistema que se quiere estudiar.

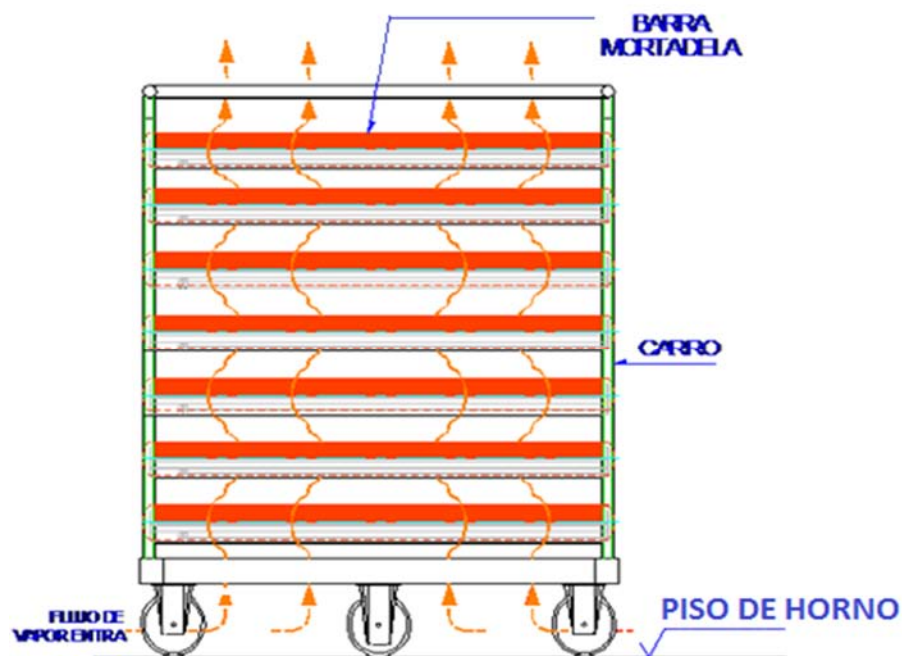
Existen diferentes formas de representar un modelo de un proceso, entre ellas se encuentran ecuaciones diferenciales lineales, ecuaciones diferenciales no lineales y funciones de transferencia. Por ejemplo, para control multivariable es adecuado hacer una representación en espacio de estados.

En el desarrollo del modelo matemático para la etapa de cocción de mortadela se plantea un balance de energía el cual describirá el comportamiento de la temperatura del aire y de las barras de mortadela en el carro de cocción que hay al interior del horno. Para lograr esto se toma solamente un carro de cocción de mortadela como objeto de estudio, dado que los demás carros están sometidos a las mismas condiciones. Se supondría entonces que en cada carro de cocción hay un total de 7 capas (Figura 2-2) y que en cada una se presenta la transferencia de energía a diferentes elementos de su entorno. En ese entorno se produce la transferencia de energía al aire de las capas vecinas, la transferencia de energía a la estructura metálica de la capa y transferencia de energía a la mortadela de la capa. En total serán 7 balances de energía, uno por cada capa. Lo que implica se desarrollarán 7 ecuaciones.

Las ecuaciones por capa son muy similares, ya que están regidas por las mismas leyes físicas su diferencia radica en los parámetros de cada capa; los cuales deberán ser diferentes debido a que el intercambio de flujo de energía o de aire caliente que va recorriendo cada nivel no es exactamente el mismo porque el flujo a cedido energía en las capas inferiores. En la Figura 3-1 se muestra la dirección del flujo y como éste vapor va recorriendo el carro de cocción capa por capa.

14 Modelo matemático del proceso de cocción de la mortadela

Figura 3-1: Vista lateral de un carro con barras de mortadela. Sentido del flujo de energía sobre cada carro



3.1.1 Modelo para una capa

El fenómeno de transferencia de calor que se presenta en el proceso de cocción de la mortadela es por convección. Esta transferencia implica el transporte de calor en un volumen y la mezcla de elementos macroscópicos de porciones calientes y frías de un gas o un líquido. La eficiencia de este tipo de transferencia de calor depende básicamente de la eficiencia del movimiento del mezclado del fluido. La transferencia de calor por convección puede ser convección natural o libre o convección forzada [4]. Un caso típico de transferencia de calor por convección natural es cuando se deja que una taza de café caliente se enfríe libremente, solamente con el intercambio de temperatura entre el líquido caliente y el ambiente. Por su parte, la convección forzada se presenta cuando se alimenta un flujo de fluido sobre la superficie por medio de una bomba o ventilador, este último caso de transferencia de calor por convección forzada es la técnica que se utiliza en el proceso de cocción de la mortadela y es por medio de este fenómeno que se hace posible plantear el balance de energía para el proceso de cocción y para todas las capas de los carros de cocción. (ver Ecuaciones (3.1) y (3.2)).

Modelo matemático del proceso de cocción de la mortadela 15

$$m_1 c_{p1} \frac{dT_1}{dt} = h_{a1} A_{a1} (T_2 - T_1) + h_{mo1} A_{mo1} (T_{mo1} - T_1) + h_{ca1} A_{ca1} (T_{ca1} - T_1) + F_{in} \rho_{in} c_{pin} T_{in} \quad (3.1)$$

$$m_7 c_{p7} \frac{dT_7}{dt} = h_{a7} A_{a7} (T_7 - T_6) + h_{mo7} A_{mo7} (T_{mo7} - T_7) + h_{ca7} A_{ca7} (T_{ca7} - T_7) \quad (3.2)$$

Para representar el modelo matemático que describe la variación de la temperatura en el tiempo para cada uno de los carros de cocción se utilizan las expresiones (3.1) y (3.2) describen el modelo matemático para las capas 1 y 7, respectivamente. Cada término del modelo matemático expresa el intercambio de energía con su entorno. De forma similar se procedió para las capas 2 a 6. En la Tabla 3-1 se describen cada término de la expresión para la capa 1.

Tabla 3-1: Términos del modelo matemático de la dinámica del aire capa 1

TÉRMINO	DESCRIPCIÓN
$m_1 c_{p1} \frac{dT_1}{dt}$	Variación de la temperatura del aire para la capa 1.
$h_{a1} A_{a1} (T_2 - T_1)$	Intercambio de energía entre la capa 1 y 2.
$h_{mo1} A_{mo1} (T_{mo1} - T_1)$	Intercambio de energía entre la capa 1 y la mortadela de esa capa.
$h_{ca1} A_{ca1} (T_{ca1} - T_1)$:	Intercambio de energía entre la capa 1 y la estructura metálica de esa capa.
$F_{in} \rho_{in} c_{pin} T_{in}$	Flujo de entrada a la capa 1

Por otro lado, en la Tabla 3-2 se relacionan los factores que componen cada término de la expresión para la etapa de cocción, luego de realizar el balance de energía para la capa 1 planteado en la ecuación (3.1). En ésta ecuación se puede observar que el balance energía tomado considera la energía que entra al sistema (flujo de vapor de agua), la energía almacenada en cada capa debido al intercambio de temperaturas y la energía que sale de cada capa y va recorriendo todo el carro de cocción.

16 Modelo matemático del proceso de cocción de la mortadela

Tabla 3-2: Parámetros modelo matemático dinámica del aire

PARÁMETROS	DESCRIPCIÓN	UNIDADES
ρ_{in}	Densidad del vapor de agua	$\frac{\text{Kg}}{\text{m}^3}$
C_{pi}	Capacidad calorífica vapor de agua	$\frac{\text{J}}{\text{Kg}^{\circ}\text{C}}$
T_{in}	Temperatura vapor de agua	$^{\circ}\text{C}$
C_{p1}	Capacidad calorífica del aire en la capa 1	$\frac{\text{J}}{\text{Kg}^{\circ}\text{C}}$
T_1	Temperatura del aire (ambiente) en la capa 1	$^{\circ}\text{C}$
m_1	Masa de aire capa1	Kg
T_2	Temperatura del aire en la capa 2	$^{\circ}\text{C}$
h_{ca1}	Coficiente transferencia del calor carro. Capa1	$\frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot ^{\circ}\text{C}}$
A_{ca1}	Área de la bandeja del carro donde se aloja las barras. Capa1	m^2
h_{a1}	Coficiente transferencia del calor aire. Capa1	$\frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot ^{\circ}\text{C}}$
A_{a1}	Área aire Capa1	Kg
T_{ca1}	Temperatura del carro. Capa1	$^{\circ}\text{C}$
h_{mo1}	Coficiente transferencia de la calor mortadela. Capa1	$\frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot ^{\circ}\text{C}}$
A_{mo1}	Área de la mortadela. Capa1	m^2
T_{mo1}	Temperatura de la mortadela. Capa1	$^{\circ}\text{C}$

Luego de realizar los diferentes balances de energía para todas las capas del horno y de hacer las sustituciones necesarias, se obtiene un modelo matemático para la etapa de cocción de la mortadela para la i -ésima capa. (ver Ecuación (3.3)).

$$\frac{dT_i}{dt} = K_{i-1}(T_{i-1} - T_i) + K_i(T_{i+1} - T_i) + K_{moi}(T_{moi} - T_i) + K_{cai}(T_{cai} - T_i) + K_{in} F_{in} T_{in} \quad (3.3)$$

Con: $i=1, \dots, 7$

La ecuación (3.3) muestra el comportamiento de la temperatura del aire en cualquier capa del carro de cocción con las siguientes restricciones,

$$T_{in} = \begin{cases} T_{in} \dots\dots\dots para & i = 1 \\ 0 \dots\dots\dots para & i \neq 1 \end{cases},$$

Tabla 3-3: Variables del modelo matemático para i -ésima capa

PARÁMETRO	DESCRIPCIÓN	UNIDADES
F_{in}	Flujo de entrada de vapor de agua al horno	$\frac{m^3}{s}$
T_{in}	Temperatura de entrada al carro de cocción y tiene la siguiente restricción.	$^{\circ}C$
T_{cai}	Temperatura en el carro de cocción.	$^{\circ}C$
T_{moi}	Temperatura de las barras de mortadela.	$^{\circ}C$
T_i	Temperatura del aire alrededor de una capa del carro de cocción.	$^{\circ}C$

18 Modelo matemático del proceso de cocción de la mortadela

En la Tabla 3-3 se describen las variables del modelo para cualquier capa del carro de cocción, es decir para i -ésima capa.

Tabla 3-4: Equivalencia de los parámetros del modelo matemático para la i -ésima capa.

PARÁMETRO	EQUIVALENCIA	DESCRIPCIÓN
K_{in}	$\rho_{in}^c p_{in}$	Flujo entrada de vapor de agua, Densidad del vapor de agua, Capacidad calorífica vapor de agua.
K_{cai}	$\frac{h_{cai} A_{cai}}{m_i^c p_i}$	Constante de transferencia entre el aire y el carro.
K_{moi}	$\frac{h_{moi} A_{moi}}{m_i^c p_i}$	Constante de transferencia entre el aire y la mortadela.
K_i	$\frac{h_i A_i}{m_i^c p_i}$	Constante de transferencia del aire entre capas vecinas.

En la Tabla 3-4 se relacionan los parámetros del modelo matemático desarrollado para la etapa de cocción. En ésta se pueden observar las equivalencias de los parámetros del modelo matemático.

Finalmente, la ecuación (3.3) es entonces una estructura genérica de un balance de energía que describe el comportamiento del aire para cualquier capa del carro de cocción, y además aplica para cualquier horno bien sea de 2, 4, 6, 8 y 12 carros de la industria de alimentos donde se desarrolló el trabajo dado que éstos funcionan de manera similar.

