



UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

¿Otra vez? Una sencilla visión de la convergencia económica en los departamentos de Colombia: 1975-2005

Néstor Iván González Quintero

Universidad Nacional de Colombia
Facultad de Ciencias Económicas, Maestría en Ciencias Económicas
Bogotá D.C., Colombia
2011

¿Otra vez? Una sencilla visión de la convergencia económica en los departamentos de Colombia: 1975-2005

Néstor Iván González Quintero

Tesis o trabajo de grado presentada(o) como requisito parcial para optar al título de:
Magister en Ciencias Económicas

Director(a):
M.A. Alvaro Moreno Rivas

Línea de Investigación:
Estudios de profundización
Universidad Nacional de Colombia
Facultad de Ciencias Económicas, Maestría en Ciencias Económicas
Bogotá D.C., Colombia
2011

Dedicatoria

A mis padres

y

a mi Cachi

Agradecimientos

Se agradecen los comentarios de Gabriel Piraquive, Manuel Ramírez, Jesús Otero y el equipo técnico de la Dirección de Estudios Económicos del Departamento Nacional de Planeación (DNP). Una mención especial a Alvaro Moreno por la dirección general de este trabajo, así como para Gustavo Junca y Gustavo Hernández, evaluadores del presente trabajo por sus útiles comentarios. Por último un especial agradecimiento a Adriana Peña por su apoyo y colaboración en este camino recorrido. Las opiniones expresadas por el autor en este documento son responsabilidad propia y en ningún momento corresponden con la del DNP.

Resumen

Se evalúa la llamada hipótesis de convergencia condicionada en el periodo 1975-2005 entre los departamentos de Colombia. Se utilizarán dos metodologías. La primera, de carácter paramétrico, consiste en la estimación de una ecuación de convergencia por medio de un modelo dinámico de panel de datos. Como complemento, se lleva a cabo un análisis de estimación no paramétrico de la distribución del ingreso per cápita de los departamentos a través de *kerneles estocásticos*. A pesar de que en el primer experimento la estimación sugiere un proceso de convergencia lento entre departamentos similares cercano al 1.5% por año, la dinámica de la distribución muestra persistencia y polarización, lo cual sugiere que no es la hipótesis de *convergencia condicionada*, sino la de *clubes de convergencia* la que caracteriza la dinámica de crecimiento de las regiones.

Palabras clave: Crecimiento económico, convergencia, modelo de panel de datos dinámico, dinámica de la distribución.

Abstract

The hypothesis of conditioned convergence is tested for the Colombian regions along the period 1975-2005. Two different methodologies are used. The first one is parametric as it consists in estimating a convergence equation using a dynamic panel data model. The second methodology is not parametric and estimates the evolution of the distribution for relative per capita GDP using *stochastic kernels*. The estimated equation suggests a process of economic conditioned convergence between regions. The velocity of convergence is near to 1.5% per year. Nevertheless the estimated dynamics for relative per capita GDP shows high persistence and polarization in the process of economic growth for the Colombian regions, suggesting that is the *convergence clubs* hypothesis the real explanation behind the process of regional economic growth.

Keywords: Economic growth, convergence, dynamic panel data model, dynamics of distribution.

Contenido

Agradecimientos	VII
Resumen	IX
1. Introducción	3
2. El debate teórico/empírico de la convergencia	5
2.1. La literatura internacional	5
2.2. La literatura nacional	10
3. ¿Crecen más rápido los departamentos más pobres?	12
3.1. Una primera medida de convergencia a partir del análisis de un panel de datos	13
3.1.1. La ecuación de convergencia	13
3.1.2. Un modelo de panel de datos dinámico	15
4. ¿Tienen realmente una oportunidad los departamentos más pobres?	20
4.1. La dinámica de la distribución	20
4.2. La dinámica de la distribución del PIB <i>per cápita</i> por departamento	21
4.2.1. ¿Hay alguna oportunidad para los departamentos más desfavorecidos?	23
5. Conclusiones	26
A. Pruebas de las Proposiciones	28
A.1. Prueba de la Proposición 1	28
A.2. Prueba de la Proposición 2	29
B. Panel de datos	31
B.1. 1975-1979	31
B.2. 1980-1984	32
B.3. 1985-1989	33
B.4. 1990-1994	34
B.5. 1995-1999	35
B.6. 2000-2005	36

Bibliografía

37

1. Introducción

Desde el punto de vista regional, el proceso de crecimiento económico de un país es el resultado de un conjunto de dinámicas de crecimiento entre unidades claramente heterogéneas. El éxito o fracaso de dicho proceso se refleja en diferencias, muchas veces abismales, en la calidad de vida dentro de cada región. Si es necesario intervenir ¿Qué tipo de políticas deben conformar una estrategia de crecimiento? ¿Aquellas que únicamente buscan la homogenización, o debe haber un claro componente de política regional focalizada y asociada a la raíz de las diferencias entre las regiones?

En el caso colombiano, después de la constitución del 90 y el nacimiento del estado descentralizado. La estrategia de crecimiento nacional dió prioridad al primer tipo de políticas, las cuales buscaban acelerar los procesos de acumulación de capital físico y humano y dejó en poder de las regiones algunas responsabilidades autónomas en términos de la prestación de servicios de educación y salud. Tal estrategia parece no haber tenido mucho éxito.

En un mundo ideal, las diferencias económicas entre las regiones tenderían a desaparecer y la bondad del proceso de crecimiento esparcirse uniformemente entre cada una de ellas. Si por el contrario la dinámica deviene en la polarización, sólo unos pocos disfrutarán de tales bondades y las diferencias económicas se harán más evidentes. Esta disyuntiva es un punto clave para entender la clase de políticas que debe conformar una estrategia de crecimiento económico.

A partir de la idea teórica de la *convergencia*, este trabajo tiene como primer objetivo la evaluación de la llamada hipótesis de convergencia condicionada (Barro & Sala-i Martín 1992, Barro & Sala-i Martín 1991) en el periodo 1975-2005 entre los departamentos de Colombia. Se utilizarán dos metodologías. La primera, de carácter paramétrico, consiste en la estimación de una ecuación de convergencia por medio de un modelo dinámico de panel de datos. Como complemento, se lleva a cabo un análisis de estimación no paramétrico de la distribución del ingreso per cápita de los departamentos a través de *kerneles estocásticos*.

El ejercicio aplicado muestra que a pesar de que en el primer experimento la estimación sugiere un proceso de convergencia lento entre departamentos similares, la dinámica de la distribución muestra persistencia y polarización, lo cual sugiere que no es la hipótesis de convergencia condicionada la que caracteriza la dinámica de crecimiento de las regiones, sino

que por el contrario estaríamos en la presencia de claros grupos heterogéneos y diferenciados de departamentos, al interior de los cuales puede existir acercamiento. Esto por el contrario soporta la existencia de lo que la literatura ha llamado *clubes de convergencia*. La aplicación de un ejercicio contrafáctico induce a pensar que si los fundamentales de tal dinámica persisten, los departamentos que en la actualidad están en la parte de bajo ingreso en la distribución tendrán tan sólo cerca del 10 % de probabilidad de moverse hacia la parte media en un periodo de 10 años, y tan sólo un 5 % para acercarse a aquellos con ingreso alto.

El segundo objetivo del trabajo es el de *provocar*. Los resultados ponen a debate los componentes de una estrategia de crecimiento adecuada para los departamentos en Colombia. Se señala que ante la evidencia, las condiciones iniciales importan, de allí que cualquier intento de política deba tener en cuenta eliminar directamente las diferencias en tales condiciones, lo cual implica la aplicación de políticas diferenciadas y focalizadas por departamento. Sin embargo, el ejercicio no nos permite ir más allá de la provocación, lo que deja en la agenda de investigación determinar como las políticas diferenciadas afectarían el proceso de crecimiento de los departamentos.

El trabajo está compuesto por cinco capítulos, de los cuales el primero es esta introducción. El segundo capítulo contextualiza la idea de convergencia a partir de una revisión de literatura frente al debate teórico y empírico que ha rodeado la hipótesis. Así mismo se revisan algunos trabajos aplicados para el caso colombiano en periodos anteriores. El tercer capítulo aplica la metodología paramétrica para evaluar la hipótesis de convergencia condicionada en el periodo 1975-2005. La ecuación de convergencia es la expresión de un modelo tipo Solow-Swan ampliado con capital humano, el cual es cuidadosamente descrito. Se explica de forma sencilla el proceso de estimación de la ecuación; la construcción de los datos utilizados; y se presentan los resultados. El cuarto capítulo introduce la metodología de *kernelles estocásticos* y la estimación de la distribución del ingreso *per cápita* de los departamentos. Se propone un ejercicio contrafáctico para determinar las posibilidades de los departamentos más *pobres*. El quinto capítulo concluye.

2. El debate teórico/empírico de la convergencia

2.1. La literatura internacional

La hipótesis de convergencia absoluta surgió por primera vez en el análisis del comportamiento del crecimiento mundial de la posguerra realizado por Abramovitz (1986). Aprovechando el aporte de Solow (1956) frente a la importancia de los rendimientos marginales decrecientes en el proceso de acumulación del capital y la dinámica del crecimiento económico, Abramovitz sugirió que ante las condiciones iniciales diferentes de los diferentes países, el crecimiento de posguerra había mostrado como el capital se había situado en las economías en donde era más rentable, las cuales resultaron ser las de condiciones iniciales más desfavorables en cuanto a la existencia de capital. En este sentido, se había presentado un proceso de *Catching Up* importante entre algunos países.

La instrumentación y validación de esta hipótesis se presentó sistemáticamente en los trabajos de Barro & Sala-i Martin (1991) y Barro & Sala-i Martin (1992), los cuales, fundamentándose en el modelo de crecimiento neoclásico, sugirieron que la hipótesis de convergencia podía validarse a partir de una regresión de la forma

$$\gamma_{i,T} = \alpha + \beta y_{i,0} + \epsilon_{i,T} \quad (2-1)$$

sobre un conjunto de observaciones de corte transversal para varios países. El hallazgo de una relación negativa entre el nivel de ingreso personal inicial ($y_{i,0}$) y la tasa de crecimiento del mismo ($\gamma_{i,T}$), sería evidencia de que los países con condiciones iniciales desfavorables crecerían más rápido confirmando la proposición de Abramovitz. Este análisis se implementó para los Estados Norteamericanos y grupos de regiones europeas. En ambos casos, las estimaciones sugieren, tanto para países como para Estados o regiones, una tasa de convergencia promedio por año de aproximadamente el 2%.

¿Pero que exactamente implica la hipótesis de convergencia? La forma correcta de ver la idea de convergencia es a partir del concepto de convergencia condicionada. En un conjunto de

países o conjuntos homogéneos, el modelo de crecimiento neoclásico únicamente explica la dinámica de la acumulación y generación de ingreso de un único país, lo que implica que la ecuación (2-1) apenas si puede interpretarse como la expresión de la dinámica de crecimiento de éste mientras se aproxima a su estado estacionario o equilibrio de largo plazo.

