CAPITULO 6º

ESPIRALES

Cuando se han usado **curvas circulares** en ferrocarriles, se ha notado que al pasar de la tangente a la curva hay un cambio brusco de dirección, el cual es perjudicial e incómodo. Además, al moverse un tren en una curva, la **fuerza centrífuga** desarrollada tiende a sacarlo hacia afuera. Para corregir aquel defecto se han usado las llamadas **curvas de transición**, las cuales tienen por objeto unir las tangentes a la curva circular. Al efectuar el cambio, de una curva circular por una curva circular y dos espirales, la primera conserva su radio y su grado primitivos, pero su longitud queda disminuída en la longitud de una espiral. La fig. 21 representa una curva circular HMH', la cual ha sido reemplazada por las espirales AC, A'C', y la curva circular CC'.

Entre las curvas de transición la más comúnmente empleada en el trazado de ferrocarriles es la llamada ESPIRAL CUBICA, la cual no es sino una parábola cúbica ligeramente modificada. Esta tiene la propiedad de que su radio en el origen A (fig. 21) es infinito y va decreciendo hasta tener el valor del radio de la curva circular en el punto C.

Deducción de la fórmula de la espiral cúbica.— Se dijo antes que al entrar el tren en una curva, la fuerza centrífuga desarrollada tiende a sacarlo hacia afuera. Con el objeto de contrarrestar la acción de esa fuerza se ha puesto en práctica lo que se llama el **peraltado** de la vía, el cual consiste en elevar en las curvas el nivel del riel exterior sobre el del riel interior, una cierta altura denominada **peralte.**

La fig. 22 representa un corte transversal de una vía peraltada. Llamemos: P, el peralte; G, el ancho de la vía; W, el peso del tren, y F y F', las dos componentes del Peso W.

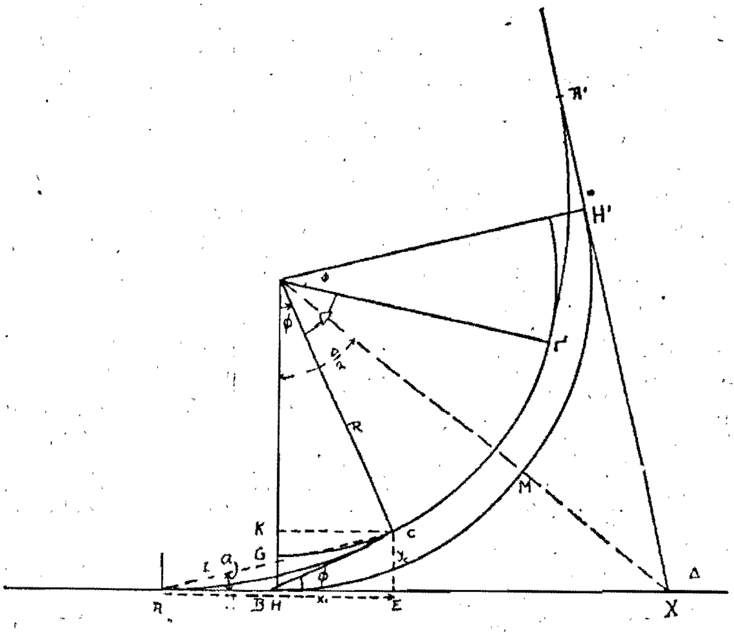

Fig. 21

Por la semejanza de triángulos se tiene:

$$\frac{F}{W} = \frac{P}{g} \therefore F = \frac{P\ w}{g}$$

Sin error apreciable se puede admitir que la fuerza F actúa paralelamente a la base del plano inclinado y en sentido directamente opuesto a la fuerza centrífuga Q.

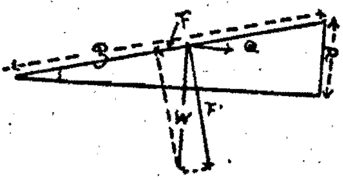

Fig. 22

Por Mecánica se sabe que: Fuerza centrífuga

$$Q = \frac{Mv^2}{r} = \frac{Wv^2}{9{,}81\ r}$$

Por lo dicho arriba, para que una vía quede segura tiene que cumplir la relación: F=Q, o de otro modo:

$$\frac{P\,W}{g} = \frac{Wv^2}{9{,}81\ r} \quad \therefore \quad P = \frac{v^2\,g}{9{,}81\ r} \ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

En la fig. 21 la curva AC representa la espiral Sean (x_c, y_c) las coordenadas del punto C con relación a los ejes XY.

El peralte P aumenta a lo largo de la espiral, de suerte que es mínimo en A y máximo en C. Si llamamos i el aumento por unidad de longitud, tendremos que a una distancia x el peralte será:

$$P = ix \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

(Nótese que al hacer esta consideración se toma como longitud de la espiral su proyección sobre el eje de las XX.)

Igualando (1) y (2), se tiene:

$$ix = \frac{g\ v^2}{9{,}81\ r} \quad \therefore \quad r = \frac{g\ v^2}{9{,}81\ ix} \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (3)$$

Y para el punto C:

$$R = \frac{g \; v^2}{9{,}81 \; ix_c} \quad \therefore \quad R\,x_c = \frac{g \; v^2}{9{,}81 \; i}$$

Reemplazando este valor en (3) resulta:

$$r = \frac{R\,x_c}{x} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (4)$$

Por Cálculo se sabe que el radio de curvatura (r) en un punto cualquiera de una curva es:

$$r = \frac{\left(1 + \frac{dy^2}{dx^2}\right)^{3/2}}{\frac{d^2y}{dx^2}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (5)$$

Además, por el mismo Cálculo, se sabe que:

$$dL = \left(1 + \frac{dy^2}{dx^2}\right)^{1/2} dx \,.$$

Reemplazando en (5), tenemos:

$$r = \frac{\left[\left(1 + \frac{dy^2}{dx^2}\right)^{1/2} dx\right]^3}{\frac{dx^3 \; d^2y}{dx^2}} = \frac{dL^3}{dx\,d^2y}$$

Sin error apreciable podemos tomar:

$$dx = dL;$$

$$\therefore r = \frac{dx^3}{dx \; d^2y} = \frac{dx^2}{d^2y} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (6)$$

Igualando (4) y (6) se tiene:

$$\frac{R\,x_c}{x} = \frac{dx^2}{d^2y} \quad \therefore \quad \frac{d^2y}{dx^2} = \frac{x}{R\,x_c}$$

Integrando:

$$\frac{dy}{dx}=\frac{x^2}{2R\,x_c}\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (7)$$

Volviendo a integrar:

$$y=\frac{x^3}{6R\,x_c}\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (8)$$

Esta es la ecuación de una parábola cúbica. Al deducirla hemos supuesto: $dx=dL$, lo que haría $x_c=L$. En la práctica, sin embargo, se toma como verdadera longitud de la curva, la longitud de la cuerda máxima; en este caso la curva toma el nombre de ESPIRAL CUBICA, y su fórmula es:

$$y=\frac{l^3}{6RL}\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (9)$$

Siendo: l la longitud de una cuerda cualquiera medida desde el origen;
R, el radio de la curva circular;
L, la longitud total de la espiral.