3.1.2 Modelo matemático para la dinámica de la mortadela

El objetivo final del proceso de cocción es elevar la temperatura de la mortadela a unos valores establecidos por el departamento de calidad. Este hecho hace que se considere fenomenológicamente el intercambio de energía que hay entre la mortadela y el aire caliente que está a su alrededor; es decir la transferencia de calor que hay entre ambos; dicha transferencia es netamente convectiva.

Luego de realizar los balances de energía de la mortadela con el aire de su entorno y el balance energía de la estructura metálica del carro para cada capa.

Se obtiene el modelo matemático genérico que describe el comportamiento de la temperatura interna de las barras de mortadela y de los carros de cocción, el cual es representado por (ver Ecuaciones (3.4) y (3.5)).

$$\frac{dT_{moi}}{dt} = K_{moi} (T_i - T_{moi}), \quad (3.4)$$

$$\frac{dT_{cai}}{dt} = K_{cai} (T_i - T_{cai}), \quad (3.5)$$

estas ecuaciones (3.4) y (3.5), describen el comportamiento de la temperatura de las barras de mortadela y del carro cocción para cualquier capa y en cualquier carro de cocción al interior de un horno. Y las ecuaciones (3.3), (3.4) y (3.5) describen el modelo matemático completo para un carro de cocción de mortadela; es decir, éste reúne toda la dinámica que hay en un carro de cocción al interior de un horno, sin importar el número de carros que se pretendan alojar.

3.1.3 Estimación de parámetros del modelo

Para obtener el modelo matemático que represente de manera adecuada el comportamiento de las temperaturas del aire y de la mortadela en el carro de cocción se hace necesario determinar los parámetros del modelo.

Para estimar los parámetros del modelo existen diferentes estrategias que pueden ayudar a obtenerlos; entre las cuales se pueden mencionar: Mínimos Cuadrados (LS, por sus siglas del inglés, *Least Square*), Mínimos Cuadrados Recursivos (RLS, por sus siglas del inglés, *Recursive Least Square*) [5] o utilizando Filtros de Kalman [6], sólo por mencionar los más importantes.

En el desarrollo de este trabajo se utiliza el método de mínimos cuadrados dado que el modelo matemático planteado es lineal y este método encaja perfectamente para este tipo de modelos.

Para estimar los parámetros del modelo matemático es necesario realizar la medición de las variables del sistema como son: las temperaturas del aire para cada capa, la temperatura interna de la mortadela para cada capa y la temperatura del estructura metálica del carro de cocción en cada capa; así como el flujo de vapor de agua que entra al sistema durante la etapa de cocción.

20 Modelo matemático del proceso de cocción de la mortadela

Para la medición del flujo de vapor se utilizó un sistema de medida indirecto debido a que no fue posible instalar medidores de flujo en el sistema; es decir se utilizaron instrumentos medida alternos que permiten calcular la cantidad del flujo de vapor que entra durante la etapa de cocción al horno. La medición del flujo de vapor se realizó de la siguiente forma: se conectó un osciloscopio que registra las aperturas y el tiempo de duración cada apertura en la válvula de control (válvula on-off) de entrada de vapor a la etapa de cocción. La Figura 3-2 muestra el osciloscopio en el momento que se realiza la medición; una vez se obtiene éste registro se calcula el flujo de vapor que entra al horno, mediante la expresión, (ver Ecuación (3.6)).

$$Q = K_v \sqrt{\frac{\Delta P}{\rho}}, \quad (3.6)$$

con la ecuación (3.6) es posible calcular el caudal de entrada al horno, según [7]. Y en la tabla 3-5 se muestran las variables que componen de dicha expresión.

Realizando el cálculo con la ecuación (3.6) de la cantidad de vapor que entra al horno durante una hora se obtiene el siguiente resultado.

$$Q_{\max} = 0,00256 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

Este resultado expresa la cantidad de vapor que entra al horno si la válvula de control de entrada de vapor está abierta totalmente durante un segundo.

Tabla 3-5: Variables para cálculo de entrada de vapor

VARIABLE	DESCRIPCIÓN	COMENTARIOS
Q	Caudal de vapor de agua que entra al horno. $Q=0,00256 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$	Calculado con la ecuación (3.6)
K_v	Constante característica de la válvula. Para esta válvula es $20 \frac{\text{m}^3}{\text{h}} * \text{bar}$ (se encuentra en placa de válvula marca Danfoss).	Datos característicos tomado de válvula de control
ΔP	Diferencial de presión entre la entrada y salida de la válvula. Es de: 0,137 bar	Medido con manómetros (Indicadores de presión).
ρ	Densidad relativa del vapor de agua, 0,598 a 105 °C que es la temperatura promedio del vapor de agua.	Tomado de las tablas de termodinámicas

Modelo matemático del proceso de cocción de la mortadela 21

Por otro lado el valor de las temperaturas de la mortadela, del aire y del carro de cocción que sostiene las barras de mortadela en todas las capas del horno se pueden medir de forma directa utilizando sensores de temperatura. Esta medición de la temperatura al interior del horno se realiza mediante una tarjeta de adquisición de datos marca *NATIONAL INSTRUMENTS* cuya referencia es:

- Chasis :SCXI - 10000
- Módulo Comunicación USB SCXI - 1600
- Módulo Entradas Análogas 32 Canales SCXI -1100

Las Figuras 3-3 y 3-4 muestran el carro de cocción de mortadela con sensores de temperatura y la tarjeta de adquisición de datos para el registro de la temperatura.

Figura 3-2: Osciloscopio que registra aperturas de la válvula

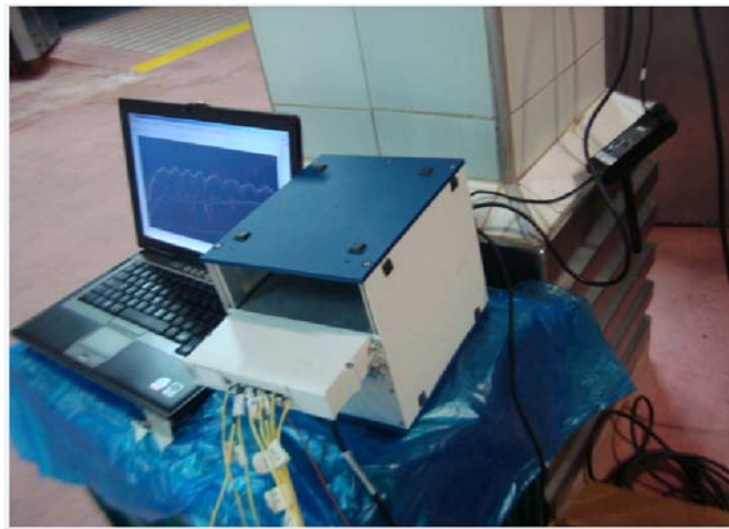


22 Modelo matemático del proceso de cocción de la mortadela

Figura 3-3: Carro de mortadela con sensores para la medición de temperatura.



Figura 3-4: Tarjeta de adquisición de datos, para medir y registrar temperaturas



La instrumentación utilizada para medir las diferentes temperaturas fue un total de 22 termocuplas tipo **K** calibradas previamente en el laboratorio de metrología de la empresa. Los sensores fueron colocados en el carro de cocción como se muestra en las Figuras 3-3, 3-5 y 3-6. Los puntos de color negro en las Figuras 3-5 y 3-6 indican la posición donde fueron ubicados los sensores.

En la Tabla 3-6 se describe la nomenclatura utilizada para la medición de las variables de la capa 1.

Tabla 3-6: Variables de la capa 1

VARIABLE	DESCRIPCIÓN	UBICACIÓN	OBSERVACIONES
T_{in}	Temperatura del aire de entrada	Capa 1	Sensor 1 figura 4 y 5
T_1	Temperatura del aire alrededor de la mortadela	Capa 1	Sensor 4 figura 4 y 5
T_2	Temperatura del aire alrededor de la mortadela	Capa 1	Sensor 4 figura 4 y 5
T_{cal}	Temperatura del carro de mortadela	Capa 1	Sensor 2 figura 4 y 5
T_{mol}	Temperatura de la mortadela	Capa 1	Sensor 3 figura 4 y 5
Q	Cantidad de vapor que entra al ahumadero en unidad de tiempo	Capa 1	Calculado

Con los 22 sensores de temperatura en un carro de cocción se realizaron las mediciones de las siete capas de dicho carro; como se puede ver en las Figuras 3-5 y 3-6.

Es importante mencionar que las mediciones se realizaron en un proceso productivo rutinario, en un horno para dos carros de cocción de mortadela de la Industria de Alimentos, durante el mes de septiembre del año 2009. La medición de las temperaturas en el horno se realizó simultáneamente con la medición del flujo de vapor.

En la medición de las temperaturas se programa un tiempo de 5 s entre cada medición y para la medición del flujo de vapor a través del osciloscopio se toma un tiempo de 0.5 s entre cada medición.

Lo anterior quiere decir que por cada medición de T (temperaturas) se tomaron a su vez diez mediciones de U (entradas de vapor o apertura de válvula) con el fin de tener el mismo intervalo de tiempo de 5 s para ambas mediciones. Es pertinente aclarar que la medición de las aperturas de la válvula se realiza cada 0.5 s porque se detectó que hay maniobras de válvula que tenían una duración inferior a 5 s y con esto se evita que se pierdan algunas mediciones.

24 Modelo matemático del proceso de cocción de la mortadela

Figura 3-5: Distribución de los sensores de temperatura (termocuplas tipo K). Vista lateral.

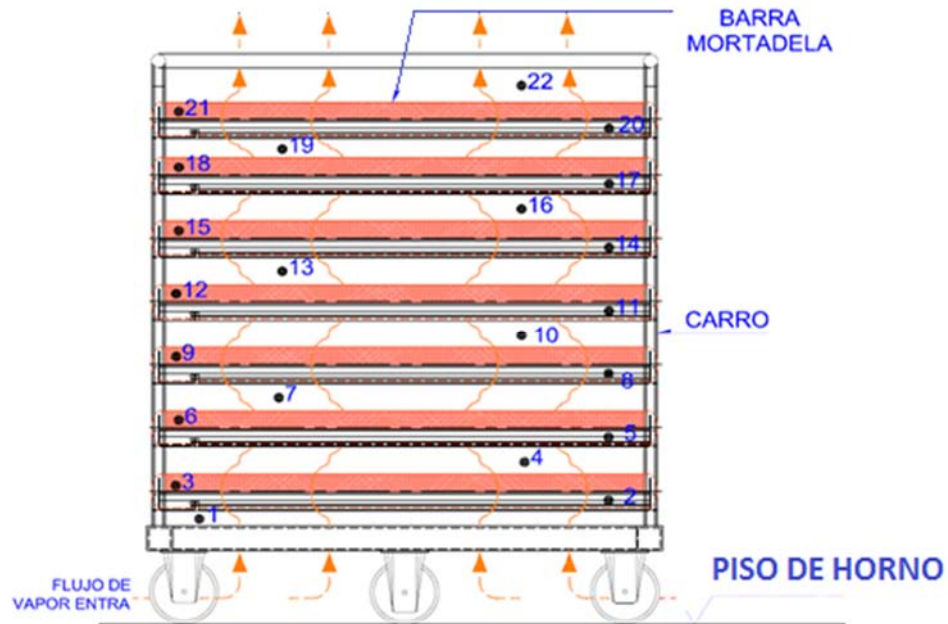
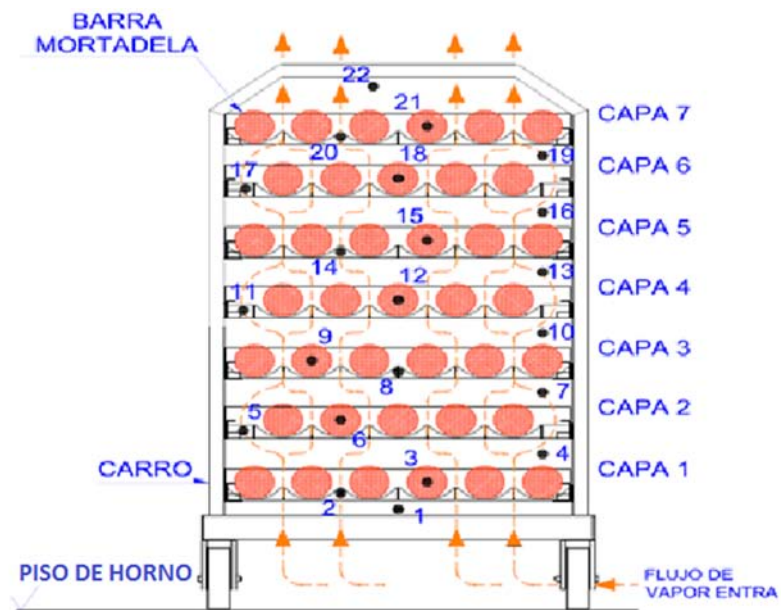


Figura 3-6: Distribución de los sensores de temperatura (termocuplas tipo K). Vista frontal.