Como los estados estacionarios pueden diferir entre países, la ecuación debe controlar por los factores que determinan tales situaciones de equilibrio en el largo plazo. Así Barro & Sala-i Martin (1992) proponen y aplican una regresión de la forma

$$\gamma_{i,T} = \alpha + \beta y_{i,0} + \Pi \mathbf{X}_i + \epsilon_{i,T} \quad (2-2)$$

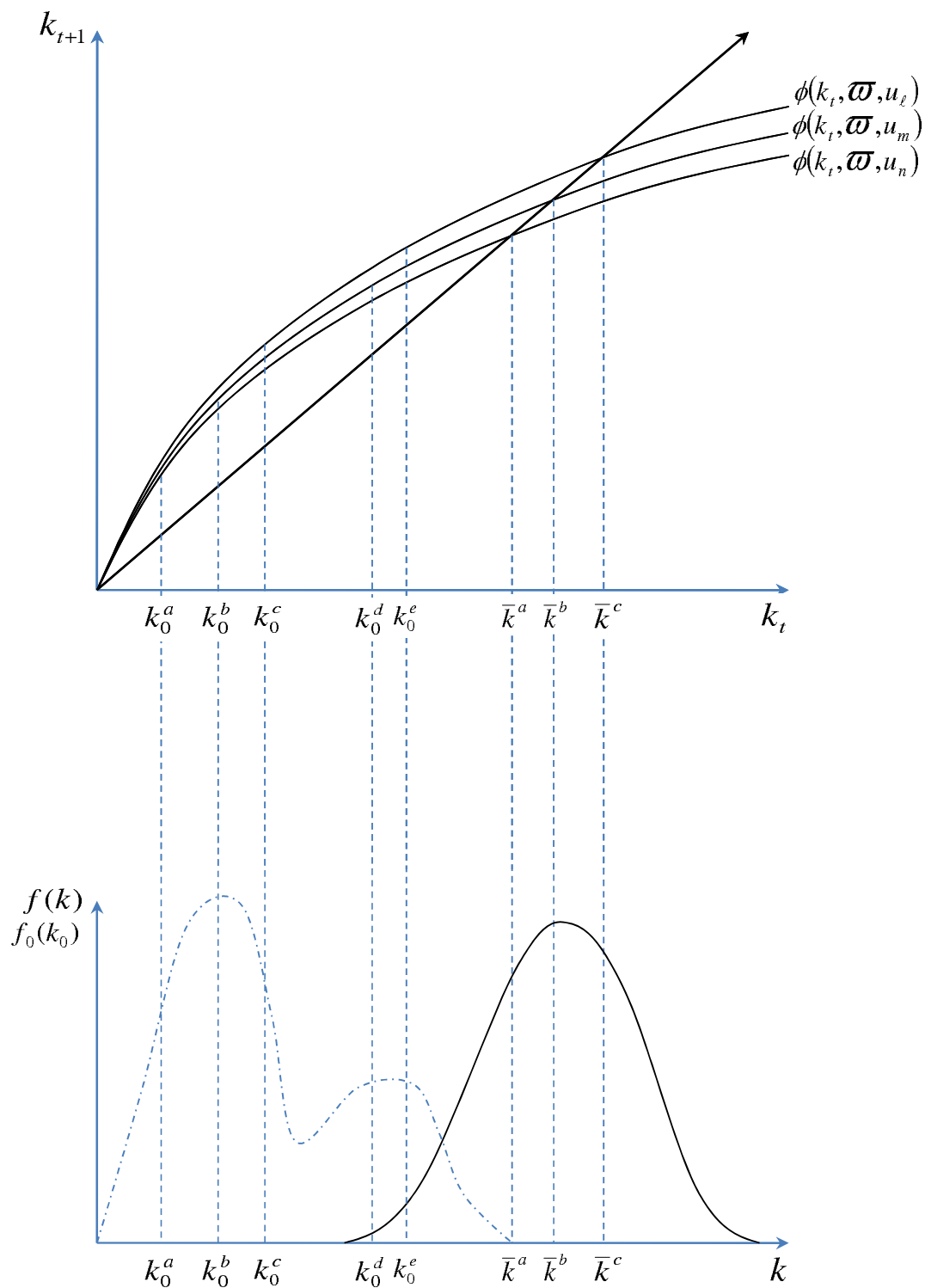
donde \mathbf{X}_i representa la matriz de observaciones individual de variables que determinan dicho equilibrio. En este sentido, el hallazgo de una relación negativa ($\beta < 0$) implica que entre países o regiones similares es posible hablar de un proceso de convergencia económica. La hipótesis tomo el nombre de β -convergencia condicionada.¹ A partir de un modelo *Solow-Swan* ampliado con capital humano Mankiw, Romer & Weil (1992) llegan a una especificación similar a (2-2) y confirman los hallazgos de Barro & Sala-i Martin (1991).

De acuerdo con Galor (1996), el problema de la convergencia radica en la competencia de dos hipótesis. La primera la hipótesis de β -convergencia, y la segunda la hipótesis de los denominados *clubes* de convergencia. Si se validaba la primera, como se observa en la Gráfica **2-1**, y como se señaló anteriormente, economías similares convergen hacia situaciones de equilibrio de largo plazo similares. Más aún, en términos de la distribución del ingreso, si la condiciones iniciales implican una distribución inicial del ingreso multimodal, el proceso de convergencia condicional haría que a través de la dinámica de crecimiento la distribución tendiera a ser unimodal. Esto, como lo señala también la Gráfica **2-1** estaría asociado a la convexidad de la tecnología y al cumplimiento del principio de rendimientos marginales decrecientes.

Así, la convergencia se presentaría sin importar las condiciones iniciales de los países, regiones o departamentos. Esta última conclusión no es trivial pues tiene serias implicaciones en términos de política. Si la dinámica del proceso de crecimiento se rige o es fundamentada por el modelo de crecimiento neoclásico, son las políticas de ahorro o de control de la natalidad, por ejemplo, las que buscarían la homogeneidad entre países y/o regiones. No habría que hacer frente a los factores que inicialmente determinan una distribución desigual.

¹A partir de estos trabajos, se reconoció sin embargo que la validación a partir de $\hat{\beta} < 0$, no era suficiente para caracterizar el proceso de convergencia, de allí que haya surgido el concepto de σ -convergencia, el cual se refiere a la dispersión del ingreso per cápita en el corte transversal de países.

Figura 2-1.: La hipótesis de convergencia condicional.



Por otra parte, ante la presencia de no-convexidades en la tecnología, lo cual sustentaría la presencia de rendimientos locales crecientes (Romer 1986, Romer 1990, Jones & Manuelli 1990); o imperfecciones en el mercado de capitales (Galor & Zeira 1993) por ejemplo, aunque economías similares converjan a equilibrios de largo plazo similares, la situación de las condiciones iniciales importa, tal y como se observa en la Gráfica **2-2**.

En la Gráfica **2-2**, la situación inicial determina que en el largo plazo, una distribución del ingreso *per cápita* bimodal se polarize aún más en el largo plazo. Esto cambia totalmente el punto de vista de la política. Aunque las políticas macroeconómicas (ahorro, natalidad) puedan tener efectos positivos, los países o regiones necesitan dar un *salto de calidad* (Azariadis & Drazen 1990), el cual es más probable de obtener si se ataca la raíz de la desigualdad inicial de la distribución. Esto sugeriría, sobre todo en el caso de regiones o departamentos, la aplicación focalizada y específica de políticas que eliminen las diferencias en las condiciones iniciales. En caso contrario estaríamos en presencia de las denominadas *trampas* de pobreza en la dinámica del crecimiento.

En el contexto del debate teórico subyace el debate empírico. Al llevar a cabo regresiones de acuerdo con lo planteado por la ecuación (2-2) a lo largo de observaciones en un sólo punto en el tiempo frente a una condición inicial determinada, se deja por fuera totalmente el problema de la evolución de la distribución del ingreso. En este sentido Quah (1993), pone en la mesa el problema de la *falacia de galton* de regresiones a la media. En este trabajo se demuestra como, suponiendo una distribución del ingreso *per cápita* totalmente inamovible en el tiempo, es posible obtener un coeficiente $\hat{\beta}$ con valor negativo.

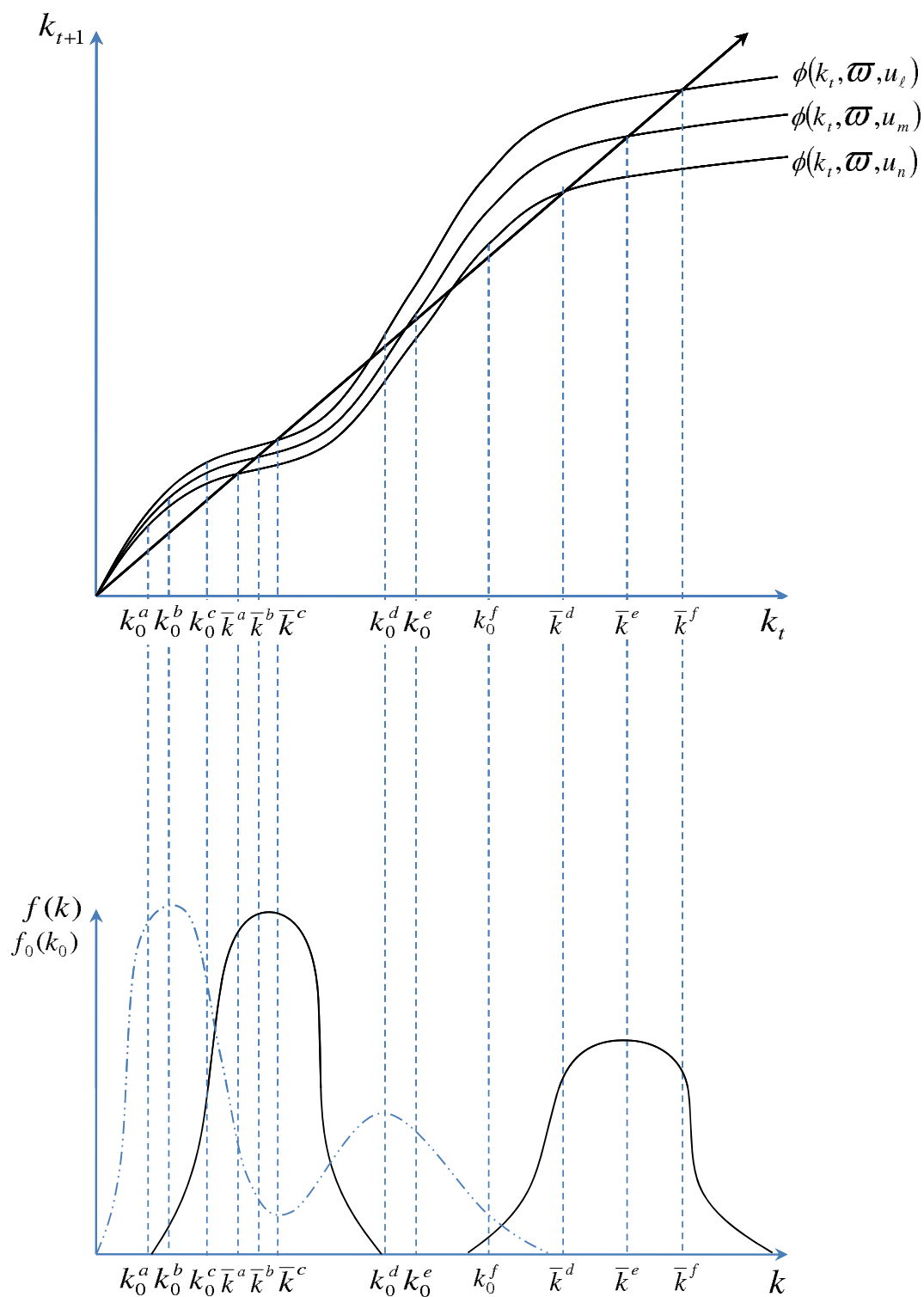
Por otra parte Bernard & Durlauf (1996) muestran que adicional al problema de regresión a la media, si existe una mala especificación del modelo de crecimiento, el estimador de β es sesgado y con tendencia a aceptar la hipótesis de β -convergencia. A partir de un modelo de crecimiento endógeno, la especificación correcta tendría la forma general

$$\gamma_{i,T} = \alpha + \beta(y_{i,0} - \zeta_i) + \epsilon_{i,T} \quad (2-3)$$

en donde si $\beta < 0$ la *i-esima* economía estaría convergiendo al ingreso de estado estacionario ζ_i . En este caso podemos tener varios países o regiones distribuidos desigualmente a lo largo de la distribución y cada uno convergiendo a diferentes equilibrios de largo plazo, lo que se denomina la hipótesis de *clubes* de convergencia.

