

**DIFICULTADES EN EL APRENDIZAJE Y LA ENSEÑANZA DE LA
MATEMÁTICA EN EDUCACIÓN BÁSICA**



POR:

OSCAR GRANADA RAMÍREZ.

ogranadar@unalmed.edu.co

MONOGRAFÍA

ASESOR DE GRADO

JULIO ALBERTO URIBE CALAD.

UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

FACULTAD DE CIENCIAS

**MAESTRIA EN ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS EXACTAS Y
NATURALES**

MEDELLÍN 2011

Contenido

1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	5
2. ESTADO DEL ARTE.	9
2.1 Los errores en matemáticas.....	9
2.2 Acomodación y asimilación.....	13
3. MARCO TEÓRICO.....	17
3.1 ¿Qué son dificultades de aprendizaje?	17
3.2 El aprendizaje escolar.....	17
3.3 Teoría piagetana del conocimiento.....	18
3.3.1 El concepto de esquema	18
3.3.2 Implicaciones del pensamiento Piagetano en el aprendizaje.....	18
3.3.3 El aprendizaje es un proceso de reorganización cognitiva.	19
3.3.4 La interacción social favorece el aprendizaje.....	19
3.3.5 Conclusión de la teoría Piagetiana.....	20
3.4 El aprendizaje significativo según David Ausubel.....	20
3.4.1 El aprendizaje significativo.....	20
3.4.2 Bases teóricas.....	21
3.5 Teoría vygotskyana.....	22
3.5.1 El desarrollo humano.....	22
3.5.2 Actividad y mediación.....	22
3.5.3 Lenguaje, acción y representación.....	23
3.5.4 El concepto de "desarrollo próximo "y la ZDP.	23
3.5.4.1 Nivel de Desarrollo Real (NDR).....	24
3.5.4.2 Nivel de Desarrollo Potencial (NDP).....	24
4 EL PROBLEMA DE APRENDIZAJE.....	25

4.1.2 Prueba diagnóstica	27
4.2 Entrevista con profesores de matemáticas.....	29
4.2.1 Diseño del instrumento.....	30
4.2.2 Aplicación del instrumento.	30
4.3 Entrevistas con los alumnos.....	30
4.4 Categorización de los errores.....	31
4.5.2.1 Bloque 1.	32
4.5.2.2 Tabla1	34
4.5.2.3 Bloque 2.....	35
4.5.2.4 Bloque 3.....	
5. EL DISEÑO CURRICULAR Y LOS PLANES DE ÁREA EN MATEMÁTICAS.....	39
5.1 La enunciación de los principios.....	39
5.2 Los propósitos de formación para el grado o nivel.	39
5.3 Los criterios para la selección de contenidos.....	39
5.4 Los criterios para secuenciar los contenidos.	40
5.5 La organización espacio temporal de los contenidos.	40
5.6 Los criterios para la selección de metodologías y recursos didácticos.....	40
5.7 Tabla 3.	41
5.8 Conclusiones de la tabla 3.....	47
6. LOS DOCENTES DE MATEMÁTICAS.....	49
6.1 Errores en la enseñanza y metodología.	49
6.2 Conclusiones de la entrevista con profesores.....	52
7. LA EVALUACIÓN	53
7.1 Concepción y usos.	53
7.2 Qué se entiende por evaluar.....	54

7.3 La escuela y la evaluación.	54
8. CONCLUSIONES	58
9. RECOMENDACIONES	59
10. ANEXOS	61
11. BIBLIOGRAFÍA	73

DIFICULTADES EN EL APRENDIZAJE Y LA ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA EN EDUCACIÓN BÁSICA.

PREGUNTA PROBLEMATIZADORA.

¿Cuáles son las razones de la elevada reprobación de matemáticas en el grado octavo de la educación básica?

1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Es de primer orden, que al final de cada periodo escolar se pregunte desde los diferentes ámbitos educativos sobre los informes de procesos en las diferentes áreas, y que normalmente desde las directrices institucionales siempre se llegue a cuestionar: ¿Por qué pierden matemáticas tantos estudiantes, especialmente de grado octavo?

Muchas son las hipótesis que nos planteamos al momento de realizar este tipo de análisis, entre ellas, podría nombrar algunas: la edad, los malos procesos anteriores al grado, los profesores, y podríamos elaborar una larga lista de variables que afectan el proceso en este grado.

Un estudiante con dificultades en el aprendizaje de matemáticas puede estar presentando una dificultad de tipo cognoscitivo o emocional, agregando a esta los inconvenientes propios del desempeño en el área relacionados con el desarrollo de operaciones matemáticas, la comprensión de enunciados, la lectura y escritura sin desconocer la influencia que el estudiante puede encontrar en sus relaciones interpersonales con docentes, compañeros y contexto.

Al hacer referencia al contexto, las relaciones interpersonales y las dificultades propias del área son aspectos que, desde la función educativa, se deben considerar para dar respuesta a la pregunta.

Una de las causas más relevante en la dificultad para aprender matemática en la educación básica secundaria tiene que ver con la deficiente interiorización de los contenidos del pensamiento numérico y variacional (operaciones con polinomios, factorización, entre otros) que son la base para todo el ciclo básico secundario y medio.

A lo largo de la historia, la enseñanza y aprendizaje de la matemática han sido el centro de múltiples debates y planteamientos; debido al elevado número de estudiantes que fracasan en esta área. Y en la búsqueda de las causas, tanto la pedagogía como la psicología han puesto su cuota a la hora de hacer el debate.

Una de las principales causas que conllevan a que esta ciencia sea tan debatida tiene que ver con el objeto de enseñanza aprendizaje. Es común preguntar, incluso a los más ilustrados en otras áreas: ¿para qué sirven tanto número y tanta fórmula?

No es extraño que hasta en el seno de muchos hogares, en todo el mundo, en algún momento de la vida, la matemática haya sido cuestionada debido a los resultados obtenidos por los estudiantes de diferentes niveles, y han sido motivo de disgusto e incluso discordias, entre una generación y otra que se preguntan qué pasa y porqué para algunos se hace tan accesible y para otros no.

Por momentos se ha señalado que la matemática es un paradigma cultural. En realidad este es el motivo que siempre ha despertado en mí un interés por indagar desde mi desempeño docente, en mi relación con los pares y mi formación pedagógica, qué es lo que pasa para que esta ciencia, despierte tantos sentimientos encontrados.

La dificultad de muchos estudiantes para aprender matemática en la educación básica constituye un problema de suprema importancia y muy generalizado en el mundo entero. Por ello es fundamental reconocer la importancia que tiene un adecuado proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática pues el desarrollo de las ciencias están basadas en la matemática y han sido ellas, mediante su análisis y comprensión de situaciones, las que han llevado al ser humano a avanzar en el desarrollo tanto en lo tecnológico como en lo social.

De acuerdo con Guzmán (1993)ⁱ, “la matemática es una parte esencial del aprendizaje que apunta a dotar a niños y adolescentes de ciertas capacidades básicas tales como el cálculo numérico y la resolución de situaciones en contexto que a diario se debe enfrentar el ser a lo largo de su vida, además de la extraordinaria importancia para su desempeño futuro. La inmensa utilidad práctica de su conocimiento en el contexto y la aplicación en la cotidianidad, la matemática es de insustituible ayuda en la adquisición de condiciones intelectuales específicas, como son el razonamiento lógico y ordenado, la abstracción, la deducción y la inducción, todas ellas imprescindibles para encarar con las exigencias de una sociedad globalizada que habrá de enfrentar en el futuro como individuo social”.

La enseñanza de la matemática, a partir de situaciones problemáticas, hace énfasis en los procesos de pensamiento, tanto en forma científica como empírica. Se ha demostrado que quienes aprenden matemática tienen claras ventajas en el desempeño de su vida posterior frente a quienes no lo hacen; ello es suficiente razón (existen otras) para que la matemática integre los planes de estudio de la enseñanza inicial y media obligatoria de todos los países del mundo. Si se considera como un lenguaje universal, los contenidos solo variarían en la aplicación del currículo, según el contexto, más no en el contenido general del área como tal (temáticas), pues si se da una mirada a la aplicación desde las diferentes ciencias no encontramos ninguna diferencia. Un ejemplo claro de esto es la estadística: su interpretación y análisis variacional y numérico es el mismo para cualquier lugar del mundo, no sería admisible que un estudio estadístico se interpretara algorítmicamente diferente según la localización, aunque las variables a contemplar sean diferentes.

Pasada la etapa obligatoria del ciclo básico de educación, la enseñanza de la matemática tiende progresivamente a proporcionar fundamentos particulares necesarios para el desempeño de determinadas profesiones y oficios, aunque sin dejar nunca de tener vigencia su fundamento inicial de ayuda en la formación integral del ser humano y al desarrollo de competencias propias del pensamiento matemático.

Si se analizaran los estándares curriculares del área encontraríamos que se buscó implementar un currículo, que apunte más a la formación en lo cotidiano, intentando que

sus fines estén más de acuerdo con las demandas y exigencias del contexto productivo (desarrollo de la economía local, mano de obra calificada, tecnólogos). Con tal finalidad, es válido que se consideren variantes en la enseñanza de la matemática en ese nivel según las necesidades y el perfil del estudiante a formar y que se analicen las competencias que están vigentes, siempre que el nivel de conocimientos ofrecidos contemple adecuadamente los dos requerimientos fundamentales citados; formación para el contexto y habilidades en la integridad del ser.

La importancia de centrar el análisis en este trabajo, en el grado octavo de la básica secundaria, tiene que ver con su influencia en el, pues es en octavo donde el estudiante adquiere una serie de conceptos algebraicos que le permiten avanzar en su conocimiento y proceso formativo, definir su perfil profesional y su inclinación a un área determinada del conocimiento.

Así mismo, cabe preguntarse si el currículo en este grado debe ser el mismo para todos los estudiantes o debe pensarse en un currículo diferenciador, que parta de los intereses de los estudiantes por las ciencias del conocimiento y que se ajuste a los estándares mínimos requeridos por el ministerio de educación nacional y al perfil del estudiante a formar según la institución educativa.

Un análisis realizado en diferentes años, en los colegios en los cuales el autor se ha desempeñado como docente en estos cursos, y desde la experiencia vivida en este grado y los posteriores a este, ha identificado una serie de factores que vale la pena tener en cuenta al momento de realizar un análisis de porqué tanto fracaso académico en este grado en las diferentes instituciones educativas.

2. ESTADO DEL ARTE.

2.1 Los errores en matemáticas.

A lo largo de la historia, el análisis y categorización de los errores se ha visto condicionado tanto por las corrientes predominantes en Pedagogía y Psicología, como por los objetivos y formas de organización del currículo en Matemática.ⁱⁱ

A comienzos del siglo XX, los trabajos de investigación se circunscribieron al análisis de errores cometidos en Aritmética por alumnos de los primeros años escolares. Una excepción, según Cury (1994)ⁱⁱⁱ, fue la investigación llevada a cabo por Smith – en Estados Unidos en tanto trabajó con alumnos de la *high school*, sobre errores en demostraciones de Geometría.

En Alemania, por esa misma época y sin que mediaran intercambios entre investigadores americanos y europeos, también aparecieron los primeros trabajos sobre errores, los que posiblemente se vieron influenciados por la importancia que tuvo la Pedagogía Empírica, la cual empleaba técnicas de introspección propias de la Psicología Experimental.

Una segunda fase en el análisis de los errores se presenta a partir de los años 50, sobre el enfoque que se le dio al procesamiento de la información. La cibernética de Wiener, la teoría de la información de Shannon, los trabajos de Bruner y las experiencias de Newell y Simon, abrieron nuevas puertas para las investigaciones en diversas áreas del conocimiento y así surgieron nuevos métodos y abordajes para los problemas que se venían estudiando. Estos teóricos del procesamiento de la información compartían el supuesto de que la mente humana poseía una estructura semejante a la de una computadora, la cual procesa la información a través de una serie de memorias.

A partir de los estudios del procesamiento humano de la información, Brown y Burton desarrollaron un programa de ordenador denominado *Buggy*, con la finalidad de estudiar los errores sistemáticos cometidos por los alumnos en operaciones de sustracción. Cury (1994)^{iv} destaca que el conocimiento de los tipos de errores de sustracción que cometen los estudiantes es ahora tan detallado que se han diseñado programas de inteligencia artificial

que cometen los mismos errores que los estudiantes, proporcionando al software sólo unos cuantos principios básicos. Asimismo, la teoría sobre la generación de *bugs* ha empezado a proporcionar ideas sobre las mejores y peores elecciones de ejemplos y sobre los métodos más eficaces para seleccionar material. La autora también señala que todas las experiencias en análisis de errores, utilizando ordenadores, han influenciado notablemente muchas de las investigaciones realizadas en Estados Unidos y América Latina, las que se divulgaron a través de numerosos Congresos.

Ya sea desde una perspectiva conductista o del procesamiento humano de la información, el análisis de los errores en Matemática estuvo limitado, hasta esa época, a una función diagnóstica y reparadora.

Los investigadores se preocuparon por clasificar los errores para permitir a los profesores una modificación de las estrategias de enseñanza, con la intención de tornarlas más eficaces, y por ende, reforzar una visión absolutista de la Matemática, en tanto se procuraba por dotar a los alumnos de medios que permitieran alcanzar la verdad absoluta y se evitaran los errores.

Según Rico (1995)^v la mayor parte de los estudios sobre errores, realizados con anterioridad a 1960, han consistido en recuentos del número de soluciones incorrectas a una variedad de problemas y un análisis de los tipos de errores detectados para, proceder luego, a una clasificación que permita determinar cómo surgen los errores a partir de la solución correcta, en la que se hacen inferencias sobre qué factores pueden haber conducido al error.

A partir de la década de los sesenta y en los años posteriores, las aplicaciones e implicaciones al campo de la educación comenzaron a proyectarse en forma notable y el abordaje del error tuvo una visión más constructivista, en tanto se estimuló su ocurrencia puesto que brindaba posibilidades para el sujeto constructor de conocimiento. Radatz (1980)^{vi} lleva a cabo una revisión de gran parte de las investigaciones realizadas sobre errores, tanto en Estados Unidos como en Europa, hasta finales de los años 70, encontrando que la Aritmética constituyó el área de contenidos dominante en la mayor parte de los

estudios, y que existe una pluralidad de aproximaciones teóricas e intentos de explicación de sus causas.

Un abordaje más amplio sobre las posibilidades de la utilización del análisis de errores en los procesos de enseñanza y aprendizaje ha sido presentado por la investigadora italiana Raffaella Borasi. En sus trabajos, según Cury (1994)^{vii}, se incluyen las ideas de Kuhn, Lakatos, Piaget y Vergnaud. Borasi plantea otras posibilidades: usar los errores como instrumentos para explorar el funcionamiento de la mente (Piaget, Vergnaud); aprovechar los errores como elementos fundamentales para el desarrollo de una disciplina (Kuhn, Lakatos)^{viii}; avanzar, partiendo de los errores que se cometen en la programación de ordenadores, en la comprensión del lenguaje de programación utilizado y en los propios contenidos trabajados por Papert.