Por su parte para hacer la identificación de parámetros por mínimos cuadrados del modelo matemático, una vez se obtienen las mediciones de entrada de vapor de agua al horno y de temperaturas a las diferentes capas del carro de cocción se discretiza el modelo matemático expresado en las ecuaciones (3.1), (3.2) y (3.3). Se procedió a discretizar estas ecuaciones utilizando el método de diferencias finitas [8] y aplicarlo a la representación generalizada del modelo matemático, para lo cual se obtuvo la expresión (ver Ecuaciones (3.7) y (3.8)).

$$\frac{T_{i(k+1)} - T_{ik}}{\Delta t} = k_{i-1}(T_{i-1} - T_i) + k_i(T_{i+1} - T_i) + k_{moi}(T_{moi} - T_i) + k_{cai}(T_{cai} - T_i) + k_{in} F_{in} T_{in} \quad (3.7)$$

$$A_i \cdot X = b, \quad (3.8)$$

Con el modelo matemático discretizado en la ecuación (3.7), con las mediciones de temperatura y de caudal de vapor de entradas realizadas en el interior del horno, se procede a formar el sistema matricial representado en la ecuación (3.8) [5] para estimar los valores de los parámetros del modelo. En la que A_i , es la matriz que representa la dinámica del comportamiento de la mortadela y del aire para cualquier capa del carro de cocción.

$$A_i = \begin{bmatrix} \Delta t(T_{in}(1) - T_1(1)) & \Delta t(T_{i+1}(1) - T_1(1)) & \Delta t(T_{moi}(1) - T_1(1)) & \Delta t(T_{cai}(1) - T_1(1)) & \Delta t F_{in} T_{in}(1) \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \Delta t(T_{in}(k) - T_1(k)) & \Delta t(T_{i+1}(k) - T_1(k)) & \Delta t(T_{moi}(k) - T_1(k)) & \Delta t(T_{cai}(k) - T_1(k)) & \Delta t F_{in} T_{in}(k) \end{bmatrix},$$

donde, Δt es el tiempo entre cada medición de temperatura; la medición se realizó en un intervalo de tiempo de 5 s entre cada medición. Y el vector de los parámetros encontrados para cualquier capa

$$X_i = \begin{bmatrix} k_{i-1} \\ k_{i+1} \\ k_{moi} \\ k_{cai} \\ k_{in} \end{bmatrix},$$

26 Modelo matemático del proceso de cocción de la mortadela

e igualmente la matriz para la capa de estudio,

$$b_i = \begin{bmatrix} T_i(2) & -T_i(1) \\ \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot \\ T_i(k+1) & -T_i(k) \end{bmatrix}$$

Con el sistema anterior ya discretizado y aplicando el método de mínimos cuadrados se pueden estimar los parámetros de todas las capas de un carro de cocción.

Los cálculos de todos los parámetros para la dinámica del aire y de la mortadela se presentan en la Tabla 3-7.

Tabla 3-7: Parámetros del modelo matemático para la dinámica del aire y mortadela por capas.

CAPA1	CAPA2	CAPA3	CAPA4
$K_0 = 0.0765$	$K_1 = 0.01241$	$K_2 = 0.0410$	$K_3 = 0.0406$
$K_1 = 0.01241$	$K_2 = 0.0410$	$K_3 = 0.0406$	$K_4 = 0.02207$
$K_{mo1} = 0.00017$	$K_{mo2} = 0.00028$	$K_{mo3} = 0.00076$	$K_{mo4} = 0.00020$
$K_{ca1} = 0.00033$	$K_{ca2} = 0.00044$	$K_{ca3} = 0.00025$	$K_{ca4} = 0.00014$
$K_{in} = 0.123$			

CAPA5	CAPA6	CAPA7
$K_4 = 0.02207$	$K_5 = 0.01155$	$K_7 = 0.01470$
$K_5 = 0.01155$	$K_6 = 0.01470$	$K_{mo7} = 0.00064$
$K_{mo5} = 0.00035$	$K_{mo6} = 0.00031$	$K_{ca7} = 0.00071$
$K_{ca5} = 0.00038$	$K_{ca6} = 0.00087$	

3.2 Modelo del sistema en el espacio de estados

La representación en el espacio de estados es un modelo matemático de un sistema físico descrito mediante un conjunto de entradas, salidas y variables de estado relacionados por medio de n ecuaciones diferenciales de primer orden

expresados en forma matricial. Para prescindir del número de entradas, salidas y estados, las variables son expresadas como vectores y las ecuaciones algebraicas se escriben en forma matricial (cuando el sistema dinámico es lineal e invariante en el tiempo). La representación en el espacio de estados (también conocida como aproximación en el dominio del tiempo) provee un modo compacto y conveniente para modelar y analizar sistemas con múltiples entradas y salidas [6]. Una expresión general de un sistema en el espacio de estado está dada por el sistema conformado por (ver Ecuaciones (3.9) y (3.10)).

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \quad , \quad (3.9)$$

$$y = Cx(t) + Du(t) \quad , \quad (3.10)$$

en el cual las expresiones (3.9) y (3.10), representan el sistema Lineal Invariante en el Tiempo (LIT), donde, A : Es la matriz de los estados, B : Es la matriz de entrada, C : Es la matriz de salida y D : Es la matriz de transición directa.

Para la etapa de cocción se define el vector de estados de la siguiente manera (Variables de estados del sistema):

$$x(t) = \begin{bmatrix} T_1 \\ \vdots \\ T_7 \\ T_{mo1} \\ \vdots \\ T_{mo7} \end{bmatrix}$$

Las salidas del sistema están representadas por la matriz y así:

$$y = \begin{bmatrix} T_{mo1} \\ \vdots \\ T_{mo7} \end{bmatrix}$$

La matriz A_T es la matriz de estados del sistema dada por:

28 Modelo matemático del proceso de cocción de la mortadela

$$A_T = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix},$$

donde, las submatrices A_{ij} , para $i = 1, 2$ y $j = 1, 2$; representan la dinámica del aire y de la temperatura en el espacio del carro de cocción del horno. Para la submatriz A_{11} , representa la dinámica del flujo de aire en el carro de cocción y está dada por

$$A_{11} = \begin{bmatrix} -k_{1i} & k_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ k_1 & -k_{2i} & k_3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_2 & -k_{3i} & k_4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_3 & -k_{4i} & k_5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & k_4 & -k_{5i} & k_6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & k_5 & -k_{6i} & k_7 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_6 & -k_{7i} \end{bmatrix}$$

$$k_{1i} = K_1 + K_{m01} + K_{ca1}, \text{ para la capa 1,}$$

de tal forma que los parámetros de las otras capas que influyen en la dinámica del aire también están representados en las sumatorias de los términos correspondientes a la respectiva capa.

Por otro lado, la submatriz A_{12} es la matriz que representa los parámetros del aire entre capas vecinas. Esta matriz tiene la particularidad de ser una matriz diagonal de la siguiente forma:

$$A_{12} = \begin{bmatrix} k_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & k_4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & k_5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_7 \end{bmatrix}$$

Las submatrices A_{21} y A_{22} describen la dinámica del comportamiento de la temperatura de las barras de mortadela en el carro de cocción. Y se representan de la siguiente forma:

$$A_{21} = \begin{bmatrix} k_{mo1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_{mo2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_{mo3} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & k_{mo4} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & k_{mo5} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_{mo6} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_{mo7} \end{bmatrix}$$

$$A_{22} = \begin{bmatrix} -k_{mo1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -k_{mo2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -k_{mo3} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -k_{mo4} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -k_{mo5} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -k_{mo6} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -k_{mo7} \end{bmatrix}$$

La matriz B para el sistema está representada por:

$$B = \begin{bmatrix} K_{in} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T$$

La matriz C es la que determina la variable de estado que se va a controlar en el diseño del MPC (por sus siglas del inglés, *Model Predictive Control*), y la matriz D es la matriz de transición, la cual será una matriz nula para el caso bajo estudio.

3.3 Validación del Modelo Matemático

Una vez obtenido el modelo matemático del proceso en Ecuaciones Diferenciales Ordinarias (EDO) y su equivalente en espacio de estado se realiza la validación

30 Modelo matemático del proceso de cocción de la mortadela

de éste con el fin de evaluar la capacidad del modelo para representar el fenómeno físico; ya que la validación del modelo matemático es uno de los pasos más importantes en el proceso de modelado [9].

Existen varias formas de probar un modelo o validar un modelo entre las cuales se tiene:

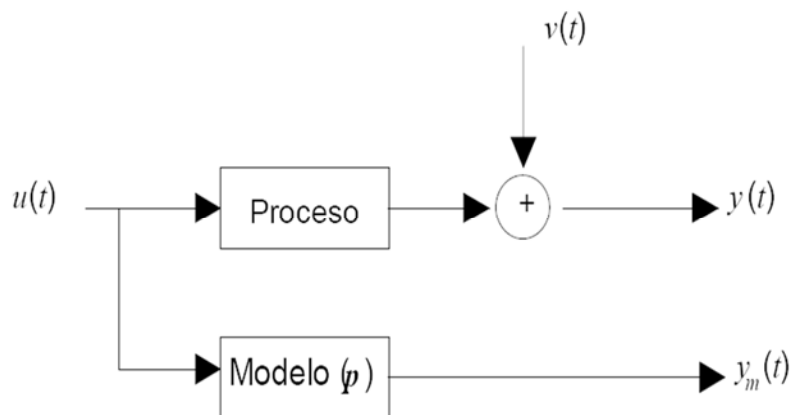
- Respuestas cualitativas del modelo
- Validación cruzada.
- Índices de desempeño.
- Verificación cruzada con otros modelos.
- Medidas estadísticas.

