



UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

Ubicación óptima de sensores y una técnica de reducción de modelos para el modelamiento de sistemas de parámetros distribuidos

Edwin Giovanni Insuasty Moreno

Universidad Nacional de Colombia
Facultad de Minas, Escuela de Mecatrónica
Medellín. Colombia

2012

***Ubicación óptima de sensores y una técnica de
reducción de modelos para el modelamiento de
sistemas de parámetros distribuidos***

Edwin Giovanni Insuasty Moreno

Tesis presentada como requisito parcial para optar al título de:
Magíster en Ingeniería – Automatización Industrial

Director:

Ph.D., Jairo José Espinosa Oviedo

Línea de Investigación:

Matemáticas Avanzadas para el Control y los Sistemas Dinámicos

Grupo de Investigación:

Grupo de Investigación en Automática de la Universidad Nacional GAUNAL

Universidad Nacional de Colombia
Facultad de Minas, Escuela de Mecatrónica
Medellín. Colombia

2012

A Edwin, Ana Lucía y Ana Patricia.

Agradecimientos

Al **Prof. Jairo Espinosa**, por ser un ejemplo constante de dedicación, persistencia y responsabilidad, por toda su confianza depositada en este trabajo brindándome toda la independencia para que explore esta área del modelamiento a mi gusto, y por indicarme un camino académico y de vida que me va a llevar lejos. La experiencia de trabajar para “*el profe*” y sus enseñanzas han hecho de mí una mejor persona.

A la **Prof. Rosa Elvira Correa**, por estar siempre atenta en todos los trámites administrativos y por ponerme como prioridad en toda esta experiencia del programa de maestría multisede.

A los integrantes del **Grupo de Automática de la Universidad Nacional GAUNAL**, por todos los momentos compartidos, comentarios y críticas constructivas. Sus aportes han hecho de este un mejor trabajo.

A mis amigos y compañeros de apartamento **Mauricio Parra y Mauricio Borja**. Les agradezco su compañía, pláticas, parrandas, cenas, amanecidas jugando Play Station, en fin, todos esos detalles que hacen de los seres humanos unos entes sociables. Sé que les espera un futuro negro, viscoso y altamente energético. A **José Luis, Luis Carlos, Paola, Marcela, Andy y Tatiana**, por nuestra profunda amistad, por los consejos y buenos momentos.

A **Diana Carolina**. Por apoyarme durante tantos años, por tu amor incondicional y por compartir mi sueño de vida. Soy un tipo afortunado y agradezco todos los días la maravillosa experiencia de tenerte a mi lado. Juntos logramos esto, gracias, mil gracias.

A mi padre **Edwin**, por mostrarme que la felicidad completa puede ser alcanzada cuando permanecemos juntos como familia a pesar de la enorme distancia que nos separa a todos. Me haces mucha falta papá, pronto volveremos a nuestras andanzas en Europa.

A mi hermana **Ana Patricia**, por ser el contrapeso de todas las contradicciones de mi vida y mi complemento ideal tanto en los momentos de cordura como también en los de locura. Te amo mi hermanita.

Por último quiero agradecer a la razón de todo, mi madre **Ana Lucía**. Por tu perseverancia, sacrificios y amor infinito, eres y seguirás siendo el motivo que me impulsa a seguir luchando. Cuento los segundos para volver a estar a tu lado. Este trabajo es por ti y para ti. Te amo mamá.

Resumen

Se abordan dos problemas en el modelamiento de sistemas de parámetros distribuidos (SPDs) descritos por *Ecuaciones Diferenciales Parciales* (EDPs): 1) Modelamiento empírico de los SPDs mediante identificación paramétrica y consiste en la ubicación los sensores en el dominio espacial tal que se maximice la sensibilidad de la solución del modelo respecto a los parámetros a identificar. Para esto se encuentran las configuraciones que maximizan una función objetivo basada en la *Matriz de Información de Fisher* del sistema y que generan experimentos óptimos para la identificación de SPDs. 2) Aproximación de SPDs por modelos de orden reducido. En la simulación de SPDs descritos por EDPs, los modelos matemáticos son aproximados por medio métodos numéricos que generan sistemas de *Ecuaciones Diferenciales Ordinarias* de alto orden ($10^3 - 10^8$) los cuales son inútiles para propósitos de control y optimización en línea. Se redujo la alta dimensionalidad de estos sistemas mediante el uso de proyecciones tipo Galerkin en subespacios funcionales de orden reducido con bases ortogonales tipo POD (*Proper Orthogonal Decomposition*). Finalmente, se integran las dos metodologías para resolver un problema general de la teoría de control, relacionada con la ubicación óptima de sensores para estimación de estados basado en modelos de orden reducido.

Palabras clave:

Sistemas de parámetros distribuidos, Identificación de sistemas, Reducción de modelos, Estimación de estados.