Fórmulas importantes.—Probar que:

Tangente $AI=T$ (fig. 21) $=\frac{L}{2}+(R+D)\ \text{tg.}\ \frac{\Delta}{2}$ siendo D=GH=**disloque** de la curva.

$$T=AH+HI\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (10)$$

$AH=AE-HE=x_c-HE=x_c-CK=x_c-R\,\text{sen}\ \phi,$ y por ser ϕ muy pequeño: $AH=x_c-R\,\text{tg}\,\phi$

Por (7) sabemos que: $\frac{dy}{dx}=\frac{x^2}{2R\,x_c}$. Pero $\frac{dy}{dx}$ es la tangente del ángulo que hace una tangente a la espiral con el eje de las XX: para el punto C se tiene:

$$\frac{dy}{dx} = t\ g\ \phi = \frac{x^2_c}{2R\ x_c} = \frac{x_c}{2R}$$

Por consiguiente:

$$AH = x_c - \frac{Rx^c}{2\ R} = \frac{x_c}{2} = \frac{L}{2}$$

$$HI = OH\ \ tg\ \frac{\Delta}{2} = (R+GH)\ tg\frac{\Delta}{2} = (R+D)tg\frac{\Delta}{2}$$

Reemplazando en (10) los valores hallados para AH y HI, se tiene:

$$T = \frac{L}{2} + (R+D)\ tg\ \frac{\Delta}{2}.$$

Esta fórmula se aplica para valores de G comprendidos entre 4° y 10°. Para valores mayores de G, la fórmula que debe usarse es:

$$T = (R+D)\ tg\frac{\Delta}{2} + L\cos\ \frac{\phi}{3} - R\text{sen}\ \phi\ ,$$

la cual sale inmediatamente de la fig 21. teniendo presente que el ángulo $\alpha = \frac{\phi}{3}$, según se demostrará más adelante.

Probar que: disloque $D = {}_2\frac{L^2}{4\ R}$

En la fig. 21 se tiene: $GH = CE - GK = y_c\ - GK.$ (11)

$$GK = GO - KO = R - \sqrt{R^2 - KC^2} = R - \sqrt{R^2 - HE^2}$$

$$= R - \sqrt{R^2 - \frac{L^2}{4}}$$

v

Y aproximadamente:

$$GK=R-\sqrt{R^2-\frac{L^2}{4}+\frac{L^4}{64\ R}}=R-(R-\frac{L^2}{8\ R}),$$

por ser $\frac{L^4}{64\ R}$ una cantidad muy pequeña.

Por consiguiente: $GK=\frac{L^2}{8R}$. Reemplazando en (11) tenemos:

$GH=y_c-\frac{L^2}{8R}$. Y por (9):

$$GH=\frac{L^3}{6RL}-\frac{L^2}{8\ R}=\frac{L^2}{6\ R}-\frac{L^2}{8\ R}\ \therefore$$

$$D=\frac{L^2}{24\ R}$$

Llamando α un ángulo de **deflección** para un punto cualquiera de la espiral, probar que $\alpha=\frac{l^2}{2\ p}$ siendo l la longitud de la cuerda de la espiral correspondiente a la deflección, y p=2, 3, 4, etc. según que se trate de espirales de 200, 300, o 400 veces el peralte.

En la fig. 21: Sen $\alpha=\frac{y}{l}$. Y por ser α muy pequeño, podemos poner:

$$\alpha=\frac{y}{l}=\frac{l^3}{6R\ Ll}=\frac{l^2}{6RL}\ \ldots\ldots\ldots\ (12)$$

En la práctica se toma la longitud total de la espiral (L) como 200, 300, 400, etc. veces el peralte, según la calidad de la vía. Así por ejemplo, en ferrocarriles de montaña como el de Amagá (Sección del Cauca), se usaron espirales de 200 veces el peralte; en el Troncal de Occidente se usan de 400 veces el peralte. El peralte se toma generalmente un centímetro de elevación por grado de curva. Según ésto:

$$L=p.\,100.e, \text{ (Siendo } e \text{ el peralte)}$$

Pero, $e=\frac{G}{100}$ metros, (siendo G el grado de la curva circular).

$$\therefore L=pG \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (13)$$

En la curva circular: $R=\frac{2C}{G}$

Reemplazando estos valores en (12) nos resulta:

$$\alpha=\frac{l^2\ G}{6\ p\ G20}=\frac{l^2}{120\ p} \text{ en grados; de donde,}$$

$$\alpha=\frac{l^2}{2\ p}, \text{ en minutos.}$$

Probar que: (Fig. 21) $\phi=3\ \alpha$.

De la fórmula (7) tenemos:

$$\frac{d\ y}{d\ x}=\frac{x^2}{2Rx_c}$$

Y para el punto C:

$$\frac{d\ y}{d\ x}=\frac{x^2{}_c}{2Rx_c} \quad \therefore \operatorname{tg}\phi=\frac{L}{2\ R}$$

Por ser ϕ pequeño podemos poner: sen $\phi=\frac{L}{2\ R}$

En la misma fig. 21 se tiene:

$$y_c = L \text{ sen } \alpha = \frac{L^3}{6RL} \because$$

$$\text{sen } \alpha = \frac{L}{6 \text{ R}} = \frac{1}{3} \frac{L}{2\text{R}} = \frac{1}{3} \text{sen } \phi.$$

y como los ángulos α y ϕ son pequeños, podemos poner los ángulos en lugar de los senos; de donde:

$$\phi = 3\alpha$$

De manera análoga se puede probar que el ángulo formado por una tangente cualquiera de la espiral y el eje de las XX es igual a tres veces el angulo de deflección para el punto de tangencia.

Como consecuencia de lo anterior se puede demostrar que el ángulo ACB$=2\alpha$

Llamemos **b** ese ángulo. En la fig. 21 tenemos:

$$\phi = \alpha + b \therefore b = \phi - \alpha = 3\alpha - \alpha = 2\alpha.$$

Probar que $\phi = d.L$, en donde **d** es la deflección por cada metro en la curva circular, o sea $\frac{3}{2}$ G, en minutos.

Sabemos que $\phi = 3\alpha$. Pero $\alpha = \frac{L^2}{2\ p}$; de donde

$$\phi = \frac{3\ L^2}{2\ p}.$$

Por (13) tenemos: L=Gp. Y por consiguiente:

$$\phi = \frac{3\ G\ p\ L}{2\ p} = \frac{3G\ L}{2} = d.\ L \quad \ldots\ldots\ldots \ (14)$$

TRAZADO DE ESPIRALES

Al tratar de Espirales debe tenerse en cuenta la siguiente nomenclatura:

El TE, es el punto de unión de la tangente con la espiral;

El EC, es el punto de unión de la espiral con la curva circular;

El CE, es el punto de unión de la curva circular con la espiral;

El ET, es el punto de unión de la espiral con la tangente.