En síntesis, las investigaciones en análisis de errores pueden ser agrupadas en torno a dos objetivos principales: la superación del error a través de su eliminación, o a través de la exploración de sus potencialidades. En la primera categoría se encuentran las investigaciones realizadas por la influencia del conductismo y del procesamiento de la información. En segundo lugar, aparecen los trabajos más recientes de carácter constructivista. No obstante, cabe aclarar que esta división no es rígida y pueden ser encontrados los dos objetivos en algunos trabajos.

Las dificultades del aprendizaje siempre se han asociado con la dificultad que un niño presenta en una o más de las habilidades necesarias para aprender, pueden ser relacionadas con síntomas como: el niño termina los trabajos por debajo del promedio y las expectativas para su edad, curso en la escuela y nivel intelectual. Un niño puede manifestar una dificultad de aprendizaje desde el mismo momento que inicia su vida escolar, asociada esta a la dificultad para realizar la separación del mundo ideal y emerger al mundo real.

Valdivieso, LB (1980)^{ix} afirma que “los trastornos específicos de aprendizaje son alteraciones propias del desarrollo infantil, que pueden producirse desde temprana edad, y posteriormente inciden en el rendimiento escolar. Se puede inferir entonces que una dificultad de aprendizaje puede devenir de situaciones relacionadas con la etapa de

desarrollo del niño, según lo expresado por Piaget, en su teoría de la construcción de las etapas de desarrollo en la inteligencia del niño.

No obstante las dificultades de aprendizaje siempre estarán ligadas a factores externos y procesos de cognición, afrontados por el niño a lo largo de su desarrollo cognitivo y emocional, factores que atraviesan tanto lo cultural como lo social.

Piaget (1980)^x elaboró un modelo que constituye a su vez una de las partes más conocidas y controvertidas de su teoría. Piaget, cree que los organismos humanos comparten dos "funciones invariables": organización y adaptación. "La función de adaptación en los sistemas psicológicos y fisiológicos opera a través de dos procesos complementarios: la asimilación y la acomodación".

La adaptación es la primera barrera que habrá de afrontar el niño al irrumpir su mundo ideal y enfrentarse al real.

Para nadie es un secreto, la escuela irrumpirá en los ideales del niño y habrá de corregir todas aquellas conductas que de una u otra forma van en contra de un comportamiento aceptado socialmente.

¿Será entonces que estas nuevas emociones que el niño experimenta derivan en dificultades de aprendizaje que no hemos analizado?

La función del docente entonces se convierte en un dilema conceptual, no sabe si enseñar contenidos o habilidades de pensamiento. Desde las habilidades del docente se deben implementar estrategias para que los contenidos sean asimilados de forma significativa y esto conducirá entonces a desarrollar habilidades propias del pensamiento matemático, sin desconocer las habilidades propias del pensamiento como lo expresa Piaget.

Desde el contexto educativo se han realizado algunas reflexiones sobre la función de la escuela en la sociedad.

"Las reformas rara vez han reemplazado lo que ya estaba allí. Más comúnmente ha aumentado su complejidad. Cuando las reformas han llegado en sucesión, como en

estampada, a menudo han producido incoherencias o tensiones desagradables”. (TYACK, David & Larry Cuban (2001)^{xi}

Se han construido diferentes hipótesis referente al tema, pero no se ha llegado a un acuerdo único que haga referencia con exactitud a los problemas de aprendizaje. Las diferentes ramas de la pedagogía conceptualizan con respecto al tema y hacen referencia a diferentes corrientes y metodologías, pero al momento de realizar análisis concretos con referencia a lo que es un problema de aprendizaje, terminan todas enfocadas en un mismo propósito: las metodologías; cuestionadas por momentos y discutidas desde las diferentes visiones educativas esta es considerada una de las causas más relevantes del problema.

“El objetivo de enseñar habilidades del pensamiento no se debería considerar, por tanto, como algo opuesto al de enseñar el contenido convencional sino como un complemento. La capacidad del pensamiento y el conocimiento son como la trama y la urdimbre de la competencia intelectual, y el desarrollo de cualquiera de las dos cosas en detrimento de la otra, nos produciría algo muy distante a una tela de buena calidad.”(Perkin, David& otros)^{xii}.Esta sería una buena reseña para partir de una vez con la conceptualización de las dificultades en matemáticas. La matemática como ciencia de complejidad, determina una serie de estructuras propias del conocimiento e invariables: organización y adaptación. La función de adaptación en los sistemas psicológicos y fisiológicos opera a través de dos procesos complementarios: acomodación y asimilación.

2.2 Acomodación y asimilación.

La asimilación se refiere al modo como un organismo se enfrenta a un estímulo del entorno en términos de organización actual, mientras que la acomodación implica una modificación de la organización actual en respuesta a las demandas del medio. Mediante la asimilación y la acomodación vamos reestructurando cognitivamente nuestro aprendizaje a lo largo del desarrollo (reestructuración cognitiva).

“Asimilación y acomodación son dos procesos invariantes a través del desarrollo cognitivo. De acuerdo con PIAGET (1978)^{xiii}, asimilación y acomodación interactúan mutuamente en

un proceso de equilibración. El equilibrio puede considerarse como un proceso regulador, a un nivel más alto, que gobierna la relación entre la asimilación y la acomodación”

La primera dificultad al iniciar el ciclo medio se presenta en la contraposición entre lo aprendido en la escuela (básica primaria) y lo que se enseña en la secundaria. No solo cuesta gran esfuerzo sustituir un conocimiento por otro diferente (cuando no opuesto), sino que promueve en el alumno cierta resistencia a la enseñanza que está recibiendo. Su estado de ánimo negativo traducido en "no entiendo nada", se agrega muchas veces al de sus propios padres y se agudiza especialmente cuando el alumno comienza a tener bajas calificaciones.

Un problema que está presente a lo largo del ciclo básico en relación con el aprendizaje de la matemática, es el incumplimiento de los programas anuales previstos y, consecuentemente, la falta de continuidad del conocimiento. Las causas son varias; pero puedo destacar las siguientes: iniciación tardía de los cursos por la falta de docentes que asumen los cursos pasados varios días (a veces semanas) de iniciados, falta a clase o llegadas tarde del maestro por motivos particulares, paros y huelgas de docentes y/o alumnos, atrasos debido a dificultades propias del aprendizaje, excesivo número de alumnos por grupo, reducción de las intensidades horarias semanales, de los cursos, modificaciones propias del currículo y adaptación de contenidos de acuerdo con las pruebas de estado, actividades y programación de formativas cotidianas, muy frecuentes en las instituciones privadas, no acompañados de una apropiada adecuación de los programas.

Aquellas instituciones educativas que han resuelto todos o parte de estos problemas, por ejemplo los colegios privados, tienen, o han tenido mucho mejores resultados. Esto permite concluir que, un camino ineludible, es extremar las medidas para eliminar esas causas que influyen en un aprendizaje deficiente.

El incumplimiento de los programas de matemática es un mal generalizado en la básica y media. Todo profesor experimentado sabe que no podrá terminar el programa en el tiempo disponible y elige, a su criterio, los temas a desarrollar, descartando aquellos que le parecen menos importantes. Por ello es necesario realizar una reestructuración de los

contenidos para cada grado y no caer en programas ambiciosos que, aún con una buena asignación horaria, serían difícil de cumplir teniendo, además en contra, los grupos tan heterogéneos en su formación matemática.

Los alumnos tienen distintos niveles de conocimientos matemáticos y, si un profesor dedica parte del tiempo a nivelar esos conocimientos, agregará un nuevo motivo para restar tiempo al cumplimiento de su propio programa. Se está frente a un verdadero efecto "en contravía " pues, como es fácil de entender, el problema se va agravando año tras año cuando el estudiante es promovido bajo la legislación educativa vigente y simplemente aprueba un curso mediante planes de apoyo que integran la temática de todo un año en un taller o evaluación de recuperación, salvo para aquellos alumnos cuyos padres tomen por su cuenta las providencias del caso, es decir contratar un profesor para que presten acompañamiento, en jornada contrario a la del estudio, hecho especialmente aconsejable, pero que, lamentablemente, no remedia la verdadera causa del problema; si nos enfocáramos en este hecho, podríamos concluir que solo un selecto grupo de estudiantes tendrían el acompañamiento de un tutor en casa, en sus horas libres y, por lo general, cuando esto sucede el estudiante se prepara solo para el momento de la evaluación y la entrega de talleres y tareas encomendadas por el docente de la institución en la cual se encuentra matriculado.

Investigar estas variables y los factores que se refieren al currículo y al acto educativo es el referente que le da significado a la propuesta y que sustentará lo que pretendo desde la pregunta problematizadora y el objetivo general.

El aprendizaje, como es sabido, tiene dos actores principales: el docente y el alumno; basta con que uno de ellos falle para que fracase el aprendizaje.

“El acto educativo es una relación humana en la cual intervienen seres con sensaciones y emociones lo cual influye de manera retroactiva en el desarrollo pedagógico y la adquisición del conocimiento (Vigotsky 1972)^{xiv}.

Como otro antecedente ilustrativo, cabe anotar que, en Educación, hasta la reforma realizada por la (LEY 115, DE 1994)^{xv}, el plan de aprobación para un grado exigía del estudiante el máximo esfuerzo; no obstante, los resultados de los exámenes eran iguales o mejores que los actuales.

Antes de la aprobación de la ley 115 de 1994 (ley general de educación), la aprobación de un curso exigía del estudiante un esfuerzo grande. A partir de 1994 los profesores disminuyeron la exigencia para la aprobación de las evaluaciones y grados, puesto que de una u otra forma el estudiante cumpliendo o no los objetivos básicos debía ser promovido al siguiente grado.

Los cambios vividos en el país, en estos años, han contribuido a que muchos docentes piensen que la causa del fracaso de los estudiantes se debe al bajo nivel de exigencia que el mismo sistema educativo implementó para el cumplimiento de algunas políticas señaladas por entes económicos internacionales, como el fondo monetario internacional y el banco mundial, en el sentido de garantizar la cobertura y evitar la deserción escolar.

Se optó entonces por hacer evaluaciones menos exigentes, con el mínimo requerido para aprobar el año cursado, desconociendo si el estudiante alcanza los logros básicos para pasar al grado siguiente. Las particularidades de esta época llevaron también a ciertos comportamientos inconsecuentes por parte de los padres de familia. No se apreció que el problema era mucho más complejo y que, con ese cúmulo de actitudes, no se estaba resolviendo sino agravando. Los resultados obtenidos, a la vista de los trabajos realizados por los alumnos a lo largo de los años anteriores al decreto, muestran que si volviéramos a las exigencias anteriores no aprobaría casi nadie, o sea: habríamos retrocedido muchísimo respecto a los resultados de aquellas épocas. Los estudiantes siguen aprobando los años, aun con las nuevas reformas instauradas desde el 2010 al sistema evaluativo nacional; “decreto doce noventa”, el cual se encuentra en transición. Habrá que esperar, un tiempo razonable, para constatar los resultados de esta nueva propuesta.

3. MARCO TEÓRICO

3.1 ¿Qué son dificultades de aprendizaje?

Un niño con dificultades en una o más de las habilidades necesarias para aprender, puede tener una dificultad de aprendizaje y esta puede ser la causa para que termine los trabajos por debajo del promedio de las expectativas para su edad, curso en la escuela y nivel intelectual. Un niño muy inteligente puede tener dificultades de aprendizaje. A veces, al niño con dificultades se le considera incorrectamente perezoso.

Una dificultad del aprendizaje se define como una deficiencia en un área académica o una alteración de los procesos psicológicos básicos. Según, Valdivieso. L.B (1980)^{xvi} “los trastornos específicos de aprendizaje son alteraciones propias del desarrollo infantil, que pueden producirse desde temprana edad, y que posteriormente inciden en el rendimiento escolar.” Se puede inferir entonces que una dificultad de aprendizaje puede devenir de situaciones relacionadas con la etapa de desarrollo del niño”, según lo expresa Piaget, en la construcción de las etapas de desarrollo de la inteligencia del niño.

3.2 El aprendizaje escolar.

De todas las instituciones formales con que los niños se van encontrando a lo largo de sus vidas fuera de la familia, pocas tienen tanta influencia en su desarrollo como las instituciones escolares, llámese preescolar, escuela, colegio o universidad. Al iniciarse la interacción entre iguales, en un contexto escolar, los niños aprenden muchas habilidades sociales que son esenciales para la vida. En la escuela ellos aprenden a dominar o proteger a alguien, a asumir responsabilidades, a devolver favores, a apreciar los puntos de vista de otros y valorar destrezas físicas, sociales e intelectuales. En la escuela los niños se encuentran con otros tipos de aprendizaje de carácter cognoscitivo que desarrollarán la inteligencia concreta y dará paso a la inteligencia formal, adquieren conocimientos básicos y competencias académicas: Lectura, escritura, aritmética, habilidades informáticas y más tarde matemática avanzada e idiomas extranjeros entre otros.

3.3 Teoría piagetana del conocimiento.

3.3.1 El concepto de esquema

El concepto de esquema para Piaget, es un tipo de organización cognitiva que necesariamente implica la asimilación: los objetos externos son siempre asimilados a algo, a un esquema mental, a una estructura mental organizada.

El equilibrio se traduce en una integración jerárquica de esquemas diferenciados. Se puede entonces concluir que cuando el niño logra relacionar las imágenes creadas en su mente con lo significativo para él, se habrá dado un esquema que permite el acceso al nuevo conocimiento bajo parámetros tanto cognitivos como contextuales.

3.3.2 Implicaciones del pensamiento Piagetano en el aprendizaje.

Las implicaciones del pensamiento Piagetiano en el aprendizaje inciden en la concepción constructivista del aprendizaje. Los principios generales del pensamiento Piagetiano sobre el aprendizaje son:

- a) Los objetivos pedagógicos deben, además de estar centrados en el niño, partir de las actividades del alumno.
- b) El estudiante es el centro del proceso, y como tal se debe construir partiendo de sus necesidades y lo significativo para él.
- c) Los contenidos, no se conciben como fines, sino como instrumentos al servicio del desarrollo evolutivo natural.
- d) El principio básico de la metodología Piagetiana es la primacía del método de descubrimiento.
- e) Los estudiantes construyen en interacción con el objeto, lo descubren y opinan de él Se puede retomar el principio de CARLOS EDUARDO VASCO, “el conocimiento de la matemática parte de lo concreto”.

f) El aprendizaje es un proceso constructivo interno.

g) Los estudiantes construyen desde su propia intención, Un debido proceso de aprendizaje parte del interés que el docente despierte en el estudiante por un determinado contenido.

h) El aprendizaje depende del nivel de desarrollo del sujeto.