Para validar el modelo matemático del proceso de cocción de mortadela se utiliza el **método de validación cruzada** [10] por medio del cual la validación del modelo se compara gráficamente en el dominio del tiempo con la respuesta del modelo y^m y la respuesta del proceso, al introducirle a ambos en su entrada datos experimentales u ; esta diferencia se expresa en el coeficiente de error, (ver Ecuación (3.11)).

$$\varepsilon = y - y^m, \quad (3.11)$$

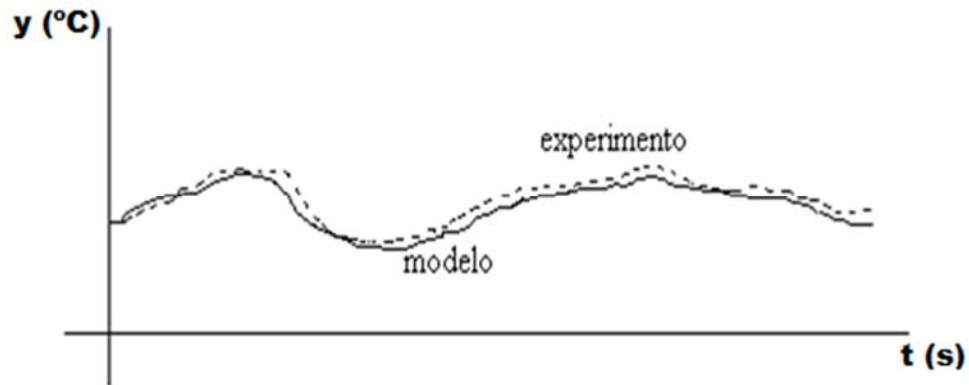
Con la ecuación (3.11), acorde a [9]; se verifica la validación del modelo matemático; ya que se comparan las mediciones de las salidas del sistema con las salidas que arroja el modelo matemático, cuyo objetivo es minimizar el error entre ambas salidas, es decir que este tienda a cero [10]. En la Figura 3-7 se presenta un esquema básico sobre la validación cruzada.

Figura 3-7: Esquema para la validación cruzada.



La comparación entre la respuesta del modelo y los datos, normalmente conviene hacerla en relación a otros conjuntos de datos experimentales distintos a aquellos que sirvieron para la identificación, de este modo se puede estudiar la independencia de los resultados. En la Figura 3-8, se presenta el comportamiento de una validación cruzada [10].

Figura 3-8: Comportamiento de datos experimentales con el modelo para la validación cruzada



En la validación del modelo matemático del proceso de cocción de mortadela se toma un conjunto de datos obtenidos en la medición del proceso real que se realizó en el mes de septiembre del año 2009, según lo recomendado en [10].

Para la validación del modelo matemático del proceso de cocción de la mortadela en este trabajo se utiliza el MATLAB & Simulink, especialmente el *toolbox* de Control Predictivo, como herramienta de *software*.

Es muy importante mencionar que para realizar la validación cruzada del modelo matemático, se creó un conjunto de datos de validación, correspondiente al 20% de los datos medidos, este porcentaje fue seleccionado de la cola de dichos datos. Por otro lado en todas las figuras de validación la grafica de color azul hace parte del 20% de los datos medidos y la grafica de color verde es la que describe el modelo matemático.

Las Figuras 3-9, 3-10, 3-11 muestran la validación del modelo matemático para las capas 1, 3 y 6, respectivamente del aire al interior de un carro de cocción y la Figuras 3-12, 3-13, 3-14 la validación del modelo matemático para las mortadelas

32 Modelo matemático del proceso de cocción de la mortadela

de las capas 2, 4 y 7, respectivamente. Y en la Figura 3-15 se presenta la señal de entrada que se utiliza en el proceso de cocción de la mortadela.

Figura 3-9: Temperatura del aire capa 1. Validación del modelo

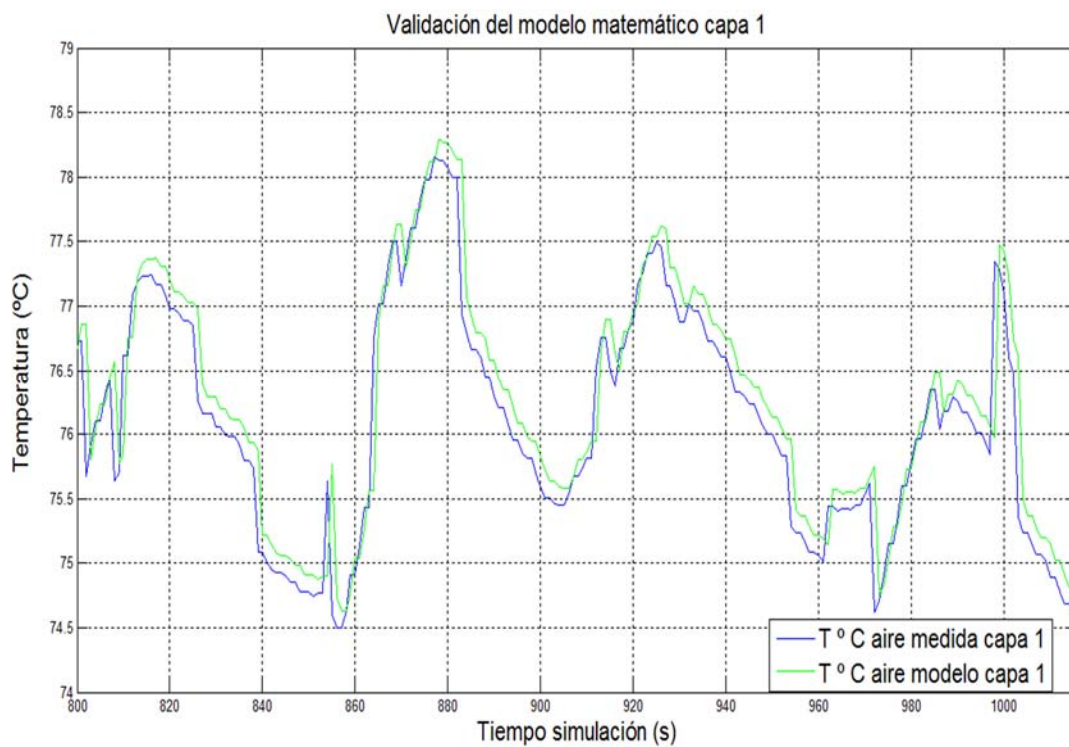


Figura 3-10: Temperatura del aire capa 3. Validación del modelo.

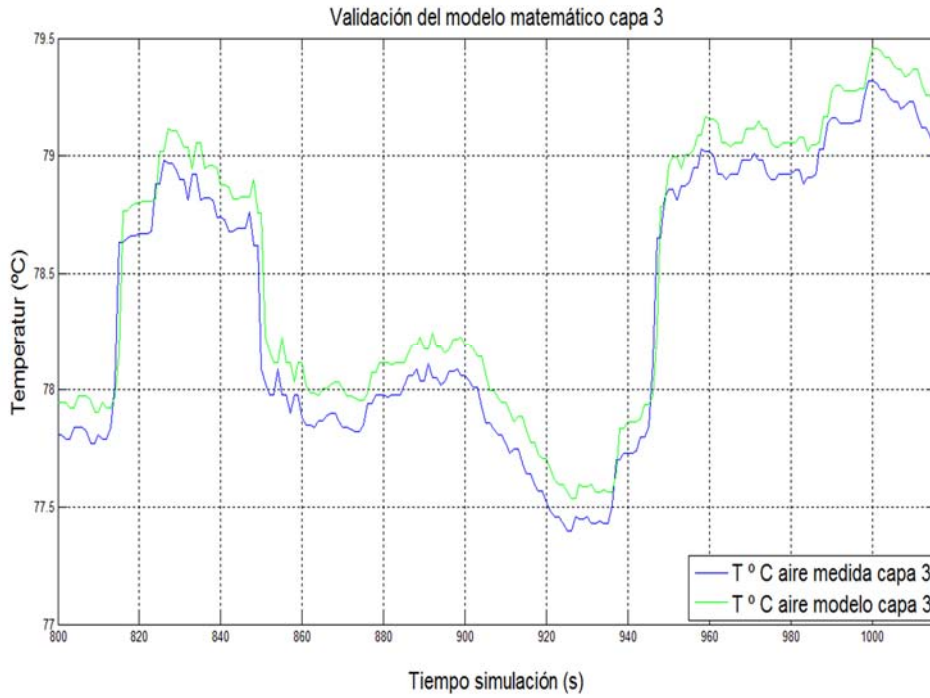
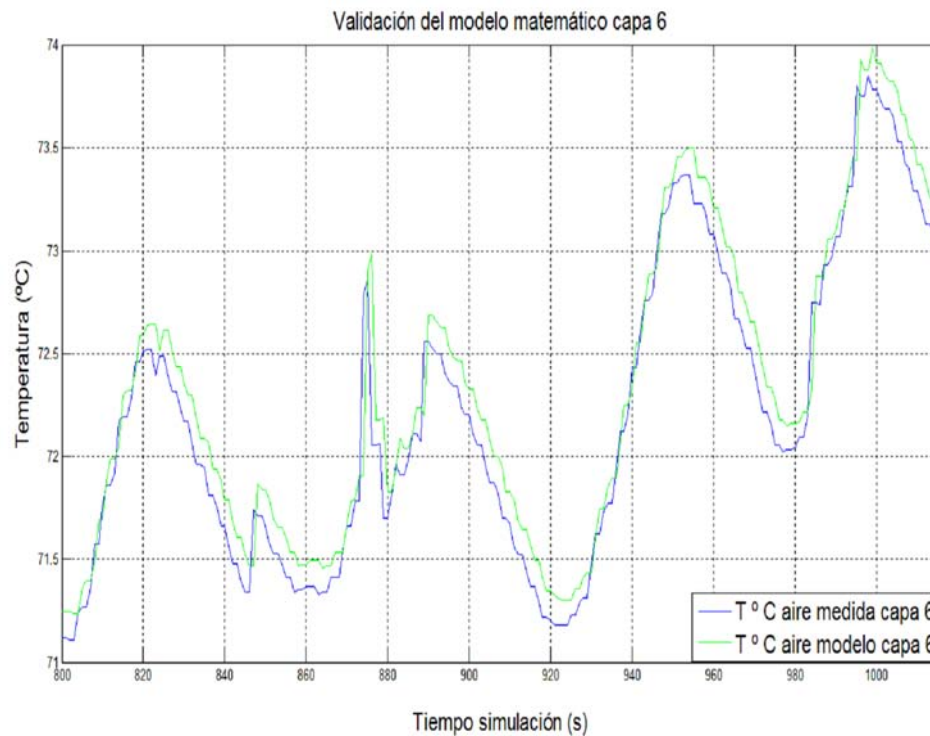


Figura 3-11: Temperatura del aire capa 6. Validación del modelo.



34 Modelo matemático del proceso de cocción de la mortadela

Como se observa en estas Figuras, la curva de color azul representa los datos medidos a la salida de la capa 1 y la curva de color verde representa los datos obtenidos para la validación del modelo; además se aprecia que el error entre los datos medidos de salida de la capa y los datos obtenidos de validación de dicha capa son prácticamente despreciables. (ver Ecuaciones (3.12) y (3.13)).

$$\varepsilon = \frac{\sum_{k=1}^N |T(k) - T_n(k)|}{N} \quad (3.12)$$

$$\varepsilon_t = \varepsilon \quad (3.13)$$

Con las ecuaciones (3.12) y (3.13) es posible calcular el error medio cuadrático de validación del comportamiento de la temperatura del aire y de la mortadela en cualquier capa del carro de cocción del horno.

Los errores calculados para el aire en la capa 1 y la mortadela en la capa 7 son ε_{t1} y ε_{t7} respectivamente.