El PI es el punto de intersección de las dos tangentes.

Para el cálculo de una espiral es preciso conocer las siguientes fórmulas, cuya deducción se hizo antes:

$D = \frac{L^2}{24R} =$ Disloque en metros.............. (1)

$L = pG =$ Longitud de la espiral en metros.. (2)

$T = (R + D) tg \frac{\Delta}{2} + \frac{L}{2}$ Tangente.............. (3)

$d = \frac{3G}{2} =$ Angulo de deflección por metro en la curva circular, en minutos... (4)

$\alpha = \frac{l^2}{2p} =$ Angulo de deflección para la cuerda de la espiral en minutos........ (5)

$\phi = dL =$ Angulo al centro de la espiral en minutos.................. (6)

$\Delta' = \Delta - (\phi + \phi') =$ Ang. al centro de la curva circular.................. (7)

$l' = \frac{20\Delta'}{G} =$ Longitud de la curva circular en metros.................. (8)

En el ejemplo siguiente se verá con claridad la correcta aplicación de las fórmulas anteriores.

Sean: $\Delta = 72^\circ$; $G = 14^\circ$; $R = 82{,}06$ mts;

$p = 3$, y T. E. $= 105$.

$$d = G + \frac{G}{2} = 21'$$

$$L = p.\ G. = 3 \times 14 = 42 \text{ metros.}$$

$$\phi = \phi' = d \times L = 21 \times 42 = 14^\circ\text{-}42'$$

$$\Delta' = \Delta - 2\phi = 72^\circ\text{-}(29^\circ\text{-}24') = 42^\circ\text{-}36'$$

$$D = \frac{L^2}{24R} = \frac{42^2}{24 \times 82{,}06} = 0{,}89 \text{ metros}$$

$$l' = \frac{20\Delta'}{G} = \frac{20 \times (42\text{-}36)}{14} = 60{,}86 \text{ metros.}$$

$$T = (R+D) \tan.\tfrac{1}{2}\Delta + \tfrac{1}{2}L =$$

$$(82{,}06 + 0{,}89) \tan 36^\circ + 21 = 81{,}27 \text{ mts.}$$

E. C. = T. E. + L = 105 + 42 = 147 mts.
C. E. = E. C. + l' = 147 + 60,85 = 207,86 mts.
E. T. = C. E. + L = 207,86 + 42 = 249,86

Las deflecciones para la primera espiral se miden siempre desde el T. E. lo mismo que las cuerdas. Para la segunda, se miden desde el E. T.

NOTAS DE CAMPO

Modelo

Puntos	Abscisas	Deflecciones	Rumbo M.	Rumbo C	Datos y observ.
E. T.	249,86	0º			
	240	0º-16'			
	230	1º-5'			
	220	2º-29'			
	210	4º-24'			
C. E.	207,86	4º-54'			
C. E.	207,86	21º-18'			
	200	18º-33'			$\triangle'$=42º-36'
	180	11º-33'			l'=60,86 mts.
	160	4º-33'			T=81,27 mts.
E. C.	147	0º			D=0,89 mts.
E. C.	147	4º-54'			L=42 mts.
	140	3º-24'			
	130	1º-44'			p=3
	120	0º-37'-30"			R=82,06
	110	0º-04'			G=14
T. E.	105	0º	S.30 W	S.30-10W	$\triangle$=72

CALCULO DEL CUADRO ANTERIOR

Defl. para la cuerda 105 a 110 $= \frac{c^2}{2p} = \frac{5^2}{2x3} = 4'$

" -120 $= \frac{c^2}{2p} = \frac{15^2}{6} = 37\frac{1}{2}'$

" -130 $= \frac{c^2}{2p} = \frac{25^2}{6} = 1^\circ\text{-}44'$

" -140 $= \frac{c^2}{2\ p} = \frac{35^2}{6} = 3^\circ\text{-}24'$

" -147 $= \frac{c^2}{2\ p} = \frac{42^2}{6} = 4^\circ\text{-}54'$

Con esta última deflección se localiza el E. C. cuya abscisa es: T. E. + L=105+42=147
Defl. para la cuerda 147 a 160=d×c=21×13=4°-33'
" -180= 21×33=11°-33'
" -200= 21×53=18°-33'
" -207,86 =21×60,85=21°-18'
Abscisas del C. E.=E. C.+l'=207,86

Deflección total (42 mts.) $= \frac{c^2}{2p} = \frac{42^2}{6} = 4^\circ\text{-}54'$

Deflección para 39,86 mts.= $\frac{39{,}86^2}{6} = 4^\circ\text{-}24'$

Deflección para 29,86 mts= $\frac{29{,}86^2}{6} = 2^\circ\text{-}29'$

Deflección para 19,86 mts= $\frac{19{,}86^2}{6} = 1^\circ\text{-}5'$

Deflección para 9,86 mts.= $\frac{9{,}86^2}{6} = 0^\circ\text{-}16'$

Manera de colocar la curva en el terreno

Colocado el aparato en el T. E., puesto en cero el vernier y orientado el anteojo en la dirección de la tangente, se procede de la siguiente manera para colocar la primera espiral:

Se deflecta un ángulo de 4' y se mide desde el T. E. una cuerda de 5 metros; así queda determinado el punto de la estación 110; luégo se continúa deflectando hasta completar un ángulo de 37½', que es la deflección correspondiente a una cuerda de 15 metros en la espiral y se miden 15 metros desde el T. E. en la dirección de la visual; así queda determinada la estación 120. Por el mismo procedimiento se siguen colocando las estaciones 130 y 140 y para colocar el E. C., se marca en el limbo horizontal el ángulo 4°-54' que es la deeflección correspondiente a una cuerda de 42 metros, longitud total de la espiral, hallada por las fórmulas explicadas antes.