Una primera solución, propone utilizar una metodología de panel de datos (Islam 1995) para que la estimación de β tenga en cuenta los posibles cambios en la distribución. Al realizar el ejercicio de estimación a lo largo de un gran conjunto de países, y al realizar ejercicios en

Figura 2-2.: La hipótesis de clubes de convergencia.



subgrupos homogéneos, Islam reporta tasas de crecimiento cercanas al doble de lo encontrado por Mankiw et al. (1992). Sin embargo, Lee, Pesaran & Smith (1997) y Pesaran (2007) critican el planteamiento de un modelo estocástico a partir de un modelo determinístico, en particular prueban que el parámetro de velocidad de convergencia derivado de un modelo estocástico de Solow puede tener una interpretación muy diferente pues depende del parámetro que determina la presencia o no de raíz unitaria en la serie de tiempo del ingreso *per cápita*. Utilizando pruebas de raíz en un panel de datos para varios países basado en tal modelo de crecimiento, encuentran presencia de tendencias estocásticas comunes, lo cual evidencia que el proceso de crecimiento económico en el mundo no cumple con la hipótesis de convergencia condicionada.

Como respuesta a los problemas metodológicos identificados en las regresiones tipo Barro/Sala-i-Martin, Quah (1993) y Quah (1996*b*) proponen una metodología inicialmente no paramétrica, la cual busca estimar la dinámica de la distribución del ingreso *per cápita*. La idea, que será explicada con más detalle en la sección 4.1, se basa en la estimación de probabilidades de transición de las economías a lo largo de la distribución de acuerdo a lo observado en un periodo de referencia determinado, a lo cual se le denomina un *kernel estocástico*. Esto permite caracterizar la presencia o no de persistencia, así como estimar el posible comportamiento futuro de la distribución. Al aplicar esta metodología utilizando datos del PIB *per cápita* para varios países en el periodo 1962-1984 (Quah 1996*a*), la dinámica de la distribución sugiere un comportamiento como el de la Gráfica 2-2, el cual Quah denomina dinámica de *picos gemelos*, y determina que es evidencia en contra de la hipótesis de convergencia condicional.

2.2. La literatura nacional

En el contexto del debate teórico/empírico plantado en la sección anterior, los ejercicios de convergencia en Colombia, se han concentrado en la aplicación empírica de las metodologías *à la* Barro/Sala-i-Martin y *à la* Quah. En el primer caso el trabajo pionero es el de Cárdenas (1993), el cual estima una versión de (2-1) para los departamentos en Colombia en el periodo 1950-1990 utilizando dos bases de datos, la primera del INANDES para el periodo 1950-1975 y la segunda del DANE para el periodo 1980-1990. Utilizando un estimador de mínimos cuadrados halla que el parámetro de velocidad de convergencia es de aproximadamente el 4%, el doble de lo reportado para los Estados Americanos (Barro & Sala-i Martin 1991). En este caso Cárdenas asocia dicho valor al hallazgo en la época de diferentes campos petrolíferos en algunas regiones inicialmente desfavorecidas en la distribución del ingreso.

Posteriormente, y con el mismo espíritu Cárdenas & Escobar (1995), amplían el periodo muestral al periodo 1950-1992 y confirman los resultados de Cárdenas (1993). Esta vez el hallazgo es el de β -convergencia condicionada y se resalta el papel de la infraestructura en

el proceso de convergencia de los departamentos durante el periodo. Bonet & Meisel (1999) utilizando como variables *proxy* del ingreso los depósitos bancarios en el periodo en cinco regiones, consiguen que el periodo de análisis sea 1926-1995. El análisis lo realizan en dos subperiodos: 1926-1960 y 1960-1995. Aplicando regresiones de acuerdo con (2-2), encuentran convergencia en el primer periodo y no-convergencia en el segundo. Conscientes de la crítica de Quah (1993), apoyan sus hallazgos con el cálculo de índices de concentración de Theil y Herfindahl-Hirschman.

En el segundo caso, Birchenall & Murcia (1997), en el contexto de un modelo de crecimiento con agentes heterogéneos con diferencia en las condiciones iniciales, plantean la estimación de un *kernel estocástico* sobre la distribución del PIB *per cápita* departamental en el periodo 1960-1994. Entre 1960 y 1975, el kernel muestra persistencia y algún grado de concentración en los departamentos con mayor y menor ingreso. Para el periodo 1980-1994 la persistencia continúa y se refuerza la polarización en los grupos extremos de la distribución.

Mora (2003), mediante la estimación de kerneles estocásticos univariados, muestra como la distribución del PIB *per cápita* en los departamentos pasa de ser unimodal en 1962, a bimodal en 1985 y 2000, evidencia en contra de la hipótesis de convergencia condicionada. Este tipo de ejercicios univariados es también realizado por Martínez (2006), no sólo sobre el PIB, sino sobre una serie de indicadores sociales, asociados a la educación y la violencia, encontrando la misma tendencia de multimodalidades en la distribución de dichas variables en el tiempo.

Ardila (2004), utilizando también la estimación de la distribución a partir de kerneles estocásticos, condiciona la dinámica de la distribución del PIB *per cápita* de los departamentos a la evolución del gasto e inversión públicas. Al igual que Birchenall & Murcia (1997), encuentra que en el periodo 1985-1996 tal dinámica se caracterizó por un alto componente de persistencia, y que cambios positivos en la distribución solo pueden asociarse con el papel de la inversión pública. Por su parte, Aguirre (2005) busca contrastar la hipótesis de convergencia utilizando la que llama metodología tradicional (regresiones *à la* Barro/Sala-i-Martin) y la metodología de estimación de kerneles. Estos procedimientos los realiza no sólo para el ingreso *per cápita* de los departamentos, sino para una serie de indicadores sociales, asociados a la calidad de vida, tales como la esperanza de vida, la tasa de analfabetismo y la tasa de mortalidad infantil. Mediante su análisis, la autora no encuentra evidencia para soportar la hipótesis en el periodo 1985-2001.

3. ¿Crecen más rápido los departamentos más pobres?

El debate teórico/empírico permitió determinar que la evaluación de la hipótesis de convergencia condicionada debe no sólo mirarse desde el punto de vista de la relación del crecimiento respecto a una condición inicial del ingreso *per cápita*. Un proceso de convergencia económica debe además caracterizarse por una dinámica de concentración en la distribución del mismo.

En el caso de los ejercicios que para Colombia han realizado Cárdenas (1993), Cárdenas & Escobar (1995), Bonet & Meisel (1999) y en parte Aguirre (2005), estos están sujetos a la crítica expuesta por Quah (1993). Los coeficientes β pueden no estar asociados a un proceso de convergencia condicionada cuando a partir de una estructura estática como la presentada en la ecuación (2-2), se pretenden abstraer conclusiones de carácter dinámico. Adicionalmente los análisis que pretenden determinar el cumplimiento de la hipótesis a través de la método de estimación de la distribución (Birchenall & Murcia 1997, Mora 2003, Ardila 2004), han encontrado evidencia en contra en diferentes periodos de tiempo y de alguna forma la posibilidad de multimodalidades en la forma de la distribución, lo cual podría validar la existencia de clubes de convergencia.

El ejercicio que se presenta a continuación tiene dos propósitos. El primero es una vez más evaluar el cumplimiento o no de la hipótesis de convergencia en el periodo 1975-2005. Una metodología de carácter paramétrico basada en un modelo de panel de datos (Islam 1995), determinará la validez de la denominada β -convergencia condicionada, la cual será puesta en duda de nuevo a través de la utilización de la metodología no paramétrica sugerida por primera vez en Quah (1993) y Quah (1996b). En segundo lugar, busca interpretar de manera conjunta los hallazgos y soportar de forma robusta las apreciaciones teóricas presentadas en la sección 2.1. Esto último podrá sugerir el camino de la política de crecimiento que debe llevar a cabo Colombia desde un punto de vista regional.

A partir de una versión ampliada del modelo de crecimiento neoclásico *Solow-Swan*, se pretende abordar el problema empírico de la β -convergencia en los departamentos de Colombia. La ecuación de convergencia permitirá determinar un modelo empírico para determinar la validez de la hipótesis mencionada, el cual se basa en la metodología de panel de datos.

3.1. Una primera medida de convergencia a partir del análisis de un panel de datos

3.1.1. La ecuación de convergencia

Siguiendo a Mankiw et al. (1992) y Barro & Sala-i Martin (2004, cap. 2), asumimos que la producción Y_i de cada economía/departamento (e/d) esta determinada por una función convexa y con rendimientos constantes a escala $F : \mathbb{R}_+^3 \rightarrow \mathbb{R}$, para la cual $\{K_i, H_i, L_i\} \in \mathbb{R}^3$ representa la canasta de factores reproducibles capital físico, capital humano y trabajo para una e/d i , y se tiene que:

$$Y_i(t) = K_i(t)^\alpha H_i(t)^\eta [A_i(t)L_i(t)]^{1-\alpha-\eta}$$

En este caso, F es una función tipo *Cobb-Douglas*, para la cual α , η representan la participación del capital físico y de capital humano en la generación de producto, y en donde $A_i(t)$ representa el progreso tecnológico incrementador del trabajo, el cual crece a una tasa común g para cada una de las e/d¹. Por otra parte L_i crece a una tasa constante n_i , mientras que, denotando $\dot{x} \equiv \frac{dx}{dt}$, la reproducción de capital físico y capital humano está determinada por:

$$\dot{K}(t) = s_{K,i}K_i(t)^\alpha H_i(t)^\eta [A_i(t)L_i(t)]^{1-\alpha-\eta} - \delta K(t)$$

$$\dot{H}(t) = s_{H,i}K_i(t)^\alpha H_i(t)^\eta [A_i(t)L_i(t)]^{1-\alpha-\eta} - \delta H(t)$$

Las ecuaciones de reproducción de capital físico y humano, asumen que cada e/d destina una proporción constante s_j , $j = K, H$ de su ingreso para la inversión en cada uno de estos factores. Adicionalmente se simplifica el análisis al asumir que la tasa de depreciación constante δ es igual entre las dos clases de capital. Al dividir cada una de las anteriores expresiones por $A_i(t)L_i(t)$, se obtienen las formas intensivas (valores por *trabajador efectivo*):

$$\hat{y}_i(t) = \hat{k}_i(t)^\alpha \hat{h}_i(t)^\eta \tag{3-1}$$

$$\frac{\dot{\hat{k}}_i(t)}{\hat{k}_i(t)} = s_{K,i} \hat{k}_i(t)^{-(1-\alpha)} \hat{h}_i(t)^\eta - (n_i + g + \delta) \tag{3-2}$$

$$\frac{\dot{\hat{h}}_i(t)}{\hat{h}_i(t)} = s_{H,i} \hat{k}_i(t)^\alpha \hat{h}_i(t)^{-(1-\eta)} - (n_i + g + \delta) \tag{3-3}$$

