UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

Aplicación de la Estrategia de Control ZAD en un Péndulo Físico Simple

ZAD Strategy Control Applied to Simple Physical Pendulum

Camilo Alejandro Castillo Benavides

Universidad Nacional de Colombia
Facultad de Ingeniería y Arquitectura
Departamento de Ingeniería Eléctrica, Electrónica y Computación
Manizales, Colombia
2012

Aplicación de la Estrategia de Control ZAD en un Péndulo Físico Simple

ZAD Strategy Control Applied to Simple Physical Pendulum

Camilo Alejandro Castillo Benavides

Tesis de grado presentada como requisito parcial para optar al título de:
Magister en Ingeniería - Automatización Industrial

Director:
Ph.D. Gerard Olivar Tost

Línea de Investigación:
Sistemas de Control
Grupo de Investigación:
Percepción y Control Inteligente - PCI

Universidad Nacional de Colombia
Facultad de ingeniería y Arquitectura
Departamento de Ingeniería Eléctrica, Electrónica y Computación
Manizales, Colombia

2012

A mis padres

Agradecimientos

En primer lugar quiero agradecer a mis padres, Córdula y Victor, por todo el apoyo recibido y por saber inculcar en mí el valor de la educación. Además, quiero agradecer a mi hermana Lina María y a mi novia Rudy, por todas sus palabras llenas de energía positiva que me dieron la fuerza suficiente para terminar este proyecto.

Asimismo, quiero agradecer al Dr. Gerard Olivar Tost por el gran trabajo que hizo como director de esta tesis. Adicional a ello, quiero agradecer a mis compañeros del grupo de Percepción y Control Inteligente–PCI, y en especial a PhD. Gustavo Adolfo Osorio por toda la ayuda recibida.

Por otra parte, se agradece a los integrantes del Departamento de Automática y Biomecánica de la Universidad Técnica de Łódź en Polonia por el soporte recibido.

Finalmente, quiero agradecer al Departamento Administrativo de Ciencia, Tecnología e Innovación-Colciencias, y en particular, a su programa Jóvenes Investigadores e Innovadores "Virginia Gutiérrez de Pineda" por financiar esta investigación.

Resumen

En este trabajo se estudia la aplicabilidad de la estrategia de control ZAD en un péndulo físico invertido. Así, la dinámica del sistema en estudio, se analiza a través de un modelo matemático que considera la disipación de la energía mecánica en el péndulo. Además, dicha ley de control se configura en función de los requerimientos intrínsecos del péndulo físico, con el fin de aprovechar las virtudes que caracterizan a los controladores basados en modos deslizantes frente a variaciones en las condiciones iniciales. En general, con base en los experimentos realizados, se demuestra la viabilidad y eficacia de la estrategia de control ZAD, aplicada sobre un péndulo físico invertido .
Palabras clave: Teoría de control, Estrategia ZAD, Péndulo físico invertido, modelado matemático.

Abstract

In this research the control ZAD strategy is applied to a physical pendulum. Thus, the intrinsic dynamic of the studied system is analyzed through a mathematical model that considers the dissipation of the mechanical energy into the pendulum. Moreover, this control law is set based on the inherent requirements of the physical pendulum, in order to exploit the advantages of the sliding control against variations of the initial conditions. Indeed, from the attained results, the feasibility and effectiveness of the ZAD strategy applied to the physical pendulum, is demonstrated.
Keywords: Control theory, ZAD strategy, inverted physical pendulum, mathematical modeling.

Contenido

Lista de Figuras

Lista de Tablas

Parte I.

