

## 6. TRANSFERENCIA DE MOMENTUM ANGULAR

---

### 6.1. INTRODUCCIÓN

En términos generales, un sistema de pinzas ópticas atrapa partículas en una muestra dada a través del intercambio de momentum lineal entre la luz y las partículas, obedeciendo siempre la conservación de dicho momentum. De esta forma es posible no solo ejercer fuerzas, sino también manipular traslacionalmente objetos micro y submicrométricos. Sin embargo, la capacidad de ejercer torsión, esto es, de impulsar la rotación de los objetos atrapados, es una condición necesaria para asegurar su manipulación espacial completa.

Un procedimiento para ello se basa en el empleo de haces con sección focal alargada, que alinean partículas con geometría igualmente alargada, o las agrupan en línea cuando sus dimensiones son mucho menores que el largo de la pinza. Rotando una lente cilíndrica (Dasgupta et al., 2003) o una abertura rectangular (O'Neil and Padgett, 2002) en el camino del haz hacia el microscopio se logra rotar las partículas atrapadas, manteniendo el eje de rotación a lo largo del eje óptico.

Por otra parte, es posible rotar partículas alargadas, cuyos extremos han sido atrapados con dos pinzas ópticas independientes, sin restricciones sobre la dirección del eje de rotación (Bingelyte et al., 2003). Las dos pinzas se pueden generar utilizando un modulador espacial de luz o un sistema de dos haces independientes que se acoplan justo antes de ingresar al objetivo de microscopio.

Desde la teoría electromagnética de Maxwell y los trabajos de Poynting se sabe que la luz porta y puede transferir momentum angular a la materia. De este modo, se puede utilizar el momentum angular de la luz para provocar la rotación en los objetos atrapados en una pinza óptica, así como el momentum lineal es el mecanismo para ejercer fuerzas de translación. El torque ejercido ópticamente siempre es el resultado de cambios en el momentum angular de la luz en su interacción con la materia; en este caso con las partículas atrapadas en la pinza óptica. De esta forma, la rotación puede ser ejercida por un haz incidente que carga momentum angular, o por un haz que no lo carga, pero al que le es inducido al haz por la partícula

La luz posee dos tipos de momentum angular: momentum angular orbital y momentum angular intrínseco o de espín. El primero está relacionado con frentes de onda helicoidales que producen distribuciones anulares de intensidad llamados modos Laguerre – Gauss. En cambio, el momentum angular de espín está relacionado con el estado de polarización circular de la luz (Parkin et al., 2007). Para haces con momentum angular orbital se requiere esculpir un frente de onda helicoidal

mediante el uso de un holograma o un modulador espacial de luz. La relación entre el tamaño de la sección focal anular de un haz Laguerre – Gauss y el tamaño de la partícula determina la forma en que se genera el torque y se provoca la rotación. Las partículas de diámetro comparable al diámetro del anillo focal quedarán atrapadas en el centro del anillo, girando sobre sí mismas. En cambio, partículas mucho más pequeñas son atrapadas en la zona brillante y orbitan la región oscura central. El diámetro del anillo focal depende de la carga de momentum angular de la luz, como se mostrará más adelante.

El estado de polarización de la luz puede ser utilizado para rotar varias clases de partículas. Se ha mostrado que luz circularmente polarizada puede forzar la rotación de partículas absorbentes, con la gran desventaja del inevitable calentamiento (Frieze et al., 1996). Esto hace más interesantes las partículas no absorbentes desde el punto de vista de las aplicaciones. Debe tenerse en cuenta que la habilidad de tales partículas para cambiar el estado de polarización de la luz y, de esta forma, transferir momentum angular de espín, implica que la partícula debe tener una anisotropía externa (morfología) o interna (birrefringencia) (Parkin et al., 2007). Así, partículas con isotropía interna pero con geometrías apropiadas han sido rotadas utilizando el estado de polarización de la luz; en particular, se ha demostrado la rotación de partículas alargadas inducida por la rotación del plano de polarización de luz linealmente polarizada, o atrapándolas con luz circularmente polarizada. En ambos casos se puede medir el torque aplicado, con técnicas totalmente ópticas (Bishop et al., 2003).

Por su parte, las partículas birrefringentes tienen la capacidad de cambiar el estado de polarización de la luz que pasa a través de ellas, debido a que presentan dos índices de refracción. Los cristales uniáxicos positivos en particular, tienen la capacidad de orientarse siguiendo el plano de polarización o de rotar cuando la luz está circularmente polarizada. De esta clase de partículas se destaca un polimorfo del carbonato de calcio llamado vaterita, que tiene la enorme ventaja de formar microesferas casi perfectas, si se realiza el proceso de crecimiento del cristal bajo condiciones específicas. Estas partículas presentan una alta birrefringencia y son ideales para aplicaciones de alineación angular o rotación continua.

En esta tesis se explotan las ventajas propias de la vaterita en la medición de torque óptico y en aplicaciones en microrreología y microfluídica. También se mostrará la transferencia de momentum angular orbital de haces Laguerre – Gauss, generados por un modulador espacial de luz, para girar micropartículas de poliestireno.

## 6.2.MARCO TEÓRICO

Como se comentó anteriormente, la teoría electromagnética de Maxwell implica que la luz posee momentum angular. Con base en ella, Poynting sugirió un experimento para ejercer torque sobre una placa birrefringente, el cual solo pudo ser realizado tres décadas después por Beth (Beth, 1936) en un experimento cuidadosamente realizado y que abrió las puertas para la futura aplicación en pinzas ópticas con láseres y equipos modernos.

El trabajo seminal sobre transferencia de momentum angular orbital fue desarrollado por Allen y colaboradores, quienes demostraron la generación experimental de haces con cantidades definidas de momentum angular orbital y que éstos pueden describirse a través de haces con modos Laguerre – Gauss (Allen et al., 1992; Padgett and Bowman, 2011). Posteriormente, el grupo de trabajo de Rubinsztein-Dunlop, introdujeron haces Laguerre – Gauss, generados por hologramas físicos de amplitud incorporados a un sistema de pinzas ópticas (He, Heckenberg, et al., 1995). Ellos no solo demostraron que se podían atrapar partículas absorbentes en la región oscura del punto focal; también mostraron por primera vez que la absorción de luz con momentum angular orbital daba origen a rotaciones de la partícula (He, Friese, et al., 1995). En otras palabras, es posible acoplar mecánicamente el momentum angular orbital de la luz.

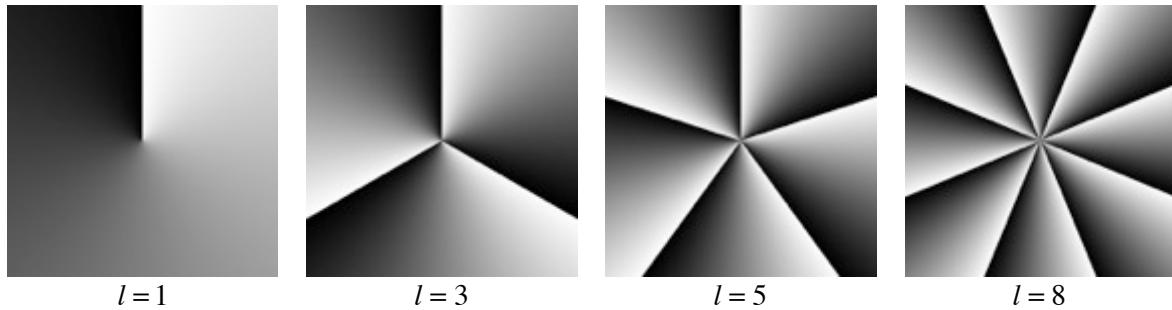
Los haces Laguerre – Gauss tienen una intensidad con estructura anular y son representados con la forma  $A \exp[i\phi]$  donde  $A$  es la amplitud compleja del campo, y la fase del frente de onda  $\phi = l\theta$  tiene forma helicoidal y es proporcional al ángulo azimutal en un sistema de coordenadas cilíndricas  $(r, \theta, z)$ , donde  $z$  es la dirección de propagación (Carpentier et al., 2008). Además, esta estructura en el frente de onda produce una singularidad de fase en el centro del haz, que se refleja en la región oscura en esa misma región.

La condición de continuidad en  $\theta = 2\pi$  obliga a que el término  $l$  sea un número entero, que determina la cantidad de hojas de la hélice o ciclos de fase que ocurren alrededor del eje del haz. Este número se denomina carga topológica, es conservado a lo largo de la propagación y está definido por la componente  $z$  del momentum angular  $L_z$ , que para un fotón en un haz de luz tiene un valor (Carpentier et al., 2008):