Como se ha determinado el E. C., se lleva el aparato a este punto, y para ponerlo en la dirección de la tangente, se procede así: se marca en el limbo horizontal un ángulo igual al doble del que se calculó para deflectar toda la curva espiral (en el caso ya explicado: 4°-54'×2) y en un sentido contrario a aquél en el cual en el cual se está deflectando la curva. Se aprieta el movimiento superior, se suelta el inferior y se mira al T. E.; luégo se transita y se deflecta hasta que el vernier quede en cero; así tendremos el aparato en tangente y listo para empezar a deflectar la curva circular. La curva circular se coloca en el terreno en el terreno en la misma forma aplicada ya, teniendo cuidado, al calcular su longitud que: $l' = \frac{20\Delta'}{G}$, y que $\Delta' = \Delta - 2\phi \therefore l' = \frac{20(\Delta - 2\phi)}{G}$

Para colocar la segunda espiral, se procede de la manera siguiente:

Se pone el aparato en el E. T., se marca en el limbo horizontal un ángulo igual a 4°-54', en sentido contrario a aquél en el cual se deflecta la curva; se fija el movimiento superior, se afloja el inferior y se orienta el telescopio en dirección al C. E., ya puesto; luégo, para colocar la estación 210, se deflecta hasta que el ángulo se rebaje a 4°-24' (que es la deflección correspondiente a una cuerda de 39,86 metros) y se miden 39,86 mts. desde el E. T. en la dirección de la visual. Para colocar la estación 220 se rebaja el ángulo a 2°-29' y se miden 29,86 metros. El mismo procedimiento se sigue para las demás estaciones, y cuando el vernier vuelva a cero, el telescopio estará en la dirección de la tangente.

DIVERSOS PROBLEMAS RELACIONADOS CON ESPIRALES

Poner espirales a dos curvas circulares unidas por una tangente común, dejando fijas las curvas y dislocando la tangente común

Caso a).—**Las curvas van en sentido contrario.** Hay que averiguar primero cuánto se disloca la tangente de cada curva con la introducción de su espiral, lo que puede hallarse por la fórmula:

$$D = \frac{L^2}{24\ R}$$

Supongamos D y D' los disloques respectivos: Entonces se ve inmediatamente que hay necesidad de prolongar las curvas hasta que las dos tangentes paralelas queden a una distancia (D+D'), o sea la suma de los dos disloques.

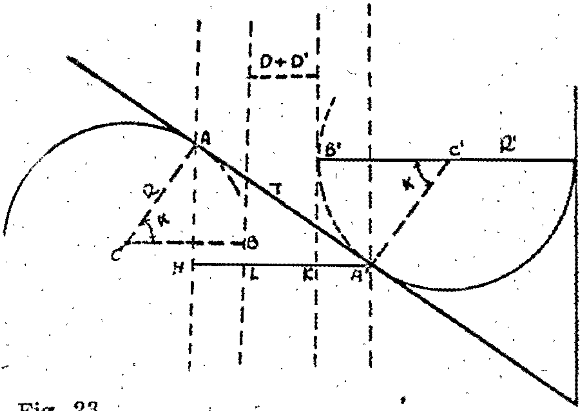

Fig. 23

Llamando α el ángulo que hay que prolongar las curvas, este ángulo es igual al ángulo HAA', fig. 23; ahora, este último es el ángulo de un triángulo rectángulo que tiene por hipotenusa la tangente común y un cateto

$$HA' = LK + KA' + LH = D + D' + R \text{ vers } \alpha + R' \text{ vers } \alpha;$$

por tanto,

$$\text{sen } A'AH = \text{sen } \alpha = \frac{(D+D') + (R+R') \text{ ver } \alpha}{T}$$

Esta fórmula hay que resolverla por tanteo, pues queda muy difícil reducirla a una sola función trigonométrica.

Caso b).—**Las curvas van en el mismo sentido.** En este caso, si los disloques son iguales, se movería paralelamente la tangente común, y si no lo son, bastaría llevar una de ellas lo suficiente para que saliera con la tangente que determinó la otra espiral.

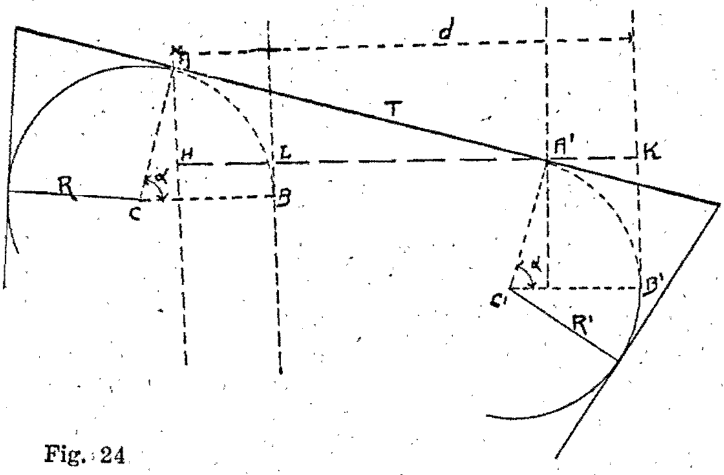

Fig. 24

Ahora bien, si una de las curvas lleva espiral, y la otra no, se presenta el caso de la fig. 24.

Supongamos que se va a poner espiral a la curva C, que su tangente disloca una cantidad d, y que a la curva C' no se le pone espiral.

En este caso se ve claramente que lo que alarga una curva acorta la otra para que queden con dos tangentes paralelas distantes una cantidad d.

En la fig. 24 se tiene que el ángulo A'AH= α Este triángulo tiene por hipotenusa la tangente común, y un cateto

$$HA' = HL + LK - A'K = R \text{ vers } \alpha + d - R' \text{ vers } \alpha$$

por tanto:

$$\text{sen } \alpha = \frac{d - (R - R') \text{ vers } \alpha}{T}$$

Cuando a una curva se le quieren poner espirales de diferentes longitudes, se procede de la manera siguiente:

Caso a).—La curva empieza por espiral larga.
La longitud de la tangente (del P. I. al P. E.), será:

$$T=(R+D)\ \tan\frac{\Delta}{2}-\frac{D-d}{\text{Sen }\Delta}+\frac{L}{2}$$

En la fórmula anterior las letras tienen los valores que les asignamos en la nomenclatura expresada al principio del capítulo, excepto las letras D y d que significan los disloques debidos a la espiral larga y a la corta, respectivameente.

Longitud de la tangente a la espiral corta:

$$T=(R+D)\ \tan\left[\Delta-\tan^{-1}\left(\frac{T-\frac{L}{2}}{R+D}\right)\right]$$

La cartera de Frank Allen trae dos fórmulas sencillas para calcular los valores de las tangentes cuando la curva empieza por espiral corta; son las siguientes:

$$T_1=\frac{L}{2}+T+\frac{D}{\text{Sen}\Delta}-\frac{d}{\tan\Delta}$$

$$T_2=\frac{L}{2}+T+\frac{d}{\text{sen}\Delta}-\frac{D}{\tan\Delta}$$

T_1 = tangente a la espiral corta;
T_2 = " " " larga;
T = " " curva circular.

Hay que tener presente al aplicar las fórmulas precedentes, que el término $\frac{L}{2}$ no es la mitad de la espiral, ni la mitad de su proyección sobre la tangente, sino que es igual a la proyección de la espiral sobre la tangente, menos R sen ϕ, en que

R=radio de la curva circular;

ϕ =ángulo al centro de la espiral.