Preliminares

1. Introducción

El gran desarrollo tecnológico presente en nuestros días, en parte, no hubiese sido posible sin los sistemas de control. Dichos sistemas han sido aplicados en diferentes ramas del conocimiento, tales como: la economía, la ingeniería, la medicina, la industria, entre otras. Por esta razón, diferentes técnicas de control han sido estudiadas durante mucho tiempo con el único objetivo de construir las bases teóricas para el diseño de los mismos. No obstante, con frecuencia estas bases teóricas no son posibles de desarrollar, hasta que aparezcan los escenarios apropiados para la aplicación y posterior estudio del desempeño de las técnicas de control modernas. En este sentido, se crea la necesidad de modelar matemáticamente, y analizar la dinámica de algunos de los sistemas más representativos dentro la ciencia, con el fin de caracterizarlos y poder así, ejercer control sobre ellos.

Dentro de los sistemas más estudiados se encuentran los mecánicos, los cuáles tienen gran relevancia dentro del campo de la automatización. En particular, el péndulo físico invertido, es un sistema mecánico que posee una fuente rica de dinámica no lineal, lo que lo convierte en un desafío para cualquier ley de control. Así, el péndulo físico representa un reto donde muchas leyes de control miden su capacidad para imponer una conducta deseada [33]. Debido a que este sistema exige robustez, estabilidad y eficiencia para ser controlado [34], por consiguiente, el estudio de metodologías para el modelado preciso de la dinámica de este sistema, y el desarrollo de nuevas estrategias de control aplicadas al péndulo, son un tema de interés por parte de la comunidad científica.

En efecto, el péndulo invertido es un problema clásico de control que ha sido ampliamente estudiado por cerca de 30 años. Cada año se publican una gran cantidad de artículos científicos basados en este sistema. Solo en las revistas y conferencias de las IEEE, se dieron a conocer a partir del año 2000 cerca de 500 trabajos relacionados con el péndulo [32]. Por esta razón, de acuerdo al marco que encierra esta investigación, se considera relevante resaltar los trabajos referenciados a continuación. En [21] se aplica una técnica recursiva basada en los mínimos cuadrados para identificar la dinámica del péndulo. Luego, en [1] se construyó una función de minimización basada en la teoría de estabilidad en el sentido de Lyapunov, la cual se aplicó satisfactoriamente en un péndulo invertido. La razón por la cual son tan importantes los trabajos nombrados anteriormente, es porque sus resultados sirven de apoyo para el desarrollo del estudio numérico y experimental llevado a cabo en [14], donde se construye un modelo que aproxima la fricción en el punto de apoyo del péndulo, lo cual es pieza clave en el desarrollo de esta investigación.

Por otra parte, en el año 2000 Fossas y sus colaboradores [25, 26] propusieron una nueva técnica de control conocida como ZAD. A partir de este trabajo, esta técnica ha sido ampliamente aplicada y estudiada en los convertidores de potencia electrónicos. De este modo, uno de los primeros trabajos que se puede destacar es [35], donde la estrategia ZAD se aplicó a un inversor basado en buck, cumpliendo requisitos de frecuencia fija de conmutación y robustez en presencia de perturbaciones. Luego, en [2] se hizo un estudio profundo tanto analítico, como numérico del control ZAD aplicado a un convertidor buck (ZAD-buck); trabajo que fue completado posteriormente con [3] donde se muestra la transición al caos del ZAD-buck, adicional a ello, en [5] se presenta el estudio experimental del ZAD aplicado a este tipo de convertidores, y finalmente, haciendo uso de la teoría de promedios, en [4] se estudian las cotas del error en regulación. En lo que respecta a la teoría de sistemas dinámicos, la implementación del ZAD en los convertidores de potencia ha permitido estudiar una amplia gama de fenómenos no lineales, los cuales han sido reportados en [8, 6, 37, 38, 36, 22]. Por último, haciendo uso de la teoría de probabilidades, en [7] se hizo la generalización de la técnica ZAD.