$$L_z = -i\hbar \frac{\partial \Phi}{\partial \theta} = -il\hbar \quad (13)$$

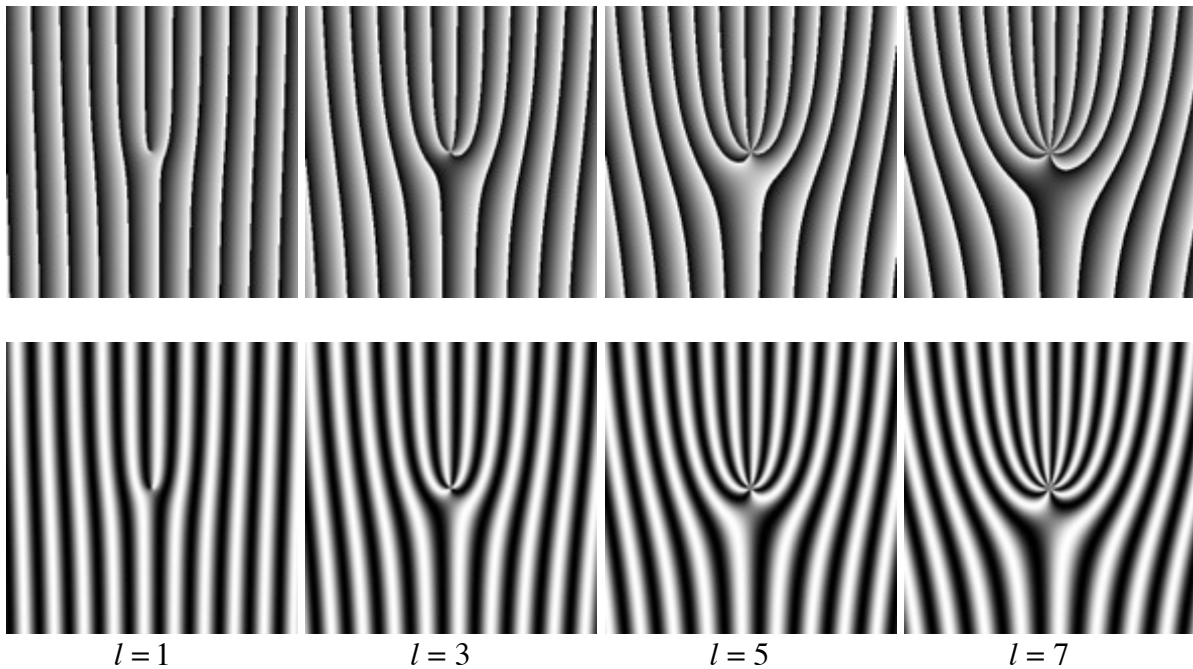
La carga topológica define entonces la cantidad de momentum angular que porta un fotón en este tipo de haces, siendo en principio cualquier entero  $l$  multiplicado por  $\hbar$ . En la Figura 6.1 se ven

las fases del frente de onda de un haz Laguerre – Gauss para varios valores de  $l$ , en donde se pueden ver las singularidades de fase en el centro y los saltos de fase que marcan las “aspas” del haz helicoidal, que se presentan en un número igual a la carga.



**Figura 6.1.** Fases del frente de onda de haces Laguerre – Gauss para varios valores de la carga topológica. Cada haz posee un momentum angular orbital por fotón de  $l\hbar$ .

En la práctica, para la generación de estos haces a través de métodos difractivos, a un frente de onda plano gaussiano no solo se le agrega la fase helicoidal, sino que además se adiciona una fase lineal para separar los modos de difracción del orden cero. Esto se realiza a través del uso de hologramas físicos de fase o amplitud o un modulador espacial de luz.



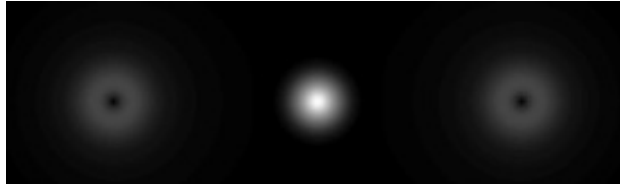
**Figura 6.2.** Máscaras de fase (Arriba) y amplitud (Abajo) para la generación de haces Laguerre – Gauss a partir de un haz gaussiano con el uso de un holograma físico o un modulador espacial de luz. Se muestran para varias cargas de momentum angular orbital.

La máscara holográfica consiste entonces en la intensidad o fase de la interferencia de una onda inclinada referencia  $\psi_1 = e^{ikx}$ , donde  $k$  es la magnitud del vector de onda o frecuencia espacial, que determina el grado de inclinación de la onda, y la onda objeto  $\psi_2 = e^{i\theta}$ . La función de intensidad entonces es de la forma:

$$H = |\psi_1 + \psi_2|^2 = |e^{ikx} + e^{i\theta}|^2 = 2[1 + \cos[kx - \theta]] \quad (14)$$

En la Figura 6.2 se ven algunas máscaras de fase y de amplitud para la generación de haces Laguerre – Gauss en el régimen de Fraunhofer. Las máscaras de fase consisten simplemente en la superposición de los argumentos de  $\psi_1$  y  $\psi_2$ .

Cuando una de estas máscaras es iluminada con un haz gaussiano, el patrón de difracción de campo lejano consiste en un punto brillante central, el orden cero, y dos distribuciones anulares de intensidad con carga de momentum angular orbital igual pero en sentido contrario. En la Figura 6.3 se muestra la simulación de un patrón de difracción de Fraunhofer para  $l = 1$ .



**Figura 6.3.** Patrón de difracción del resultado de iluminar con un haz gaussiano un holograma para generar un haz Laguerre – Gauss con  $l = 1$ . El anillo de la izquierda representa un haz con momentum angular orbital  $-\hbar$ , mientras el de la derecha tiene  $\hbar$ .

Por otro lado, para el caso del momentum angular de espín, el cual está relacionado con el estado de polarización de la luz, se toma por conveniencia una base para dichos estados a partir de la superposición de dos componentes circularmente polarizados: Un componente circularmente polarizado levógiro y otro dextrógiro. El componente a izquierdas posee un momentum angular de espín por fotón de  $\hbar$ , mientras el circular a derecha tiene  $-\hbar$ . La relación de amplitudes entre los dos componentes define la cantidad de momentum angular de un haz, que sería  $-\hbar \leq 0 \leq \hbar$  (Parkin et al., 2007).

Se define entonces el grado de polarización circular (Nieminen, Heckenberg, et al., 2001):

$$\sigma_s = \frac{P_L - P_D}{P} \quad (15)$$

donde  $P_L$  y  $P_D$  son la potencia de la componente circular levógira y dextrógira, respectivamente, mientras que  $P$  es la potencia total del haz.

Con el grado de polarización circular se define el flujo de momentum angular del haz:

$$L = \frac{\sigma_s P}{\omega} \quad (16)$$

con  $\omega$  la frecuencia angular de la luz.

Para determinar el torque aplicado se requiere medir el cambio en el flujo de momentum angular, es decir:

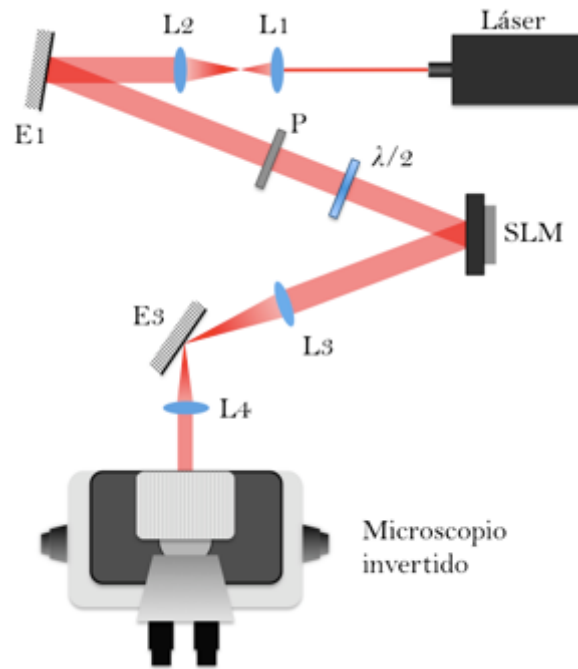
$$\tau = \frac{\Delta\sigma_s P}{\omega} \quad (17)$$

De esta forma, midiendo el cambio en el estado de polarización circular, que sufre un haz cuando pasa a través de una muestra a la que le ejerce torsión, es posible determinar el torque. Esto permite además la aplicación directa en estudios de microrreología y el estudio de microfluidos, así también como el diseño de microbombas.

### 6.3. MATERIALES Y MÉTODOS

En primer lugar, para la generación de haces con momentum angular orbital se hace uso de un sistema de pinzas ópticas holográfico con un modulador espacial de luz trabajando en modo puro de fase. El montaje experimental es análogo al presentado en el capítulo anterior salvo que para este caso fue desarrollado en el Laboratorio de Óptica del Centro de Óptica y Fotónica (CEFOP) de la Universidad de Concepción, en Concepción, Chile, pero igualmente basado en un microscopio invertido Nikon Eclipse Ti-U. Se empleó un modulador Holoeye HEO 1080 P: High-Resolution LCOS Phase Only Spatial Light Modulator, el cual es ventajoso respecto al modulador LC-R 720 que posee el Laboratorio de Óptica, que no es un modulador puro de fase, y además, los modos Laguerre – Gauss son muy sensibles a aberraciones y su generación holográfica es exigente respecto a la eficiencia de difracción. El modulador Holoeye HEO 1080 P es de cristal líquido en fase nemática con alineación paralela, al cual se le determinó que la incidencia de luz linealmente polarizada, con el plano de polarización a  $88^\circ$  con la vertical, es la óptima para trabajar el fase. La optimización fue realizada por María Isabel Álvarez Castaño durante una pasantía en el mes de enero de 2010. Las instalaciones del CEFOP fueron amablemente facilitadas por el Profesor Carlos Saavedra, Director Científico del Centro.

En la Figura 6.4 se muestra el esquema del montaje utilizado. A diferencia del montaje holográfico mostrado en el capítulo anterior, donde era necesaria una cuidadosa preparación del estado de polarización elíptico del haz incidente sobre el modulador, y un filtro de polarización para el haz saliente del mismo, con el modulador puro de fase de alineación paralela solo es necesario ajustar el ángulo del plano de polarización de la luz incidente mediante un polarizador y una lámina de media onda.



**Figura 6.4.** Esquema del montaje de pinzas ópticas holográficas para la generación de haces con momentum angular orbital. El polarizador P y la lámina de media onda ajustan el ángulo del plano de polarización para optimizar la modulación pura de fase.

Para mostrar la transferencia de momentum angular angular se utilizó entonces un láser linealmente polarizado, que no posee momentum angular de espín, para generar pinzas ópticas con morfología anular. En estas pinzas se atraparon microesferas de poliestireno de  $1\mu\text{m}$  de diámetro suspendidas en agua. Se utilizaron cargas de momentum angular tales que la relación de aspecto entre el diámetro del anillo y el diámetro de las partículas fuera tal que se vieran forzadas a orbitar alrededor de la zona oscura.