¹Al igual que Mankiw et al. (1992) y Barro & Sala-i Martin (1992). Asumimos que para economías regionales el proceso de difusión tecnológica es lo suficientemente rápido.

las cuales conforman el sistema que determina el comportamiento dinámico de cada e/d y cuyos niveles de capital físico por trabajador efectivo (\hat{k}), y capital humano por trabajador efectivo (\hat{h}) en su equilibrio de estado estacionario² son:

$$\hat{k}_i^* = \left(\frac{s_{K,i}^{1-\eta} s_{H,i}^\eta}{n_i + g + \delta} \right)^{\frac{1}{1-\alpha-\eta}} \quad (3-4)$$

$$\hat{h}_i^* = \left(\frac{s_{H,i}^{1-\alpha} s_{K,i}^\alpha}{n_i + g + \delta} \right)^{\frac{1}{1-\alpha-\eta}} \quad (3-5)$$

Proposición 1 (Ecuación de convergencia 1). *A partir de la log-linealización de las ecuaciones (3-1)-(3-3) alrededor de $\{\log(\hat{k}_i^*), \log(\hat{h}_i^*)\}$ se obtiene la ecuación de convergencia:*

$$\frac{d \log(\hat{y}_i(t))}{dt} \equiv \hat{\gamma}_i = -\beta \left[\alpha \log \left(\frac{\hat{k}_i(t)}{\hat{k}_i^*} \right) + \eta \log \left(\frac{\hat{h}_i(t)}{\hat{h}_i^*} \right) \right] \quad (3-6)$$

en donde $\beta = (1 - \alpha - \eta)(n_i + g + \delta)$ representa la velocidad de convergencia de una e/d a su equilibrio de estado estacionario.

Prueba: Véase apéndice A.1. □

Si las e/d cuentan con niveles de capital físico por trabajador efectivo y de capital humano por trabajador efectivo por debajo de $\{\hat{k}_i^*, \hat{h}_i^*\}$ y teniendo en cuenta que $\log(\cdot)$ es una función creciente, la ecuación (3-6) muestra que la tasa de crecimiento del producto por trabajador efectivo $\hat{\gamma}$, será mayor para aquellas e/d más *pobres*. La velocidad del ajuste por periodo estará determinada por β . En otras palabras, ante diferencias en las condiciones iniciales de la economía, las e/d más desfavorecidas en sus dotaciones de capital físico y humano, crecerán más rápido para alcanzar su equilibrio de largo plazo. Por otra parte, si estas e/d se caracterizan por valores similares para $\{s_K, s_H, n\}$ sería posible decir que aquellas consideradas como desfavorecidas alcanzarán a las más favorecidas, lo cual constituye la denominada

²La economía está en una situación de equilibrio de estado estacionario, cuando los valores por trabajador efectivo de las variables que tienen un comportamiento dinámico en el tiempo, son constantes, es decir se tiene, a partir de las ecuaciones (3-2) y (3-3) que:

$$\begin{aligned} s_{K,i} \hat{k}_i^{*-(1-\alpha)} \hat{h}_i^{*\eta} &= (n_i + g + \delta) \\ s_{H,i} \hat{k}_i^{*\alpha} \hat{h}_i^{*-(1-\eta)} &= (n_i + g + \delta) \end{aligned}$$

hipótesis de β -convergencia condicionada discutida con anterioridad.

Utilizando la ecuación (3-1), es posible decir que $\log(\hat{y}_i(t)/\hat{y}_i^*) = \alpha \log(\hat{k}_i(t)/\hat{k}_i^*) + \eta \log(\hat{h}_i(t)/\hat{h}_i^*)$, por lo que la ecuación (3-6), toma la forma de la ecuación diferencial:

$$\frac{d \log(\hat{y}_i(t))}{dt} = -\beta [\log(\hat{y}_i(t)) - \log(\hat{y}_i^*)] \quad (3-7)$$

Proposición 2 (Ecuación de convergencia 2). *La solución a la ecuación diferencial (3-7), junto con los valores para $\{\log(\hat{k}_i^*), \log(\hat{h}_i^*)\}$; definiendo el producto per cápita como $y_i(t) = A_i(t)\hat{y}_i(t)$, y partiendo de una condición inicial $\hat{y}_i(0)$, nos permite reescribir la ecuación de convergencia en términos de $\{s_{H,i}, s_{K,i}, n_i, \delta, g\}$ como:*

$$\begin{aligned} \log(y_i(t)) = & gt + \log(y_i(0))e^{-\beta t} + \frac{(1 - e^{-\beta t})\alpha}{1 - \alpha - \eta} \log(s_{K,i}) + \frac{(1 - e^{-\beta t})\eta}{1 - \alpha - \eta} \log(s_{H,i}) \\ & + \frac{(1 - e^{-\beta t})(\alpha + \eta)}{1 - \alpha - \eta} \log(n_i + g + \delta) + (1 - e^{-\beta t}) \log(A_i(0)) \end{aligned} \quad (3-8)$$

Prueba: Véase apéndice A.2. □

Con el propósito de evaluar la hipótesis de convergencia condicionada, el primer aproximamiento es determinar empíricamente el cumplimiento de lo expresado por la ecuación (3-6). Se propone entonces determinar una metodología paramétrica que busque expresar la ecuación (3-8) en un sentido empírico, y determinar la validez estadística de dicha hipótesis.

3.1.2. Un modelo de panel de datos dinámico

Los ejercicios de estimación de la β -convergencia condicionada al estilo Barro & Sala-i Martin (1992), parten de una especificación teórica similar a la mostrada por la ecuación (3-8). Allí el crecimiento del PIB *per cápita* es asociado a una condición inicial utilizando una estructura transversal de datos. Con el fin de evitar los problemas sugeridos por Quah (1993), es posible determinar, en un contexto dinámico, que tal condición inicial represente el valor observado en el periodo inmediatamente anterior. Siguiendo a Islam (1995), introduciendo un termino de error, la ecuación (3-8) puede ser reescrita de la siguiente forma:

$$y_{i,t} = \psi y_{i,t-1} + \sum_{j=1}^3 \varphi_j x_{ij,t} + \zeta_t + \mu_i + \nu_{i,t} \quad i = 1, \dots, N; \quad t = 1, \dots, T \quad (3-9a)$$

donde:

$$y_{i,t} \equiv \log(y_i(t)) \quad (3-9b)$$

$$x_{i1,t} \equiv \log(s_{K,i}) \quad (3-9c)$$

$$x_{i2,t} \equiv \log(s_{H,i}) \quad (3-9d)$$

$$x_{i3,t} \equiv \log(n_i + g + \delta) \quad (3-9e)$$

$$\psi \equiv e^{-\beta t} \quad (3-9f)$$

$$\varphi_1 \equiv \frac{(1 - e^{-\beta t})\alpha}{1 - \alpha - \eta} \quad (3-9g)$$

$$\varphi_2 \equiv \frac{(1 - e^{-\beta t})\eta}{1 - \alpha - \eta} \quad (3-9h)$$

$$\varphi_3 \equiv \frac{(1 - e^{-\beta t})(\alpha + \eta)}{1 - \alpha - \eta} \quad (3-9i)$$

$$\zeta_t \equiv gt \quad (3-9j)$$

$$\mu_i \equiv (1 - e^{-\beta t}) \log(A_i(0)) \quad (3-9k)$$

El sistema de ecuaciones (3-9) se refiere a un modelo de panel de datos dinámico, cuyo término de error es $\nu_{i,t}$, y cuyo término de heterogeneidad individual es μ_i , para los cuales es necesario que $E(\nu_{i,t}) = 0$, $E(\mu_i) = 0$ y $E(\nu_{i,t}\mu_i) = 0$. Este modelo no puede ser estimado a través de los estimadores comunes de efectos fijos o efectos aleatorios. La estructura autorregresiva implica que $E(y_{i,t-1}\nu_{i,t}) \neq 0$, lo cual implica que la utilización de métodos de Mínimos Cuadrados Ordinarios (MCO) conlleva a estimadores sesgados e inconsistentes (Baltagi 2005).

Los trabajos de Arellano & Bond (1991), Arellano & Bover (1995) y Ahn & Schmidt (1995), propusieron de forma general la construcción de estimadores eficientes de variables instrumentales a partir del Método Generalizado de los momentos (GMM).³ Sin embargo Blundell & Bond (1998) mejoraron las cualidades de eficiencia del estimador en el caso de presentarse el problema de instrumentos débiles, el cual se presenta en el contexto en el que, siguiendo la ecuación (3-9a) $\psi \rightarrow 1$ o $\frac{\sigma_\mu^2}{\sigma_\nu^2} \rightarrow \infty$. En este caso, para el conjunto $i = 1, \dots, N$ de e/d, el sistema de condiciones ortogonales o momentos

$$E(y_{i,t-s}\Delta\nu_{i,t}) = 0; \quad t = 3, \dots, T; \quad s \geq 2 \quad (\text{Ecuaciones en diferencias}) \quad (3-10a)$$

$$E(\nu_{i,t}\Delta y_{i,t-1}) = 0; \quad t = 4, \dots, T \quad (\text{Ecuaciones en niveles}) \quad (3-10b)$$

$$E(u_{i,3}\Delta y_{i,2}) = 0 \quad (\text{Condición inicial}) \quad (3-10c)$$

³Por su nombre en inglés *Generalized Method of Moments*.

junto con la ecuación (3-9a) y las condiciones sobre el comportamiento del término de error y el componente de heterogeneidad individual, permiten la construcción de un estimador GMM eficiente y consistente cuando $N \rightarrow \infty$ y T es finito.

Datos

Aunque sería posible contar con datos de ingreso per cápita departamental desde 1950 (Cárdenas 1993), se buscó tener una serie lo más homogénea posible y que no implicara muchos ejercicios de empalme entre series. Se decidió entonces construir una serie de PIB real por departamento para el periodo 1975-2005 a partir de una única fuente –DANE– pero con diferentes bases metodológicas –base 1975 y base 1994–, utilizando un empalme por crecimientos de los valores nominales basados en la base 1994 y deflactando por el IPC base 1998 (llevado a base 1994=100).⁴ El PIB *per cápita* departamental, se obtuvo al dividir por las proyecciones oficiales de población por departamento.

El panel de datos para el PIB *per cápita* comprende observaciones para 23 e/d en el periodo 1975-2005. Anterior a 1990, los datos de ingresos departamentales para las entonces denominadas intendencias y comisarías se registraban en un agregado único. A partir del cambio de base metodológica en el año 1994 estas se denominaron *nuevos departamentos* y el registro agregado se seguía manteniendo pero fue posible registrar datos del PIB para cada una de ellas. Con la intención de mantener el balance en el panel, una de las e/d es precisamente la agregación mencionada. Por otra parte, el dato de PIB de *La Guajira* está determinado principalmente por la extracción de carbón. Los indicadores sociales indican que es posible considerar a esta e/d como una economía de *enclave*, de allí que no se tome en cuenta para el análisis de convergencia. Finalmente, dada la dinámica de configuración regional que se ha presentado a los alrededores de Bogotá, esta y Cundinamarca conforman una única e/d.