Se retoma entonces lo planteado por Piaget, en las etapas del desarrollo o los estadios del pensamiento en su obra.” El nacimiento de la inteligencia en el niño”.

3.3.3 El aprendizaje es un proceso de reorganización cognitiva.

Es una estrategia utilizada en los planes de estudio actualmente: se debe partir de una etapa exploratoria de conceptos, que sean asociados con el nuevo conocimiento, conocido desde la propuesta constructivista como los preconceptos o las imágenes subyacentes del estudiante en su estructura cognitiva que preexisten de otros acontecimientos vividos y son traídos al cociente al relacionarlas con nuevas imágenes. En el desarrollo del aprendizaje son importantes los conflictos cognitivos o contradicciones cognitivas. Esto debe ser detectado en la etapa de exploración y el docente tendrá que implementar estrategias que llevan al joven a reorganizar sus ideas y se centren en la temática a tratar.

3.3.4 La interacción social favorece el aprendizaje.

La matemática no es una ciencia unitaria, al igual su aprendizaje, se construye en interacción social y científica, se vale de otras ciencias y elementos que actúan como eslabones de una cadena conectados con otros contenidos en formas de interpretación grupal e individual.

La experiencia física supone una toma de conciencia de la realidad que facilita la solución de problemas e impulsa el aprendizaje.

Es la conexión que se pide desde el Ministerio de Educación Nacional, cuando se refiere en los lineamientos curriculares a la solución de problemas de contexto que conlleven a un aprendizaje significativo y de utilidad en la cotidianidad.

Las experiencias de aprendizaje deben estructurarse de manera que se privilegie la cooperación, la colaboración y el intercambio de puntos de vista en la búsqueda conjunta del conocimiento (aprendizaje interactivo.)

3.3.5 Conclusión de la teoría Piagetiana.

Después de desglosar los aspectos más importantes indicados por Piaget en su teoría sobre el aprendizaje, y realizar una conexión con lo que respecta al área de matemática, se puede inferir que los planteamientos de Piaget no están muy desenfocados de la realidad actual sobre cómo se elabora el conocimiento y por el contrario lo que Piaget planteaba hace más de veinte años es hoy en día uno de los pilares en los cuales se sostiene el sistema educativo nacional.

3.4 El aprendizaje según David Ausubel.

3.4.1 El aprendizaje significativo.

La experiencia humana no solo implica pensamiento, sino también afectividad y únicamente cuando se consideran en conjunto se capacita al individuo para enriquecer el significado de su experiencia. Para entender la labor educativa, es necesario tener en consideración otros elementos del proceso educativo:

- a) Los profesores y su método de enseñanza.
- b) La estructura de los conocimientos que conforman el currículo y el modo en que este se produce.
- c) El entramado social en el que se desarrolla el proceso educativo.

La teoría del aprendizaje significativo ofrece una explicación sistemática, coherente y unitaria de ¿cómo se aprende, ¿Cuáles son los límites del aprendizaje? ¿Por qué se olvida lo aprendido? es aquí donde encontramos la formulación de “principios del aprendizaje”. La teoría del aprendizaje significativo de Ausubel, ofrece en este sentido el marco apropiado para el desarrollo de la labor educativa, así como para el diseño de técnicas educacionales constituyéndose en un marco teórico que favorece dicho proceso.

3.4.2 Bases teóricas.

De acuerdo con Ausubel (1977)^{xvii} el aprendizaje significativo “consiste en la adquisición de ideas, conceptos y principios al relacionar la nueva información con los conocimientos y la memoria.”

Ausubel plantea que el aprendizaje del alumno depende de la estructura cognitiva previa que se relaciona con la nueva información y aclara que por estructura cognitiva, debe entenderse el conjunto de conceptos e ideas que un individuo posee en un determinado campo del conocimiento, así como la forma en que están organizados.

En el proceso del aprendizaje, es de gran importancia conocer que en la estructura cognitiva del estudiante no sólo se trata de saber la cantidad de información que posee, sino cuales son los conceptos y proposiciones que maneja, así como su grado de estabilidad.

Para Ausubel la labor educativa no se debe desarrollar como una labor con “mentes en blanco” o que el aprendizaje de los estudiantes comience de “cero”, sino que los educandos tienen una serie de experiencias y conocimientos previos que afectan su aprendizaje y pueden ser aprovechados para su beneficio; una prueba de esto se puede evidenciar al iniciar cada tema con una actividad diagnóstica de conceptos.

Esto quiere decir que en el proceso educativo es importante considerar lo que el individuo ya sabe, de tal manera que establezca una relación con aquello que debe aprender. Este proceso tiene lugar si el educando tiene en su estructura cognitiva conceptos, ideas y proposiciones, con los cuales la nueva información puede interactuar.

El aprendizaje por descubrimiento involucra al estudiante para que reordene la información, la integre a su estructura cognitiva y la transforme de manera que se produzca el aprendizaje deseado.

3.5 Teoría vygotskyana.

3.5.1 El desarrollo humano.

Vygotsky (1978)^{xviii} cree que en el desarrollo humano confluyen dos aspectos diferentes: la maduración orgánica y la historia cultural. Por una parte está la evolución biológica de la especie que procede del "homo sapiens" y, por otra, la evolución cultural que proviene desde las primeras comunidades de hombres y mujeres. Separando ambas líneas evolutivas, propone que en el desarrollo cultural se crean instrumentos que, sin tener consecuencias biológicas, amplifican las capacidades naturales (biológicas) de que cada individuo está dotado. Es decir, el paso de lo natural (biológico) a lo humano (cultural) queda mediado por el conjunto de artificios convencionales y arbitrarios que la especie humana ha elaborado, en el transcurso de las relaciones e intercambios sociales de sus miembros. Estos instrumentos son fundamentalmente signos. Es decir, están investidos de significación, de forma que su uso no implica únicamente una adaptación pasiva al medio, sino un principio de transformación. La actividad humana se caracteriza por modificar y transformar la naturaleza, yendo más allá de una simple adaptación pasiva, como pregonan los teóricos que ven en la conducta simples respuestas del organismo ante los estímulos. Los signos tienen en Vygotsky un valor funcional, un valor de uso. El lenguaje es el signo principal y con mayor valor funcional como mediador de cultura.

3.5.2 Actividad y mediación.

Vygotsky (1978)^{xix} considera que el desarrollo humano es un proceso de desarrollo cultural, siendo la actividad del hombre su motor. El concepto de actividad adquiere de este modo un papel especialmente relevante en su teoría, superando el modelo de la reflexología pavloviana, en donde el sujeto se considera especialmente un "respondedor" pasivo. Para él, el proceso de formación de las funciones psicológicas superiores se dará a través de la actividad práctica e instrumental, pero no individual, sino en la interacción o cooperación social.

El sujeto humano actúa sobre la realidad para adaptarse a ella transformándola y transformándose a sí mismo a través de unos instrumentos psicológicos denominados "mediadores". Este fenómeno, denominado **MEDIACIÓN INSTRUMENTAL**, es llevado a cabo a través de "herramientas" (mediadores simples, como los recursos materiales) y de "signos" (mediadores más sofisticados, siendo el lenguaje el signo principal).

Que esa actividad es "interactividad", conjunto de acciones culturalmente determinadas y contextualizadas que se lleva a cabo en cooperación con otros. La actividad del sujeto en desarrollo es una actividad mediada socialmente.

A diferencia de Piaget, la actividad que propone Vygotsky es una actividad culturalmente determinada y contextualizada: es el propio medio humano el que proporciona al niño los mediadores que éste emplea en su relación con los objetos, tanto las herramientas como los signos, pero especialmente estos últimos, puesto que el mundo social es esencialmente un mundo formado por procesos simbólicos, entre los que destaca el lenguaje hablado.

3.5.3 Lenguaje, acción y representación.

En la teoría de Vygotsky, resulta fundamental el papel que otorga al lenguaje en el proceso de desarrollo psicológico, por el hecho de constituirse en el mediador por excelencia.

Para Vygotsky, la actividad no es una "manifestación" de los procesos psicológicos, sino justamente el medio por el cual dichos procesos llegan a formarse en la mediación social e instrumental. El lenguaje aparece entonces como un instrumento de mediación cultural capaz de activar y regular el comportamiento, primero desde fuera, en el plano interpsicológico, y más tarde desde dentro, en el plano intrapsicológico, tras ser interiorizado.

3.5.4 El concepto de "desarrollo próximo" y la ZDP.

En la teoría de Vygotsky, y en relación con el desarrollo del niño, aparece un concepto muy importante: la zona de desarrollo (ZDP).

Vygotsky distingue entre:

3.5.4.1 Nivel de Desarrollo Real (NDR).

Corresponde con el momento evolutivo del niño y lo define como el conjunto de actividades que el sujeto puede hacer por sí mismo, de un modo autónomo, sin la ayuda de los demás.

3.5.4.2 Nivel de Desarrollo Potencial (NDP)

Hace referencia al nivel que podría alcanzar el sujeto con la colaboración y guía de otras personas, es decir, en interacción con los otros. La Zona de Desarrollo Potencial (ZDP), sería pues, en palabras de Vygotsky (1962)^{xx}: "la distancia entre el nivel real o actual de desarrollo, determinado por la capacidad de resolver independientemente un problema, y el nivel de desarrollo potencial, determinado a través de la resolución de un problema bajo la guía de un adulto o en colaboración con otro compañero más capaz".

La acción conjunta (interactividad) del niño y de los que le rodean en el espacio de esta ZDP es justamente el factor que hace posible que los mediadores externos lleguen a convertirse en procesos internos.

El concepto de ZPD se relaciona así con la ley de la doble formación de las funciones psicológicas (Vygotsky, 1978)^{xxi} según la cual toda función aparece dos veces: Primero entre las personas, interpsicológica, y después en el interior del propio niño, intrapsicológica. Esta doble formación supone que el "aprendizaje en sentido estricto" y "el aprendizaje en sentido amplio" interactúan de modo que el primero posibilita la internalización de los instrumentos externos los cuales, una vez interiorizados, se transforman en procesos de desarrollo que hacen posible la reestructuración: el aprendizaje precede de este modo al desarrollo.

4 EL PROBLEMA DE APRENDIZAJE

El problema del aprendizaje es un término general que describe problemas del aprendizaje específicos. Un problema del aprendizaje puede causar que una persona tenga dificultades aprendiendo o usando ciertas destrezas. Las destrezas que son afectadas con mayor frecuencia en la matemática son: la dificultad para razonar y aplicar operaciones propias de los algoritmos matemáticos. Los problemas de aprendizaje se hacen evidentes en los primeros años del periodo escolar pues están directamente relacionados con materias a partir de las cuales se determina el correcto rendimiento académico. Este planteamiento se aplica principalmente a niños en edad escolar antes del ingreso a primero de primaria, o durante los 7 primeros años de vida. La dificultad específica en la aritmética se denomina discalculia.

Los problemas del aprendizaje varían entre personas. Una persona con problemas de aprendizaje puede tener un tipo de problemas diferentes al de otra persona. Los investigadores creen que los problemas del aprendizaje son causados por diferencias en el funcionamiento del cerebro y la forma en la cual éste procesa información. Los niños con problemas del aprendizaje no son "tontos" o "perezosos". De hecho generalmente tienen un nivel de inteligencia promedio o superior al promedio estipulado para la medición de tal fin, lo que ocurre es que sus cerebros procesan la información de una manera diferente.

Acompañando a los problemas de aprendizaje, los niños presentan poca memoria, baja atención, poca organización en sus funciones escolares, impulsividad, tareas incompletas, y comportamientos disruptivos. Todo esto ocasionado por una respuesta emocional que está compitiendo con su aprendizaje. En el hogar tienden a no seguir instrucciones de los padres, supuestamente por que se les olvida, sus actividades sociales por lo general las realizan con niños menores.

Los profesores son las primeras personas en reportar que existen problemas en el estudio; ante esto, los padres deben recurrir a la evaluación física o médica del niño, para así descartar posibles alteraciones a nivel visual, auditivo o neurológico. Posteriormente los

psicólogos y psicopedagogos son los profesionales más idóneos para el tratamiento de problemas de aprendizaje.

La teoría más común es que los problemas del aprendizaje están causados por algún problema del sistema nervioso central que interfiere con la recepción, procesamiento o comunicación de la información. Algunos niños con problemas del aprendizaje son también hiperactivos, se distraen con facilidad y tienen una capacidad para prestar atención muy corta.

Los psiquiatras de niños y adolescentes aseguran que los problemas del aprendizaje se pueden tratar, pero si no se detectan y se les da tratamiento adecuado a edad temprana, sus efectos pueden ir aumentando y agravándose. Por ejemplo, un niño que no aprende las operaciones básicas en la primaria no podrá aprender álgebra en la secundaria. El niño, al esforzarse tanto por aprender, se frustra y desarrolla problemas emocionales.

Estas dificultades llevan a los estudiantes a perder la confianza en sí mismo con tantos fracasos. Algunos estudiantes con problemas de aprendizaje se portan mal en la escuela porque prefieren que los crean "malos" a que los crean "estúpidos".

Analicemos ahora; desde las teorías que apoyan este trabajo y la concepción general de dificultades en el aprendizaje cuáles son las principales variables que conllevan a que un estudiante presente una o más dificultades al momento de cursar el grado octavo:

- a) La falta de consolidación del proceso de aprendizaje en los grados anteriores.
- b) Los trastornos propios de la metacognición y patológicos que desde la educación básica primaria, se detectan cuando un estudiante presenta dificultad para asimilar los contenidos del grado.
- c) Regularmente se habla de problemas comportamentales en el grado octavo y es común escuchar comentarios tales como: es propio de la edad, es una etapa difícil para los adolescentes. Pero pocas veces la escuela se ha cuestionado sobre lo que sucede con estos estudiantes que fracasan en el proceso de aprendizaje.

Consideremos algunas dificultades identificadas al analizar un grupo de estudiantes del grado octavo del colegio el Carmelo de Sabaneta. En esta institución realicé una encuesta sobre tres factores que impiden a las estudiantes entender con mayor facilidad el concepto de factorización.

4.1 Instrumento.

Encuesta, se aplicó a un total de cien estudiantes del grado octavo, y se determinó eligieran las tres variables que consideraban llevan a cometer errores el momento de realizar operaciones algebraicas y factorizar un polinomio.