Para localizar una espiral desde un punto cualquiera, se procede así:

Si del punto que se ha elegido se van a colocar las estaciones que van hacia el T. E., se averigua el ángulo que corresponde a la cuerda que se va a pomer. en la curva circular; se hace lo mismo suponiendo que fuéramos a colocar la misma cuerda desde el T. E.; se restan los dos ángulos encontrados y éste ángulo será el que debe deflectarse para colocar la estación que se desea. El mismo procedimiento se sigue cuando del punto elegido se están localizando puntos hacia el E. C., con la diferencia que los ángulos encontrados se suman en lugar de restarse.

Esta regla puede aplicarse con provecho a la localización de la espiral desde el E. C. En este caso procederíamos de la manera siguiente:

Supongamos que la espiral la vamos a localizar por cuerdas de 10 metros; entonces se averigua la deflección que corresponde a 10 metros en curvas circulares; luégo, la que corresponde a 10 metros en espirales, se restan estos dos ángulos, y el ángulo que resulta es la deflección que debe hacerse para tener la primera estación alejada 10 metros del T. E. Para colocar la siguiente estación se procede de la misma manera, y así hasta terminar.

ESPIRALES DE 200 VECES EL PERALTE

Grado de la curva	Longitud de la espiral	Cuerdas en metros con que generalmente se localizan	Deflecciones en minutos para las diferentes cuerdas
6°	12 mts.	6 12	9' 36'
8°	16 mts.	8 16	16' 1°-04'
10°	20 mts.	10 20	25' 1°-40'
12°	24 mts.	8 16 24	16' 1°-04' 1°-25'
14°	28 mts.	7 14 28	12' 49' 3°-16'
14°-20'	28,66 mts.	7 14 28,66	12' 49' 3°-25'

ESPIRALES DE 300 VECES EL PERALTE

Grado de la curva	Longitud de la espiral	Cuerdas en metros con que generalmente se localizan	Deflecciones en minutos para las diferentes cuerdas
6°	18 mts.	9 18	13' 54'
8°	24 mts.	8 16 24	11' 43' 1°-36'
10°	30 mts.	10 20 30	17' 1°-06' 2°-30'
12°	36 mts.	9 18 27 36	13' 54' 2°-01' 3°-36'
14°	42 mts.	10 20 30 42	17' 1°-06' 2°-30' 4°-54'
14°-20'	42,99 mts.	10 20 30 42,99	17' 1°-06' 2°-30' 5°-08'

VALORES DE **A** Y DE **B** PARA CURVAS DE DIFERENTES GRADOS

Espirales de 300 veces el Peralte

En estas Tablas $A = \frac{1}{2}L$ y $B = R + \frac{L^2}{24\ R}$ $\therefore T = A + B \times tg\frac{1}{2}\Delta$

Grado de curva	Radio en metros	A	B	Disloque $\frac{L_2}{24\ R}$
6°	191,07	9	191,14	0,070
8°	143,36	12	143,527	0,167
10°	114,737	15	115,065	0,328
12°	95,668	18	96,232	0,564
14°	82,055	21	82,950	0,895
14°-20'	80,16	21,495	81,068	0,908

VALORES DE **A** Y DE **B** PARA CURVAS DE DIFERENTES GRADOS

Espirales de 200 veces el Peralte

Grado de curva	Radio en metros	A	B	Disloque $\frac{L^2}{24\ R}$
6°	191,07	6	191,01	0,031
8°	143,36	8	143,434	0,074
10°	114,737	10	114,882	0,145
12°	95,668	12	95,921	0,253
14°	82,055	14	82,453	0,398
14°-20'	80,16	14,33	80,586	0,426

TABLA PARA ESPIRALES DE 200 VECES EL PERALTE DEFLECCIONES DESDE EL T. E. o, E. T., PARA DISTANCIAS DESDE LOS MISMOS PUNTOS

Distancia en metros	Deflección en minutos	Distancia en metros	Deflección en minutos
2	0°-01'	9,40	22'
3	0°-02'	9,60	23'
3,50	3'	9,80	24'
4	4'	10	25'
4,50	5'	10,20	26'
5	6'	10,40	27'
5,50	7'30"	10,60	28'
6	9'	10,80	29'
6,50	10'30"	11	30'
7	12'	11,20	31'
7,50	14'	11,40	32'
8	16'	11,60	33'30"
8,30	17'	11,80	35'
8,50	18'	12	36'
8,70	19'	12,20	37'
9	20'	12,40	38'
9,20	21'	12,60	39'

(Continuación)

Distancia en metros	Deflección en minutos	Distancia en metros	Deflección en minutos
12,80	41'	16	1°-04'
13	42'	16,10	1°-05'
13,10	43'	16,30	1°-06'
13,30	44'	16,50	1°-08'
13,40	45'	16,60	1°-09'
13,60	46'	16,80	1°-10'
13,70	47'	17	1°-12'
14	49'	17,10	1°-13'
14,20	50'	17,30	1°-15'
14,40	52'	17,60	1°-17'
14,60	53'	17,80	1°-19'
14,70	54'	18	1°-21'
15	56'	18,20	1°-23'
15,10	57'	18,40	1°-24'30"
15,40	59'	18,60	1°-26'
15,50	1°-00'	18,80	1°-28'
15,60	1°-01'	19	1°-30'
15,80	1°-02'	19,20	1°-32'

(Continuación)

Distancia en metros	Deflección en minutos	Distancia en metros	Deflección en minutos
19,40	1º-34'	23,20	2º-14'
19,60	1º-36'	23,40	2º-17'
19,80	1º-38'	23,60	2º-19'
20	1º-40'	23,80	2º-21'
20,40	1º-44'	24	2º-24'
20,60	1º-46'	24,20	2º-26'
20,80	1º-48'	24,40	2º-29'
21	1º-50'	24,60	2º-31'
21,20	1º,52'	24,80	2º-34'
21,40	1º-54'	25	2º-36'
21,60	1º,56'	25,20	2º-39'
21,80	1º-59'	25,40	2º-41'
22	2º-01'	25,60	2º-44'
22,20	2º-03'	25,80	2º-46'
22,40	2º-05'	26	2º-49'
22,60	2º-07'	26,20	2º-51'
22,80	2º-10'	26,40	2º-54'
23	2º-12'	26,60	2º-57'

(Continuación)

Distancia en metros	Deflección en minutos	Distancia en metros	Deflección en minutos
26,70	2°-58'	27,90	3°-14'
26,80	3°-00'	28	3°-16'
27	3°-02'	28,10	3°-17'
27,10	3°-03'	28,20	3°-19'
27,20	3°-05'	28,30	3°-20'
27,40	3°-07'	28,40	3°-21'
27,60	3°-10'	28,60	3°-24'
27,80	3°-13'	28,66	3°-25'