El juicioso ejercicio realizado por CEGA (2006), incluye la estimación para cada uno de los 23 departamentos de una *tasa de ganancia*, la cual se acerca a la concepción de tasa de inversión en capital físico necesaria para nuestro análisis. Adicionalmente, y siguiendo la idea sugerida en Islam (1995), se tomó como variable *proxy* de la tasa de inversión en capital humano, la tasa promedio de escolaridad en secundaria y primaria. Para el caso de los departamentos en Colombia, estas fueron construidas para el trabajo de Martínez (2006).

Como fue señalado en la fundamentación del modelo de crecimiento soporte del modelo empírico en (3-9), asumimos que la tasa de crecimiento del parámetro tecnológico g , es

⁴Aunque existe una construcción homogénea del PIB departamental en CEGA (2006), esta sólo cubre el periodo 1975-2000, el empalme de las series del DANE nos permitía tener una serie en un periodo de 30 años, periodo lo suficientemente largo para llevar a cabo el ejercicio de convergencia en los departamentos.

igual y constante para todas las e/d. Desde el punto de vista empírico, una aproximación a esta tasa es la tasa de crecimiento del PIB potencial de la economía colombiana, el cual es continuamente calculado por la DEE-DNP.⁵ En el periodo de análisis este calculo resultó ser igual a 0,037 promedio anual. La tasa de depreciación del capital δ , la cual también se asume igual y constante para cada e/d, se calcula paralelamente con el PIB potencial. Dicho cálculo para el periodo de estudio registra un valor promedio por año de 0,048. A partir de las proyecciones de población utilizadas para calcular la medición de PIB *per cápita* para cada e/d es posible determinar la tasa de crecimiento promedio de la población n_i .

Estimación del modelo de panel de datos

El denominado estimador de sistema GMM (Blundell & Bond 1998), es eficiente y consistente en una muestra finita para la cual $N \rightarrow \infty$ y T finito. Con este propósito el panel de datos a utilizar en la estimación surge del promedio de los valores del PIB *per cápita*, la tasa de ganancia, la tasa de escolaridad básica y la tasa de crecimiento de la población por departamento en *spams* de tiempo de 5 años en el periodo 1975-2005.⁶ El panel balanceado consta del logaritmo de 23 observaciones para cada una de estas variables ($\{y_i, s_{K,i}, s_{H,i}, n_i\}$) en los periodos $t = \{1975 - 1979, 1980 - 1984, 1985 - 1989, 1990 - 1994, 1995 - 1999, 2000 - 2005\}$.⁷

De acuerdo con los resultados de la estimación (véase Cuadro **3-1**), el modelo de crecimiento neoclásico ampliado parece, en principio, ser un buen representante de la dinámica de crecimiento en las e/d en Colombia. Los coeficientes asociados al logaritmo de la tasa de inversión en capital físico y el logaritmo de la tasa de inversión en capital humano son estadísticamente significativos al 95 % de confianza. Por cada unidad de crecimiento anual en $s_{K,i}$ el PIB *per cápita* crece en un 0,76 % aproximadamente por año, esta relación es del 0,325 % para el caso de $s_{H,i}$. Se confirma además el efecto negativo y significativo del logaritmo de la denominada tasa efectiva de depreciación $\log(n_i + g + \delta)$.

A partir de $\hat{\psi}$ y la ecuación (3-9f), es posible hallar el valor implícito de la *velocidad de convergencia* entre las e/d de acuerdo con:

⁵ Dirección de Estudios Económicos del DNP.

⁶ Dos cuestionamientos metodológicos surgen en este punto. El primero el por qué la necesidad de filtrar el panel mediante la utilización de promedios, respuesta que se apoya en las propiedades asintóticas del estimador Blundell-Bond y adicionalmente, como es señalado por Islam (1995), este filtro disminuye el efecto que pueda tener la presencia del ciclo en la concepción de largo plazo del modelo de crecimiento. En segundo lugar sería posible utilizar entonces una metodología de series de tiempo siguiendo los planteamientos en Durlauf & Quah (1999, sec. 5.4) o Lee et al. (1997) y Pesaran (2007). Sin embargo la eficiencia y consistencia asintótica de estos procedimientos necesitan $T \rightarrow \infty$ y N finito. En el caso de los datos para los departamentos colombianos sin aplicar el filtro $T \cong N$, con lo cual no podríamos asegurar las propiedades de los estimadores.

⁷ El registro del panel balanceado se encuentra en el apéndice B.

Tabla 3-1.: Estimación de la ecuación de convergencia mediante un modelo de panel de datos dinámico.

Variable dependiente: $\log(y_i(t))$	
Instrumentos ecuaciones en diferencias:	
$y_{i,t-3} y_{i,t-2} y_{i,t-1}$	
Instrumentos ecuaciones en niveles:	
$\Delta y_{i,t-2} \Delta y_{i,t-1} x_{i1,t-2} x_{i2,t-2}$	
Variable independiente	
$\log(y_i(t-1))$	0,912
$H_0 : \psi = 0$	(0,043)
$H_0 : \psi \leq 0$ (p-valor)	0,000
$\log(s_{K,i})$	0,758
$H_0 : \varphi_1 = 0$	(0,156)
$H_0 : \varphi_1 \leq 0$ (p-valor)	0,008
$\log(s_{H,i})$	0,325
$H_0 : \varphi_2 = 0$	(0,111)
$H_0 : \varphi_2 \leq 0$ (p-valor)	0,002
$\log(n_i + g + \delta)$	-0,841
$H_0 : \varphi_3 = 0$	(0,247)
$H_0 : \varphi_3 \geq 0$ (p-valor)	0,000
$\hat{\beta}$ implícito	0,015
$H_0 : \beta \geq 0$ (p-valor)	0,000
Test de Wald (p-valor)	0,000
Test de Sargan (p-valor)	0.083

Errores estándar entre paréntesis

$$\hat{\beta} = -\frac{1}{6} \log(\hat{\psi})$$

El cual, de acuerdo con lo registrado en el Cuadro (3-1), alcanzaría el valor del 1,5% por año. Aunque se avala inicialmente la hipótesis de convergencia condicionada, la velocidad a la que se acercan las e/d a su estado estable o equilibrio de largo plazo en Colombia es relativamente pequeña frente a las estimaciones de Cárdenas (1993), Cárdenas & Escobar (1995) y Bonet & Meisel (1999), aunque inicialmente estas últimas estén viciadas por los problemas de regresión a la media señalados por Quah (1993) y Friedman (1992) y puedan no ser comparables.

4. ¿Tienen realmente una oportunidad los departamentos más pobres?

4.1. La dinámica de la distribución

Siguiendo a Stachurski (2009, Cap.4) consideraremos el caso general de una variable aleatoria \mathcal{Y} definida sobre un espacio-estado muestral finito Γ el cual contiene todos los posibles valores \mathcal{Y}_j ; $j = 1, \dots, J$ que pueda tomar dicha variable. Siguiendo a Quah (1996b) y Stachurski (2009), es posible definir un *kernel estocástico* como una función $p : \Gamma \times \Gamma \rightarrow [0, 1]$ tal que

a) $p(\mathcal{Y}_j, \mathcal{Y}'_j) \geq 0$ para cada $(\mathcal{Y}_j, \mathcal{Y}'_j) \in \Gamma \times \Gamma$.

b) $\sum_{\mathcal{Y}'_j \in \Gamma} p(\mathcal{Y}_j, \mathcal{Y}'_j) = 1$ para cada $\mathcal{Y}_s \in \Gamma$.

En este caso $p(\mathcal{Y}_j, \mathcal{Y}'_j)$ es la expresión de la probabilidad de que estando en el estado \mathcal{Y}_j , la variable aleatoria \mathcal{Y} tome el valor \mathcal{Y}'_j . Definido así, el *kernel estocástico* se acoge el *supuesto de Markov*, el cual señala que las probabilidades de transición entre estados dependen únicamente de la situación actual. Esto es, en cualquier periodo de tiempo t , \mathcal{Y}_j representa toda la historia hasta t . Este supuesto permite que p caracterice totalmente la distribución de \mathcal{Y} a través la *matriz de transición*

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} p(\mathcal{Y}_1, \mathcal{Y}_1) & \cdots & p(\mathcal{Y}_1, \mathcal{Y}_J) \\ \vdots & & \vdots \\ p(\mathcal{Y}_J, \mathcal{Y}_1) & \cdots & p(\mathcal{Y}_J, \mathcal{Y}_J) \end{bmatrix}$$

En tal caso la secuencia $\{\mathcal{Y}_t\}_{t \geq 0}$ se denomina una *cadena de Markov*. A partir de los datos del PIB *per cápita* por departamento en el periodo 1975-2005, definimos como realización de la variable aleatoria a $\mathcal{Y}_j = y_{i,t} \left(\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N y_{i,t} \right)^{-1}$, esto es \mathcal{Y} se define como el PIB *per cápita* relativo al promedio nacional en cualquier periodo t .¹

A partir de \mathbf{M} , la dinámica de la distribución del PIB *per cápita* relativo en las e/d, puede expresarse a través del sistema dinámico

¹Esta normalización de la variable de interés se lleva a cabo para que los cálculos computacionales no presenten inconvenientes por la escala de la variable.

$$\Omega_{t+1} = \Omega_t \mathbf{M} \quad (4-1)$$

para el cual Ω_t representa la distribución marginal o no condicional de \mathcal{Y} en el periodo t . En general la solución a este sistema dinámico esta determinada por:

$$\Omega_t = \Omega_1 \mathbf{M}^t \quad (4-2)$$

Stachurski (2009), señala que la aplicación del teorema de Brower de puntos fijos a cadenas de Markov, asegura que cada una de éstas definida sobre un espacio muestral finito tiene al menos una distribución estacionaria Ω^* , tal que $\Omega^* \mathbf{M} = \Omega^*$. En tal caso es posible desprender la siguiente proposición:

Proposición 3 (Distribución estacionaria). *Sea $\mathbf{1}'_J$ el vector fila de tamaño $1 \times J'$ ($1, \dots, 1$). Sea $\mathbf{1}_{J' \times J'}$ la matriz de unos de tamaño $J' \times J'$, la distribución estacionaria de la cadena de markov \mathcal{Y} puede ser determinada por:*

$$\Omega^{*T} = [(\mathbf{I}_{J'} - \mathbf{M} + \mathbf{1}_{J' \times J'})^T]^{-1} \mathbf{1}'_{J'} \quad (4-3)$$

Prueba: Véase Stachurski (2009, Cap. 4). □

4.2. La dinámica de la distribución del PIB *per cápita* por departamento

A partir de los datos departamentales, y asumiendo un espacio muestral finito, es posible definir los estados posibles a partir de una discretización arbitraria² de Γ en donde

$$\Gamma' = \{\chi_1, \chi_2, \chi_3, \chi_4, \chi_5\}$$

$$\mathcal{Y} = \chi_1 \text{ si } \mathcal{Y}_j \leq 0,5$$

$$\mathcal{Y} = \chi_2 \text{ si } 0,5 > \mathcal{Y}_j \leq 0,75$$

$$\mathcal{Y} = \chi_3 \text{ si } 0,75 > \mathcal{Y}_j \leq 1$$

$$\mathcal{Y} = \chi_4 \text{ si } 1 > \mathcal{Y}_j \leq 1,25$$

$$\mathcal{Y} = \chi_5 \text{ si } \mathcal{Y}_j > 1,25$$

para el cual el *kernel estocástico* está determinado por

²Como también lo señala Quah (1996b), la forma en que se lleve a cabo la discretización puede tener efectos sobre los resultados. El ejercicio presentado se realizo con el soporte de un análisis de sensibilidad a la discretización en donde los resultados no cambiaban de forma significativa, con desviaciones del 5% y 10% en los intervalos que determinan los estados.

