Aprendizaje del Valor Posicional en Estudiantes de Grado Sexto

Oscar Alonso Ramírez Castro

Universidad Nacional de Colombia

Facultad, Ciencias

Bogotá, Colombia

Año 2011

Aprendizaje del Valor Posicional en Estudiantes de Grado Sexto

Oscar Alonso Ramírez Castro

Trabajo presentado como requisito parcial para optar al título de:

Magister en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales

Directora

Profesora, Clara Helena Sánchez B.

Departamento de matemáticas

Universidad Nacional de Colombia

Facultad, Ciencias

Bogotá, Colombia

Año 2011

.

A mi familia:

Por su apoyo incondicional, al tomar como suyo todo proyecto que emprendo.

Agradecimientos

Agradezco a los profesores de la universidad que con su labor diaria enriquecen el patrimonio cultural y científico del país. En especial a Clara Helena Sánchez, Crescencio Huertas Campos y demás profesores que con su gestión abrieron un espacio con la maestría para que la educación básica y secundaria forme parte de este patrimonio.

Por otro lado agradezco especialmente a la profesora Clara Helena por las asesorías realizadas en la orientación de este trabajo.

Resumen

El siguiente trabajo expone una experiencia de aula que describe la implementación y el diseño de un taller propuesto para grado sexto en el cual se hace un acercamiento teórico a algunos aspectos históricos del desarrollo de los sistemas de numeración. En particular se estudiará el sistema de numeración babilónico, uno de los primeros sistemas de numeración posicional que servirá como recurso didáctico para reconocer, identificar y comparar con las características del sistema de numeración decimal, con el fin de observar en los estudiantes la comprensión de éste sistema.

Palabras clave: 1) Pensamiento numérico, 2) Sistemas de numeración, 3) Valor posicional.

Abstract

The following research shows a classroom experience that describes the implementation and design of a workshop proposed to be used in sixth grade where some historical aspects about the evolution of numeration systems are treated. Specifically the Babylonian numeration system, one of the first positional numeration systems, will be studied to be used as a didactical resource to recognize, identify and compare with the characteristics of the system of decimal numeration, in order to notice the level comprehension of this topic.

Keywords: 1) numeric thought, 2) numeration Systems, 3) Value positional.

Contenido

Lista de figuras

Lista de tablas

Introducción

El siguiente trabajo presenta una reflexión teórica sobre el aprendizaje de los sistemas de numeración con estudiantes de grado sexto de la institución Alianza Educativa Colegio Jaime Garzón. En la práctica docente se ha podido observar que los estudiantes presentan diferentes dificultades en el manejo y uso del sistema de numeración decimal con los números Naturales; entre ellas el identificar el valor de una cifra según la posición que ocupa ésta en la representación del número. Esta dificultad afecta significativamente el desarrollo del pensamiento numérico. Por ejemplo, se manifiesta posteriormente al interpretar y escribir números Racionales, Irracionales, y Reales, y al realizar operaciones básicas y solucionar problemas haciendo uso de estos números.

Al abordar dicha problemática se plantea una propuesta que pueda ayudar a dar solución. Partiendo del estudio y análisis de diferentes sistemas de numeración desde el punto de vista conceptual, histórico y didáctico. La propuesta consiste en diseñar e implementar talleres que planteen ejercicios y problemas con diferentes sistemas de numeración en el aula de clase de tal forma que los estudiantes contrasten las propiedades de varios sistemas especialmente las relacionadas con el valor posicional.

La metodología que se siguió en este trabajo se desarrolló en seis etapas: En la **primera** etapa se realizó un estudio de los factores que podían influir en la comprensión del sistema de numeración decimal en el ámbito escolar, planteando preguntas que al responderlas se puntualizara en el problema didáctico. En la **segunda** etapa se realizó un estudio tanto disciplinar como epistemológico de algunos sistemas de numeración antiguos haciendo un análisis comparativo y contrastando propiedades de estos sistemas para ayudar a la comprensión del valor posicional del sistema decimal; en la **tercera** etapa se dió paso al diseño de los talleres delimitando variables en las posibles dificultades de los estudiantes. En la **cuarta** etapa se implementaron los talleres que permitieron observar y recolectar información; en la **quinta** etapa, se analizó dicha información confrontando lo evidenciado con las variables tenidas en cuenta en la tercera etapa para así categorizar la información. Finalmente en la **sexta** etapa se evaluaron los talleres y se sacaron algunas conclusiones.

1. Planteamiento del problema didáctico

Al reflexionar en torno a los factores que pudieran influir en la comprensión del sistema de numeración decimal en el ámbito escolar se plantearon preguntas de tal forma que al responderlas permitieran canalizar dicha reflexión y se puntualizará un problema didáctico que pudiera ser abordado sistemáticamente y así proponer una posible solución. Algunas de las preguntas planteadas fueron: ¿en qué parte de la estructura curricular se encuentra los sistemas de numeración? Esta pregunta nos remitió a los lineamientos curriculares del Ministerio de Educación Nacional (1998), los cuales estructuran pensamientos (numérico, espacial, métrico, aleatorio, variacional) y procesos (razonamiento, resolución y planteamiento de problemas, comunicación, modelación, elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos) para que puedan ser aplicados en contextos (Situaciones problemáticas desde la matemática, vida diaria, otras ciencias) y que al interrelacionarse construyen el currículo. Los sistemas de numeración se ubican en el *pensamiento numérico* el cual se desarrolla gradual y progresivamente en la educación básica y media con los sistemas de numéricos (Naturales, Racionales, Irracionales, Enteros y Reales) y los sistemas de representación numérica.

Es así como surgió una nueva pregunta ¿qué se entiende por pensamiento numérico?
Muchas veces este conocimiento se concibe a la ligera como el uso y la manipulación que hace el individuo del número operativamente en exigencias tanto cotidianas como académicas; pero éste es mucho más, puesto que la operatividad involucra habilidades y destrezas en métodos de cálculo que ayudan a comprender el número en diferentes relaciones como: el reconocer el efecto de las operaciones y el hacer uso de ellos en forma adecuada en diferentes contextos en los que se pueden realizar generalizaciones. Para desarrollar éste conocimiento en la escuela los lineamientos curriculares proponen los sistemas de numeración como herramienta y plantean tres aspectos con los que se

puede enfocar el trabajo en aula: **uno** es la comprensión de los números y de la numeración; **dos** la comprensión del concepto de las operaciones y cálculos con números y **tres**, las aplicaciones de los números y operaciones a problemas de la vida cotidiana.

Al analizar el primer aspecto se planteó la pregunta ¿cómo abordar el estudio didáctico de la comprensión de los números y la numeración? Y nuevamente los lineamientos nos dan algunas luces, proponiendo un acercamiento al concepto de número en donde el estudiante lo estructura mediante un proceso en el que se pueden identificar varias etapas. La **primera** es el significado de número en el que Rico (1987), identifica la secuencia verbal, para contar; la cardinal, para medir, como ordinal, o como código o símbolo, o como una tecla para pulsar significados que puede tomar el número. Esta etapa empieza en edades muy tempranas de un niño con conocimientos informales, los cuales juegan un papel importante en la consolidación de este significado. En la **segunda** etapa se inicia la comprensión del sistema de numeración con el conteo, facultando al niño para encontrar secuencias, comparar y ordenar números. En la **tercera** etapa se da paso al agrupamiento en donde las unidades son reunidas en decenas, y luego, por grupos de diez, son agrupados en centenas, y así sucesivamente. En la **cuarta** etapa se llega al valor posicional con el asocio de dos significados: el número del lugar que ocupa el elemento en el conjunto, con la cantidad de elementos del conjunto. En este proceso están inmersas las actividades contar, agrupar y el valor posicional, características del sistema de numeración decimal, con las que el niño le da significado a todo lo anterior puesto que adquiere herramientas más eficaces que le permiten el manejo de números más grandes.

Teniendo en cuenta la reflexión se dió un nuevo paso al puntualizar el problema didáctico el cual pretende aborda la enseñanza-aprendizaje del valor posicional para mejorar la comprensión del sistema de numeración decimal; buscando el desarrollo del *pensamiento numérico* en estudiantes de grado sexto. Asumiendo que el estudiante en sus años de estudio ha pasado por la comprensión del concepto de número, y por las operaciones aritméticas de suma, resta, multiplicación y división de números naturales y aplicaciones con problemas con cálculos numéricos.