TABLA PARA ESPIRALES DE 300 VECES EL PERALTE DEFLECCIONES DESDE EL T. E. o, E. T., PARA DISTANCIAS DESDE LOS MISMOS PUNTOS

Distancia en metros	Deflección en minutos	Distancia en metros	Deflección en minutos
2	0'30"	9,40	14'30"
3	1'30"	9,60	15'30"
3,50	2'	9,80	16'
4	2'30"	10	16,30"
4,50	3,30"	10,10	17'
5	4'	10,20	17,30"
5,50	5'	10,30	18,
6	6'	10,60	19,
6,50	7'	11	20'
7	8'	11,30	21'
7,50	9'30"	11,50	22'
8	10'30"	11,70	23'
8,30	11'30"	12	24'
8,50	12'	12,30	25'
8,70	12,30"	12,50	26'
9	13'30"	12,70	27'
9,20	14'	13	28'

(Continuación)

Distancia en metros	Deflección en minutos	Distancia en metros	Deflección en minutos
13,30	29,30”	17	48’
13,50	30’30”	17,20	49’30”
13,70	31’	17,40	50’30”
14	32’30”	17,60	51’30”
14,20	33’30”	17,80	53’
14,40	34’30”	18	54’
14,60	35’30”	18,20	55’
14,80	36’30”	18,40	56’30”
15	37,30”	18,60	57’30”
15,20	38’30”	18,80	59’
15,40	39’30”	19	1º-00’
15,60	40’30”	19,20	1º-01’
15,80	41’30”	19,40	1º-02’
16	42’30”	19,60	1º-04’
16,20	43’30”	19,80	1º-05’
16,40	45’	20	1º-06’
16,60	46’	20,20	1º-08’
16,80	47’	20,40	1º-09’

(Continuación)

Distancia en metros	Deflección en minutos	Distancia en metros	Deflección en minutos
20,60	1°-11'	24	1°-36'
20,80	1°-12'	24,20	1°-37'30"
21	1°-13'	24,40	1°-39'
21,20	1°-15'	24,60	1°-40'
21,40	1°-16'	24,80	1°-42'
21,60	1°-18'	25	1°-44'
21,80	1°-19'	25,10	1°-45'
22	1°-20'30"	25,20	1°-46'
22,20	1°-22'	25,40	1°-47'
22,40	1°-23'30"	26,50	1°-49'
22,60	1°-25'	25,70	1°-50'
22,80	1°-26'30"	25,80	1°-51'
20,20	1°-42'	25'90	1°-52'
23	1°-28'	26	1°-53'
23,20	1°-29'30"	26,20	1°-54'
23,40	1°-31'	26,30	1°-55'
23,60	1°-33'	26,40	1°-56'
23,80	1°-34'	26,50	1°-57'

(Continuación)

Distancia en metros	Deflección en minutos	Distancia en metros	Deflección en minutos
26,60	1º-58'	29,20	2º-22'
26,70	1º-59'	29,40	2º-24'
26,90	1º-59'	29,60	2º-26'
27	2º-00'	29,80	2º-28'
27,20	2º-03'	30	2º-30'
27,30	2º-04'	30,20	2º-32'
27,40	2º-05'	30,40	2º-34'
27,50	2º-06'	30,60	2º-36'
27,60	2º-06'	30,80	2º-38'
27,70	2º-08'	31	2º-40'
27,80	2º-09'	31,20	2º-42'
27,90	2º-10'	31,40	2º-44'
28	2º-10'	31,60	2º-46'
28,20	2º-12'	31,80	2º-48'
28,40	2º-14'	32	2º-50'30"
28,60	2º-16'	32,20	2º-53'
28,80	2º-18'	32,40	2º-55'
29	2º-20'	32,60	2º-57'

(Continuación)

Distancia en metros	Deflección en minutos	Distancia en metros	Deflección en minutos
32,80	2º-59'	36,40	3º-41'
33	3º-01'30"	36,60	3º-43'
33,20	3º-04'	36,80	3º-45'
33,40	3º-06'	36,90	3º-47'
33,60	3º-08'	37	3º-48'
33,80	3º-10'	37,20	3º-50'
34	3º-12'30"	37,40	3º-53'
34,20	3º-15'	37,60	3º-55'
34,40	3º-17'	37,80	3º-58'
34,60	3º-19'	38	4º-00'30"
34,80	3º-22'	38,20	4º-03'
35	3º-24'	38,40	4º-05'
35,20	3º-26'	38,60	4º-08'
35,40	3º-29'	38,80	4º-11'
35,60	3º-31'	39	4º-13'30"
35,80	3º-33'	39,20	4º-16'
36	3º-36'	39,40	4º-19'
36,20	3º-38'	39,60	4º-21'

(Continuación)

Distancia en metros	Deflección en minutos	Distancia en metros	Deflección en minutos
39,80	4º-24'	41	4º-40'
40	4º-26'30"	41,20	4º-43'
40,20	4º-29'	41,40	4º-45'
40,40	4º-32'	41,60	4º-48'
40,60	4º-34'	41,80	4º-51'
40,80	4º-37'	42	4º-54'

DIBUJO

De la cartera de localización con espirales se sacan los datos para hacer el dibujo. Este se hace sobre el dibujo de la localización que aún está con lápiz con curvas circulares, borrando lo que se haya movido. Una vez dibujadas las espirales, se entinta todo el proyecto, anotando al frente de cada curva los datos de ésta, de la manera indicada en el plano anexo.

NIVELACION

La nivelación se hace de la misma manera indicada atrás. En la oficina y con los datos tomados en el campo se dibuja el perfil. Este perfil se llama **perfil definitivo.** Luégo se proyecta la rasante o línea de pendiente teniendo en cuenta la compensación por curvatura y haciendo los empalmes verticales cuando sea necesario.

COMPENSACION POR CURVATURA

El efecto que las curvas producen al paso de los trenes es el de oponer resistencia, lo mismo que la pendiente. Cuando ocurre una curva en una pendiente, la resistencia que ésta opone al paso de los trenes es la misma que si hubiera pendiente. La resistencia varía con el grado de la curva.

Compensar una curva es, pues, reducir la pendiente en la curva en una cantidad que sea igual a la resistencia que opone la curva, reducida a pendiente.

Para compensar por curvatura se usa un coeficiente de 0,025 a 0,065 por grado, de acuerdo con el grado de la curva.

Con frecuencia se usa un coeficiente de 0,05 como máximo por grado de curvatura, bajándolo un poco para curvas de grado impar, de 5 grados en adelante, y subiéndolo un poco para curvas de 1°, 3° y 5°, a fin de evitar fracciones menores de 0,10 y no perder la altura. El perfil compensado que se proyecte debe comprender tramos de pendiente uniforme no menores de 200 metros, a fin de evitar pendientes en escaleras en tramos cortos y de difícil sostenimiento.