Para la transferencia de momentum angular de espín se utilizó el sistema de pinzas ópticas básicas propio, con un microscopio invertido Nikon Eclipse Ti-U y un objetivo de microscopio Nikon CFI Apo TIRF 100x con 1.49 de apertura numérica y el mismo láser señalado anteriormente. En este caso, justo antes de ingresar al microscopio invertido se ubicó una lámina de media onda en una montura rotatoria de tal forma que se pueda girar el plano de polarización de la luz láser

linealmente polarizada. Con esto es posible atrapar una partícula, con forma o composición adecuada, para ser manipulada en traslación y rotación de forma controlada en un sistema de pinzas ópticas. La montura rotatoria utilizada es la THORLABS PRM1/MZ8E junto con el TDC001 DC Servo Controller, que permite control a través del computador de la orientación de la montura con alta resolución y precisión: incrementos mínimos de  $25\text{arcseg}$  y una precisión máxima de  $0.08\%$  en todo el rango de  $360^\circ$  continuos.

Para los experimentos en los que se requiere luz con estado de polarización circular, se agrega una lámina de cuarto de onda, la cual, junto con la de media onda, producen cualquier clase de estado de polarización elíptico.

El montaje experimental para la medida de torque tiene dos partes: la primera es el sistema de pinzas ópticas básico que se mencionó anteriormente y se mostró en el capítulo anterior, y la segunda es un analizador de estado de polarización circular. Este analizador determina el grado de polarización circular de la luz de atrapamiento luego de que pasa a través de la muestra. En la Figura 6.5 se muestra el esquema del montaje desde que ingresa el láser al microscopio. La luz que es enfocada por el objetivo de microscopio y que pasa a través de la muestra, es colectada por la lente condensadora para ser dirigida hacia el analizador de estado de polarización circular por el espejo dicróico ED2 y el espejo E.

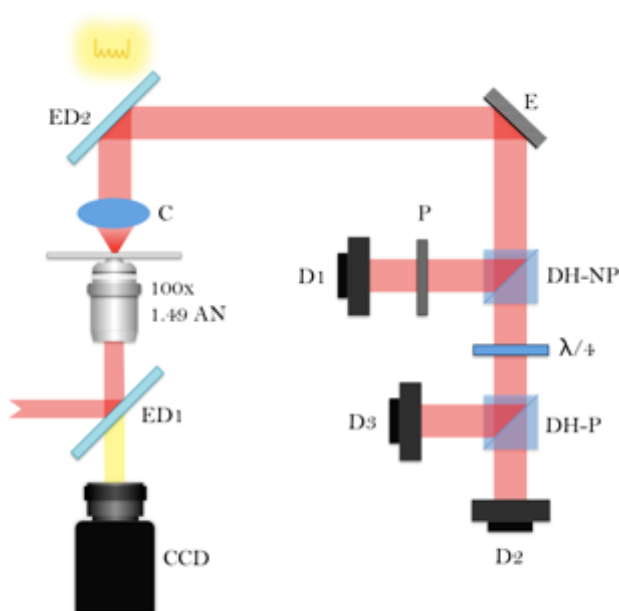


Figura 6.5. Montaje experimental para la medida de torque por transferencia de momentum angular de espín. La luz que ingresa al microscopio y es concentrada por el objetivo de microscopio, es dirigida por el espejo dicróico ED2 y el espejo E hacia un analizador de estado de polarización circular a través del cual se puede medir el torque aplicado a partículas birrefringentes rotantes y su velocidad de rotación.



Luego del espejo E, una fracción de la luz es desviada por un divisor de haz no polarizado DH-NP hacia el detector D1 con un polarizador lineal antepuesto. Esta combinación permite registrar la rotación de la partícula birrefringente puesto que la luz que pasa por ella está en términos generales elípticamente polarizada, lo cual puede pensarse como una combinación de un componente lineal con uno circular. La parte linealmente polarizada sigue la rotación del eje óptico de la partícula atrapada de tal manera que la señal capturada por el detector D1 es la componente lineal rotante modulada por la Ley de Malus al pasar por el polarizador, sumado a un nivel DC del componente circular. Por la simetría de las partículas birrefringentes, la frecuencia de rotación registrada a partir de la señal en D1 corresponde al doble de la frecuencia de rotación de la partícula. El detector D1 utilizado es el THORLABS S130C, fotodiodo sensor de potencia óptica, con interfaz a computador PM100USB, también de THORLABS.

Los detectores D2 y D3 se utilizan para medir el estado de polarización circular; una lámina  $\lambda/4$  se sitúa antes de un cubo divisor de haz polarizado DH-P con el eje rápido orientado a  $45^\circ$  de los ejes de polarización del cubo. De esta forma cada detector mide uno de los dos componentes circulares ortogonales y se obtiene el grado de polarización circular (Parkin et al., 2007). Estos detectores son THORLABS S120C e interfaz a computador PM100USB.

Se utilizó el programa PM100 – PM200 Multi Power Meter, diseñado específicamente para las interfaces y provisto por THORLABS con la capacidad de conectar hasta seis sensores, para la adquisición de las tres señales de los detectores simultáneamente y grabar los archivos de datos en formato de texto plano. Cada uno de los sensores es separado en canales individuales.

Las partículas utilizadas son microesferas de carbonato de calcio en el polimorfo llamado vaterita. Estas partículas son notablemente apropiadas para una gran cantidad de aplicaciones en pinzas ópticas y medidas de transferencia de momentum angular gracias a su forma casi perfectamente esférica, con una asféricidad del 3% (Bishop et al., 2004), y una birrefringencia efectiva de  $\Delta n = 0.06$  (Parkin et al., 2009).

Existen varios métodos para la producción de microesferas de vaterita (Lyu et al., 1999; Shivkumara et al., 2006; Cai et al., 2008); sin embargo, por lo simple del método y los buenos resultados, el método mostrado por el grupo de Rubinsztein-Dunlop fue el utilizado (Nieminen, Heckenberg, et al., 2001; Parkin et al., 2007, 2009).

Para la síntesis de vaterita se necesitan tres soluciones acuosas 0.1M de  $\text{CaCl}_2$ ,  $\text{K}_2\text{CO}_3$  y  $\text{MgSO}_4$ . Estas sustancias son comunes y fáciles de adquirir, aunque el cloruro de calcio se encuentra generalmente dihidratado y el sulfato de magnesio heptahidratado. En la Tabla 6.1 se muestran las

cantidades necesarias de solutos para la preparación de 5ml de las soluciones con una concentración de 0.1M para la síntesis de vaterita, tanto para el caso de tener las sustancias anhidras como hidratadas.

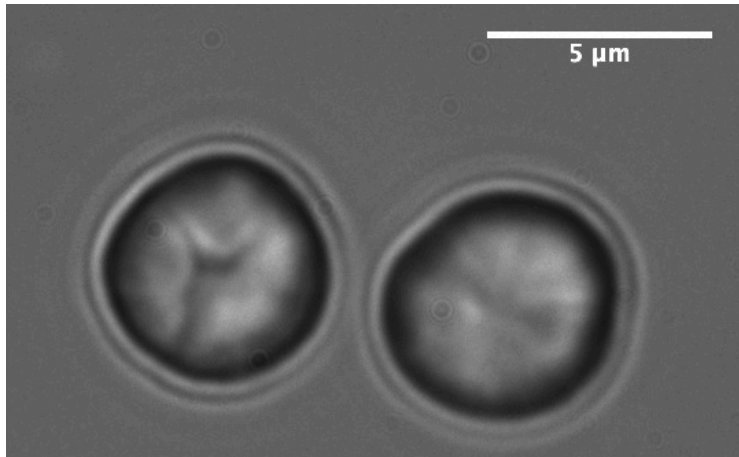
**Tabla 6.1. Cantidades requeridas en miligramos para la preparación de 5 ml de soluciones acuosas 0.1M de sulfato de magnesio, cloruro de calcio y carbonato de potasio; tanto para el caso de sustancias anhidras como hidratadas. Estas soluciones son empleadas en la síntesis de vaterita.**

Sustancia	Anhidra (mg)	Hidratada (mg)
$MgSO_4(H_2O)_7$	60,18	123,24
$CaCl_2(H_2O)_2$	55,49	73,51
$K_2CO_3$	69,102	-

La preparación tiene dos partes: en primer lugar se hace una solución semilla y luego se utiliza ésta como generadora de puntos de nucleación en una nueva solución; lo que permite un crecimiento de una población de partículas más pareja y en mayor cantidad. Para la solución semilla se mezclan en un tubo de ensayo 3ml de la solución de  $CaCl_2$  con 0.120ml de  $MgSO_4$ , y luego con 0.180ml de  $K_2CO_3$ ; Se agita muy bien la mezcla y se agrega alguna sustancia para estabilizar los productos. El equipo de Rubinsztein-Dunlop utiliza unas pocas gotas de Agepon, un agente humectante de Agfa; para nuestro caso se utilizó con muy buenos resultados una sustancia similar de Kodak: Kodak Photo – Flo, ya que es realmente difícil encontrar Agepon. Sin embargo, se puede utilizar cualquier tensoactivo no iónico, u otra sustancia apropiada que evite la transformación de fase de la vaterita en calcita, principalmente.

La segunda parte requiere las mismas tres soluciones utilizadas para la solución semilla. Se mezclan en un tubo de ensayo 5ml de  $CaCl_2$  con 1.5ml de  $MgSO_4$ ; después de mezclar muy bien se agregan 1ml de  $K_2CO_3$  seguido por una gota de la solución semilla. Se agita vigorosamente y se deja reposar por unos 5 minutos, luego de los cuales se agregan las gotas de estabilizante, Kodak Photo – Flo en este caso. El resultado es una solución de partículas esféricas de vaterita monodispersas. Esta solución puede ahora emplearse como una nueva solución semilla para una nueva población aún más densa y homogénea.