Detectado este problema didáctico se inicia su estudio sistemático en aras de proponer una posible solución. Para ello se tomaron los Estándares Curriculares del Ministerio de Educación Nacional (2006), con el fin de analizar ¿cómo orientar la enseñanza de los sistemas de numeración en el aula?, esto con dos objetivos: el primero consiste en analizar los estándares de grado primero a sexto, para identificar cuáles se asocian al problema didáctico y en cuales estándares se debe focalizar el trabajo de aula para así estructurar su posible solución. Igualmente el segundo objetivo pretende analizar los estándares de grado séptimo a once con el fin de vislumbrar como incide esté problema didáctico en estos grados.

Al desarrollar el primer objetivo se analizaron los estándares propuestos para los cursos primero a tercero encontrando que en estos grados se focaliza la construcción de número natural a través de diferentes contextos medición, conteo, comparación, codificación, etc. Por lo tanto los estándares se relacionan con la representación del sistema decimal y con el uso del volar posicional para realizar equivalencias. Además la resolución y formulación de problemas con las operaciones básicas. Puesto que con estas aplicaciones de los números con las operaciones se pone en juego tanto la expansión decimal como el valor posicional con el uso de los algoritmos.

De igual forma en los grados cuarto o quinto con los estándares relacionados con la potenciación y con el conteo recurrente de unidades se complementa la representación decimal como una forma de notación. Aquí se avanza en el concepto de número con el trabajo en diferentes bases.

Al realizar el análisis en el grado sexto, el concepto de número natural no solo se fortalece con la representación polinomial de los números naturales sino que también se proyecta a grados superiores con la notación de los números racionales que se trabaja en grado séptimo. Los estándares relacionados con la resolución y formulación de problemas en situaciones de adición, multiplicación, potenciación y radicación complementan el trabajo para la representación del sistema decimal.

Al abordar el segundo objetivo que consiste en vislumbrar la incidencia en la falta de claridad al identificar el valor de una cifra según la posición que ocupe ésta en el número en los grados de séptimo a once. Se observan dificultades al abordar estándares como por ejemplo: la notación de números racionales en grado séptimo, así como en los grados octavos y noveno al utilizar números reales en sus diferentes representaciones y al resolver problemas con números reales. Igualmente en los grados decimo y once al diferenciar entre números racionales e irracionales y sobre todo al utilizar apropiadamente los distintos sistemas de numeración.

Como se puede observar este problema didáctico tiene estrecha relación con el concepto de número y la operatividad incidiendo en el dominio de los conjuntos numéricos lo cual se adquiere gradualmente desde los inicios de la educación básica hasta los últimos años de secundaria lo cual sugiere sumo cuidado por parte del docente a la hora de proponer trabajo en el aula.

2. Aspectos histórico-epistemológicos

En el siguiente capítulo se describirán los aspectos histórico-epistemológicos más relevantes del concepto de número natural, y de los sistemas de representación en especial el babilónico. Gran parte de la información de este capítulo es tomada de Rico (1995).

2.1 Concepto de número natural

Los inicios del concepto de número natural son tomados de Rico (1995), quien describe que los griegos realizaban dos tipos de trabajos con los números, uno el práctico en que se relegó la reflexión teórica de los sistemas de numeración los cuales eran utilizados básicamente para expresar números y realizar cálculos con las operaciones básicas. El otro tipo de trabajo que realizaron los griegos fue el teórico con el que hicieron un gran aporte al concepto de número natural. En la reflexión teórica de este concepto se destacan tres vertientes. La pitagórica que consideraba el número como suma de unidades y lo representaban con puntos en tramas o mallas dando origen a los números figurados (triangulares, cuadrados, pentagonales etc.). El estudio de estas representaciones ayudó a conocer propiedades y relaciones entre ellos. Por ejemplo, un número cuadrado es el producto de un número por sí mismo. También facilitó el reconocimiento de estructuras puntuales comunes que comparten distintos números y que pueden ser generalizadas. Esta vertiente culmina al encontrar la inconmensurabilidad de la diagonal y el lado del cuadrado al aplicar el teorema de Pitágoras.

Otra vertiente es la aristotélica, que aportó al concepto de número la noción de infinito dando la posibilidad de ampliar continuamente e indefinidamente el conjunto de los números naturales. Noción que se puede observar en la prueba realizada por los griegos del enunciado: La serie de los números primos es ilimitada.

La última vertiente es la euclidiana en la que se trabajó los números racionales con la relación de proporcionalidad a partir de números naturales. Esta concepción duraría casi veinte siglos por su fundamento deductivo planteado en los libros VII al IX de Los Elementos de Euclides.

En el siglo XVII y a mediados del XIII se encuentran una contraposición entre dos conceptos de número: una es la posición que lo considera un ente empírico que se forma por abstracción de cosas particulares. La otra posición considera el número un ente a priori que se constituye con la experiencia de observaciones e instrumentación a través de la física matemática. Al finalizar el siglo XVIII Kant toma como problema filosófico las relaciones entre estos dos conceptos de número: la formalista y la intuicionista. Abordan una dificultad a la cual no se podía dar respuesta con las herramientas matemáticas de la época al no encontrar un elemento que integrara características del número como lo finito y lo discontinuo con lo infinito y lo continuo características del número como cantidad.

A comienzos del siglo XIX el sistema de los números naturales toma un fuerte protagonismo con la crisis que genera el surgimiento de las geometrías no euclídeas al igual que la necesidad de rigor de análisis matemático. La frase de Kronecker "Los números naturales los hizo Dios, todos los demás son obra de los hombres" muestra el protagonismo del concepto de número natural como base en la que se estructura toda la matemática. Pero se plantea un nuevo problema puesto que esto no aplica a los sistemas que fundamentan el álgebra y el análisis. De ahí surge la teoría de conjuntos y el concepto de estructura algebráica.

Actualmente son tres las posiciones que continúan el difícil trabajo de definir el concepto de número natural estas son: la posición logicista en la cual un número es una clase de clases. Otra posición es la constructivista basada en el intuicionismo Kantiano, en donde el objeto matemático debe ser encontrado o construido para así mismo probar su existencia. La tercera vertiente es la de Hilbert donde los conceptos matemáticos son definidos por medio de un sistema formal.

2.1.1 El Intuicionismo en la educación matemática

El matemático alemán Hans Freudenthal basado en la posición intuicionista propone la teoría filosófica *Fenomenología matemática* la cual ha tenido influencia en la educación matemática. Para él

> *"las matemáticas son un instrumento cognitivo (conocimiento público) para organizar, estructurar y matematizar partes de la realidad. Mediante este organizar, estructurar y matematizar, cada individuo se apropia personalmente de las matemáticas. Hay que volver a la historia, en particular, y comprobar cómo fue descubierto cada conocimiento mediante ensayo y error en su época. Describir cómo las matemáticas organizan los fenómenos. Mostrar cómo las cosas pensadas (noumena) describen los fenómenos (phertomena), los analizan y los hacen accesibles para el pensamiento y el cálculo, ayudan a entenderlos mejor, y permiten predecirlos y, en su caso, controlarlos. Esto se denominó fenomenología, el método fenomenológico como lo vio Freudenthal. Mediante el análisis fenomenológico se logra una realización cognitiva que expresa cómo la cosa pensada puede organizar un fenómeno. La fenomenología didáctica se orienta en particular a la adquisición de todo aquello que se necesita para tal organización. De este modo revisó una gran cantidad de fenómenos que estaban en la base de los conocimientos numéricos."(Rico, 1995, p.33).*

Vista así la historia toma un papel importante en la didáctica puesto que tiene en cuenta el recorrido en la construcción de las herramientas matemáticas y los obstáculos que superó la humanidad en la consolidación de los conceptos. Mostrando la matemática como algo que se construye día a día y no como algo ya terminado, lo cual le abre un panorama al docente para organizar el proceso de enseñanza aprendizaje.

2.1.2 Formalización del concepto de número natural

Según Cid, Godino y Batanero (2003), se tienen dos tipos de sistemas formales para definir los números naturales: la **primera** considera como número todo conjunto en el cual cada elemento tiene un único siguiente, hay un primer elemento, y contiene todos los elementos siguientes de los elementos del conjunto. Los conjuntos que tienen estas propiedades se llaman conjuntos naturalmente ordenados o conjunto de números naturales, es el caso de la axiomatización de Peano. La **segunda** formalización se basa en la idea de clases de equivalencia. En este caso dos conjuntos de objetos tienen el mismo cardinal si son "equivalentes" y todos los conjuntos equivalentes forman una clase de conjuntos. Es el caso de los trabajos de B. Russell, Frege y Cantor.