Ejemplo: reducir a pendiente la resistencia que opone una curva de 14° adoptando un coeficiente de 0,04.

Tendremos: $14 \times 0{,}04 = 0{,}56$.

Es decir, la resistencia que opone una curva de 14 grados equivale a una pendiente de 0,56%. Luego para obtener una pendiente del 3% compensada en esta curva, se proyecta con una pendiente de: $3 - 0{,}56 = 2{,}44\%$. Para evitar pendientes tan fraccionadas, se proyecta esta curva con una pendiente de 2,4%.

En todo caso deben evitarse pendientes muy fraccionadas.

El modelo de plano y perfil de la localización está al final.

SISTEMAS DE LOCALIZACION

Localización con espirales.—Cuando el trazado prelimnar se hizo en la forma precisa, anotada atrás, y se tiene confianza en el Ingeniero que proyectó, se acostumbra hacer la localización definitiva de una vez con espirales, por los métodos ya analizados en los capítulos anteriores. Para esto, a partir del P. I. se pone de una vez la tangente T de la curva espiral en uno y otro sentido y se colocan el T. E. y el E. T. Después se traza la curva espiral por el método ya conocido.

Trazada la espiral y nivelada se ponen en el plano todos los datos. En este plano se pone la línea de localización definitiva únicamente con tinta negra con todos los elementos de las curvas dibujadas en la forma indicada en el modelo que se encuentra al final.

En el perfil se ponen los siguientes datos: 1º.—Plano de la línea; 2º.—Cotas negras; 3º.—Cotas rojas; 4º.—Diferencias en corte y diferencias en terraplén; 5º—Pendiente; 6º—Datos de la cubicación y todo lo demás que indica el modelo que está al final.

Localización sin espirales.—Cuando no se tiene confianza en el preliminar y se desea hacer dos localizaciones y especialmente cuando se está localizando en carreteras o en una línea que no se va a construír inmediatamente, se acostumbra, para andar más rápidamente, localizar sin buscar en el terreno el P. I. ni colocar el P. C. y el P. T. de las curvas, como se ha indicado en el capítulo 5º.

El método que se emplea es el siguiente: dibujada la línea con buena precisión se sacan del dibujo los datos para localizar y se va colocando en el terreno la línea con los datos que se llevan en la cartera.

Por ejemplo, si se fuera a localizar el pedazo de línea que tiene el modelo de las notas de campo de la pág. 123, se iría al campo y colocado el instrumento en la estación 66.136,70 se seguiría midiendo de 10 en 10 metros, hasta llegar al P. C. situado en la estación 193,37. Colocado el aparato allí se deflectaría la curva, tomando los datos de la cartera, que se lleva calculada con datos sacados del dibujo, hasta llegar al P. T. en la estación 265,87. Colocado el instrumento en el P. T. se miraría al P. C. o al punto anterior donde se hubiere colocado el aparato, se deflectaría el ángulo necesario para ponerse en tangente (½ Δ si se ha mirado al P. C.) y una vez calculado el rumbo y comparado con el de la brújula se continuaría midiendo el alineamiento en recta hasta llegar al siguiente P. C., y así en adelante.

Cuando se está localizando por este método, que no es preciso por falta de comprobación, es indispensable, siquiera cada 500 metros, empalmar la preliminar con la localizada con bastante precisión y poner en el dibujo dicho empalme para comprobar las dos líneas. En caso de una diferencia grande debe estudiarse en el campo y corregir el error, antes de segur adelante. Si no se hace así se corre el peligro de estar localizando en el terreno algo muy distinto de lo proyectado.

Cuando se emplea este método, es necesario en la oficina volver a revisar el dibujo de la localizada, teniendo en cuenta los empalmes y corregir las modificaciones que se encuentren.

En el dibujo la preliminar debe estar con tinta negra y el proyecto con roja.

Los enlaces se apuntan en la cartera en la forma indicada en el modelo de notas de la pág. 123.

Este método sólo es aconsejable cuando no se necesita mucha precisión y se quiere andar ligero. El método indicado en los capítulos anteriores es el científico.

CURVAS VERTICALES

Después de localizada la línea y antes de chaflanar, se procede a calcular las curvas verticales en la forma que sigue:

Cuando en una vía cualquiera se tienen dos pendientes consecutivas distintas se acostumbra unirlas por medio de una **curva vertical,** cuyo objeto es amortiguar el paso brusco de la una a la otra.

El problema más importante es la determinación del largo de la curva, o el cambio de pendiente entre estación y estación; porque mientras más larga sea más alto será el terraplén o profundo el corte. También, mientras más corta sea, más brusco será el cambio de dirección vertical del tren, y más rudo el golpe.

Curva usada.—La curva que generalmente se usa es la parábola porque es la que satisface la condición de que el cambio sea uniforme.

Ecuación: $y=\frac{x^2}{2\,R}$, en la cual:

y=ordenada de cualquier punto de la curva a una distancia **x** desde el origen. Se toma como origen el punto de tangencia de la curva con una de las pendientes tomada como eje de X;

x=abscisa medida desde el origen del empalme;

R=radio de la curva, que generalmente se toma entre 4.000 y 8.000 mts.

Longitud del empalme.—La longitud del empalme se deduce de la fórmula siguiente:

$L=(P\pm P')R'$ siendo:

P y P'=inclinación absoluta de las pendientes que cuando son en un mismo sentido se restan, y cuando en sentido contrario se suman.

El valor de **R** debe tomarse de tal manera que la longitud **L** dé estaciones completas.

Ejemplo:

Empalmar un 2,5% bajando con un nivel. Cota del vértice **A**=1238,70 estación 620.

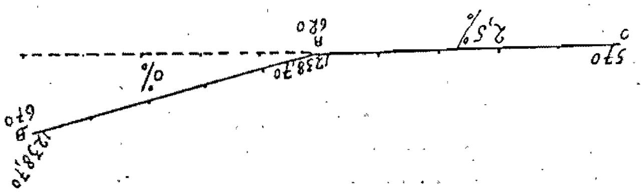

Fig. 25

Lo primero que se hace es calcular a **L**, con la fórmula:

$$L=(P \pm P')R= (0{,}025+0)R=0{,}025R$$

Como el vértice está en estación completa, debemos tomar el valor de **R** (aproximadamente 4000) tal que la longitud **L** dé un número completo de estaciones para que el origen caiga en estación completa.

Si tomamos R=4000 metros, entonces:

L=0,025×4000=100 metros=10 estaciones de 10 metros; es decir, se toman 5 estaciones a lado y lado de **A**.

Luego la cota del origen **O**, estación 570, será:

$$1238{,}70+50\times0{,}025=1239{,}95$$

La cota de la extremidad **B**, estación 670, será 1238,70.