$$p(\chi, \chi') = \frac{\sum_{i=1}^{t \times N} \mathbf{1}\{\mathcal{Y}_{t+1} \in \chi' | \mathcal{Y}_t \in \chi\}}{\sum_{i=1}^{t \times N} \mathbf{1}\{\mathcal{Y}_t \in \chi\}}$$

Las probabilidades de transición son estimadas a partir de las funciones indicadoras $\mathbf{1}\{\mathcal{Y}_{t+1} \in \chi' | \mathcal{Y}_t \in \chi\}$ la cual indica un valor de 1 si estando en el estado χ , \mathcal{Y} toma valor en χ' , y $\mathbf{1}\{\mathcal{Y}_t \in \chi\}$, la cual simplemente indica un valor de 1 si \mathcal{Y} toma valor en χ . A partir de estas estimaciones, la matriz de transición encontrada fue

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} 0,938 & 0,062 & 0,000 & 0,000 & 0,000 \\ 0,081 & 0,857 & 0,062 & 0,000 & 0,000 \\ 0,000 & 0,038 & 0,916 & 0,046 & 0,000 \\ 0,000 & 0,000 & 0,119 & 0,821 & 0,060 \\ 0,000 & 0,000 & 0,000 & 0,081 & 0,919 \end{bmatrix} \quad (4-4)$$

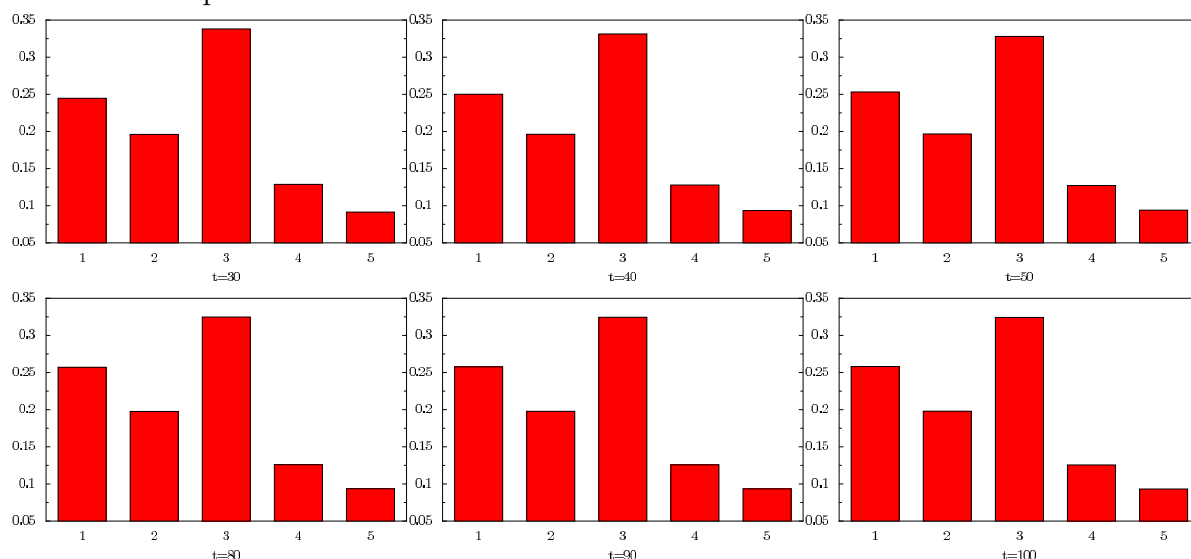
Una rápida mirada a (4-4), nos permite observar una dinámica del PIB *per cápita* relativo de los departamentos caracterizada por una gran persistencia. en general es posible decir que en el periodo 1975-2005, era más probable quedarse en el mismo estado que moverse, tal y como lo sugiere el valor de los elementos de la diagonal de \mathbf{M} . Adicionalmente, movimientos entre estados cercanos tuvieron alguna importancia en esta dinámica, sin embargo era improbable moverse entre estados extremos.

Para el caso de las 23 e/d en Colombia, y tomando como punto de partida la distribución marginal $\Omega_1 = \Omega_{1975} = \{0,087, 0,348, 0,391, 0,130, 0,043\}$, la Gráfica 4-1, muestra la estimación de la dinámica de la distribución de éstas en un periodo hasta 100 años adelante de 1975 siguiendo la ecuación (4-2). En lo relacionado con la hipótesis de convergencia los hallazgos no son alentadores. Entre 1975 y 2005 ($t = 30$), la dinámica de la distribución muestra una polarización marcada. La probabilidad de hacer parte del estado con menor PIB *per cápita* relativo paso de aproximadamente 9% en 1975 a un poco menos del 25% en 2005, mientras que en el caso del estado con mayor PIB *per cápita* relativo, el paso fue de cerca del 4% a un poco más del 9%.

La proyección hacia adelante de la distribución no es más esperanzadora frente a la hipótesis. Como puede observarse en la Gráfica (4-1), entre 40 y 100 años adelante, la distribución apenas si registra cambios significativos, lo cual señala que el sistema (4-1), converge de forma rápida hacia su distribución estacionaria. Al realizar el cálculo de esta última haciendo uso de la ecuación (4-3):

$$\Omega^* = \{0,259, 0,199, 0,324, 0,125, 0,093\} \quad (4-5)$$

Figura 4-1.: Estimación de la dinámica de la distribución del PIB *per cápita* relativo de los departamentos Colombianos.



La distribución de largo plazo refuerza la hipótesis de polarización en los extremos de la distribución, y una estabilidad hacia la parte intermedia de la misma. Esto contrasta claramente con los hallazgos de la sección 3.1.2. ¿Qué significa esto? Como lo señalaron Bernard & Durlauf (1996), esto puede deberse a una especificación incorrecta de la ecuación empírica de convergencia, en la cual un parámetro β positivo y significativo determinado a partir de la ecuación 3-9a, representa la velocidad relativa de convergencia a partir de una condición inicial de ingreso *per cápita* determinada.

Si las condiciones iniciales importan, el hallazgo del ejercicio para las 23 e/d en el periodo 1975-2005, soportaría no la hipótesis de convergencia condicionada sino aquella de clubes de convergencia. Inicialmente podríamos decir que existen grupos o *clusters* de departamentos, dentro de los cuales hay un proceso lento de convergencia, pero entre los cuales hay un claro proceso de divergencia económica.

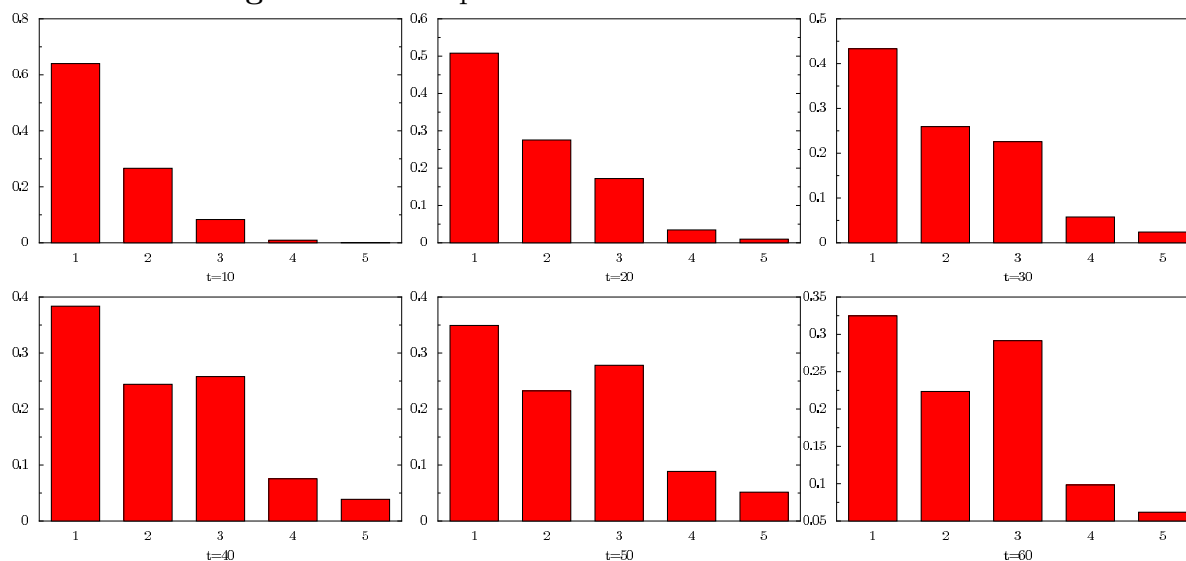
4.2.1. ¿Hay alguna oportunidad para los departamentos más desfavorecidos?

A partir de los resultados de la sección anterior, es posible realizar un ejercicio contrafáctico propuesto por Stachurski (2009). Se parte de una distribución degenerada en la parte baja del PIB *per cápita* relativo de las e/d

$$\Omega'_1 = \{1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0\}$$

A partir de las ecuaciones (4-4), (4-1) y (4-2), es posible realizar la estimación de la dinámica de la distribución y determinar las posibilidades de los departamentos que a 2005 se encuentran en ese estado.

Figura 4-2.: Las posibilidades de los más desfavorecidos.



La Gráfica 4-2 muestra los resultados del ejercicio propuesto. En un periodo de 10 años el ejercicio muestra que un departamento de ingreso bajo podría moverse sólo hasta la parte media de la distribución con una probabilidad aproximada del 10%. Esta probabilidad se incrementa al 30% en un periodo de 60 años. En este último horizonte las probabilidades de moverse de la parte más baja de la distribución hacia los estados de ingreso medio alto y alto son apenas del 10% y del 5% respectivamente, lo cual corrobora el grado de persistencia en la desigualdad de la distribución del PIB *per cápita* de los departamentos en Colombia.

El Cuadro 4-1 refleja la situación a 2005 de las e/d utilizadas para los ejercicios propuestos. El ejercicio contrafáctico muestra las posibilidades, *ceteris paribus*, de movilidad en la distribución del ingreso de los departamentos Caquetá, Chocó, Magdalena, Nariño y Sucre. Las posibilidades de estos departamentos es apenas alcanzar en 10 años con un 10% de probabilidad a los departamentos de Atlántico, Bolívar, Boyacá, Caldas, Huila, Meta, Risaralda y Tolima y en 60 años, aquellos que no lo hayan hecho, tendrán un 60% de probabilidad para por fin alcanzarlos o del 5% de dar el salto ya alcanzar a Bogotá/Cundinamarca.

Tabla 4-1.: Situación en 2005 de las e/d, de acuerdo con la discretización del espacio-estado de \mathcal{Y} .

χ_1	χ_2	χ_3	χ_4	χ_5
Caquetá	Cauca Cesar Córdoba	Atlántico Bolívar Boyacá Caldas	Antioquia	Bogotá/Cmarca
Chocó		Huila		
Magdalena		Meta		
Nariño	Norte Santander Quindío	Risaralda	Santander	
Sucre		Tolima	Valle Nuevos Departamentos	

5. Conclusiones

Se propone, a través de dos metodologías distintas, evaluar la validez de la hipótesis de convergencia condicionada en el proceso de crecimiento económico de los departamentos en Colombia. Con base en una ecuación de regresión fundamentada en un modelo Solow-Swan ampliado con capital humano, y utilizando métodos de panel de datos dinámico, se encuentra un parámetro de velocidad de convergencia positivo y significativo de aproximadamente el 1.5 % por año.