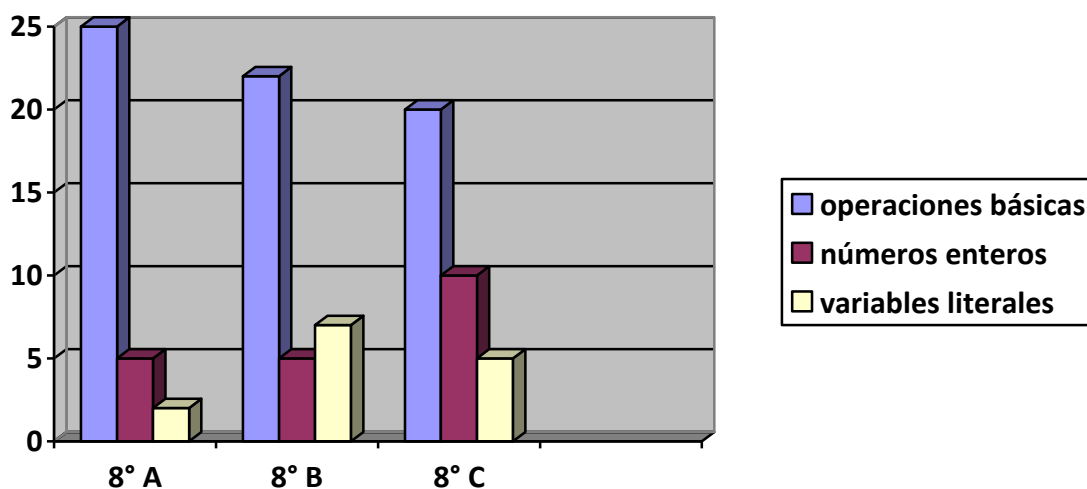
La pregunta; ¿cuál de los siguientes aspectos considera usted una dificultad al momento de trabajar factorización?

4.1.1 Tabla 1 resultados.

Del total de estudiantes se obtuvo la siguiente información:

Pregunta	Número de respuestas
Números enteros	20
Operaciones básicas	66
Variables literales	14

4.1.2 Análisis de prueba diagnóstica



De esta información se puede entonces concluir:

- a) Un alto porcentaje de las estudiantes manifestó no manejar adecuadamente las operaciones básicas con números enteros.
- b) Apropiación inadecuada del concepto de número entero.
- c) La combinación de números y letras no afecta el proceso de factorización

Este análisis reafirma el planteamiento realizado en párrafos anteriores, según el cual se debe implementar estrategias en la escuela que permitan detectar tales dificultades de aprendizaje en el momento preciso para así poder ser intervenidas y no dejar que el estudiante sea promovido grado tras grado, sin tener en cuenta estas realidades.

Otra variable a considerar, según lo expresado por las estudiantes en la socialización de la encuesta, es el reconocimiento de sus falencias en el aprendizaje por la no exigencia del sistema de evaluación vigente hasta el 2008, antes de la aprobación del decreto 1290 del 2009. La evaluación estaba discriminada en indicadores de logros, lo que representaba que un estudiante aprobaba una serie de indicadores de logro para alcanzar el objetivo general del núcleo temático, esto generó en las instituciones una serie de situaciones como la acumulación de indicadores de logros, la exigencia de una promoción no inferior al 95% en cada institución; es decir, una promoción casi automática, con un bajo nivel de aprobación de un grado.

Un análisis de los contenidos básicos en el pensamiento numérico que un estudiante debe tener para iniciar el grado octavo, sería de gran ayuda para ratificar factores de riesgo en la asimilación de los contenidos, los cuales el estudiante habrá de enfrentar para garantizar un buen proceso a lo largo del año lectivo, todo docente experimentado, conoce de las bondades que implica un buen diagnóstico al momento de iniciar el año con sus estudiantes.

4.1.3 Segunda actividad diagnóstica.

A continuación se presenta un segundo diagnóstico realizado en los colegios San José de las Vegas y el Carmelo de Sabaneta sobre el proceso de aprendizaje pasados tres periodos académicos en el grado octavo. Se esperaba que los estudiantes hubieran interiorizado la estructura algebraica y manejaran con cierta destreza las facultades para la factorización de un polinomio, este diagnóstico se enfatizó en las competencias (argumentativa, interpretativa, y propositiva) que desde el Ministerio de Educación Nacional se pide sean trabajadas en la educación básica y que ambos colegios adoptan para la evaluación de sus estudiantes, haciendo hincapié en el trabajo por competencias que el estudiante debe desarrollar para afrontar con éxito las pruebas de estado (saber) en los diferentes ciclos de formación básica.

La intencionalidad del diagnóstico en este momento del grado, buscaba identificar las posibles falencias que los estudiantes presentan avanzado el grado, y determinar algunas alternativas de solución para ser trabajadas durante el cuarto periodo académico de tal forma que el estudiante promovido al grado noveno 2012 esté preparado para afrontar los retos de la formación del álgebra en el ciclo básico de educación.

4.2 Entrevista con profesores de matemáticas.

Para determinar los errores que con mayor frecuencia cometen docentes y estudiante en la enseñanza y el aprendizaje de la Matemática en el grado octavo, se han entrevistado a profesores del área con amplia experiencia, entre los cinco y veinticinco años de ejercicio magisterial desarrollan su actividad en centros educativos públicos y privados de la ciudad de Medellín. Previamente se explicó a cada uno los objetivos del trabajo y se acordaron momentos posteriores para la entrevista, puesto que se quiso dar tiempo suficiente para que organizaran la información solicitada, y evitar, obtener respuestas que no aportaran al análisis.

4.2.1 Diseño del instrumento.

Con la información obtenida durante las entrevistas realizadas a los Profesores de Matemática, se diseñó un primer instrumento, consistente en una serie de situaciones matemáticas, unas de solución única y otras de procedimientos, de las cuales había que dar una respuesta. La primera versión de la evaluación fue administrada a setenta y cinco alumnos del grado octavo de la básica secundaria del colegio San José de las Vegas, sección masculina de la ciudad de Medellín, y el colegio el Carmelo de Sabaneta en el mes de Julio y Septiembre del año 2011.

Culminada la fase de prueba del instrumento y posterior ajuste, se elaboró una versión definitiva de la evaluación, la cual consta de situaciones problemáticas distribuidas en bloques temáticos. Cada una de los ejercicios se obtuvo de los ejemplos que dieron los profesores en las entrevistas, adaptados, a su vez, a las situaciones que planteaban las diferentes investigaciones sobre los conceptos básicos de números enteros y operaciones básicas con álgebra relativas al tema.

4.2.2 Aplicación del instrumento.

Al instrumento elaborado bajo las condiciones enunciadas anteriormente se le denominó “Actividad diagnóstica” y fue administrado en una semana de clase, entre el martes 18 de Octubre y el sábado 22 de Octubre de 2011. A fin de evitar que los alumnos dieran respuestas poco pensadas o que dejaran sin responder algunos de preguntas planteadas, se le dio el carácter de una evaluación más, cuyo resultado sería tenido en cuenta para la nota del Curso.

4.3 Entrevistas con los alumnos.

Se realizaron entrevistas personalizadas y grupales con los alumnos que habían realizado estas evaluaciones, con el propósito de profundizar los aspectos que no quedaron claros en las respuestas brindadas y para complementar la información con algunas cuestiones que no fueron consideradas en la misma. Así mismo, con la entrevista se intentó determinar los posibles patrones de error que contenían sus desarrollos.

Se estableció que las pruebas aplicadas incluso contenían errores de forma y fondo, y esto llevo a ratificar algunas de las causas por las cuales en momentos resulta difícil para el estudiante interpretar alguna pregunta, factor éste que fundamentalmente se presenta en las evaluaciones, hay que resaltar que los estudiantes presentaban una generalidad en cuanto a la falencia en los conceptos básicos, ellos reconocen que por momentos solo se preparan para la evaluación y pasada esta se olvida lo aprendido, cabe entonces preguntar ¿Qué tan significativos son los contenidos para los estudiantes?, partir de las respuestas que los estudiantes expresan en este tipo de charlas grupales es un excelente medio para crear reflexión pedagógica sobre la labor del educador en la actualidad, reconociendo que a medida que todo se transforma en la educación, el estudiante no ha sido ajeno a estas transformaciones. Es preocupante la concepción que los estudiantes tienen en algunos casos para referirse a la asignatura y a los docentes, manifiestan ellos, una apatía por el aprendizaje de la matemática y al mismo tiempo por los docentes que la dictan. Estas afirmaciones no son tan particulares como podría pensarse y revelar una problemática delicada, en tanto representa un aspecto crucial en las dificultades para aprender matemáticas.

4.4 Categorización de los errores.

Si bien no partimos de una categorización de errores previamente establecida puesto que la misma puede ser considerada como emergente del trabajo no podemos desestimar que su construcción se halló condicionada por las categorías señaladas en las investigaciones consultadas sobre el tema. Así, el proceso final de construcción de la categorización de errores resultó de las convergencias realizadas entre las categorías que surgieron del análisis de las respuestas vertidas por los alumnos en la “actividad de diagnóstico”, y las que se proponían en las investigaciones consultadas sobre el tema.

4.5 Resultados y análisis.

4.51 Los errores en el aprendizaje de la matemática desde la perspectiva de los profesores.

Durante las entrevistas con los profesores de matemática fue posible obtener información relevante sobre los errores que habitualmente cometen los estudiantes durante la formación del grado octavo en nivel básico. Estos errores son:

1. Aplican la “regla de los signos” de la multiplicación al efectuar sumas o restas de números enteros; $-3ad - 4ad = 7ad$

2. Suman números racionales efectuando la adición de numeradores por un lado y denominadores por el otro; $\frac{3}{4}bc + \frac{1}{3}bc = \frac{4}{7}bc$

3. Dividen números racionales aplicando el algoritmo de la multiplicación; $\frac{6}{4}ax \div \frac{5}{3}ax = \frac{30}{12}$

4. Resuelven divisiones donde el divisor es un cero, pensándolo como uno, o ignorando su presencia; $\frac{12}{4}mn \div \frac{30}{0}m = \frac{4}{12}n$

5. Simplifican fracciones dividiendo al numerador y denominador por números distintos;

$$\frac{45}{30}xy = \frac{15}{15}xy = \frac{5}{5}xy = \frac{1}{1}xy = xy$$

6. Consideran que tienen un número negativo elevado a cierto exponente cuando el signo menos se antepone a la potencia. $(5a)^{-3} = -125a^{-3}$

7. Recuperan el esquema de multiplicación reiterada, con factores negativos, cuando el exponente de la potencia es un entero negativo; $(3x)^{-4} = (-3x)(-3x)(-3x)(-3x)$

8. Asumen que toda potencia de exponente nulo da por resultado cero, o es igual a la base de la misma. $1000^0 = 0 \times 1000^0 = 1000$

9. Aplican distributivas sin tener en cuenta los signos de asociación con respecto a la suma y/o resta; $2x - 24x - 12x = 2x(1 + 12 + 6)$

10. Estiman que la raíz con radicando negativo e índice impar tiene un doble resultado, o que no posee solución en el campo de los reales. $\sqrt[3]{-125}$

11. Decodifican incorrectamente los valores representados por literales en una expresión algebraica. $7x - 4x = 2x \Rightarrow 3x = 2x \Rightarrow x = 1$

12. No logran determinar jerarquías ni tipos de operaciones que intervienen en los términos de una ecuación; $2x - [5x + (-3)(2x) - 4x] = 20 \Rightarrow 2x - 5x = 20 \Rightarrow -3x = 20 \Rightarrow -x = \frac{20}{3}$

13. Consideran que un factor negativo se transpone dividiendo y cambiado de signo; o que forma parte de una resta por lo que se pasa sumando al otro miembro; $2x - 5x = 20 \Rightarrow -3x = 20 \Rightarrow -x = \frac{20}{3}$

14. Realizan la operación de potencias con base entera y exponente fraccionario negativo, con tomar el inverso multiplicativo del exponente; $2^{-2/3} = 2^{3/2}$

15. Ofrecen como resultados de sumas algebraicas entre números enteros y racionales una expresión que involucra diferentes exponentes; $3x^2 + 4x^3 + 2x^5 = 9x^{10}$

16. Asocian que el exponente de la potencia de un producto, afecta sólo a uno de los factores; $(3x^2 * 2x)^2 = (6x^6)$

17. Asumen que el denominador de una fracción divide sólo a uno de los sumandos del numerador; $\frac{2}{5}x + 10x = \frac{10}{5}x$

18. Encuentran redundante la presencia del signo “-” cuando se sustituyen números negativos en una expresión en las que aparecen restas; $-6x - (-4x + 3) = 6x + 4x - 3$

19. Expresan como una potencia la suma de literales. $a^3 + a^2 + a^4 = a^9$

20. Extraen factores comunes a una expresión que puede ser factorizada mediante trinomios cuadrados; $x^2 + 6x + 9 = x(x + 6) + 9$

21. Realizan traducciones incorrectas de las expresiones que aparecen en las situaciones problemáticas.

22. Conciben que cualquier letra siempre representa un número positivo, y que simboliza un negativo si se le antepone el signo menos: -X es negativo.

23. No logran interpretar coherentemente la información presente de una gráfica.

Cabe aclarar que los errores detallados por los Profesores de Matemática se circunscribieron, casi con exclusividad, a la aritmética y al álgebra, y sólo se citaron algunos de ellos en temas de geometría y estadística.

4.5.2 Bloque en que se elaboró el taller

El taller diagnóstico fue elaborado en tres bloques de desarrollo y buscando siempre visualizar el grado de asimilación de los estudiantes en las competencias que se pretendían diagnosticar.

4.5.2.1 Bloque uno.

Algunas de las preguntas utilizadas fueron:

- a) Para cada uno de los siguientes términos algebraicos determina:

4.5.2.2 Tabla. 2

	Coef. Numérico	Factor literal	Grado
--	----------------	----------------	-------

$-5x^2y^3$			
a			
$\frac{2ab}{5}$			

b) Calcula el valor numérico de las expresiones algebraicas, considerando;

$$a = 2; b = 5; c = -3; d = -1$$

$$-2^a - 3cd =$$

$$-b^2 - 0,5^a =$$

$$\frac{3}{4}ad - \frac{1}{3}bc =$$

En este bloque se pudo detectar la falta de manejo de los estudiantes en el concepto algebraico, la descripción del polinomio, sus términos y componentes no son de manejo absoluto del estudiante, pocas veces el docente de matemáticas se ocupa de que el estudiante en su estructura cognitiva formalice el concepto, más bien se pasa de una vez a lo operativo, y se enfatiza más que el estudiante opere antes de reconocer que es lo que está operando. Desde la teoría del conocimiento se ha insistido que primero se debe reconocer la composición del objeto para poder hablar de él.

Las principales dificultades observadas en este bloque tuvieron que ver con la clasificación de la variable y el grado de la expresión, las propiedades de los conjuntos numéricos, si analizamos estos factores podríamos reconocer la necesidad de trabajar en los estudiantes la parte conceptual de la estructura de un polinomio algebraico.