Empíricamente se encuentra que el diámetro de las partículas y la uniformidad y esfericidad varían notablemente con la forma y la duración de la agitación en el proceso de síntesis. Sin embargo, no hay trabajos publicados sobre los factores que determinan las características finales de las partículas de vaterita. No obstante, una labor juiciosa en el laboratorio y la depuración sistemática de los diferentes procedimientos y variables, como la temperatura, es suficiente para tener protocolos propios para tener cierto grado de control sobre el crecimiento de las microesferas. Dada la facilidad del proceso y lo común de las sustancias utilizadas, repetir la cantidad de veces necesaria para lograr estos criterios no representa ningún problema.



**Figura 6.6.** Partículas de vaterita suspendidas en agua, sintetizadas por el método de la solución semilla. Las partículas tienen forma esferoide, con algunas de mayor o menor esfericidad.

También se pueden utilizar sustancias para funcionalizar la superficie de las microesferas según necesidades particulares del experimento a realizar como adherencia o reactividad, por ejemplo. La Figura 6.6 muestra una partícula de vaterita sintetizada por el método anterior.

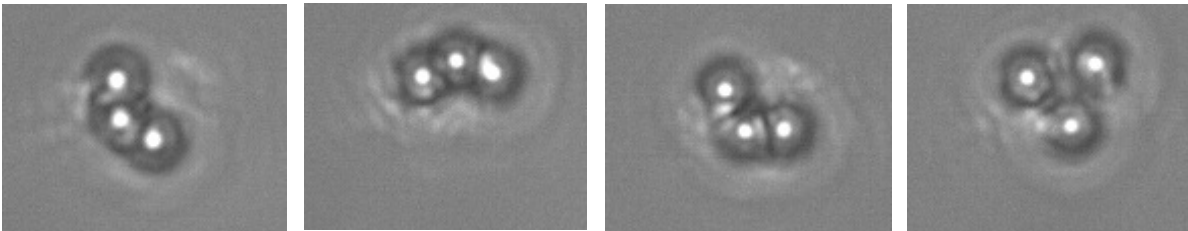
Las imágenes registradas en el microscopio fueron calibradas utilizando un Target de resolución USAF 1951 negativo de THORLABS con los objetivos de 60x y 100x, y con las magnificaciones adicionales propias del microscopio Nikon Eclipse Ti-U, para magnificaciones totales de 600x, 900x, 1000x y 1500x. La cámara que se utilizó es la Basler Scout scA1390-17gm, de 1392x1040 píxeles y un tamaño de pixel de  $4.64\mu\text{m} \times 4.64\mu\text{m}$ . El target se puso sobre una gota de agua en un cobre objetos y se tomaron imágenes del elemento 6 del grupo +7, figura. A partir de las dimensiones conocidas se estableció que, para el caso más importante y útil del objetivo de 100x con magnificación adicional de 1.5x, se tiene una relación de 30.46nm/píxel. Esta calibración permite determinar tamaños y distancias para una gran cantidad de aplicaciones y medidas.



**Figura 6.7.** Elemento 6 del grupo +7 de un target de resolución USAF 1951 negativo, visto en el microscopio Nikon Eclipse Ti-U con una magnificación de 1500x.

## 6.4.RESULTADOS

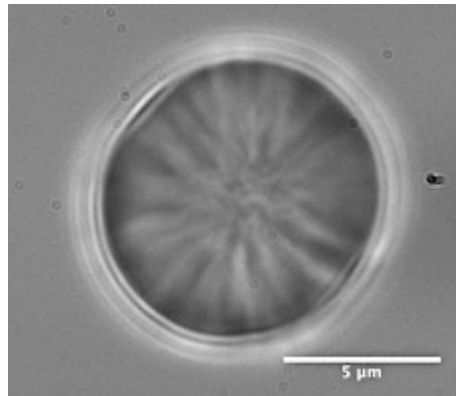
En la Figura 6.8 se muestran tres microesferas de poliestireno de  $1\mu\text{m}$  de diámetro atrapadas en una trampa anular con carga de momentum angular orbital  $l=5$ . Las tres partículas orbitan alrededor del centro de la trampa como resultado de la transferencia de momentum angular. El diámetro del anillo, que no se observa por el filtro del espejo dicróico, es de aproximadamente tres veces el diámetro de las partículas. El sentido de giro se invierte cuando se cambia el signo de la carga de momentum angular orbital.



**Figura 6.8. Partículas de poliestireno de  $1\mu\text{m}$  de diámetro girando alrededor del centro de una trampa con distribución de intensidad anular y carga de momentum angular orbital de  $l=5$ .**

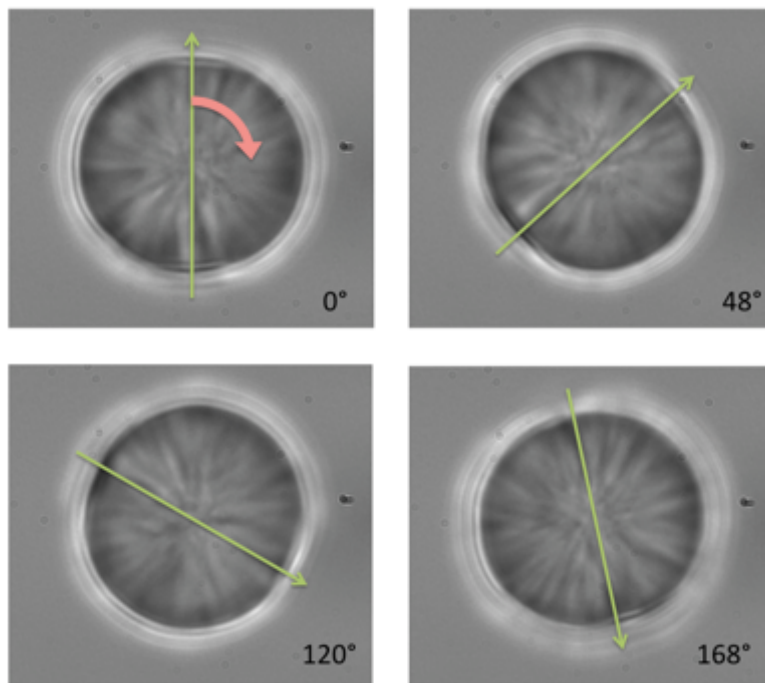
Se encontró también algo que es comúnmente mencionado en muchos trabajos de pinzas ópticas holográficas: al adicionar cargas de hasta  $l = \pm 2$  a las trampas, de tal forma que la partícula sea comparable en tamaño al diámetro del anillo, resulta más fácil atraer y retener partículas como consecuencia de la muy alta divergencia justo antes y justo después del foco, característica de los haces Laguerre – Gauss. Sin embargo, se hicieron muy notorias las limitaciones en la profundidad de modulación de fase y las aberraciones introducidas por el modulador Holoeye LC-R 720 con el que contamos en el Laboratorio, para generar efectivamente haces con singularidades de fase. Solo obtuvimos buenos resultados para cargas de momentum angular menores o iguales a  $l = \pm 2$ , por lo cual se hace necesaria la implementación de algoritmos o procedimientos de corrección de aberraciones en el modulador para la generación de haces de orden superior. Sin embargo, se debe tener en cuenta que esta corrección sería parcial por la limitación de fase.

Por otra parte, utilizando partículas birrefringentes de vaterita en un sistema de pinzas ópticas básico se experimentó la rotación controlada de las mismas utilizando su capacidad para alinearse con el plano de polarización cuando la luz de atrapamiento está linealmente polarizada. La partícula utilizada para este caso, que se sintetizó según el procedimiento explicado anteriormente, se muestra en la Figura 6.9.



**Figura 6.9.** Partícula birrefringente de vaterita utilizada para experimentar la rotación con ángulo controlado por rotación del plano de polarización.

Desde la interfaz de computador de la montura rotante se ajusta el ángulo al cual se quiere alinear la partícula. Desde el momento en que se atrapa la partícula, ésta se orienta su eje óptico con el plano de polarización. Desde ahí, rotando el plano de polarización por medio de una montura rotante con una lámina de media onda, la partícula no solo puede ser trasladada, sino que también puede rotarse sobre sí misma un ángulo determinado. Además, con una continua rotación del plano de polarización, se puede girar uniformemente la partícula hasta una velocidad de rotación limitada por la viscosidad del medio.



**Figura 6.10.** Partícula birrefringente de vaterita siendo rotada a través de la rotación del plano de polarización de la luz de atrapamiento. El ángulo de rotación se establece por medio de una montura rotante controlada por computador.

Durante el proceso de rotación la partícula está ligeramente atrasada respecto a la lámina de media onda por acción de la inercia y la viscosidad. Sin embargo, cuando se detiene la rotación al llegar al ángulo deseado, la partícula se estabiliza y solo sufre pequeñas desviaciones debidas al movimiento browniano. En una pinza óptica con suficiente potencia y un haz con un estado de polarización lineal muy bien definido, estas desviaciones se pueden minimizar hasta hacerse despreciables. En la Figura 6.10 se muestra un partícula birrefringente de vaterita rotada sobre sí misma a varios ángulos. El eje de rotación es paralelo a la dirección de propagación de la luz de atrapamiento.

La transferencia de momentum angular de espín se realizó utilizando luz circularmente polarizada para el atrapamiento, y microesferas birrefringentes de vaterita igualmente. El montaje experimental consiste en un sistema de pinzas ópticas básico acoplado a un analizador de estado de polarización circular. El sistema desarrollado se muestra en la Figura 6.11, donde se enmarcan las dos partes. El haz que pasó a través de la muestra es llevado al analizador por medio de un espejo dicróico, que permite el paso de la iluminación, y un arreglo de espejos a manera de periscopio.