Sin embargo, a partir de un análisis de estimación de la dinámica de la distribución, se encuentra que el proceso de crecimiento de los departamentos en el periodo 1975-2005 se ha caracterizado por la persistencia y la polarización, y que si los fundamentales de esta distribución no cambian, el proceso hacia el futuro tendrá estas mismas características. *Ceteris paribus* en la parte de la distribución caracterizada por ingresos más bajos, departamentos como Caquetá, Chocó, Magdalena, Nariño y Sucre, apenas tendrían una probabilidad aproximada del 10 % de alcanzar la parte media de la distribución en un periodo de 10 años hacia adelante y tan sólo una probabilidad aproximada del 5 % de moverse a la parte en donde el ingreso es superior en un periodo de 60 años.

Los hallazgos de los ejercicios realizados con ambas metodologías, sugieren entonces que el proceso de convergencia se está dando al interior de grupos muy disímiles, que están situados en específicas partes de la distribución del PIB *per cápita*. Esto soporta entonces la hipótesis de clubes de convergencia en el crecimiento de los departamentos en Colombia durante este periodo.

Esto tiene implicaciones claras para la estrategia de crecimiento nacional a partir de sus regiones. La hipótesis de clubes de convergencia señala que las diferencias en el proceso de crecimiento –en este caso entre los departamentos de Colombia– pueden estar fuertemente asociadas a las condiciones iniciales de las *e/d*. Si se cumpliera la hipótesis de convergencia condicionada, las condiciones iniciales de los departamentos no serían determinantes de las diferencias y la estrategia de crecimiento debería basarse en una *homogenización* de los determinantes de los equilibrios de largo plazo, tales como las tasas de inversión en capital físico y humano, así como la demografía que caracteriza a la región. Si tal hipótesis no se cumple, como lo evidencia el ejercicio presentado, las condiciones iniciales determinan la situación de equilibrio de largo plazo y a partir de allí la estrategia debería cambiar, pues

la política debería dirigirse adicionalmente a cambiar de *facto* tales diferencias a través de políticas regionales focalizadas y especializadas.

A. Pruebas de las Proposiciones

A.1. Prueba de la Proposición 1

Prueba: La log-linealización de la ecuación (3-1), se lleva a cabo simplemente tomando logaritmos sobre esta. Para log-linealizar las ecuaciones (3-2) y (3-3), se realiza una expansión de Taylor de primer orden alrededor de $\{\log(\hat{k}_i^*), \log(\hat{h}_i^*)\}$ sobre su expresión en logaritmos, lo cual nos lleva al sistema de ecuaciones:

$$\log(\hat{y}_i(t)) = \alpha \log(\hat{k}_i(t)) + \beta \log(\hat{h}_i(t)) \quad (\text{A-1})$$

$$\begin{aligned} \frac{d \log(\hat{k}_i(t))}{dt} &= -(1 - \alpha) s_{K,i} \exp \left[-(1 - \alpha) \log(\hat{k}_i^*) + \eta \log(\hat{h}_i^*) \right] \log \left(\frac{\hat{k}_i(t)}{\hat{k}_i^*} \right) \\ &+ \eta s_{K,i} \exp \left[-(1 - \alpha) \log(\hat{k}_i^*) + \eta \log(\hat{h}_i^*) \right] \log \left(\frac{\hat{h}_i(t)}{\hat{h}_i^*} \right) \end{aligned} \quad (\text{A-2})$$

$$\begin{aligned} \frac{d \log(\hat{h}_i(t))}{dt} &= \alpha s_{H,i} \exp \left[\alpha \log(\hat{k}_i^*) - (1 - \eta) \log(\hat{h}_i^*) \right] \log \left(\frac{\hat{k}_i(t)}{\hat{k}_i^*} \right) \\ &- (1 - \eta) s_{H,i} \exp \left[\alpha \log(\hat{k}_i^*) - (1 - \eta) \log(\hat{h}_i^*) \right] \log \left(\frac{\hat{h}_i(t)}{\hat{h}_i^*} \right) \end{aligned} \quad (\text{A-3})$$

a partir de (3-2) y (3-3), se tiene que $s_{K,i} \exp \left[-(1 - \alpha) \log(\hat{k}_i^*) + \eta \log(\hat{h}_i^*) \right] = s_{H,i} \exp \left[\alpha \log(\hat{k}_i^*) - (1 - \eta) \log(\hat{h}_i^*) \right] = (n_i + g + \delta)$ en el estado estacionario. Utilizando esta expresión en (A-2) y (A-3) y derivando respecto al tiempo la ecuación (A-1) se obtiene:

$$\frac{d \log(\hat{y}_i(t))}{dt} = \alpha \left(\frac{d \log(\hat{k}_i(t))}{dt} \right) + \eta \left(\frac{d \log(\hat{h}_i(t))}{dt} \right) \quad (\text{A-4})$$

$$\frac{d \log(\hat{k}_i(t))}{dt} = -(1 - \alpha)(n_i + g + \delta) \log \left(\frac{\hat{k}_i(t)}{\hat{k}_i^*} \right) + \eta(n_i + g + \delta) \log \left(\frac{\hat{h}_i(t)}{\hat{h}_i^*} \right) \quad (\text{A-5})$$

$$\frac{d \log(\hat{h}_i(t))}{dt} = \alpha(n_i + g + \delta) \log \left(\frac{\hat{k}_i(t)}{\hat{k}_i^*} \right) + (1 - \eta)(n_i + g + \delta) \log \left(\frac{\hat{h}_i(t)}{\hat{h}_i^*} \right) \quad (\text{A-6})$$

Utilizando (A-5) y (A-6) en (A-4) y aplicando un poco de algebra:

$$\frac{d \log (\hat{y}_i(t))}{dt} = - \underbrace{(1 - \alpha - \eta)(n_i + g + \delta)}_{\beta} \left[\alpha \log \left(\frac{\hat{k}_i(t)}{\hat{k}_i^*} \right) + \eta \log \left(\frac{\hat{h}_i(t)}{\hat{h}_i^*} \right) \right]$$

□

A.2. Prueba de la Proposición 2

Prueba: Partimos de la ecuación diferencial

$$\frac{d \log (\hat{y}_i(t))}{dt} = -\beta [\log (\hat{y}_i(t)) - \log (\hat{y}_i^*)]$$

cuya solución general tendría la forma

$$\log (\hat{y}_i(t)) = \log (\hat{y}_i^*) + \mu \exp (-\beta t) \quad (\text{A-7})$$

Evaluando (A-7) en $t = 0$:

$$\log (\hat{y}_i(0)) = \log (\hat{y}_i^*) + \mu$$

Expresión a partir de la cual podemos despejar para μ y obtener:

$$\mu = \log (\hat{y}_i(0)) - \log (\hat{y}_i^*) \quad (\text{A-8})$$

Utilizando (A-8) en (A-7):

$$\log (\hat{y}_i(t)) = (1 - \exp (-\beta t)) \log (\hat{y}_i^*) + \log (\hat{y}_i(0)) \exp (-\beta t) \quad (\text{A-9})$$

A partir de (3-1), es posible decir que $\log (\hat{y}_i^*) = \alpha \log (\hat{k}_i^*) + \beta \log (\hat{h}_i^*)$, lo que implica que

$$\log (\hat{y}_i(t)) = (1 - \exp (-\beta t)) \left(\alpha \log (\hat{k}_i^*) + \beta \log (\hat{h}_i^*) \right) + \log (\hat{y}_i(0)) \exp (-\beta t) \quad (\text{A-10})$$

Tomando logaritmos sobre (3-4) y (3-5), lo que determina que:

$$\log \hat{k}_i^* = \frac{1 - \eta}{1 - \alpha - \eta} \log (s_{K,i}) + \frac{\eta}{1 - \alpha - \eta} \log (s_{H,i}) - \frac{1}{1 - \alpha - \eta} \log (n_i + g + \delta) \quad (\text{A-11})$$

$$\log \hat{h}_i^* = \frac{1 - \alpha}{1 - \alpha - \eta} \log (s_{H,i}) + \frac{\alpha}{1 - \alpha - \eta} \log (s_{K,i}) - \frac{1}{1 - \alpha - \eta} \log (n_i + g + \delta) \quad (\text{A-12})$$

Ahora, introduciendo las ecuaciones (A-11) y (A-12) en (A-10):

$$\log(\hat{y}_i(t)) = (1 - \exp(-\beta t)) \left[\frac{\alpha}{1 - \alpha - \eta} \log(s_{K,i}) + \frac{\eta}{1 - \alpha - \eta} \log(s_{H,i}) - \frac{(\alpha + \eta)}{1 - \alpha - \eta} \log(n_i + g + \delta) \right] + \log(\hat{y}_i(0)) \exp(-\beta t) \quad (\text{A-13})$$

Definiendo el PIB *per cápita* como $y = Y/L$, a partir de lo cual es posible decir que $\hat{y} = y/A$, la ecuación (A-13), se reexpresa finalmente como:

$$\log(y_i(t)) = gt + \log(y_i(0))e^{-\beta t} + \frac{(1 - e^{-\beta t})\alpha}{1 - \alpha - \eta} \log(s_{K,i}) + \frac{(1 - e^{-\beta t})\eta}{1 - \alpha - \eta} \log(s_{H,i}) + \frac{(1 - e^{-\beta t})(\alpha + \eta)}{1 - \alpha - \eta} \log(n_i + g + \delta) + (1 - e^{-\beta t}) \log(A_i(0))$$

□

B. Panel de datos

B.1. 1975-1979

Departamento	y_i	$s_{K,i}$	$n_i + g + \delta$	$s_{H,i}$
Antioquia	1567383	0.164	0.095	0.691
Atlántico	1459413	0.124	0.104	0.659
Bogotá/Cmarca	2736514	0.213	0.105	0.814
Bolívar	290213	0.080	0.101	0.521
Boyacá	1082870	0.101	0.087	0.642
Caldas	826028	0.109	0.089	0.753
Caquetá	182489	0.090	0.116	0.588
Cauca	2580128	0.097	0.098	0.585
Cesar	634914	0.100	0.109	0.367
Córdoba	1160748	0.117	0.105	0.601
Chocó	141181	0.089	0.113	0.512
Huila	405957	0.041	0.106	0.674
Magdalena	1935866	0.096	0.093	0.516
Meta	721061	0.072	0.131	0.679
Nariño	1797512	0.080	0.097	0.450
Norte Santander	862418	0.121	0.092	0.594
Quindío	1392407	0.064	0.083	0.760
Risaralda	788505	0.046	0.101	0.678
Santander	2177049	0.074	0.093	0.695
Sucre	822236	0.119	0.103	0.613
Tolima	1948311	0.079	0.094	0.655
Valle	3284781	0.153	0.097	0.704
Nuevos Departamentos	1043812	0.087	0.162	0.938

B.2. 1980-1984

Departamento	y_i	$s_{K,i}$	$n_i + g + \delta$	$s_{H,i}$
Antioquia	1776821	0.159	0.095	0.752
Atlántico	1551136	0.221	0.103	0.572
Bogotá/Cmarca	2987881	0.202	0.105	0.615
Bolívar	305816	0.067	0.100	0.481
Boyacá	1095847	0.089	0.086	0.438
Caldas	804223	0.130	0.088	0.710
Caquetá	199279	0.085	0.116	0.314
Cauca	2313985	0.089	0.097	0.615
Cesar	563708	0.077	0.108	0.455
Córdoba	1029008	0.079	0.104	0.605
Chocó	135539	0.041	0.112	0.566
Huila	419441	0.053	0.106	0.416
Magdalena	1762830	0.083	0.092	0.399
Meta	822614	0.083	0.131	0.630
Nariño	1886181	0.074	0.096	0.481
Norte Santander	899625	0.085	0.091	0.655
Quindío	1082845	0.077	0.082	0.818
Risaralda	778952	0.069	0.101	0.716
Santander	2467990	0.079	0.093	0.687
Sucre	745383	0.080	0.102	0.562
Tolima	1815469	0.078	0.093	0.692
Valle	3671094	0.167	0.096	0.714
Nuevos Departamentos	1639811	0.067	0.164	0.724