4.5.2.3 Bloque dos.

Se tomó la parte operativa del álgebra, donde se buscaba reconocer las fortalezas y debilidades de los estudiantes en cuestión operativa, y observar en dónde radicaba la

dificultad para realizar operaciones con este tipo de expresiones, una de las cosas que llamó la atención al realizar el análisis de resultados fue la falta de conceptos básicos de los estudiantes, estos no solo provienen de lo operativo, por citar un ejemplo; en gran parte los estudiantes confundían al sumar una expresión algebraica la parte literal y en algunos casos omitían los exponentes es decir asociaban como términos semejantes aquellas estructuras que compartían la misma letra más no el exponente. Otro de los factores que lleva al fracaso escolar en matemáticas y que ya se había analizado es el manejo inadecuado de los números enteros y racionales con sus operaciones.

A continuación se presenta uno de los puntos trabajados en este bloque y que conducían a la competencia interpretativa, sin descartar con esto que no se trabaje o se desarrollen las otras dos competencias mencionadas, pero en si se enfatizaba en medir la apropiación de esta competencia.

Elimina paréntesis cuando corresponda y reduce las siguientes expresiones algebraicas:

$$a^2 + b^2 - 2b^2 - 3a^2 - a^2 + b^2 =$$

$$m - \frac{m}{2} + \frac{2m}{3} - \frac{m}{4} =$$

$$4 - (2a + 3) + (4a + 5) - (7 - 3a) =$$

$$-[-(a - 2b) - (a + 2b) - (-a - 3b)] =$$

$$16a + \{-7 - (4a^2 - 1)\} - \{-(5a + 1) + (-2a^2 + 9) - 6a\} =$$

$$-\{-[-(-7x - 2y)]\} + \{-[-(2y + 7x)]\} =$$

Si $P = x^2 + 3x - 2$ y $Q = 2x^2 - 5x + 7$, obtener $P - (Q - P)$.

4.52.4 Bloque tres.

Se enfatiza en la competencia propositiva (destreza operativa); en este bloque se pidió a los estudiantes que con el recorrido y la aclaración de los bloques anteriores, se retomaran los casos de factorización, se hiciera un repaso de ellos e iniciaran observando cada uno de los ejercicios propuestos e identificaran primero que tipo de caso se tenía y porqué pensaban que era ese; luego, conceptualizaran como factorizarlo. Se aclara que todo este proceso se debería hacer de manera verbal, luego de realizada la dinámica se pasa al proceso algorítmico; las mayores dificultades observadas tenían que ver con la diferenciación del caso.

Cuando esto sucede, el estudiante se mecaniza y se niega la oportunidad de explorar mediante la estructura y composición del polinomio la forma de encontrar otros casos dentro de un mismo polinomio. Se sugiere no enumerar los casos de factorización al momento de enseñarlos, pues esto provoca en el estudiante una sistematización numérica y ordenada de su estructura mental lo cual al momento de interpretar un polinomio siempre lo estará tratando de ordenar según el número asignado.

Es de resaltar que el literal “j” de este bloque solo fue factorizado por un estudiante de cincuenta, a los cuales se les aplicó la prueba. Al realizar el ejercicio se puede extraer un factor común numérico y posteriormente queda una diferencia de cuadrados, los estudiantes no analizaban la relación entre ocho y dieciocho, esto permite ratificar lo expresado con anterioridad con respecto a la enumeración de los casos; claro que no es el único factor que influye para que se de este inconveniente, otro factor observado con la enseñanza de la factorización y que fue común encontrar en los diferentes cursos rastreados para este análisis tiene que ver con su enseñanza: los docentes al momento de enseñar la factorización rara vez parten de un polinomio y lo más común es que siempre parten del caso como tal, es decir, si es un trinomio cuadrado perfecto se parte de un trinomio y no de un polinomio en el cual se derive un trinomio, cuando el estudiante en las actividades y evaluaciones se encuentra con un tipo de ejercicio de esta estructura se confunde y no encuentra qué caso de factorización debe utilizar para realizar el ejercicio, esto incluso es observable en algunos estudiantes de primer semestre de las universidades locales cuando

inician con el curso de funciones, a menudo solicitan ayuda para hallar el dominio, lo cual requiere de la factorización.

Cuando los estudiantes están factorizando un polinomio siempre están buscando un caso determinado y pocas veces analizan las posibilidades que ofrece el ejercicio planteado como una estructura algebraica. Se sugiere entonces que cuando se este enseñando este tema, se parta de polinomios complejos que requieran de un análisis algebraico como: determinar si es binomio, trinomio, polinomio con más de tres términos, este análisis debe realizarse cuando se inicie con la factorización por factor común.

Una muestra de la actividad realizada en este bloque se presenta a continuación, con algunos ejemplos de lo realizado durante la actividad.

Factorizar las siguientes expresiones algebraicas:

a. $x^2 + xy + xz + yz =$

b. $y^2 - 7y - 30 =$

c. $x^2 + 10x - 56 =$

d. $9x^2 - 12xy + 4y^2 =$

e. $25x^6 - 4y^4 =$

f. $0,04 - 9x^2 =$

g. $21ax + 35ay + 20y + 12x =$

h. $3m^2 - 7m - 20 =$

i. $2x^2 + 5x - 12 =$

j. $8y^2 - 18 =$

5. EL DISEÑO CURRICULAR Y LOS PLANES DE ÁREA EN MATEMÁTICAS.

Es de vital importancia para el análisis de este estudio considerar qué se está enseñando en el grado octavo y la propuesta del Ministerio de Educación Nacional desde los estándares curriculares.

Desde los lineamientos curriculares se propone como base de toda estructura curricular tener en cuenta los siguientes factores al momento de realizar o elaborar la estructura que regirá el área para cada grado y que es pertinente mencionar antes de realizar lo propuesto y lo que se evidencia, en las instituciones para este grado.

5.1 La enunciación de los principios.

Se refiere a lo que cada institución considera como su misión y visión, además del marco filosófico en el cual se enmarca su propuesta de plan educativo.

5.2 Los propósitos de formación para el grado o nivel.

Se refiere a lo que un estudiante del grado o nivel debe tener como mínimo para ser promovido al grado o nivel siguiente, este factor puede reflejarse en las instituciones en los llamados desempeños básicos.

5.3 Los criterios para la selección de contenidos.

Están estrechamente ligados con los estándares curriculares, pero es de anotar que en las instituciones del sector privado regularmente se considera como variable importante el avance del plan curricular desde un análisis de fortalezas y perfil del estudiante que se desea formar, la intensidad horaria y el énfasis del área. Estos elementos ofrecen un atractivo para vincular los hijos por parte de los padres de familia y se consideran factores predominantes para el estatus del cual goza la matemática en el proceso educativo de los colegios privados.

5.4 Los criterios para secuenciar los contenidos.

Están estipulados desde cada institución y son de rigurosidad y cumplimiento estricto cada año. Con frecuencia se revisan y se establecen planes de mejoramiento cuando no se cumplen y se refieren a la continuidad con que cada uno de los núcleos temáticos deben ser abordados y cumplidos en cada uno de los periodos académicos determinados por la institución.

5.5 La organización espacio temporal de los contenidos.

Está se realiza por asignaturas, proyectos pedagógicos o módulos, en las instituciones de carácter privado, y muy poco en el sector público. Se evidencia también en la escogencia de asignaturas optativas y constituyen un medio de profundización para aquellos estudiantes que se perfilan con fortaleza en la matemática. Una muestra de esto es una experiencia en el colegio San Jose de las Vegas, con los estudiante que muestran interés y apropiación por el área; los cuales son seleccionados y se adapta el currículo de tal forma que al momento de la clase ellos estén en otro lugar profundizando en temáticas tales como la estadística y el cálculo.

5.6 Los criterios para la escogencia del modelo didáctico del área.

Determinan las extrategias a través de las cuales se adelantó el proceso de enseñanza y aprendizaje. En este aspecto se consideran elementos cómo: la formación de los maestros del área, el módulo pedagógico de la institución, la infraestructura y los medios con que cuenta.

Con base en lo que propone el MEN y la relativa autonomía que tienen las instituciones educativas se puede considerar el análisis realizado en el siguiente cuadro comparativo, cuya elaboración tuvo en cuenta la estructura curricular de cuatro instituciones educativas en los cuales se realizaron las actividades de campo que sustentan este trabajo.

El cuadro muestra el análisis realizado teniendo en cuenta núcleo temático, tipo de pensamiento y estándar curricular, según el MEN.

Cabe anotar que los datos suministrados con relación a los estándares están de acuerdo con los vigentes y actualizados por el Ministerio de Educación Nacional en el año mil novecientos noventa y ocho. No se conoce otra actualización.

5.7 Tabla 3.

Comparativo entre núcleos temáticos, tipo de pensamiento y estándar curricular

Núcleos temáticos	Pensamiento	Estándar curricular.
<p>Definición y propiedades de los números reales.</p> <p>Números racionales e irracionales en la recta numérica.</p> <p>Fracción generatriz</p> <p>Operaciones con radicales.</p>	<p>Numérico</p>	<p>Reconoce las propiedades de los números irracionales. •</p> <p>Comprende el significado y las propiedades de la recta real.</p>
<p>Expresiones algebraicas y polinomios.</p> <p>Operaciones algebraicas con polinomios.</p> <p>Productos y cocientes notables.</p> <p>Factorización: Concepto y casos.</p> <p>Fracciones algebraicas.</p> <p>Simplificación de fracciones algebraicas.</p> <p>Operaciones con fracciones</p>	<p>Variacional.</p>	<p>Reconoce una expresión algebraica, las variables y términos que la componen.</p> <p>Distingue entre las diferentes clases de expresiones algebraicas (racionales, irracionales, enteras, fraccionarias, etc.).</p> <p>Dados valores para las variables de una expresión algebraica, halla el valor de ésta.</p>

<p>algebraicas (suma, resta, multiplicación y división).</p> <p>Ecuaciones de primer grado.</p>		<p>Reconoce un polinomio y el grado de éste.</p> <p>Halla sumas, diferencias, productos, cocientes y potencias de un polinomio.</p> <p>Identifica productos notables y calcula por simple inspección.</p> <p>Construye y utiliza el triángulo de Pascal para calcular las potencias de un binomio cualquiera.</p> <p>Halla el cociente de dos polinomios y recuerda y aplica los cocientes notables.</p> <p>Conoce, comprueba y aplica el teorema del residuo.</p> <p>Desarrolla técnicas para factorizar polinomios, en particular, la diferencia de dos cuadrados, la suma y diferencia de cubos, los trinomios cuadrados perfectos y otros trinomios de forma cuadrática.</p>
---	--	--

		<p>Reconoce una fracción algebraica como el cociente indicado de dos polinomios.</p> <p>Suma, resta, multiplica, divide y simplifica fracciones algebraicas.</p> <p>Distingue entre una ecuación y una identidad algebraica.</p> <p>Clasifica las ecuaciones de acuerdo con su grado y número de variables.</p> <p>Halla la solución de cualquier ecuación de primer grado en una variable.</p> <p>Reconoce una inecuación de primer grado en una variable, halla su solución y la representa en la recta real.</p> <p>Encuentra dos o más soluciones de una ecuación de primer grado en dos variables y las utiliza para representar la ecuación en</p>
--	--	--

		<p>el plano cartesiano mediante un línea recta.</p> <p>Encuentra la solución de una inecuación lineal y la representa en la recta real.</p> <p>Utiliza una calculadora científica, de manera creativa, para evaluar expresiones algebraicas y fórmulas, resolver ecuaciones e inecuaciones y, en general, para facilitar el trabajo computacional</p>
--	--	---

<p>Elementos de la geometría.</p> <p>Concepto de paralelismo y perpendicularidad.</p> <p>Ángulos complementarios y suplementarios.</p> <p>Ángulos entre paralelas y perpendiculares.</p> <p>Triángulo -clasificación.</p> <p>Propiedades de los triángulos.</p> <p>Líneas y puntos notables en el triángulo.</p> <p>Congruencia de triángulos</p>	<p>Métrico espacial</p>	<p>Reconoce e identifica las propiedades de conos, prismas y pirámides.</p> <p>Reconoce ángulos adyacentes, complementarios, suplementarios y verticales, y comprende y aplica sus propiedades.</p> <p>Comprende el concepto de congruencia de dos o más figuras geométricas, así como las propiedades reflexiva, simétrica y</p>
---	-------------------------	---

<p>Criterios de congruencia de los triángulos.</p> <p>Demostración de teoremas alusivos a los triángulos</p> <p>Cuadriláteros: clasificación y propiedades.</p> <p>Propiedades generales de los Cuadriláteros.</p> <p>Áreas y perímetros de los Cuadrilátero.</p> <p>Demostración de Teoremas sobre Cuadriláteros.</p> <p>Clasificación de polígonos según sus lados.</p> <p>Identificación y diferenciación entre circunferencia y círculo.</p> <p>Aplicación de perímetros y áreas en las diferentes figuras geométricas.</p>		<p>transitiva de la congruencia.</p> <p>Conoce los teoremas acerca de líneas paralelas y líneas transversales a éstas.</p> <p>Conoce y demuestra las propiedades de un triángulo isósceles.</p> <p>Reconoce la simetría rotacional, sus componentes y propiedades.</p> <p>Identifica y clasifica los polígonos y sus partes, y deduce sus propiedades fundamentales.</p> <p>Conoce, demuestra y aplica las condiciones para que dos triángulos sean congruentes o similares.</p> <p>Reconoce un grafo (o red) como un conjunto de puntos (o vértices o nodos) algunos de los cuales (o todos) están unidos por líneas (o arcos).</p>
---	--	--

		<p>Modela situaciones de la vida real mediante grafos (relaciones de amistad, parentescos, rutas de transporte, etc.), y deduce propiedades del modelo.</p> <p>Comprende el concepto de “grafo atravesable”, y conoce y demuestra informal-mente el teorema de Euler para determinar si un grafo es atravesable o no</p> <p>Deduce y aplica las fórmulas para el área de superficie y el volumen de conos, prismas y pirámides.</p> <p>Deduce y aplica la fórmula para la distancia entre dos puntos del plano cartesiano</p>
--	--	---

<p>Distribución de frecuencias para datos agrupados.</p> <p>Rango</p> <p>Amplitud</p> <p>Intervalos de clase</p> <p>Marca de clase</p>	<p>Aleatorio</p>	<p>Encuentra el mínimo, máximo, rango y rango intercuartil de una colección de datos y deduce inferencias significativas de esta información.</p> <p>Identifica el espacio</p>
--	------------------	--

<p>Distribución de frecuencias</p> <p>Análisis e interpretación de datos agrupados por intervalos en distribución de frecuencias</p> <p>Interpretación y análisis de graficas.</p> <p>Poligonales, Ojivas,Puntos, Tallo,Circulares.</p> <p>Medidas de tendencia central</p> <p>Media, Mediana,Moda</p> <p>Interpretación y análisis de medidas de tendencia central para datos agrupados por intervalos.</p> <p>Medidas: posición:Percentiles, Cuartiles,Deciles</p> <p>Interpretación de medidas de posición para datos agrupados</p>		<p>muestral de un experimento sencillo y calcula la probabilidad de eventos sencillos.</p>
--	--	--

5.8 Conclusiones acerca de la tabla N°3.

En general una propuesta como la planteada en la tabla tres es muy ambiciosa, dado que en su mayoría obliga a que las instituciones programen sus periodos con unas temáticas determinadas para las diez semanas que establece la ley. En algunos casos se determina una buena asignación horaria al área de matemáticas, encontrando intensidades hasta de ocho horas semanales, en las instituciones que dedica un buen número de horas semanales se observa que por lo general, casi nunca se cumple con el programa completo, ya que son

temáticas que requieren de una conceptualización detallada y de muy buen manejo de los ritmos de aprendizaje de los estudiantes, según lo expresado por los docentes. Esta realidad, se desconoce por la mayoría de los maestros, pues su afán por cumplir con unas metas de calidad en el área, se ven reflejadas en el afán de terminar a como dé lugar cada uno de los núcleos temáticos planteados para cada periodo.