2.2 Sistemas de representación

2.2.1 Cuatro momentos de la historia de la matemática

Según Rico (1995) hay cuatro momentos de la historia de la matemática que permiten apreciar los obstáculos epistemológicos que se dieron en la estructuración del concepto de sistema de representación del número natural tal como lo conocemos actualmente.

Primer momento. Aproximadamente en los años 20000-10000 a.C., se realizaron marcas secuenciales realizadas por grupos o tribus prehistóricas encontradas en trozos de madera o huesos, que pueden ser interpretados como regularidades de fenómenos naturales o calendarios lunares, son los primeros indicios de contadores; se caracterizan por seleccionar un fenómeno externo realizando marcas intencionales, secuenciales y estructuradas además por la necesidad de comunicar o guardar información sobre la cantidad de objetos de un “conjunto dado”.

En esta etapa no se tiene clara la distinción entre el número del conjunto de objetos contados y la representación de este número. Con la asignación de un término a un conjunto de objetos se da el primer paso para el uso de símbolos o marcas que a la postre darán paso a los sistemas de numeración.

Segundo momento. Alrededor del año 4000 a.C., las civilizaciones mesopotámica y egipcia tienen sistemas de numeración: el babilónico y el jeroglífico egipcio respectivamente. Estos sistemas dan respuesta a la fuerte demanda de actividades culturales y sociales que desarrollaban estas civilizaciones; entre ellas está el comercio que exigía un sistema de numeración potente que permitiera tener un buen control de las cuentas. En este periodo se fundamentan los sistemas de numeración actuales con tres características: uno, la utilización de símbolos; dos, unas reglas que relacionan los símbolos y que permiten escribir un número; tres, la noción de base agrupando cantidades que indican el valor en un orden dado. Pero estos sistemas tenían sus limitaciones: la ausencia de un signo que representara la ausencia de cantidades el cero.

Utilizaban pocos signos para representar los números y consideraban el conjunto de los números naturales limitado.

Tercer momento. Cerca al año 1000 a.C., se incorpora la escritura alfabética en donde se asignan letras del alfabeto a cada signo esta escritura aportada por los griegos incidió en el aspecto cultural dando inicio a los sistemas de numeración alfabéticos; como el romano, el etrusco, el griego, el hebreo. En estos sistemas se incorporaron símbolos diferentes para los números dígitos; algunos son sistemas posicionales con algunas limitaciones como el de usar diferentes signos para un valor según la posición que éste ocupe en el número. Por ejemplo: un signo diferente para 5 y otro para 50 otro para 500. Otra limitación es la ausencia de un signo que representara el cero.

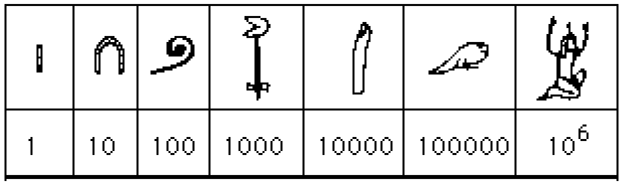
Cuarto momento. En el siglo V d.C., en el norte de la India, se consolidó el sistema de numeración decimal con un signo para el cero. Los árabes fueron quienes lo difundieron rápidamente en la Edad Media. En Europa se utilizó con algunas restricciones que fueron superadas por la facilidad para realizar algoritmos y para llevar cuentas en el comercio y la banca. Leonardo de Pisa en el año 1202 fue el primer matemático en divulgar el sistema decimal en su libro *Liber Abaci*; posteriormente en el año 1585 Simons Steven amplía este sistema de numeración para las fracciones con la estructura de las potencias negativas.

Describiremos brevemente a continuación las características de los sistemas de representación de carácter histórico anteriormente mencionados.

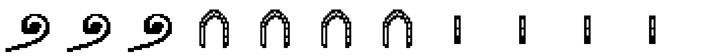
2.2.2 Sistema Jeroglífico egipcio

Es un sistema aditivo; el valor del número representado se obtiene sumando los valores de cada uno de los símbolos que lo componen. Los símbolos con su respectivo valor se muestran en la figura 2-1.

Figura 2-1: Símbolos del sistema jeroglífico egipcio.



Para representar 345 se tiene:



2.2.3 Sistema babilónico

Lo que se sabe de la matemática babilónica son interpretaciones realizadas por arqueólogos, historiadores y matemáticos de la escritura cuneiforme (cuñas) la cual está plasmada en tablillas de arcilla que datan del 2000 a C. En la matemática encontrada en las tablillas se encuentra el sistema de numeración babilónico, un sistema de numeración posicional, de base 60, con una mezcla de sistema aditivo para los primeros cincuenta y nueve números; usa en principio dos símbolos el clavo , que representaba una unidad, y la cuña que representaba diez de ellos. Los siguientes son ejemplos de algunos números escritos en numeración babilónica con su correspondiente valor decimal así:

1, 2, 3, 9, 10, 11, 39, 40, 41, 59.

Para números mayores de cincuenta y nueve el valor de un símbolo depende tanto del símbolo utilizado como de la posición que este símbolo ocupe en la representación; es el caso de un sistema de numeración posicional.

> *"El escriba sumerio o babilonio contaba sexagesimalmente, en unidades simples, sesentenas (SU), sesentenas de sesentenas (SAR:60^2 = 3600), sesentenas de sesentenas de sesentenas (gran SAR:60^3 = 216000), sesentenas de sesentenas de sesentenas de sesentenas (gran SAR intangible:60^4), etc."* (Caratini, 2004, p. 90).

Por ejemplo, para el siguiente número representado en numeración babilónica la tabla 2-1 muestra el valor posicional sexagesimal.

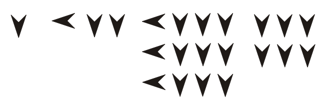
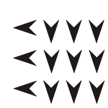


Tabla 2-1: Valores sexagesimal del sistema babilónico.

BABILONICO / DECIMAL	**gran SAR intangible** (sesentenas de sesentenas de sesentenas de sesentenas)	**gran SAR** (sesentenas de sesentenas de sesentenas)	**SAR** (sesentenas de sesentenas)	**SU** (sesentenas)
261546				

Sin embargo, en tablillas babilónicas que datan de siglos anteriores al VI a.C se encontró una desventaja del sistema al no tener un símbolo que representara el cero para indicar la ausencia de unidades de un orden dado. Esta ausencia la solucionaron dejando un espacio que se interpretaba según el contexto en el cual se usaba el número. De ésta manera el símbolo

,

se puede interpretar con el valor de $4333_{(10)}$ si no se asigna ningún espacio entre y o puede tomar el valor de $259213_{(10)}$ si se asigna un espacio entre dichos símbolos.

En tablillas posteriores al siglo VI a.C, se encuentra el símbolo , que representa el cero y que solucionaba parcialmente el problema, puesto que sólo se usaba en medio de símbolos, nunca al final (Kaplan, 2.004, p.31). Por consiguiente el símbolo , toma el valor único de $259213_{(10)}$. Éste nuevo símbolo completa los símbolos del sistema de numeración babilónica. El valor único lo da el **teorema fundamental de la numeración** (Jiménez, Gordillo & Rubiano, 1999) el cual establece que todo número racional N se puede expresar de manera única como la suma finita de potencias de una base b, cada potencia b^n multiplicada por un determinado número racional, d_n esto es $N = d_n b^n + d_{n-1} b^{n-1} + \ldots + d_1 b^1 + d_0 b^0 + d_{-1} b^{-1} + \ldots + d_k b^k$. Por lo tanto:

gran SAR 60^3	**gran SAR** 60^2	**SAR** 60^1	**SU** 60^0

se traduce en el sistema decimal por $(1 \times 60^3) + (12 \times 60^2) + (0 \times 60^1) + (13 \times 60^0) = 259213_{(10)}$. Lo cual significa que la base $b = 60$ y $d_0 = 13,\ d_1 = 0,\ d_2 = 12,\ d_3 = 1$.