Optimal sensor placement and a model order reduction technique for the modeling of distributed parameter systems

Abstract

Two different problems in modeling of distributed parameter systems (DPSs) described by partial differential equations (PDEs) were approached. 1) Parametric identification of DPSs that consist on how to locate a discrete number of sensors such that the sensitivity function of the model response respect to the unknown parameters is maximized. The optimum configurations that maximize a cost function based on the *Fisher Information Matrix* were found, generating optimum experiments for system identification of DPSs. 2) Approximation of DPSs by reduced order models. In the simulation of DPSs modeled by PDEs, the mathematical models are approximated by numerical methods generating high order systems of ordinary differential equations ($10^3 - 10^8$), which are already useless for control and online optimization purposes. High dimensionality of this kind of systems were reduced by performing Galerkin projection into low-order functional subspaces spanned by POD basis. Finally, both approaches are used to solve a general problem of control theory, i.e., the optimal sensor placement for state estimation based on reduced order models.

Keywords:

Distributed parameter systems, System identification, Model order reduction, State estimation

Contenido

	Pág.
Lista de figuras	VII
Lista de Tablas	IX
Introducción	1
Objetivos específicos	3
Organización de la tesis	5
1. Identificación de sistemas de parámetros distribuidos y el problema de ubicación óptima de sensores	7
1.1 Ubicación óptima de sensores para la identificación de sistemas de parámetros distribuidos	8
1.2 Algoritmo para ubicación óptima de sensores para identificación de SPD:.....	13
1.3 Caso de aplicación: Transferencia de calor en una placa bidimensional	14
1.4 Validación de los resultados	20
2. Descomposición ortogonal propia en reducción de modelos	27
2.1 Descomposición en valores singulares.....	27
2.2 Estudio comparativo entre la SVD y la descomposición en valores propios	28
2.3 Estudio de la aplicación de la SVD en aproximación óptima de matrices	30
2.4 Introducción a las bases ortonormales	34
2.5 La Proyección de Galerkin	37
2.6 Modelamiento, simulación y aproximación de fenómenos de transferencia de calor en materiales compuestos.....	38
2.7 Descripción del proceso y simulación del modelo.....	38
2.8 Reducción del orden del modelo de transferencia de calor	42
3. Ubicación óptima de sensores para la estimación de temperatura usando modelos de orden reducido	51
3.1 Transferencia de calor en wafers de silicio	51
3.2 Solución numérica para la transferencia de calor en la barra de silicio	53
3.3 Simulación del modelo del proceso físico	56
3.4 Estudio de un modelo lineal para propósitos de estimación	58
3.5 Reducción del modelo lineal de la transferencia de calor en la barra de silicio .	59
3.6 Ubicación óptima de sensores enfocado a estimación de estados	63
3.7 Estimación de estados basada en modelo de orden reducido	71
4. Conclusiones y trabajos futuros	77
Bibliografía	79

Lista de figuras

	Pág.
Figura 1.1 Condición de frontera tipo Dirichlet del problema	15
Figura 1.2 Conductividad térmica de la placa para inicialización del algoritmo.....	16
Figura 1.3 Posición inicial de los sensores.....	17
Figura 1.4 Posición final de los sensores – iteración 50.....	18
Figura 1.5 Función $\Psi D M$ en la iteración final.....	19
Figura 1.6 a) Posiciones de los sensores experimento aleatorio. b) Posiciones de los sensores experimento óptimo	21
Figura 1.7 Temperatura modelo identificado y datos experimentales en la posición del sensor 1	22
Figura 1.8 Temperatura modelo identificado y datos experimentales en la posición del sensor 2.....	23
Figura 1.9 Temperatura modelo identificado y datos experimentales en un punto arbitrario 1	24
Figura 1.10 Temperatura modelo identificado y datos experimentales en un punto arbitrario 2.....	25
Figura 2.1 Imagen de Prueba para compresión usando SVD.....	31
Figura 2.2 Espectro de valores singulares de la imagen	32
Figura 2.3 Aproximación de la imagen con matriz de rango 40	33
Figura 2.4 Representación gráfica de la matriz error resultante de la aproximación de rango inferior.....	33
Figura 2.5 Diagrama del Reactor de Polimerización en Fase Sólida	39
Figura 2.6 Geometría del Reactor	41
Figura 2.7 Perfil de Temperatura y Direcciones de Flujo de calor en el Reactor para $t=400\text{seg}$	42
Figura 2.8 Clasificación de las Técnicas más populares de Reducción de Modelos	43
Figura 2.9 Señales de excitación aplicadas al sistema.....	44
Figura 2.10 Evolución Temporal de cada Estado del Sistema ante las Señales de Excitación	45
Figura 2.11 Espectro de valores singulares de T_{snap}	46
Figura 2.12 Validación del Modelo Reducido en los Puntos de Medición	48
Figura 2.13 Señales de Error en los Puntos de Medición	49
Figura 3.1 Diagrama del sistema físico	52
Figura 3.2 Diagrama del volumen de control en el esquema de Volúmenes Finitos	54
Figura 3.3 Señales de excitación $u1t$ y $u2(t)$	56