Las Figuras 3-16 y 3-17 hacen referencia al error para la temperatura del aire de la capa 1 y para la temperatura de la mortadela en la capa 7, respectivamente una vez se calculó el error con la ecuación (3.11).

Figura 3-12: Temperatura de la mortadela capa 2. Validación del modelo.

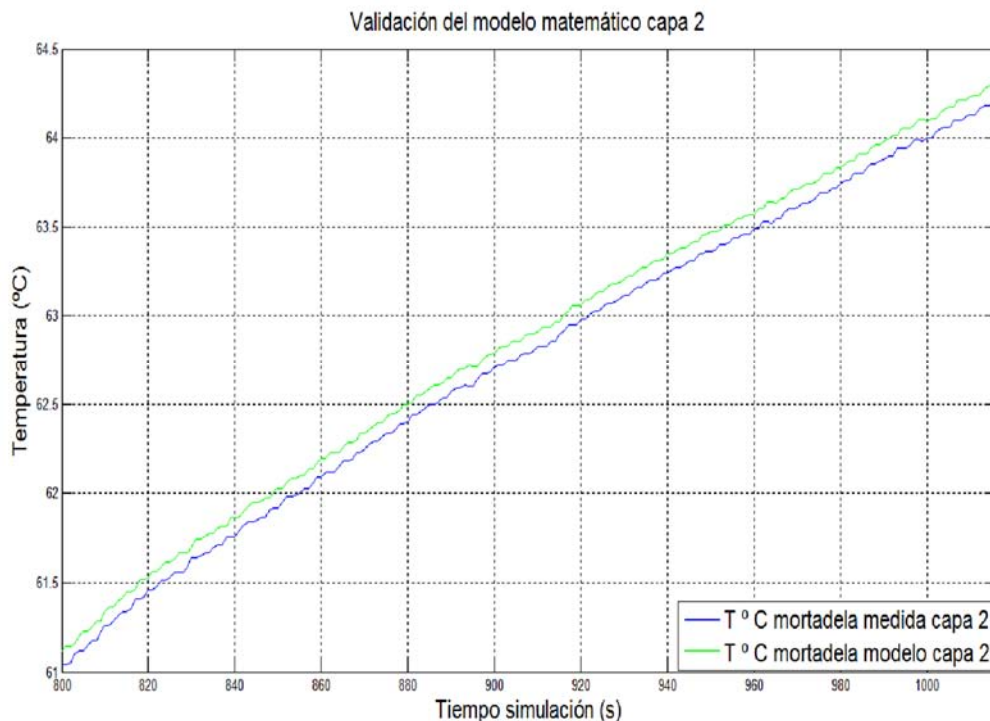


Figura 3-13: Temperatura de la mortadela capa 4. Validación del modelo.

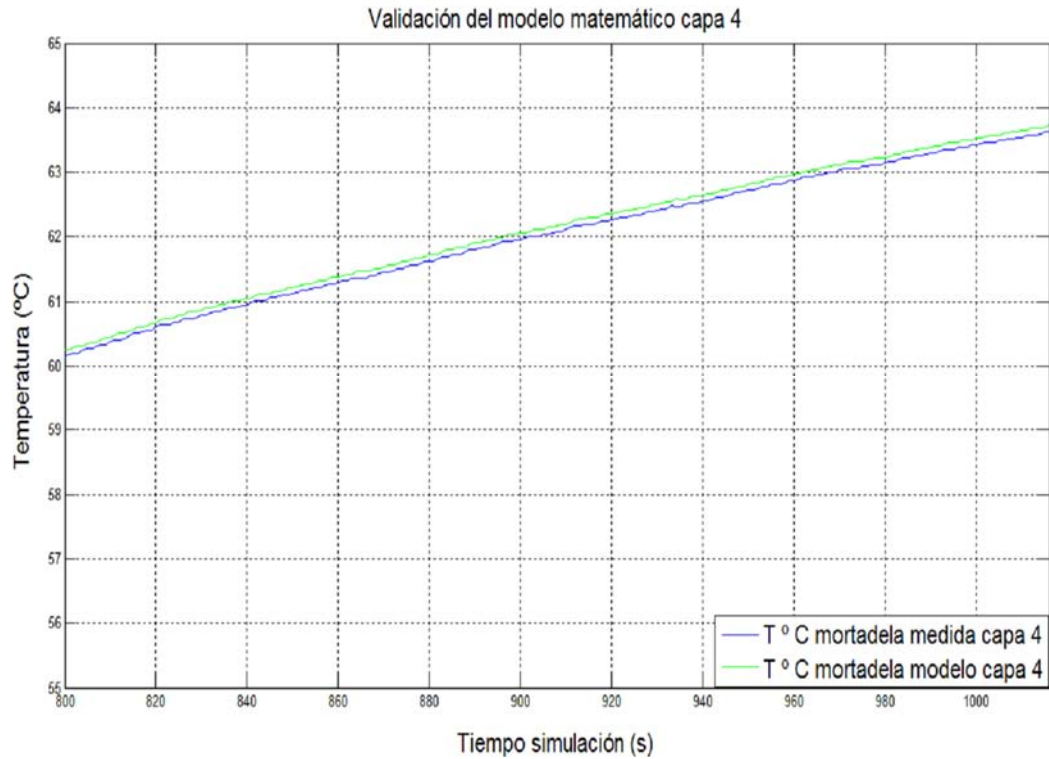
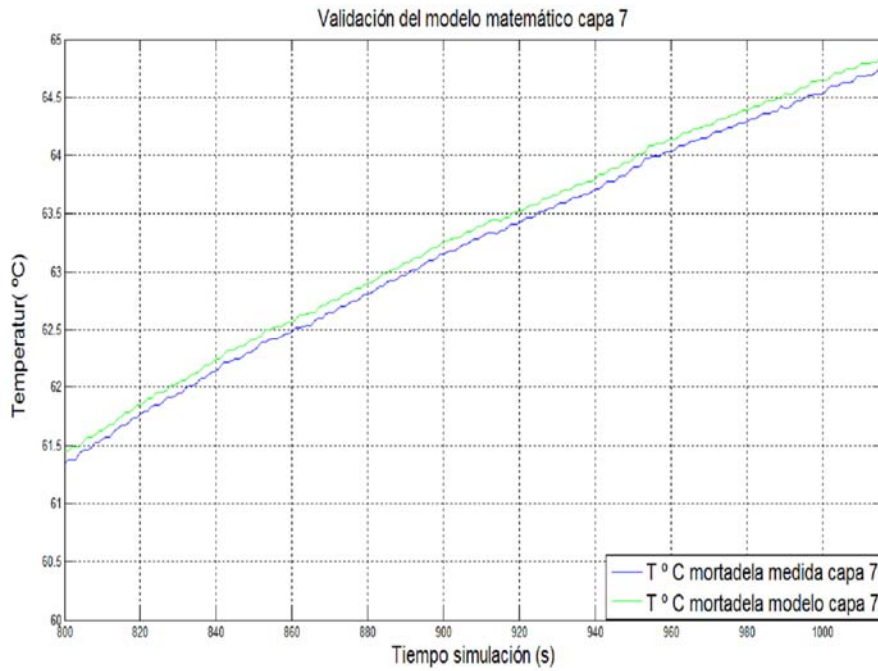