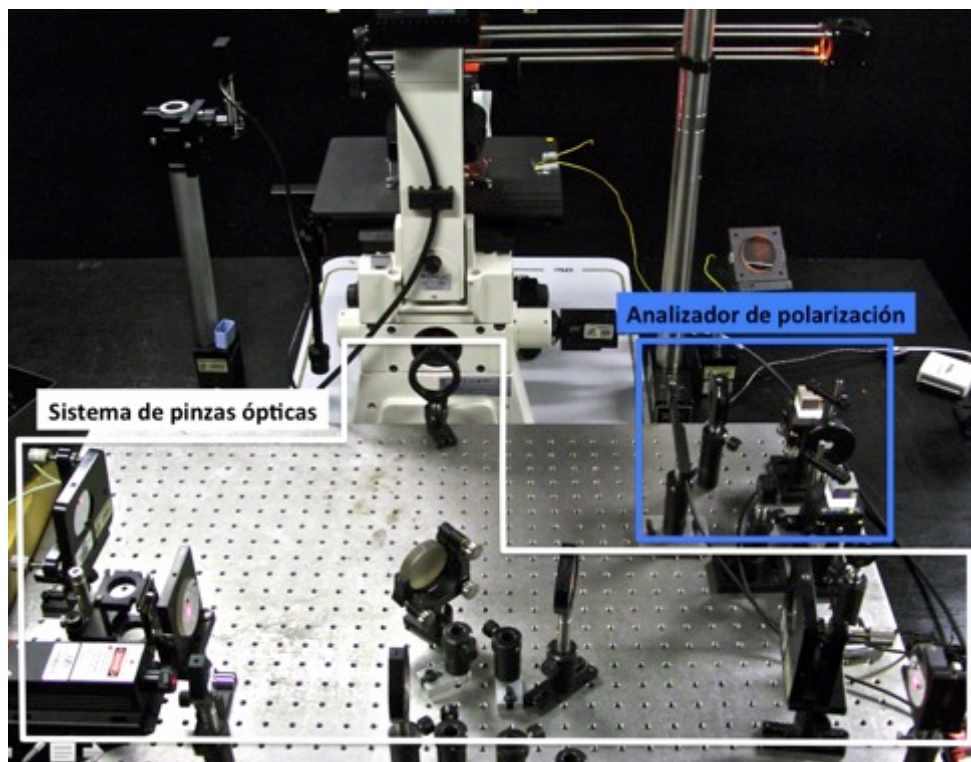
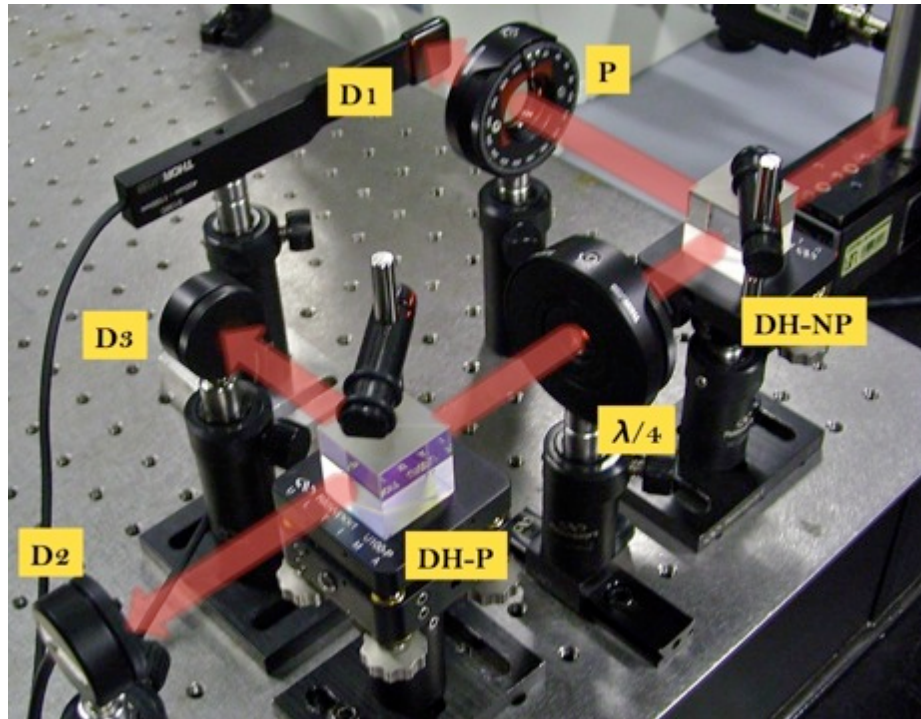


Figura 6.11. Montaje para la transferencia de momentum angular de espín. El marco blanco señala el sistema de pinzas ópticas que lleva el haz hacia el objetivo del microscopio. El marco azul destaca el analizador de estado de polarización circular, el cual recibe la luz de atrapamiento que pasó a través de la muestra.

El analizador de estado de polarización circular, que recibe la luz de atrapamiento que pasó a través de la muestra, está detallado en la Figura 6.12.



**Figura 6.12.** Analizador de estado de polarización circular utilizado para establecer la transferencia de momentum angular de espín entre la luz de atrapamiento y la muestra.

Las partículas atrapadas en la trampa fueron forzadas a rotar por acción de la interacción de la luz circularmente polarizada. La velocidad de rotación llega a un límite definido por parámetros hidrodinámicos y la potencia del láser de atrapamiento, que aumenta o disminuye el flujo de momentum angular de espín. Frecuencias de rotación de hasta unos 50Hz fueron registradas, para varios medios y diferentes tamaños de partículas. En la Figura 6.13 se ven dos imágenes de partículas de vaterita atrapadas y girando. La imagen de la izquierda muestra una microesfera que se encuentra en un medio turbio entre dos partículas estáticas utilizando toda la potencia del láser de atrapamiento. En la escena, los cuerpos más pequeños que están dispersos en la muestra son forzados a girar en torno a la microesfera rotante por acción de la turbulencia generada en los alrededores; este efecto es mucho más notorio en el video del cual se tomó el cuadro.

En cambio, la imagen derecha en la Figura 6.13 es una microesfera de vaterita girando en un medio menos turbio, el cual ha sido diluido con agua destilada. Aquí, la potencia utilizada es solamente un 12.5% de la potencia máxima de láser y la frecuencia de giro es menor y más uniforme.

Como se comentó anteriormente, la señal del detector D1 registra la rotación de la partícula y permite establecer su frecuencia de giro. Por otra parte, los detectores D2 y D3 miden las porciones de las componentes ortogonales de polarización circular presentes en el haz, con lo cual

se establece el grado de polarización circular. En la Figura 6.14 se muestra un ejemplo de las señales típicas que se tiene durante el proceso de medida de transferencia de momentum orbital de espín a una microesfera birrefringente atrapada.

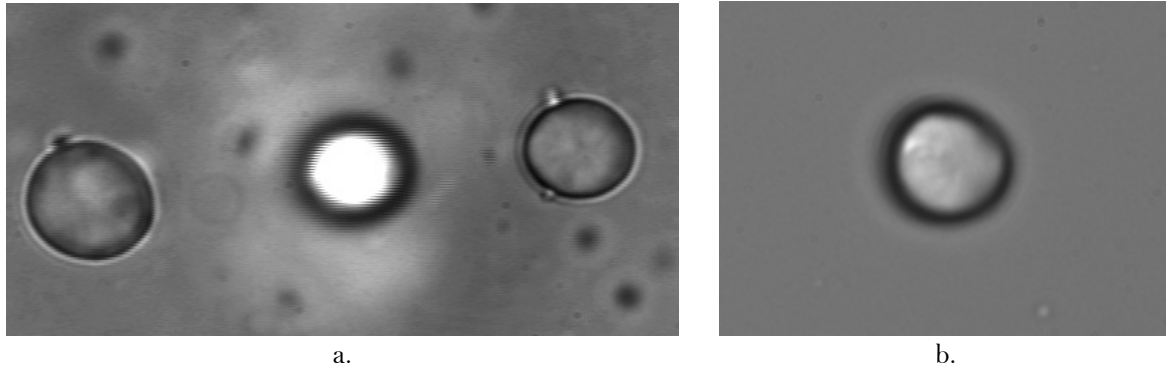


Figura 6.13. Partículas de vaterita girando atrapadas en una pinza óptica. En la imagen a) la partícula gira en un medio turbio con presencia de otras microesferas estáticas y otros cuerpos de menor tamaño que son movidos por la turbulencia generada. La partícula en b) está en un medio diluido, girando a menor velocidad debido a que la potencia del láser es menor.

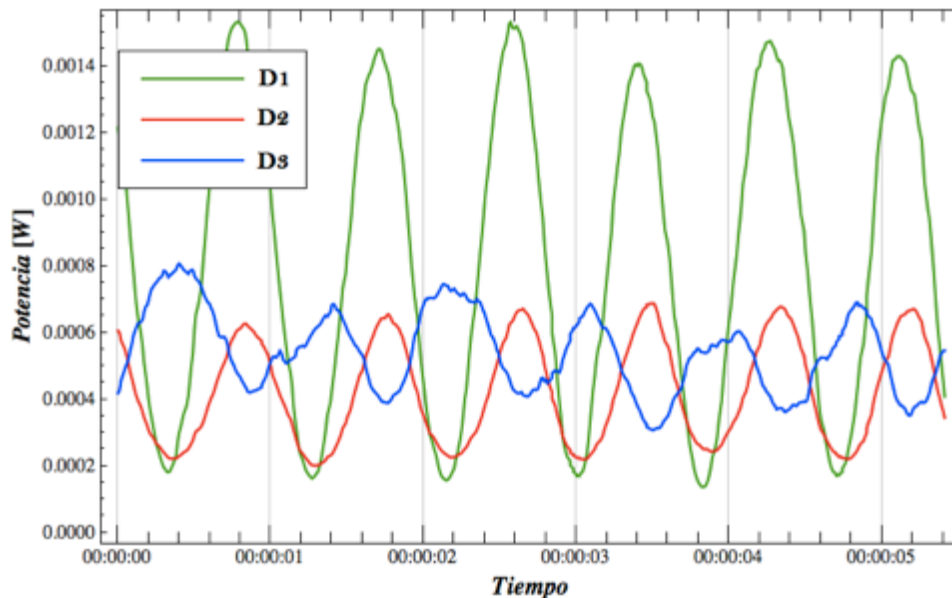


Figura 6.14. Señales típicas registradas por los detectores del analizador de estado de polarización circular para una partícula de vaterita atrapada en una pinza óptica con luz circularmente polarizada.