Figura 3.4 Evolución espacio-temporal de la temperatura en la barra	57
Figura 3.5 Evolución espacio-temporal de la conductividad térmica	58
Figura 3.6 Diferencia de temperaturas entre el modelo lineal y el no lineal	59
Figura 3.7 Espectro de valores singulares de la matriz $Tsnap$	60
Figura 3.8 Forma de la primera base POD	61
Figura 3.9 Forma de la 2da, 3ra y 4ta base POD	61
Figura 3.10 Señales de Excitación para Validación	62
Figura 3.11 Error de aproximación del modelo de orden reducido al modelo no lineal de orden completo para las señales de validación	63
Figura 3.12 Planta física y un estimador de estados	64
Figura 3.13 $\Psi_{xi}, Q_{red} = \max_{\sigma}(Q_{red})$	69
Figura 3.14 Ubicación óptima de sensores para estimación de temperatura en la barra de silicio	70
Figura 3.15 Error de estimación $t \in [0s, 29s]$	72
Figura 3.16 Error de estimación $t \in [30s, 1000s]$	73
Figura 3.17 Error de estimación $t \in [0s, 29s]$	74
Figura 3.18 Error de estimación $t \in [30s, 1000s]$	75

Lista de tablas

	Pág.
Tabla 1.1 Resultados obtenidos del proceso de optimización	21
Tabla 1.2 Errores relativos respecto a los parámetros reales del modelo.....	21
Tabla 2.1 Parámetros Físicos de la Planta Piloto	40
Tabla 3.1 Parámetros físicos del modelo	56
Tabla 3.2 Parámetros de simulación	57
Tabla 3.3 Configuraciones de sensores y Ψ_{Qred}	70

Introducción

La corriente tradicional de modelamiento matemático ha centrado su objeto de estudio en la descripción de sistemas naturales y de ingeniería basándose en representaciones matemáticas de sus principios fisicoquímicos fundamentales y en sus leyes de conservación de energía, conservación de cantidad de movimiento y conservación de masa. La forma más general de dichas descripciones matemáticas está representada por medio de Ecuaciones Diferenciales Parciales EDPs, las cuales modelan efectivamente el comportamiento espacio-temporal de los fenómenos más comunes en ingeniería de procesos, tales como transferencia de calor, dinámica de fluidos y la transferencia de masa. La naturaleza infinito-dimensional del problema dificulta y a veces imposibilita encontrar soluciones analíticas a estas ecuaciones, hecho por el cual las investigaciones se han enfocado en desarrollar métodos numéricos eficientes tales como los elementos y volúmenes finitos (Versteeg [31]) para discretizar los dominios espacio-temporales y así generar soluciones a problemas muy complejos. A pesar de la utilidad de estas soluciones numéricas a sistemas de EDPs, su aplicación como modelos de predicción en línea y como modelos para estrategias avanzadas de control sobre dichos sistemas físicos sigue siendo restrictiva debido a la altísima dimensión de su estructura matemática lo que permite clasificarlos dentro de los sistemas a gran escala. Esta situación genera dificultades de escala y topología que surgen del apilamiento necesario para realizar descomposiciones matriciales requeridas para la aplicación de técnicas de reducción (Antoulas [6]), por lo tanto se justifica la implementación de técnicas de reducción de modelos que permitan obtener un modelo de orden menor que modele adecuadamente las dinámicas del sistema físico original y que pueda ser utilizado para propósitos de control.

Existe otra corriente de modelamiento que durante las últimas décadas ha sido estudiada, técnicas que nacieron para resolver problemas de predicción en economía y se basan en el concepto de la interpolación de funciones usando algoritmos de optimización. Esta rama del modelamiento se conoce como Identificación de Sistemas, cuya teoría está bien desarrollada para sistemas lineales de parámetros concentrados e invariantes en el tiempo. La aplicación de técnicas de identificación de sistemas en sistemas de parámetros distribuidos se complica debido a que se utilizan algoritmos de optimización diseñados para problemas a gran escala, con el componente adicional de tener que diseñar un experimento adecuado para la obtención de datos experimentales, lo cual implica la aplicación de señales de actuación que exciten las dinámicas relevantes y también una metodología para ubicar los sensores en el dominio espacial del sistema físico tal que se obtenga la mayor información acerca de las principales dinámicas para su posterior identificación (Ucinski [28]). Las señales de actuación para identificación deben contar con la característica de ser persistentemente excitantes y su diseño depende del sistema físico en cuestión y sus frecuencias modales. En la práctica es común utilizar señales binarias pseudo-aleatorias y ruido blanco con el fin de excitar el mayor rango de frecuencias posible en cada experimento. Para el caso de la ubicación