En este trabajo se analiza la dinámica de un péndulo físico simple, mediante la construcción de un modelo matemático que considere la disipación de la energía mecánica en el péndulo, debido a la fricción [14]. Por otra parte, se propone la estrategia ZAD como ley de control aplicada al péndulo, aprovechando la robustez ante las condiciones iniciales que presentan los controladores basados en modos deslizantes. Finalmente, se presentan algunos resultados experimentales con el fin de vislumbrar la viabilidad y la eficacia de la estrategia de control ZAD aplicada a un péndulo físico invertido.

2. Objetivos

2.1. Objetivo General

Desarrollar un esquema de trabajo que permita analizar apropiadamente el modelo matemático que describe la dinámica de un péndulo físico simple, para luego establecer el diseño y la fijación de parámetros que permitan aplicar apropiadamente la estrategia de control ZAD en el sistema estudiado.

2.2. Objetivos Específicos

- Analizar la dinámica de un péndulo físico simple, a partir de un modelo matemático que considere los efectos de la fricción en la interacción de la energía mecánica intrínseca del sistema.

- Proponer una metodología de control basada en la ley ZAD para el sistema estudiado, de forma tal que el péndulo físico pueda ser controlado aprovechando la robustez de las estrategias basadas en modos deslizantes, mientras se preserva la integridad del sistema a través de una frecuencia de conmutación fija.

- Construir un marco experimental que sirva como punto de partida, pensando en la posible implementación de la estrategia ZAD en un péndulo físico real, a fin de validar el análisis del modelo matemático y la metodología de control propuesta.

Parte II.

El Péndulo Físico: Modelado, Análisis y Simulación

3. El Péndulo Físico Simple

En general, construir un modelo matemático que describa satisfactoriamente la dinámica de los sistemas presentes en la naturaleza, es una tarea que requiere el esfuerzo conjunto entre diferentes campos dentro de la ciencia. La razón es la presencia de fenómenos en el mundo físico que inciden en la dinámica del sistema, los cuales, muchas veces resultan complicados de modelar debido a la complejidad en la dinámica que poseen y las limitaciones de los instrumentos de medición. Para el caso del péndulo físico, estos fenómenos manifiestan su presencia mediante la interferencia dentro de la interacción pura, entre la energía potencial y cinética del péndulo, es decir, el péndulo físico pasa a ser un sistema mecánico no conservativo [19]. En este sentido, para esta investigación se considera apropiado construir el modelo matemático a partir del método de Lagrange [19]. Dentro de las ventajas que ofrece este método se destacan dos; la primera, es que cuenta con las herramientas analíticas para construir la interacción entre la energía potencial y cinética del sistema; y la segunda, es que permite adicionar al modelo en general, las aproximaciones matemáticas de los fenómenos que inciden en la energía mecánica del péndulo, a través de una suma algebraica. En este caso, los elementos que se toman en cuenta y que hacen que el péndulo se analice como un sistema no conservativo, corresponden a la fricción y a una fuerza externa no potencial que se aplica al sistema. En efecto, debido a que los modelos de fricción requieren métodos especiales de descripción [12, 13], esta investigación se basa en el trabajo presentado en [14], el cual representa uno de los ejemplos mas concretos e interesantes en el campo de los sistemas mecánicos modelados con fricción.

En particular, en este trabajo los tipos de fricción que se tienen en cuenta son la fricción viscosa y seca. De este modo, una de las consecuencias que trae consigo la inclusión del modelo de la fricción seca son las discontinuidades que provoca en la dinámica del sistema. Así, el péndulo físico se debe analizar como un sistema suave a trozos [16] para el cual, con ayuda de metodologías tales como la teoría de Filippov [24], se puede construir la dinámica del sistema en las fronteras de discontinuidad. Además, a partir de los sistemas suaves a trozos surgen una amplia variedad de bifurcaciones, las cuales ya han sido ampliamente analizadas [18, 31, 17, 15].

En este sentido, para esta segunda parte del documento primero se construye el modelo matemático que rige la dinámica del péndulo y se agregan las expresiones que aproximan los efectos de la fricción y de la fuerza externa. Luego, considerando al péndulo como un sistema