La frecuencia a la cual gira la partícula atrapada varía con la potencia de atrapamiento. Sin embargo, aunque la frecuencia límite a la cual puede llegar a girar la microesfera está determinada por el arrastre viscoso dependiente de las condiciones hidrodinámicas de los alrededores y la forma de la partícula, se ha mostrado que a partir de cierta potencia de atrapamiento, la luz que absorbe la partícula provoca, no solo el calentamiento de la misma, sino también el calentamiento de los



alrededores con la consecuente variación de la viscosidad y arrastre (Bishop et al., 2004), que pueden aumentar la frecuencia de giro. En la figura se muestran las señales del detector D1 en un periodo de dos segundos para cuatro potencias de atrapamiento. Se utilizaron filtros de densidad neutra para ajustar porcentajes conocidos respecto a la potencia máxima del láser.

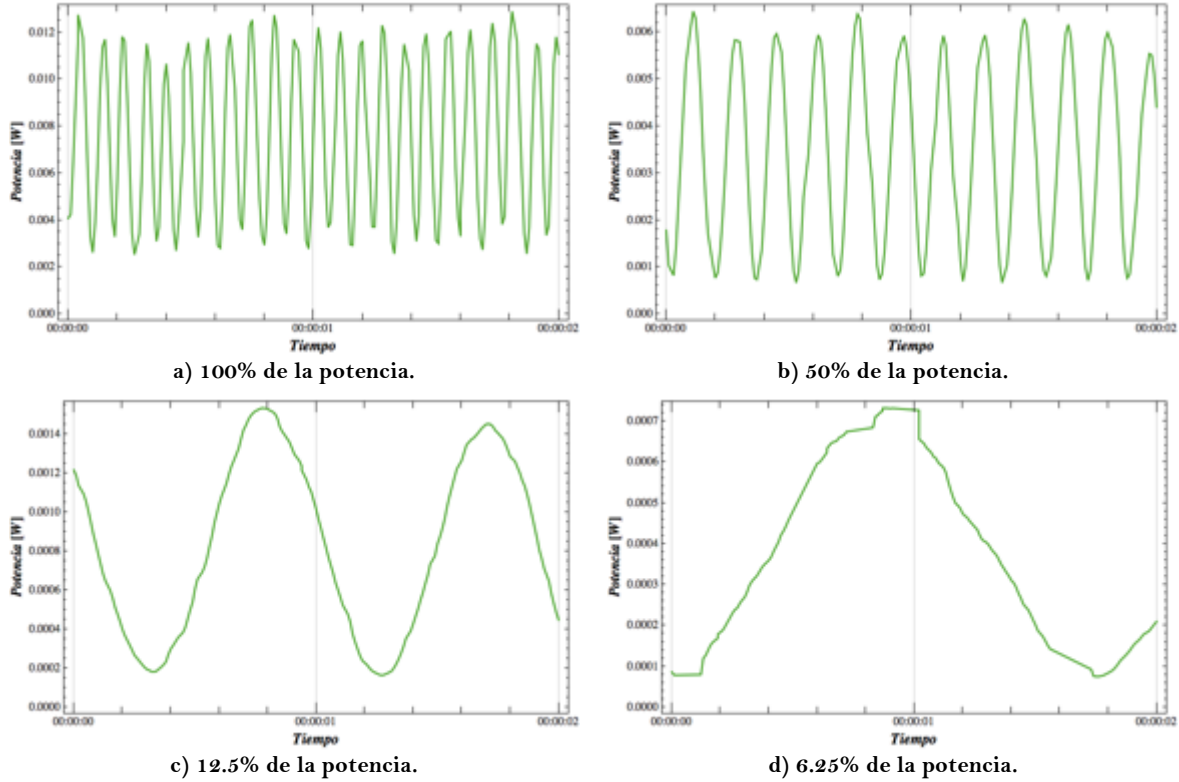


Figura 6.15. Señales del detector D1 durante un periodo de dos segundos para varios niveles de potencia del haz de atrapamiento. Se puede ver que la frecuencia de giro de la partícula atrapada disminuye con la potencia del láser.

Como era de esperarse, se encuentra una relación de proporcionalidad directa entre la frecuencia angular de giro de la partícula  $\Omega$  y la potencia del láser de atrapamiento. Esto viene de la ecuación para el torque de arrastre viscoso  $\tau_A$  para una esfera en un régimen de número de Reynolds bajo (Parkin et al., 2007):

$$\tau_A = 8\pi\eta a^3 \Omega \quad (18)$$

donde  $a$  es el radio de la esfera,  $\eta$  es la viscosidad del medio y  $\Omega$  la frecuencia angular de rotación. Cuando la partícula se encuentra rotando en estado estacionario, se igualan los torques de arrastre y el torque óptico. De esta forma, podemos igualar las ecuaciones (17) y (18) obteniendo una ecuación que relaciona el cambio en el estado de polarización circular de la luz, la

geometría de la partícula, la frecuencia angular de giro y la potencia y frecuencia angular de la luz de atrapamiento:

$$\Omega = \frac{\Delta\sigma_s}{8\pi\eta a^3\omega} P \quad (19)$$

A partir de las señales del detector D1 se midieron las frecuencias angulares de giro de las partículas atrapadas para cuatro niveles porcentuales de potencia respecto a la potencia máxima del láser. El resultado, como era de esperarse, es una recta por el origen que se muestra en la figura.

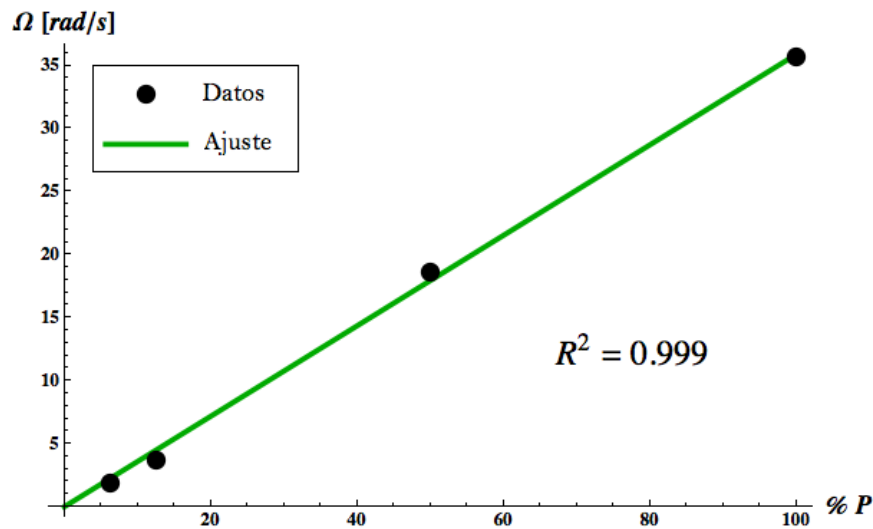


Figura 6.16. Relación entre la frecuencia angular de giro de las partículas de vaterita atrapadas por luz circularmente polarizada y valores porcentuales de potencia respecto a la potencia máxima del láser de atrapamiento.

Una de la mayores dificultades para la medida del torque óptico ejercido sobre las partículas atrapadas es la medida de la potencia de la luz de atrapamiento justo en el foco. La estrategia que utilizamos consiste en aprovechar la ecuación (19), el conocimiento de la viscosidad del agua a la temperatura de la muestra y la capacidad de medir el radio de la partícula atrapada, para extraer la potencia, puesto que los demás parámetros como la frecuencia angular de la luz, la frecuencia angular de giro de la partícula y el cambio en el grado de polarización, son conocidos o lo podemos medir directamente.

Para la medida del radio de la partícula se utiliza procesamiento y análisis de imágenes de dos partículas con gran similitud que se manipulan hasta ponerlas en contacto; una de estas partículas será la que se utilice para medir. Se ha mostrado que midiendo la distancia entre los centros de las

dos partículas se obtiene una medida del radio con incertidumbres menores a 40nm (Bishop et al., 2004). Esto es muy importante debido a la dependencia cuadrática con el radio.

Se utilizó una muestra en agua destilada a 23°C con una microesfera de vaterita atrapada y forzada a rotar utilizando un 6.25% de la potencia del láser. Con esto se estableció que la potencia en el foco es de 8.23mW, y por lo tanto, el 100% de la potencia corresponde a 131.7mW.

Para evitar efectos de calentamiento, en una segunda muestra, se utilizó la mitad de la potencia, 65.85mW, para medir la viscosidad del medio. El radio de la partícula de prueba fue de 3.65µm y la temperatura fue de 23°C igualmente. Con esto se obtuvo una viscosidad para el agua de  $9.89 \times 10^{-4} \text{Pa} \cdot \text{s}$  que es cercana a los  $9.325 \times 10^{-4} \text{Pa} \cdot \text{s}$  que se reporta para agua destilada a 23°C (Bishop et al., 2004). Se debe tener en cuenta que la viscosidad del agua cambia rápidamente con la temperatura y la presencia de otras sustancias, por lo cual este resultado se puede considerar bastante bueno.

El torque promedio que se le aplicó a la partícula usada para medir viscosidad también se estableció según los procedimientos descritos; su valor correspondió a  $2.25 \times 10^{-17} \text{N} \cdot \text{m}$ .

Se tiene entonces un sistema capaz de ejercer rotación controlada, en frecuencia y ángulo, el cual permite la aplicación del sistema de pinzas ópticas en áreas como el estudio y la generación de microflujos, la microrreología y el diseño de microbombas en ambientes hostiles para otras técnicas como los MEMS.