2.2.4 Sistema de Numeración Romano

Es un sistema aditivo que le asigna letras mayúsculas a 1, 5, 10, 100, 500, 1000 como se muestra en la figura 2-2:

Figura 2-2: Símbolos del sistema numeración romano.

Si a la derecha de una cifra romana de escribe otra igual o menor, el valor de ésta se suma a la anterior. Así VI = 6; XXI = 21; LXVII = 67.
La cifra "I" colocada delante de la "V" o la "X", les resta una unidad; la "X", precediendo a la "L" o a la "C", les resta diez unidades y la "C", delante de la "D" o la "M", les resta cien unidades. Por ejemplo: IV = 4; IX = 9; XL = 40; XC = 90; CD = 400; CM = 900.
En ningún número se puede poner una misma letra más de tres veces seguidas. Ejemplos: XIII = 13; XIV = 14; XXXIII = 33; XXXIV = 34.
La "V", la "L" y la "D" no pueden duplicarse porque otras letras ("X", "C", "M") representan su valor duplicado. Si entre dos cifras cualesquiera existe otra menor, ésta restará su valor a la siguiente. XIX = 19; LIV = 54; CXXIX = 129.

2.2.5 Sistema de griego

Para representar la unidad y los números hasta el 4 se usaban trazos verticales. Para el 5, 10 y 100 las letras correspondientes a la inicial de la palabra cinco (pente), diez (deka) y mil (khiloi). Por este motivo se llama a este sistema acrofónico. Los símbolos de 50, 500 y 5000 se obtienen añadiendo el signo de 10, 100 y 1000 al de 5, usando un principio multiplicativo que se ilustra en la figura 2-3:

Figura 2-3: Símbolos del sistema de numeración griego.

2.2.6 Sistema de numeración hindú

Tiene nueve cifras distintas, para los nueve primeros números, que sirven también para los nueve primeros múltiplos de diez. El símbolo para el 0 aparece en el siglo IX. Con la introducción del símbolo para el 0 tenemos el sistema de numeración que actualmente usamos y que consiste en: una base decimal, una notación posicional, una forma cifrada para cada uno de los diez numerales básicos.

Figura 2-4: Símbolos del sistema de numeración hindú.

0	٠	*sifr*
1	١	*wahid*
2	٢	*itneen/tinteen*
3	٣	*talata*
4	٤	*arba'a*
5	٥	*khamsa*
6	٦	*sitta*
7	٧	*saba'a*
8	٨	*tamanya*
9	٩	*tisa'a*
10	١٠	*ashara*

2.2.7 Sistema de numeración decimal

Es un sistema que tiene tres características:

i) funciona con diez símbolos llamados dígitos 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

ii) usa como base potencias de diez.

Centenas de Mil	Decenas de Mil	Unidades de Mil	Centenas	Decenas	Unidades
10^5	10^4	10^3	10^2	10^1	10^0

iii) Cada digito toma el valor según la posición que ocupe éste en el número como se puede observar en el siguiente ejemplo con el número 3021:

Centenas de Mil	Decenas de Mil	Unidades de Mil	Centenas	Decenas	Unidades
10^5	10^4	10^3	10^2	10^1	10^0
		3	0	2	1

$$3 \times 10^3 + 0 \times 10^2 + 2 \times 10^1 + 1 \times 10^0$$

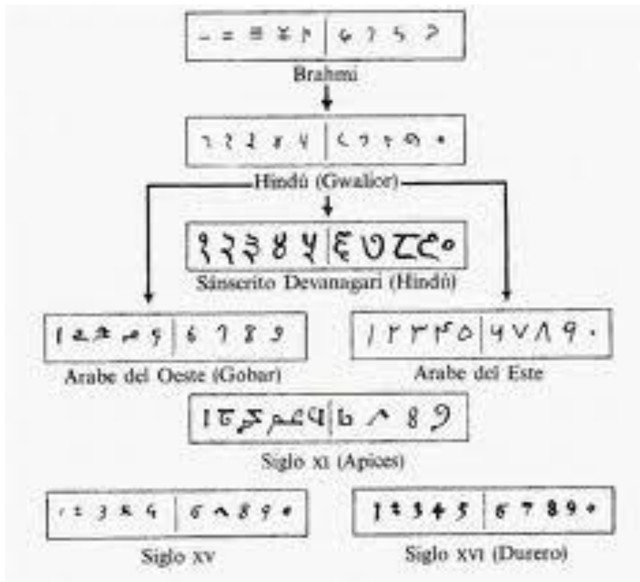
$$3000+0+20+1$$

$$3021$$

A continuación se describen algunos aspectos históricos de las características dadas por Katz (1998).

Los dígitos aparecen en escritos de la India como los reseñados por un sacerdote Sirio del año 662 en donde comenta que los hindús tenían un sistema de cálculo que funciona con nueve señales y no menciona el cero; sin embargo en otros escritos de la época reportan un punto para representarlo. Las invasiones por parte de los árabes y sus conquistas de gran parte del Mediterráneo llevan el sistema a Europa a través de España e Italia. La figura 2-5 muestra la evolución de la escritura de los dígitos.

Figura 2-5: Evolución de la escritura de los números dígitos tomado de Katz (1998).



Los orígenes de la base diez se rastrean del sistema de numeración chino ya que este es un sistema multiplicativo y en base diez. El intercambio cultural y comercial entre estas culturas vecinas permitió que los hindúes perfeccionaran este sistema.

En cuanto a la noción del valor posicional se puede decir que se origina con el sistema de numeración babilónico que posteriormente fue utilizado por los griegos para la astronomía; alrededor del año 600 los hindúes empezaron a usar un símbolo para cada posición que ocupa éste en el número. Curiosamente, se encuentran inscripciones de Camboya más antiguas que usan el valor posicional usando un símbolo para el cero.

En el siglo XIII varios autores ayudaron a popularizar el sistema de numeración decimal, entre ellos están Alexandre de Villedieu (a.C 1225) un franciscano francés; John de Halifax (a.C 1200, 1256), conocido también como Sacrobosco, un maestro inglés y Leonardo de Pisa conocido como Fiboonacci. Este último describe el sistema decimal en su libro *Liber Abaci* en el año 1202. (Boyer, 1994), y se popularizó por la facilidad para realizar algoritmos, llevar cuentas en el comercio y en la banca. Por consiguiente es el sistema que se utiliza hoy en día, pues permite representar cualquier número racional y generalizar la idea a los números irracionales aceptando aproximaciones con un error tan pequeño como se quiera.

3. Sistemas de numeración

Un sistema de numeración o de representación numérica es un conjunto de símbolos y reglas de generación que permiten construir todos los números de un determinado sistema numérico. Por ejemplo: naturales, enteros, racionales, reales o complejos.

3.1 Tipos de sistemas de numeración

Los sistemas de numeración pueden clasificarse en tres grandes grupos (Cid, Godino & Batanero, 2003, p. 32):

a) Sistema aditivo regular

En este sistema se definen símbolos para la unidad, la base y las potencias de la base. El número representado se obtiene sumando los valores de los signos que componen su representación. El sistema egipcio es un ejemplo de sistema aditivo regular de base 10.

b) Sistema multiplicativo regular

En él se definen símbolos para la unidad, la base, las potencias de la base y todos los números comprendidos entre la unidad y la base. El número representado se obtiene multiplicando cada potencia de la base por el valor del símbolo que le precede y sumando los resultados junto con las unidades. Un ejemplo de este tipo de sistemas es el sistema chino de numeración que es un sistema multiplicativo regular de base 10.

c) Sistema posicional regular

En este sistema se definen símbolos para la unidad y los números comprendidos entre la unidad y la base. También se define un símbolo, el cero, para indicar la no existencia de unidades. Cada uno de los signos que componen la representación del número, dependiendo del lugar que ocupa, hace referencia a las unidades o a una determinada potencia de la base. El número representado se obtiene de la misma manera que en un sistema multiplicativo. Nuestro sistema de numeración escrito es un ejemplo de sistema posicional decimal.

Hay sistemas de numeración que se pueden llamar **mixtos** puesto que mezclan características básicas de los anteriores grupos. Es el caso del sistema de numeración babilónico el cual es aditivo para los primeros cincuenta y nueve símbolos y posicional a partir del sesenta.

