Ubicación óptima de sensores y una técnica de reducción de modelos para el modelamiento de sistemas de parámetros distribuidos

Edwin Giovanni Insuasty Moreno

Universidad Nacional de Colombia
Facultad de Minas, Escuela de Mecatrónica
Medellín. Colombia
2012

Ubicación óptima de sensores y una técnica de reducción de modelos para el modelamiento de sistemas de parámetros distribuidos

Edwin Giovanni Insuasty Moreno

Tesis presentada como requisito parcial para optar al título de:

Magíster en Ingeniería – Automatización Industrial

Director:

Ph.D., Jairo José Espinosa Oviedo

Línea de Investigación:

Matemáticas Avanzadas para el Control y los Sistemas Dinámicos

Grupo de Investigación:

Grupo de Investigación en Automática de la Universidad Nacional GAUNAL

Universidad Nacional de Colombia

Facultad de Minas, Escuela de Mecatrónica

Medellín. Colombia

2012

A Edwin, Ana Lucía y Ana Patricia.

Agradecimientos

Al **Prof. Jairo Espinosa**, por ser un ejemplo constante de dedicación, persistencia y responsabilidad, por toda su confianza depositada en este trabajo brindándome toda la independencia para que explore esta área del modelamiento a mi gusto, y por indicarme un camino académico y de vida que me va a llevar lejos. La experiencia de trabajar para *"el profe"* y sus enseñanzas han hecho de mí una mejor persona.

A la **Prof. Rosa Elvira Correa,** por estar siempre atenta en todos los trámites administrativos y por ponerme como prioridad en toda esta experiencia del programa de maestría multisede.

A los integrantes del **Grupo de Automática de la Universidad Nacional GAUNAL**, por todos los momentos compartidos, comentarios y críticas constructivas. Sus aportes han hecho de este un mejor trabajo.

A mis amigos y compañeros de apartamento **Mauricio Parra y Mauricio Borja.** Les agradezco su compañía, pláticas, parrandas, cenas, amanecidas jugando Play Station, en fin, todos esos detalles que hacen de los seres humanos unos entes sociables. Sé que les espera un futuro negro, viscoso y altamente energético. A **José Luis, Luis Carlos, Paola, Marcela, Andy y Tatiana,** por nuestra profunda amistad, por los consejos y buenos momentos.

A **Diana Carolina**. Por apoyarme durante tantos años, por tu amor incondicional y por compartir mi sueño de vida. Soy un tipo afortunado y agradezco todos los días la maravillosa experiencia de tenerte a mi lado. Juntos logramos esto, gracias, mil gracias.

A mi padre **Edwin,** por mostrarme que la felicidad completa puede ser alcanzada cuando permanecemos juntos como familia a pesar de la enorme distancia que nos separa a todos. Me haces mucha falta papá, pronto volveremos a nuestras andanzas en Europa.

A mi hermana **Ana Patricia,** por ser el contrapeso de todas las contradicciones de mi vida y mi complemento ideal tanto en los momentos de cordura como también en los de locura. Te amo mi hermanita.

Por último quiero agradecer a la razón de todo, mi madre **Ana Lucía**. Por tu perseverancia, sacrificios y amor infinito, eres y seguirás siendo el motivo que me impulsa a seguir luchando. Cuento los segundos para volver a estar a tu lado. Este trabajo es por ti y para ti. Te amo mamá.

Resumen

Se abordan dos problemas en el modelamiento de sistemas de parámetros distribuidos (SPDs) descritos por *Ecuaciones Diferenciales Parciales* (EDPs): 1) Modelamiento empírico de los SPDs mediante identificación paramétrica y consiste en la ubicación los sensores en el dominio espacial tal que se maximice la sensibilidad de la solución del modelo respecto a los parámetros a identificar. Para esto se encuentran las configuraciones que maximizan una función objetivo basada en la *Matriz de Información de Fisher* del sistema y que generan experimentos óptimos para la identificación de SPDs. 2) Aproximación de SPDs por modelos de orden reducido. En la simulación de SPDs descritos por EDPs, los modelos matemáticos son aproximados por medio métodos numéricos que generan sistemas de *Ecuaciones Diferenciales Ordinarias* de alto orden ($10^3 - 10^8$) los cuales son inútiles para propósitos de control y optimización en línea. Se redujo la alta dimensionalidad de estos sistemas mediante el uso de proyecciones tipo Galerkin en subespacios funcionales de orden reducido con bases ortogonales tipo POD (*Proper Orthogonal Decomposition*), Finalmente, se integran las dos metodologías para resolver un problema general de la teoría de control, relacionada con la ubicación óptima de sensores para estimación de estados basado en modelos de orden reducido.