El uso de múltiples partículas rotantes permite la generación de flujos con dirección y velocidad controlada, ya que con este sistema es posible manipular múltiples partículas simultáneamente y variar la velocidad a la cual se pueden forzar a rotar.

La capacidad de controlar con alta precisión el ángulo al cual se gira una partícula y de medir por métodos ópticos la dinámica rotacional de partículas casi perfectamente esféricas, permite la aplicación en sensores y actuadores torsionales en la escala micro y nanométrica.

Con el sistema desarrollado, una adecuada estimación de la potencia de atrapamiento en el foco permite realizar medidas de viscosidad local de forma totalmente óptica y en ambientes como células o microvolúmenes.

## 7. CONCLUSIONES

---

Como resultado de este trabajo se logró por primera vez en el país un sistema de pinzas ópticas caracterizado, que no solo permite la manipulación, sino también la cuantificación de las fuerzas ejercidas o sufridas por las partículas atrapadas. Además, el sistema cuenta con la capacidad de aplicar rotaciones y torques controlados, que posibilitan la incursión en áreas de aplicación como la microrreología o la microfluídica. Se presentaron también las herramientas teóricas básicas suficientes para comprender los fenómenos en el atrapamiento óptico, la calibración de las fuerzas y la transferencia de momentum angular entre luz y materia. En específico:

- Se mostraron las dos principales aproximaciones teóricas para el modelamiento de las fuerzas en una pinza óptica: Régimen de Mie y Régimen de Rayleigh. Estos acercamientos permiten tener una idea teórica y fenomenológica muy útil para el desarrollo de cálculos y estrategias de diseño y optimización, en los casos en los que sus rangos de aplicabilidad lo perminten. Sin embargo, el marco conceptual del esparcimiento de Rayleigh permite tener una noción más cercana a los verdaderos fenómenos que dan origen a las fuerzas ópticas, lo cual es muy importante puesto que brinda la posibilidad de entender mejor el sistema y diseñar estrategias para la implementación y aplicación.
- Aunque existen varias estrategias teóricas para el cálculo exacto de las fuerzas, se comentaron algunas de las más importantes, en la práctica es más útil tener una primera idea aproximada de las características del sistema, e implementar estrategias de calibración y control experimental, de tal manera que el sistema sea capaz de aplicarse a muestras que no necesariamente tengan las características ideales requeridas para que los cálculos teóricos sean realizables.
- Se presentaron varias técnicas de calibración de las fuerzas y elasticidad de las pinzas. Entre éstas, el método del análisis del espectro de potencia de la posición de las partículas en la pinza y el teorema de equipartición, fueron detalladas teórica y experimentalmente. Con estos métodos se realizó la calibración del sistema y se determinaron las relaciones de la elasticidad de la pinza con la potencia del haz de atrapamiento y el diámetro de la partícula atrapada. Los resultados experimentales de elasticidad y sus variaciones corresponden a los valores y tendencias reportadas en otros trabajos, lo que valida el sistema implementado y los elementos y procesos que lo constituyen.
- El sistema desarrollado cuenta con los equipos y programas de adquisición en tiempo real necesarios para caracterizar y medir las fuerzas que ejerce, para una amplia gama de

partículas y muestras. Esto posibilita la inmediata inserción de esta herramienta en una gran cantidad de aplicaciones.

- El estado de polarización de la luz de atrapamiento afecta notoriamente la simetría de las elasticidades transversales de la pinza. Estos efectos se pueden disminuir utilizando luz circular o casi circularmente polarizada. Por otra parte, encontramos que las variaciones en la potencia del láser afectan fuertemente la calibración, es por eso que es necesario un control muy cuidadoso de la potencia del haz de atrapamiento, con el cual no contábamos en un principio, pero que fue solucionado con un nuevo láser con estabilidad garantizada.
- Mediante la utilización de haces helicoidales y diferentes estados de polarización, se mostro la transferencia de momentum angular entre la luz de atrapamiento y las partículas atrapadas. De esta forma, se logró la rotación controlada, en frecuencia y ángulos, de partículas.
- Se sintetizaron partículas birrefringentes de vaterita, las cuales mostraron sus ventajas para la ejecución de torque por transferencia de momentum angular de espín, y su aplicación en la medida de viscosidad en microvolúmenes, con previa medida de la potencia del haz de atrapamiento en el foco. La facilidad de su producción y las dimensiones y forma logradas, las hacen ideales para muchas aplicaciones.+
- Es posible controlar la elasticidad de la pinza, el torque aplicado a una partícula birrefringente que rota, y su velocidad angular, a través del control de la potencia de atrapamiento, con relaciones lineales.
- El equipo y los procedimientos implementados hacen posible la medida de torques, frecuencias y ángulos de giro de las partículas atrapadas, por medios ópticos no invasivos.
- El sistema de pinzas ópticas desarrollado, sus componentes, programas de registro, control y calibración, constituyen una herramienta con prestaciones de primer nivel, que se realiza por primera vez en el país. Los resultados experimentales logrados demuestran que ahora se cuenta con una técnica confiable, de alta precisión y un inmenso potencial de aplicación.

## 8. REFERENCIAS

---

- Allen, L., Beijersbergen, M.W., Spreeuw, R.J.C., Woerdman, J.P., 1992. Orbital angular momentum of light and the transformation of Laguerre-Gaussian laser modes. *Physical review. A* 45, 8185-8189.
- Arlt, J., Padgett, M.J., 2000. Generation of a beam with a dark focus surrounded by regions of higher intensity: the optical bottle beam. *Optics letters* 25, 191-3.
- Ashkin, A., 1970. Acceleration and trapping of particles by radiation pressure. *Physical Review Letters* 24, 156-159.
- Ashkin, A., 1984. Stable radiation-pressure particle traps using alternating light beams. *Optics letters* 9, 454-6.
- Ashkin, A., 1998. Forces of a single-beam gradient laser trap on a dielectric sphere in the ray optics regime. *Methods in cell biology* 55, 1-27.
- Ashkin, A., 2006. *Optical Trapping and Manipulation of Neutral Particles Using Lasers - A Reprint Volume with Commentaries*, October. World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd.
- Ashkin, A., Dziedzic, J.M., 1975. Optical levitation of liquid drops by radiation pressure. *Science* 187, 1073-1075.
- Ashkin, A., Dziedzic, J.M., 1980. Observation of light scattering from nonspherical particles using optical levitation. *Applied optics* 19, 660-8.
- Ashkin, A., Dziedzic, J.M., 1981. Observation of optical resonances of dielectric spheres by light scattering. *Applied optics* 20, 1803-14.
- Ashkin, A., Dziedzic, J.M., 1985. Observation of Radiation-Pressure Trapping of Particles by Alternating Light Beams. *Physical Review Letters* 54, 1245-1248.
- Ashkin, A., Dziedzic, J.M., 1987. Optical trapping and manipulation of viruses and bacteria. *Science* 235, 1517-1520.
- Ashkin, A., Dziedzic, J.M., Bjorkholm, J., Chu, S., 1986. Observation of a single-beam gradient force optical trap for dielectric particles. *Optics Letters* 11, 288.
- Bartlett, P., Henderson, S., 2002. Three-dimensional force calibration of a single-beam optical gradient trap. *Journal of Physics: Condensed Matter* 14, 7757-7768.
- Berg-Sørensen, K., Flyvbjerg, H., 2004. Power spectrum analysis for optical tweezers. *Review of Scientific Instruments* 75, 594.
- Beth, R., 1936. Mechanical Detection and Measurement of the Angular Momentum of Light. *Physical Review* 50, 115-125.

- Bingelyte, V., Leach, J., Courtial, J., Padgett, M.J., 2003. Optically controlled three-dimensional rotation of microscopic objects. *Applied Physics Letters* 82, 829.
- Bishop, A., Nieminen, T.A., Heckenberg, N.R., Rubinsztein-Dunlop, H., 2003. Optical application and measurement of torque on microparticles of isotropic nonabsorbing material. *Physical Review A* 68, 033802.
- Bishop, A., Nieminen, T.A., Heckenberg, N.R., Rubinsztein-Dunlop, H., 2004. Optical Microrheology Using Rotating Laser-Trapped Particles. *Physical Review Letters* 92, 14-17.
- Bonessi, D., Bonin, K., Walker, T., 2007. Optical forces on particles of arbitrary shape and size. *Journal of Optics A: Pure and Applied Optics* 9, S228.
- Cai, A., Xu, X., Pan, H., Tao, J., Liu, R., Tang, R., Cho, K., 2008. Direct Synthesis of Hollow Vaterite Nanospheres from Amorphous Calcium Carbonate Nanoparticles via Phase Transformation. *Journal of Physical Chemistry C* 112, 11324-11330.
- Capitanio, M., Romano, G., Ballerini, R., Giuntini, M., Pavone, F.S., Dunlap, D., Finzi, L., 2002. Calibration of optical tweezers with differential interference contrast signals. *Review of Scientific Instruments* 73, 1687.
- Carpentier, A.V.A.V., Michinel, H., Salgueiro, J.R.J.R., Olivieri, D., 2008. Making optical vortices with computer-generated holograms. *American Journal of Physics* 76, 916.
- Chu, S., Bjorkholm, J.E., Ashkin, A., Cable, A., 1986. Experimental observation of optically trapped atoms. *Physical Review Letters* 57, 314-317.
- Curtis, J.E., Koss, B.A., Grier, D.G., 2002. Dynamic holographic optical tweezers. *Optics Communications* 207, 169-175.
- Daria, V.R., Eriksen, R.L., Glückstad, J., 2003. Dynamic optical manipulation of colloidal systems using a spatial light modulator. *Journal of Modern Optics* 50, 1601-1614.
- Dasgupta, R., Mohanty, S.K., Gupta, P.K., 2003. Controlled rotation of biological microscopic objects using optical line tweezers. *Biotechnology letters* 25, 1625-8.
- Deng, Y., Bechhoefer, J., Forde, N.R., 2007. Brownian motion in a modulated optical trap. *Journal of Optics A: Pure and Applied Optics* 9, S256-S263.
- Denk, W., Webb, W.W., 1990. Optical measurement of picometer displacements of transparent microscopic objects. *Applied optics* 29, 2382-91.
- Dufresne, E.R., 1998. Optical tweezer arrays and optical substrates created with diffractive optics. *Review of Scientific Instruments* 69, 1974-1977.
- Dufresne, E.R., Spalding, G.C., Dearing, M.T., 2001. Computer-generated holographic optical tweezer arrays. *Review of Scientific.*