3.1.1 Sistemas de numeración posicional

El número de símbolos diferentes de un sistema de numeración posicional se conoce como base del sistema de numeración. b unidades forman una unidad de orden superior. El **teorema fundamental de la numeración** (Jiménez, Gordillo & Rubiano, 1999), establece que todo número N se puede expresar de manera única como la suma finita de potencias de una base b, cada potencia b^n multiplicada por un determinado número, d_n esto es $N = d_n b^n + d_{n-1} b^{n-1} + \ldots + d_1 b^1 + d_0 b^0 + d_{-1} b^{-1} + \ldots + d_k b^k$.

3.2 Sistema de numeración posicional como estructura

Una estructura matemática es un par (S, R) constituida por:
S, un conjunto finito de símbolos y R, un conjunto de reglas u operaciones que se realizan entre los elementos del conjunto.

Entendemos por estructura de numeración $\mathcal{N}$ un par (S, R) compuesto por:
S, un conjunto finito de símbolos $d_0, d_1, d_2 \ldots d_{b-1}$ llamados dígitos. El número de dígitos constituye la base b.
Un conjunto de reglas R a saber:

i) La representación de un número N es una concatenación finita de dígitos $d_{(b-1)} \ldots d_1 d_0$.

ii) El valor de un digito d_n depende tanto del valor asignado como de la posición que ocupa en la secuencia de dígitos.

iii) El valor de N es la suma finita de potencias de la base b, cada potencia b^n multiplicada por un digito.

A continuación se dan algunos ejemplos en donde lo que cambia es el conjunto de símbolos. Las reglas son las mismas para todos los sistemas, aquí el uso del teorema de la numeración permite establecer el valor único de N.

Sistema de numeración decimal:

Para el **sistema decimal** el conjunto de dígitos está dado por S = $\{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$.

$$N = d_n 10^n + d_{n-1} 10^{n-1} + \ldots + d_1 10^1 + d_0 10^0 + d_{-1} 10^{-1} + \ldots + d_k 10^k$$

$$N = \sum_{i=-k}^{n} d_i \cdot 10^i$$

$$N = 2 \cdot 10^5 + 6 \cdot 10^4 + 1 \cdot 10^3 + 5 \cdot 10^2 + 4 \cdot 10^1 + 2 \cdot 10^0$$
$$N = 261.542_{(10)}$$

Sistema de **numeración binario**:

Para $N = 110011_{(2)}$ el conjunto S de símbolos está dado por $\{0,1\}$.

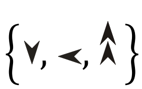
$$N = d_n 2^n + d_{n-1} 2^{n-1} + \ldots + d_1 2^1 + d_0 2^0 + d_{-1} 2^{-1} + \ldots + d_k 2^k$$

$$N = \sum_{i=-k}^{n} d_i \cdot 2^i$$

$$N = 1 \cdot 2^5 + 1 \cdot 2^4 + 0 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0$$
$$N = 51_{(10)}$$

Sistema de **numeración babilónico**:

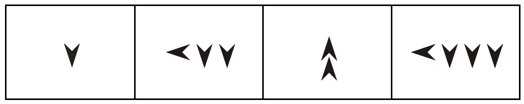
Este sistema para los primeros cincuenta y nueve números es aditivo; para sesenta en adelante se tiene:

Para el número  El conjunto de símbolos S está dado por .

$$N = d_n 60^n + d_{n-1} 60^{n-1} + \ldots + d_1 60^1 + d_0 60^0 + d_{-1} 60^{-1} + \ldots + d_k 60^k$$

$$N = \sum_{i=-k}^{n} d_i \cdot 60^i$$

$$N = 1 \cdot 60^3 \; + 12 \cdot 60^2 + 0 \cdot 60^1 + 13 \cdot 60^0$$



$$N = 259213_{(10)}$$

Lo cual significa que la base $b \; = 60$ y $d_0 = 13,\; d_1 = 0,\; d_2 = 12,\; d_3 = 1.$

3.3 Conversión del sistema de numeración decimal al babilónico y recíprocamente

En la tabla 3-1 se presenta un paralelo entre las ventajas del sistema de numeración decimal y las desventajas del sistema babilónico.

Tabla 3-1: Paralelo entre los sistemas de numeración decimal y babilónico.

ESTRUCTURA		Sistema de Numeración Babilónico	Sistema de Numeración Decimal
$N = (S, R)$	**Ventaja**		• Utiliza diez símbolos uno para cada uno de los dígitos. • Utiliza solamente el valor posicional. • El uso del cero como ausencia de unidades en una posición dada. • Se facilita la escritura de números de cualquier orden. • Los algoritmos para realizar operaciones no son complicados.
	Desventaja	• Utiliza únicamente dos símbolos el clavo 𒁹, y la cuña 𒌋. • El sistema es aditivo para los primeros cincuenta y nueve números y posicional para los números mayores que cincuenta y nueve. • El uso del cero parcialmente puesto que sólo se usaba en medio de símbolos, nunca al final. • Se dificulta la escritura de números después de cierto orden. • Los algoritmos para realizar operaciones son complicados.	

En los anteriores ítem se observa que los sistemas de numeración decimal y el babilónico tienen la misma estructura lo cual se tomará como punto central para el diseño e implementación de la propuesta didáctica ya que la conversión de un sistema a otro se hace con el uso implícito de las características de los sistemas de numeración posicional como estructura.

4. Propuesta didáctica

4.1 Contexto de la propuesta didáctica

La siguiente propuesta didáctica fue implementada en la Alianza Educativa Colegio Jaime Garzón, en la localidad de Kennedy de estratos socioeconómico uno y dos. Los estudiantes de grado sexto estaban distribuidos en veinte y cinco niñas y dieciocho niños, en edades entre diez y trece años. La propuesta consiste en plantear y aplicar talleres, en los que el estudiante trabaje el sistema de numeración babilónico para contrastar sus propiedades con el sistema de numeración decimal y así favorecer el aprendizaje del valor posicional. Los talleres se caracterizan por estar en el marco de la resolución de problemas en donde se presenta un contexto histórico el cual ubica espacial y temporalmente al estudiante; además le brindará las herramientas matemáticas necesarias para abordar el taller. Los problemas que se plantean están encaminados en primera instancia a conocer el sistema de numeración babilónico. En segunda instancia se propone contrastar algunas propiedades del sistema babilónico confrontándolo con el sistema decimal y en última instancia se propondrán problemas en los que se deberá aplicar lo trabajado en el transcurso del taller.

4.2 ¿Qué plantea el taller?

Lo que se espera con este taller es que el estudiante identifique tres aspectos fundamentales del sistema de numeración: *primero*, que hay diferentes formas de representar los números, *segundo*, que la representación depende del sistema que se está trabajando, y *tercero*, que los símbolos que representan a los números son una convención. El taller se estructura en dos secciones cada una para noventa minutos de clase. La primera sección desarrolla el desempeño: “Escribe números utilizando el sistema de numeración babilónico”, para lo cual se presenta un texto con el que se ubica espacial y temporalmente al estudiante sobre la numeración babilónica; además se explica la tabla de multiplicar del seis, escrita en numeración babilónica adaptada de Asger (1964). Los ítems que debe abordar el estudiante son:

1. Escribir en numeración babilónica multiplicaciones como: 2 x 6 = 12, 4 x 6 = 24.
2. Completar multiplicaciones como: ? x 6 = 42, ? x ? = 18 y luego escribirlas en numeración babilónica.
3. Escribir en numeración babilónica las multiplicaciones 1 x 6 = 6, 60 x 6 = 360 y dos preguntas: ¿Qué encontraste de extraño?, ¿Por qué crees que ocurre esto?.
4. Completar la tabla encerrando el número escrito en numeración babilónica que hace falta en la columna.
5. Escribir en numeración babilónica los números que corresponden en la columna y explicar qué tienen en común estos números.
6. Escribir verdadero o falso y justificar cada una de las respuestas.
7. Explicar el funcionamiento del sistema de numeración babilónico.

Los ejercicios planteados en los anteriores ítems pretenden que los estudiantes puedan reconocer gradualmente el sistema de numeración babilónico. En los ítems uno y dos se propone pasar números en numeración decimal a babilónica y viceversa. Esto permite observar si los estudiantes hacen uso de la característica aditiva del sistema babilónico al escribir números menores que cincuenta y nueve. El ítem tres pone en juego el valor posicional con el que se pretende monitorear si el estudiante identifica el valor de un símbolo según el lugar que este ocupa en un número. Similarmente, en los ítems cuatro y cinco se propone la escritura de números mayores de cincuenta y nueve en numeración babilónica, y los ítems seis y siete, con preguntas abiertas, pretenden identificar si los estudiantes reconocen algunas características del sistema de numeración babilónico al describir su funcionamiento.