Palabras clave:

Sistemas de parámetros distribuidos, Identificación de sistemas, Reducción de modelos, Estimación de estados.

Optimal sensor placement and a model order reduction technique for the modeling of distributed parameter systems

Abstract

Two different problems in modeling of distributed parameter systems (DPSs) described by partial differential equations (PDEs) were approached. 1) Parametric identification of DPSs that consist on how to locate a discrete number of sensors such that the sensitivity function of the model response respect to the unknown parameters is maximized. The optimum configurations that maximize a cost function based on the *Fisher Information Matrix* were found, generating optimum experiments for system identification of DPSs. 2) Approximation of DPSs by reduced order models. In the simulation of DPSs modeled by PDEs, the mathematical models are approximated by numerical methods generating high order systems of ordinary differential equations ($10^3 - 10^8$), which are already unuseful for control and online optimization purposes. High dimensionality of this kind of systems were reduced by performing Galerkin projection into low-order functional subspaces spanned by POD basis. Finally, both approaches are used to solve a general problem of control theory, i.e., the optimal sensor placement for state estimation based on reduced order models.

Keywords:

Distributed parameter systems, System identification, Model order reduction, State estimation

Contenido

Lista de figuras

Lista de tablas

Introducción

La corriente tradicional de modelamiento matemático ha centrado su objeto de estudio en la descripción de sistemas naturales y de ingeniería basándose en representaciones matemáticas de sus principios fisicoquímicos fundamentales y en sus leyes de conservación de energía, conservación de cantidad de movimiento y conservación de masa. La forma más general de dichas descripciones matemáticas está representada por medio de Ecuaciones Diferenciales Parciales EDPs, las cuales modelan efectivamente el comportamiento espacio-temporal de los fenómenos más comunes en ingeniería de procesos, tales como transferencia de calor, dinámica de fluidos y la transferencia de masa. La naturaleza infinito-dimensional del problema dificulta y a veces imposibilita encontrar soluciones analíticas a estas ecuaciones, hecho por el cual las investigaciones se han enfocado en desarrollar métodos numéricos eficientes tales como los elementos y volúmenes finitos (Versteeg [31]) para discretizar los dominios espacio-temporales y así generar soluciones a problemas muy complejos. A pesar de la utilidad de estas soluciones numéricas a sistemas de EDPs, su aplicación como modelos de predicción en línea y como modelos para estrategias avanzadas de control sobre dichos sistemas físicos sigue siendo restrictiva debido a la altísima dimensión de su estructura matemática lo que permite clasificarlos dentro de los sistemas a gran escala. Esta situación genera dificultades de escala y topología que surgen del apilamiento necesario para realizar descomposiciones matriciales requeridas para la aplicación de técnicas de reducción (Antoulas [6]), por lo tanto se justifica la implementación de técnicas de reducción de modelos que permitan obtener un modelo de orden menor que modele adecuadamente las dinámicas del sistema físico original y que pueda ser utilizado para propósitos de control.

Existe otra corriente de modelamiento que durante las últimas décadas ha sido estudiada, técnicas que nacieron para resolver problemas de predicción en economía y se basan en el concepto de la interpolación de funciones usando algoritmos de optimización. Esta rama del modelamiento se conoce como Identificación de Sistemas, cuya teoría está bien desarrollada para sistemas lineales de parámetros concentrados e invariantes en el tiempo. La aplicación de técnicas de identificación de sistemas en sistemas de parámetros distribuidos se complica debido a que se utilizan algoritmos de optimización diseñados para problemas a gran escala, con el componente adicional de tener que diseñar un experimento adecuado para la obtención de datos experimentales, lo cual implica la aplicación de señales de actuación que exciten las dinámicas relevantes y también una metodología para ubicar los sensores en el dominio espacial del sistema físico tal que se obtenga la mayor información acerca de las principales dinámicas para su posterior identificación (Ucinski [28]). Las señales de actuación para identificación deben contar con la característica de ser persistentemente excitantes y su diseño depende del sistema físico en cuestión y sus frecuencias modales. En la práctica es común utilizar señales binarias seudo-aleatorias y ruido blanco con el fin de excitar el mayor rango de frecuencias posible en cada experimento. Para el caso de la ubicación óptima de sensores en el dominio espacial del sistema físico no se cuenta con una metodología basada en modelo enfocada a la identificación de sistemas. Esta situación justifica un estudio detallado que permita establecer una metodología teórica y práctica para la ubicación óptima de sensores en sistemas infinito-dimensionales, y de esta forma diseñar un experimento que permita reducir la incertidumbre en la Asimilación (Reconciliación) de los datos obtenidos (principalmente cuando se tienen sensores bastante costosos) y en las acciones de control.