Considerando las condiciones actuales de los estudiantes, su falta de interés y motivación por el área y el afán de las instituciones por alcanzar los objetivos planteados, lo único que se consigue es un detrimento en el proceso de enseñanza y aprendizaje, el creciente bajo nivel observado en los estudiantes y al fracaso escolar en el grado. Si un docente del área en este grado está presionado para cumplir con un plan determinado, solo le queda trabajar hasta donde sus posibilidades le permiten. En el análisis realizado en las instituciones, los docentes señalaban que nunca se cumple con todo el programa y que, aún con una mínima pérdida de clases por otras actividades, sería imposible cubrir un plan como el mostrado en el cuadro, con todos los requerimientos que el grado exige.

Lo anterior invita a la siguiente reflexión: si las instituciones son autónomas en la elaboración de su PEI (Proyecto Educativo Institucional) y cada año se realiza el ajuste de los núcleos temáticos, ¿qué sucede que se persiste en el mismo error?, ¿será acaso que estamos cayendo en la elaboración de unos planes de estudio que solo quedan en el diseño?, ¿la realidad y cotidianidad académica es otra? ¿Qué intereses se tejen bajo estas formalizaciones académicas que solo se evidencian en el papel?, ¿los planes de mejoramiento institucional si estarán cumpliendo el objetivo para el cual fueron creados? Para dar respuesta a estos interrogante necesitaríamos de un estudio detallado de las variables mencionadas, pero lo que se puede asegurar es que esto afecta directamente al proceso de enseñanza y aprendizaje de los estudiantes del grado octavo en el orden institucional. Se aclarara que lo analizado es con base en instituciones de carácter privado, las cuales en general cuentan con la estructura y factor humano para el cumplimiento de los requerimiento exigidos desde el Ministerio de Educación Nacional. ¿Y si esto ocurre en las instituciones privadas donde el criterio de calidad en los procesos es fundamental, que podemos esperar del sector oficial?

6. LOS DOCENTES DE MATEMÁTICAS

6.1 Errores en la enseñanza y metodología.

Para analizar la importancia del docente de matemáticas y su influencia en el proceso de enseñanza y aprendizaje, quiero citar las palabras con las cuales el doctor en ciencias, Jean Lugo inició su discurso en la clausura del encuentro latinoamericano de matemáticas educativa, celebrado en Caracas, Venezuela en Septiembre de 1999.

“En tanto que nosotros damos una gran importancia a la evaluación de los conocimientos de los alumnos ¿nos preocupamos suficientemente de la evaluación, incluso somera, de su motivación? Tal parece que hay un enorme desfase entre la importancia dada a la motivación de nuestros estudiantes, y el hecho de que esta motivación es raramente sometida a prueba”.

Es imposible desconocer la importancia y la gran responsabilidad que recae sobre el docente de matemáticas al momento de entrar a evaluar cualquier factor de estudio en el área. Lo menos que podría hacer en este trabajo es reconocer a todos estos hombres y mujeres que durante años han venido construyendo una identidad académica, en distintas instituciones educativas del el país, algunos queridos y otros no tanto. Son ellos los encargados de mantener y transmitir, de generación en generación, el legado dado por los padres de las ciencias exactas.

Todos tenemos algún grado de responsabilidad en el fracaso de los estudiantes en el proceso formativo en el área de la matemática. El educador matemático ha sufrido un detrimento en su labor docente. Con las reformas realizadas a la educación desde mil novecientos noventa, se puede evidenciar algunos aspectos a tener en cuenta y que no podrían dejarse de analizar; la posibilidad de vinculación de profesionales ajenos al sector educativo, permitió que un buen número de ellos optara por ingresar a la educación como un medio para lograr su sustento, dada la poca demanda que sus carreras ofrecía en el medio; en un principio la intensión fue buena y por ley cada uno de estos profesionales debería realizar un ciclo de formación en pedagogía que complementarí su saber

específico con un saber pedagógico. Lo planteado, en pocos casos se cumplió y en el sector privado, por lo general, no importaba el cumplimiento de este requerimiento hasta el momento que se empezó con los procesos de certificación. De allí en adelante, una cantidad de docentes, con un conocimiento específico del área, invadió las instituciones privadas y públicas, en algunos casos, docentes sin formación pedagógica eran los nuevos precursores de las ciencias exactas en las instituciones del país, mientras que el docente licenciado de las facultades, se vió, incluso, rezagado a una segunda instancia, al momento de ocupar una plaza vacante.

Este factor afectó en cierta forma los procesos de enseñanza y aprendizaje, pues el solo saber de la ciencia no es suficiente para transmitir el conocimiento; se requiere una formación pedagógica que contribuya a resolver las necesidades de los estudiantes al momento de aprender y que complemente un verdadero proceso de enseñanza y aprendizaje. El desconocimiento de algunos docentes de teorías, didácticas, ritmos de aprendizaje, métodos y técnicas de enseñanza, repercutieron prontamente en un fracaso de los procesos educativos en la escuela, se notó una deficiencia en los maestros y la queja de los estudiantes; “el profe sabe mucho, pero no sabe enseñar, no le entendemos”. Esta es otra causa, entre las muchas anotadas, del fracaso escolar, aunque debo decirlo no son ellos los directos culpables, también ellos son víctimas de una decisión de estado para aliviar en algo las tasas de desempleo de ese momento y que aún persisten.

Por otro lado, la formación docente en las diferentes facultades de educación a lo largo y ancho del país también tiene su cuota de responsabilidad; la carencia de una reestructuración en los planes de estudio para la formación docente inside en el bajo nivel de los profesionales del sector, lo cual se evidencia en el flojo desempeño de sus cargos. La falta de una verdadera formación del docente de matemáticas, el poco compromiso de algunos con la actualización del conocimiento y la poca preparación han conllevado a que el problema de enseñanza y aprendizaje en matemáticas esté lleno de tensiones que finalmente se reflejan en un bajo nivel académico y pérdida de motivación de los estudiantes por el aprendizaje.

Es de vital importancia entonces considerar ¿Quién es un buen docente de matemáticas? Cada institución educativa en su manual de convivencia describe el perfil del docente, pero siempre se habla de un perfil generalizado, nunca especifica el perfil de un docente para un área determinada. Es conveniente hacer la reflexión y establecer algunos parámetros que definan el perfil de el educador matemático, tomando como base la formación pedagógica, y su perfil profesional y la forma como lo definen los estudiantes y colegas; es recomendable tener en cuenta estos aspectos y considerarlos al momento de elegir un educador matemático y no solo debe limitarlo a su saber específico y recorrido.

Estas son algunas de las dificultades que muestran los maestros cuando enseñan conceptos de carácter matemático:

1. Escasa motivación por las temáticas, como estrategia de introducción y aprestamiento al conocimiento.
2. Poca conceptualización de los contenidos temáticos; generalmente el docente de matemáticas inicia o parte desde un ejemplo numérico (operativo), pocas veces parte de la definición del concepto desde la construcción analítica de lo que se pretende enseñar, y en ocasiones dejan relegado este aspecto solo a lo operativo.
3. La verificación de los conceptos previos, necesarios para iniciar la nueva temática.
4. La falta de profundización de los conceptos para su enseñanza; se explica lo expresado por el libro guía y generalmente el ejercicio es de fácil acceso, quedando allí la concepción del estudiante mediante la cual expresa; “el profe hace el ejemplo fácil y coloca los difíciles para que los hagamos nosotros”
5. El poco rigor y exigencia a los estudiantes acerca de la argumentación de propiedades en las operaciones utilizadas en una determinada acción matemática.
6. La enseñanza de la factorización bajo procesos sistematizados y numerados, desconociendo la generalidad y primando la individualidad. Ejemplo de esto se evidencia en los cuadernos de los estudiantes y en su interpretación, caso uno, caso dos,.....

7. Omitir cualquier actividad matemática como una situación aplicada al contexto, no permite trabajarla significativamente, de tal forma que lleve al estudiante a los propósitos planteados desde los estándares curriculares (solución de problemas). Se debe tener en cuenta que las evaluaciones de estado y las que se aplican a nivel externo a las instituciones normalmente están enfatizadas en el aspecto mencionado.

8. La falta de manejo de grupo, y la disciplina en los diferentes momentos de clase.

9. La escasa verificación de los conceptos explicados y el entendimiento de ellos por parte de los estudiantes.

10. La revisión detallada de las actividades que los estudiantes deben revisar en casa (tareas).

11. La retroalimentación de las actividades y los errores más generales cometidos por los estudiantes. En pocas ocasiones se dedica tiempo a este aspecto, y solo se considera cuando los resultados evaluativos han sido de bajo nivel en la mayoría del grupo.

Hay que considerar que algunas de las variables también tienen que ver con el entorno que rodea al docente y lo lleva muchas veces a ignorar algunos de estos aspectos, se puede destacar entre ellos el gran número de estudiantes por grupo que generalmente supera los cuarenta y su heterogeneidad en el conocimiento, los requerimientos extra clase en procesos de calidad, los cuales cargan de actividades y formatos la planeación de los procesos educativos y desplazan la planeación de actividades enfatizadas en prácticas didácticas adecuadas a los estudiantes de hoy. A lo anterior podría agregarse la falta de reconocimiento de su labor, tanto en lo económico como social, son factores que influyen.

6.2 Conclusiones de la entrevista con profesores.

Se lograron identificar algunas variables que aportaron para el diagnóstico del trabajo: las tendencias pedagógicas, su modelo de enseñanza y su apreciación de la densidad del plan de estudio estos elementos, además de otros, permitió visualizar con quienes se contaba para la aplicación del trabajo de campo que daría sustentación a la conceptualización de las

dificultades de los estudiantes, al momento de aprender matemáticas en el ciclo básico y especialmente en el grado octavo.

Llama la atención, en las respuestas expresadas por los docentes, lo referente al plan de estudio: en un ochenta por ciento todos coinciden en que el plan de estudios es demasiado extenso para el tiempo con que se cuenta en las instituciones; así mismo, al preguntar por los errores más frecuentes de los estudiantes, un noventa y cinco por ciento coinciden en los errores que cometen los estudiantes al momento de trabajar la matemática en el grado octavo.

Otro factor a considerar en las entrevistas, fue la respuesta expresada con respecto al número de alumnos por grupo, la respuesta más general de los docentes correspondía a veinte estudiantes por grupo, consideran ellos que la sobre población de estudiantes y las diferencias en la apropiación de los contenidos es un factor de riesgo en los procesos de enseñanza y aprendizaje no solo en el grado octavo sino en todos los niveles de la educación básica.

En general, los docentes no están de acuerdo en que se le preste especial atención a la asignatura de matemática por el hecho de que sean más difíciles que otras, sino que consideran que la matemática es especial por otras muchas razones, más importantes que su grado de dificultad, las cuales deberían tenerse en cuenta al enfrentar su estudio y que fueron consideradas en el planteamiento del problema.

7. LA EVALUACIÓN

7.1 Concepción y usos.

Dentro de la concepción y usos más extendidos se suele entender la evaluación como una actividad de los profesores sobre los alumnos. En el lenguaje pedagógico más corriente hablar de evaluación es pensar en algo que inevitablemente recae sobre éstos. El pensamiento educativo ha elaborado su discurso referido a ese ámbito, porque es una función exigida a la escuela por la sociedad, con urgencia y prioridad sobre cualquier otra práctica posible de evaluación. En la investigación educativa y en la bibliografía

especializada, pueden encontrarse estudios y resultados referidos a la evaluación de alumnos, y muchos menos relativos a otros elementos que intervienen en la enseñanza, como es la evaluación de profesores, de materiales o de instituciones, por ejemplo. Existen estos otros ámbitos prácticos en los que se realiza la evaluación, sólo que, por utilidad y aporte al trabajo, se refiere a la evaluación de estudiantes.

7.2 Qué se entiende por evaluar.

El concepto de evaluación tiene una amplitud variable de significados posibles. Se imponen o no en la práctica según las necesidades a las que sirve la evaluación y en función de las diferentes formas de concebirla. Decir qué es evaluar no es algo simple de definir. Además, según lo que se acaba de señalar, no es lo mismo evaluar rendimientos en alumnos, comportamientos en los profesores, calidad de los materiales didácticos o buen uso de estos. Ante la posibilidad de someter a evaluación aspectos o elementos tan diversos que intervienen en el proceso educativo o que son efectos de la educación conviene señalar que todo en el ámbito educativo puede ser potencialmente evaluado de alguna forma, no significa que tenga que serlo por fuerza; en muchos casos no será fácil hacerlo, ni está al alcance de las posibilidades del profesor.

7.3 La escuela y la evaluación.

En la educación básica no es extraña a la concepción de evaluación mencionada con anterioridad, el estudiante siempre es evaluado: quiz, taller evaluativo, evaluación de período, evaluación semestral, evaluación final y otras, que se aplican a nivel externo, son las prácticas evaluativas que un estudiante debe enfrentar a lo largo del año académico.

La evaluación siempre genera tensiones, se evidencia mediante estudios realizados por diferentes universidades del país, que un estudiante al ser evaluado libera una serie de reacciones propias del organismo humano: sudor, temblor, incontinencia, sed y ansiedad, que sintetiza en una frase muy conocida por los docentes, padres de familia y psicólogos; “profe yo sabía todo y cuando recibí la evaluación se me olvidó, me bloqueó esto significa que la escuela pocas veces se detiene a revisar este factor en el rendimiento de los

estudiantes y lo deja como un dato estadístico, que contribuya como un factor de mejoramiento en los procesos de acreditación. Realmente se desconoce la influencia de este factor en la alta reprobación de los estudiantes.