En la segunda sesión del taller se desarrolla el desempeño: “Utiliza la descomposición polinómica de un número para pasarlo de una base a otra”, con los siguientes ítems:

8. Este ítem tiene dos funciones: una, explicar el método de Descomposición Polinómica, y dos, pasar números escritos en numeración babilónica a decimal, completando las operaciones de la descomposición polinómica.
9. Escribir en numeración babilónica el número que está descompuesto polinómicamente.

10. Identificar un nuevo símbolo que representa el cero y realizar la descomposición polinómica de un número escrito en numeración babilónica.
11. Responder por la función que cumple el cero en el sistema de numeración babilónico.
12. Pasar un número escrito en numeración decimal a babilónica y realizar la descomposición polinómica.

Los ítems ocho y nueve permiten identificar si el estudiante comprende y utiliza la descomposición polinómica para pasar un número en numeración babilónica a numeración decimal y viceversa. En los ítems diez y once, se pone en juego un nuevo símbolo que representa el cero como ausencia de unidades de un orden dado y que permite observar si el estudiante identifica esta característica del sistema de numeración babilónico; por último, el ítem doce propone pasar un número del sistema decimal a babilónico.

4.3 ¿Cómo se implementó el taller?

En la implementación del taller véase anexo I, cada sesión pasó por tres momentos: en el primero, los estudiantes realizaron un trabajo individual registrando los procedimientos de cada uno de los ítems del taller. En el segundo momento se dio paso a un trabajo por parejas en donde los estudiantes confrontaron y complementaron el trabajo del momento anterior. Paralelo a estos dos momentos el docente abordó a los estudiantes con preguntas que clarificaban los procedimientos, en especial los no registrados por los estudiantes. En el tercer momento se socializó el trabajo realizado en los momentos anteriores con todo el grupo en forma de plenaria.

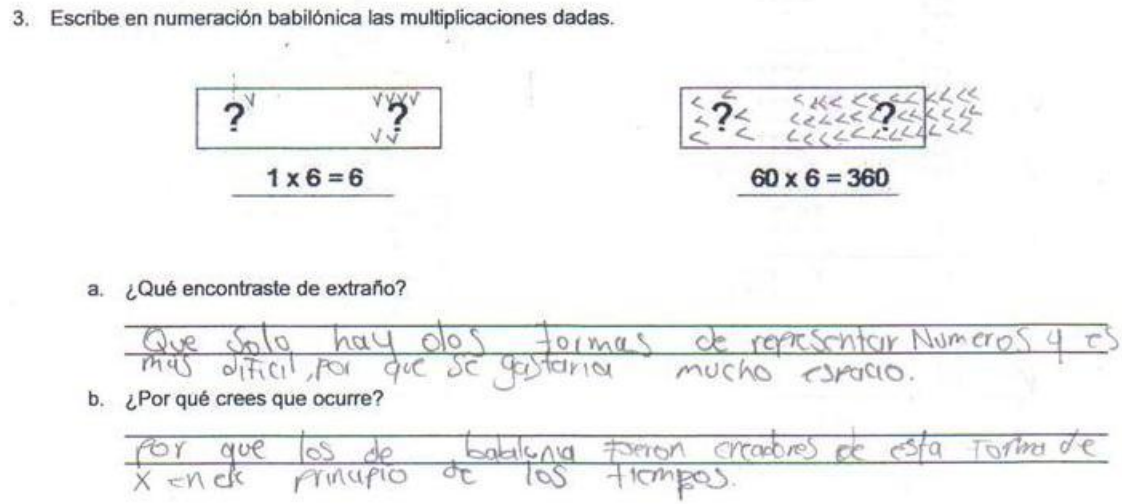
A continuación se describen y se dan ejemplos de las respuestas a algunos ítems claves de la actividad los cuales son analizados confrontando lo que se pretendía en cada uno de los puntos con lo evidenciado en las respuestas dadas por los estudiantes.

4.4 ¿Que se evidenció al implementar el taller?

Al implementar el taller se observó simultáneamente actitudes y procedimientos de los estudiantes. En cuanto a lo actitudinal se identificaron tres grupos en el momento en el que se realizó el trabajo individual: en el primer grupo, se observó una actitud positiva y activa al abordar los ejercicios, sin miedo al error. El segundo grupo presentó una actitud metódica caracterizada por realizar preguntas al docente buscando la aprobación tanto de los procedimientos como de las respuestas a los ejercicios. Un tercer grupo manifestó una actitud apática reflejando dificultad para entender los ejercicios propuestos en el taller. Con este grupo en particular el docente intervino realizando preguntas que permitieron desbloquear y dar confianza a los estudiantes para abordar los ejercicios. Posteriormente en el trabajo por parejas se observó una actitud más participativa y cooperativa no solo en este último grupo sino también con el grupo de estudiantes en general.

Los procedimientos observados en el desarrollo del desempeño: “Escribo números utilizando el sistema de numeración babilónico”. que (propone el taller para la primera sección) se tiene que en los ítems uno y dos gran cantidad de estudiantes apoyados en el sistema de numeración decimal y con la tabla del seis que presenta el taller, pudieron reconocer números menores de cincuenta y nueve escritos en numeración babilónica sin dificultad. Por otro lado, en el ítem tres, se evidenció un reiterado error por parte de los estudiantes al utilizar la característica aditiva del sistema babilónico para escribir números mayores de cincuenta y nueve; como se observa en la multiplicación 60 x 6 = 360 de la Figura 1, los estudiantes pasaron por alto el valor del signo según la posición que ocupa éste en el símbolo; Además no se evidencia algún tipo de registro que referencie el papel que juega el cero en el valor posicional, en especial en este ítem en donde las multiplicaciones 1 x 6 = 6 y 60 x 6 = 360 escritas en numeración babilónica, se diferencian por el contexto en el que están escritas y no por el uso de un símbolo que representa el cero al final del símbolo. En la Figura 4-5 se ilustra los registros realizados por los estudiantes.

Figura 4-5: Registro de los estudiantes ítem tres.


3. Escribe en numeración babilónica las multiplicaciones dadas.

1 x 6 = 6

60 x 6 = 360

a. ¿Qué encontraste de extraño?

Que solo hay dos formas de representar Numeros y es más dificil, por que se gastaria mucho espacio.

b. ¿Por qué crees que ocurre?

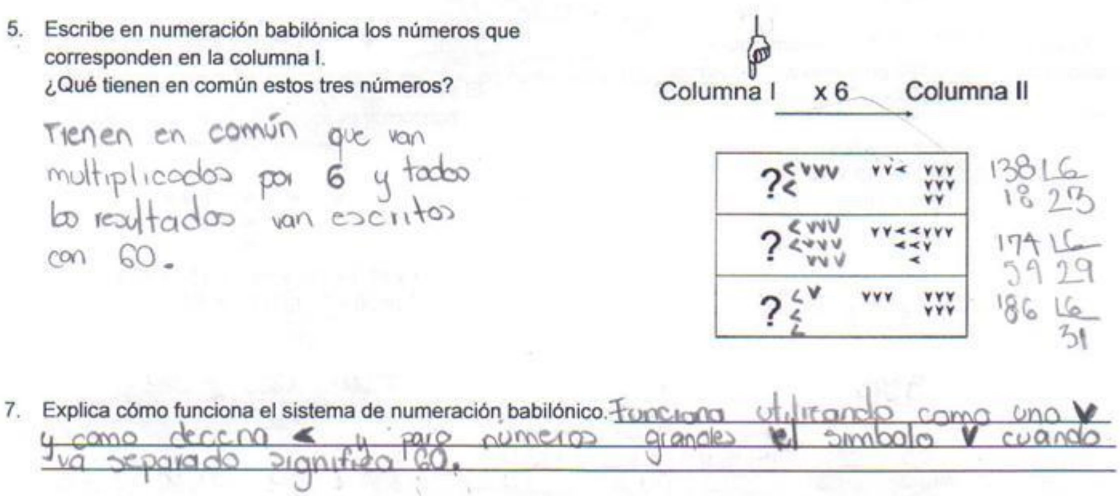
Por que los de babilonia fueron creadores de esta forma de x en el principio de los tiempos.