Figura 3-14: Temperatura de la mortadela capa 7. Validación del modelo



36 Modelo matemático del proceso de cocción de la mortadela

Figura 3-15: Señal de entrada de vapor al proceso de cocción

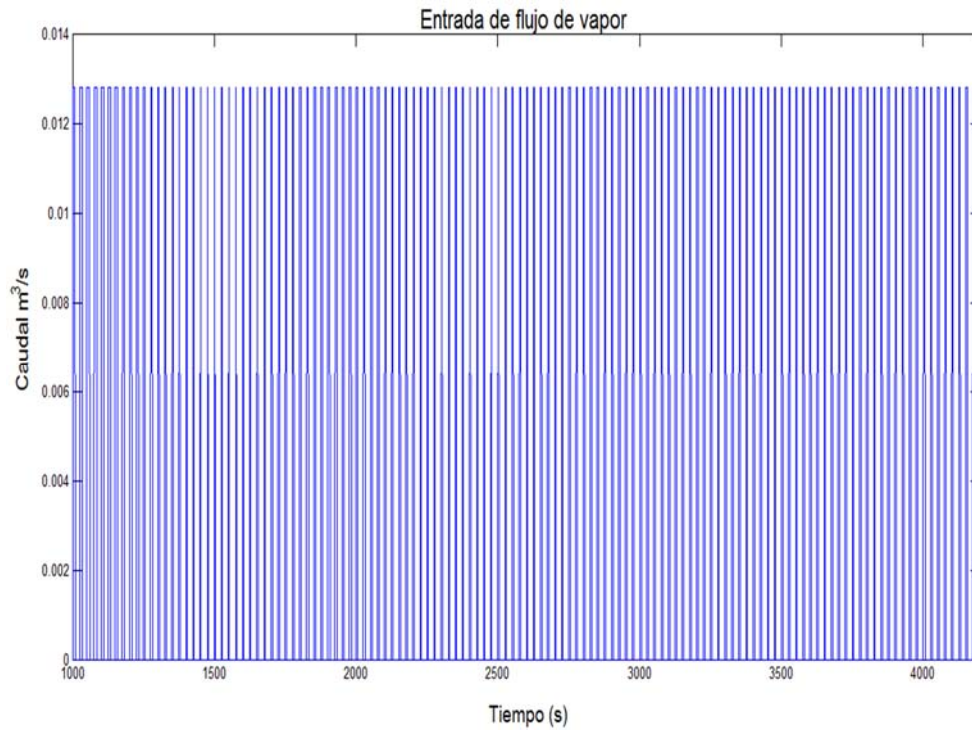


Figura 3-16: Error validación del modelo. Aire capa 1

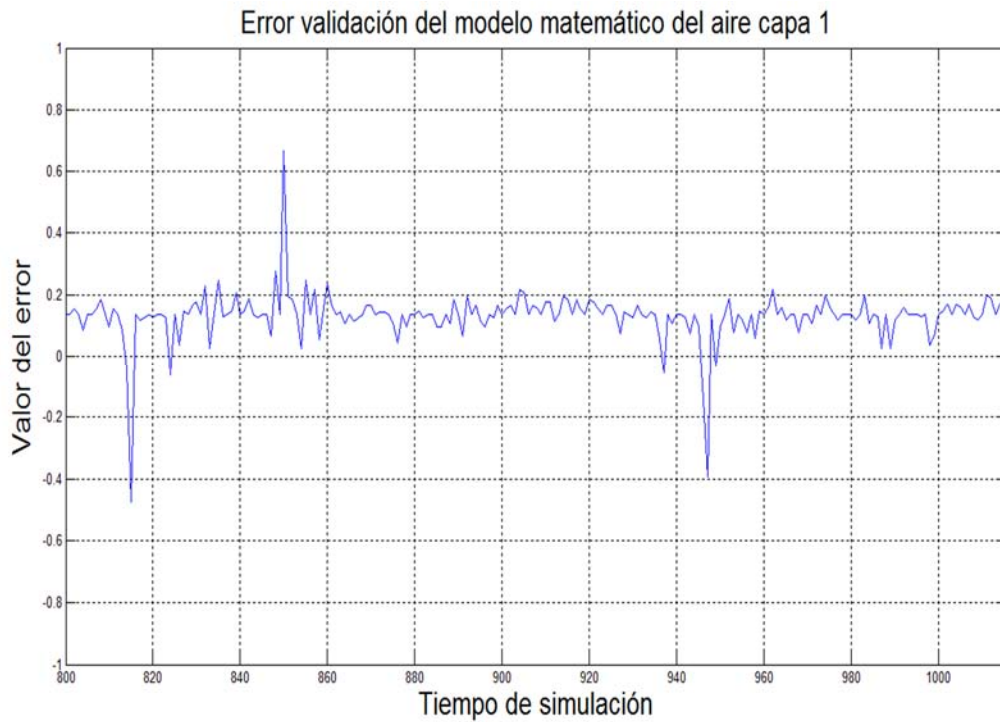
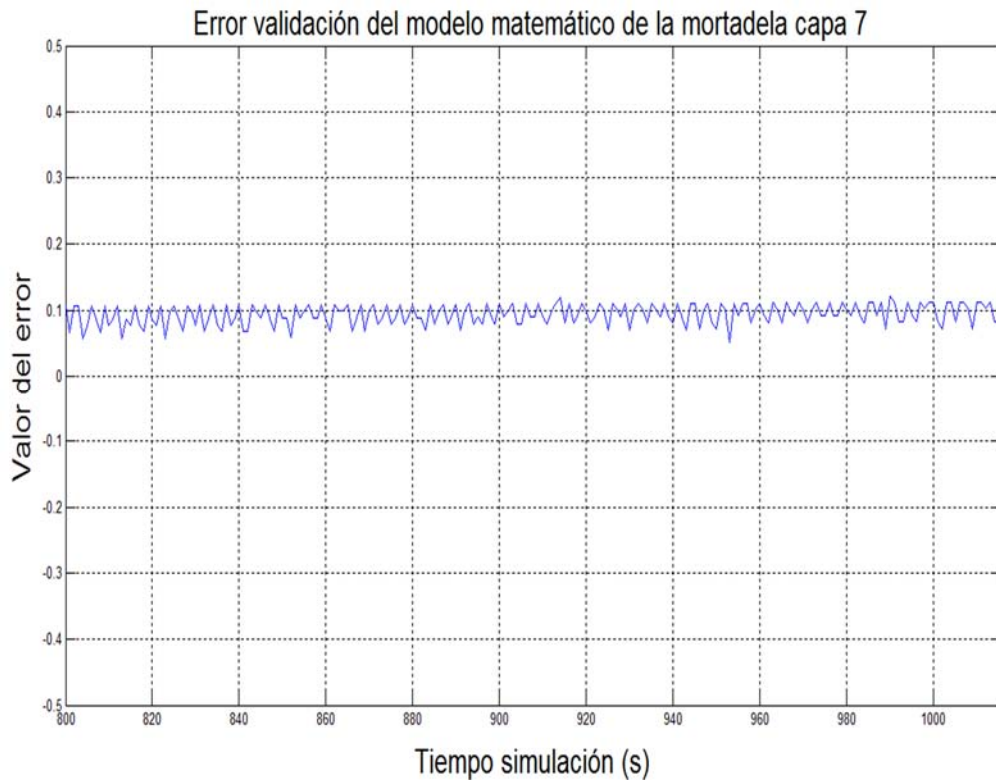


Figura 3-17: Error validación del modelo mortadela capa 7



Como se puede observar en las Figuras 3-9, 3-10, 3-11, 3-12, 3-13 y 3-14 la validación del modelo matemático es muy buena, debido a que el error entre la curva del modelo y la curva del porcentaje de los datos experimentales tomados son muy parecidas; es decir la diferencia de ambas curvas es casi cero, hecho que está muy ligado a la buena medición de las variables del proceso, ya que se contó con una instrumentación rigurosamente calibrada por el departamento de metrología de la empresa donde se desarrolló la tesis. Este hecho es muy importante resaltarlo porque la medición y toma de datos son factores determinantes para obtener un buen control de temperatura por la estrategia de control MPC. El cual se desarrollará en la siguiente sección.

4. Control predictivo basado en modelo

El Control Predictivo Basado en Modelo (CPBM), o más conocido como MPC (por sus siglas del inglés, *Model Based Predictive Control*), es una gama muy amplia de métodos de control que hacen un uso explícito de un modelo del proceso para obtener la señal de control minimizando una función objetivo, cuyas características básicas constitutivas son [11]:

- Uso explícito de un modelo para predecir la salida del proceso en instantes de tiempos futuros (horizonte de predicción finito especificado).
- Cálculo de las señales de control minimizando una cierta función objetivo.
- Estrategia de tiempo deslizante, de forma que en cada instante el horizonte se va desplazando hacia el futuro, lo que implica aplicar la primera señal de control en cada instante y desechar el resto, repitiendo el cálculo en cada instante de muestreo.

El MPC está constituido básicamente por los siguientes elementos.

- Modelo de predicción
- Función objetivo
- Ley de control

4.1 Estrategia del control predictivo basado en modelo

Como se había mencionado el control predictivo hace uso de un modelo del proceso para predecir las evoluciones futuras; mediante un horizonte de predicción definido.

Para obtener una estrategia de control óptima se minimiza el funcional de costo; en el cual se incluyen el error que debe ser minimizado y el esfuerzo de control que a su vez es penalizado sobre un horizonte de control específico; éste deberá ser menor al horizonte de predicción o en muy pocos casos igual al horizonte de predicción. Un algoritmo de control predictivo se puede describir en los siguientes pasos, según [12]:

1. Muestreo o mediciones de la salida de la planta.

2. Uso del modelo de la planta para predecir el comportamiento futuro sobre un horizonte de predicción N_p cuando una acción de control se aplica a lo largo de un horizonte de control N_c .
3. Cálculo de la secuencia de control óptimo. $\{u(k), \dots, u(k+N_c)\}$ Que minimiza.

$$\min_{u(k), \dots, u(k+N_c)} J(u(k), y(k), w(k)), \quad (4.1)$$

sujeto a las restricciones:

$$\begin{aligned} x(k+1) &= f(x(k), u(k)) \\ y(k) &= g(x(k), u(k)) \\ y_{min} &\leq y(k) \leq y_{max}, \quad \forall k = 1, \dots, N_p \\ u_{min} &\leq u(k) \leq u_{max}, \quad \forall k = 1, \dots, N_u \\ \Delta y_{min} &\leq \Delta y(k) \leq \Delta y_{max}, \quad \forall k = 1, \dots, N_p \\ |\Delta u(k)| &\leq \Delta u_{max}, \quad \forall k = 1, \dots, N_u \end{aligned}$$

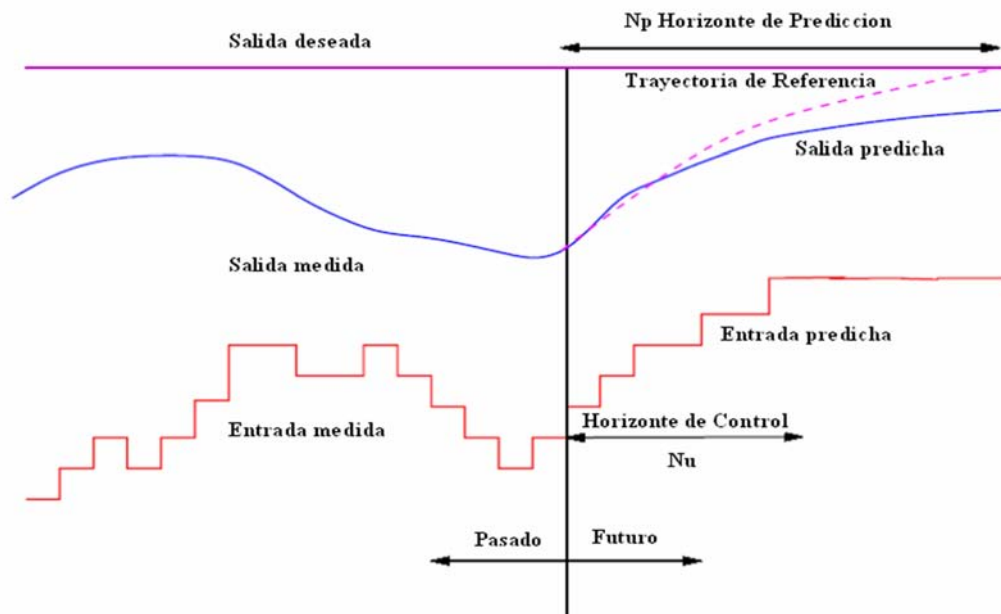
donde, $J(\cdot)$ es el funcional de costo y es cuadrática de la forma:

$$J(u(k), y(k), r(k)) = \sum_{t=k}^{k+N_p} (w(t) - y(t))^T Q (w(t) - y(t)) + \sum_{t=k}^{k+N_c} (u(t))^T R u(t) + \delta u(t)^T S \delta u(t), \quad (4.2)$$

y donde, $u(k)$ presenta las entradas del sistema, $x(k)$ representa el estado del sistema, $y(k)$ las salidas. Las funciones $f(\cdot)$ y $g(\cdot)$ representan la dinámica del modelo de la planta, $w(k)$ es la señal de referencia, $\delta u(t) = u(t) - u(t-1)$, Q es una matriz definida positiva, R y S son matrices semidefinidas positivas.

4. Aplicar la entrada $u(k)$ y repetir el procedimiento hasta el próximo periodo de muestreo. La Figura 4-1 representa el comportamiento de un MPC, en la cual haciendo uso del modelo en cada instante de tiempo t se predicen las salidas futuras en el horizonte de predicción finito especificado N_p éstas salidas predichas dependen de los valores conocidos hasta el instante de tiempo t (entradas y salidas pasadas) y de las señales de control futuras u .

Figura 4-1: Horizonte de predicción y Horizonte de control de un MPC



El conjunto de señales de control se calculan optimizando un determinado criterio con el fin de mantener el proceso lo más cerca posible a la trayectoria de referencia (*set point*); este criterio suele tomar la forma de una función cuadrática de los errores entre la salida predicha y la trayectoria de referencia también predicha, incluyendo en muchos casos el esfuerzo de control.

La señal de control es enviada al proceso rechazando el resto de la secuencia, porque en el siguiente instante de muestreo ya se conoce. En el siguiente instante de tiempo se repite el cálculo aplicando sólo el primer valor de la secuencia óptima y así sucesivamente.