Inicialmente, los modelos descritos por EDPs son usualmente discretizados en sus dominios espacial y temporal, lo que conlleva a un sistema enorme de Ecuaciones Diferenciales Ordinarias, que por lo general es inútil para propósitos de control y optimización en línea. La idea preliminar de las técnicas de reducción de modelos es la de obtener un modelo de un orden menor al original tal que las dinámicas principales sean preservadas y que pueda ser utilizado para el diseño de algoritmos de control en tiempo real. La técnica POD (Proper Orthogonal Decomposition), conocida también como la expansión de Karhunen-Loéve ha sido ampliamente utilizada en la reducción de grandes cantidades de datos en estadística y recientemente se le ha encontrado aplicación en la reducción de sistemas dinámicos de gran escala.

Por otra parte, con el fin de establecer una estrategia eficiente de control basada en modelo, una buena asimilación (identificación) del modelo es requerida. La confiabilidad de la asimilación de sistemas infinito-dimensionales depende fundamentalmente de las condiciones experimentales a las que se somete el proceso y de la calidad de las mediciones que se realicen. En los Sistemas de Parámetros Distribuidos (SPDs) es imposible realizar la medición de sus estados en todo el dominio espacial debido a la característica infinito-dimensional de su orden. Por lo tanto existe un número infinito de posiciones posibles para ubicar un número discreto de sensores, lo que conlleva a la pregunta de ¿dónde ubicar los sensores tal que el contenido de la información de las señales resultantes respecto al modelo en EDPs sea la más alta posible?, en este caso, para una posterior etapa de identificación. Este es el problema de ubicación óptima de sensores para la asimilación de SPDs, y a pesar de que el problema ha sido estudiado, en la práctica, la ubicación de los sensores se realiza de manera empírica, sin un fundamento teórico que sustente los resultados.

Por lo tanto, se establece que el modelamiento y la simulación de Sistemas de Parámetros Distribuidos (Gran Escala) son tareas complejas debido a la alta dimensionalidad de su representación matemática, y por esta razón, el uso de modelos descritos por EDPs para monitoreo y control en línea ha sido bastante restringido. Esta tesis de maestría se centró en el área de Modelamiento Matemático de Sistemas Dinámicos a Gran Escala y particularmente en dos problemas específicos: Ubicación Óptima de Sensores para Identificación de Sistemas y Reducción de Modelos.

Objetivos Específicos:

- Aplicar una metodología basada en la teoría de diseño de experimentos para la ubicación óptima de sensores enfocado a la identificación de un sistema de parámetros distribuidos (Transferencia de Calor en una placa bidimensional).

- Plantear experimentos de identificación para sistemas de parámetros distribuidos como problemas de optimización de gran escala, teniendo en cuenta la ubicación de los sensores para el sistema de transferencia de calor en una placa bidimensional.

- Encontrar un modelo de orden reducido usando la técnica POD para el sistema de transferencia de calor en un reactor descrito por ecuaciones diferenciales parciales.

Organización de la tesis

El contenido de esta tesis está dividido en dos partes.

En la Parte I se presenta el problema de ubicación óptima de sensores para la identificación de sistemas de parámetros distribuidos. Se presenta el caso de aplicación de la identificación paramétrica de un proceso de transferencia de calor descrito por EDPs y se comparan los resultados de la identificación cuando los puntos de medición en donde se toman las señales de temperatura se ubican de manera aleatoria y cuando se ubican usando el conocimiento matemático del proceso.

En la Parte II se presenta el problema de reducción de modelos en sistemas descritos por EDPs. Se utiliza la técnica POD y la Proyección de Galerkin para reducir el orden de un sistema lineal invariante en el tiempo resultante de la discretización por medio de elementos finitos de un sistema de ecuaciones diferenciales parciales que modela la transferencia de calor en un reactor industrial.

Finalmente, se integran las dos metodologías para resolver un problema general de la teoría de control, se presentan las conclusiones y recomendaciones para trabajos futuros.