Se debe, entonces, implementar modelos evaluativos que disminuyan este tipo de tensiones, aporten al fortalecimiento de los procesos y ayuden al estudiante a romper estas barreras con el conocimiento, pocas veces un docente deja de lado la evaluación tradicional y se centra en otras prácticas evaluativas: evaluar la relación del estudiante con el conocimiento, contexto y apropiación verbal es una buena estrategia para saber si ha obtenido un significado relevante sobre una temática, la apropiación del ¿qué? y ¿para qué? es fundamental en el proceso de aprendizaje, esto le da significado a la pregunta: ¿para qué sirve aprender matemáticas?, frase muy común en los estudiantes cuando no hallan el verdadero sentido de tanto número y fórmula.

Reclamar la evaluación integrada en el proceso de enseñanza y aprendizaje es una exigencia pedagógica que no es fácil de satisfacer, pues se precisan unas condiciones de partida:

- a) Que sea factible de realizar por los profesores, adecuada a sus posibilidades y disponibilidad de tiempo.
- b) Que se haga con la finalidad básica de obtener información; es decir, para el mejor conocimiento de los alumnos, del proceso y contexto de aprendizaje, con el fin de mejorar esos aspectos.
- c) Que no distorsione, corte o entorpezca el desarrollo de la enseñanza y del aprendizaje, creando ansiedad en los alumnos, restando tiempo a los profesores que podrían dedicarlo a otras funciones.
- d) Que no genere un clima autoritario y de control en las relaciones humanas. Desde este planteamiento se puede establecer una separación dicotómica entre evaluación ligada al aprendizaje y a la enseñanza y aquella otra separada o desconectada, que suele realizarse al final de un período más o menos prolongado de enseñanza, o al término de la realización de

alguna unidad temática, con un acto formal y explícito de comprobación, como es el poner una prueba o realizar un examen.

La evaluación separada del proceso de enseñanza y aprendizaje debe su preponderancia a funciones de clasificación y de selección a las que sirve, estando apoyada en toda la tradición psicométrica de medición de rasgos de personalidad, inteligencia, etc., (STODOLSKY & GOLDSTEIN, 1975,1989). Esta tradición parte del supuesto de que existen capacidades que se pueden comprobar en los sujetos, independientemente del contexto en el que se ejercen y observan. Otro de sus supuestos es que las pruebas aplicadas tienen que proporcionar la ubicación de cada sujeto dentro de una escala, o respecto de promedios referidos a ciertos grupos, independientes también del contexto del individuo, presuponiendo que los ambientes son equivalentes o que no tienen efectos sobre los resultados. La comprobación de la capacidad se pretende lograr al margen del ejercicio real de una competencia o manifestación de la cualidad de que se trate. Así, en la enseñanza se quiere comprobar el saber, independientemente del modo de trabajar cotidiano de los alumnos, de cómo adquieren y utilizan el conocimiento una vez que han acabado un proceso de aprendizaje.

Las funciones sociales y el poder de control que tiene la evaluación restan importancia al conocimiento que podemos obtener de los alumnos mientras trabajan y se dialoga con ellos. Esta condición laboral hace que los profesores admitan como "normal" el separar los momentos de enseñanza de los de evaluación. Existen tareas y tiempos para enseñar y, al lado, separados en el tiempo y en cuanto a procedimientos empleados, otros momentos para comprobar. La evaluación se desintegra del aprendizaje perdiendo su valor formativo en el diálogo crítico entre profesores y alumnos. Un modelo crítico de evaluación, como lo ha llamado ELLIOTT (199Gb) parte de la condición de que:

"... la evaluación de la comprensión (se refiere a un tipo de aprendizaje de calidad) y la enseñanza para la misma no son actividades separadas. El profesor fomenta el aprendizaje comprensivo dando acceso a los alumnos al diálogo crítico sobre los problemas que encuentran al llevar a cabo sus tareas. Este tipo de evaluación forma parte del proceso de

aprendizaje y no es sólo una actividad” NEVO (1983)^{xxii}, reelaborando un esquema de STUFFLEBEAM, propone diez dimensiones para analizar la evaluación en general. El esquema que plantea es interesante trasladarlo a la evaluación de alumnos, aunque originariamente no está pensado con ese fin. Estas dimensiones son las siguientes:

¿Cómo definir la evaluación?

¿Cuáles son sus funciones?

¿Qué son objetos de evaluación?

¿Qué tipo de información exige la evaluación de algo en particular?

¿Qué criterios tenemos para decidir el mérito o la importancia de lo que es evaluado?

¿A quién debe servir o a quién deben ser útiles los juicios de la evaluación?

¿Qué proceso hay que seguir para realizarla?

¿Qué métodos de indagación han de seguirse al evaluar? ¿Quién debe realizarla?

¿Con qué criterios ha de juzgarse la evaluación: por su utilidad, factibilidad, por criterios éticos, por su precisión,...?

El significado y valor de la evaluación en la práctica depende de las opciones que se tomen en cada una de las dimensiones que plantean estos interrogantes. Como las respuestas son múltiples no se puede hablar de técnicas y procedimientos válidos en cualquier caso y para cada propósito. Cualquiera que tomemos es preciso razonarla en relación a su conveniencia y factibilidad.

Se concluye entonces: la evaluación es necesaria y siempre estará presente, pero los métodos evaluativos deben ser replanteados y tenidos en cuenta cuando de fracaso escolar se habla en el ámbito educativo.

8. CONCLUSIONES

De acuerdo con lo establecido en el presente trabajo se puede considerar que los propósitos del mismo se han cumplido satisfactoriamente, puesto que en él se expone de una manera clara y concisa, utilizando un lenguaje de asimilación para cualquier persona que pueda interesarse en su lectura y análisis de las dificultades que pueden presentarse en los procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemática, con un énfasis en el grado octavo de la educación básica secundaria. Además se puede concluir que:

1. El análisis realizado cuenta con la sustentación teórica pertinente para este tipo de trabajos, y las posturas personales apoyadas en los referentes consultados y la bibliografía analizada.
2. Se revisaron algunas metodologías y procesos existentes en otras instituciones que sirvieron de modelo y análisis de las diferentes variables planteadas en los objetivos específicos.
3. La elaboración de cuestionarios, encuestas y actividades para el análisis de los factores que inciden en la enseñanza y el aprendizaje de la Matemática en el grado octavo, contribuyen con la sistematización de los objetivos generales planteados para el trabajo.
4. La participación de la comunidad educativa que interactuó en el análisis de las variables en el trabajo y la disposición de los mismos aportó a la veracidad de los resultados obtenidos.
5. La socialización de las actividades con estudiantes, docentes y comunidad educativa aportó al fortalecimiento y la estructura del trabajo y a la reflexión institucional y personal de las comunidades educativas involucradas en el análisis.
6. Los análisis realizados en el trabajo parten de la experiencia del autor en la enseñanza de la matemática y el desempeño docente en el grado octavo en las diferentes instituciones donde ha laborado; igualmente, algunas apreciaciones son de tipo personal y están justificadas mediante el marco contextual y el trabajo de campo realizado.

9. RECOMENDACIONES

Las siguientes recomendaciones pueden contribuir a mejorar los procesos de enseñanza, aprendizaje de la matemática en la educación básica, en general, y en el grado octavo en particular.

1. Situar el grado de desarrollo intelectual y los estados del pensamiento según Piaget en el momento que se esté planeando una determinada temática.
2. Crear un verdadero ambiente de conocimiento en el aula de clase, asegurarse del orden y de cautivar la atención de los estudiantes desde las relaciones interpersonales y reconocimiento de los roles que desempeña cada actor del proceso.
3. Determinar un plan de área para cada grado que sea alcanzable, y cumpla con las expectativas de la institución y los estudiantes, acudir a los aprendizajes significativos, hacer uso de la transversalización de las áreas y las TICS, como aporte de la tecnología e incluso integrar estas dos áreas del conocimiento transversalizando todos los saberes con los intereses de los estudiantes e incorporando en el aula equipos y medios tecnológicos (cuaderno virtual).
4. Partir de la motivación para las actividades de desarrollo en la etapa inicial de los núcleos temáticos, una reseña histórica de la temática, un propósito claro de lo que se pretende desarrollar, el ¿qué? y ¿para qué?.
5. Los conceptos básicos como verificación de preconcepciones para la asimilación de los nuevos contenidos, según Vygotsky y Asubel.
6. Una adecuada planeación y profundización de las temáticas a tratar en la clase, recomendar a los estudiantes medios bibliográficos y videos, entre otros.
7. Verificar con frecuencia la correcta escritura de los contenidos temáticos, ejemplos y actividades en clase de los estudiantes.

8. Revisar y asignar nota a las actividades realizadas por los estudiantes como tareas. En caso de errores, realizar correcciones y recomendar la verificación del estudiante para asignar nueva nota.

9. Buscar la actualización constante en el área, realizar capacitación tanto personal como grupal.

10. Enfatizar en el desarrollo de los contenidos temáticos una buena conceptualización y un debido manejo del lenguaje.

10. ANEXOS

1° ACTIVIDAD DIAGNÓSTICA PARA EL ANÁLISIS DE LAS DIFICULTADES EN EL APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA EN EL GRADO OCTAVO.

TESIS MAESTRIA DE LAS CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES

UNAL.

POR: OSCAR GRANADA R.

Competencia interpretativa y propositiva.

1. Efectuar la siguiente operación con números enteros.

$$23 + (-101 - 304 + 509 -) + 10203 =$$

$$(23 + 45 - 52) + (48 + 36 + 28) + (-37) =$$

$$- 123 - 64 - 54 - 32 + 88 =$$

2. Un caracol se encuentra sobre una recta numérica en la posición + 30. Luego, se mueve 90 lugares a la izquierda. Después, 40 lugares a la izquierda. A continuación, 30 a la izquierda. Seguidamente, 17 lugares a la izquierda, finalmente, 80 lugares a la derecha.

¿En que posición quedo finalmente el caracol.

3. Hallar el valor absoluto de los siguientes números enteros.

$$-12 = \quad -23 = \quad 16 = \quad -12 =$$

4. Representa en la recta numérica cada uno de los siguientes números y su opuesto aditivo.

$$-5, \quad 4, \quad -9, \quad 7, \quad -8.$$

5. Realizar las siguientes sumas de enteros y representar en la recta numérica.

$$a) 5 - 3 + (-3) + 7 - 6 =$$

$$b) 9 + (-7) + 3 + 2 - 4 =$$

$$c) -7 + 6 - 2 + 4 - 9 + 8 =$$

6. Representa en la recta numérica los siguientes números Z.

- a) -8 b) 14 c) -5

Marca con una “X” las dos respuestas correctas.

7. Para la multiplicación y división de números enteros se debe tener en cuenta la ley de los signos, la cual dice:

- a) Signos iguales resultado positivo.
- b) Signos diferentes resultado diferente.
- c) Signos diferentes resultado negativo.
- d) Signos iguales resultados iguales.

8. Dos buses salen de dos ciudades al mismo tiempo, la distancia entre ellas está dada por 120 km. Si ambos vienen a velocidad de 60km / hora, y partieron a las 6 AM, en qué momento se cruzaran en el camino. y en qué punto.

9. Realizar las siguientes operaciones.

- a) $(-8) \cdot (-3) \cdot (4) =$ b) $-48/3 =$
c) $(9) \cdot (-6) =$ d) $(-7) \cdot (-9) =$

10. Aplica las propiedades de la suma a las siguientes operaciones entre enteros.

- a) $4 + 3 - 8 + 5 - 6 =$
b) $9 - 6 - 8 + 7 - 5 + 2 =$
c) $75 + (-45) + 6 =$

11. Determina el valor total y ubica las operaciones en la recta numérica, utiliza una recta para cada operación.

- a) $-8 + 9 + 5 - 4 + 6 - 2 + 5 =$
b) $4 + 5 - 9 + 3 - 8 + 2 + 3 =$

12. Si una persona se encuentra ubicada en un punto cero y avanza hacia el norte +8, luego al oeste 6 y al este 5.

- a) Determinar exactamente en que coordenadas esta parada al finalizar el recorrido.
- b) Resuelve con procedimiento.

13. Invente una situación problema con la siguiente información.

18500 \$, -12600\$, lapicero, cuadro, compra, viernes, Luís.

14. Solucionar las siguientes ecuaciones, utilizando las propiedades vistas en clase.

a) $23 + 15 + x = 66$

b) $15 + x - 8 = 75$

c) $-12 + 28 + 5 + x = 1$

15. Un ciudadano debe al almacén el Usurero “x” pesos y realiza un abono de \$256.000, al revisar su cuenta se da por enterado que aún resta \$128.000.

Plantea una ecuación que modele la situación y escribe una conclusión.

16. Siete manzanas cuestan \$10500.

¿Cuál es el valor de cada manzana?

17. 20 CD cuestan \$300.000. Si se venden a \$18.000 cuál es la ganancia obtenida.

18. Resolver las siguientes ecuaciones aplicando las propiedades necesarias.

$$3x + 28 + 6 = 54$$

$$5 + 8 - 3 + 2x = 66$$

$$4x + 25 = 150$$

$$8 + 22 + 36 + 6x = 120$$

Plantea y resuelve los siguientes problemas utilizando tus conocimientos matemáticos.
No importa el método puedes hacerlo como quieras:

19. Dispongo de \$ 7.500 y gasto $\frac{1}{3}$ del dinero. ¿Cuánto dinero me queda?

20. En un aula, por cada 4 alumnos hay 7 alumnas. Si el número de alumnos es 16 ¿Cuántas alumnas tiene el aula?

21. El mayor de dos números es 42 y la relación entre ambos es de 5 a 7. Hallar el número menor.

22. Un auto realiza un recorrido en 5 horas a una velocidad de 80 km/h.

¿Cuánto demorará si realiza el mismo trayecto a una velocidad de 100 km./h.

Pensamiento variacional y numérico.

23. Resolver la siguiente igualdad teniendo en cuenta las pautas trabajadas en clase.

a) $\frac{12x}{2} - \frac{24}{3} + \frac{36x}{4} = 15x - 12$

b) $\frac{2a}{7} + \frac{5a}{49} - \frac{2}{7} = \frac{9a}{49} - \frac{2}{7}$

24. Resolver las multiplicaciones entre polinomios.

a) $(x - 6) * (x - 10) =$

b) $(y + 5) * (y - 3) =$

c) $(x^2 + 2) * (x^2 + 1) =$

25. Realiza las siguientes divisiones por el método de la división sintética o regla de Ruffini.

a) $4x^4 - 2x^3 + 2x^2 - 3x \div x - 2$

b) $6x^5 - 5x^4 + 4x^3 - 3x^2 + 2x \div x - 2$

c) $4x^4 - 3x^3 + 2x^2 - 2x \div x - 1$

26. Realiza cada división de polinomio por monomio.

a) $6X^6 + 4X^5 + 8X^4 + 12X^3 + 24X^2 \div 2X^2$

b) $36X^4 + 24X^4 + 48X^2 + 16X^6 \div 4X^2$

La siguiente información te será útil para la solución.