- Faucheux, L., Bourdieu, L., Kaplan, P., Libchaber, A., 1995. Optical thermal ratchet. *Physical review letters* 74, 1504-1507.
- Felgner, H., Müller, O., Schliwa, M., 1995. Calibration of light forces in optical tweezers. *Applied optics* 34, 977-82.
- Friese, M.E., Enger, J., Rubinsztein-Dunlop, H., Heckenberg, N.R., 1996. Optical angular-momentum transfer to trapped absorbing particles. *Physical review. A* 54, 1593-1596.
- Ganic, D., Gan, X., Gu, M., 2004. Exact radiation trapping force calculation based on vectorial diffraction theory. *Optics express* 12, 2670-5.
- Gauthier, R.C., Wallace, S., 1995. Optical levitation of spheres: analytical development and numerical computations of the force equations. *Journal of the Optical Society of America B* 12, 1680.
- Grier, D.G., 1997. Optical tweezers in colloid and interface science. *Current Opinion in Colloid Interface Science* 2, 264-270.
- Grier, D.G., 2003. A revolution in optical manipulation. *Nature* 424, 810-6.
- Harada, Y., Asakura, T., 1996. Radiation forces on a dielectric sphere in the Rayleigh scattering regime. *Optics Communications* 124, 529-541.
- He, H., Friese, M.E., Heckenberg, N.R., Rubinsztein-Dunlop, H., 1995. Direct observation of transfer of angular momentum to absorptive particles from a laser beam with a phase singularity. *Physical review letters*.
- He, H., Heckenberg, N.R., Rubinsztein-Dunlop, H., 1995. Optical Particle Trapping with Higher-order Doughnut Beams Produced Using High Efficiency Computer Generated Holograms. *Journal of Modern Optics* 42, 217-223.
- Kawauchi, H., Yonezawa, K., Kozawa, Y., Sato, S., 2007. Calculation of optical trapping forces on a dielectric sphere in the ray optics regime produced by a radially polarized laser beam. *Optics Letters* 32, 1839-1841.
- Keen, S., Leach, J., Gibson, G., Padgett, M.J., 2007. Comparison of a high-speed camera and a quadrant detector for measuring displacements in optical tweezers. *Journal of Optics A: Pure and Applied Optics* 9, S264-S266.
- Kitamura, N., Kitagawa, F., 2003. Optical trapping—chemical analysis of single microparticles in solution. *Journal of Photochemistry and Photobiology C: Photochemistry Reviews* 4, 227-247.
- Kuo, S.C., 2001. Using optics to measure biological forces and mechanics. *Traffic (Copenhagen, Denmark)* 2, 757-63.
- Lang, M.J., Asbury, C.L., Shaevitz, J.W., Block, S.M., 2002. An automated two-dimensional optical force clamp for single molecule studies. *Biophysical journal* 83, 491-501.



- Lang, M.J., Block, S.M., 2003. Resource Letter: LBOT-1: Laser-based optical tweezers. *American journal of physics* 71, 201-215.
- Liesener, J., Reicherter, M., Haist, T., 2000. Multi-functional optical tweezers using computer-generated holograms. *Optics Communications* 000, 1-6.
- Lyu, S.G., Park, S., Sur, G.S., 1999. The synthesis of vaterite and physical properties of PP/CaCO<sub>3</sub> composites. *Korean Journal of Chemical Engineering* 16, 538-542.
- Mazolli, A., Maia Neto, P.A., Nussenzveig, H.M., 2003. Theory of trapping forces in optical tweezers. *Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences* 459, 3021-3041.
- Moffitt, J.R., Chemla, Y.R., Smith, S.B., Bustamante, C., 2008. Recent advances in optical tweezers. *Annual review of biochemistry* 77, 205-28.
- Neto, P.A.M., Nussenzveig, H.M., 1999. Theory of Optical Tweezers. *Europhysics Letters* 50, 4.
- Neuman, K.C., Block, S.M., 2004. Optical trapping. *The Review of scientific instruments* 75, 2787-809.
- Nichols, E.F., Hull, G.F., 1903a. The Pressure Due to Radiation. (Second Paper.). *Physical Review (Series I)* 17, 26-50.
- Nichols, E.F., Hull, G.F., 1903b. The Pressure due to Radiation. *The Astrophysical Journal* 17, 315.
- Nieminen, T., Knöner, G., Heckenberg, N., Rubinsztein-Dunlop, H., 2007. Physics of optical tweezers. *Methods in cell biology* 82, 207-36.
- Nieminen, T., Loke, V., Stilgoe, A., Knöner, G., Brańczyk, A.M., Heckenberg, N., Rubinsztein-Dunlop, H., 2007. Optical tweezers computational toolbox. *Journal of Optics A: Pure and Applied Optics* 9, S196-S203.
- Nieminen, T., Rubinsztein-Dunlop, H., Heckenberg, N., 2001. Calculation and optical measurement of laser trapping forces on non-spherical particles. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer* 70, 627-637.
- Nieminen, T., Rubinsztein-Dunlop, H., Heckenberg, N., Bishop, A.I., 2001. Numerical modelling of optical trapping. *Computer Physics Communications* 142, 468-471.
- Nieminen, T.A., Heckenberg, N.R., Rubinsztein-Dunlop, H., 2001. Optical measurement of microscopic torques. *Journal of Modern* 48, 405-413.
- Oddershede, L., Grego, S., Nørrelykke, S.F., Berg-Sørensen, K., 2000. Optical Tweezers Probing Biological Surfaces.
- O'Neil, A.T., Padgett, M.J., 2002. Rotational control within optical tweezers by use of a rotating aperture. *Optics letters* 27, 743-5.
- Padgett, M., Bowman, R., 2011. Tweezers with a twist. *Nature Photonics* 5, 343-348.

- Parkin, S., Knöner, G., Singer, W., Nieminen, T.A., Heckenberg, N.R., Rubinsztein-Dunlop, H., 2007. Optical torque on microscopic objects. *Methods in cell biology* 82, 525-61.
- Parkin, S., Vogel, R., Persson, M., Funk, M., Loke, V.L.Y., Nieminen, T.A., Heckenberg, N.R., Rubinsztein-Dunlop, H., 2009. Highly birefringent vaterite microspheres: production, characterization and applications for optical micromanipulation. *Optics express* 17, 21944-55.
- Reicherter, M., Haist, T., Wagemann, E.U., Tiziani, H.J., 1999. Optical particle trapping with computer-generated holograms written on a liquid-crystal display. *Optics letters* 24, 608-10.
- Rohrbach, A., 2005. Stiffness of Optical Traps: Quantitative Agreement between Experiment and Electromagnetic Theory. *Physical Review Letters* 95, 1-4.
- Rohrbach, A., Stelzer, E.H., 2001. Optical trapping of dielectric particles in arbitrary fields. *Journal of the Optical Society of America. A, Optics, image science, and vision* 18, 839-53.
- Roosen, G., Imbert, C., 1976. Optical levitation by means of two horizontal laser beams: A theoretical and experimental study. *Physics Letters A* 59, 6-8.
- Sasaki, K., Koshioka, M., Misawa, H., Kitamura, N., Masuhara, H., 1991. Pattern formation and flow control of fine particles by laser-scanning micromanipulation. *Optics letters* 16, 1463-5.
- Sehgal, H., 2010. Optical tweezers: Characterization and systems approach to high bandwidth force estimation.
- Shivkumara, C., Singh, P., Gupta, A., Hegde, M.S., 2006. Synthesis of vaterite CaCO<sub>3</sub> by direct precipitation using glycine and l-alanine as directing agents. *Materials Research Bulletin* 41, 1455-1460.
- Simpson, N.B., Allen, L., Padgett, M.J., 1996. Optical tweezers and optical spanners with Laguerre-Gaussian modes. *Journal of Modern Optics* 43, 2485-2491.
- Smalyukh, I.I., Kuzmin, a. N., Kachynski, a. V., Prasad, P.N., Lavrentovich, O.D., 2005. Optical trapping of colloidal particles and measurement of the defect line tension and colloidal forces in a thermotropic nematic liquid crystal. *Applied Physics Letters* 86, 021913.
- Svoboda, K., Block, S.M., 1994. Biological applications of optical forces. *Annual review of biophysics and biomolecular structure* 23, 247-85.
- Verma, R., Crocker, J., Lubensky, T., Yodh, A., 1998. Entropic colloidal interactions in concentrated DNA solutions. *Physical review letters* 81, 4004-4007.
- Viana, N., Rocha, M., Mesquita, O., Mazolli, A., Neto, P.A.M., Nussenzeveg, H., 2007. Towards absolute calibration of optical tweezers. *Physical Review E* 75, 021914.
- Wei, S., Yi-Qiu, W., Chong-Ming, G., 2000. Construction of an optical tweezers—calculation and experiments. *Chinese Physics* 9, 855.
- Williams, M., 2002. Optical tweezers: Measuring piconewton forces. *Single Molecule Techniques. Biophysics Textbook* 1-14.

Wright, W.H., Sonek, G.J., Berns, M.W., 1993. Radiation trapping forces on microspheres with optical tweezers. *Applied Physics Letters* 63, 715.

Wright, W.H., Sonek, G.J., Berns, M.W., 1994. Parametric study of the forces on microspheres held by optical tweezers. *Applied optics* 33, 1735-48.

Zhang, H., Liu, K.-K., 2008. Optical tweezers for single cells. *Journal of the Royal Society, Interface / the Royal Society* 5, 671-90.