B.3. 1985-1989

Departamento	y_i	$s_{K,i}$	$n_i + g + \delta$	$s_{H,i}$
Antioquia	1920004	0.163	0.090	0.731
Atlántico	1474702	0.293	0.095	0.635
Bogotá/Cmarca	3186400	0.247	0.096	0.806
Bolívar	293052	0.061	0.095	0.367
Boyacá	1134787	0.085	0.077	0.643
Caldas	884469	0.097	0.085	0.817
Caquetá	260261	0.091	0.097	0.474
Cauca	2176028	0.089	0.089	0.579
Cesar	556397	0.074	0.090	0.511
Córdoba	988340	0.062	0.090	0.511
Chocó	171381	0.048	0.078	0.485
Huila	477992	0.056	0.090	0.687
Magdalena	1880311	0.080	0.093	0.571
Meta	937135	0.095	0.098	0.501
Nariño	2276721	0.070	0.093	0.458
Norte Santander	948147	0.063	0.092	0.547
Quindío	987415	0.085	0.091	0.815
Risaralda	799201	0.085	0.093	0.766
Santander	2288675	0.092	0.086	0.705
Sucre	818119	0.081	0.092	0.769
Tolima	1823056	0.074	0.077	0.715
Valle	3997498	0.157	0.089	0.683
Nuevos Departamentos	2052098	0.080	0.108	0.400

B.4. 1990-1994

Departamento	y_i	$s_{K,i}$	$n_i + g + \delta$	$s_{H,i}$
Antioquia	2002463	0.162	0.088	0.926
Atlántico	1472760	0.263	0.093	0.933
Bogotá/Cmarca	3519033	0.242	0.094	0.913
Bolívar	327216	0.043	0.093	0.875
Boyacá	1141294	0.086	0.076	0.772
Caldas	1040326	0.086	0.084	0.840
Caquetá	322893	0.084	0.092	0.767
Cauca	2615042	0.099	0.087	0.767
Cesar	709661	0.085	0.085	0.923
Córdoba	1055965	0.061	0.087	0.718
Chocó	191583	0.048	0.070	0.694
Huila	560447	0.041	0.086	0.837
Magdalena	2538251	0.068	0.093	0.756
Meta	1135146	0.073	0.089	0.870
Nariño	2430876	0.047	0.092	0.665
Norte Santander	1022412	0.083	0.092	0.768
Quindío	1123414	0.094	0.093	0.880
Risaralda	888773	0.070	0.090	0.858
Santander	2445725	0.083	0.085	0.840
Sucre	954781	0.083	0.089	0.609
Tolima	1924249	0.083	0.073	0.869
Valle	4610413	0.124	0.087	0.924
Nuevos Departamentos	2454924	0.060	0.094	0.997

B.5. 1995-1999

Departamento	y_i	$s_{K,i}$	$n_i + g + \delta$	$s_{H,i}$
Antioquia	2104968	0.139	0.083	0.971
Atlántico	1618937	0.145	0.092	0.903
Bogotá/Cmarca	3781022	0.302	0.094	0.955
Bolívar	371618	0.059	0.095	0.875
Boyacá	1132702	0.065	0.075	0.815
Caldas	1125939	0.076	0.081	0.841
Caquetá	368232	0.053	0.090	0.897
Cauca	2920778	0.029	0.086	0.840
Cesar	898693	0.063	0.094	0.833
Córdoba	1308907	0.043	0.075	0.809
Chocó	194976	0.012	0.070	0.972
Huila	621290	0.031	0.084	0.938
Magdalena	2993018	0.066	0.090	0.835
Meta	1382236	0.069	0.089	0.951
Nariño	2499073	0.049	0.088	0.819
Norte Santander	1064757	0.031	0.093	0.860
Quindío	1165892	0.035	0.089	0.826
Risaralda	934737	0.035	0.087	0.836
Santander	2867442	0.062	0.082	0.858
Sucre	958530	0.052	0.089	0.707
Tolima	2151547	0.063	0.071	0.915
Valle	4785328	0.082	0.087	0.937
Nuevos Departamentos	4022469	0.058	0.111	1.081

B.6. 2000-2005

Departamento	y_i	$s_{K,i}$	$n_i + g + \delta$	$s_{H,i}$
Antioquia	2132745	0.124	0.084	0.944
Atlántico	1563817	0.148	0.092	0.840
Bogotá/Cmarca	3664163	0.311	0.092	0.915
Bolívar	398428	0.064	0.093	0.836
Boyacá	1096383	0.064	0.077	0.823
Caldas	1249147	0.075	0.082	0.824
Caquetá	299076	0.081	0.091	0.824
Cauca	3390249	0.027	0.087	0.831
Cesar	1023904	0.065	0.089	0.833
Córdoba	1492506	0.023	0.081	0.790
Chocó	182610	0.006	0.074	0.888
Huila	618532	0.020	0.085	0.967
Magdalena	2978957	0.090	0.089	0.855
Meta	1312349	0.070	0.090	0.954
Nariño	2839448	0.102	0.087	0.814
Norte Santander	1040626	0.021	0.092	0.746
Quindío	1108458	0.038	0.088	0.897
Risaralda	902952	0.061	0.087	0.852
Santander	2961202	0.086	0.082	0.846
Sucre	889846	0.048	0.089	0.752
Tolima	1959561	0.085	0.073	0.971
Valle	4443455	0.092	0.087	0.833
Nuevos Departamentos	3938761	0.045	0.098	0.979

Bibliografía

- Abramovitz, M. (1986), 'Catching up, forging ahead, and falling behind', *The Journal of Economic History* **46**(2), 385–406.
- Aguirre, K. (2005), 'Convergencia en indicadores sociales en Colombia. una aproximación desde los enfoques tradicional y no paramétrico', *Desarrollo y Sociedad* (56), 147–176.
- Ahn, S. C. & Schmidt, P. (1995), 'Efficient estimation of models for dynamic panel data', *Journal of Econometrics* **68**, 5–27.
- Ardila, L. (2004), 'Gasto público y convergencia regional en Colombia', *Ensayos Sobre Política Económica* (45), 222–268.
- Arellano, M. & Bond, S. (1991), 'Some tests of specification for panel data: Monte Carlo evidence and an application to employment equations', *Review of Economic Studies* **58**, 277–297.
- Arellano, M. & Bover, O. (1995), 'Another look at the instrumental variable estimation of error-components models', *Journal of Econometrics* **68**, 29–51.
- Azariadis, C. & Drazen, A. (1990), 'Threshold externalities in economic development', *The Quarterly Journal of Economics* **105**(2), 501–526.
- Baltagi, B. H. (2005), *Econometric Analysis of Panel Data*, 3 edn, John Wiley & Sons, Ltd.
- Barro, R. J. & Sala-i Martín, X. (1991), 'Convergence Across States and Regions', *Brookings Papers on Economic Activity* **1991**(1), 107–158.
- Barro, R. J. & Sala-i Martín, X. (1992), 'Convergence', *Journal of Political Economy* **100**(2), 223–251.
- Barro, R. J. & Sala-i Martín, X. (2004), *Economic Growth*, 2 edn, The MIT Press.
- Bernard, A. B. & Durlauf, S. N. (1996), 'Interpreting tests of the convergence hypothesis', *Journal of Econometrics* **71**, 161–173.
- Birchenall, J. & Murcia, G. (1997), 'Convergencia regional: Una revisión del caso colombiano', *Archivos de Economía* **69**, Departamento Nacional de Planeación.

- Blundell, R. & Bond, S. (1998), 'Initial conditions and moment restrictions in dynamic panel data models', *Journal of Econometrics* **87**, 115–143.
- Bonet, J. & Meisel, A. (1999), 'La convergencia regional en Colombia: una visión de largo plazo, 1926-1995', *Coyuntura Económica* **XXIX**(1), 69–106.
- Cárdenas, M. (1993), 'Crecimiento y convergencia en Colombia: 1950-1990', *Planeación y Desarrollo* pp. 53–80. Edición especial DNP 35 años.
- Cárdenas, M. & Escobar, A. (1995), 'Infraestructura y crecimiento departamental 1950-1994', *Planeación y Desarrollo* **29**(4), 153–181.
- CEGA (2006), Ingreso, consumo y ahorro en los departamentos de Colombia 1975-2000, Sistema Simplificado de Cuentas Departamentales 2, CEGA.
- Durlauf, S. & Quah, D. (1999), The New Empirics of Economic Growth, in 'Handbook of Macroeconomics', Vol. 1, Elsevier.
- Friedman, M. (1992), 'Do Old Fallacies ever die?', *Journal of Economic Literature* **30**(4), 2129–2132.
- Galor, O. (1996), 'Convergence? inferences from theoretical models', *The Economic Journal* **106**(437), 1056–1069.
- Galor, O. & Zeira, J. (1993), 'Income Distribution and Macroeconomics', *Review of Economic Studies* **60**(1), 35–52.
- Islam, N. (1995), 'Growth empirics: A panel data approach', *The Quarterly Journal of Economics* **110**(4), 1127–1170.
- Jones, L. E. & Manuelli, R. (1990), 'A Convex Model of Equilibrium Growth: Theory and Policy Implications', *Journal of Political Economy* **98**(5), 1008–1038.
- Lee, K., Pesaran, M. H. & Smith, R. (1997), 'Growth and Convergence in a Multi-Country Empirical Stochastic Solow Model', *Journal of Applied Econometrics* **12**(4), 357–392.
- Mankiw, N. G., Romer, D. & Weil, D. N. (1992), 'A contribution to the empirics of economic growth', *The Quarterly Journal of Economics* **107**(2), 407–437.
- Martínez, C. (2006), Determinantes del PIB per cápita de los departamentos colombianos 1975-2003, Archivos de Economía 318, Departamento Nacional de Planeación.
- Mora, J. (2003), Crecimiento y Convergencia: a propósito de Quah, Estudios Gerenciales 89, Universidad ICESI.

- Pesaran, M. H. (2007), 'A pair-wise approach to testing for output and growth convergence', *Journal of Econometrics* **138**, 312–355.
- Quah, D. (1993), 'Galton's fallacy and tests of the convergence hypothesis', *Scandinavian Journal of Economics* **95**(4), 427–443.
- Quah, D. (1996a), 'Empirics for economic growth and convergence', *European Economic Review* **40**, 1353–1375.
- Quah, D. (1996b), 'Twin peaks: Growth and convergence in models of distribution dynamics', *The Economic Journal* **106**(437), 1045–1055.
- Romer, P. (1986), 'Increasing Returns and Long-Run Growth', *Journal of Political Economy* **94**(5), 1002–1037.
- Romer, P. (1990), 'Endogenous Technological Change', *Journal of Political Economy* **98**(5), S71–S102.
- Solow, R. M. (1956), 'A Contribution to the Theory of Economic Growth', *The Quarterly Journal of Economics* **70**(1), 65–94.
- Stachurski, J. (2009), *Economic Dynamics: Theory and Computation*, The MIT Press.