En contraste con las anteriores respuestas se evidencian algunos aciertos, como por ejemplo en la pregunta ¿Qué encontraste de extraño?, un estudiante responde: “Ubicar números grandes ya que eran ***parecidos***”, y en la pregunta ¿por qué crees que ocurre?, el estudiante respondió: “Son diferentes porque algunos van más ***separados*** de la numeración que otros”. Dichas respuestas dan cuenta del valor posicional puesto que al entrevistar al estudiante afirmó que algunos números se escribían igual (parecidos) pero que uno era mayor que el otro por que el símbolo ∨ esta corrido un lugar hacia la izquierda (separados). El estudiante durante la entrevista se apoyaba con la tabla del seis que presentaba el taller, señalando hacia la izquierda el símbolo ∨ en las multiplicaciones 1 x 6 y 60 x 6.

En esta parte de la implementación del taller el docente dio paso a la plenaria compartiendo algunas respuestas de los estudiantes con nuevas preguntas de tal forma que se mostrara la relación entre los sistemas de numeración babilónico y decimal y así aclarar tanto las características comunes entre estos sistemas como los ejercicios resueltos hasta el momento.

Al continuar con la implementación, se observó que los estudiantes con la aclaración realizada en la plenaria abordaron los ítems cuatro al siete, utilizando las características de la numeración babilónica representando números mayores de cincuenta y nueve. Además se evidenció que una cantidad significativa de estudiantes hacen una descripción coherente del funcionamiento de dicho sistema, como se observa en la figura 4-6.

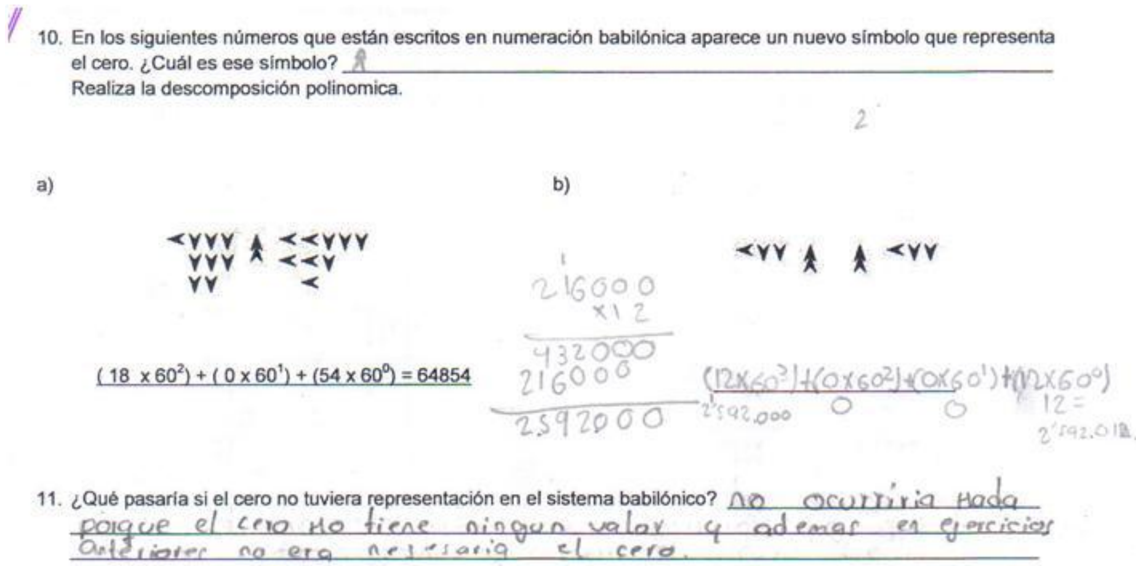
Figura 4-6: Registro de los estudiantes ítem cinco.



En la segunda sección del taller se observó en los estudiantes una actitud positiva y activa generalizada puesto que con el trabajo realizado en la seccion anterior el tema ya no era desconocido y por ende se abordó el taller con mucha más confianza.

Al desarrollar el desempeño “Utiliza la descomposición polinómica de un número para cambiar de una base a otra”, se evidenció que los estudiantes reconocieron el nuevo símbolo que representa el cero en numeración babilónica, además utilizaron la descomposición polinómica para pasar números de base sexagesimal a decimal, sin dificultad. Sin embargo se destaca que un número significativo de estudiantes continúan con la dificultad de relacionar el cero con la ausencia de unidades en el valor posicional del sistema de numeración babilónico referido en la pregunta: ¿Qué pasaría si el cero no tuviera representación en el sistema babilónico?, a la cual el estudiante respondió: “No ocurriría nada porque el cero no tiene ningún valor y además en ejercicios anteriores no era necesario el cero.” Figura 4-7**¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.**. Dicha situación mostró una discrepancia con lo evidenciado al final de la implementación de la primera sección, en donde una cantidad de estudiantes utilizan y describen características del sistema de numeración babilónico.

Figura 4-7: Registro de los estudiantes ítem diez.



10. En los siguientes números que están escritos en numeración babilónica aparece un nuevo símbolo que representa el cero. ¿Cuál es ese símbolo?
Realiza la descomposición polinomica.

a)

$(18 \times 60^2) + (0 \times 60^1) + (54 \times 60^0) = 64854$

b)

216000
×12
432000
216000
2592000

$(12 \times 60^3) + (0 \times 60^2) + (0 \times 60^1) + (12 \times 60^0)$
2'592,000 0 0 12 =
2'592,012.

11. ¿Qué pasaría si el cero no tuviera representación en el sistema babilónico? no ocurriría nada porque el cero no tiene ningun valor y ademas en ejercicios anteriores no era necesario el cero.

5. Conclusiones y recomendaciones

- La historia de la matemática nos muestra las dificultades en el surgimiento del cero, lo que puede ser utilizado en el aula como recurso didáctico.
- Los estudiantes utilizan características del sistema de numeración decimal para representar números en el sistema babilónico con la dificultad de relacionar el valor de un símbolo con la posición que ocupa este en el número.
- Los estudiantes una vez se familiarizan con la representación del sistema de numeración babilónico representan números con la dificultad de relacionar el cero con la ausencia de unidades en el valor posicional de los sistemas de numeración.

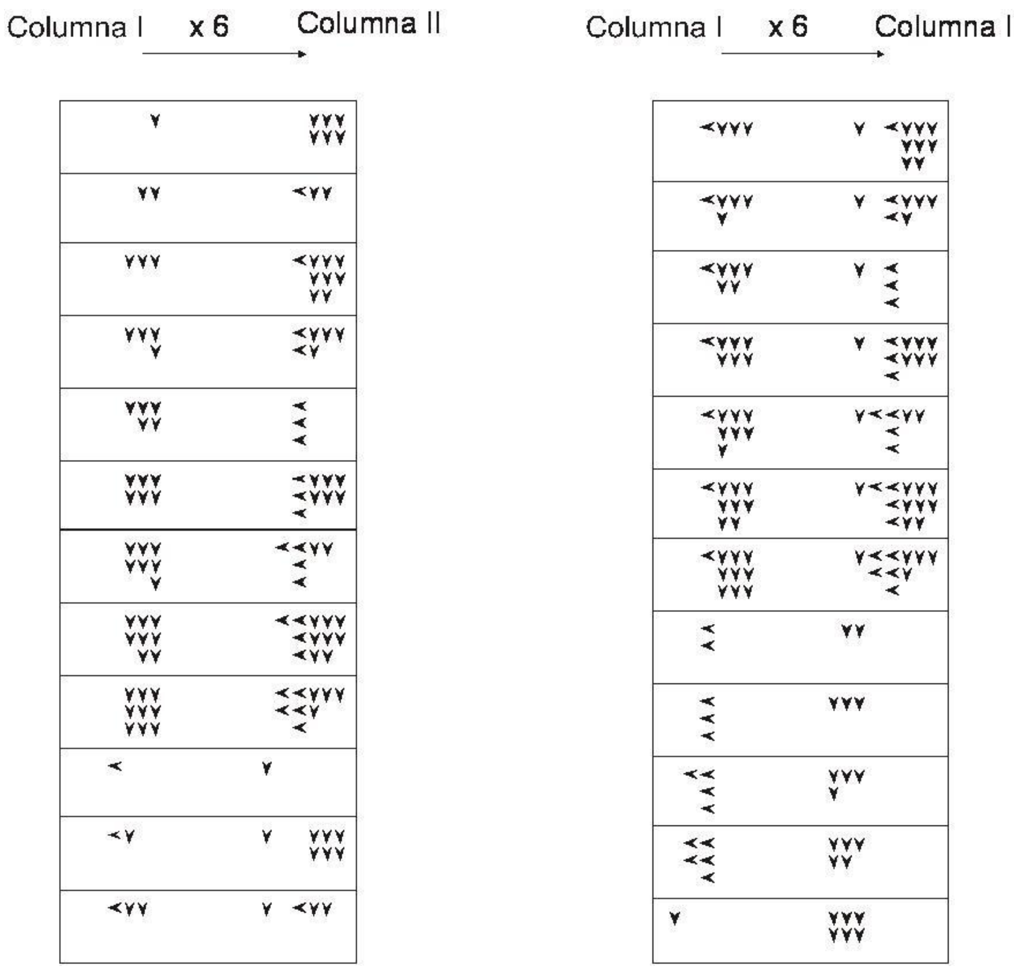
.