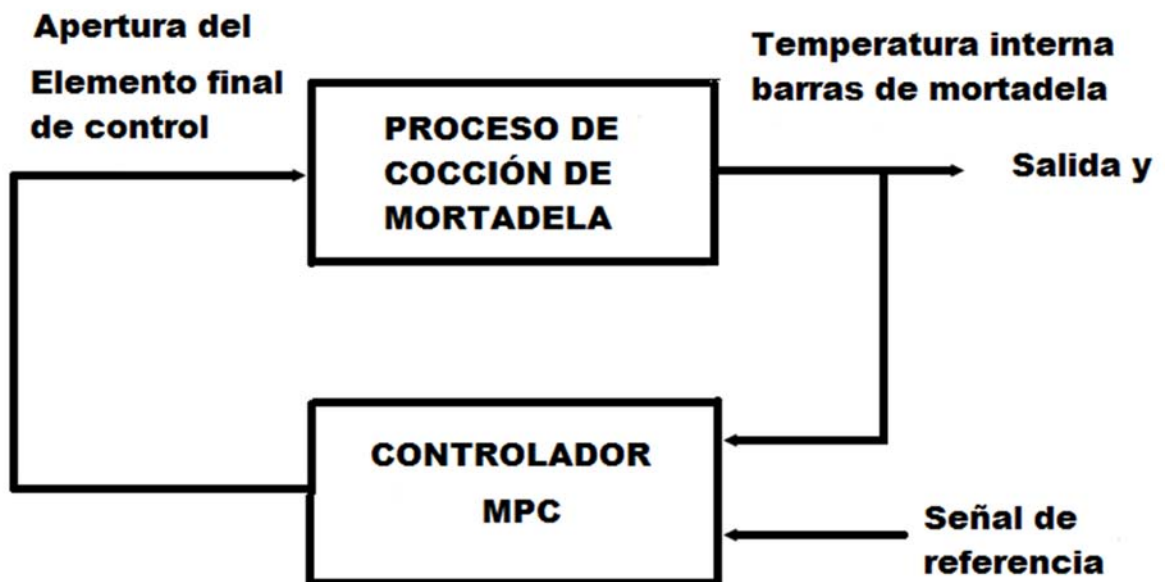
4.2 Diseño del MPC para el proceso de cocción

El diseño del MPC del proceso de cocción se hace utilizando el *Model Predictive Control toolbox* de MATLAB & Simulink [13], en éste se puede encontrar el bloque “MPC Controller block” en el cual están incluidos todos los elementos necesarios y suficientes para obtener el diseño del control de temperatura para la etapa de cocción de la mortadela y cuyas expectativas se ajustan a este trabajo. El funcionamiento del “MPC Controller block” se describe en [13] y básicamente es el mismo que se mencionó en los pasos 1, 2, 3, 4 de la sección 4.1.

En la Figura 4-2 se observa un diagrama en bloque para la etapa de cocción de mortadela. En ésta se identifica la planta del proceso y el controlador MPC.

Con el diseño del control predictivo para el proceso de cocción se pretende controlar las temperaturas internas de las barras de mortadela que están alojadas en los carros de cocción que hay al interior del horno; considerando desde luego la restricción de que la diferencia de temperatura entre barras de mortadela no exceda los 6 °C.

Figura 4-2: Diagrama en bloques de controlador MPC para la etapa de cocción de mortadela



Un proceso normal para la etapa de cocción de mortadela se desarrolla en dos secciones a las cuales se les asignan dos valores de referencia de temperaturas y cada valor de ésta tiene un tiempo estimado en el proceso, el cual es asignado por el departamento de calidad; por ejemplo como se plantea a continuación:

- Sección 1: De 0 °C en un tiempo de 0 min.
- Sección 2: De 0 °C en un tiempo de 0 min.

Estos dos valores para estas secciones aunque realmente no son los definitivos de la etapa de cocción, si están dentro de la trayectoria trazada por la empresa para la cocción de la mortadela. En otras palabras son interpolaciones de la

42 Control predictivo basado en modelo

trayectoria de la etapa de cocción; las temperaturas y tiempos allí planteados corresponden a un proceso normal de cocción con un controlador PID.

El diseño del MPC para la etapa de cocción igualmente se desarrolla en dos secciones. Los valores de referencia de temperatura seleccionados son los mismos planteados con el control PID, pero los tiempos para estas temperaturas se disminuyen con el fin de optimizar el proceso y quedan de la siguiente manera:

- Sección 1: De **34 °C a 49 °C** en un tiempo de **30** min.
- Sección 2: De **49 °C a 61 °C** en un tiempo de **27** min.

Para el diseño de MPC del proceso de cocción de la mortadela se toma un sistema de control para una entrada y varias salidas (SIMO: una entrada, múltiples salidas) para controlar la temperatura de las barras de mortadela en todas las capas de los carros de cocción. En el que el flujo de vapor de agua es la entrada al sistema, la temperatura de la mortadela las salidas y el cambio de temperatura de las barras de mortadela la perturbación del sistema respectivamente.

El MPC se implementó en el entorno de programación Matlab mediante el MPCtool para las dos secciones de la etapa de cocción. En la Tabla 4-1 se muestran los valores para el MPC que se estimaron para obtener un buen comportamiento del control de temperatura del proceso de cocción de mortadela.

En la Tabla 4-1 se presentan los parámetros que se utilizaron para el MPC en ambas secciones del proceso de sección.

Tabla 4-1: Valores de los parámetros para el MPC.

PARÁMETRO	VALOR
N_p	20
N_c	17
U_{max}	4
U_{min}	1
<i>Input weights</i>	1,0
<i>Output weights</i>	72

Es claro que en la mayoría de los controladores la estabilidad no está garantizada, y por otro lado no existe un método estandarizado para obtener los mejores parámetros del controlador, recurriéndose entonces a ajustes heurísticos que en definitiva no dan una garantía de éxito. Por ello se han establecido

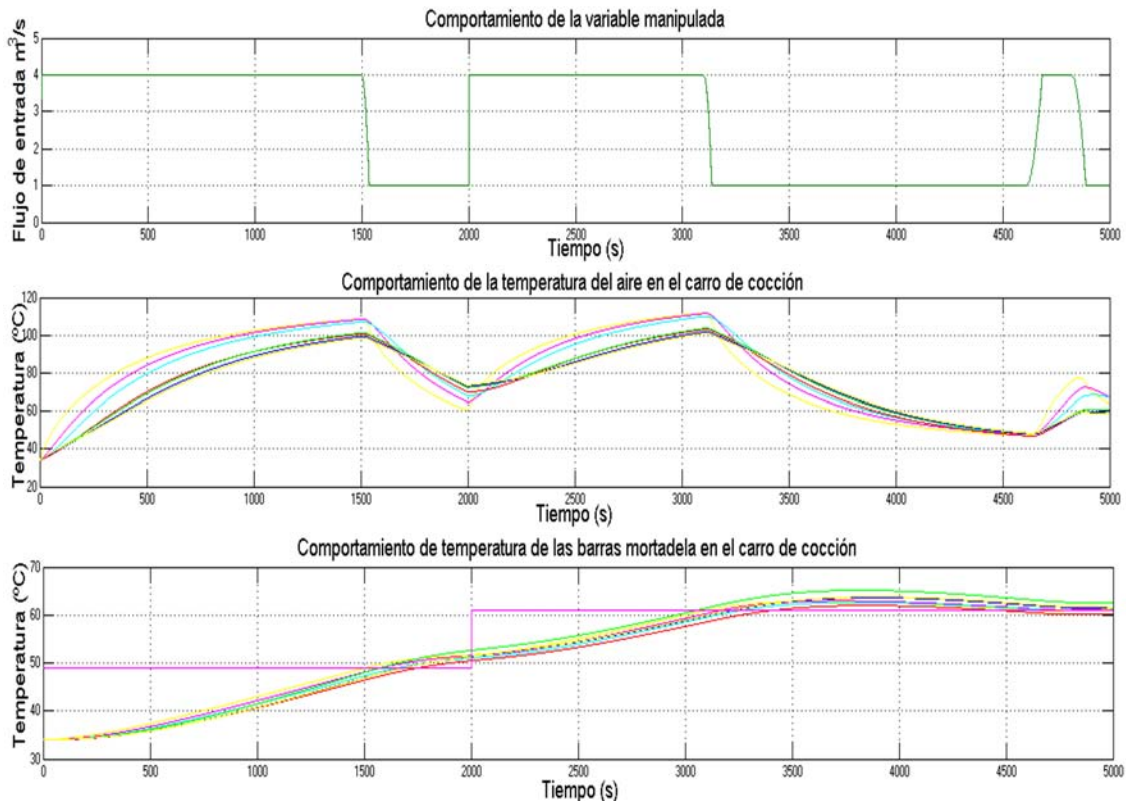
algunas reglas prácticas de ajuste, como por ejemplo la elección del horizonte de predicción que se estima 5 veces el tiempo de establecimiento, el horizonte de predicción que debe ser menor al horizonte de control o a lo sumo igual, por otro lado las restricciones del proceso juegan un papel fundamental en el buen comportamiento del controlador; ya que se encargan de limitar el comportamiento de la variable manipulada (entrada de flujo de vapor) con el fin de determinar condiciones inseguras o anormales que en determinado momento comprometan la seguridad y estabilidad del proceso; y además indican los límites en los cuales debe mantenerse el funcionamiento del sistema. Reglas como éstas se consideraron para determinar los parámetros del MPC (tabla 4-1) del proceso de cocción de mortadela.

En la Figura 4-3 se muestran resultados de simulación de la primera y segunda sección de la etapa de cocción respectivamente. En éstas se puede observar el comportamiento de la temperaturas de las barras de mortadela, el comportamiento de la temperatura del aire bajo la acción del controlador MPC y el comportamiento de la variable manipulada una vez realizados los ajustes del proceso para las dos secciones de la etapa de cocción. Cada color en las Figuras representa el comportamiento de la temperatura de las barras de mortadela y el comportamiento de la temperatura del aire en cada capa del carro de cocción respectivamente.

Con los ajustes que se le realizan al MPC en la primera sección de la etapa de cocción (para el Set Point de 49 °C), se logra obtener un tiempo menor para alcanzar la temperatura de 49 °C con respecto al tiempo actual que se obtiene con el PID; este tiempo es inferior en 5 min dado que el tiempo obtenido con el MPC es de 30 min como se puede ver en la Figura 4-3. Igualmente se observa el comportamiento de la temperatura del aire para esta primera sección de la etapa de cocción y el comportamiento de la variable manipulada; es decir el comportamiento de todo el sistema. Aquí es posible establecer que el comportamiento de las barras de mortadela está dentro de la banda de referencia de 6 °C estimados por el departamento de calidad y lo que es aún mejor se obtiene una banda de temperatura de 2 °C entre las barras de mortadela.

En la segunda sección de la etapa de cocción (Set Point 61°C) se observa el comportamiento de la variable manipulada, el comportamiento de la temperatura del aire y de temperatura de las barras de mortadela. Igualmente se puede ver que el tiempo para alcanzar la temperatura de los 61 °C es de 27 min, el cual es menor en 28 min al tiempo de la segunda sección de la etapa de cocción con el controlador PID que normalmente trabaja.

Figura 4-3: Temperaturas de las barras de mortadela, del aire y comportamiento de la variable manipulada por capas con el MPC



Cuando se realiza la sintonía del MPC se permite obtener diferentes comportamientos en las temperaturas de las barras de mortadela en cada sección de la etapa de cocción. Lo importante en esta sintonía es establecer el criterio de consumo de energía contra el tiempo estimado para la cocción de la mortadela, de tal forma que se garantice eliminar los microorganismos nocivos para la salud del consumidor y manteniendo las características organolépticas del producto establecidas por el departamento de calidad.

Finalmente, es importante recordar que el MPC para el proceso de cocción de mortadela es un sistema SIMO (una entrada, múltiples salidas) porque se tiene una entrada y se están controlando las temperaturas de las siete capas de las barras de mortadela que hay en un carro de cocción.

Es de anotar que la variable que se está sensando es la temperatura interna de la barra de mortadela de la capa 1 con el fin de que las demás barras de mortadela de todas las capas sigan la trayectoria de temperatura que toma la barra de ésta capa.

En la Figura 4-3 se observa que todas las temperaturas de las barras de mortadela de las siete capas siguen la trayectoria de la barra de mortadela seleccionada.

4.3 Control PID para proceso de cocción

Como se había mencionado el control que regula la temperatura de la cámara del horno es una estrategia de control PID, el cual controla la temperatura del aire al interior del horno. Ahora bien, con el diseño del MPC se cambia totalmente el concepto para la regulación de la temperatura; puesto que el MPC controlará el comportamiento de la temperatura interna de las barras de mortadela. Lo anterior implica la necesidad de diseñar un PID para regular la temperatura interna de las barras de mortadela con el fin de obtener un comparativo entre el MPC y el PID.