óptima de sensores en el dominio espacial del sistema físico no se cuenta con una metodología basada en modelo enfocada a la identificación de sistemas. Esta situación justifica un estudio detallado que permita establecer una metodología teórica y práctica para la ubicación óptima de sensores en sistemas infinito-dimensionales, y de esta forma diseñar un experimento que permita reducir la incertidumbre en la Asimilación (Reconciliación) de los datos obtenidos (principalmente cuando se tienen sensores bastante costosos) y en las acciones de control.

Inicialmente, los modelos descritos por EDPs son usualmente discretizados en sus dominios espacial y temporal, lo que conlleva a un sistema enorme de Ecuaciones Diferenciales Ordinarias, que por lo general es inútil para propósitos de control y optimización en línea. La idea preliminar de las técnicas de reducción de modelos es la de obtener un modelo de un orden menor al original tal que las dinámicas principales sean preservadas y que pueda ser utilizado para el diseño de algoritmos de control en tiempo real. La técnica POD (Proper Orthogonal Decomposition), conocida también como la expansión de Karhunen-Loève ha sido ampliamente utilizada en la reducción de grandes cantidades de datos en estadística y recientemente se le ha encontrado aplicación en la reducción de sistemas dinámicos de gran escala.

Por otra parte, con el fin de establecer una estrategia eficiente de control basada en modelo, una buena asimilación (identificación) del modelo es requerida. La confiabilidad de la asimilación de sistemas infinito-dimensionales depende fundamentalmente de las condiciones experimentales a las que se somete el proceso y de la calidad de las mediciones que se realicen. En los Sistemas de Parámetros Distribuidos (SPDs) es imposible realizar la medición de sus estados en todo el dominio espacial debido a la característica infinito-dimensional de su orden. Por lo tanto existe un número infinito de posiciones posibles para ubicar un número discreto de sensores, lo que conlleva a la pregunta de ¿dónde ubicar los sensores tal que el contenido de la información de las señales resultantes respecto al modelo en EDPs sea la más alta posible?, en este caso, para una posterior etapa de identificación. Este es el problema de ubicación óptima de sensores para la asimilación de SPDs, y a pesar de que el problema ha sido estudiado, en la práctica, la ubicación de los sensores se realiza de manera empírica, sin un fundamento teórico que sustente los resultados.

Por lo tanto, se establece que el modelamiento y la simulación de Sistemas de Parámetros Distribuidos (Gran Escala) son tareas complejas debido a la alta dimensionalidad de su representación matemática, y por esta razón, el uso de modelos descritos por EDPs para monitoreo y control en línea ha sido bastante restringido. Esta tesis de maestría se centró en el área de Modelamiento Matemático de Sistemas Dinámicos a Gran Escala y particularmente en dos problemas específicos: Ubicación Óptima de Sensores para Identificación de Sistemas y Reducción de Modelos.

Objetivos Específicos:

- Aplicar una metodología basada en la teoría de diseño de experimentos para la ubicación óptima de sensores enfocado a la identificación de un sistema de parámetros distribuidos (Transferencia de Calor en una placa bidimensional).
- Plantear experimentos de identificación para sistemas de parámetros distribuidos como problemas de optimización de gran escala, teniendo en cuenta la ubicación de los sensores para el sistema de transferencia de calor en una placa bidimensional.
- Encontrar un modelo de orden reducido usando la técnica POD para el sistema de transferencia de calor en un reactor descrito por ecuaciones diferenciales parciales.

Organización de la tesis

El contenido de esta tesis está dividido en dos partes.

En la Parte I se presenta el problema de ubicación óptima de sensores para la identificación de sistemas de parámetros distribuidos. Se presenta el caso de aplicación de la identificación paramétrica de un proceso de transferencia de calor descrito por EDPs y se comparan los resultados de la identificación cuando los puntos de medición en donde se toman las señales de temperatura se ubican de manera aleatoria y cuando se ubican usando el conocimiento matemático del proceso.

En la Parte II se presenta el problema de reducción de modelos en sistemas descritos por EDPs. Se utiliza la técnica POD y la Proyección de Galerkin para reducir el orden de un sistema lineal invariante en el tiempo resultante de la discretización por medio de elementos finitos de un sistema de ecuaciones diferenciales parciales que modela la transferencia de calor en un reactor industrial.

Finalmente, se integran las dos metodologías para resolver un problema general de la teoría de control, se presentan las conclusiones y recomendaciones para trabajos futuros.