A. Anexo: Numeración Babilónica anexo A

Desempeño: Escribe números utilizando el sistema de numeración babilónico.

Aproximadamente en el año 2000 antes de Cristo los pueblos llamados babilónicos se ubicaron entre los ríos Tigris y Éufrates, territorio que en la actualidad corresponde a la república de Irak. Ellos desarrollaron la escritura cuneiforme (cuñas) grabada en tablillas de arcilla blanda que dejaban secar al sol o que se cocían en hornos y que posteriormente fueron encontradas por arqueólogos quienes las han utilizado para dar a conocer los aportes de esta civilización.

La siguiente figura representa dos tablilla, en esta figura se muestran signos organizadas en dos columnas (I, II), dispuestas de tal forma que recolectan la tabla de multiplicar del seis en el sistema de numeración babilónica, el cual consta de dos símbolos , , que representan los números uno y diez respectivamente y que dispuestos de una forma adecuada dan la posibilidad de escribir cualquier otro número.



- Describe brevemente la información de las tablas.

____

____

Resuelve los siguientes ejercicios teniendo en cuenta las anteriores tablas.

1 Escribe en numeración babilónica cada una de las siguientes multiplicaciones.

$2 \times 6 = 12$

$4 \times 6 = 24$

$8 \times 6 = 48$

$6 \times 6 = 36$

2 Completa las multiplicaciones dadas en numeración decimal y luego escríbelas en numeración babilónica.

$1 \times 6 = 6$

$? \times ? = 18$

$5 \times 6 = ?$

$? \times 6 = 42$

3 Escribe en numeración babilónica las multiplicaciones dadas.

? ?

$1 \times 6 = 6$

? ?

$60 \times 6 = 360$

a. ¿Qué encontraste de extraño?

____

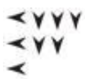
____

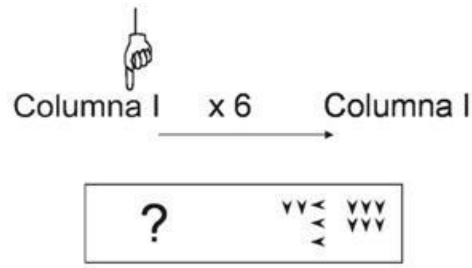
b. ¿Por qué crees que ocurre?

____

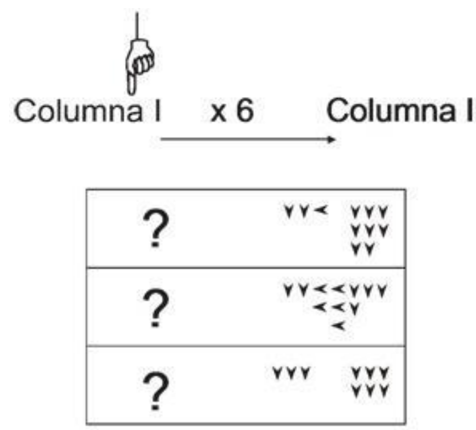
____

4 En la tabla de la derecha hace falta un número en la columna I.
 Encierra el número que corresponde.

A.  B.  C.  D. 



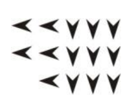
5 Escribe en numeración babilónica los números que corresponden en la columna I.
¿Qué tienen en común estos tres números?



6 Escribe VERDADERO o FALSO según sea el caso.
¡Justifica tu respuesta!

- El símbolo $\prec$ puede representar una decena en numeración decimal.

____

- El número cincuenta y nueve se representa por  entonces el número sesenta se representa por  .

____

- El cero no tiene representación en esta tabla del 6.

____

- El número representado por  es igual al número representado por  .

  ____

7 Explica cómo funciona el sistema de numeración babilónico.

  ____

Desempeño: Utiliza la descomposición polinómica de un número para pasarlo de una base a otra.

8 Juan y Anita están utilizando el siguiente método para pasar un número en numeración babilónica a numeración decimal. Este método se llama DESCOMPOSICIÓN POLINÓMICA.

Juan

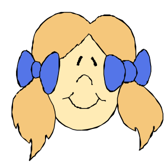
El símbolo  en numeración babilónica es igual a 192 en numeración decimal. Porque

$(3 \text{ x } 60^1) + (12 \text{ x } 60^0)$

$180 + 12$

192

Ana



El símbolo en numeración babilónica es igual a 4314 en numeración decimal. Porque

$(1 \text{ x } 60^2) + (11 \text{ x } 60^1) + (54 \text{ x } 60^0)$

$3600 + 660 + 54$

4314

Escribe el número que falta en cada línea y completa las operaciones de las descomposiciones polinómicas.

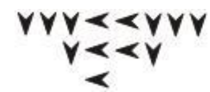
a)

$(1 \times 60^1) + (54 \times 60^0)$

60 + 54

<u>114</u>

b)



(___ x 60^1) + (___ x ___)

____ + ____

____

c)

(___ x 60^2) + (___ x ___) + (___ x ___)

____ + ____ + ____

_____

d)

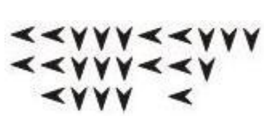
(___ x ___) + (___ x ___) + (___ x ___)

____ + ____ + ____

_____

9 Escribe en numeración babilónica el número que corresponde a cada una de las descomposiciones polinómicas.

a) $(59 \times 60^1) + (54 \times 60^0)$ = <u>3594</u>



b) $(11 \times 60^2) + (13 \times 60^1) + (12 \times 60^0)$ =

____

10 En los siguientes números que están escritos en numeración babilónica aparece un nuevo símbolo que representa el cero. ¿Cuál es ese símbolo?

____

Realiza la descomposición polinómica.

a)

$(18 \times 60^2) + (0 \times 60^1) + (54 \times 60^0) =$

64854

b)

____

11 ¿Qué pasaría si el cero no tuviera representación en el sistema babilónico?

____

____

12 Con los siguientes números realiza:

- Escríbelos en numeración babilónica.
- Realiza la descomposición polinómica.

a)

5070

b)

8754

Bibliografía

[1] A. Asger (1964): Matemáticas Episodios históricos desde Babilonia hasta Ptolomeo. Norma, Colombia.

[2] Caratini (2004): Los matemáticos de Babilonia. Bellaterra – Arqueología.

[3] R. Kaplan (2004): Una historia natural del cero; la nada que existe. Océano, México.

[4] L. Jiménez, J. Gordillo & G. Rubiano (1999): Teoría de Números para Principiantes. Universidad Nacional de Colombia, Bogotá.

[5] Matemáticas Lineamientos Curriculares (1998): Áreas obligatorias fundamentales. Magisterio, Bogotá.

[6] Estándares Básicos de Competencias en *Lenguaje, Matemática, Ciencias y Ciudadanas* (2006): Min de Educación Nacional de Colombia.

[7] L. Rico, E. Castro (1987): Fundamentos para una aritmética escolar. Ed. Síntesis.

[8] L. Rico (1995): Conocimiento Numérico y formación del profesorado. Discurso de apertura. Universidad de Granada. España.

[9] V. Katz (1998): A History of Mathematics. Addison – Wesley.

[10] E. Cid, J, Godino, C. Batanero (2003): Sistemas Numéricos y su Didáctica para Maestros. Universidad de Granada. España.