La Figura 4-4 presenta el comportamiento de la variable manipulada, de la temperatura del aire, y el comportamiento de la temperatura de las barras de mortadela en el carro de cocción con el nuevo controlador PID, luego de calcularlo mediante el método de la curva de reacción y ajustado bajo los criterios planteados por Ziegler - Nichols [14] para la etapa de cocción.

Para el diseño del nuevo PID es importante considerar aspectos que puedan de alguna forma afectar el buen funcionamiento de este nuevo controlador. Por ejemplo si el controlador se enfrenta a variaciones en la variable controlada, cuando se introduce un cambio brusco en la referencia, puede presentarse el caso que el actuador llegue rápidamente a su nivel de saturación, pero el término integral del controlador sigue integrando, en este caso, la señal de control calculada crece ilimitadamente, de manera que cuando la variable controlada alcanza el Set Point, el controlador no logra reaccionar inmediatamente debido a dicho valor anteriormente integrado. El resultado es un sobreimpulso mayor del esperado, aún cuando el PID esté bien sintonizado. Este fenómeno se denomina windup y como se dijo anteriormente, el efecto de windup del integrador puede producirse por grandes cambios en el Set Point o magnitudes importantes de perturbaciones que ingresan al sistema o mal funcionamiento de equipos. Algunas alternativas que contribuyen a solucionar el problema son:

Limitación del Set Point: Una forma para tratar de evitar el efecto windup es limitando las variaciones del Set Point de forma que la salida del controlador no alcance los valores límites del actuador. Este tipo de estrategia puede perjudicar el buen desempeño del controlador y no tiene efecto cuando la saturación se produce por perturbaciones.

46 Control predictivo basado en modelo

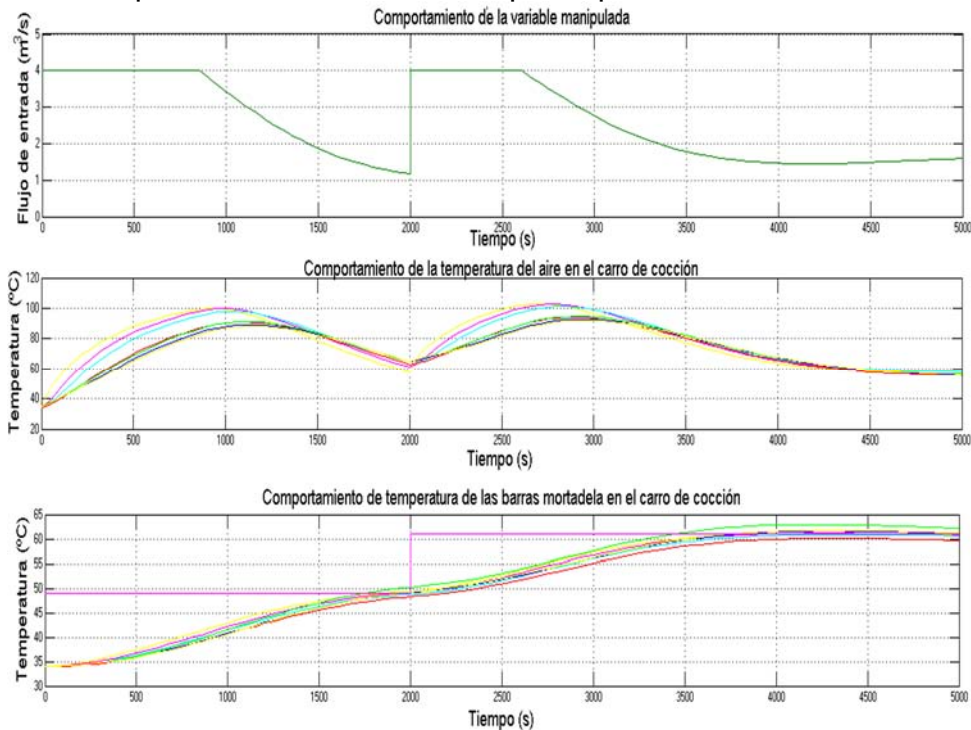
Recalculo de la acción integral: El método funciona cuando se satura el actuador, y consiste en recalcularse la acción integral de forma que el nuevo valor no alcance la magnitud de saturación [15].

Para el diseño del PID se utiliza el método de recalcular la acción integral. En la Figura 4-4 se puede observar que el tiempo de cocción para que las barras de mortadela aumenten la temperatura de 34 °C a 49 °C es de 33 min igualmente el tiempo para que las barras alcancen una temperatura de 49 °C a 61 °C es también de 34 min para un tiempo total de 67 min; éstos tiempos son menores a los estimados en un proceso de cocción normal.

Lo anterior implica que el tiempo total para el proceso de cocción de la mortadela con el MPC es de 50 min; mientras que para la cocción de la mortadela con el controlador PID nuevo es de 67 min.

Finalmente la energía entregada al proceso por el MPC es un 20% menor a la energía suministrada por el PID para el mismo proceso. Hecho marca una notable diferencia entre el control PID y el control del MPC.

Figura 4-4: Temperaturas de la mortadela por capas con control PID



Como se puede ver existe una gran ventaja del MPC con respecto al control PID; dado que con el MPC se pueden obtener mejores comportamientos para el

proceso de cocción de la mortadela; puesto que los tiempos para el proceso se pueden manejar sintonizando las restricciones del proceso haciéndolos más largos o más cortos sin perder la estrategia de control y estando las diferentes temperatura de las barras de mortadela entre la banda de la trayectoria deseada.

Tabla 4-2: Valores de los tiempos del MPC y del PID

	MPC	PID
Sobre impulso	4°C	2°C
Tiempo de llegada	1800s – 1200s	2000s – 2000s
Tiempo de establecimiento	2000s – 4000s	2000s – 4500s

En la Tabla 4-2 se puede ver resultados en tiempos de cocción del MPC con el tiempo de cocción con el PID.

5. Conclusiones y trabajos futuros

5.1 Conclusiones Generales

En el desarrollo de esta tesis de maestría fue posible diseñar el MPC para la etapa de cocción del proceso térmico de las barras de mortadela. Además se pudo obtener un comportamiento adecuado para el MPC en dicho proceso, dado que se logra obtener en el tiempo estimado los valores deseados de las temperaturas para las barras de mortadela.

Por otro se logra desarrollar el modelo matemático que describe el comportamiento de la temperatura de las barras de mortadela y el comportamiento de la temperatura del aire durante la etapa de cocción.

El modelo matemático que se desarrolló es válido para cualquier etapa del proceso de cocción; es decir se puede aplicar a la etapa de enrojecido, secado o la de cocción, dado que las leyes físicas que gobiernan dicho proceso rigen para cualquiera de éstas etapas, la diferencia estaría en que a cada etapa se le calcularían sus parámetros correspondientes.

Otro aspecto importante del modelo matemático, es que se puede utilizar para implementar el MPC en cualquier horno (horno de 2, 4, 6, 8, y 12 carros de cocción) de la industria de alimentos donde se desarrolló la tesis; debido a que la construcción y el funcionamiento de éstos horno es muy similar.

Con el diseño del MPC para el proceso de cocción de mortadela se cambia el concepto de la estrategia de control actual, porque ya no se controla la temperatura del aire alrededor de las barras mortadela; si no que se controla la temperatura interna de éstas, además se hace posible controlar el tiempo de duración del proceso de cocción manejando las restricciones del proceso y los parámetros del controlador.

Otro aspecto importante para resaltar con el diseño del MPC para el proceso de cocción de la mortadela es que se está garantizando que las temperaturas en todas las capas estén entre la banda de 6 °C establecidos por el departamento de calidad de la compañía, más aun con la sintonía se logra obtener una banda de diferencia de temperaturas entre barras de tan sólo ± 2 °C.

Con el diseño del PID si bien se logra una reducción el tiempo importante en la etapa de cocción. Con el MPC se logra también una reducción del tiempo de cocción aún mejor que la obtenida con el PID, pero lo más importante es que la energía invertida en el MPC es un 20% menor a la energía que se invierte con el nuevo PID.

5.2 Trabajos Futuros

Tomando como referencia este trabajo de maestría a futuro se pueden realizar algunos trabajos que complementen.

- Obtener y validar el modelo matemático para las etapas de secado y de enrojecido, para así tener el modelo completo de todo el proceso de cocción de mortadela.
- Implementar el MPC para los procesos reales en los diferentes hornos de la industria donde se desarrollo este trabajo; es decir para hornos de 2, 4, 6 ,8 y 12 carros.
- El estudio de diferentes procesos de cocción para otros productos. Por ejemplo obtener y validar el modelo matemático para el salchichón, para el jamón, las salchichas y entre otros y además, Implementar el MPC.

Referencias bibliográficas

- [1] BORDÓNS, Carlos. I Curso de Especialización en Automática Aguadulce, Almería: Departamento de Ingeniería de Sistemas y Automática Universidad de Sevilla, 2000.
- [2] ESPINOSA, Jairo. Control Avanzado de Procesos- Una visión integral Minicurso VI Congreso Colombiano de Automática. Ibagué, 2004
- [3] GIRALDO, Daniel; SANTOS, Dolly; COTRIÑO, Badillo. Estrategia de control predictivo sobre un modelo matemático de un evaporador. Bogotá, Colombia: Universidad de Nacional de Colombia, 2006.
- [4] GEANKOPLIS, Christine J. Procesos de Transporte y Operaciones Unitarias, 3ª edición, Universidad de Minnesota. México: Continental, 1998
- [5] DAHLEH, Mohammed; MUNTHER, Dahleh; VERGHESE, George. Lectures on Dynamic Systems and Control. Department of Electrical Engineering and Computer Science. Massachusetts Institute of Technology, 2003
- [6] LOVE, Jonathan; COURT, Merz. Process Automation Handbook: a guide to theory and practice. London: Springer-Verlag, 2007.
- [7] BLASCO, Javier. Curso on line de Tecnologías de Piping. Universidad de Zaragoza, 2006. http://piping.unizar.es/ejemplo_valvulas.pdf
- [8] J. P. HOLMAN, Transferencia de Calor. 8ª ed., Madrid: Mc Graw Hill, 1998.
- [9] K. M. HANGOS, L T. Cameron. Process Modelling and Model Analysis. Vol 4, London, Academic Press, 2001.
- [10] IPANAQUÉ, William; VASQUEZ, Edilberto. IX Congreso Latinoamericano de Control Automático - IV Congreso de la Asociación Colombiana de Automática. Identificación y control predictivo. Cali, Noviembre 1-3 del 2000.
- [11] CAMACHO, Eduardo; BORDONS Carlos. Model Predictive Control. Great Britain: Springer, 1999.

- [12] ESPINOSA, Jairo; VANDEWALLE, Joos and WERTZ, Vincent. Fuzzy Logic, Identification and Predictive Control. Springer, 2004.
- [13] BEMPORAD, Alberto. MORARI, Manfred, RICKER, N. Lawrence Ricker, Model Predictive Control Toolbox™ 3 User's Guide, Matlab
- [14] SMITH, Carlos A; CORRIPIO, Armando B. Control Automático de Procesos Teoría y Práctica. Limusa, 1991.
- [15] ASTROM, Karl. HAGGLUND, Tore. PID Controllers: Theory, Design and Tuning. 2ª ed. United State of America. By Instrument Society of America, 1995