Habiendo hallado el valor de **L**, se procede a calcular los valores de y de la ecuación de la parábola. Se toma como origen el punto **O,** y como eje de **X,** la línea **OA.** Así:

$$y_1 = \frac{10 \times 10}{2 \times 4000} = 0{,}0125$$

$$y_2 = \frac{50 \times 20}{2 \times 4000} = 0{,}05$$

$$y_3 = \frac{30 \times 30}{2 \times 4000} = 0{,}1125$$

etc.

Para $x_0 = 0$ .... $y_0 = 0$
$x_1 = 10$ .... $y_1 = 0{,}0125$
$x_2 = 20$ .... $y_2 = 0{,}05$
$x_3 = 30$ .... $y_3 = 0{,}1125$
$x_4 = 40$ .... $y_4 = 0{,}20$
$x_5 = 50$ .... $y_5 = 0{,}3125$
$x_6 = 60$ .... $y_6 = 0{,}45$
$x_7 = 70$ .... $y_7 = 0{,}6125$
$x_8 = 80$ .... $y_8 = 0{,}80$

CALCULO DE LA CURVA ANTERIOR

Valores de x	Cotas del eje de x	Estaciones		Cotas	Cotas de la curva
00	1239,95	570		1239,95	$1239{,}95+y_0 = 1239{,}95$
10	39,70	580		39,70	$39{,}70+y_1 = 39{,}7125$
20	39,45	590	2,5 °/o	39,45	$39{,}45+y_2 = 39{,}50$
30	39,20	600		39,20	$39{,}20+y_3 = 39{,}3125$
40	38,95	610		38,95	$38{,}95+y_4 = 39{,}15$
50	38,70	620		38,70	$38{,}70+y_5 = 39{,}0125$
60	38,45	630		38,70	$38{,}45+y_6 = 38{,}90$
70	38,20	640		38,70	$38{,}20+y_7 = 38{,}8125$
80	37,95	650	0 °/o	38,70	$37{,}95+y_8 = 38{,}75$
90	37,70	660		38,70	$37{,}70+y_9 = 38{,}7125$
100	37,45	670		38,70	$37{,}45+y_{10} = 38{,}70$

Comprobación de los cálculos de una curva vertical.—Sea p. ej. el caso representado en la fig. 26 en que se trate de empalmar un 0,5% con un 2% en el mismo sentido.

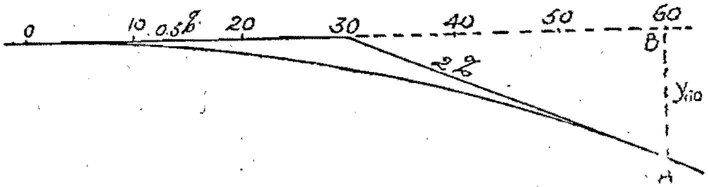

Fig. 26

Suponiendo R=4000 se tendrá que L=(0.02—0.005)×4000=60 m. Si suponemos que la curva comienza en la abscisa **O** (para mayor claridad) las demás abscisas serán 10, 20, 30 (vértice), 40, 50,60. Al hacer el cálculo de la última ordenada (AB en la fig. 26) resulta

$$Y_{60}=\frac{X^2}{2\ R}=\frac{3.600}{8.000}=0.45 \text{ m.}$$

Por otra parte Y_{60} debe ser igual a la cota de B— la cota de A. La cota de B con relación al punto **O** es de

$$-\frac{0.5\times 60}{100}=-0.30 \text{ m.}$$

(El signo — indica que se encuentra por debajo del punto **O**).

Lo anterior es evidente porque el punto B se encuentra en la prolongación de la línea de 0.5% de pendiente y a una distancia horizontal de 60 m. contados desde **O**

Por una razón análoga la cota del punto A está representada por

$$-\left(\frac{30\times0.5}{100}+\frac{30\times2}{100}\right)=-(0.15+0.60)=-0.75$$

$$\therefore Y_{60}=\text{cota de B}-\text{cota de A}=-0.30-(-0.75)=0.45$$

que es el mismo resultado obtenido aplicando la fórmula directamente.

2º METODO DE EMPALMAR

Llamando:

P. E.=punto donde empieza el empalme;
T. E.=punto donde termina el empalme;
d=variación por estación de 10 mts.

Tendremos: $d=\dfrac{P\pm P'}{L}$

El valor de L (longitud del empalme) se supone de tal manera que se obtenga para d un valor que no exceda al máximum permitido. Generalmente se acostumbra un 0,2% como valor máximo de **d** por es tación. Además, el valor de L debe ser tal que el P. E. y el T. E. del empalme caigan en estación completa.

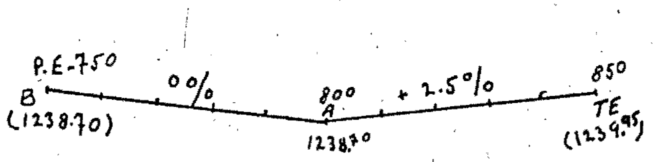

Fig. 27

Ejemplo: empalmar un nivel con un 2.5% bajando.

Supongamos que el vértice está en la estación 800 y tiene una cota de 1238,70, y que L (longitud de empalme)=100 mts.

Tendremos: $d=\frac{P \pm P'}{L}=\frac{0+2.5}{100}$ =0,025 = variación admisible.

Entonces, a 50 metros para atrás del vértice tendremos el P. E. de la curva en la estación 750 con una cota de 1238,70.

En la estación 850 tendremos el T. E., que tiene cota del P. E. para obtener la cota de la estación 760

En resumen: vértice en la estación 800, cota 1238,70
P. E. en la estación 750, cota 1238,70
E. T. en la estación 850, cota 1239,95

CALCULOS

Si a la pendiente de la línea BA se le suma la mitad de la variación por estación, deducida antes, se obtiene la que debe sumarse (en este caso) a la cota del P. E. para obtener la cota de laestación 760 de la curva.

Así: $\frac{0,00+0,025}{2}$ =0,012 que sumado a 38,70 da la cota de la estación 760 de la curva. Para obtener las cotas de las estaciones siguientes, se procede como se verá en seguida.

Siendo d=0,025, y partiendo de un nivel, tendremos para este caso:

		Estaciones	Cotas de la curva
0,000 0,012	1238,70	750	1238,70
0,012 0,025	0,012 1238,712	760	38,712
0,037 0,025	0,037 1238,749	770	38,749
0,062 0,025	0,062 1238,811	780	38,811
0,087 0,025	0,087 1238,898	790	38,898
0,112 0,025	0,112 1239,010	800	39,010
0,137 0,025	0,137 1239,147	810	39,147
0,162 0,025	0,162 1239,309	820	39,309
0,187 0,025	0,187 1239,496	830	39,496
0,212 0,025	0,212 1239,708	840	39,708
0,237 0,013	0,237 1239,945	850	39,945
0,250			

Nota importante.—Las curvas verticales deben ponerse en el perfil para chaflanar con las cotas que ellas den.