Los productos notables son útiles en el álgebra para la solución de multiplicaciones por simple inspección sin tener que desarrollar todo el producto indicado, entre los trabajados en clase tenemos:

$$(a + b)^2 = a^2 + 2(a)(b) + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2(a)(b) + b^2$$

$$(a + b)^3 = a^3 + 3(a)^2(b) + 2(a)(b)^2 + b^3$$

$$(a - b)^3 = a^3 - 3(a)^2(b) + 2(a)(b)^2 - b^3$$

$$(a + b + c)^2 =$$

$$(a)^2 + (b)^2 + (c)^2 + 2(a)(b) + 2(a)(c) + 2(b)(c)$$

27. Desarrollar por productos notables:

a) $(x^2 + 2y^2)^2$ b) $(4x^2y^2 + 4y)^2$

			X^2
xy			
x^2			

28. Hallar el área y perímetro de la figura mostrada.

29. Desarrollar los siguientes polinomios utilizando la fórmula del cuadrado de un polinomio.

a) $(4x^6 + 9y^6 + c^6)^2$

b) $(12xy + 4xc - 6yc)^2$

c) $(4x^4 + 9y^6 + c^6)^2$

d) $(4x^2c^3 + 6y^3 + c)^2$

e) $(4x^4 + 9y^4 + xy^2)^2$

La siguiente información te sirve de apoyo para responder los puntos: 30, 31,32.

El triángulo de pascal es de gran utilidad en el desarrollo de binomios de la forma

$(a \pm b)^n$; porque nos aporta los coeficientes para desarrollar los términos y establece que a medida que la primera variable disminuye en uno, la segunda aumenta en igual proporción su exponente, si el binomio es una suma todos los términos son positivos, si es una resta se alternan iniciando con positivo, luego negativo y así sucesivamente.

30. Desarrollar los binomios aplicando el triangulo de Pascal.

a) $(a + b)^7$

b) $(2a + 3b)^5$

c) $(2a + 3b)^8$

d) $((a)+(b^2))^6 - ((a)+(b))^5$

31. Desarrolla cada producto utilizando el triángulo de Pascal y expresa su resultado de la manera más simplificada posible:

a) $(2a + 3b)^3 - (a-b)^5$

b) $(b^2+c)^2 + (2(a) - (b))^4$

32. Representa los siguientes polinomios en forma de producto notable.

a) $a^5 - 5(a^4b) + 10(a^3b^2) - 10(a^2b^3) + 5(ab^4) - b^5$

b) $a^4 + 4(a^3b) + 6(a^2b^2) + 4(ab^3) - b^4$

c) $b^3 + 3(b^2a) + 3(ba^2) + a^3$

33. Realizar la división de los siguientes polinomios mediante el método de división normal.

a) $12X^6 + 18X^4 + 12X^3 + 24x^2 \div 2x^2 + 4$

b) $9X^4 + 12X^3 + X^2 + 18X \div 3x + 3$

c) $8mX^{12} + 12mX^3 \div 2mx + 2$

34. Resolver las siguientes divisiones por el método de polinomio por polinomio.

a) $5x^4 - 2x^3 + 3x^2 - 5x \div x + 3$

b) $x^5 - 5x^4 + 2x^3 - 8x^2 + x \div x + 2$

c) $2x^4 - 3x^3 + 6x^2 - 3x \div x + 1$

35. Si el área de un rectángulo corresponde a:

$5x^3 + 19x^2 + 15x + 9$, y uno de sus lados a $x + 3$, hallar la medida del otro lado.

14. Hallar la medida de los lados de un cuadrado si su área corresponde a:

$4x^2 + 20x + 25$

2° ACTIVIDAD DIAGNÓSTICA PARA EL ANÁLISIS DE LAS DIFICULTADES EN EL APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA EN EL GRADO OCTAVO.

TESIS MAESTRIA DE LAS CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES

UNAL.

POR: OSCAR GRANADA R.

1) Para cada uno de los siguientes términos algebraicos determina:

	Coef. Numérico	Factor literal	Grado
$-5x^2y^3$			
a			
$\frac{2ab}{5}$			

2) Calcula el valor numérico de las expresiones algebraicas siguientes, considerando $a = 2$; $b = 5$; $c = -3$; $d = -1$

a) $-2a - 3cd =$

b) $-b^2 - 0,5a =$

c) $\frac{3}{4}ad - \frac{1}{3}bc =$

3) Elimina paréntesis cuando corresponda y reduce las siguientes expresiones algebraicas:

a) $a^2 + b^2 - 2b^2 - 3a^2 - a^2 + b^2 =$

b) $m - \frac{m}{2} + \frac{2m}{3} - \frac{m}{4} =$

c) $0,2m - 0,02n + 1,07m - 1,03n - m - n =$

d) $4 - (2a + 3) + (4a + 5) - (7 - 3a) =$

e) $-[-(a - 2b) - (a + 2b) - (-a - 3b)] =$

f) $16a + \{-7 - (4a^2 - 1)\} - \{-(5a + 1) + (-2a^2 + 9) - 6a\} =$

g) $-\{-[-(-7x - 2y)]\} + \{-[-(2y + 7x)]\} =$

4) Si $P = x^2 + 3x - 2$ y $Q = 2x^2 - 5x + 7$, obtener $P - (Q - P)$.

5. Complete los espacios con la expresión algebraica que falta:

a) $(x - 3) * (x + 2) = x^2 + \text{----} - 3x \text{ ----}$

b) $(a + 5) * (a + \quad) = a^2 + 10a + 25$

6. Reduce los siguientes polinomios, teniendo en cuenta los términos semejantes:

a. $5x - 3x^2 + 2x - 3 + x$

b. $2m^3 + 5m + m^3 - 4m - 2$

c. $8a - 11a^2 - 20a - a^2 + 9 - 4$

d. $\frac{1}{2}x + \frac{2}{3}x^2 - \frac{1}{5}x^2 + \frac{3}{5}$

e. $-\frac{1}{4}b^2 + \frac{5}{3}b^2 - \frac{3}{4}b + 8b - 4$

7. Factorizar las siguientes expresiones algebraicas:

a. $x^2 + xy + xz + yz =$

b. $y^2 - 7y - 30 =$

c. $x^2 + 10x - 56 =$

d. $9x^2 - 12xy + 4y^2 =$

e. $8y^2 - 18 =$

8. De la expresión algebraica $-5x^3yz + 2xy^4 + y^2$ se puede afirmar que:

a) Tiene un término. b) Tiene dos términos.

c) Tiene tres términos. d) Tiene cinco términos.

e) Tiene seis términos.

9. Los coeficientes de la expresión son:

a) 5 y 2 b) 5, 2 y 1 c) -5 y 2 d) 5 y 1 e) -5, 2 y 1

10. El valor numérico del polinomio $3a^3b^2c + 2c$ para los valores de

$a = 1$, $b = 0$ y $c = -1$ es:

a) -2 b) -1 c) 11 d) 1 e) 2

11. El triple del cuadrado de la diferencia entre a y b, traducido a lenguaje algebraico corresponde a:

a) $3a^2 - b^2$ b) $3(a^2 - b^2)$ c) $3a^2 - 3b^2$ d) $3(a - b)^2$ e) $(3a^2 - 3b^2)^2$

**3° ACTIVIDAD DIAGNÓSTICA PARA EL ANÁLISIS DE LAS DIFICULTADES
EN EL APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA EN EL GRADO OCTAVO.**

TESIS MAESTRIA DE LAS CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES

UNAL.

POR: OSCAR GRANADA R.

FORMULARIO DE ENTREVISTA CON DOCENTES DEL ÁREA.

1. Marca con “x” el tiempo en años que se ha desempeñado como docente de matemáticas.

a) Entre uno y cinco b) Entre cinco y diez c) Entre diez y quince d) Más de quince

2. Considera las temáticas del grado octavo ajustadas al estado de pensamiento o nivel de desarrollo de los estudiantes.

a) Sí

b) No

3. Como considera que es el tiempo destinado en su institución para el desarrollo de los núcleos temáticos propuestos.

a) Muy poco

b) Mucho

c) Suficiente.

4. Cumple en el año lectivo con las temáticas establecidas para el curso.

a) Casi siempre

b) Nunca

c) Siempre

d) Rara vez

5. El número adecuado de estudiantes por grupo para un curso de álgebra de octavo grado es:

- a) 10 b) 20 c) 30 d) 40

6. Comprueba con frecuencia que sus estudiantes posean conceptos previos para la asimilación de nuevas temáticas.

- a) Algunas veces b) Casi nunca d) Solo al iniciar el año d) Antes de cualquier tema.

7. Inicia su clase realizando alguna lectura o reflexión relacionada con la temática.

8. Comprueba la disposición de los estudiantes y el orden del entorno para iniciar la clase.

- a) Casi siempre b) Nunca c) Siempre d) Rara vez

9. Elabore una lista con los errores mas frecuentes que cometen los estudiantes al momento de trabajar el álgebra en el grado octavo.

10. Se considera usted un docente de matematicas:

a) Tradicional innovador

b) Constructivista

c) Conductista

d) Otro, ¿Cuál?-----

12. BIBLIOGRAFÍA

-
- ⁱ Miguel de Guzmán, Enseñanza de la matemática. Editorial Popular. Madrid, 1993.pag.108.
- ⁱⁱ Trabajos de Loper, Hallahan & Lanna (1982) los cuales ponen de manifiesto las dificultades de aprendizaje en la etapa infantil.
- ⁱⁱⁱ H.B. Curry, Outlines of a formalist- Philosophy of Mathematics (Amsterdam, 1951) 65-9; Id., Foundations of mathematical Logic (Nueva.York-Londres, 1963) 1-5; A. Dumitriu, History of Logic YV, 224-6; I.M.
- ^{iv} H.B. Curry, Outlines of a formalist- Philosophy of Mathematics (Amsterdam, 1951) 65-9; Id., Foundations of mathematical Logic (Nueva.York-Londres, 1963) 1-5; A. Dumitriu, History of Logic YV, 224-6; I.M.
- ^v Rico, L. (1990). Diseño curricular en Educación Matemática. Una perspectiva cultural. En: S. Llinares y M.V. Sanchez (Eds), *Teoría y práctica en Educación Matemática*. Sevilla: Alfar.
- ^{vi} Radatz, H. (1980). Student's Errors in the Mathematis Learning Process: A Survey. For the Learning of Mathematics. Vol 1 (1)
- ^{vii} H.B. Curry, Outlines of a formalist- Philosophy of Mathematics (Amsterdam, 1951) 65-9; Id., Foundations of mathematical Logic (Nueva.York-Londres, 1963) 1-5; A. Dumitriu, History of Logic YV, 224-6; I.M.
- ^{viii} Kuhn, T.S. (1965). La estructura de las revoluciones científicas. México: F.C.E., 1975
- Laborde, C. (1989). Audacity and reason: French research in Mathematics Education. For the Learning of Mathematics, Vol. 9, n. 3, pp. 31-36. Lakatos, I. y Musgrave, A. (1978). La crítica y el desarrollo del conocimiento. Barcelona: Grijalbo.
- ^{ix} Valdivieso L.B Teorías del aprendizaje. Módulo Funlam, 1980.Medellin, 2003 pág. 34.
- ^x Piaget, Jean. Seis estudios de psicología. Editorial. Barral barcelona.1978.
- ^{xi} TYACK, David & Larry Cuban (2001), En busca de la utopía. Un siglo de reformas de las escuelas públicas, México, Fondo de Cultura Económica. TYLER, Ralph (1998), Principios básicos del curricula [1949], Buenos Aires, Troquel.
- ^{xii} Perkin, David & otros, Enseñar a pensar. , Ediciones Paídos, Barcelona, 1994. Pág., 82.

-
- ^{xiii} Piaget, Jean. Seis estudios de psicología. Editorial. Barral barcelona.1978.
- ^{xiv} Vygotsky, pensamiento y lenguaje. Editorial Pleyade. Buenos Aires, 1972.pag 215.
- ^{xv} Ley General de Educación, ministerio de educación nacional Bogotá, Colombia.1994.
- ^{xvi} Valdivieso, L.B Teorías del aprendizaje. Módulo Funlam, 1980.Medellin, 2003 pág. 36.
- ^{xvii} AUSUBEL, D (1977). El desarrollo infantil, aspectos lingüísticos, cognitivos y físicos. Paidós, México.
- ^{xviii} VYGOTSKY, L. (1978): La mente en la sociedad: el desarrollo de las funciones psicológicas superiores. Harvard University Press, Cambridge.
- ^{xix} VYGOTSKY, L. (1978): La mente en la sociedad: el desarrollo de las funciones psicológicas superiores. Harvard University Press, Cambridge.
- ^{xx} VYGOTSKY, L. (1962). Pensamiento y lenguaje. Wiley & M.T.T. Press. Nueva York y Cambridge.
- ^{xxi} VYGOTSKY, L. (1978): *La mente en la sociedad: el desarrollo de las funciones psicológicas superiores*. Harvard University Press, Cambridge.
- Estándares curriculares y de evaluación para educación matemática. Edición castellano. Sociedad Andaluza de Educación Matemática “THALES”. Sevilla, 1989. Pag.39.
- Pochulu, M. D.: Análisis y categorización de errores en el aprendizaje de la matemática...Revista Iberoamericana de Educación (ISSN: 1681-5653)
- A. ANTIBI (2000) La Motivación en Matemáticas: ¿la del profesor? ¿La del alumno? Actas de las 9as JAEM. Lugo, Septiembre de 1999.
- Linda, Diokson & otros, Aprendizaje de las matemáticas. Editorial Labor.Madrid, 1991. Pag.48
- Rico, L. Sierra, M. & Castro, E. (2000). Didáctica de la matemática. En, L. Rico y D. Madrid (Eds), Las Disciplinas Didácticas entre las Ciencias de la Educación y las Áreas Curriculares. Madrid: Síntesis.
- Guzmán, M. de (1996). Madurez de la investigación en educación matemática. El papel del ICMI. En, L. Puig y J. Calderón, (Eds), Investigación y Didáctica de las Matemáticas. Madrid: CIDE.
- ^{xxii} Texto tomado con fines educativos de “Comprender y transformar la enseñanza” Gimeno, S y Pérez, G. 1996. Morata. Madrid.